LUCIA S. S. DE AGUILAR

ARITMÉTICA ELEMENTAL

Texto aprobado por el Consejo Nacional de Educación y por el de la Provincia de Buenos Aires para los grados 3°, 4°, 5°, y 6°

DIRECCION GENERAL DE ESCUELAS
Provincia de Buenos Aires

PROVISION ESCOLAR

Artículo 49, inc. 13 Ley de Educación

13ª EDICION

PRECIO $ 2 M/N.

[T]EXTO APROBADO POR EL CONSEJO NACIONAL DE EDUC
Y EL DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

[A]RITMÉTICA ELEMENTAL

ADAPTADA A LOS PROGRAMAS
DE LAS ESCUELAS COMUNES Y CURSOS COMPLEMENTARIOS
DE LA PROVINCIA

POR

LUCÍA S. S. DE AGUILAR

EDICIÓN AUMENTADA Y CORREGIDA

LA PLATA
TALL. GRÁFICOS OLIVIERI Y DOMÍNGUEZ
Calle 4, 42 y 43

1930

ARITMÉTICA

DEFINICIONES PRELIMINARES

La *aritmética* es la ciencia que nos enseña a conocer, expresar, componer y descomponer los números.

La *numeración* es el sistema de expresar los números, ya sea oral o gráficamente.

Cantidad es todo lo que puede considerarse susceptible de aumento o disminución.

Número es el resultado de la comparación de una cantidad, con la unidad elegida para medirla.

Unidad es la cantidad que se toma como término de comparación.

Número abstracto es aquél que no expresa la especie de sus unidades.

Número concreto es aquél que expresa o especifica la especie de sus unidades.

Número entero es el conjunto de varias unidades o una sola unidad entera.

Número quebrado o *fraccionario* es aquél que contiene una o más partes de la unidad.

Numeración oral es la que se expresa por medio de la palabra.

Numeración escrita es la que se expresa gráficamente o sea por escrito.

SIGNOS

Los signos empleados en las cuatro operaciones fundamentales que son: *sumar*, *restar*, *multiplicar* y *dividir*, son los siguientes:

+ que se lee *más* y que por consiguiente indica suma, agregado o adición.

— que se lee *menos* y que por consiguiente indica resta, sustracción o disminución.

× que se lee *multiplicado por* y que por consiguiente indica multiplicación o sea aumentar tantas veces el número multiplicando como sean las del multiplicador.

: que se lee: *dividido por* y que por consiguiente indica la división o sea hacer de un número tantas partes iguales como quepa en el número divisor.

Además se usan los signos:

= que significa *igual a*
o/s que significa *oro sellado*
$ que significa *pesos*
m/n que significa *moneda nacional*
c|l que significa *curso legal*
% que significa *tanto por ciento*
> que significa *mayor que*
< que significa *menor que*
√ que se llama *signo radical*
: que significa *es a*
:: que significa *como*

NUMERACION

Ya hemos visto en las definiciones preliminares, que la numeración se divide en dos partes; en numeración oral y en numeración escrita, siendo por consiguiente el sistema para expresar los números oral o gráficamente.

La numeración oral, verbal o hablada, es la que se expresa por medio de la palabra.

La numeración gráfica o escrita, la que expresamos por medio de signos o símbolos llamados cifras o guarismos.

Las cifras o guarismos empleados en aritmética, con los cuales podremos representar cualquier cantidad, son los diez siguientes:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

y representan el valor de:

cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve respectivamente.

Estas diez cifras que se llaman *arábigas* por cuanto fueron inventadas por los árabes, nos sirven ya solas o ya combinadas, para representar todos los números y cantidades deseables.

Los mencionados números — a excepción del cero que es una cifra insignificativa o auxiliar — se llaman cifras significativas.

Los números se forman por la reunión sucesiva de la unidad. Ejemplo: uno y uno son dos; dos y uno son tres; tres y uno son cuatro; cuatro y uno son cinco; cinco y uno son seis; seis y uno son siete; siete y uno son ocho; ocho y uno son nueve; etc.

Si agregamos a las nueve primeras unidades una unidad más, tendremos el número *diez* (10) que forma la *decena*. Si continuamos agregando, formamos:

diez y uno son once; diez y dos son doce; diez y tres son trece; diez y cuatro son catorce; y así sucesivamente quince, diez y seis; diez y siete, etc., hasta veinte (20) que serían *dos decenas;* luego veinte y uno; veinte y dos; veinte y tres, etc., hasta treinta (30) treinta y uno; treinta y dos; treinta y tres, etc., hasta cuarenta, y así formar cincuenta; sesenta; setenta; ochenta; noventa y cien (100) unidades o sea una *centena,* luego *diez centenas* que forman *un millar* (1.000); diez decenas de millar que forman una *centena de millar* (100.000); diez centenas de millar que forman *un millón* (1.000.000); diez millones que foman una *decena de millón* (10.000.000); diez decenas de millón que forma una *centena de millón* (100.000.000); diez centenas de millón que forman un *millar de millón* (1.000.000.000), etc., etc.

Tenemos entonces que:

10 y	1	forman	*once*	(11).		
10 y	2	„	*doce*	(12).		
10 y	3	„	*trece*	(13).		
10 y	4	„	*catorce*	(14).		
10 y	5	„	*quince*	(15).		
10 y	6	„	*diez y seis*	(16).		
10 y	7	„	*diez y siete*	(17).		
10 y	8	„	*diez y ocho*	(18).		
10 y	9	„	*diez y nueve*	(19).		
10 y	10	„	*veinte*	(20).		
20 y	1	„	*veinte y uno*	(21).		
20 y	2	„	*veinte y dos*	(22).		
20 y	3	„	*veinte y tres*	(23).		
20 y	4	„	*veinte y cuatro*	(24),	hasta *treinta*	(30).
30 y	1	„	*treinta y uno*	(31),	„ *cuarenta*	(40).
40 y	1,	*cuarenta y uno*		(41),	hasta *cincuenta*	(50).
50 y	1,	*cincuenta y uno*		(51),	„ *sesenta*	(60).
60 y	1,	*sesenta y uno*		(61),	„ *setenta*	(70).

70 y 1, *setenta y uno* (71), hasta *ochenta* (80).
80 y 1, *ochenta y uno* (81), „ *noventa* (90).
90 y 1, *noventa y uno* (91), „ *noventa y dos* (92).
noventa y tres (93); *noventa y cuatro* (94), etc., hasta formar *diez decenas* o sean *cien* (100) unidades.

Vemos, pués, que para elevar un número entero a *diez, cien, mil*, etc., veces mayor, escribiremos a la derecha del citado número entero: un cero (0) para *diez*, dos ceros (00) para *cien;* tres ceros (000) para *mil*, etc., y si fuera disminuir ese número en *diez, cien* o *mil* veces menor, separaremos a la derecha por medio de una coma decimal: una cifra para *diez*, dos para *cien;* tres para *mil*, etc.

El orden de las unidades es el siguiente:

Billones			*Millares de Millón*			*Millones*			*Millares*			*Unidades simples*		
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad

Toda cifra tiene dos valores: el valor *absoluto* y el valor *relativo*. El valor absoluto es el que tiene cada cifra de por sí, considerándola independientemente del número de que forma parte, y el valor relativo es el que tiene la misma cifra, según la colocación que se le dé, ya sea en decenas, centenas, millares, etc.

Ejemplo: 1, 2, 3, 4, etc., serán de valor absoluto por cuanto no expresan sino lo que cada cifra representa; es decir, uno, dos, tres y cuatro respectivamente. En cambio tendrán valor relativo, según la colocación que se les dé, como se demuestra a continuación:

2	2	2	2
Millar	Centena	Decena	Unidad

que leeríamos: dos mil doscientos viente y dos.

Vemos, pués, que una misma cifra, según el orden de lugar que ocupe, expresa: unidades simples, decenas, centenas, millares, etc.

Cuando escribamos una cantidad, tendremos presente que la primera cifra de la derecha expresa *unidades simples;* la segunda cifra, *decenas;* la tercera cifra, *centenas;* la cuarta, *unidades de millar,* y así sucesivamente.

Para facilitar la lectura de las cantidades compuestas de muchos números, se dividen los mismos cada tres cifras, *empezando de la derecha hacia la izquierda;* así si fuera, por ejemplo:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

la dividiríamos así:

2ª 1ª
123,456,789

que se lee: ciento veinte y tres millones cuatrocientos cincuenta y seis mil setecientos ochenta y nueve.

FRACCIONES DECIMALES

Se llama *fracción decimal* al número que expresa una o varias partes de la unidad, que se considera dividida en *diez, cien, mil,* etc., partes iguales.

Si consideramos la unidad dividida en diez partes iguales, tendremos que cada una de esas partes será *un décimo.*

Si la consideramos dividida en cien partes iguales, cada una de esas partes será *un centésimo.*

Si la consideramos dividida en mil partes iguales, cada una de esas partes será *un milésimo.*

De donde se deduce que la unidad tiene diez décimos o cien centésimos o mil milésimos, etc.; un décimo contiene diez centésimos o cien milésimos; un centésimo contiene diez milésimos o cien diezmilésimos, etc.

Para separar los números enteros de las fracciones decimales empleamos el signo (,) llamado *coma decimal.*

Un número compuesto de enteros y fracciones decimales, se llema *número decimal.*

Para escribir los números decimales, se escriben primero los números que representen enteros y a su derecha se pone la coma decimal y a continuación de ésta y a la derecha se escriben los números que representen las fracciones decimales, de acuerdo con la siguiente

TABLA DE NUMERACION DECIMAL

	de millar			simples											
Denominación	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Coma decimal	Décimos	Centésimos	Milésimos	Diezmilésimos	Cien milésimos	Millonésimos	10 millonésimos	100 millonésimos
Lugares	6º	5º	4º	3º	2º	1º	,	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º

Si faltara algún orden de decimales se pone un cero en el lugar correspondiente y si el número propuesto no tuviera enteros se pone cero en el lugar de las unidades simples y en seguida la coma decimal.

Ejemplo: Cuarenta y tres unidades, seiscientos treinta y cinco milésimos, se escribirá así: 43,635; Treinta y dos milésimos, así: 0,032; y si fueran siete milésimos, así: 0,007.

Para leer estas cantidades se enumera primero el número entero y luego la cantidad decimal como si fuera otro número entero, pero expresando al final, la denominación que corresponde a la última cifra de la derecha.

Sea el número decimal 423,634

se leerá: cuatrocientos veintitrés unidades y seiscientos treinta y cuatro milésimos.

Si a un número decimal se le añade o suprime un número cualquiera de ceros a su derecha, éste no varía en su valor.

Ejemplo:

$$6{,}3 = 6{,}30 = 6{,}300 = 6{,}3000,$$

etc.; todos estos números representan igual valor.

Si a un número decimal se traslada la coma, uno, dos, tres, etc., lugares a la derecha, el número queda multiplicado por 10, 100, 1000, etc.

Si a un número decimal se traslada la coma, uno, dos, tres, etc., lugares a la izquierda, el número queda dividido por 10, 100, 1000, etc.

NUMERACION ROMANA

La numeración romana se compone de siete letras que representan, respectivamente, los siguientes valores:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Con las mencionadas letras o números puede formarse cualquier cantidad determinada, debiendo tenerse presente las siguientes indicaciones:

1º Que ninguna letra puede ser repetida más de tres veces.

Ejemplo:

Cuatro se escribiría así: IV, y no de esta manera: IIII.

2º Que cuando se escriban cifras iguales, se suman:

Ejemplos:

II igual a 2 (o sea uno y uno = dos).
XX „ „ 20 (o sea diez y diez = veinte).
CC „ „ 200 (o sea cien y cien = doscientos).

3º Que cuando se coloque, antes de una letra de mayor valor, una de menor valor, resta el valor de aquella.

Ejemplos:

IX igual a 9 (o sean diez menos uno = nueve).
XL „ „ 40 (o sean cincuenta menos diez = cuarenta).
CD „ „ 400 (o sean quinientos menos cien = cuatrocientos).

4º Que cuando después de una cifra mayor se coloque una de menor valor, se suma a aquélla.

Ejemplos:

XV igual a 15 (o sean diez más cinco = quince).
CX „ „ 110 (o sean cien más diez = ciento diez).
DC „ „ 600 (o sean quinientos más cien = seiscientos).

5º Que una raya horizontal superpuesta a una letra cualquiera, la hace mil veces mayor.

Ejemplos:

$\overline{\text{X}}$ representaría diez mil.

$\overline{\text{L}}$ „ cincuenta mil.

Teniendo en cuenta las reglas expuestas, un mismo número podría escribirse de distintos modos. Sea, por ejemplo: 45 = XLV = VL.

99 = XCIX = LIL = LVLIV = IC, etc.

Para evitar confusiones se establece que delante de la V y de la X sólo se pone la I; delante de la L y de la C sólo puede ponerse la X; y delante de la D y de la M. sólo puede ponerse la C.
Las letras V, L y D no deben repetirse.

OPERACIONES FUNDAMENTALES

Las operaciones aritméticas fundamentales son cuatro, a saber: *adición, sustracción, multiplicación* y *división*.

SUMA O ADICION DE NUMEROS ENTEROS

La suma o adición tiene por objeto reunir en un solo número el de varias cantidades determinadas de la misma especie.

Ya hemos visto que el signo de la suma o adición es éste: + que se lee *más*.

Las cantidades conocidas se llaman *sumandos* y el resultado de la adición *suma* o *total*.

Para sumar, colocaremos los sumandos en columna, unos debajo de otros, de manera que las unidades queden debajo de las unidades; las decenas debajo de las decenas; las centenas debajo de las centenas, etc, etc. Luego trazaremos una línea horizontal y debajo de ella colacaremos el producto obtenido o sea el *total*.

Para sumar se principia por la derecha y se suma cada columna, agregando a la suma de la columna siguiente las unidades de esa especie que resulten en la suma de la columna anterior. Si la adición diera por resultado unidades y decenas, se escribirán las unidades en el primer lugar y las decenas en el siguiente; si fueran decenas y centenas, aquéllas ocuparán el segundo lugar y éstas (las centenas) el tercero; y así sucesivamente.

Ejemplo:

	Sumandos	Sumandos	Sumandos
	2	1 8	1 4 8
	3	2 3	2 9 5
	4	3 5	3 8 9
Totales	9	7 6	8 3 2
	Unidad	Decena Unidad	Centena Decena Unidad

Para obtener la *prueba* de la suma, haremos la operación por segunda vez, pero en sentido contrario a la que se siguió por vez primera.

SUMA DE NUMEROS DECIMALES

El mismo procedimiento seguido para la suma de números enteros, nos servirá para los números decimales, teniendo la precaución de que la colocación de los sumandos se correspondan en especie; es decir, que la colocación vertical de unos debajo de otros, sea de unidades del mismo orden y que se sumen los décimos, centésimos y milésimos entre sí.

Ya hemos dicho que el orden de colocación de los decimales, es el siguiente:

0,2 5 4

Décimos
Centésimos
Milésimos

Vemos, pues, que los décimos ocupan el primer lugar hacia la derecha después de la coma decimal, los centésimos el segundo lugar y los milésimos el tercer lugar.

PROBLEMAS SOBRE ADICION O SUMA

1.—He comprado a un naranjero 6 naranjas y éste me regaló 1 más. ¿Cuántas naranjas tendré?

R. 7.

2.—Tengo en mi cartera 1 lápiz y compro dos lápices más. ¿Cuántos lápices tengo?

R. 3.

3.—Un almacenero ha mezclado 20 kilos de café caracolillo y 10 kilos de café mocka. ¿Cuántos kilos mezcló?

R. 30.

4.—En un corral de ovejas hay 40 grandes, 32 medianas y 18 chicas. ¿Cuántas ovejas hay en total?

R. 90.

5.—Un señor ha recibido en pago de una venta, tres billetes de $ 10 c|uno y 2 billetes de $ 1 c|uno. ¿Cuántos pesos ha recibido ese señor?

R. 32.

6.—Un estanciero envía a un remate-feria 42 toros, 83 vaquillonas y 38 terneros. ¿Cuántos animales envió al remate-feria?

R. 163.

7.—Un chacarero ha cosechado tres bolsas de ajíes, conteniendo cada bolsa los siguientes: la 1ª tiene 84 ajíes; la 2ª tiene 86 y la 3ª 89. ¿Cuántos ajíes había cosechado?

R. 259.

8.—Un comerciante compra un cajón de loza surtida y al abrirlo nota que 52 piezas están rotas y las 148 restantes en buen estado. ¿Cuántas piezas contenía el cajón?

R. 200.

9.—Un almacenero compra 10 kilos de azúcar tucumana; 30 kilos de azúcar refinería y 50 kilos de azúcar de pancitos. ¿Cuántos kilos de azúcar compró el almacenero?

R. 90.

10.—En un criadero de aves hay 3 gallineros que contienen en cada uno la siguiente cantidad de animales: En el primero hay 216 gallinas; en el segundo hay 428 pollos y en el tercero hay 423 entre gallinas, gallos y pollos. ¿Cuántos animales hay entre todos?

R. 1.067.

11.—En una bodega se ha llenado un barril tres veces: la primera le pusieron 56 litros; la segunda 42 y la tercera 49. ¿Cuántos litros contiene el barril?

R. 147.

12.—Un propietario ha pagado por impuestos las siguientes cantidades: 214 $ por contribución territorial; 120 $ por servicio de cloacas y 196 $ por empedrado. ¿Cuántos pesos ha pagado el propietario?

R. 530.

13.—Un pescador al retirar su red ha sacado 105 pejerreyes y 84 corbinas. ¿Cuántos pescados sacó?

R. 189.

14.—En una biblioteca hay 48 volúmenes en un estante, 56 en otro y 63 en otro. ¿Cuántos volúmenes hay?

R. 167.

15.—Un cazador ha dado muerte a las siguientes piezas: 63 perdices, 22 patos y 18 palomas. ¿Cuántos animales cazó?

R. 103.

16.—Un abastecedor ha vendido tres tropas de capones. La primera constaba de 32, la segunda de 45 y la tercera de 31. ¿Cuántos capones ha vendido?

R. 108.

17.—En una casa hay tres escaleras, cada una de las cuales tiene los siguientes escalones: la primera 22; la segunda 25 y la tercera 27. ¿Cuántos escalones tienen las tres escaleras?

R. 74.

18.—Un cobrador ha cobrado las siguientes cuentas; una de 96 $, otra de 103 $ y otra de 84 $. ¿Cuántos pesos cobró?

R. 283.

19.—Una modista ha cobrado por hacer un vestido los siguientes precios: género 42 $; forro 4 $; botones 2 $ y por la hechura 18 $. ¿Cuánto costó el vestido?

R. 66.

20.—Para hacer construir un alambrado necesitamos 632 postes de ñandubay, 128 de pino tea y 223 de algarrobo. ¿Cuántos postes necesitaremos?

R. 983.

21.—Un carro lleva la siguiente carga: en un cajón 225 kilos, un fardo con 240 kilos y fierro que pesa 318 kilos. ¿Cuánto pesa en kilos la carga que lleva el carro?

R. 783.

22.—Un comerciante compró mercaderías por valor de 1.000 pesos y pagó 10 pesos de acarreo y peones y 6 pesos de fletes. ¿Cuánto pagó entre todo?

R. 1.016.

23.—De un tambo de Cañuelas se envía diariamente los siguientes litros de leche: 590 tarros a Buenos Aires, 216 a La Plata y 114 a Quilmes. ¿Cuántos tarros se envían diariamente?

R. 920.

24.—Para pagar una deuda nos entregan las siguientes cantidades: primero nos dan 623 pesos, luego 433 pesos y más tarde 315 pesos. ¿Cuántos pesos nos han entregado?

R. 1.371.

25.—Un tren lleva en sus coches los siguientes pasajeros: en el primer wagón 62 pasajeros; en el segundo 81; en el tercero 74; en el cuarto 68, entre todos los demás 641. ¿Cuántos pasajeros eran entre todos?

R. 926.

26.—La Pescadora Argentina ha vendido en un día 632 kilos de pescado de mar y 396 kilos de pescados de ríos. ¿Cuántos kilos de pescado se vendió en ese día?

R. 1.028.

27.—Un hombre ha comprado una casa en 6.200 pesos; ha hecho arreglos por valor de 583 pesos y ha pagado por pintura 824 pesos. ¿Cuánto gastó en la casa?

R. 7.607.

28.—¿En cuánto debe venderse una casa que ha costado 7.000 pesos para ganar 1.220 pesos?

R. 8.220.

29.—Una locomotora pesa 28.000 kilos; su tánder 10.000 kilos llevando además 3.000 kilos de carbón y 7.000 kilos de agua. ¿Cuál es el peso total de la locomotora?

R. 48.000.

30.—Un chacarero envía a plaza los siguientes cereales: maíz 46.000 kilos; avena 33.000 kilos, y trigo 62.000 kilos. ¿Cuántos kilos ha enviado a plaza el chacarero?

R. 141.000.

31.—Según datos estadísticos la producción mundial de vino en el año 1904, fué la siguiente: Francia 70 millones; Italia 39 millones; España 29 millones; Rusia 9 millones; Alemania 3 millones, etc. ¿Cuántos millones produjeron estas cinco naciones?

R. 150.000.000.

32.—Un barco descargó las naranjas que transportaba, en tres carros: en el primero cargó 8.228 naranjas; en el segundo 9.001 y en el tercero 8.432. ¿Cuántas naranjas llevaron los carros?

R. 25.661.

33.—En una estancia hay 28.800 vacas; 93.200 ovejas; 36.500 borregos, 3.226 terneros y 2.228 animales yeguarizos. ¿Cuántos animales hay en la estancia?

R. 163.954.

34.—En el año 1905 se exportaron los siguientes productos agrícolas: maíz, 2.226.000 toneladas; trigo, 3.100.000 toneladas; lino, 669.000 toneladas y avena, 18.000 toneladas. ¿Cuántas toneladas se exportaron?

R. 6.013.000.

35.—Se ha vendido una estancia en 216.000 pesos; otra en 186.000, y varias casas en Buenos Aires en 1.225.000 pesos. ¿Cuántos pesos ha reportado esa venta?

R. 1.627.000.

36.—En el año 1914 había en los Territorios Nacionales los siguientes números de animales ovinos: 836.000 + 1.718.000

+ 1.680.000 + 425.000. ¿Cuántos eran los animales ovinos de esos Territorios?

R. 4.659.000.

37.—En un internado hay la siguiente cantidad de alumnos: 214 en primer grado; 329 en segundo; 276 en tercero; 349 en cuarto; 116 en quinto y 218 en sexto. ¿Cuál es el total de alumnos?

R. 1.502.

38.—Un frutero ha vendido 5 canastos de duraznos con la siguiente cantidad en cada uno: en el primero, 216 duraznos; en el segundo, 251; en el tercero, 316; en el cuarto 295, y en el quinto, 274. ¿Cuántos duraznos vendió entre todos?

R. 1.352.

39.—Al Mercado Central de Frutos han entrado en un día, entre otros, los siguientes cereales: maíz, 424.285 kilos; trigo, 316.024 kilos; afrecho, 79.316 kilos; lino, 65.322 kilos; pasto seco, 6.232 kilos. ¿Cuántos kilos suman?

R. 891.179.

40.—De un monte se han cortado los siguientes árboles: 101 casuarina; 129 eucaliptos; 258 álamos y 98 abetos. ¿Cuántos árboles se han cortado?

R. 586.

41.—De un tonel de vino se han llenado las siguientes botellas: 221 + 316 + 233 + 119 + 213. ¿Cuántas botellas se llenaron?

R. 1.102.

42.—Una persona ha comprado los siguientes muebles: un aparador en 416 pesos; una mesa en 115 pesos; una docena de sillas en 122 pesos; un ropero en 216 pesos, y un lavoratorio en 129 pesos. ¿Cuánto gastó entre todo?

R. 998.

43.—¿Cuál será la producción de azúcar de las siguientes Naciones si cada una de ellas produce lo siguiente: República Argentina, 180.000 kilogramos; Francia, 310.000 kilogramos; Alemania, 250.000 kilogramos, y Rusia 98.000 kilogramos?

R. 838.000.

44.—Un rematador al rematar una estancia, obtuvo los siguientes precios: Por la estancia, 418.125 pesos; por los animales, 215.513 pesos, y por los útiles de labranza, maquinarias, etc., 32.116 pesos. ¿Cuántos pesos importa la venta?

R. 665.754.

45.—Un corredor por cuenta de una casa mayorista invierte las siguientes sumas en comprar frutos del país: 83.124 + 33.216 + 15.143 + 12.223 pesos. ¿Cuántos pesos invirtió?

R. 143.706.

46.—Una locomotora ha recorrido en diez horas 592 kilómetros; en otras diez horas 601 kilómetros, y en otras diez horas, 598 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido en las treinta horas?

R. 1.791.

47.—Un terreno se ha dividido, para venderlo, en cuatro lotes: el primero tiene 320 metros cuadrados; el segundo 216 metros cuadrados; el tercero 328 metros cuadrados, y el cuarto 136 metros cuadrados. ¿Cuántos metros cuadrados tenía el terreno?

R. 1.000.

48.—En una estancia se han sembrado 200 cuadras de maíz; 320 de lino y 415 de trigo. ¿Cuántas cuadras se sembraron?

R. 935.

49.—Una casa ha recibido, para vender en comisión, 320 bordalesas de vino Mendoza y 210 de vino San Juan. ¿Cuántas bordalesas recibió esa casa?

R. 530.

50.—En un criadero han sacado con incubadoras las siguientes cantidades de pollitos: en una 216, en otra 181, en otra 193, en otra 191 y en otra 201. ¿Cuántos pollos se sacaron en total?

R. 982.

51.—42 + 33 + 29 cuadernos. ¿Cuántos cuadernos son?
R. 104.

52.—85 + 94 + 88 lápices. ¿Cuántos lápices son?
R. 267.

53.—33 + 28 + 45 reglas. ¿Cuántas reglas son?
R. 106.

54.—25 + 63 + 89 libros. ¿Cuántos libros son?
R. 177.

55.—77 + 28 + 53 + 94 hombres. ¿Cuántos hombres son?
R. 252.

56.—83 + 98 + 46 + 82 sombreros. ¿Cuántos sombreros son?
R. 309.

57.—75 + 73 + 91 + 62 metros. ¿Cuántos metros son?
R. 301.

58.—38 + 54 + 12 + 16 casas. ¿Cuántas casas son?
R. 120.

59.—81 + 44 + 29 + 62 llaves. ¿Cuántas llaves son?
R. 216.

60.—29 + 85 + 13 + 33 sillas. ¿Cuántas sillas son?
R. 160.

61.—84 + 216 + 314 bueyes. ¿Cuántos bueyes son?
R. 614.

62.—95 + 416 + 532 lapiceras. ¿Cuántas lapiceras son?
R. 1.043.

63.—72 + 616 + 425 pesos. ¿Cuántos pesos son?
R. 1.113.

64.—62 + 322 + 810 relojes. ¿Cuántos relojes son?
R. 1.194.

65.—59 + 824 + 211 soldados. ¿Cuántos soldados son?
R. 1.094.

66.—44 + 235 + 815 fusiles. ¿Cuántos fusiles son?
R. 1.094.

67.—66 + 77 + 915 obreros. ¿Cuántos obreros son?
R. 1.058.

68.—28 + 814 + 219 peones. ¿Cuántos peones son?
R. 1.061

69.—48 + 615 + 574 buques. ¿Cuántos buques son?
R. 1.237.

70.—69 + 386 + 816 cuadros. ¿Cuántos cuadros son?
R. 1.271.

71.—416 + 324 + 610 + 318 coches. ¿Cuántos coches son?
R. 1.668.

72.—259 + 416 + 532 + 701 plantas. ¿Cuántas plantas son?
R. 1.908.

73.—445 + 810 + 948 + 206 mapas. ¿Cuántos mapas son?
R. 2.409.

74.—842 + 918 + 110 + 201 cañones. ¿Cuántos cañones son?
R. 2.071.

75.—316 + 448 + 515 + 241 ovejas. ¿Cuántas ovejas son?
R. 1.520.

76.—448 + 219 + 316 + 551 álamos. ¿Cuántos álamos son?
R. 1.534.

77.—616 + 319 + 211 + 315 bancos. ¿Cuántos bancos son?
R. 1.461.

78.—714 + 215 + 301 + 900 pañuelos. ¿Cuántos pañuelos son?
R. 2.130

79.—591 + 800 + 415 + 200 cajas. ¿Cuántas cajas son?
R. 2.006.

80.—432 + 299 + 602 + 315 habitantes. ¿Cuántos son?
R. 1.648.

81.—1.219 + 2.241 + 3.318 frascos. ¿Cuántos frascos son?
R. 6.778.

82.—2.916 + 3.194 + 3.914 animales. ¿Cuántos animales son?
R. 10.024.

83.—4.011 + 5.119 + 6.116 platos. ¿Cuántos platos son?
R. 15.246.

84.—8.194 + 6.116 + 2.115 caballos. ¿Cuántos caballos son?
R. 16.425.

85.—7.174 + 5.941 + 3.008 arados. ¿Cuántos arados son?
R. 16.123.

86.—2.116 + 214 + 89 + 3.116 huevos. ¿Cuántos huevos son?
R. 5.535.

87.—4.114 + 28 + 814 + 1.916 calles. ¿Cuántas calles son?
R. 6.872.

88.—345 + 5.941 + 38 + 6.115 tinteros. ¿Cuántos tinteros son?
R. 12.439.

89.—4.916 + 315 + 1.116 + 88 vacas. ¿Cuántas vacas son?
R. 6.435.

90.—5.150 + 45 + 2.114 + 314 naranjas. ¿Cuántas naranjas son?
R. 7.623.

91.—824 + 3.928 + 4.555 + 6.918 + 118 cajones. ¿Cuántos cajones son?
R. 16.343.

92.—4.748 + 874 + 2.115 + 4.914 + 316 mesas. ¿Cuántas mesas son?
R. 12.967.

93.—1.229 + 998 + 1.415 + 3.229 + 917 botones. ¿Cuántos botones son?
R. 7.788.

94.—448 + 1.229 + 2.221 + 3.816 + 1.100 agujas. ¿Cuántas son?
R. 8.814.

95.—3.100 + 1.220 + 418 + 116 + 5.401 anillos. ¿Cuántos anillos son?
R. 10.255.

96.—9.100 + 3.241 + 290 + 2.240 + 119 corbatas. ¿Cuántas corbatas son?
R. 14.990.

97.—3.400 + 120 + 3.918 + 6.140 + 5.151 plumas. ¿Cuántas plumas son?
R. 18.729.

98.—15.916 + 819 + 2.948 + 715 + 2.918 barriles. ¿Cuántos barriles son?

R. 23.316.

99.—6.636 + 1.198 + 1.915 + 1.144 + 47 cañones. ¿Cuántos cañones son?

R. 10.930.

100.—9.117 + 1.197 + 13.918 + 2.918 + 58 flores. ¿Cuántas flores son?

R. 27.208.

101.	102.	103.	104.
9.219	19.414	321.530	216.488
4.118	12.151	112.181	319.485
3.946	13.426	114.116	919.814
5.845	22.318	200.118	784.116
9.981	45.918	194.997	318.420
6.114	32.115	115.884	516.302
39.223	145.342	1.058.826	3.074.625

RESTA O SUSTRACCION

Restar es efectuar la operación que consiste en disminuir o rebajar de una cantidad, o de un total de cantidades determinadas, el importe de otra cantidad también determinada. Forzosamente la cantidad a restarse deberá *ser menor* que la de la resta.

El signo de esta operación es este: — que se lee *menos*.

Los términos de la sustracción o resta son: el *minuendo* que es la cantidad mayor, el *sustraendo* que es la cantidad menor, y el *resto, residuo* o *diferencia* que es el resultado de la operación.

Para restar números enteros se coloca el minuendo y debajo de éste el sustraendo, de manera que las unidades de la misma especie queden en columna. Luego se traza una línea horizontal y empezamos a efectuar la resta comenzando por la derecha y quitando a cada número del minuendo el valor correspondiente del número sustraendo. Si algún número del minuendo fuera menor que su correspondiente del sustraendo, se le agregan *diez*, teniendo la precaución de rebajar uno al inmediato de la izquierda.

Ejemplo:

Minuendo	5	18	197	438
Sustraendo	2	6	65	265
Resto o diferencia . .	3	12	132	173

Cuando el minuendo termina en varios ceros, el último de la derecha se considera como 10, y los demás como 9, y la última cifra significativa queda disminuida de 1.

Si en el minuendo hay varios ceros seguidos y el último precede a una cifra significativa pero menor que la correspondiente del sustraendo, se le suma 10 y los ceros se consideran como 9 y la cifra significativa que precede a los ceros queda disminuida de 1.

Ejemplos:

$$
\begin{array}{lr}
 & 799910 \\
 & 80000 \\
1.^{\circ} & -\ 36795 \\
\hline
 & 43205
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{lr}
 & 799912 \\
 & 80003 \\
2.^{\circ} & -\ 53657 \\
\hline
 & 26346
\end{array}
$$

Como vemos, restar es pues, disminuir de una cantidad mayor determinada, otra cantidad menor también determinada, o sea hallar la diferencia entre dos cantidades.

La prueba de la sustración la obtendremos sumando el sustraendo con la diferencia, cuyo resultado deberá ser igual al minuendo.

RESTA DE DECIMALES

Ya sabemos que si se tratara de restar números decimales, el procedimiento a seguirse es el mismo que el empleado en los números enteros, teniendo la precaución de que la resta sea de décimos con décimos, centésimos con centésimos y milésimos con milésimos y que del resultado que se obtenga debe separarse con la coma decimal, las unidades de las demás fracciones.

Si el minuendo no tuviese decimales o tuviese menos que el sustraendo, debe igualarse con tantos ceros decimales como los que se expresan en los términos dados.

Ejemplos:

$$26 - 15{,}325 = 26{,}000 - 15{,}325$$
$$8{,}674 - 5{,}16 = 8{,}674 - 5{,}160$$

PROBLEMAS SOBRE SUSTRACCION O RESTA

1.—He salido de casa con 10 pesos y he regresado con 8 pesos. ¿Cuántos he gastado?

R. 2.

2.—De 22 gallinas que tenía, se han muerto 8. ¿Cuántas quedan?

R. 14.

3.—Una persona ganaba al ingresar a una casa, 180 pesos mensuales, y actualmente le pagan 210 pesos. ¿Cuánto se le ha aumentado?

R. 30.

4.—De 62 lechones que había en un criadero, se han vendido 31. ¿Cuántos quedan?

R. 31.

5.—En una mezcla de café de 94 kilos, hay 36 kilos de café mocka y el resto de caracalillo. ¿Cuántos kilos de este café hay en la mezcla?

R. 58.

6.—En un monte de duraznos que tiene 118 plantas, se han podado 39. ¿Cuántas plantas de duraznos faltan podar?

R. 79.

7.—Hay que hacer una torre de 68 metros de altura, de los cuales ya se han hecho 30 metros. ¿Cuántos metros faltan hacer?

R. 38.

8.—Por dos casas de mi propiedad me cobran por contribución directa 119 pesos. Por una de ellas deben pagarse 52 pesos. ¿Cuánto se debe pagar por la otra?

R. 67.

9.—Un barril lleno de vino pesa 196 kilos y vacío 19 kilos. ¿Cuál es el peso del líquido?

R. 177.

10.—De 218 pesos que tenía, he gastado 106 pesos. ¿Cuánto me queda?

R. 112.

11.—Una persona cobró 615 pesos y entregó a cuenta 218 pesos. ¿Cuánto debe entregar aún?

R. 397.

12.—Un carro lleva una carga de 940 kilogramos. Se han descargado 325 kilogramos. ¿Cuántos quedan?

R. 615.

13.—En una pila compuesta de bolsas de trigo y maíz, de 814 bolsas, hay 216 de trigo. ¿Cuántas serán las bolsas de maíz?

R. 598.

14.—¿A qué edad moriría Napoleón I, sabiendo que había nacido en 1769 y que murió en 1821?

R. 52.

15.—El general San Martín nació en 1778 y murió en 1850. ¿Cuántos años tenía al morir?

R. 72.

16.—Una persona compró una casa en 6.200 pesos y la vendió en 7.420 pesos. ¿Cuánto ganó?

R. 1.220.

17.—El general Bartolomé Mitre nació en 1821 y murió en 1906. ¿A qué edad falleció?

R. 85.

18.—¿Qué número hay que agregar a 2.418 para llegar a 9.319?

R. 6.901.

19.—De los 619 novillos remitidos a la feria, han rechazado 86. ¿Cuántos novillos han admitido?

R. 533.

20.—He cosechado 796 fanegas de trigo y me he reservado 62 para semilla y he vendido las demás. ¿Cuántas fanegas he vendido?

R. 734.

21.—La Iglesia de Santo Domingo fué edificada en el año 1591. ¿Cuántos años tendrá esa edificación en el año 1926?

R. 335.

22.—Un comerciante tiene en caja 3.216 pesos y paga 2.814 pesos. ¿Cuánto le queda?

R. 402.

23.—Un cazador mató 119 perdices de las cuales regaló 62. ¿Cuántas le quedaron?

R. 57.

24.—La venta de fruta de un monte produjo 816 pesos, de los cuales se ha pagado por peones, acarreo, etc., 116 pesos. ¿Cuántos pesos líquidos quedaron?

R. 700.

25.—Tenía en el Banco de la Nación un depósito de 2.114 pesos y he sacado hoy para hacer un pago 543 pesos. ¿Cuántos pesos me quedan en el Banco?

R. 1.571.

26.—Un constructor a quien se le debe 5.118 pesos consiente en hacer una rebaja de 512 pesos. ¿Cuánto se le debe pagar?

R. 4.606.

27.—De 642 docenas de huevos que llegaron al mercado, se han vendido 518 docenas. ¿Cuántas quedan por vender?

R. 124.

28.—El Monte Blanco tiene una altura de 4.810 metros y el Aconcagua 6.970 metros. ¿Cuál es la diferencia en metros entre uno y otro?

R. 2.160.

29.—De una partida de 814 fardos de pasto remitida a Buenos Aires, han resultado 219 fardos ardidos. ¿Cuántos fardos eran buenos?

R. 595.

30.—En el año 1916 una persona tenía 36 años de edad. ¿En qué año nació?

R. 1.880.

31.—Un comerciante vendió mercaderías por valor de 33.200 pesos, sobre los cuales ganó 6.640 pesos. ¿Cuánto era el costo de las mercaderías?

R. 26.560.

32.—Para llegar a 1.000. ¿Cuántas unidades habrá que agregar a 318, 429 y 632?

R. 682, 571, 368.

33.—He pagado 120 pesos de alquiler, 50 pesos a la cocinera y 42 al carnicero. ¿Cuánto me resta de un papel de 500 pesos que tenía?

R. 288.

34.—Un ejército de 15.000 hombres perdió en una batalla 916. ¿Cuántos hombres quedaron?

R. 14.084.

35.—¿Cuál será la diferencia de años entre el descubrimiento de América, que fué en el año 1492, y la proclamación de la Independencia Argentina, que fué el 25 de Mayo de 1810?

R. 318.

36.—De 1.200 chapas de zinc que tenía un rematador para colocar, ha vendido 819. ¿Cuántas le quedan?

R. 381.

37.—Un chacarero debe arar 942 hectáreas de tierra para sembrarlas; ha arado 429 hectáreas. ¿Cuántas le faltan arar?

R. 513.

38.—En un cuartel hay 618 soldados y salen para una parada 469. ¿Cuántos soldados quedan en el cuartel?

R. 149.

39.—¿Cuál será la diferencia en kilómetros cuadrados de superficie entre la República Argentina y el Brasil, sabiendo que aquélla tiene 2.885.700 kilómetros cuadrados y éste tiene 8.337.600 kilómetros?

R. 5.451.900.

40.—Durante un mes han entrado a Buenos Aires 2.242 inmigrantes y han salido para el interior de la República 2.094. ¿Cuántos quedan en Buenos Aires?

R. 148.

41.—En un día han salido del Puerto de La Plata 1.800.000 kilogramos de maíz y del de Bahia Blanca 1.600.520 kilogramos. ¿Cuál es la diferencia de exportación entre uno y otro puerto?

R. 199.480.

42.—La superficie del globo terrestre es de 510.000.000 de kilómetros cuadrados, y la superficie de la República Argentina de 2.885.000 kilómetros cuadrados. ¿Cuál es la diferencia de superficie entre una y otra?

R. 507.115.000.

43.—La Iglesia de la Concepción de Buenos Aires fué edificada en el año 1861. ¿Cuántos años tendría esa edificación en 1926?

R. 65.

44.—Un estanciero compró un plantel de vacas pagando por ellas 26.000 pesos y las vendió en 32.000 pesos. ¿Cuánto ganó?

R. 6.000.

45.—La extensión ocupada por las aguas en el globo terrestre es de 130.000.000 de kilómetros cuadrados. ¿Cuál será la parte no ocupada por éstas sabiendo que la superficie del globo terrestre es de 510.000.000 de kilómetros cuadrados?

R. 380.000.000.

46.—Un comerciante inicia un negocio invirtiendo un capital de 215.498 pesos, y al finalizar la operación recibe 349.813 pesos. ¿Cuánto ganó el comerciante?

R. 134.315.

47.—Al levantarse el censo de una ciudad se vió que tenía 218.615 habitantes, siendo que el año anterior sólo contaba con 215.419. ¿Cuántos habitantes más obtuvo en un año?

R. 3.196.

48.—Si de 458 metros, deducimos 158 metros, nos quedará la altura de la torre Eiffel. ¿Cuál es, pues, la altura de ésta?

R. 300.

49.—¿Cuántos años habrán transcurrido desde el descubrimiento de América, que fué en el año 1492, hasta el año 1926?

R. 434.

50.—Américo Vespucio murió en el año 1513 a los 62 años de edad. ¿En qué año había nacido?

R. 1451.

51.—	82 —	34	R.	48 lápices.
52.—	71 —	43	R.	28 „
53.—	54 —	22	R.	32 „

54.—	83 —	54	R.	29	lápices
55.—	33 —	11	R.	22	„
56.—	48 —	14	R.	34	„
57.—	65 —	18	R.	47	„
58.—	99 —	76	R.	23	„
59.—	83 —	41	R.	42	„
60.—	72 —	56	R.	16	„
61.—	101 —	86	R.	15	libros.
62.—	204 —	102	R.	102	„
63.—	328 —	221	R.	107	„
64.—	456 —	318	R.	138	„
65.—	518 —	346	R.	172	„
66.—	993 —	548	R.	445	„
67.—	651 —	438	R.	213	„
68.—	816 —	714	R.	102	„
69.—	630 —	218	R.	412	„
70.—	741 —	218	R.	523	„
71.—	558 —	314	R.	244	cuadernos.
72.—	2.114 —	1.118	R.	996	„
73.—	3.918 —	2.009	R.	1.909	„
74.—	4.832 —	3.001	R.	1.831	„
75.—	9.981 —	6.516	R.	3.465	„
76.—	8.318 —	4.932	R.	3.386	„
77.—	6.639 —	3.399	R.	3.240	„
78.—	7.432 —	3.819	R.	3.613	„
79.—	5.598 —	2.291	R.	3.307	„
80.—	9.344 —	8.001	R.	1.343	„
81.—	1.119 —	972	R.	147	„
82.—	9.872 —	4.519	R.	5.353	mapas
83.—	8.818 —	1.916	R.	6.902	„
84.—	5.319 —	4.115	R.	1.204	„
85.—	8.316 —	5.105	R.	3.211	„
86.—	3.216 —	1.004	R.	2.212	„
87.—	9.870 —	3.216	R.	6.654	„
88.—	3.519 —	1.101	R.	2.418	„
89.—	7.873 —	4.159	R.	3.714	„
90.—	6.632 —	3.514	R.	3.118	„

91.—	8.119 —	6.165	R.	1.954	mapas
92.—	12.114 —	10.101	R.	2.013	metros
93.—	18.918 —	13.013	R.	5.905	„
94.—	15.315 —	12.109	R.	3.206	„
95.—	29.872 —	22.721	R.	7.151	„
96.—	45.909 —	33.133	R.	12.776	„
97.—	65.318 —	48.948	R.	16.370	„
98.—	77.177 —	48.216	R.	28.961	„
99.—	68.165 —	13.519	R.	54.646	„
100.—	99.999 —	83.188	R.	16.811	„

216	345	448	559	878	916
— 119	— 216	— 208	— 314	— 416	— 638
97	129	240	245	462	278

714	819	1916	3421	8184	7396
— 519	— 243	— 615	— 2101	— 4114	— 2918
195	576	1301	1320	4070	4478

4832	9891	8016	48176	44832	99878
— 2101	— 6361	— 4240	— 13115	— 22123	— 74816
2731	3530	3776	35061	22709	25062

35558	53114	48439	314480	998194
— 10415	— 10008	— 33941	— 101414	— 632118
25143	43106	14498	213066	366076

718114	832819	448116	336381
— 315519	— 531001	— 119831	— 216114
402595	301818	328285	120267

EJERCICIOS COMBINADOS DE SUMA Y RESTA

$$6 + 4 - 5 + 6 - 3 - 4 =$$

$$3 - 5 - 7 + 3 - 5 + 21 =$$

$$4 + 6 + 3 - 7 + 8 - 4 - 3 + 6 + 10 =$$

REGLA.—Cuando hay expresiones con sumas y restas indicadas, se suman primero los términos positivos y luego los negativos y se busca la diferencia entre las dos sumas.

Ejemplos:

1.º $6 + 4 - 5 + 6 - 3 - 4 =$

$= (6 + 4 + 6) - (5 + 3 + 4) = 16 - 12 = 4$

2.º $3 + 5 - 7 + 3 - 5 + 21 =$

$= (3 + 3 + 21) - (5 + 7 + 5) = 27 - 17 = 10$

3.º $4 + 6 + 3 - 7 + 8 - 4 - 3 + 6 + 10 =$

$= (4 + 6 + 3 + 8 + 6 + 10) - (7 + 4 + 3) = 37 - 14 = 23.$

MULTIPLICACION

Multiplicar es la operación que consiste en aumentar tantas veces un número o una cantidad determinada, como lo indique otro número u otra cantidad también determinada.

El signo empleado en la multiplicación es este: $\times$, que se lee *multiplicado por.*

Los factores que intervienen en la multiplicación, son los siguientes:

El *multiplicando* que es el número que se repite.

El *multiplicador* que es el número por el cual se repite el multiplicando.

El resultado de la operación se llama *producto.*

Para la multiplicación de un número compuesto de dos o más cifras por otro de una cifra cualquiera, se coloca el multiplicando y debajo de este el multiplicador. Empezamos a multiplicar por la derecha, repitiendo cada orden de unidades o cada número del multiplicando tantas veces como lo indique el multiplicador. El total que se obtenga será el producto buscado.

Ejemplo:

$$3 \times 8 = 8 + 8 + 8 = 24$$

Como este procedimiento resultaría engorroso en la práctica, conviene aprender de memoria el producto de la multiplicación de dos números cualesquiera, lo que obtendremos por medio de la *Tabla Pitagórica* que insertamos en la página siguiente.

TABLA PITAGÓRICA

(1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

(1)

Para hallar por medio de esta tabla el producto de la multiplicación de dos números cualesquiera, basta buscar el factor deseado en la primera fila horizontal y el otro factor en la primera columna vertical a la izquierda; en la intersección de la columna encabezada por el primer factor con la fila encabezada por el segundo factor (1) se hallará el producto de multiplicación de ambos.

Debe tenerse presente que:

Las unidades multiplicadas entre sí, dan unidades o unidades y decenas.

Ejemplos:

3 × 2 = 6 unidades.

8 × 8 = 64 unidades o sean cuatro (4) unidades y seis (6) decenas.

Las unidades multiplicadas por las decenas, dan decenas o decenas y centenas.

Ejemplos:

4 × 20 = 80 o sean 8 decenas.
4 × 30 = 120 o sean 12 decenas y así sucesivamente.

Además debemos tener presente que deberemos dar la colocación respectiva a cada producto parcial de la multiplicación en el orden correspondiente: es decir, de millares, centenas, decenas, unidades, etcétera.

Vemos, pues, que multiplicar es repetir un número tantas veces como lo indique otro.

Ejemplos:

Factor	3
Multiplicador	× 5
Producto	15

$$\begin{array}{r} 389 \\ \times\ 231 \\ \hline 389 \\ 1167 \\ 778 \\ \hline 89859 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \times\ 12 \\ \hline 46 \\ 23 \\ \hline 276 \end{array}$$

Observaciones. — Cuando uno o ambos factores terminan en ceros, se efectúa la multiplicación prescindiendo de los ceros, escribiendo a la derecha del producto total tantos ceros como haya en los factores.

Si entre dos cifras significativas del multiplicador hay uno o más ceros, los productos parciales del factor multiplicado por los ceros del multiplicador, serán todos ceros, razón por la cual se prescinde de efectuar esa parte de operación y pasar a la primera cifra significativa que precede a los ceros, cuidando de poner la primera cifra del producto parcial debajo de la del multiplicador por el cual se multiplica el multiplicando.

Ejemplos:

1500 × 32 — 2400 × 30 — 32630 × 30020

```
   1500
 ×   32
 ------
     30
    45
 ------
  48000
 ======
```

```
  2400
 ×  30
 -----
 72000
 =====
```

```
      32630
   ×  30020
   --------
       6526
   9789
   --------
  979552600
  =========
```

En el primer ejemplo, basta multiplicar 15 por 32 y añadir dos ceros a la derecha del producto.

En el segundo, se multiplica 24 por 3 y a la derecha del producto se escriben los tres ceros de los factores.

En el tercero, se presentan dos abreviaciones, pues además de terminar en ceros ambos factores, hay también ceros entre dos cifras significativas del multiplicador. De manera, pues, que basta multiplicar 3263 por 2 y después 3263 por 3, cuidando de escribir la primera cifra del producto debajo de la cifra 3 del multiplicador, y al efectuar la suma, escribir a la derecha de ésta los dos ceros de los factores.

APLICACION DE LAS OPERACIONES DE MULTIPLICAR

1.º Cuando se quiere hacer una cantidad un determinado número de veces mayor.

—Ej: Un número 12 veces mayor que 50 =

$$12 \times 50 = 600$$

2.º Cuando se conoce el valor de una cosa, se quiere averiguar el de varias.

—Ej.: Un cuaderno vale 0,15 $. ¿Cuánto valdrán 20 cuadernos iguales?

$$20 \times 0{,}15 = 3{,}00 \ \$$$

3.º Cuando se quiere reducir unidades de órdenes superiores, a órdenes inferiores.

—Ej.: ¿Cuántos Dms. hay en 35 Kms?

$$35 \times 100 = 3500 \text{ Dms.}$$

MULTIPLICACION DE NUMEROS DECIMALES

La multiplicación de números decimales se efectúa como si fueran enteros, pero teniendo presente que deben separarse por medio de la coma, tantas cifras decimales en el producto, como haya en el multiplicando y multiplicador juntos.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 66{,}32 \\ \times \quad 5{,}23 \\ \hline 19896 \\ 13264 \\ 33160 \\ \hline 346{,}8536 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 75{,}24 \\ \times \quad 342 \\ \hline 15048 \\ 30096 \\ 22572 \\ \hline 25732{,}08 \end{array}$$

En algunos casos, si el producto tuviera pocas cifras significativas para separar tantos decimales como haya en ambos factores, habrá que anteponer tantos ceros, hasta completar el número de cifras decimales que haya que separar, además del cero que corresponde al lugar de los enteros.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 0{,}0024 \\ \times \quad 0{,}06 \\ \hline 0{,}000144 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 0{,}342 \\ \times \ 0{,}0023 \\ \hline 1{,}026 \\ 684 \\ \hline 0{,}0007866 \end{array}$$

PROBLEMAS DE MULTIPLICACION

1.—En mi clase hay 28 bancos de dos asientos cada uno. ¿Cuántos alumnos pueden sentarse?

R. 56.

2.—He comprado 3 relojes a 11 $ cada uno. ¿Cuántos pesos he gastado en los tres?

R. 33.

3.—He comprado para hacerme un traje 4 metros de casamir a 20 pesos el metro. ¿Cuánto cuestan los 4 metros?

R. 80.

4.—He encargado 3 docenas de camisas, y me pasan la cuenta de que cada una vale 4 pesos. ¿Cuánto deberé abonar?

R. 144.

5.—Una docena de huevos me cuesta 1 peso. ¿Cuánto debo pagar por 15 docenas?

R. 15.

6.—Si un obrero gana 4 pesos diarios. ¿Cuánto le corresponde por 10 días de trabajo?

R. 40.

7.—Un propietario ha alquilado dos casas a razón de 45 pesos mensuales cada una. ¿Cuánto obtendrá mensualmente por esos alquileres?

R. 90.

8.—He comprado un lote de 8 vaquillonas, pagándolas a razón de 38 pesos cada una. ¿Cuánto cuesta el lote?

R. 304.

9.—Sabiendo que una gruesa de lápices se compone de 144, se desea saber cuántos lápices habrá en 3 gruesas que he comprado.

R. 432.

10.—He comprado 3 cajones de agua mineral con 36 botellas cada uno. ¿Cuántas botellas tendrán los tres?

R. 108.

11.—Tengo una biblioteca con 10 estantes, en cada uno de los cuales caben 42 libros. ¿Cuántos libros cabrán en los 10 estantes?

R. 420.

12.—Al repartirse una herencia entre 3 hermanos, le tocó a cada uno 820 pesos. ¿Cuál era el total repartido?

R. 2.460.

13.—A los 8 peones que tengo en mi quinta, les pago 40 pesos mensuales a cada uno. ¿Cuánto pagaré mensualmente entre los 8?

R. 320.

14.—Sabiendo que un propietario obtiene de una propiedad el alquiler mensual de 80 pesos. ¿Cuánto obtendrá en un año?

R. 960.

15.—He recibido 5 tambores de petróleo, cada uno de los cuales pesa 90 kilogramos. ¿Cuántos kilogramos pesarán los 5 tambores?

R. 450.

16.—Un pequeño molino muele diariamente 105 bolsas de trigo. ¿Cuántas bolsas podrá moler en 9 días?

R. 945.

17.—Un comerciante ha vendido 8 cuarterolas de vino a razón de 92 pesos cada una. ¿Cuántos pesos habrá obtenido?

R. 736.

18.—Una casa tiene 4 ventanas, cada una de las cuales tiene 8 vidrios. ¿Cuántos vidrios habrá en las 4 ventanas?

R. 32.

19.—Un comerciante ha vendido una tropa de 225 corderos a razón de 3 pesos cada uno. ¿Cuántos pesos habrá obtenido por esa venta?

R. 675.

20.—En una estancia se han esquilado 582 ovejas en un día. ¿Cuántas se esquilarán en 8 días?

R. 4.656.

21.—En una casa hay 3 escaleras, cada una de las cuales tiene 118 escalones. ¿Cuántos escalones tendrán las 3 escaleras?

R. 354.

22.—Una bolsa de trigo pesa 68 kilogramos. ¿Cuál será el peso de 52 bolsas?

R. 3.536.

23.—En una fábrica hay 82 obreros, a cada uno de los cuales se le paga el sueldo mensual de 90 $. ¿Cuánto importará el sueldo de los 82 obreros?

R. 7.380.

24.—En un criadero de aves hay 22 divisiones, en cada una de las cuales hay 120 animales. ¿Cuántos animales habrá en las 22 divisiones?

R. 2.640.

25.—He recibido un cargamento de alambre, transportado en 25 carros, en cada uno de los cuales traía 32 rollos. ¿Cuántos rollos de alambre he recibido?

R 800.

26.—En una estancia hay 30 majadas compuestas de 120 animales cada una. ¿Cuál es el total de animales?

R. 3.600.

27.—Sabiendo que un libro tiene 318 páginas, deseamos saber cuántas páginas tendrán 18 libros.

R. 5.724.

28.—Un comerciante ha comprado mercaderías pagándolas con 3 cheques de 525 pesos cada uno. ¿Cuánto gastó en las mencionadas mercaderías?

R. 1.575.

29.—¿Qué suma nos dará el número 318 multiplicado por 24?

R. 7.632.

30.—En un cuartel hay 6 divisiones, en cada una de las cuales se alojan 320 soldados. ¿Cuántos soldados habrá en las 6 divisiones?

R. 1.920.

31.—Una casa mayorista ha recibido 25 cajones de té en cada uno de los cuales vienen 115 paquetes. ¿Cuántos paquetes contendrán los 25 cajones?

R. 2.875.

32.—Un inquilino paga por el alquiler e impuestos la suma mensual de 224 pesos. ¿Cuánto habrá pagado en 24 meses?

R. 5.376.

33.—Un propietario necesita embaldosar una casa de su propiedad que consta de 3 patios. ¿Cuántas baldosas necesitará, sabiendo que en cada patio deberán utilizarse 416?

R. 1.248.

34.—¿Cuántas naranjas habrá en 12 docenas?

R. 144.

35.—Al repartirse una herencia entre 9 herederos, les tocó 818 pesos a cada uno. ¿A cuánto ascendía esa herencia?

R. 7.362.

36.—¿Cuántos litros de leche se obtendrán de 30 vacas sabiendo que 1 vaca puede dar como término medio 16 litros?

R. 480.

37.—El boleto de ferrocarril de Constitución a Mar del Plata cuesta en la temporada balnearia 40 pesos. Suponiendo que este año hayan viajado 4.000 pasajeros. ¿Cuántos pesos habrá obtenido la empresa?

R. 160.000.

38.—Una locomotora hace 60 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros hará en 48 horas?

R. 2.880.

39.—Una persona adulta respira, término medio, 14 veces por minuto. ¿Cuántas veces respirará en 60 minutos?

R. 840.

40.—Un molino ha vendido 2.800 bolsas de harina a razón de 9 pesos la bolsa. ¿Cuántos pesos obtuvo por esa venta?

R. 25.200.

41.—¿Cuál será el precio de 108 metros de paño que cuesta 16 pesos el metro?

R. 1.728.

42.—¿Cuál será el costo de la perforación del túnel del Simplón que tiene una longitud de 19.800 metros, sabiendo que cada metro costó más o menos 1.800 pesos?

R. 35.640.000.

43.—Una persona ha comprado 5 casas al precio de 28.500 pesos cada una. ¿Cuánto gastó en total?

R. 142.500.

44.—El contenido de una pipa de vino es de 230 litros. ¿Cuánto se obtendrá por su venta sabiendo que se vende a 2 pesos le litro?

R. 460.

45.—He comprado una tropa de hacienda compuesta de 624 animales y he pagado al corte a razón de 115 pesos por cada animal. ¿Cuánto deberé pagar?

R. 71.760.

46.—Sabiendo que para embaldosar 1 metro cuadrado necesitamos 25 baldosas. ¿Cuántas baldosas necesitaremos para embaldosar 900 metros cuadrados?

R. 22.500.

47.—En algunas avenidas de La Plata hay, término medio, 28 árboles en cada cuadra. ¿Cuántos árboles habrá en 22 cuadras, suponiendo que en todas haya igual número?

R. 616.

48.—Sabiendo que el minuto tiene 60 segundos, se desea saber cuántos segundos habrá en 180 minutos.

R. 10.800.

49.—¿Qué número será 516 veces mayor que el 3.224?

R. 1.663.584.

50.—Un especulador compra una casa en 18.000 pesos y la vende al tiempo en 3 veces más de lo que le costó. ¿Cuánto obtuvo por la venta?

R. 54.000.

51.—	48	×	56.	R.	2.688.
52.—	83	×	115.	R.	9.545.
53.—	118	×	92.	R.	10.856.
54.—	216	×	84.	R.	18.144.
55.—	92	×	215.	R.	19.780.
56.—	301	×	204.	R.	61.404.
57.—	414	×	293.	R.	121.302.
58.—	519	×	418.	R.	216.942.
59.—	615	×	840.	R.	436.600.
60.—	772	×	84.	R.	64.848.
61.—	96	×	319.	R.	30.624.
62.—	118	×	215.	R.	25.370.
63.—	84	×	915.	R.	76.860.
64.—	619	×	433.	R.	268.027.
65.—	835	×	413.	R.	344.855.
66.—	918	×	215.	R.	190.370.
67.—	318	×	116.	R.	36.888.
68.—	48	×	93.	R.	4.464.
69.—	115	×	86.	R.	9.890.
70.—	485	×	551.	R.	267.235.
71.—	833	×	999.	R.	832.167.
72.—	716	×	118.	R.	84.488.
73.—	814	×	715.	R.	582.010.
74.—	613	×	219.	R.	134.247.
75.—	459	×	319.	R.	146.421.
76.—	221	×	293.	R.	64.753.
77.—	615	×	816.	R.	501.840.
78.—	681	×	495.	R.	337.095.
79.—	695	×	186.	R.	129.270.
80.—	412	×	115.	R.	47.380.
81.—	1.215	×	2.113.	R.	2.567.295.
82.—	4.121	×	3.218.	R.	13.261.378.
83.—	3.924	×	8.113.	R.	31.835.412.

84.— 5.150 × 4.932. R. 25.399.800.
85.— 6.164 × 7.136. R. 43.986.304.
86.— 8.133 × 3.324. R. 27.034.092.
87.— 9.119 × 6.632. R. 60.477.208.
88.— 7.171 × 6.161. R. 44.180.531.
89.— 4.219 × 2.113. R. 8.914.747.
90.— 5.144 × 6.158. R. 31.676.752.
91.— 3.718 × 3.774. R. 14.031.732.
92.— 9.132 × 8.144. R. 74.371.008.
93.— 3.119 × 3.344. R. 10.429.936.
94.— 5.916 × 1.816. R. 10.743.456.
95.— 1.816 × 374. R. 682.783.
96.— 815 × 1.294. R. 1.054.610.
97.— 79 × 214. R. 16.906.
98.— 118 × 44. R. 5.192.
99.— 3.119 × 9.145. R. 28.523.255.
100.— 1.118 × 1.315. R. 14.607.020.

24	45	16	45	88	65
× 82	× 93	× 54	× 96	× 52	× 82
48	135	64	270	176	130
192	405	80	405	440	520
1968	4185	864	4320	4576	5330

44	216	341	815	932
× 16	× 14	× 28	× 54	× 83
264	864	2728	3260	2796
44	216	682	4075	7456
704	3024	9548	44010	77356

$$\begin{array}{r} 645 \\ \times\quad 91 \\ \hline 645 \\ 5805 \\ \hline 58695 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 780 \\ \times\quad 78 \\ \hline 6240 \\ 5460 \\ \hline 60840 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 447 \\ \times\quad 65 \\ \hline 2235 \\ 2682 \\ \hline 29055 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 318 \\ \times\quad 24 \\ \hline 1272 \\ 636 \\ \hline 7632 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2115 \\ \times\quad 293 \\ \hline 6345 \\ 19035 \\ 4230 \\ \hline 619695 \\ \hline\hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3141 \\ \times\quad 315 \\ \hline 15705 \\ 3141 \\ 9423 \\ \hline 989415 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2894 \\ \times\quad 898 \\ \hline 23152 \\ 26046 \\ 23152 \\ \hline 2598812 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7856 \\ \times\quad 731 \\ \hline 7856 \\ 23568 \\ 54992 \\ \hline 5742736 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8897 \\ \times\quad 879 \\ \hline 80073 \\ 62279 \\ 71176 \\ \hline 7820463 \\ \hline\hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9134 \\ \times\quad 918 \\ \hline 73072 \\ 9134 \\ 82206 \\ \hline 8385012 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4143 \\ \times\quad 2118 \\ \hline 33144 \\ 4143 \\ 4143 \\ 8286 \\ \hline 8774874 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3827 \\ \times\quad 3142 \\ \hline 7854 \\ 15708 \\ 3927 \\ 11781 \\ \hline 12338634 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8193 \\ \times\quad 4831 \\ \hline 8193 \\ 24579 \\ 65544 \\ 32772 \\ \hline 39580383 \\ \hline\hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9194 \\ \times\quad 7188 \\ \hline 73552 \\ 73552 \\ 9194 \\ 64350 \\ \hline 66086472 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6843 \\ \times\quad 5151 \\ \hline 6843 \\ 34215 \\ 6843 \\ 34215 \\ \hline 35248293 \\ \hline\hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3914 \\ \times\quad 1816 \\ \hline 23484 \\ 3914 \\ 31312 \\ 3914 \\ \hline 7107824 \\ \hline\hline \end{array}$$

EJERCICIOS

24 × 45	88 × 32	97 × 64
43 × 81	65 × 19	79 × 19
58 × 65	43 × 98	68 × 14
64 × 91	96 × 73	55 × 85
93 × 84	69 × 56	46 × 12
71 × 63	84 × 41	48 × 73
86 × 45	77 × 86	59 × 81
54 × 16	65 × 72	78 × 16
93 × 13	56 × 18	84 × 51
87 × 44	40 × 79	93 × 48
216 × 514	419 × 764	381 × 291
348 × 916	318 × 819	645 × 316
297 × 279	772 × 558	818 × 775
754 × 337	817 × 715	717 × 586
832 × 516	683 × 338	932 × 219
558 × 676	386 × 212	871 × 912
639 × 115	919 × 121	949 × 115
773 × 229	841 × 269	531 × 810
419 × 315	556 × 443	669 × 389
338 × 544	378 × 344	969 × 844
4329 × 9191	3161 × 514	519 × 48
2216 × 8314	9188 × 832	4816 × 56
7174 × 4318	7766 × 919	3914 × 119
3918 × 8209	6167 × 212	88 × 1144
5165 × 3410	5919 × 115	1143 × 319
6309 × 5562	3134 × 448	2916 × 814
8173 × 2126	814 × 1172	4745 × 324
1198 × 7737	1119 × 916	215 × 116
8319 × 9138	764 × 2245	3888 × 1104
6144 × 9141	7319 × 801	972 × 802

DIVISION

La división es la operación que tiene por objeto averiguar las veces que un número está contenido en otro, o bien descomponer un número dado llamado dividendo en tantas partes como lo indique el número divisor.

El signo usado en esta operación es el siguiente, : que se lee *dividido por*.

Los términos de la división, son:

El *dividendo* que es el número que se divide.

El *divisor* que es el número por el cual se divide, o sea el que nos dará las partes que se obtengan del dividendo.

El *cuociente* que es el resultado de la operación.

Para dividir un número de dos o más cifras por uno de una cifra, se coloca el divisor a la derecha del dividendo, separado de éste por una línea vertical; luego trazaremos otra línea horizontal unida con aquélla, para colocar debajo de ella el cuociente que se obtenga.

Ejemplo:

Sea dividir 144. por 12

Sería:

Dividendo	Divisor	
144	12	
24	12	Cuociente

Como vemos, empezaremos a dividir por la izquierda del dividendo y se averigua cuántas veces el divisor está contenido en la primera o en la primera y segunda cifras y la cifra que indique ese número de veces será la primera cifra parcial de la izquierda que debemos colocar como cuociente, ahora ésta cifra multiplica al divisor y el producto se resta del primer dividendo parcial; a la derecha de este resto, se baja la cifra siguiente del dividendo con lo que formaremos el segundo dividendo parcial que se divide por el divisor como se hizo con el primer dividendo parcial; el resultado de esta nueva división será la cifra siguiente del cuociente, con la cual haremos la misma operación que con la anterior. La cantidad que se haya formado en el lugar del cuociente, será el cuociente buscado. Cuando al bajar una cifra al lado de cualquiera de los restos, no diera una cantidad que se pueda dividir por el divisor, entonces deberán bajarse dos cifras, colocando *cero* en el cuociente.

La prueba de la división la obtendremos multiplicando el cuociente obtenido por el divisor, y si la operación está bien el resultado deberá ser igual a la cantidad que figura como dividendo.

Orden de los factores de la división:

Dividendo

Dividendo		Divisor		Cuociente
6	:	3	=	2
144	:	12	=	12

18 : 6 = 3
306 : 102 = 3

24 : 8 = 3
2250 : 125 = 18

Cuando el divisor termina con uno o más ceros, éstos se suprimen, y se efectúa la división con el número formado por las cifras significativas; teniendo en cuenta que hay que separar con una coma, tantas cifras a la derecha del cuociente como ceros se hayan eliminado.

Ejemplo:

$$24868 \div 400$$

Se divide 24868 por 4 y resulta 6217 y separando las dos cifras de la derecha se obtiene 62,17.

De lo expuesto, se deduce que al suprimir los dos ceros del divisor, éste ha quedado dividido por 100, en consecuencia corresponde dividir el cuociente por 100.

Cuando el dividendo y el divisor terminan en ceros, se suprimen éstos en igual número en ambos términos y se efectúa la división.

Pero en caso de que la división sea inexacta debe añadirse a la derecha de los residuos, tantos ceros como sean los suprimidos en el dividendo, y como en el caso anterior, separar a la derecha del cuociente tantas cifras como ceros se hayan agregado a los residuos.

Ejemplos:

1.º $27900 \div 300 = 93 \quad 279 \div 3 = 93$

2.º $36500 \div 400 \quad 365 \div 4 = 91$

y queda 1 de residuo, a este número se le agrega a la derecha un 0 y se obtiene 10 que dividido por 4 da 2 por cuociente y 2 como residuo,, a éste se le agrega otro cero y se obtiene 20 que dividido por 4 da 5 por cuociente. Como estas dos últimas cifras son decimales, se separan con una coma.

$$\begin{array}{r|l} 365 & 4 \\ \hline 05 & 91{,}25 \\ 10 & \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

DIVISION DE DECIMALES

Cuando uno o los dos términos de una división son decimales, es necesario igualar el número de cifras decimales en el dividendo y divisor, añadiendo ceros al término que tenga menos o que no tuviera ninguno, efectuándose la división como si fueran enteros prescindiendo de las comas.

Ejemplos:

1.° $6,5 \div 1,25 = 6,50 \div 1,25 = 650 \div 125$

2.° $75 \div 0,05 = 75,00 \div 0,05 = 7500 \div 5$

3.° $102,96 \div 36 = 102,96 \div 36,00 = 10296 \div 3600$

Observaciones. — Cuando el divisor es un número entero, se puede efectuar la división sin igualar el número de cifras decimales teniendo cuidado de poner coma en el cuociente al comenzar a dividir las cifras decimales.

Cuando el divisor tiene menos cifras decimales que el dividendo, puede suprimirse la coma del divisor, trasladando la del dividendo tantos lugares a la derecha como sean las cifras decimales del divisor.

APLICACION DE LAS OPERACIONES DE DIVIDIR

Cuando se conoce el producto de dos factores y uno de ellos, se quiere saber cuál es el otro factor.

Ejemplos:

$6 \times x = 48$ el valor de x es $48 \div 6 = 8$

Cuando se quiere hacer un número 2, 3, 4, 5, etc., veces menor que otro.

Ejemplos:

¿Cuál es el número 15 veces menor que 945?

$945 \div 15 = 63$

Cuando se conoce el valor de un número determinado de unidades, se quiere saber el de una sola.

Ejemplo:

84 libros valen 252 $. ¿Cuánto vale uno solo?

$252 \div 84 = 3$

Cuando se conoce el valor de un determinado número de unidades y el valor de una sola, se quiere saber cuántas son.

Ejemplo:

¿Cuántos corderos de 8 $ c|u., se pueden comprar con 128 $?

$128 \div 8 = 16$

Cuando unidades de órdenes inferiores, se quieren reducir a unidades de órdenes superiores.

Ejemplo:

¿Cuántas has. hay en 360000 cas.?

$$360000 \div 10000 = 36 \text{ has.}$$

PROBLEMAS DE LA DIVISION

1.—Dos obreros han ganado 48 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 24.

2.—Por alquiler de una casa he pagado en 3 meses 360 pesos. ¿A cuánto corresponde por mes?

R. 120.

3.—He ganado en 4 días 44 pesos. ¿Cuánto corresponde por día?

R. 11.

4.—Por flete de tres corderos finos el ferrocarril me cobra 12 pesos. ¿Cuánto cuesta el flete de cada uno?

R. 4.

5.—He pagado en un año a un dependiente la suma de 360 pesos. ¿Cuánto ganaba al mes?

R. 30.

6.—He obtenido por la venta de 3 casas la suma de 12.000 pesos. ¿A cuánto se vendió cada una?

R. 4.000.

7.—Debemos repartir 18.000 pesos entre 3 personas. ¿Cuánto le adjudicaremos a cada una?

R. 6.000.

8.—En cuatro trajes que he mandado hacer se han gastado 20 metros de género. ¿Cuántos metros llevó cada traje?

R. 5.

9.—He pagado a un hotelero, por 15 días de pensión, la suma de 60 pesos. ¿Cuánto importa la pensión diaria?

R. 4.

10.—¿Cuál es el número que está contenido 40 veces en el 326.200?

R. 8.155.

11.—Por limpiar 6 trajes me han cobrado 24 pesos. ¿Cuánto me cobraron por cada uno?

R. 4.

12.—Un terreno de cien metros nos costó 700 pesos. ¿A cuánto se pagó el metro?

R. 7.

13.—216 metros de género nos han costado 1.728 pesos. ¿A cuánto sale el metro?

R. 8.

14.—Por la estadía en Necochea de mi familia, que se compone de 6 personas, me han cobrado en 20 días la suma de 1.200 pesos. ¿Cuánto he pagado por día y por persona?

R. 10.

15.—¿Qué tiempo tardará en recorrer 1.800 kilómetros un tren que recorre 120 kilómetros por hora?

R. 15 h.

16.—Una tropa compuesta de 1.216 animales me ha costado 12.160 pesos. ¿Cuánto he pagado por cada uno?

R. 10.

17.—Un comerciante adeuda 300 pesos y desea saber qué tiempo tardará en pagarlos si mensualmente entrega 15 pesos?

R. 20 meses.

18.—Una persona desea ahorrar 180 pesos por año. ¿Cuánto debe economizar por mes?

R. 15.

19.—Un padre al morir deja 156.000 pesos para ser repartidos entre sus 8 hijos. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

R. 19.500.

20.—Una costurera ha entregado 324 camisas que ha hecho y por las cuales le abonan 648 pesos. ¿A cuánto le han pagado cada camisa?

R. 2.

21.—Un empresario ha pagado a 18 obreros por el trabajo de 1 día 72 pesos, y se desea saber cuánto le corresponde a cada uno.

R. 4.

22.—Por la invernada de 120 animales durante 6 meses he pagado 600 pesos. ¿Cuánto he pagado por mes?

R. 100.

23.—He comprado 12 docenas de aves y me han cobrado por todas 144 pesos. ¿Cuánto me ha costado cada una?

R. 1.

24.—El transporte de 10 caballos finos en vagones especiales me cuesta 670 pesos. ¿Cuánto me cuesta el flete de cada uno?

R. 67.

25.—En las 14 divisiones de una quinta se han plantado 2 842 árboles. ¿Cuántos corresponden a cada división?

R. 203.

26.—Un comerciante ha ganado en un año 24.000 pesos. ¿Cuál ha sido la ganancia mensual?

R. 2.000.

27.—Un constructor ha obtenido en un año una ganancia de 2.880 pesos. ¿Cuánto es la ganancia diaria?

R. 8.

28.—¿Cuál será el número que se halla contenido 30 veces en el 3.960?

R. 132.

29.—¿Qué tiempo tardaría un tren en recorrer 1.160 kilómetros si recorre 58 kilómetros por hora?

R. 20 h.

30.—¿Qué producto nos dará la división del número 7.855 por 5?

R. 1.571.

31.—Un comerciante ha pagado por un cargamento de 1.000 kilogramos 4.000 pesos. ¿Cuánto pagó por cada kilogramo?

R. 4.

32.—En la última temporada balnearia el ferrocarril del Sud transportó a Mar del Plata 4.000 pasajeros los que pagaron por concepto de pasaje 160.000 pesos. ¿Cuánto costaba cada pasaje?

R. 40.

33.—Una pieza de género de 268 metros vale 1.876 pesos. ¿Cuánto valdrá el metro?

R. 7.

34.—He salido de mi casa con 600 pesos en el bolsillo, los que he pagado en partes iguales entre 60 acreedores. ¿Cuánto pagué a cada uno?

R. 10.

35.—¿Cuántos cortes de 12 metros se sacarán de una pieza de género de 1.440 metros?

R. 120.

36.—100 kilos de yerba me han costado 100 pesos. ¿Cuánto me cuesta el kilo?

R. 1.

37.—Tres estancias se han vendido en 240.000 pesos. ¿Cuál es el término medio del precio obtenido por cada una?

R. 80.000.

38.—Un bodeguero ha cosechado 647.900 litros de vino y desea saber cuántas bordalesas de 220 litros cada deberá utilizar para guardar en las mismas ese vino.

R. 2.945.

39.—Un tren ha recorrido 2.880 kilómetros en 48 horas, y se desea saber qué distancia habrá recorrido en cada hora.

R. 60. K.

40.—Un empleado ha pagado por pensión, casa, etc., la suma de 2.880 pesos en 24 meses. ¿Cuánto pagaba por día?

R. 4.

41.—Un padre de familia trabaja durante 320 días al año y recibe por su trabajo la suma de 960 pesos. ¿Cuánto ha ganado por día?

R. 3.

42.—Un señor dejó al fallecer bienes y valores por un total de 425.000 pesos, disponiendo en su testamento que ellos sean repartidos entre su esposa y sus 3 hijos, estableciendo que a aquélla le toque el doble de lo que a cada uno de los hijos pertenezca. ¿Cuánto le corresponde a la madre y cuánto a cada hijo?

R. 170.000 y 85.000.

43.—Un estanciero compra cierta cantidad de hacienda vacuna invirtiendo la suma de 99.440 pesos. ¿Cuántos animales habrá comprado, sabiendo que cada uno le ha costado 80 pesos?

R. 1.243.

44.—Un terreno compuesto de 720 metros ha costado la suma de 6.480 pesos. ¿A cuánto se pagó el metro?

R. 9.

45.—Un obrero gana 90 pesos mensuales más 1 peso diario para la comida. ¿Cuánto ganará por día?

R. 4.

46.—¿Cuál es el número que se halla contenido 74 veces en el 396.418?

R. 5.357.

47.—Sabiendo que el cavar un pozo la temperatura aumenta un grado cada 33 metros que se cavan de profundidad. ¿Qué temperatura habrá en un pozo que tiene 1.650 metros de profundidad?

R. 50°.

48.—¿Qué tiempo tardará en llenarse un estanque que tiene una capacidad de 7.200 litros, si dejamos abierta una canilla que arroja 600 litros por hora?

R. 12 h.

49.—Un terreno compuesto de 9.450 metros debemos fraccionarlo en 15 lotes iguales. ¿Cuántos metros le corresponde a cada lote?

R. 630.

50.—Una fuente arroja 5 litros de agua por minuto. ¿En qué tiempo llenará un recipiente que tiene capacidad para 600 litros?

R. 120 minutos o 2 horas.

51.—	45 :	9	R.	5.	55.—	132 :	12	R.	11.
52.—	84 :	7	R.	12.	56.—	154 :	11	R.	14.
53.—	104 :	8	R.	13.	57.—	120 :	10	R.	12.
54.—	56 :	4	R.	14.	58.—	88 :	8	R	11.

59.— 168 : 12 R. 14.
60.— 156 : 12 R. 13.
61.— 169 : 13 R. 13.
62.— 126 : 14 R. 9.
63.— 112 : 14 R. 8.
64.— 140 : 14 R. 10.
65.— 98 : 14 R. 7.
66.— 91 : 13 R. 7.
67.— 70 : 14 R. 5.
68.— 108 : 12 R. 9.
69.— 144 : 12 R. 12.
70.— 143 : 11 R. 13.
71.— 100 : 10 R. 10.
72.— 3.190 : 22 R. 145.
73.— 2.835 : 15 R. 189.
74.— 3.816 : 18 R. 212.
75.— 4.526 : 31 R. 146.
76.— 7.888 : 29 R. 272.
77.— 6.622 : 43 R. 154.
78.— 9.450 : 54 R. 175.
79.— 5.346 : 27 R. 198.
80.— 2.983 : 19 R. 157.
81.— 3.888 : 216 R. 18.
82.— 9.690 : 114 R. 85
83.— 4.964 : 310 R. 16.
84.— 7.854 : 231 R. 34.
85.— 9.130 : 415 R. 22.
86.— 6.695 : 515 R. 13.
87.— 8.832 : 128 R. 69.
88.— 7.880 : 394 R. 20.
89.— 4.928 : 224 R. 22
90.— 5.697 : 211 R. 27.
91.— 9.814 : 701 R. 14.
92.— 9.075 : 605 R. 15.
93.— 5.740 : 410 R. 14
94.— 6.886 : 313 R. 22.
95.— 4.012 : 118 R. 34
96.— 6.058 : 233 R. 26.
97.— 4.199 : 247 R. 17.
98.— 7.968 : 332 R. 24.
99.— 8.517 : 501 R. 17.
100.— 3.939 : 303 R. 13.
101.— 5.785 : 445 R. 13.
102.— 9.996 : 110 R. 84.
103.— 9.045 : 201 R. 45.
104.— 8.512 : 304 R. 28.

EJERCICIOS

16.166 : 532
160 : 24
218 : 31
543 : 28
416 : 15
786 : 19
884 : 70

24.186 : 315
232 : 45
988 : 44
603 : 12
545 : 15
337 : 13
2.149 : 201

901	:	33	3.986	:	332
619	:	68	8.194	:	561
772	:	11	7.696	:	238
469	:	56	4.586	:	119
328	:	28	6.528	:	324
904	:	102	19.814	:	668
9.872	:	654	21.144	:	214
8.518	:	305	18.973	:	317
7.916	:	408	17.636	:	801
10.166	:	675	15.849	:	509
12.149	:	908	14.993	:	116
11.114	:	216	20.140	:	212
13.998	:	341	24.186	:	315
16.166	:	532	18.139	:	472

CANCELACION

Las divisiones pueden representarse en forma de quebrado, teniendo presente que todo quebrado es una división indicada.

Ejemplo:

$$352 \div 8 = \frac{352}{8}$$

El dividendo y el divisor puede estar formado por varios factores, de manera que para efectuar la operación se multiplican los factores dividendos o numeradores entre sí y los factores del divisor o denominadores también entre sí y luego dividir el producto numerador por el producto denominador.

Ejemplo: $$\frac{3 \times 9 \times 2 \times 5 \times 7}{5 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2} = 4\tfrac{1}{2}$$

Esta operación se puede abreviar suprimiendo en el numerador y denominador los factores comunes. En este ejemplo se pueden eliminar los factores comunes 3, 2, 5 y 7 y resultará:

$$\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Al simplificar la expresión se ve que su valor no ha variado, puesto que se ha dividido ambos términos del quebrado por el producto de los factores $3 \times 2 \times 7 \times 5$ quedando 9 como numerador y 2 por denominador o sea 9 dividido por 2.

En algunos casos, si al suprimir los factores comunes no quedara ningún factor en alguno de los términos, se pondrá en su lugar la unidad.

Ejemplos:

$$\frac{7 \times 4}{4 \times 9 \times 6 \times 7} = \frac{1}{9 \times 6} = \frac{1}{54}$$

$$\frac{4 \times 9 \times 6 \times 7}{7 \times 4} = \frac{9 \times 6}{1} 54$$

$$\frac{24 \times 15 \times 7 \times 3 \times 18}{8 \times 3 \times 21 \times 5 \times 6} = 9$$

En esta última expresión parece a primera vista que no hay más factores comunes que el 3, pero se puede, simplificando los factores dividendo y divisor y luego eliminarlos; tomemos el factor dividendo 24 que es divisible por el factor divisor 8; siendo 8 el mayor divisor común a los dos, éste queda eliminado y resulta 3 como factor dividendo, la expresión queda así:

$$\frac{3 \times \ 5 \times 7 \times 18}{21 \times 5 \times 6} = 9$$

Ahora los factores 15 y 21, ambos divisibles por 3 resultan 5 como dividendo y 7 como divisor.

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times 18}{7 \times 5 \times 6} = 9$$

Eliminando ahora los factores comunes 7 y 5 tendremos la expresión

$$\frac{3 \times 18}{6} = 9$$

Simplificando los factores 18 y 6 dividiendo el primero por el segundo, tendremos:

$$\frac{3 \times 3}{1} = 9$$

A estas eliminaciones es lo que se llama *Cancelación.*

QUEBRADOS O FRACCIONES COMUNES

El quebrado o fracción común, es el número que expresa una o varias partes iguales en que puede ser dividida la unidad entera.

Si tomamos por ejemplo, una naranja, y la dividimos en *dos partes* iguales, cada una de esas partes se llamará *una mitad* de la naranja o bien *media* naranja. Si la misma naranja la dividimos en *tres partes iguales*, cada una de esas partes será *un tercio* de naranja; si la dividimos en *cuatro partes* iguales, cada una de esas partes será *un cuarto*, y así sucesivamente se designarán con los nombres de *quinto, sexto, séptimo, octavo, noveno, décimo*, cada una de las partes iguales en que se divida la naranja. Si esta fuera dividida en más de diez partes iguales, cada una de esas partes se leerá por su número correspondiente, agregando a ésta la palabra *avos*. Así, si la naranja la dividiéramos en *catorce partes* iguales, cada una de esas partes se llamaría un *catorce avos* y si esa división la hiciéramos de *treinta partes* iguales, se leería un *treintavos*.

El quebrado se expresa por medio de dos números separados por una raya horizontal u oblícua, así:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{6}{12}$$

o bien:

2/3 4/5 6/12

El número que va encima de la raya horizontal o el de la izquierda de la raya oblícua se llama *numerador* y el que se coloca debajo de la primera o a la derecha de la raya oblícua, se llama *denominador*.

El *numerador* es el que nos indica el número de partes iguales que se han de tomar de la unidad y el *denominador* el número de partes en que se ha dividido la unidad.

Ejemplo:

$$\frac{4 \text{ (numerador)}}{8 \text{ (denominador)}}$$

que se leería: *cuatro octavos.* En este caso el 8 expresa que la unidad entera ha sido dividida en ocho partes iguales y el 4, que es la unidad entera, indica que se han tomado cuatro de esas partes.

QUEBRADO IMPROPIO

Quebrado impropio es aquel cuyo numerador es mayor que el denominador, pero sin contenerlo un número exacto de veces.

Así los quebrados:

$$\frac{10}{3} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{7}{4}$$

son, por las razones expresadas, quebrados impropios.

Para saber cuantas unidades enteras o parte de la unidad expresa un quebrado impropio, se divide el numerador por el denominador y el cuociente que se obtenga indicará el número de unidades que expresa el quebrado.

Cuando el numerador de un quebrado es exactamente divisible por el denominador, el quebrado representa una o varias unidades enteras; siendo por esta razón un *quebrado aparente.*

Ejemplo:

Los quebrados $\frac{8}{8}$, $\frac{18}{3}$, $\frac{15}{5}$, etc., son quebrados aparentes poi que contienen respectivamente el valor de 1, 6 y 3 unidades.

NUMERO MIXTO

Se llama *número mixto* a aquel que se compone de un entero y un quebrado. Para escribir números mixtos bastará unir por medio del signo de sumar, el entero y el quebrado para que formen el número mixto; así:

$$5 + \frac{2}{5} \qquad 7 + \frac{1}{6}, \text{ etc.}$$

Lo mismo sería escribirlos sin el signo, dado que en la práctica comunmente se suprime, y entonces los escribiríamos simplemente así:

$$5\frac{2}{5} \qquad 7\frac{1}{6}, \text{ etc.}$$

Para reducir números mixtos a enteros, no haremos más que dividir el numerador del quebrado por el denominador y el resultado que obtengamos lo sumanos al entero, lo que nos dará la numeración entera,

Ejemplo:

$5\frac{12}{4}$ serían $12 : 4 = 3$, que sumados a las 5 enteros nos daría un total de 8 enteros; quiere decir entonces que $5\frac{12}{4}$ equivalen a ocho enteros.

PROPIEDADES DE LOS QUEBRADOS

Multiplicando el numerador de un quebrado por un número entero, el valor del quebrado queda multiplicado por ese número.

Ejemplo:

$$\frac{4 \times 3}{19} = \frac{12}{19},\ \frac{12}{19} \text{ es 3 veces menor que } \frac{4}{19}.$$

Dividiendo el numerador de un quebrado por un número entero, el valor del quebrado queda dividido por ese número.

Ejemplo:

$$\frac{6 \div 3}{8} = \frac{2}{8},\ \frac{2}{8} \text{ es 3 veces mayor que } \frac{6}{8}.$$

Multiplicando el denominador de un quebrado por un número entero, el quebrado queda dividido por ese número.

Ejemplo:

$$\frac{3}{8 \times 2} = \frac{3}{16},\ ^{3}|_{16} \text{ es 2 veces menor que } \tfrac{3}{8}.$$

Dividiendo el denominador de un quebrado se divide por un número entero, el quebrado queda multiplicado por ese número.

Ejemplo:

$$\frac{3}{8 \div 2} = \frac{3}{4}.\ \tfrac{3}{4} \text{ es 2 veces mayor que } \tfrac{3}{8}$$

Multiplicando o dividiendo ambos términos de un quebrado por un mismo número, el valor del quebrado no varía.

Ejemplo:

$$\frac{3}{6} \times 3 = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{6} \div 3 = \frac{1}{2}$$

REDUCCION DE QUEBRADOS

La reducción de quebrados consiste en variar sus términos o forma sin que por esto se altere su valor.

SIMPLIFICACION DE QUEBRADOS O REDUCIRLOS A SU MENOR EXPRESION

La simplificación de quebrados consiste en convertirlos en otros de igual valor, pero con términos menores a fin de que pueda apreciarse más fácilmente su valor y al mismo tiempo para efectuar las operaciones con más rapidez.

Para reducirlos a su menor expresión se dividen ambos términos del quebrado por un mismo divisor, hasta obtener otro cuyos términos no sean divisibles por ningún divisor común.

Ejemplo:

$$\frac{16 : 2}{20 : 2} = \frac{8 : 2}{10 : 2} = \frac{4}{5}$$

$\frac{4}{5}$ es un quebrado irreductible porque sus dos términos son primos entre sí.

De lo expuesto tenemos que un quebrado puede simplificarse, dividiendo ambos términos por el m. c. d. de los mismos.

Sea simplificar el quebrado $\frac{3750}{7750}$. Como ambos términos del quebrado terminan en ceros se suprimen (el mismo número en cada uno) luego hállase el m. c. d. de 375 y 775 el cual dividirá a los dos. Siendo el m. c. d. 125 tendremos:

$$\frac{375 \div 125}{775 \div 125} = \frac{3}{7}$$

METODO DE LOS DIVISORES COMUNES

Para simplificar un quebrado con el método de los divisores comunes, se dividen sucesivamente ambos términos por divisores comunes a los dos.

Ejemplo:

$$\frac{2100}{5460} = \frac{2100 \div 10}{5460 \div 10} = \frac{210}{546}$$

$$\frac{210 \div 2}{546 \div 2} = \frac{105}{273} \quad \frac{105 \div 7}{273 \div 7} = \frac{15}{39}$$

$$\frac{15 \div 3}{39 \div 3} = \frac{5}{13}, \text{ luego: } \frac{2100}{5460} = \frac{5}{13}.$$

REDUCCION DE QUEBRADOS A UN COMUN DENOMINADOR

Reducir quebrados a común denominador, es convertirlos en otros de igual valor, con un mismo denominador.

Para reducir dos o más quebrados a común denominador, se multiplica cada numerador por todos los denominadores menos por el suyo, poniendo por denominador común el producto de todos los denominadores.

Para reducir a común denominador los quebrados $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, se efectua así:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3 \times 5}{4 \times 3 \times 5} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4 \times 5}{4 \times 3 \times 5} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3 \times 4}{4 \times 3 \times 5} = \frac{36}{60}$$

METODO DEL M. C. M.

Para reducir dos o más quebrados a su *mínimo denominador común*, conviene primeramente simplificarlos; hállese el m. m. c. de los denominadores, dividiendo luego éste por cada uno de ellos, y multiplíquese ambos términos de cada quebrado por el respectivo cuociente.

Ejemplo:

$$\frac{2}{8}, \frac{3}{6}, \frac{1}{12}, \text{ que simplificados son: } \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{12}$$

En este caso el numerador 12 se puede tomar como *mínimo denominador común* porque es divisible por todos ellos, luego tendremos:

$$12 \div 4 = 3$$
$$12 \div 2 = 6$$
$$12 \div 12 = 1$$

Efectuando las multiplicaciones indicadas, por los cuocientes obtenidos:

$$\frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{3 \times 4} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6 \times 1}{6 \times 2} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1 \times 1}{1 \times 12} = \frac{1}{12}$$

o también:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 12 \div 4}{4 \times 12 \div 4} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 12 \div 2}{2 \times 12 \div 2} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1 \times 12 \div 12}{12 \times 12 \div 12} = \frac{1}{12}$$

REDUCIR UN NUMERO MIXTO A QUEBRADO IMPROPIO

Para reducir un número mixto a quebrado impropio, se multiplican los enteros por el denominador del quebrado, y al producto se suma el numerador del quebrado, dándosele por denominador, el denominador del mismo quebrado.

Ejemplo:

Reducir a quebrado impropio el siguiente número mixto:

$$16\frac{3}{4} = \frac{(16 \times 4) + 3}{4} = \frac{64 + 3}{4} = \frac{67}{4}$$

REDUCIR QUEBRADOS IMPROPIOS A ENTEROS

Para reducir quebrados impropios a enteros, se divide el numerador por el denominador; el cuociente obtenido serán los enteros y si hay residuo éste formará además del entero, un quebrado cuyo denominador será el denominador divisor.

Ejemplo:

$\frac{75}{4}$ reducidos a enteros .

Teniendo en cuenta que la unidad equivale a 4 cuartos, en los 75 cuartos habrán tantas unidades como las veces que 4 esté contenido en 75, y siendo que 4 está contenido 18 veces y con 3 de residuo, el quebrado equivale a $18 \frac{3}{4}$.

$$\frac{75}{4} = 75 \div 4 = 18\frac{3}{4}$$

REDUCCION DE ENTEROS A QUEBRADOS

Un número entero se puede reducir a un quebrado de denominador dado, multiplicando el entero por ese número, poniendo el producto por numerador.

Ejemplo: Reducir el número entero 16 a *quintos* o sea a un quebrado aparente cuyo denominador sea 5. Es evidente que si un entero equivale a 5 quintos, 16 enteros tendrán 16 veces 5 quintos, o sea 80 quintos $= \frac{80}{5}$.

$$16 = \frac{16 \times 5}{5} = \frac{80}{5}$$

REDUCCION DE FRACCIONES COMUNES A DECIMALES

Para reducir una fracción común a decimal, se divide el numerador por el denominador, agregando a la derecha de cada residuo tantos ceros como sea la aproximación que se desee obtener.

Ejemplos:

$$\frac{1}{4},\ \frac{18}{5},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{6}$$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ \hline 20 & 0{,}25 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 5 \\ \hline 30 & 3{,}6 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline 10 & 0{,}33333.... \\ 10 & \\ 10 & \\ 10 & \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 6 \\ \hline 40 & 0{,}1666..... \\ 40 & \\ 40 & \\ 4 & \end{array}$$

De donde: $\frac{1}{4} = 0{,}25 \quad \frac{18}{5} = 3{,}6 \quad \frac{1}{3} = 0{,}333.... \quad \frac{1}{6} = 0{,}1666...$

En algunos casos la división no es exacta y se sigue repitiendo indefinidamente, obteniéndose por cuociente una fracción decimal aproximada en menos.

En los dos segundos ejemplos se ha obtenido las fracciones decimales aproximada en menos = 0,333.... y 0,166.... y en más serían = 0,334 y 0,167.

Cuando al efectuarse la división, las cifras decimales se repiten indefinidamente y en el mismo orden, se llama fracción decimal periódica.

El número formado por las cifras que se repiten constantemente es la parte periódica o período. A veces antes del primer período hay cifras decimales que no se repiten, éstas constituyen la parte no periódica.

Toda fracción común reducida a decimal, da indefectiblemente una fracción decimal exacta o periódica.

Las fracciones decimales periódicas pueden ser de dos tipos:

Periódicas puras, cuando los períodos empiezan después de la coma decimal.

Ejemplo:

$$\frac{7}{11} = 0{,}636363.....$$

Periódicas mixtas, cuando contienen partes no periódicas.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} = 0{,}1666.....$$

En el primer ejemplo, los períodos que se repiten es 63. En el segundo, los períodos son el 6 y 1 es la parte no periódica.

REDUCCION DE FRACCIONES DECIMALES A FRACCIONES COMUNES

Para reducir una fracción decimal a común se suprime la coma y tomándolo como numerador se le da por denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga.

Ejemplo:

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

Si es una fracción decimal periódica pura, se pone por numerador un solo período y poniéndole por denominador un número compuesto por tantos nueves como cifras contenga el período.

Ejemplos:

$$0{,}636363\ldots\ldots = \frac{63}{99} = \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$$

$$0{,}666\ldots\ldots = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Si la fracción decimal es periódica mixta, se forma el numerador, tomando la parte no periódica a la que le seguirá un período, a este número así formado se le resta un valor igual a la parte no periódica y la diferencia que resulte se tiene por numerador, dándosele por denominador un número formado por tantos nueves como cifras contenga el período, y con tantos ceros a su derecha como cifras tenga la parte no periódica.

Ejemplos:

$$0{,}1666.... = \frac{16 - 1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$0{,}5333.... = \frac{53 - 5}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

SUMA DE QUEBRADOS

En la suma de quebrados pueden ocurrir tres casos:

1.° Sumar quebrados que tienen un mismo denominador.

2.° Sumar quebrados que tienen diferentes denominadores.

3.° Suma de números mixtos.

Primer caso. — Para sumar quebrados de igual denominador, se suman los numeradores y a esta suma se le da por denominador el mismo de los quebrados.

Ejemplo:

$$\frac{4}{9}+\frac{3}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4+3+2+1}{9}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$$

Segundo caso. — Para sumar quebrados de distinto denominador, se reducen a quebrado de común denominador, luego se efectúa la suma como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$\frac{4}{3}+\frac{5}{2}+\frac{4}{9}=\frac{72}{180}\quad\frac{135}{180}\quad\frac{80}{180}=$$

$$\frac{72+135+80}{180}=\frac{287}{180}=2\frac{71}{180}$$

Tercer caso. — Para sumar números mixtos, se suman los quebrados como en el primero o segundo caso y el resultado se agrega a la suma de los enteros.

Ejemplo:

$$6\frac{1}{2} + 7\frac{5}{6} + 3\frac{3}{4} =$$

$$6 + 7 + 3\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = 16 + \frac{24 + 40 + 36}{48} =$$

$$16 + \frac{100}{48} = 16 + 2\frac{4}{4} = 18\frac{1}{12}$$

RESTA DE QUEBRADOS

Lo mismo que en la suma, en la resta de quebrados se presentan tres casos:

1.° Restar quebrados de igual denominador.
2.° Restar quebrados de distinto denominador.
3.° Restar números mixtos.

Primer caso. — Para restar quebrados de igual denominador, se restan los numeradores y a la diferencia se le da por denominador, el denominador común.

Ejemplo:

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{6 - 2}{7} = \frac{4}{7}$$

Segundo caso. — Para restar quebrados de diferente denominador, se reducen a común denominador y luego se efectúa la operación como en el primer caso.

Ejemplo:

$$\frac{7}{9}-\frac{1}{3}=\frac{21}{27}-\frac{9}{27}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}$$

Tercer caso. — Para restar números mixtos, se restan aparte los enteros y los quebrados, luego se suman las diferencias.

Ejemplo:

$$7\frac{3}{2}-4\frac{5}{3}=7-4+\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)=3+\frac{10-9}{15}=$$

$$3+\frac{1}{15}=3+\frac{1}{15}$$

Casos particulares que pueden ocurrir en la resta de números mixtos:

1.° Que el quebrado del minuendo sea menor que el del sustraendo.

En este caso se aumenta de una unidad tomada a los enteros del minuendo y reducida a un quebrado que tenga un común denominador.

Ejemplos:

$$1.^{\circ}\quad 8\frac{2}{9}-5\frac{6}{9}$$

$$=8\frac{2}{9}-5\frac{6}{9}=7\left(\frac{9}{9}+\frac{2}{9}\right)-5\frac{6}{9}=$$

$$7\frac{11}{9}-5\frac{6}{9}=(7-5)+\frac{11-6}{9}=2\frac{5}{9}$$

2.° Con quebrados de diferente denominador:

$$9\frac{4}{9} - 5\frac{6}{7}$$

$$= 9\frac{4}{9} - 5\frac{6}{7} = 9\frac{28}{63} - 5\frac{54}{63} =$$

$$8\left(\frac{63}{63} + \frac{28}{63}\right) - 5\frac{54}{63} = 8\frac{91}{63} - 5\frac{54}{63} =$$

$$(8 - 5) + \frac{91 - 54}{63} = 3\frac{37}{63}$$

3º Si uno solo de los términos de la resta es un número entero o mixto, se efectúa la operación teniendo en cuenta las reglas generales establecidas. Basta observar las operaciones de los ejemplos siguientes:

1.° $$8\frac{3}{5} - 6 = 8 - 6 + \frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}$$

2.° $$9 - 4\frac{3}{5} = 8\frac{5}{5} - 4\frac{3}{5} = 8 - 4 + \frac{5 - 3}{5} = 4\frac{2}{5}$$

3.° $$6\frac{3}{4} - \frac{}{} = 5\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 5 + \frac{4 - 3}{4} = 5\frac{1}{4}$$

4.° $$7\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = 7\frac{3}{12} - \frac{8}{12} = 6\frac{15}{12} - \frac{8}{12} = 6\frac{7}{12}$$

MULTIPLICACION DE QUEBRADOS

En la multiplicación de quebrados no es indispensable que tengan igual denominador.

Pueden presentarse tres casos:

1.° Multiplicar un quebrado por otro.
2.° Multiplicar números mixtos.
3.° Multiplicar un número entero por otro o viceversa.

Primer caso. — Para multiplicar un quebrado por otro, se multiplican los numeradores y luego los denominadores, teniéndose el primer producto como numerador y el segundo como denominador.

Ejemplos:

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{7}{13} \times \frac{6}{13} = \frac{7 \times 6}{13 \times 13} = \frac{42}{169}$$

Segundo caso. — Para multiplicar números mixtos, se convierten en quebrados y se opera como en el primer caso.

Ejemplo:

$$5\frac{6}{8} \times 3\frac{2}{3} = \frac{46 \times 11}{8 \times 3} = \frac{506}{24} = 21\frac{1}{12}$$

Tercer caso. — Para multiplicar un quebrado por un entero o viceversa, se multiplica el entero por el numerador del quebrado y al producto se le da por denominador, el mismo del quebrado.

Ejemplos:

$$8 \times \frac{5}{7} = \frac{8 \times 5}{7} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{3} \times 5 = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Observación. — Si se ha de multiplicar un entero por un quebrado cuyo denominador es divisible por el entero, en lugar de multiplicar el entero por el numerador, se puede dividir el denominador por el entero, dejando el mismo numerador.

Ejemplo:

$$2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$$

$$2 \times \frac{3}{8} = \frac{2 \times 3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Con los principios demostrados en la multiplicación de quebrados, se deduce que: Para hallar una fracción de un número, basta multiplicar el mismo por el quebrado.

Ej.: Se quiere saber cuántos son los $\frac{3}{7}$ de 392.

Tendremos:

$$392 \times \frac{3}{7} = \frac{392 \times 3}{7} = \frac{1176}{7} = 168$$

Así mismo, cuando se multiplica un quebrado por otro, se obtiene *un quebrado de quebrado.*

Ejemplos:

Si se quiere saber cuanto es $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{5}$, tendremos:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

¿Cuánto es $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{4}$ de 900?

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} \times 900 = \frac{1 \times 1 \times 3 \times 900}{3 \times 5 \times 4 \times 1} =$$

$$\frac{2700}{60} = \frac{90}{2} = 45$$

De otra manera:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 900 = 675$$

$$\frac{1}{5} \text{ de } 675 = 135$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 135 = 45$$

DIVISION DE QUEBRADOS

La división de los quebrados ofrece tres casos:

1.° Dividir un quebrado por otro.
2.° Dividir números mixtos.
3.° Dividir un quebrado por un entero y viceversa.

Primer caso. — Para dividir un quebrado por otro, se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el numerador del divisor por el denominador del dividendo.

Ejemplo:

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{3 \times 7}{5 \times 6} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

Si ambos quebrados tienen igual denominador, basta dividir el numerador del dividendo por el numerador del divisor.

Ejemplo:

$$\frac{7}{24} \div \frac{21}{24} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

Segundo caso. — Para dividir números mixtos, se reducen éstos a quebrados impropios y se efectúan las operaciones como en el primer caso.

Ejemplo:

$$4\frac{1}{2} \div 3\frac{3}{5} = \frac{9}{2} \div \frac{18}{5} =$$

$$\frac{9 \times 5}{2 \times 18} = \frac{45}{36} = 1\frac{9}{36}$$

Tercer caso. — Para dividir un quebrado, por un número entero, o un entero, por un quebrado, al número entero se le pone la unidad por denominador y se opera como en los quebrados.

Ejemplo:

1.º $16 \div \frac{3}{5} = \frac{16}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{16 \times 5}{3 \times 1} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$

2.º $\frac{3}{5} \div 16 = \frac{3}{5} \div \frac{16}{1} = \frac{3 \times 1}{5 \times 16} = \frac{3}{80}$

Observaciones. — Cuando el numerador es divisible por el entero, se puede dividir por él, dejando el mismo denominador.

Ejemplo:

$$\frac{8}{9} \div 2 = \frac{8 \div 2}{9} = \frac{4}{9}$$

PROBLEMAS SOBRE QUEBRADOS

1.—He pagado $\frac{1}{3}$ de una cuenta y aún adeudo 30 pesos. ¿Cuál es el total de la deuda?

R. 45.

2.—Varios herederos reciben por una herencia la suma de 40.000 pesos, habiendo ya pagado por honorarios y gastos $\frac{1}{5}$ del total de la misma. ¿A cuánto ascendía esa herencia?

R. 50.000.

3.—He pagado $\frac{2}{5}$ partes de una deuda y aún quedo debiendo 240 pesos. ¿Cuánto era la deuda?

R. 400.

4.—Si a $\frac{45}{3}$ litros de agua le quitamos $\frac{21}{3}$ de litro. ¿Cuántos litros nos quedan?

R. 8.

5.—He consumido de una bolsa de azúcar las $\frac{2}{3}$ partes. ¿Qué parte queda en la bolsa?

R. $\frac{1}{3}$

6.—Un comerciante ha recibido de muestra $\frac{90}{4}$ tarros de dulce, de los cuales ha regalado $\frac{37}{4}$. ¿Cuántos tarros le quedan?

R. $\frac{53}{4}$

7.—Un jugador ha perdido las $\frac{3}{4}$ partes del dinero que tenía, quedándose con 8.000 pesos. ¿Cuánto dinero tenía?

R. 32.000.

8.—De un canasto de duraznos que contiene 8 docenas han resultado los $\frac{2}{3}$ buenos y el resto malo. ¿Cuántos eran los duraznos malos?

R. 32.

9.—Una persona repartió el dinero que llevaba, entre tres pobres, en la siguiente forma: al primero la mitad; al segundo la cuarta parte, y al tercero los 8 pesos que le quedaban. ¿Cuánto dinero tenía?

R. 32.

10.—El alquiler de un carruaje ha producido en una quincena 64 pesos. ¿Cuánto debo pagarle al dueño que percibe los $\frac{3}{8}$ del producto obtenido?

R. 24.

11.—¿Cuáles son los $\frac{2}{3}$ de 42?

R. 28.

12.—Una pileta contiene 60 baldes de agua. Si se sacan los $\frac{2}{5}$ del contenido. ¿Cuántos baldes quedan?

R. 36.

13.—Un rematador sacó a la venta 95 suertes de chacra y vendió solamente los $\frac{3}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuántas quedaron sin vender?

R. 38.

14.—En una clase que se compone de 54 alumnos las $\frac{5}{9}$ partes del total son buenos y el resto regulares. ¿Cuál es el número de éstos?

R. 24.

15.—He repartido 800 pesos entre dos personas, entregando $\frac{2}{5}$ de esa suma al primero, y el resto al segundo. ¿Cuánto le tocó a cada uno?

R. 320 y 480.

16.—Se ha vendido una propiedad de 46.000 pesos, perdiéndose $\frac{1}{30}$ sobre el precio de su costo. ¿Cuál fué éste?

R. 48.000.

17.—Un cigarrero mezcla 100 kilos de tabaco Habano y Bahía, en la siguiente proporción: del primero pone los $\frac{3}{4}$ y el resto del total es Bahía. ¿Cuántos kilos de tabaco habano hay en la mezcla?

R. 75.

18.—Un almacenero ha sacado de una bordalesa de vino las siguientes cantidades: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{15}$ y aún le quedan 75 litros. ¿Cuántos litros contenía la bordalesa?

R. 225.

19.—He comprado una casa en 20.000 pesos y debo entregar $\frac{1}{10}$ como seña. ¿Qué suma debo entregar?

R. 2.000.

20.—Una persona tiene una renta de 22.500 pesos, de los cuales gasta: $\frac{1}{15}$ en limosnas; $\frac{1}{10}$ en alquileres; $\frac{2}{9}$ en alimentos; $\frac{1}{12}$ en vestidos; $\frac{2}{9}$ en servicio; $\frac{1}{18}$ en alumbrado y $\frac{1}{5}$ en imprevistos. ¿Cuánto representa cada una de las fracciones indicadas?

R. 1ª, 1.500; 2ª, 2.250; 3ª, 5.000; 4ª, 1.875; 5ª, 5.000; 6ª, 1.250; 7ª, 4.500.

21.—Tres personas se han repartido 15.000 pesos en la siguiente forma: el primero $\frac{1}{3}$; el segundo $\frac{4}{15}$ y el tercero $\frac{2}{5}$. ¿Cuántos pesos le tocaron a cada uno?

R. 5.000; 4.000; 6.000.

22.—560 representan los $\frac{7}{8}$ de un número. ¿Cuál será éste?

R. 640.

23.—Una fábrica ha vendido en un trimestre 201.267 docenas de botellas de soda, de las cuales sólo ha cobrado $\frac{3}{4}$ partes del número de botellas vendidas. ¿Cuál es el número de botellas que aún debe cobrar? R. 603.801.

24.—Un padre ha entregado a su hijo mayor 6.000 pesos; al segundo $\frac{2}{3}$ de esa suma; al tercero $\frac{3}{5}$ y al cuarto $\frac{2}{6}$. ¿Qué cantidades han recibido el segundo, tercero y cuarto hijo?

R. 4.000, 3.600, 2.000.

25.—Se han llenado las $\frac{3}{4}$ partes de un recipiente con 120 litros de agua. ¿Cuál es la capacidad total de ese recipiente?

R. 160.

26.—Un comerciante debe cobrar 900 pesos, pero sólo le abonan $\frac{3}{5}$ de esa suma. ¿Cuánto debe recibir aún?

R. 360.

27.—Después de un combate, un regimiento queda reducido a 65 hombres. ¿Cuál sería el total de hombres, sabiendo que $\frac{1}{5}$ quedaron muertos; $\frac{4}{8}$ heridos y $\frac{1}{4}$ prisioneros?

quedaron muertos; — heridos y — prisioneros? R. 1.300.

28.—Si a la suma de 1.000 pesos le quitamos: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{15}$. ¿Cuántos pesos quedan?

R. 279.39.

29.—He comprado una propiedad en 1.200 pesos. ¿Qué debo pagar por los $\frac{4}{5}$?

R. 960.

30.—Debo cobrar la suma de 23.925 pesos y me piden una rebaja de los $\frac{2}{11}$ de esa suma. ¿Cuánto debo percibir hecha ya la rebaja?

R. 19.575.

31.—Tres socios reparten una utilidad obtenida, en la siguiente forma: el primero, $\frac{1}{3}$ del total; el segundo, $\frac{2}{5}$ del total, y el tercero el resto, o sean 11.200 pesos. ¿Cuál era el beneficio?

R. 42.000.

32.—Una modista ha comprado los $\frac{5}{8}$ de un metro de género que cuesta 18 pesos el metro. ¿Cuánto debe pagar?

R. 11,25.

33.—¿Cual es la mitad del tercio de 24?

R. 4.

34.—Los $\frac{3}{4}$ de una herencia se reparten entre 5 herederos, cada uno de los cuales recibe 5.210,25. ¿A cuánto asciende la herencia?

R. 34.735.

35.—En una batalla murieron la quinta parte de soldados; quedaron heridos la cuarta parte, y la mitad prisioneros. Sabiendo que 5.000 se salvaron, dígase cuántos eran los soldados que pelearon.

R. 100.000.

36.—Un obrero gasta para alimentación la tercera parte de lo que gana; para alojamiento y vestidos, la novena parte; para diversiones y fumar, la décima parte, y coloca en un Banco anualmente, en caja de ahorro, 410 pesos. ¿Cuánto recibe por año?

R. 900.

37.—Un constructor firma un contrato de una obra por 25.670 pesos. Habiendo hecho la $\frac{12}{17}$ parte de la misma. ¿Cuánto debe percibir?

R. 18.120.

38.—Un frutero ha vendido los $\frac{3}{3}$ del número de naranjas que llevaba y aún le quedan 18 naranjas. ¿Cuántas llevaba entre todas?

R. 72.

39.—He comprado una propiedad de 8.000 pesos. ¿Cuánto debo pagar por los $\frac{4}{10}$?

R. 3.200.

40.—Se han dividido 600 pesos entre dos personas: una de ellas recibió los $\frac{3}{5}$ y el resto la otra. ¿Cuánto recibió cada una?

R. 360, 240.

41.—Al morir un tío dejó su fortuna a cuatro sobrinos, en la siguiente forma: al primero $\frac{1}{6}$, al segundo $\frac{3}{10}$, al tercero $\frac{1}{9}$ al último 2.920 pesos. ¿A cuánto ascendía la fortuna repartida?

R. 30.600.

42.—Una persona ha gastado 20.000 $ m/n que es $\frac{1}{5}$ de sus bienes. ¿Cuánto le queda?

R. 80 000.

43.—Un obrero gasta en ropa $\frac{1}{8}$ de lo que recibe mensualmente; en otros gastos invierte $\frac{1}{5}$ de la misma suma; en cigarrillos y hospedaje $\frac{1}{4}$, y ahorra mensualmente pesos 25,50. ¿Cuánto gana por mes?

R. 60.

44.—Sabiendo que la superficie del globo terrestre es de kilómetros cuadrados 506.950.000 y que las zonas glaciales ocupan $\frac{1}{10}$, la zona tórrida $\frac{4}{10}$ y las zonas templadas $\frac{5}{10}$ de esa extensión, se desea saber cuál es la superficie ocupada por cada una de esas zonas.

R. 50.695.000, 202.780.000 253.475.000 Km^2.

45.—Un señor compra una propiedad en 25.600 pesos y paga $\frac{2}{3}$ al contado y $\frac{2}{9}$ a los tres meses. ¿Qué suma deberá aún dicho señor, sabiendo que el vendedor le ha hecho una rebaja del 10 % sobre el precio de compra?

46.—Un padre entregó al mayor de sus hijos 6.4000 pesos; al segundo, la mitad más un tercio de esa suma; al tercero le entregó igual suma que al segundo más un tercio de la que le dió al primero, y aún le quedaron 2.000 pesos. ¿Cuántos pesos tenía?

R. 20.000.

47.—Un tren sale con 224 pasajeros. En la primera estación deja la cuarta parte y en la segunda bajan la mitad de los que habían quedado. ¿Con cuántos pasajeros llegó el tren a su destino?

R. 84.

48.—Un comerciante debía cobrar 800 pesos, pero sólo le pagan $\frac{3}{5}$ de esa suma. ¿Cuánto ha recibido y cuánto le adeudan aún?

R. 480 y 320.

49.—Se han repartido 12.000 pesos entre 3 personas, en la siguiente forma: el primero tomó $\frac{1}{3}$, el segundo $\frac{4}{15}$ y el tercero $\frac{2}{5}$. ¿Cuánto le tocó a cada uno?

R. 4.000, 3.200, 4.800.

50.—Tres obreros han trabajado: el primero 20 $\frac{1}{2}$ días; el segundo 26 $\frac{1}{3}$, y el tercero 23 $\frac{1}{4}$. ¿Cuánto recibió cada uno si los jornales respectivos eran $ 3,50, $ 2,80 y $ 2,30 diarios?

R. 71,75, 73,73 y 53.47.

SISTEMA METRICO DECIMAL

El sistema métrico decimal es el conjunto de pesas y medidas que nos sirven para medir y valorar los artículos y que tienen en las diferentes medidas, las siguientes *unidades*:

En	las	medidas	de	longitud	El *metro.*
»	»	»	»	superficie	El *metro cuadrado.*
»	»	»	»	volumen	El *metro cúbico.*
»	»	»	»	peso	El *gramo.*
»	»	»	»	capacidad	El *litro.*
»	»	»	»	monedas	El *peso.*

Midiendo, pues, una cantidad, hallaremos cuántas veces contiene a otra cantidad de la misma especie, que nos dará lo que se llama *unidad de medida.*

Toda unidad de medida tiene *múltiplos* y *submúltiplos.*

A las cantidades que son *diez, cien, mil,* etc., *veces mayores,* que la unidad principal, se les designa con el nombre de *múltiplos.*

A las cantidades que son *diez, cien, mil,* etc., *veces menores* que la unidad principal, se les designa con el nombre de *submúltiplos.*

Para designar los múltiplos se emplean las siguientes palabras;

Deca	que	vale	10	unidades
Hecto	,,	,,	100	,,
Kilo	,,	,,	1.000	,,
Miria	,,	,,	10.000	,,

Y para designar los submúltiplos, las siguientes:

Deci que vale 0,1 o sea una décima parte.
Centi que vale 0,01 o sea una centésima parte.
Mili que vale 0,001 o sea una milésima parte.

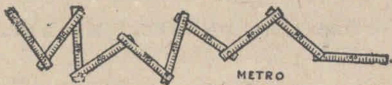
Estas palabras se anteponen al nombre de las unidades principales.

Ejemplos de múltiplos:—*Decámetro, Hectómetro, Kilómetro, Miriámetro.*

De submúltiplos:— *decímetro, centilitro, milígramo.*

MEDIDAS DE LONGITUD

La *unidad* longitudinal que nos sirve para medir las demás longitudes, dado que ha sido tomada como base para establecer las demás medidas, es *el metro,* que representa la *diez millonésima parte* del cuarto del meridiano terráqueo.



Esta unidad de medida, nos sirve para medir el largo de una línea; la altura de una pared, etc. Así por ejemplo, para medir la longitud de una mesa, lo haríamos por medio del *metro lineal,* y suponiendo que éste estuviera contenido *dos veces* en el largo de la mesa, la cantidad sería la longitud de la mesa (dos metros) y la unidad el *metro.*

Los múltiplos de metros son los siguientes:

El *Decámetro*	(Dm)	que equivale	a diez	metros.
„ *Hectómetro*	(Hm)	„ „	„ cien	„
„ *Kilómetro*	(Km)	„ „	„ mil	„
„ *Miriámetro*	(Mm)	„ „	„ diez mil	„

Los submúltiplos del metro son:

El *decímetro* (dm) que equivale a la décima parte del metro.
El *centímetro* (cm) que equivale a la centésima parte del metro.
El *milímetro* (mm) que equivale a la milésima parte del metro.

Todo número que exprese o represente metros o múltiplos o submúltiplos del metro, se lee como número entero, si son metros solamente, y como enteros y decimales si en la medida entraran metros y submúltiplos del metro; de manera que las cifras que expresan metros se escriben en el lugar de las unidades; los decámetros en el lugar de las decenas; los hectómetros en el lugar de las centenas, etc., y los submúltiplos a la derecha de la coma decimal, correspondiendo los decímetros en el lugar de los décimos; los centímetros en el lugar de los centésimos; los milímetros en el lugar de los milésimos.

Ejemplo:

6 Mm. 7 Km. 8 Hm. 3 Dm. 4 m. 6 dm. 5 cm. 2 mm. Se escribe así:

67834,652 ms

Si fuera leer 12,008 m. leeríamos: doce metros ocho milímetros dado que esta última cifra ocupa el lugar de los milímetros. Si en cambio fuera esta longitud: 8,428 Km, deberíamos leer: ocho kilómetros, cuatrocientos veintiocho milésimos de kilómetro, o sean cuatrocientos veintiocho metros, etc.

MEDIDAS EFECTIVAS O REALES

Las medidas efectivas o reales de longitud que se usan en el comercio y en las industrias, son:

El *doble decámetro* que tiene veinte (20) metros.

El decámetro que tiene diez (10) metros, y que es la cadena o cinta que usan los agrimensores para sus trabajos profesionales.

El *doble metro* que tiene dos metros; el *metro*, el *decímetro* y el *doble decímetro*.

Para medir las grandes longitudes, las distancias geográficas, como las recorridas por canales, vías férreas, distancias marítimas, etc., se emplean el miriámetro, el kilómetro y el hectómetro. La primera de estas medidas se usa solamente para cálculos geográficos y las dos últimas para medir distancias itinerarias.

CAMBIO DE UNIDAD

Cualquiera de las denominaciones de medidas lineales pueden tomarse por unidad ya sean múltiplos o submúltiplos, poniendo coma a la derecha del múltiplo o submúltiplo que se quiera tomar por unidad. Para esto basta tener presente las equivalencias siguientes:

1 Km. = 0,1 Mm.
1 Hm. = 0,1 Km. = 0,01 Mm.
1 Dm. = 0,1 Hm. = 0,01 Km. = 0,001 Mm.
1 m. = 0,1 Dm. = 0,01 Hm. = 0,001 Km. = 0,0001 Mm.
1 dm. = 0,1 m. = 0,01 Dm. = 0,001 Hm. = 0,0001 Km. = 0,00001 Mm.
1 cm. = 0,1 dm. = 0,01 m. = 0,001 Dm. = 0,0001 Hm. = 0,00001 Km. = 0,000001 Mm.
1 mm. = 0,1 cm. = 0,01 dm. = 0,001 m. = 0,0001 Dm. = 0,00001 Hm. = 0,000001 Km. = 0,0000001 Mm.

Ejemplo:

Para reducir 324,84 Km. a metros, corremos la coma decimal, tres lugares a la derecha y tendremos 324 840 metros.

Para reducir 324,840 m. a hectómetros, se divide esta cantidad por 100 (que es la equivalencia del hectómetro) y tendremos 3.248,40 hectómetros.

PROBLEMAS SOBRE MEDIDAS DE LONGITUD

1.—¿Cuál será el valor de 30 metros de género que vale 6 pesos el decámetro?

R. 18.

2.—Necesito poner cordón a una vereda que tiene de longitud 25,75 m. y me cobran 3 pesos por metro. ¿Cuánto debo gastar?
R. 77,25.

3.—¿Cuál será el precio de 36 metros de género que cuesta 37 pesos los 10 metros?
R. 133,20.

4.—Se desea saber cuántas gradas de 18 centímetros cada una se necesitarán colocar para alcanzar una altura de 45 metros.
R. 250.

5.—Un tren que recorre 60 kilómetros por hora, ha salido de un punto determinado a la 1 de la tarde y ha llegado a su destino a la 1 de la mañana. ¿Qué distancia ha recorrido en ese intervalo?
R. 720 K.

6.—Si 5 metros de paño nos cuestan $ 43,50. ¿Cuánto nos costará 3 metros?
R. 26,10.

7.—¿Cuántas barras se necesitarán para una ventana de 1,30 m. de ancho, si las colocamos a una distancia de 13 centímetros cada una?
R. 10.

8.—Sabiendo que un género nos cuesta $ 5,25 el metro. ¿Cuántos metros nos darán por 420 pesos?
R. 80.

9.—La escalera de un faro tiene 160 gradas de 20 centímetros cada una. ¿Qué altura tiene esa escalera?
R. 32 m.

10.—Un viajero recorre diariamente 24 kilómetros. ¿Qué distancia recorrerá en 9 días?
R. 216 K.

11.—Una señora compra los $\frac{5}{8}$ de un metro de género que cuesta 18 pesos el metro. ¿Cuánto debe pagar?
R. 11,25.

12.—Necesito llenar con árboles una calle de 300 meros. ¿Qué cantidad deberé colocar para poner una cada 50 centímetros?

R. 600.

13.—Sabiendo que el paso ordinario de un hombre es de 80 centímetros. ¿Cuántos tendrá que dar para hacer un kilómetro?

R. 1.250.

14.—De una pieza de bramante de 85 m. $\frac{1}{5}$ se han vendido 45 m. $\frac{2}{3}$. ¿Cuánto queda?

R. 39,53.

15.—¿Cuántos alfileres de 28 milímetros se podrán sacar de un alambre de 4 metros 48 c. de largo?

R. 160.

16.—He comprado 8 decímetros de cinta pagando pesos 1,30. ¿Cuánto vale el metro?

R. 1,62,5.

17.—10 metros de género me han costado 80 pesos, y deseo saber a cuánto deberé vender el metro para ganar sobre los 10 metros 20 pesos?

R. 10.

18.—Un tendero ha comprado 38,40 m. de tela con la cual ha hecho una docena de camisas. ¿Cuántos metros de tela ha empleado en cada camisa?

R. 3,20 m.

19.—¿Cuántos recortes de $\frac{4}{5}$ de metros se sacarán de una pieza de 70 metros de géneros?

R. 56.

20.—Sabiendo que un tren recorre 965 metros por minuto, se desea saber qué tiempo tardará en ir de La Plata a Buenos Aires, distante 57 kilómetros.

R. 59,25.

21.—Un tren recorre 57 kilómetros por hora, y se desea saber qué distancia recorrerá en 120 minutos.

R. 114 Km.

22.—Una persona anda 6 kilómetros por hora; se desea saber qué tiempo tardará en recorrer 180 kilómetros, caminando tres horas diarias.

R. 10 días.

23.—Un tendero compra 36,80 m. de paño a $ 15,50 el metro, habiendo pagado 370 pesos. ¿Cuánto queda aún debiendo?

R. 200,40.

24.—La torre Eiffel tiene 300 metros de altura. ¿Cuántas gradas de 20 centímetros cada una se necesitarán para alcanzar esa altura?

R. 1.500.

25.—Un viajero anduvo las siguientes distancias: el primer día 25 kilómetros; el segundo día 24 kilómetros; el tercer día 21 kilómetros, y el cuarto día 3 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros hizo en término medio, por día?

R. 25.

26.—Una pieza de género de 42,80 m. ha costado la suma de $ 385,20. Se han sacado para un vestido 28,60 m. ¿Cuántos metros quedan y a qué precio se pagó el metro de género?

R. 14,20; 0,90.

27.—¿Cuántas varas tendrán 600 metros?

R. 692,84.

28.—Vendiendo 50 metros de tela en $ 78,50, un tendero gana $ 16,50. ¿Cuánto le costaba cada metro de género?

R. 1,42.

29.—Una costurera bordó una tira de 1,15 m.; otra una de 1,60 m., y la tercera bordó tres veces más que las dos juntas. ¿Qué largo tenía esa tira?

R. 58,2.

30.—He comprado para hacer un gallinero un tejido de alambre de 18,50 m. He empleado con ese objeto 7 m. y el resto lo he cortado en 5 pedazos iguales. ¿Qué dimensiones tiene cada uno de esos pedazos?

R. 2,30 m.

31.—Para hacer 4 trajes un sastre ha gastado 15 m. 6 dm. de paño. ¿Con cuánto paño ha hecho cada traje?

R. 3 m. 9 dm.

32.—Un fabricante de camisas ha comprado 19,50 de tela para hacer media docena de camisas; después de cortadas éstas, le sobra un retazo de 0,30 m. ¿Qué cantidad de tela ha empleado en cada camisa?

R. 3,20.

33.—De una tela de 18,20 m. se han vendido 2,15 metros y luego 5 m. $\frac{3}{4}$. ¿Cuántos metros quedan?

R. 10,50.

34.—Con un alambre de 60 metros de largo se hacen clavos de 0,006 mm. de largo. ¿Cuántos clavos pueden hacerse?

R. 10.000.

35.—He comprado 36 metros de género de brin y al lavarlo ha encogido $\frac{1}{4}$ de su largo. ¿A cuántos metros queda reducido?

R. 27.

36.—Con una cantidad de género pueden hacerse 15 delantales de 0,80 m. de largo. ¿Cuántos delantales de 0,92 m. de largo podrán hacerse con la misma cantidad de tela?

R. 13.

37.—Un vapor anda 27 kilómetros por hora a favor de la corriente y 19 kilómetros por hora en contra de la corriente. ¿Qué tiempo empleará para hacer un viaje en contra de la corriente, sabiendo que a favor de ésta hace ese viaje en 22 horas?

R. 31,26.

38.—Para hacer un piso de madera se han empleado 85 tablas de 5 metros de largo. ¿Cuántas tablas de 4 metros de largo se necesitarán para hacer el mismo piso?

R. 106 $\frac{1}{4}$.

39.—Un comerciante ha comprado 2 piezas de género. La primera tiene 15 metros que le cuesta a $ 3,20 el metro y la segunda tiene 18 metros que le cuesta a $ 4,60 el metro. Ha vendido las dos piezas en 242 pesos. ¿Qué beneficio obtuvo?

R. 111,20.

40.—¿Cuántos barrotes se necesitarán para 3 ventanas de 1,20 m. de ancho cada una, colocando esos barrotes a distancia de 12 centímetros cada uno?

R. 30.

41.—¿Cuántos recortes de $\frac{3}{4}$ de metros se sacarán de una pieza de 43,50 m. de longitud?

R. 58.

42.—18 metros de un género nos cuestan $ 9.75. ¿Cuánto valdrán 37 m. $\frac{1}{5}$? ¿Cuánto 20 $\frac{1}{4}$?

R. 20,15 y 10,97.

43.—Un correo tiene que recorrer diariamente una distancia de 30 kilómetros. ¿Qué distancia recorrerá en un año, si tiene un día de descanso todos los meses?

R. 10,590 Km.

44.—Una señora ha comprado 2 piezas de tela de hilo de la misma clase; una tiene 7,80 m. más que la otra. Con la pieza menor se pueden hacer 5 camisas en cada una de las cuales entran 4,55 m. ¿Cuál es el largo de cada pieza?

R. 22,75; 30,55.

45.—He comprado un género de brin que tiene 7,50 m. de largo y 0,80 m. de ancho. Al mojarlo ha encogido perdiendo $\frac{1}{5}$ de su largo y $\frac{1}{8}$ de su ancho. ¿Cuáles son las nuevas dimensiones del género, en largo y ancho?

R. 6; 0,70.

46.—Para hacer una reja se emplean 280 barrotes a distancia de 0,15 m. uno de otro. ¿Cuántos barrotes necesitamos colocar si los ponemos a distancia de 0,25 m.?

R. 168.

47.—¿Qué número de clavos colocados a una distancia de 0,25 m. se necesitarán para colocar una alfombra de una pieza de 4,90 m. por 5,10 m.?

R. 100.

48.—¿Cuántos metros de género se comprarán por la suma de pesos 204,71, si cuesta 5,85 el metro?

R. 35.

49.—¿Cuánto tiempo necesitará un jinete para recorrer la distancia que hay entre La Plata y Buenos Aires, o sean 57 kilómetros, sabiendo que el caballo recorre al trote 3,90 m. por segundo?

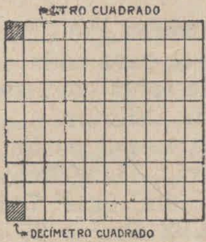
R. 4 h. 3'.

50.—En una avenida hay 50 árboles cada 200 metros. ¿Cuántos árboles habrá en una avenida que tiene la longitud de un kilómetro?

R. 250.

MEDIDAS DE SUPERFICIE

En las medidas de superficie, la unidad es el metro cuadrado, (m^2) o sea un cuadrado cuyos lados miden un metro de largo, como lo demuestra la siguiente figura:



Los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado son los siguientes:

Múltiplos:

El *Decámetro cuadrado* (Dm^2) un cuadrado cuyos lados miden 10 metros de largo = 100 m^2.

El *hectómetro cuadrado* (Hm^2) un cuadrado que tiene 100 metros de lado = 10000 m^2.

El *kilómetro cuadrado* (Km^2) un cuadrado que tiene 1000 ms. de lado = 1000000 de ms^2.

El *miriámetro cuadrado* (Mm^2) un cuadrado que tiene 10000 metros de lado = 100000000 de ms^2.

Submúltiplos:

El *decímetro cuadrado* (dm^2) un cuadrado que tiene 0,1 de metro de lado.

El *centímetro cuadrado* (cm^2) un cuadrado que tiene 0,01 de metro de lado.

El *milímetro cuadrado* ($m|m^2$) un cuadrado que tiene 0,001 de metro de lado.

Equivalencias:

1 m^2 = 100 dm^2 = 10000 cm^2 = 1000000 mm^2.
1 md^2 = 100 cm^2 = 10000 mm^2.
1 cm^2 = 100 mm^2.

MANERA DE ESCRIBIR CANTIDADES QUE EXPRESAN MEDIDAS DE SUPERFICIE

Para escribir números que expresen superficie, se necesitan *dos lugares* para cada denominación puesto que cada una de éstas contiene 100 unidades de la especie inmediata inferior.

Sea, por ejemplo, una superficie de 35 m^2 6 dm^2 y 9 cm^2, se escribirá: 35,0609m^2.

Si fueran 35Dm^2 6m^2 9md^2 7cm^2 2mm^2, se escribirá así: 35,06090702 Dm^2 o 3506,090702 m^2.

Observación. — Téngase presente que un dm^2 es diez veces menor que un décimo de m^2, un cm^2 es diez veces menor que un centésimo de m^2, etc.; por lo tanto no hay que confundir una expresión con otra.

Si las cifras decimales son impares, para darles su verdadera denominación añádase un cero a la derecha.

Ejemplo: 7,315 m^2 debe leerse 7 m^2 y 315 milésimos de m^2 y equivale a 7,3150 m^2.

Téngase en cuenta que los múltiplos o submúltiplos del metro cuadrado, aumentan o disminuyen de 100 en 100, de manera que cuando se quiera elevar o disminuir una unidad cualquiera nos bastará correr la coma decimal a la izquierda o la derecha respectivamente, dos lugares, o bien dividir la cantidad que se pretenda elevar por 100, lo que nos dará el múltiplo buscado, y en caso de que se desee obtener submúltiplos, en vez de dividirla, la multiplicaremos por 100.

Ejemplos:

Reducir 3428580 ms^2 a Dms^2, según lo anteriormente expuesto, sería

$$3428580 \div 1000 = 34285{,}80 \text{ Dms}^2.$$

Convertir 2200 Kms^2 a Hms^2 $= 2200 \times 100 = 220000$ Hms^2.

Trasladando la coma a la derecha o a la izquierda como se ha dicho, tendremos:

3428580,	034285 ms^2	=
3428580,	034285 Dm^2	=
3428580,	034285 Hm^2	=
3428580,	034285 Km^2	=
3428580,	034285 Mm^2	=
3428580,	034285 dms^2	=
3428580,	034285 cms^2	=
3428580,	034285 mm^2	=

Para hallar una superficie, se multiplica el largo por el ancho.

MEDIDAS AGRARIAS

Las medidas agrarias son medidas de superficie que se usan comunmente para establecer las dimensiones o sea el *área* de los campos, chacras, etc.

El *área* es la unidad de esta medida y equivale en extensión a un decámetro cuadrado, o sean 100 m².

Del *área* solo suele usarse un *múltiplo* que es la *hectárea,* que equivale a 100 áreas.

El *submúltiplo,* que es la *centiárea,* equivale a un metro cuadrado, siendo por consiguiente cien veces menor que la área.

La equivalencia de las medidas agrarias con el metro cuadrado, es la siguiente:

Hectárea (Ha),	que equivale a	100	áreas	o sean	10.000 m².
Area (a),	„ „ „	1	„	„ „	100 m².
Deciárea (da),	„ „ „	0,1	„	„ „	10 m².
Centiárea (ca),	„ „ „	0,01	„	„ „	1 m².

Para redurir áreas y hectáreas a metros cuadrados, bastará correr la coma dos o cuatro lugares a la derecha y para transformar metros cuadrados en áreas o hectáreas bastará correr dicha coma los mismos lugares a la izquierda.

Ejemplo:

Redúzcase 69 Ha. 57 a. 40 ca. ó Has. 69,574 a m² = 695740 m².

Como:

6473,33 ms² = 64,7333 a. ó 0,647333 hectáreas.

Siendo 1 Ha. igual a 1 Hm²

1 a. „ „ 1 Dm²

1 ca. „ „ 1 m²

fácil será reducir a medidas agrarias un número expresado en cualquier medida de superficie y recíprocamente. Así un campo de 467 Dms^2 y 8 ms^2, tendremos:

$$Dms^2\ 467{,}08 = Has.\ 4{,}6708 = a.\ 467{,}08 = 46708 ca. =$$
$$Hm^2\ 46708 = Km^2\ 0{,}046708.$$

OTRAS MEDIDAS DE SUPERFICIE

Entre las medidas de superficie que antiguamente se usaban en la República existían las siguientes: La vara cuadrada, la cuadra cuadrada, y la legua cuadrada.

Las equivalencias de estas medidas son las siguientes:

La *vara cuadrada,* que vale 0,866 × 0,866 o sean 0,749956 m^2.

La *cuadra cuadrada,* que vale 129,90 × 129,90 o sean 1,6874 hectáreas.

La *legua cuadrada,* que vale 5.196 × 5.196, o sean 2.699,8416 hectáreas.

La vara lineal vale 0,866 m.

Para reducir varas a metros se multiplica el número de varas por el de los metros y si fuera reducir metros a varas, en vez de multiplicar se divide.

Ejemplos:

Una casa tiene un frente de 9 varas. ¿Cuántos metros serán? Según lo anteriormente expuesto, sería:

$$0{,}866 \times 9 = a\ 7{,}794\ m.$$

Otro caso. — Una casa tiene un frente de 7,794 m. ¿Cuántas varas serán?

De lo anteriormente expuesto, tenemos que:

$$7{,}794 : 866 = a\ 9\ varas.$$

La *pulgada* vale 0.024 m. y sirve para conocer el espesor de las maderas.

El *pie* vale 0,288 m. y sirve para el mismo objeto que el anterior y para conocer la profundidad de los ríos, calado de los buques, etc.

PROBLEMAS SOBRE MEDIDAS DE SUPERFICIE

1.—Un patio tiene 6,80 m. por 4,60 m. de ancho. ¿Cuál es su superficie?

R. 31,28 m^2.

2.—¿Qué superficie tiene un terreno que mide 9 m. de frente por 20 m. de fondo?

R. 180 m^2.

3.—Pienso alfombrar una pieza que tiene 5 m. por 4 m. ¿Cuántos metros cuadrados de alfombra necesito?

R. 20 m^2.

4.—¿Cuál es la superficie de un tablón que tiene 5 m. de largo por 4 dm. de ancho?

R. 2 m^2.

5.—He mandado pintar un pizarrón de 3,20 m. por 1,70 m. y me cobran pesos 1,90 el metro cuadrado. ¿Cuánto debo pagar?

R. 10,33.

6.—He comprado un toldo para un patio que mide 10 m. de largo por 8 m. de ancho. ¿Qué superficie puede cubrir?

R. 80 m^2.

7.—Sabiendo que las dimensiones de una pieza son 4,50 m. de largo por 3,85 m. de ancho. ¿Qué debemos pagar a un carpintero que nos cobra para entablarla a razón de pesos 3,70 el metro cuadrado?

R. 64,10.

8.—Para cubrir un invernáculo se necesitan 96 vidrios de 25 centímetros de largo por 20 centímetros de ancho; sabiendo que hemos pagado pesos 2,10 el metro cuadrado. ¿Cuántos pesos habremos invertido?

R. 10.08.

9.—¿Qué superficie mide un cristal de espejo que tiene 1,50 m. de ancho por 2 m. de largo?

R. 3 m^2.

10.—La superficie de un patio es de 135 m^2. ¿Cuánto costará su embaldosado si cada baldosa de 10 dm^2 vale pesos 1,50?

R. 2.025.

11.—Necesito hacer pintar 6 puertas de una casa, cuyas dimensiones son 3,60 m. de alto por 1,30 m. de ancho cada una. ¿Cuánto debo pagar si me cobran a razón de pesos 2,80 el metro cuadrado?

R. 78,62.

12.—En un terreno de 18 m. de largo y 16 m. de ancho se ha edificado una casa que ocupa los $\frac{2}{5}$ de la superficie. ¿Cuántos metros cuadrados ocupa ese edificio, y cuánto terreno queda todavía?

R. 115,20 m. y 172,80 (115 $\frac{1}{5}$ y 172 $\frac{4}{5}$).

13.—Por un lote de terreno que mide 12,10 m. de ancho y 54 m. de largo, he pagado pesos 6.534. ¿A cuánto sale el metro cuadrado?

R. 10 $.

14.—Sabiendo que la superficie de la República Argentina es de 2.800.000 kilómetros cuadrados, se desea saber cuántas hectáreas representa esa superficie.

R. 280.000.000 h.

15.—En una casa en construcción hay 25 ventanas y puertas en cada una de las cuales deben colocarse 6 vidrios de 25 centímetros de ancho y 45 de alto. ¿Cuánto se debe pagar por la colocación de esos vidrios, si nos cobran a razón de pesos 1,50 el metro cuadrado?

R. 25,30.

16.—¿Cuánto costará la pintura de una pared que tiene 4,50 m. por 3,75, a razón de pesos 2,50 el metro cuadrado?

R. 42,17.

17.—¿Qué se debe pagar por un espejo que tiene 38 centímetros de largo por 34 centímetros de ancho, sabiendo que el metro cuadrado cuesta 50 pesos?

R. 6,46.

18.—¿Con cuántas baldosas de 2 dm^2 cubriré una azotea que tiene 8,50 m. de ancho por 35,25 m. de largo?

R. 14.981 $\frac{1}{4}$.

19.—Necesito embaldosar un patio que tiene una superficie de 175 m^2. ¿Cuántas baldosas necesitaré emplear, sabiendo que 25 baldosas cubren 1 m^2?

R. 4.375.

20.—He alfombrado una pieza de 4,50 m. por 3,50 y la alfombra que he colocado me ha costado la suma de pesos 551,25. ¿A cuánto he pagado el metro cuadrado?

R. 35.

21.—Tres personas se reparten 15 hectáreas en partes iguales cada una. ¿Cuántos metros cuadrados le ha tocado a cada una de esas personas?

R. 50.000 m^2.

22.—Se quiere hacer un toldo para un patio de 15,20 m. de largo por 10,50 m. de ancho. ¿Cuántos metros de lona de 0,75 de ancho se necesitarían?

R. 212,80 m.

23.—Una reja tiene tres pilares de mampostería cada 10 metros. ¿Cuántos pilares tendrá en toda una manzana cuadrada de 110 metros de lado?

R. 3.630.

24.—¿Cuánto deberé pagar para empapelar una pieza cuyas paredes tienen una superficie de 144 m^2 a razón de pesos 0,10 el metro cuadrado?

R.

25.—Un señor compró tres chacras cuya superficie total era 318 hectáreas 72 áreas. La primera tenía 115 hectáreas 28 áreas; la segunda 83 hectáreas 9 áreas. ¿Cuántas hectáreas tenía la tercera chacra?

R. 120 Ha. 35.

26.—Si para embaldosar un metro cuadrado necesitamos 6 baldosas que cuestan pesos 0,20 cada una. ¿Cuánto se pagará por embaldosar un patio de 115.50 m.?

R. 138,60.

27.—Un lote de 46.800 metros cuadrados se ha vendido a pesos 170 la hectárea. ¿Cuál ha sido el importe de la venta?

R. 795,60.

28.—Una propiedad de 1.618,46 m^2 se vendió a pesos 1.325 el área. ¿Cuál fué el importe de la venta?

R. 21.444,60.

29.—¿Cuántos metros de alfombra de 0,60 de ancho se necesita para alfombrar una sala cuyas dimensiones son: 10,30 m. de largo por 6 70 m. de ancho?

R. 115 m.

30.—Una manzana de terreno cuyas dimensiones son 98,50 m. y 64,50 m., se quiere fraccionar en 15 lotes iguales. ¿Cuál es la superficie que debe tener cada uno?

R. 4.235,50.

31.—Para cercar un terreno se necesita 216 tablas de 0,30 centímetros de ancho. ¿Cuántas tablas se necesitarían si éstas tuvieran solamente 0,24 centímetros de ancho?

R. 270.

32.—¿Cuánto se ha pagado por 2 pizarrones de 2,25 m. de largo por 1,50 m. de ancho, si el metro cuadrado de carpintería cuesta pesos 3,50 y el metro cuadrado de pintura pesos 1,50?

R. 43.75.

33.—Necesito colocar un toldo en un patio, que tiene 15,50 m. de largo por 10 m. de ancho. ¿Cuánto deberé pagar, sabiendo que el metro cuadrado cuesta pesos 0,80?

R. 124.

34.—En un terreno de 20 m. de largo y 15 m. de ancho se ha construído un galpón que ocupa los $\frac{2}{3}$ de esa superficie. ¿Qué parte del terreno queda disponible y cuál es la superficie ocupada por el galpón?

R. 100 m^2 y 200 m^2.

35.—Un área de terreno que vale pesos 80. ¿Cuál será el valor de $\frac{2}{5}$ de una hectárea?

R. 3.200.

36.—¿Cuánto valdrán 18 hectáreas a pesos 45 el área?

R. 81.000.

37.—Calculando que la República Argentina tenga una población de 6.000.000 de habitantes y una superficie de 2.800.000 kilómetros cuadrados, se desea saber cuántas áreas y centiáreas le corresponde a cada habitante?

R. 4.667 a., 46.667 cent.

38.—Un campo tiene 375 metros de largo y un ancho igual a las $\frac{2}{25}$ partes de esa longitud. ¿Cuál es su valor si se estima en dos pesos el metro cuadrado?

R. 22.500.

39.—¿Cuánto se pagará por el revoque del frente de una casa de 9.30 m. de ancho por 16,20 m. de alto, si tiene 12 aberturas de 2,10 m. por 1,30 m., cobrando el albañil a 2 pesos el metro cuadrado?

R. 235,80.

40.—¿Cuál será el precio de una chapa de acero que mide 30 centímetros por 52, si nos cobran a razón de 2 pesos el decímetro cuadrado?

R. 3,12.

41.—¿Cuántos adoquines de 572 cm^2 se necesitarán para adoquinar una calle de 1 kilómetro de largo por 15 metros de ancho?

R. 262,237.

42.—¿Cuántos metros de género de 0,60 m. se necesitarán para forrar un género de 12,50 m. de largo y 0,90 m. de ancho?

R. 18,75.

43.—Un terreno de 165 metros de largo por 43 de ancho, ha sido dividido longitudinalmente por la apertura de una calle que tiene 8.30 de ancho. ¿Qué superficie queda de terreno?

R 5.725,50 m.

44.—En una azotea de 25 m. de largo por 8,60 m. de ancho deseo colocar baldosas que tienen 0,12 m. de lado. ¿Cuánto me costará ese trabajo sabiendo que las baldosas me cuestan 20 pesos el millar?

R. 298,60.

45.—¿Cuántas tablas de 2,33 m. y 0,12 m. se necesitarán para el piso de una pieza de 6,50 m. de largo por 5,30 de ancho y cuál será su costo si nos cobran a razón de pesos 4,75 el metro cuadrado?

R. 123 t.; 163,64.

46.—¿Cuántas baldosas de 0,04 m^2 se necesitarán para embaldosar un patrio que tiene 30 m. de largo por 15 m. de ancho?

R. 11.250.

47.—Se ha pintado un pizarrón de 3,25 m. de largo por 1,25 m. de ancho a razón de pesos 2,10 el metro cuadrado. ¿Cuánto se ha pagado?

R. 8,53.

48.—El perímetro de una pieza es de 10 metros; se quiere hacer un zócalo a una altura de 1,80 m. con baldosas de 12 centímetros de lado. ¿Cuál será el costo pagando pesos 50 el millar de baldosas?

R. 62,50.

49.—He embaldosado el piso de una habitación con baldosas que tienen 10 centímetros de lado; sabiendo que por un lado he colocado 205 baldosas y por el otro 90 baldosas, dígase la superficie que tendrá el piso.

R. 184,50 m.

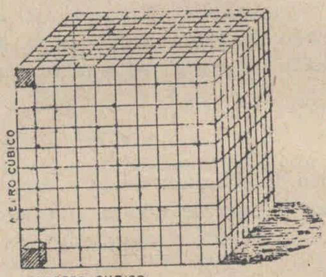
50.—¿Qué se deberá pagar por pintar 6 puertas cuyas dimensiones son 2,50 m. de alto por 1,80 m. de largo cada una, si nos cobran la pintura a razón de pesos 3 el metro cuadrado?

R. 81.

MEDIDAS DE VOLUMEN

En las medidas de volumen que se usan para medir los cuerpos que tengan largo, ancho, y profundidad o altura, como por ejemplo: trozos de piedra, murallas, capacidad de las habitaciones, de zanjas, etc., etc., la unidad es el *metro cúbico.*

El metro cúbico es un sólido en forma de *dado* que tiene las siguientes dimensiones: un metro de largo, un metro de ancho, y un metro de alto. Forma, pues, un cubo cuyas seis caras tienen un metro cuadrado cada una, es decir, un metro de ancho y otro de largo.



Los múltiplos y submúltiplos del metro cúbico, son múltiplos de 1.000, dado que mil es el cubo de 10 $\times$ 10 $\times$ 10. Así pues, para expresar los *múltiplos*, se emplean los números comunes, diez, cien, mil y generalmente se dice: el pozo o el aljibe tienen tantos metros cúbicos de agua.

Los submúltiplos del metro cúbico, son los siguientes:

El *decímetro cúbico* (dm^3), que es un cubo de un decím. de lado.
El *centímetro cúbico* (cm^3), que es un cubo de un cent. de lado.
El *milímitro cúbico* (mm^3), que es un cubo de un milím. de lado.

Tenemos entonces que:

El *metro cúbico* tiene 1.000 decímetros cúbicos.
El *decímetro cúbico* tiene 1.000 centímetros cúbicos. .
El *centímetro cúbico* tiene 1.000 milímetros cúbicos.

Para encontrar el volumen de lo que se quiere medir en metro cúbico, se múltiplica el largo por el ancho y por el alto. Así por ejemplo, si tuviéramos un cuerpo cuyo largo fuese de 3 metros, 5 metros su ancho, v 4 metros su alto, tendríamos que:

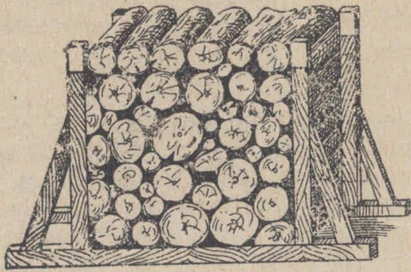
$3 \times 5 \times 4 =$ a 60 metros cúbicos

Las unidades métricas cúbicas, son de mil en mil veces mayores o menores, lo que hace que sean necesarias tres cifras para representar decímetros cúbicos y otras tantas para representar centímetros y milímetros cúbicos, respectivamente. Por esta razón la reducción de las unidades de una u otra denominación se hará en períodos de tres cifras a partir de la coma decimal, corriendo esta coma, tres lugares a la derecha o a la izquierda, según se quiera ascender o descender. Suponiendo que la coma decimal representara metros cúbicos, el primer período siguiente después de la citada coma decimal, serían *decímetros cúbicos;* el que le sigue, *centímetros cúbicos;* luego *milímetros cúbicos,* etc.

Si la parte entera fuesen decímetros cúbicos, el primer período siguiente, después de la coma decimal, serán *centímetros cúbicos,* etc.

En las medidas de volumen existe también el *estéreo* que es una especie de armazón de madera que tiene del volumen un metro cúbico y que se utiliza para medir leña.

El *súbmúltiplo* del estáreo es el *decisterio,* que equivale a la décima parte del estéreo.



PROBLEMAS SOBRE MEDIDAS DE VOLUMEN

1.—He mandado colocar en un molino un depósito de agua que mide 3 metros de ancho, 3 de largo y 1 metro de alto. ¿Cuál será su volumen?

R. 9 m^3.

2.—El salón donde funciona mi clase mide 5 metros de ancho por 6 metros de largo y 4 metros de alto. ¿Cuál es su volumen?

R. 120 m^3.

3.—Una piedra de forma cúbica mide 0,80 m. de lado. ¿Cuál será su precio a razón de pesos 12 el metro cúbico?

R. 6,14.

4.—Un estanque rectangular lleno de agua tiene 12,25 m. de largo, 0,80 de ancho y 0,80 de profundidad. ¿Cuál es el volumen del estanque?

R. 7,840 m^3.

5.—Se ha cavado una zanja de 6,20 m. de largo, 4,50 m. de ancho y 5 metros de profundidad. ¿Cuántos metros cúbicos de tierra se han sacado?

R. 139,500 m^3.

6.—¿Qué profundidad deberemos dar a un recipiente rectangular de 4,10 m. de largo por 2,30 m. de ancho, para que pueda contener 15.600 litros?

R. 1,65 m.

7.—Las dimensiones de un cajón, son: 0,80 m. de largo; 0,45 m. de ancho y 0,20 de alto. ¿Cuántas cajas iguales de 0,12 m. de largo, 0,08 m. de ancho y 0,05 m. de alto puede contener ese cajón?

R. 150 c.

8.—Una alcantarilla mide 6 metros de largo, $\frac{1}{2}$ m. de ancho y $\frac{1}{3}$ m. de alto. ¿Qué volumen tendrá la alcantarilla?

R. 1 m^3.

9.—Al cavar una zanja de 5,40 m. de largo y 4,20 de ancho, se han sacado 136,08 m^3 de tierra. ¿Cuál será la profundidad de la zanja?

R. 6 m.

10.—En un camino de 5,30 de largo y 12,50 de ancho, se quiere colocar una capa uniforme de 2 centímetros de arena. ¿Cuántos decímetros cúbicos se necesitarán?

R. 132,500 dm^3.

11.—¿Qué capacidad deberá tener un cajón para que pueda contener 250 cajas de 0,20 centímetros de lado, cada una?

R. 2 m^3.

12.—Una piedra cúbica mide 0,80 m. de cada lado. ¿Cuál será su precio a razón de pesos 12 el metro cúbico? R. 6,14.

13.—Un depósito mide 2,30 m. de largo, 1,80 m. de ancho y 1,90 m. de alto. ¿Cuál es su capacidad en metros cúbicos?

R. 7,86 m^3.

14.—Se ha cavado una zanja de 190 m. de largo, 0,80 de ancho y 0,60 m. de profundidad. ¿Cuántos carros de 2,80 m^3. se necesitarán para llevar la tierra extraída?

R. 32 $\frac{1}{2}$ c.

15.—Un estanque de 3.30 m. de largo, 2,40 m. de ancho y 1,60 m. de profundidad se ha llenado de agua hasta los $\frac{2}{3}$ de su altura. ¿Qué cantidad de agua en metros y decímetros cúbicos contiene?

R. 8m^3. 844 dc^3.

16.—¿Cuántos millares de ladrillos de 25 centímetros de largo, 15 centímetros de ancho y 5 centímetros de espesor, contendrá una pila de 11 metros de largo, 9 metros de ancho y 4 m. de alto?

R. 211.200.

17.—Un trozo de mármol se ha vendido en pesos 2.400 el metro cúbico. ¿Cuál es el valor de un pedazo del mismo mármol que tiene 80 centímetros de largo, 70 centímetros de ancho y 50 centímetros de alto?

R. 672 pesos.

18.—Suponiendo que una persona haga 1.200 aspiraciones por hora y que en cada aspiración introduzca 500 cm^3. de aire en sus pulmones. se desea saber cuántos litros de aire pasarán por sus pulmones en 300 días.

R. 4.320,000.

19.—Una pared tiene las siguientes dimensiones: 8 metros de largo, 6 metros de alto y 0.40 metros de espesor. ¿Cuántos ladrillos de 0,16 m. de largo, 0,12 m. de ancho y 0,08 m. de espesor se emplearán para construirla, sabiendo que la mezcla ocupa $\frac{2}{20}$ del volumen?

R. 11.250 l.

20.—De una mina de hierro se han extraído tres grandes peñascos de mineral: el primero tenía 4.634 m^3; el segundo 3.672 m^3 y el tercero 2.866 m^3. ¿Cuál es el volumen total que se ha extraído?

R. 11.172 m^3.

21.—Las paredes de una pieza tienen 0,60 m. de espesor, 6 metros de largo y 4,10 m. de alto; sabiendo que el metro cúbico ha costado 0,90 centavos. ¿Cuál será el costo de esas paredes?

R. 13,28.

22.—Un estanque rectangular de 3,80 m. de largo, 2,80 m. de ancho y 1,60 de profundidad, ha sido llenado de agua hasta los $\frac{2}{3}$ de su altura. ¿Qué cantidad de agua en metros y decímetros cúbicos contiene el estanque?

R. 11.356 m 1.135 dm^3.

23.—¿Cuál será el espesor de una pared cuyo largo es de 16 metros, su altura 2,70 m., y su volumen 16.150 m^3?

R. 0.37 m.

24.—Las dimensiones de un cajón son: 0,75 m. de largo; 0,40 m. de ancho y 0,20 m. de altura. ¿Cuántas cajas iguales de 0,12 m. de largo, 0,08 de ancho y 0,05 m. de alto puede contener?

R. 125 c.

25.—Un estanque rectangular tiene las siguientes dimensiones: 12 metros de largo, 0,80 m. de ancho y 0,80 m. de profundidad. ¿Cuál es el volumen del estanque?

R. 7,680 m^3.

26.—¿Cuál será el volumen que deberá tener una caja para que pueda contener 200 cajas de 0,75 m. de largo; 0,48 m. de ancho y 0,20 m. de espesor?

R. 14,400 m^3.

27.—¿Cuál será el volumen total de tres vigas que miden respectivamente: la primera 5 m. de largo, 0,30 m. de ancho y 0,35 de espesor; la segunda, 3,20 m. de largo, 0,18 m. de ancho y 0,20 m. de espesor; la tercera, 2,50 m. de largo, 0,18 de ancho y 0,26 m. de espesor?

R. 3,757 m^3.

28.—Para construir una pared de 18 m^3 se han empleado ladrillos de 1,020 centímetros cúbicos (juntura inclusive). ¿Cuál será el valor de los ladrillos empleados en esa construcción, si nos cobran 3 pesos el ciento?

R. 530,41.

29.—Una bañadera tiene las siguientes dimensiones: 1,10 m. de largo; 0,50 m. de ancho y 0,60 m. de alto. ¿Cuál será su volumen?

R. 3,30 m^3.

30.—Una pileta tiene un volumen de 6,480 m^3. ¿Cuál será su profundidad si la superficie del fondo es de 3,24 m^2?

R. 2 m.

31.—Se ha cavado una zanja de 165,50 m. de largo; 0,80 m. de ancho y 0,70 m. de profundidad. ¿Cuántos carros de 2,50 m^3 se necesitarán para transportar la tierra extraída, teniendo en cuenta que al removerla aumenta $\frac{1}{4}$ de su volumen?

R. $46\frac{1}{3}$ c.

32.—¿Qué se pagará por un trozo de madera escuadrado que tiene las siguientes dimensiones: largo 5,80 m.; ancho 0,70 m. y grueso 0,40 m., sabiendo que nos cuesta pesos 11 el decisterio?

R. 178,64.

33.—Las dimensiones de un granero son las siguientes: 6 m. de largo; 4 m. de ancho y 3 m. de alto. ¿Qué altura se debe dar a otro granero de un largo de 6,50 m., y de un ancho de 3,50 m. para que tenga la misma capacidad que el primero?

R. 3,164 m.

34.—Se quiere transportar a cierta distancia un montón de tierra de 2 m^3., utilizando canastos de 100 decímetros cúbicos de capacidad. ¿Cuántos viajes se tendrán que hacer?

R. 20.

35.—¿Cuántos rollos de papel de 8 m. de largo y 0,50 m. de ancho se necesitarán para empapelar una pieza que tiene las siguientes dimensiones: 6,50 de largo; 4,70 de ancho y 5 m. de alto?

R. 38.

36.—Un trozo de mármol de forma cúbica mide: 0,90 m. de cada lado. ¿Cuál será su valor sabiendo que el metro cúbico cuesta a razón de 12 pesos?

R. 8,75.

37.—He mandado cavar un pozo del cual se han extraído 340,500 m^3 de tierra. ¿Cuánto habré pagado por la excavación si me han cobrado a razón de pesos 0,40 por metro cúbico?

R. 136,20.

38.—Un salón de conferencias tiene las siguientes dimensiones: 20 m. de largo; 12 m. de ancho, y 8 m. de alto. ¿Qué volumen representa?

R. 1920 m^3.

39.—Una cancha de pelota tiene las siguientes dimensiones: 28 metros de largo, 8,50 m. de ancho y 9,20 m. de alto. ¿Cuántos metros cúbicos de aire puede contener esa cancha?

R. 2189,600 m^2.

40.—Se quiere hacer un depósito para agua de 4 m. de ancho, por 5 metros de largo y 3 metros de profundidad. ¿Cuántos litros de agua contendrá ese depósito cuando esté totalmente lleno?

R. 60,000 l.

41.—¿Cuántos fardos de lana contiene un galpón de 12 m. de largo y 8 m. de ancho, si dichos fardos tienen las siguientes dimensiones: largo 1,25 m. altura y espesor 0,90, y se sabe que alcanzan una altura de 5 m.?

R. 474 f.

42.—¿Qué espesor tendrá una pared cuyo largo es de 60; la altura 3 m. y su volumen 126 m^3?

R. 0,70 m.

43.—Se desea empapelar un cuarto de 6,20 m. de largo por 4.50 m. de ancho y 5 m. de alto. ¿Cuántos rollos de papel de 8 m. de largo y 0,60 m. de ancho se necesitarán?

R. 29.

44.—¿Cuál será el peso de un montón de grano de 8,10 de largo. 5,30 de ancho y 0.50 m. de alto, si 15 litros de este grano pesan 13,800 k.?

R. 19,747 $\frac{4}{5}$ k.

45.—La cal viva cuesta a razón de pesos 43 el metro cúbico. ¿Qué valdrían 3 $\frac{2}{5}$ dmc^3?

R. 0,1462.

46.—Se ha gastado en la perforación de una galería la suma de 10.000 pesos. ¿Cuánto se pagó por metro cúbico, siendo el largo de 6 metros, el ancho de 4 m. y la altura de 1,80 m.?

R. 232,40.

47.—¿Qué cantidad de agua contendrá un pozo si las dimensiones son: 5,50 m. de profundidad, 3,20 m. de ancho y 5,30 m. de largo?

R. 93,280.

48.—He mandado cavar una zanja y hemos convenido en pagar a razón de 5 pesos por metro cúbico. ¿Cuántos metros se habrán cavado si hemos pagado pesos 624,50?

R. 124,900 m^3.

49.—¿Cuántos millares de ladrillos de 27 centímetros de largo 15 centímetros de ancho y 5 centímetros de espesor, contendrá una pila de 10 metros de largo, 9 metros de ancho y 4 metros de alto, y cuál será su valor si se valúan los ladrillos a 15 pesos el millar?

R. 177.777 l.; 2.666,66 $.

50.—Se desea saber cuál es la capacidad de metros cúbicos y centímetros cúbicos de un depósito que tiene las siguientes dimensiones: 2,30 m. de largo; 1,80 de ancho y 2,10 m. de alto.

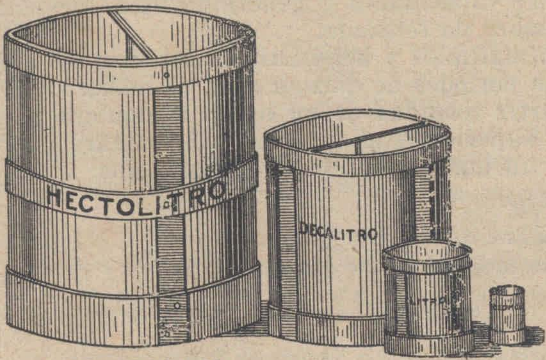
R. 8 m^3; 69400 c^3.

MEDIDAS DE CAPACIDAD

La unidad, en las medidas de capacidad, que nos sirven para medir los líquidos, tales como el agua, la leche, el vino, etc., y las materias secas tales como el maíz, arroz, granos, etc., que pueden contenerse en vasijas, la unidad, decimos, es el *litro*.

Esta medida equivale a un decímetro cúbico y es de distintas y diferentes formas, según el objeto en que se le emplee.

He aquí las medidas usuales:



PARA LOS GRANOS

PARA LOS LIQUIDOS

Los *múltiplos* del litro son:

El	*decálitro*	que	equivale	a	diez	litros.
„	*hectólitro*	„	„	„	cien	„
„	*kilólitro*	„	„	„	mil	„
„	*miriálitro*	„	„	„	diez mil	„

Los *submúltiplos* son:

El *decílitro* que equivale a un décimo de litro.
„ *centílitro* „ „ „ „ centésimo de litro.
„ *milílitro* „ „ „ „ milésimo de litro.

De los múltiplos solo se usan en la práctica, el *decálitro* y el *hectólitro*. El *kilólitro* sólo se usa para grandes capacidades y generalmente se designa con el nombre de *tonelada.*

Los múltiplos y submúltiplos del litro, se subdividen en períodos de diez en diez, de manera que para convertir medidas de un orden cualquiera al inmediato superior o al inferior, nos bastará correr la coma un lugar o agregar o quitar ceros.

Ejemplos:

Redúzcase 647 H 52 a decálitros.

Según lo anteriormente expuesto, sería:

647 H. 52 igual a 6475,2 decálitros

Redúzcase 647 litros o hectólitros. Tendremos que:

647 litros igual a 6,47 hectólitros; y si fuera a decálitros, sería:

647 litros igual a 64,70 decálitros

La relación que existe entre las medidas de volumen y las de capacidad, sabiendo que un litro es igual a un decímetro cúbico y que el metro cúbico es igual a mil decímetros cúbicos, es la siguiente:

1 m^3	vale	mil	litros.
100 dm^3	„	cien	„
10 dm^3	„	diez	„
1 dm^3	„	un	„
100 cm^3	„	un decílitro.	
10 cm^3	„	un centílitro.	
1 cm^3	„	un milílitro.	

PROBLEMAS SOBRE MEDIDAS DE CAPACIDAD

1.—Un barril lleno de agua ha perdido $\frac{3}{5}$ de su capacidad y le quedan aún 80 litros. ¿Cuántos litros contenía el barril?

R. 200.

2.—Se han llenado $\frac{3}{4}$ partes de un receptáculo habiéndose necesitado para ello 120 litros. ¿Cuántos litros puede contener el receptáculo lleno?

R. 160.

3.—Sabiendo que un hectólitro de vino de Mendoza me cuesta 40 pesos. ¿Cuánto nos costarán 15 litros?

R. 6.

4.—Una bordalesa de vino de 210 litros, costó 80 pesos. Se ha pagado $ 9.30 por flete y $ 3,10 por transporte. ¿A cuánto sale el litro?

R. 0,44.

5.—Se quiere embotellar una bordalesa de vino de 260 litros. ¿Cuántas botellas de 80 centílitros se necesitarán?

R. 325.

6.—En un viñedo se han cosechado 740 hectólitros de vino y se desea saber cuántos barriles de 170 litros se necesitarán para contenerlos.

R. 435 $\frac{1}{4}$ h.

7.—De una bordalesa de 240 litros se han vendido primero $\frac{1}{5}$, después $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. ¿Cuántos litros hay aún en la bordalesa?

R. 64.

8.—De una docena de botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos vasos de 3 decílitros pueden sacarse?

R. 30.

9.—¿Cuántas botellas de 60 centílitros se necesitarán para envasar 88 $\frac{1}{2}$ litros de vino?

R. 147 $\frac{1}{2}$.

10.—Si 100 litros de un líquido cuestan 160 pesos. ¿Cuánto nos costará un metro cúbico? R. 1.600 $.

11.—Un depósito contiene 30 litros de agua y se desea saber cuántos botellones de 15 decílitros podrán llenarse.

R. 20.

12.—Una fábrica ha vendido a un almacenero 50 barriles de cerveza de 60 litros cada uno a $ 30 el hectólitro; las ha embotellado en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, que vendió a $ 0,42 cada una. ¿Qué beneficio habrá obtenido el almacenero?

R. 780 $.

13.—Un arroyo da 450 litros de agua por segundo. ¿Cuántos litros dará en un minuto y cuántos en una hora?

R. 27.000 l., 1.620.000.

14.—¿A qué altura subirán 2.430 hectólitros de trigo colocados en una pieza que mide 9 m. de largo y 5.40 m. de ancho?

R. 5 m.

15—¿Cuántos baldes de 2 l. 5 dl. se sacarán de una pileta que contiene un metro cúblico de agua? **R. 400.**

16.—Sabiendo que un litro de vino nos cuesta 0,60 centavos se desea saber cuántos litros nos darán por pesos 258,78.

R. 431 $\frac{1}{3}$.

17.—Se han llenado las $\frac{3}{4}$ partes de un receptáculo, habiéndose necesitado para ello 120 litros de agua. ¿Cuál es la capacidad de ese receptáculo expresado en litros y medios decálitros?

R. 160 l., 32 med. doc.

18.—Una bordalesa de vino de 200 litros costó 90 pesos. Se ha pagado además $ 9,80 por derechos y $ 4,20 por transporte. ¿A cuánto sale el litro?

R. 0,52.

19.—De una bordalesa de 216 litros se han vendido: primero $\frac{1}{5}$ del contenido y luego $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. ¿Cuántos litros quedan aún en la bordalesa?

R. $57 \frac{3}{5}$.

20.—Un comerciante compra 57 litros de vino en 80 pesos; se perdieron 10 litros. ¿A cuánto debe vender el litro de lo que le queda para ganar sobre el costo 4 pesos?

R. 1,78.

21.—Necesito embotellar 270 litros de vino y deseo saber cuántas botellas de 90 centílitros necesitaré?

R. 300.

22.—En un mes una familia ha pagado por consumo de gas, la suma de $ 6,48. Sabiendo que el metro cúbico cuesta 0,24 centavos. ¿Cuántos litros se habrán gastado?

R. 27.000.

23.—Sabiendo que un litro de vino nos cuesta 0,50 centavos. ¿Cuántos litros nos darán por $ 284,50? ¿Cuántas damajuanas de 4 litros cada una necesitamos para colocar los litros comprados?

R. 569 l.; $142 \frac{1}{4}$ d.

24.—Se han vendido 240 Hl. de trigo a razón de pesos 1,40 el doble decálitro. ¿Cuánto produjo esa venta?

R. 168.

25.—Un almacenero ha comprado 4 cuarterolas de vino de 320 litros cada una al precio de $ 160 cada cuarterola. ¿Qué beneficio obtendrá el almacenero si vende el vino a $ 0,60 el litro?

R. 128 $.

26.—He comprado una bordalesa de vino de 306 litros y como quiero embotellarlo en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, quiero saber qué número de botellas necesitaré.

R. 403.

27.—¿Cuántos centímetros cúbicos representan 30 decálitros?

R. 300.000 cm^3.

28.—Si para sembrar un campo de 100 áreas se necesitan 308 litros de trigo. ¿Cuántos litros necesitaremos para un campo de 500 áreas?

R. 1.540.

29.—Una familia posee un barril de cerveza de 280 litros. Sabiendo que el padre bebe diariamente 1 litro, la madre $\frac{1}{2}$ litro y el hijo $\frac{1}{4}$ de litro, se desea saber cuántos días le durará el contenido del barril.

R. 160.

30.—Se han comprado 2.650 litros de vino a razón de 40 pesos el Hl. ¿Qué ganancia se obtendrá si se revende a $ 0,45 el litro?

R. 132,50.

31.—¿Cuántos dobles decálitros representará el maíz contenido en 3.560 bolsas, cada una de las cuales contiene 1,30 Hls.?

R. 23.140.

32.—Para embotellar un hectólitro de agua se ha necesitado 125 botellas. ¿Qué cantidad de botellas de igual capacidad se necesitarán para embotellar 80 litros?

R. 100.

33.—He comprado cierta cantidad de vino por la que me han cobrado \$ 5,25; luego compro una segunda partida de vino de la misma clase que la anterior que tiene 4 litros más que la primera y que me cuesta \$ 6,65. ¿Cuántos litros he comprado en total, y cuánto cuesta el litro?

R. 34 l.; 0,35 \$.

34.—Si 3 Hl. de hulla dan 55 m³ de gas. ¿Qué cantidad de hulla necesitaría una usina que debe dar 210.000 metros cúbicos de gas por día?

R. 114.545,45.

35.—Un comerciante ha comprado 29 bordalesas de vino a 48 pesos cada una y las vendió a 50 pesos cada una. ¿Qué ganancia obtuvo?

R. 58.

36.—Un almacenero compró 28 bordalesas de vino a \$ 45 cada una. ¿A cuánto debe vender cada bordalesa para ganar 140 \$?

R. 50 \$.

37.—Se desea saber cuántas bordalesas de vino habrá comprado un almacenero que ganó 180 pesos, y en cada una 6 pesos.

R. 30.

38.—¿Cuántos barriles de vino habrá comprado un almacenero sabiendo que gastó 1.500 pesos; que las vendió en 1.800 pesos, y que ganó en cada bordalesa 6 pesos?

R. 50.

39.—Un bodeguero mezcla 160 litros de vino de 0,14 centavos el litro con 80 litros de vino de 0,62 el litro. ¿A cuánto deberá vender el litro de mezcla para ganar 0,05 centavos en cada litro?

R. 0,35.

40.—El 15 % de un cargamento de trigo viene averiado, y está contenido en 215.328 bolsas. ¿Cuántas son las bolsas echadas a perder?

R. $32.299 \frac{1}{—}$.

41.—Un acopiador de frutos ha comprado 684 bolsas de trigo; 184 bolsas a razón de 6 pesos cada una y el resto a razón de 7 pesos cada una. ¿Cuánto debe pagar?

R. 4.604 \$.

42.—Para vaciar una pileta un hombre toma un balde de 12 litros y hace 65 viajes. ¿Cuántos viajes habrá tomado dos baldes de 5 litros cada uno? R. 78.

43.—En un tonel cuya capacidad es de 400 litros, se introduce vino de 0,45 el litro hasta llenar las $\frac{3}{4}$ partes del tonel; luego se llena del todo con vino de 0,30 el litro. ¿Cuánto vale el litro de mezcla?

R. $0{,}41\frac{1}{4}$.

44.—Un barril contiene 220 litros de vino. ¿Cuál será la ración que consume una persona en tres meses, sabiendo que anualmente bebe las $\frac{4}{5}$ partes del contenido del barril?

R. 44 l.

45.—El contenido de un barril de vino es de 210 litros; se sabe que revendiendo cada litro a 0,65 centavos habrá una pérdida total de \$ 25.30. ¿Cuál era el precio de compra de cada litro de vino?

R. 0,77.

46.—En un depósito hay 4 montones de trigo que contienen: el primero $2\frac{1}{2}$ hectólitros; el segundo $3\frac{3}{4}$ Hls.; el tercero $2\frac{4}{6}$ y cuarto $\frac{2}{5}$ Hls. ¿Cuántos hectólitros de trigo hay en el depósito?

R. $9\frac{5}{12}$ Hls.

47.—¿Qué número de copas de 50 centímetros cúbicos se podrán sacar de 5 botellas de vino de $\frac{3}{4}$ de litros cada una?

R. 75 c.

48.—Sabiendo que un hectólitro de vino nos cuesta 40 pesos. ¿Cuánto nos costarán 24 litros?

R. 9.60.

49.—Un chacarero ha vendido 2.142 hectólitros de trigo. ¿Cuántas bolsas de 5 dobles decálitros[2], se necesitarán para embolsarlo?

R. 2.100 b.

50.—Necesito envasar 92,50 litros de vinagre, utilizando botellas de 50 centílitros cada una. ¿Cuántas botellas necesitaré?

R. 185.

MEDIDAS DE PESO

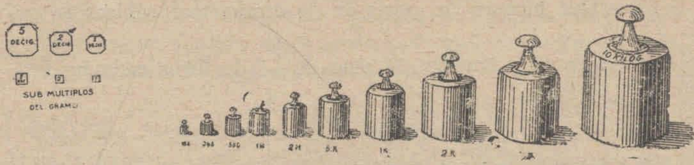
Estas medidas, como su nombre nos lo indica, nos sirven para obtener el peso de los cuerpos. La unidad, en las medidas de peso, es el *gramo*, cuyo peso equivale al de 1 cm^3 de agua destilada.

Los *múltiplos* del gramo son:

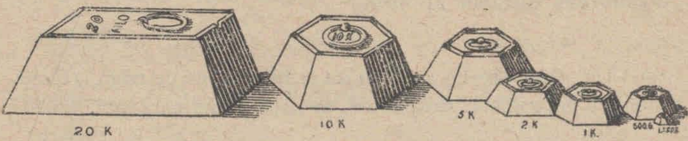
El	*decágramo,*	que equivale	a	10	gramos.
„	*hectógramo,*	„ „	„	100	„
„	*kilógramo,*	„ „	„	1.000	„
„	*miriágramo,*	„ „	„	10.000	„

Los *submúltiplos* son:

El	*decígramo,*	que equivale a	la décima parte del gramo.
„	*centígramo,*	„ „ „	„ centésima parte del gramo.
„	*milígramo,*	„ „ „	„ milésima parte del gramo.



SERIE DE PESAS CILÍNDRICAS EN BRONCE



PESAS DE HIERRO

Además tenemos la *tonelada métrica*, que equivale a *mil kilogramos*, y el *quintal métrico*, que equivale a cien kilos, siendo, en consecuencia, la décima parte de la tonelada. Ambas medidas se utilizan para los grandes pesos, tales como por ejemplo la carga de los buques, el de las locomotoras, etc.

Para aumentar el valor de las unidades de peso de un orden cualquiera a un valor mayor, debe dividirse la cantidad que desea aumentarse por diez, dándole la denominación de orden superior.

Ejemplo:

Redúzcase 340. De a su equivalente en hectógramos.
Tendríamos que:

$$340 : 10 = 34 \text{ hectógramos}$$

Para disminuir el valor de las unidades de peso a un orden inferior, debe multiplicarse la cantidad dada por 10, dándole la denominación de orden inferior.

Ejemplo:

Redúzcase 356 Kg. a su equivalente en hectógramos.
Según lo anteriormente expuesto, sería:

$$356 \times 10 = 3.560 \text{ hectógramos}$$

Vemos, pues, que para aumentar o disminuir equivalencias de peso, se procede lo mismo que para los del metro.

PROBLEMAS SOBRE MEDIDAS DE PESO

1.—Un almacenero compra azúcar a $ 0,40 el kilogramo y la vende a $ 0,55. ¿Cuánto ganará en 30 Kg.?

R. 4.50.

2.—¿Qué cantidad le reportará a un carnicero la venta de una res de 420 kilogramos, si la vende a 0,29 el kilogramo?

R. 121,80.

3.—Se han comprado 15 kilógramos de plumas de avestrúz a 96,50 $ los 10 kilogramos. Si las vendemos a pesos 9,90 el kilogramo. ¿Cuánto ganaremos?

R. 3,75.

4.—Sabiendo que la tonelada de algodón nos cuesta 240 pesos. ¿Cuánto nos costarán 5.840 kilogramos?

R. 1.401,60.

5.—¿Cuánto deberemos pagar por 60.200 gramos de sebo derretido, sabiendo que 10 kilogramos nos cuestan pesos 4,10?

R. 24,68.

6.—¿Cuánto valen 2.800 quintales de carbón, que cuestan a razón de 14 pesos la tonelada?

R. 3.920.

7.—Sabiendo que 150 kilogramos de harina dan 210 kilogramos de pan. ¿Qué cantidad se tendría con un kilogramo de harina?

R. 1 k. 40.

8.—¿Cuántas cajas de 1,8 K. se necesitarán para conservar 585 Kgs. de pasas de higo?

R. 325.

9.—Sabiendo que una bolsa de azúcar pesa 80 kilogramos y que el kilogramo cuesta $ 0,50. ¿Cuánto nos costarán 8 bolsas de igual peso y calidad?

R. 320.

10.—¿Cuánto pesará un cajón que contiene 52 barras de jabón de 6 kilogramos cada una y que el cajón vacío pesa 15 kilogms.?

R. 327.

11.—¿Cuánto nos costará un hectógramo de café, sabiendo que el kilogramo nos cuesta pesos 3,80?

R. 0,38.

12.—La sal me cuesta a razón de 4 centavos el hectógramo. ¿Qué cantidad de sal me darán por 12 pesos?

R. 30 Kgs.

13.—Un almacenero compra café a $ 1,90 el Kg. y lo vende a razón de $ 2,40 el Kg. ¿Cuántos pesos habrá ganado en la venta de 30 kilogramos?

R. 15.

14.—Si un kilogramo de jabón nos cuesta $ 2,10. ¿Cuántos kilogramos nos darán por $ 64,85?

R. 30 K. 882.

15.—Con 57.000 kilogramos de remolacha se han obtenido 24.081 Kg. de azúcar. ¿Qué cantidad de azúcar da un kilo de remolacha?

R. K. 0,422,43.

16.—He pagado por el transporte de 419 Kgs. de mercaderías la suma de $ 84,90. ¿Cuántos pesos me cobrarán por transportar a igual distancia 1.276 kilogramos?

R. 258,56.

17.—Un almacenero ha comprado 180 kilogramos de azúcar a razón de $ 0,45 el kilogramo. Ha vendido los $\frac{2}{3}$ de la cantidad a razón de $ 0,48 el kilogramo, y el resto a $ 0,57 el kilogramo. ¿Qué ganancia obtuvo?

R. 11,80.

18.—Sabiendo que un diamante que pesa 410 gr. nos cuesta $ 105. ¿Cuánto nos costará un diamante que pese 764 gr.?

R. 195,65.

19.—Un vaso vacío pesa 810 gramos; lleno de mercurio pesa 24 kilogramos. ¿Cuánto pesará si le sacamos la mitad del líquido incluyendo el peso del vaso?

R. 12,810 gr.

20.—¿Cuánto pesarán cien libras esterlinas, sabiendo que 3 pesan 23,964 grs.?

R. 798,6 grs.

21.—Un estanciero ha vendido 80.000 Kgs. de lana cruza fina a $ 5,60 los 10 Kgs., y 65.000 Kgs. cruza gruesa a $ 4,30 los 10 Kgs. ¿Cuántos pesos importó esta venta?

R. 72.750.

22.—Un tambero tiene 65 vacas que por término medio le dan 16 litros de leche cada una, por día. Sabiendo que para obtener un kilogramo de manteca se necesitan 32 litros de leche. ¿Cuántos kilogramos de manteca obtendrá con la leche de un día?

R. $22 \frac{1}{2}$ K.

23.—He comprado una cantidad de vino por la cual me han cobrado $ 5,40; más tarde recibo una segunda partida que tiene 4 litros más que la anterior y que me cuesta $ 6,60. ¿Cuántos litros me trajeron en las dos partidas?

R. 40 l.

24.—Si 100 kilos de semilla de colza producen 40 Kg. de aceite ¿Qué cantidad de semilla se necesita para producir 610 Kgs. de aceite?

R. 1.525.

25.—Suponiendo que un wagón de ferrocarril puede transportar 42.000 kilogramos, se desea saber cuántas bolsas de 70 kilogramos cada una podrían llevar 4 wagones de esa capacidad?

R. 2.400 b.

26.—Una familia consume 45 Kgs. de pan en 25 días. ¿Qué cantidad de pan consumirá en 350 días?

R. 630 K.

27.—Un almacenero obtiene una ganancia líquida de $ 0,19 por cada kilogramo de cierta mercadería. ¿Cuánto ganará en 58 kilogramos?

R. 11,02.

28.—Un carnicero compra 2 reses que pesan 484 Kgs. cada una y las vende a razón de $ 0,30 el kilogramo. ¿Cuántos pesos obtendrá de esa venta?

R. 290,40.

29.—Una bolsa de azúcar pesa 80 kilogramos y cuesta a razón de $ 0,50 el kilogramo. ¿Cuántos pesos nos costarán 5 bolsas de igual calidad y peso?

R. 200.

30.—¿Qué cantidad debemos pagar por la siguiente cuenta:

3 Kgs. de almidón, a $ 0,60 el kilogramo.

$\frac{1}{2}$ „ „ alpiste „ „ 0,16 el kilogramo.

$3\frac{1}{2}$ „ „ azúcar „ „ 0,60 el kilogramo.

$1\frac{1}{2}$ „ „ arroz „ „ 0,46 el kilogramo.

R. 4,67.

31.—Un almacenero compra azúcar a $ 0,40 el Kg. y la vende a $ 0,50 el Kg. Compra café a razón de $ 1,80 y lo vende a $ 2,20 el kilogramo. ¿Cuánto ganará en la venta de 20 Kgs. de azúcar y 30 Kgs. de café?

R. 14.

32.—¿Cuál será el peso del líquido que contiene un barril, sabiendo que vacío pesa 18 Kgs. y lleno 247 Kgs.?

R. 229 Kgs.

33.—Sabiendo que el carbón común nos cuesta $ 35 la tonelada, se desea saber cuál será el importe de 7 wagones de 2.400 kilogramos cada uno.

R. 588.

34.—¿Qué cantidad debemos pagar por 28 Kgs. de miel a razón de $ 0,80 el Kg., y de 80 Dg. de cera a $ 3,70 el Kg.?

R. 25.36.

35.—Sabiendo que cierta clase de tabaco nos cuesta a razón de $ 0,70 los 100 grs. ¿Cuántos kilogramos nos darán por 28 pesos?

R. 4 Kgs

36.—Se sabe que un decímetro cúbico de agua de mar pesa 1,025 K. ¿Cuál será el peso de un barril de 100 litros?

R. $102 \frac{1}{2}$ K.

37.—Se ha comprado sebo a $ 120. Vendiéndolo a $ 6 cada 20 kilogramos resulta un beneficio de $ 30. ¿Cuántos kilogramos se han comprado?

R. 500 K.

38.—Un almacenero compra 30 Kgs. de clavo de olor en $ 45. Desea venderlos obteniendo una ganancia de $ 15. ¿A cuánto deberá vender el hectógramo?

R. 0,20.

39.—Un colchonero ha comprado lana de dos clases: la primera vale $ 2,50 los 10 Kgs. y la segunda $ 3.70. Tomando $40 \frac{1}{2}$ K. de la primera. ¿Cuánto tomó de la segunda si ha gastado $ 24,02?

R. 8 Kgs.

40.—¿Qué debe una familia a un panadero que le ha suministrado 30 panes de 2 Kgs. cada uno, la mitad a 9 centavos los 5 hectógramos y la otra mitad a 21 centavos el kilogramo?

R. 11,70.

41.—El quintal de una mercadería ha costado $ 348. ¿En cuánto debe venderse para ganar $ 5,10 en una venta de 15 kilogramos?

R. 3,82.

42.—Un comerciante ha comprado 130 Kgs. de dátiles a $ 0,15 el hectógramo: vendió $\frac{2}{5}$ a $ 1,90 el Kg. y los demás a $ 18 los 10 Kgs. ¿Ha ganado o perdido en esta venta?

R. Ganó 44,20.

43.—Un obrero gasta cada semana en fumar y copas $ 1,40. ¿Para cuánto tiempo tendría pan con esa suma, ahorrada en un año, sabiendo que diariamente come 750 gramos de pan que paga a razón de 0,22 centavos el kilogramo?

R. 433 $\frac{1}{3}$ días.

44.—Una mercadería cuesta $ 32 el Kg. ¿Cuál será el valor de 250 Hg. y cuál el de 50 gramos?

R. 8; 1,60.

45.—Se han comprado 10 Kg. de yerba a $ 0,80 el Kg. ¿A cuánto deberé vender los 5 Hg. para ganar en todo 4 pesos?

R. 0,60.

46.—Un comerciante compra 9.500 Kgs. de mercadería a razón de $ 5 los 10 Kgs. y 8.300 Kgs. a $ 8 los 10 Kgs. Vende la primera a $ 5,80 los 10 Kgs. y la segunda a $ 8,50 los 10 Kgs. ¿Qué beneficio obtiene en esa venta?

R. 11,750.

47.—Un acopiador compra 1.500 Kgs. de huesos a razón de $ 30 los mil kilogramos, dando en cambio 9 cascos de sebo de 10 Kgs. cada uno que valen a razón de $ 3,60 los 10 Kgs. ¿Cuánto debe aún pagar?

R. 12,60.

48.—Por el transporte de 816 Kgs. de mercaderías he pagado \$ 160,25. ¿Cuánto deberé pagar por 1.128 Kgs.?

R. 221,52.

49.—Un almacenero compra 100 Kgs. de yerba a razón de pesos 0,60 el Kg. Vende las $\frac{2}{5}$ partes a \$ 0,70 el Kg. y el resto a \$ 0,65 el Kg. ¿Cuánto habrá ganado en esa venta?

R. 7 \$.

50.—Una familia consume diariamente dos Kgs. de carne. Ha pagado por tal concepto por consumo de 30 días \$ 42. Habiendo aumentado el precio de la carne tuvo que pagar 10 centavos más por kilogramo durante los últimos 14 días. ¿A cuánto sale el kilogramo en los dos períodos?

R. 0,70; 0,80.

MEDIDAS MONETARIAS

Estas medidas o monedas que nos sirven para conocer el precio de las cosas, tienen como *unidad*, en las de la República Argentina, *el peso.*

El peso es una moneda de plata de 25 gramos de peso y que está formada por una aleación de 900 partes de plata y 100 partes de cobre.

Los metales usados en las monedas argentinas, son: el oro, la plata, el níquel y el cobre. Tenemos, por consiguiente, monedas de esos cuatro metales. Además, tenemos el *peso moneda nacional* que es el que se usa más comunmente para todas las operaciones de compra y venta. Dicho peso moneda nacional es una orden de pago o cheque emitido por la Nación y por intermedio de cuya orden se efectúan las compras, los pagos, etc.

La aleación empleada en las monedas de oro y de plata, se hace con una mezcla de 0.9 de metal fino y de 0.1 de cobre. Este último metal tiene por objeto dar al oro y a la plata la dureza y consistencia necesarias, dado que de por sí solos, esos metales son demasiado blandos para resistir al desgaste que ocasiona el uso. La proporción de la aleación está establecida por ley que permite una tolerancia de 0.0001 para las monedas de oro y de 0.0002 y 0.0003 para las de plata.

He aquí las monedas en uso en la República Argentina.

Monedas de oro:

1 Argentino, que vale 5 pesos oro.

1|2 „ „ „ 2,50 pesos oro.

Monedas de plata	*Monedas de níquel*	*Monedas de cobre*
1 peso	20 centavos	2 centavos.
50 centavos	10 „	1 „
20 „	5 „	
10 „		
5 „		

Los valores circulantes en la actualidad, en papel moneda son los siguientes:

Billetes	de	mil pesos moneda nacional.			
„	„	quinientos pesos moneda nacional.			
„	„	cien	„	„	„
„	„	cincuenta	„	„	„
„	„	diez	„	„	„
„	„	cinco	„	„	„
„	„	un	„	„	„

Por el tipo oficial del oro, fijado por el Superior Gobierno de la Nación, cada *cien pesos oro* valen doscientos veintisiete pesos con veintisiete centavos moneda nacional ($ 227,27 m|n).

Para reducir pesos oro a pesos moneda nacional, se multiplica la cantidad de pesos oro que se quiera convertir, por 227,27 (tipo oficial) y el producto que se obtenga de esta operación se divide por 100, — obteniendo así la redución deseada.

Ejemplo:

Suponiendo que quisiéramos reducir 100 pesos oro, al tipo oficial de 227,27, a su equivalente en moneda nacional tendríamos que:

$$\frac{100 \times 227{,}27}{100} = 227{,}27 \text{ pesos moneda nacional}$$

Para convertir pesos moneda nacional a pesos oro, se multiplica la cantidad de pesos moneda nacional por cien y el producto de esta multiplicación, se divide por el tipo del oro.

Ejemplo:

Suponiendo que la reducción fuera de 227,27 pesos moneda nacional a pesos oro, al tipo oficial, tendríamos que:

$$\frac{227{,}27 \times 100}{227{,}27} = 100 \text{ pesos oro}$$

PROBLEMAS SOBRE LAS MONEDAS

(Tipo oficial del oro 227,27)

1.—¿Qué cantidad de pesos oro representarán 6 argentinos y 4 medios argentinos?

R. 40.

2.—He comprado unos zapatos y he pagado su importe con 20 monedas de 0,20 cada una; 35 monedas de 0,10 cada una y 100 monedas de 0,05 cada una. ¿Cuánto he pagado?

R. 12,50.

3.—¿Cuántos pesos representan 8 monedas de 0,20 c|u., 24 monedas de 0,10 c|u., 36 de 0,05 c|u., y 48 piezas de cobre de 0,02 centavos cada una?

R. 6,76.

4.—Quiero reunir pesos 3,50 en monedas de 0,20, 0,10 y 0,05, tomando igual número de monedas de cada clase. ¿Cuántas debo tener de cada clase?

R. 10 de 0,20; 10 de 0,10; 10 de 0,05.

5.—Al abrir su alcancía María Delia ha encontrado 8 piezas de plata de 0,50 cada una; 21 monedas de 0,20 c|u., 17 monedas de 0,10 y 2 papeles de 1 peso cada uno. ¿Cuántos pesos tenía la alcancía?

R. 11,90.

6.—He comprado un sombrero que me cuesta 4 pesos oro. ¿Qué equivalente en pesos papel representa esa cantidad sabiendo que el tipo oficial del oro es de 227,27?

R. 9,09.

7.—Quiero mandar a Francia la suma de pesos 18,18 papel ¿Qué equivalente en oro remitiré?

R. **$ 8 oro.**

—8.—Necesito convertir 20 pesos papel en pesos oro. ¿Qué cantidad recibiré?

R. 8,80.

9.—¿Cuántos pesos oro representa la cantidad de 216,824,32 pesos?

R. o|s. 95,402,70.

10.—Una fuerte casa cerealista ha comprado en un año frutos del país por valor de pesos moneda nacional 1.296.000. ¿Qué cantidad de pesos oro representa esa suma?

R. 570.246,84.

11.—El pastoreo de un animal vacuno me cuesta a razón de 4 pesos. ¿Qué cantidad de pesos oro deberé pagar por una tropa de 5.680 animales?

R. 9.996,91.

12.—Una persona paga una pensión diaria de 6 pesos oro. ¿Cuántos pesos papel representa ese gasto?

R. 13,64.

13.—¿Quiero comprar un argentino. ¿Cuántos pesos papel necesitaré?

R. 11,36.

14.—Se desea saber cuántos pesos papel se necesitan para pagar pesos 560,50 oro?

R. 1.273,85.

15.—Sabiendo que un cobre de 0,02 centavos pesa 10 gramos y el de 0,01 centavo pesa 5 gramos. ¿Cuántos pesos representaría una suma de cobre que pese 250 kilogramos?

R. 500 pesos.

16.—Sabiendo que un peso plata pesa 25 gramos. ¿Cuántos kilogramos pesarán 80 pesos?

R. 2 kgs.

17.—¿Qué valor representará una suma de monedas de oro que pesa 7 quintales, sabiendo que un argentino pesa gramos 8,645?

R. 86.800 arg.

18.—Sabiendo que un franco vale 20 centavos oro. ¿Qué valor en pesos moneda nacional representarán 5 francos?

R. 2,27.

19.—En Europa se ha cotizado la lana sucia a razón de 1 franco 20 el kilogramo. ¿Qué valdrán 5 kilogramos en moneda argentina?

R. 1.20 oro.

20.—La libra esterlina vale 5,04 pesos oro. Deseo saber cuántos pesos moneda nacional representarán 5 libras esterlinas.

R. 57,25.

21.—Sabiendo que un argentino pesa 8,0645 gramos. ¿Qué cantidad de argentinos entrarían en una suma compuesta de 75 kilogramos de esas monedas?

R. 9.300 arg.

22.—¿Cuál sería el valor en pesos moneda nacional de una cantidad compuesta de todas las monedas y cobres del sistema monetario argentino? R. 19,27.

23.—Una moneda brasileña de 20.000 reis vale 11,326 pesos oro. ¿Cuántos pesos oro nos costarán 10 monedas de ese mismo valor?

R. 113,26 o|s.

24.—En Hamburgo se ha vendido quebracho argentino a razón de $66\frac{1}{2}$ marcos la tonelada. Sabiendo que 10 marcos valen pesos oro 2,47. ¿Cuántos pesos oro y pesos moneda nacional valdrá la tonelada?

R. 16,42 oro; 37,31 m|n.

25.—La moneda de 5 soles del Perú vale 5 pesos oro y se desea saber cuántos pesos oro nos costará la compra de 2.500 soles?

R. 2.500 o|s.

26.—Suponiendo que la producción anual de oro en el mundo es de 22.600 kilogramos. ¿Cuál será su valor, sabiendo que 5 pesos oro pesan 8,0645 gramos?

R. 14.012.000.

27.—En mi último viaje a Europa compré un paraguas por 9 pesos oro. ¿Cuántos pesos moneda nacional he pagado?

R. 20,45.

28.—Necesito cambiar 588,50 pesos moneda nacional en su equivalente a oro. ¿Qué cantidad deben darme?

R. 258.06.

29.—He comprado una máquina fotográfica que me cuesta 240 francos. ¿Cuántos pesos moneda nacional representa esa compra?

R. 109,09.

30.—¿Cuántos pesos oro valdrán 50 libras esterlinas, sabiendo que cuatro de ellas nos cuestan 20,16 oro?

R. 252 o|s.

31.—¿Cuántos pesos oro valen 15 toneladas de carbón sabiendo que con 4 libras se han comprado 7 toneladas, y que 3 libras equivalen a 15,12 pesos oro?

R. 43,20 oro.

32.—La moneda española de 25 pesetas vale 5 pesos oro y deseamos saber cuántos pesos oro tendremos que pagar para adquirir 10.000 pesetas.

R. $ 2.000 o|s.

33.—Deseo comprar 5.000 pesetas y quiero saber cuántos pesos moneda nacional debo desembolsar.

R. 2.272,70.

34.—¿Cuántos pesos moneda nacional nos costarán 1.000 francos, sabiendo que 100 francos valen 20 pesos oro?

R. $ 454.54.

35.—Un cóndor o sean 10 pesos de Chile, valen pesos 9,455 oro y deseamos saber cuántos pesos oro valdrán 100 pesos chilenos

R. 94,55 o|s.

36.—Se desea saber cuál es el valor de una suma de monedas argentinas de plata que pesa $264\frac{1}{2}$ gramos, teniendo presente que un peso plata pesa 25 gramos. R. $ 10,58 m|n.

37.—Un almacenero para pesar una mercadería ha suplido las pesas por monedas y ha tomado 10 piezas de plata de 1 peso; 4 de cincuenta centavos y 10 cobres de 0,02 centavos. ¿Cuánto pesaba la mercadería?

R. 400 grs.

38.—Las monedas de níquel de 0,20 centavos pesan 4 gramos cada una. ¿Cuántos pesos representarán un montón de esas monedas que pesa 200 gramos?

R. $ 10.

39.—Sabiendo que 1 águila (10 dólares) vale pesos 10.364 oro; que una onza española vale pesos 16,275 oro; que 25 pesetas valen 5 pesos oro y que un cóndor chileno vale pesos 9,455 oro, deseamos obtener en pesos oro el valor de las siguientes monedas: 15 águilas, 3 onzas, 20 pesetas y 7 cóndores.

R. $ 274,47 o|s.

40.—Con la cantidad de 2.574 pesos moneda nacional. ¿Cuántas monedas de 20.000 reis se pueden comprar?

R. 100.

41.—¿Cuántos pesos oro nos costarán 50 pesos plata uruguaya, sabiendo que un peso cuesta pesos 1,072 oro?

R. $ 536 o|s.

42.—A 50 kgs. de cobre. ¿Qué cantidad de plata se tendría que añadir para acuñar piezas de cincuenta centavos, sabiendo que cada moneda de este valor tiene una aleación de 900 milésimos de plata y 100 milésimos de cobre? R. 450 kgs.

43.—Sabiendo que un argentino pesa 8,0645 gramos; que 1 peso plata pesa 25 gramos y que un cobre de 0,02 centavos pesa 10 gramos, se pregunta: ¿Qué valdrán 1 kg. de oro, 1 kg. de plata y 1 kg. de cobre? R. $ 620; 40; 2, m|n.

44.—Pudiendo un hombre cargarse 80 kilogramos. ¿Qué suma llevaría en oro y en cobre?

R. 9.920 arg.; 16.000 cent.

45.—¿Cuántos pesos moneda nacional representan 40 francos?

R. 18,18.

46.—Con un argentino he pagado una cuenta de 7 pesos papel y deseo saber a cuánto equivale en pesos oro el vuelto que me han dado.

R. $ 1,92 oro.

47.—¿Cuánto nos costarán 227 marcos (moneda alemana) sabiendo que uno vale 0,247 oro?

R. $ 56,10 o|s.

48.—¿Qué longitud se obtendrá colocando horizontalmente una al lado de otra 8 monedas de un peso, 15 monedas de 0,20 centavos y 30 piezas de 0,02 centavos, sabiendo que el diámetro de las mismas son: 37 m. m., 21 m. m. y 30 m. m., respectivamente?

R. 1.511 m.

49.—Si 1 kilogramo de carbón nos cuesta pesos 2,20 oro. ¿Cuántos pesos moneda nacional nos costarán 50 kilogramos?

R. $ 250 m|n.

50.—¿Cuántos pesos oro tendré que pagar para comprar las siguientes monedas: 25 pesetas, 20.000 reis, 1 libra esterlina, 20 francos, 20 marcos y 1 cóndor?

R. $ 39,76 o|s.

DIVISION DEL TIEMPO

En las medidas del tiempo, la unidad es el *día*.
Los *múltiplos* del día son:

Los *siglos*.
Los *años*.
Los *meses*.
Las *semanas*.

Los *submúltiplos* son:

Las *horas*.
Los *minutos*.
Los *segundos*.

El siglo lo forman 100 años; el año 12 meses, o 365 días, el mes 30 días (comerciales); el día 24 horas; la hora 60 minutos y el minuto 60 segundos.
Según lo anteriormente expuesto tenemos que:

1 siglo	tiene	100	años.
1 año	„	12	meses.
12 meses	„	52	semanas.
1 semana	„	7	días.
1 día	„	24	horas.
1 hora	„	60	minutos.
1 minuto	„	60	segundos.

El año tiene 4 estaciones, que son:

La *primavera*, el *verano*, el *otoño* y el *invierno*.

La primavera empieza el 21 de Septiembre y termina el 20 de Diciembre.

El verano empieza el 21 de Diciembre y termina el 20 de Marzo.

El otoño empieza el 21 de Marzo y termina el 20 de Junio.

El invierno empieza el 21 de Junio y termina el 20 de Septiembre.

Los meses del año, y sus correspondientes días, son los siguientes:

Enero,	que tiene		31	días.	
Febrero,	„	„	28	„	o 29 días cuando el año es bi-
Marzo,	„	„	31	„	[siesto.
Abril,	„	„	30	„	
Mayo,	„	„	31	„	
Junio,	„	„	30	„	
Julio,	„	„	31	„	
Agosto,	„	„	31	„	
Setiembre,	„	„	30	„	
Octubre,	„	„	31	„	
Noviembre,	„	„	30	„	
Diciembre,	„	„	31	„	

Los días de la semana son:

1º Domingo, 2º Lunes, 3º Martes, 4º Miércoles, 5º Jueves, 6º Viernes, 7º Sábado.

PROBLEMAS SOBRE LAS MEDIDAS DE TIEMPO

1.—¿Cuántos segundos hay en 10 minutos?

R. 600.

2.—¿Cuántos minutos hay en 16 horas?

R. 960.

3.—Un reloj adelanta 5 minutos por día. ¿Cuátos minutos habrá adelantado en 35 días?

R. 2 h. 55 m.

4.—Un tren de carga recorre 15 kilómetros en una hora. ¿En qué tiempo recorrerá una distancia de 54 kilómetros, teniendo en cuenta 8 paradas de 3 minutos cada una?

R. 3 h. 36'.

5.—Con una velocidad de 18 kilómetros por hora, una locomotora recorre cierta trayectoria en 10 horas. ¿Cuánto tiempo emplearía en recorrer la misma distancia si la velocidad fuese de 12 kilómetros por hora?

R. 15 h.

6.—¿Cuánto tiempo habrá empleado una locomotora en recorrer cierta distancia, si el primer día anduvo 4 hs., 25' 20"; el segundo la mitad de ese tiempo y el tercer día el doble de lo que anduvo el primer día?

R. 15 h., 20' 15".

7.—Un viajero recorrió las siguientes distancias: el primer día 26 kilómetros, el segundo 27 kilómetros, el tercero 28 kilómetros y el cuarto 29 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrió término médio, por día?

R. $27 \frac{1}{2}$ Km.

8.—¿Qué tiempo necesitaría un tren para recorrer la distancia de 10.500 Km., si recorre a razón de 45 kilómetros por hora?

R. $233 \frac{1}{3}$ h.

9.—Un buque sale del puerto de La Plata a la 1 en punto, y otro $2 \frac{1}{2}$ horas más tarde que el primero, siguiendo los dos el mismo derrotero. El primero hace 25 nudos por minuto y el segundo treinta nudos. ¿Al cabo de cuánto tiempo el segundo buque alcanzará al primero?

R. $12 \frac{1}{2}$ h.

10.—Una canilla da 6 litros de agua en 2 minutos 4 segundos. ¿Qué tiempo tardará para llenar un depósito que tiene una capacidad de 60 litros?

R. 1.240 s.

11.—El general San Martín nació el 25 de Febrero de 1778 y murió el 17 de Agosto del año 1850. ¿Cuántos años, meses y días tenía al fallecer?

R. 72 años, 5 meses, 22 días.

12.—¿A qué distancia estará un cazador de mí, si después de 5 segundos de ver el fogonazo oigo el tiro, sabiendo que el sonido recorre una distancia de 3400 ms. por segundo?

R. 1.700 m.

13.—Un viajero ha recorrido 3,822 Kms., así: 2 veces más por agua que por tierra. ¿Cuántos kilómetros recorrió por tierra?

R. 1.274 Kms.

14.—Un tren recorre 800 metros por minuto. ¿Qué distancia habrá recorrido en 1 hora y 6 minutos?

R. 52 Ks. 800 m.

15.—Un tren sale de una estación marchando a razón de 20 Kms. por hora; 6 horas más tarde sale de la misma estación otro tren que marcha a razón de 28 Kms. por hora. ¿Cuántas horas tardará el segundo tren para alcanzar al primero?

R. 15 h.

16.—Una locomotora recorre 140 Kms. en 5 horas; calcúlese qué distancia recorrerá con igual velocidad en 9 horas.

R. 252 Kms.

17.—Un tren anda a razón de 45 Kms. por hora. La distancia que debe recorrer ese tren es de 1.035 kilómetros. ¿A qué hora llegará a su destino saliendo de La Plata a las 10 p. m., y teniendo 6 paradas de 10 minutos y 10 paradas de 5 minutos?

R. A las 10,50 de la noche siguiente.

18—Para hacer las $\frac{3}{5}$ partes de una obra se invierten 4 hs. 15'. ¿Qué tiempo se invertirá para hacer toda la obra?

R. 7 hs. 5'.

19.—¿Cuántos segundos hay en 13 hs., 15', 26"? ¿Cuántos minutos hay en 15 hs. 18'?

R. 17.726": 918'.

20.—Dos fuentes dan respectivamente 14 litros en 3 horas y 24 litros en 6 horas. ¿Cuántos litros suministra cada una en un día?

R. 112; 96.

21.—Un automóvil anda con una velocidad de 65 Kms. por hora; otro que sale del mismo punto 600 minutos más tarde recorre 72 kilómetros por hora. ¿En qué tiempo el segundo automóvil alcanzará al primero?

R. 9 hs. 28'.

22.—¿Qué velocidad tendrá una bala por segundo, si a los seis segundos ha recorrido 3.000 metros?

R. 500 m.

23.—Caminando a razón de 50 Kms. por hora, un tren ha tardado 18 horas en recorrer una determinada distancia, y se desea saber cuánto tiempo invertirá otro tren para hacer la misma distancia marchando a razón de 60 Kms. por hora.

R. 15 hs.

24.—Una rueda da 56.220 vueltas en 24 horas. ¿Cuántas da en en minuto?

R. 390,4.

25.—Una vela consume $22\frac{1}{2}$ litros de oxígeno en una hora. ¿Qué cantidad de oxígeno consumirá en 256 minutos?

R. 96 l.

26.—¿En qué tiempo se duplicará un capital colocado al 5 % de interés anual?

R. 20 años.

RAZONES Y PROPORCIONES

Definiciones. — Razón de dos números es el resultado de su comparación.

La comparación puede hacerse de dos maneras: *Por diferencia y por cuociente.*

Ejemplos:

$$6 - 4$$
$$8 - 2$$

La primera se llama *razón por diferencia o aritmética* y la segunda *razón por cuociente o geométrica.*

El primer término de una razón se llama *antecedente* y el segundo *consecuente.* En las razones anteriores serán antecedentes el 6 y el 8 y consecuentes el 4 y el 2.

Proporción es la igualdad de dos razones.

Ejemplos:

$$8 - 4 = 10 - 6$$
$$6 : 3 = 14 : 7$$

La primera se llama *proporción aritmética* y la segunda *proporción geométrica.*

La proporción geométrica se escribe también en esta forma:

$$8 : 4 :: 12 : 6$$

y se lee: *ocho es a cuatro como doce es a seis.*

Los términos primero y cuarto se llaman *extremos* y el segundo y tercero, *medios.*

PROPIEDADES PRINCIPALES DE LAS PROPORCIONES GEOMÉTRICAS

TEOREMA FUNDAMENTAL. — En toda proporción *el producto de los extremos es igual al producto de los medios.*

Sea la proporción:

$$12 : 4 :: 9 : 3$$

Llamando R a la razón tendremos:

$$12 = 4R$$
$$3R = 9$$

Multiplicando miembro a miembro estas igualdades, resulta:

$$12 \times 3 \times R = 4 \times 9 \times R \text{ y}$$

suprimiendo el factor común R nos queda:

$$12 \times 3 = 4 \times 9$$

Que es lo que se quería demostrar.

Del principio anterior y lo estudiado en las igualdades se deduce:

a) *Un medio es igual al producto de los extremos dividido por el otro medio.*

b) *Un extremo es igual al producto de los medios dividido por el otro extremo.*

Llámase *proporción continua* aquella que tiene iguales los términos medios.

Ejemplo:

$$12 : 6 :: 6 : 3$$

El medio repetido se llama *medio proporcional.* *El medio proporcional es igual a la raíz cuadrada de los extremos.*

Sea la proporción:

$$16 : 8 :: 8 : 4$$

Según el principio fundamental tenemos:

$$8 \times 8 = 16 \times 4$$

o bien:

$$8^2 = 16 \times 4$$

Extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, resulta:

$$8 = \sqrt{16 \times 4}$$

Que es lo que queríamos demostrar.

Si el producto de dos números es igual al producto de otros se puede formar proporción. Los factores de un producto serán medios y los del otro extremos.

Sea $8 \times 4 = 16 \times 2 \quad (1)$

Digo que $8 : 16 :: 2 : 4$

Llamando R a la razón de 8: 16 tendremos:

$$8 = 16 \times R$$

Sustituyendo en la (1) el valor de 8 por su igual, resulta:

$$16 \times R \times 4 = 16 \times 2 \text{ y}$$

suprimiendo el factor común 16 tenemos:

$$R \times 4 = 2$$

Lo cual significa que R es también la razón entre 2, y 4, luego:

$$8 : 16 :: 2 : 4$$

Que es lo que queríamos demostrar.

Si se multiplican ordenadamente los términos de varias proporciones, los productos forman proporción.

Sean las proporciones:

$$\begin{array}{l} a : b :: c : d \\ a, : b, :: c, : d, \\ a^2 : b^2 :: c^2 : d^2 \end{array}$$

Según el principio fundamental tendremos:

$$\begin{array}{l} a \times b = b \times c \\ a, \times b, = b, \times c, \\ a^2 \times b^2 = b^2 \times c^2 \end{array}$$

Multiplicando ordenadamente estas igualdades tendremos:

$$a.\ a,\ a^2 \times d.\ d,\ d^2 = b.\ b,\ b^2 \times c.\ c,\ c^2$$

De donde:

$$a.\ a,\ a^2 : b.\ b,\ b^2 :: c.\ c,\ c^2 : d.\ d,\ d^2$$

Que es lo que queríamos demostrar.

En toda proporción *la suma o diferencia del antecedente y consecuente de la primera razón es a su antecedente o consecuente como la suma o diferencia del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su antecedente o consecuente.*

Sea la proporción:

$$a : b :: c : d$$

Digo que:

$$a \times b : a :: c \times d : c$$

Según el teorema fundamental tenemos:

$$a \times d = b \times c$$

Añadiendo a ambos miembros el producto de los antecedentes a, c, resulta:

$$a, d. + a. c. = b. c. + ac.$$ y

factoreando tenemos

$$(d + c)\, a = (b + a)\, c$$

De donde:

$$b + a : a :: d + c : c$$

Que es lo que queríamos demostrar.

Análogamente demostraríamos que a-b: b::c-d: c

En toda proporción se pueden poner los medios por extremos, los antecedentes por consecuentes, permutar los extremos o los medios, etc., teniendo en cuenta que en todas estas transformaciones el producto de los extremos debe ser siempre igual al producto de los medios.

Ejemplo:

a : b :: c : d =
a : c :: b : d
b : a :: d : c
b : d :: a : c
c : a :: d : b
c : d :: a : b
d : b :: c : a
d : c :: b : a

En todas estas proporciones, ad = bc.

REGLA DE TRES

La regla de tres es la operación que tiene por objeto resolver los problemas que dependen de una o más proporciones y en la cual dándose tres cantidades relacionadas entre sí, se desea saber el valor o relación proporcional de una cuarta cantidad que nos es desconocida y que se denomina *equis* (x).

La regla de tres puede ser *simple* o *compuesta.*

Es simple cuando el problema a resolver depende de una proporción única y compuesto cuando el problema a resolver depende de dos o más proporciones.

La regla de tres puede también ser *directa* o *inversa*. Será directa cuando aumentando las cantidades principales, aumenten también las cantidades relativas o cuando disminuyendo las mismas cantidades principales, disminuyan también las cantidades relativas.

Será inversa cuando aumentando las cantidades principales, disminuyen las cantidades relativas o cuando disminuyendo las mismas cantidades principales, aumentan las relativas.

En esta regla entran cantidades *principales* y cantidades *relativas.*

Llámanse cantidades *principales* a las dos cantidades conocidas de la misma especie, y cantidades *relativas* las dos cantidades de la misma especie y de las cuales sólo una es conocida.

Vamos a plantear un problema como ejemplo.

Si un hombre en 50 días gana 150 pesos. ¿Cuánto ganará el mismo hombre en 100 días?

En este caso las *dos cantidades conocidas de la misma especie,* son 50 días y 100 días, siendo por consiguiente, éstas las cantidades *principales.*

Las otras dos cantidades *de la misma especie* y de las cuales *una es conocida* y la otra desconocida, serán 50 pesos y equis (x) pesos. Estas son las can tidades *relativas*.

Disposición:

50 días . . . . . . 150 $
100 „ . . . . . . x „

Estableciendo las proporciones tendremos:

$$50 : 100 :: 150 : x$$

Siendo el extremo desconocido igual al producto de los medios, dividido por el extremo conocido, resulta que:

$$x = \frac{100 \times 150}{50} = 300 \ \$$$

Para tratar de hacer más comprensible lo anteriormente expuesto, vamos a resolver el problema que hemos mencionado como ejemplo.

Si analizamos el mismo, veremos que si un hombre en 50 días gana 150 pesos, en doble tiempo de trabajo, o sea en los 100 días, debe lógicamente ganar el doble de pesos.

Entonces decimos:

Si un hombre en 50 días gana 150 $, en un día ganará 50 veces menos $\frac{150}{50} = 3$ $ y en 100 días, ganará 100 veces más que en un día, luego, $100 \times 3 = 300$ $.

Este sistema de razonamiento que como se ha demostrado precedentemente, consiste en hallar el valor de la unidad y multiplicarlo por el número de unidades del problema, es lo que se llama *método de reducción a la unidad*.

REGLA DE TRES SIMPLE

Ya hemos dicho que la regla de tres simple es aquella en la cual el problema a resolver depende de una proporción única, o sea, en el cual entran tres cantidades conocidas y una desconocida.

Para resolver problemas de esta regla, necesitamos conocer previamente los *planteos* preliminares, que son los siguientes:

1° *La preparación*, 2° *El planteo*, 3° *La solución*.

La preparación consiste en disponer las cantidades de manera que las cantidades homogéneas se correspondan en especie, escribiendo por ejemplo, los kilos debajo de los kilos; los días debajo de los días; los obreros debajo de los obreros, etc., etc., quedando los datos dispuestos en dos líneas horizontales, como veremos enseguida:

Supongamos el siguiente problema:

Sabemos que 10 kilos de café nos han costado 22 pesos, y deseamos averiguar cuántos pesos nos costarán 20 kilos del mismo café.

Haciendo la *preparación*, tenemos que:

10 kilos . . . . 22 pesos
20 „ . . . . x „

La x es la incógnita del problema y representa la cantidad desconocida cuyo monto se trata de averiguar.

Vemos, pues, que los datos y la incógnita del problema forman dos líneas horizontales; la línea superior forma el *supuesto*, por cuanto es lo que se supone en el problema; la línea inferior forma la *pregunta*, por cuanto es que se desea saber.

De ahí que:

10 kilos	. 22 pesos	forman	el supuesto	
20	. x	„	„	la pregunta

La x y la cantidad homogénea correspondiente, se llaman cantidades *relativas*, de manera que en la precedente preparación, 22 es la relativa del supuesto, siendo la x relativa de la pregunta. Las otras cantidades que figuran en la preparación, son *principales*, siendo por consiguiente 10 la principal del supuesto, y 20 la principal de la pregunta.

Entonces tenemos que:

Principal	10 supuesto	. 22	relativa
„	20 pregunta	. x	„

Según lo anteriormente expuesto tenemos que:

La primera cantidad principal (10) *es a* la segunda (20) *como* la primera cantidad relativa (22) *es a* la segunda (x).

$$10 : 20 :: 22 : x$$

$$x = \frac{20 \times 22}{10} = 44.$$

EL PLANTEO

El planteo se hará reconociendo previamente si las cantidades homogéneas del problema, o sean los kilos y los pesos, que entran en el mismo son directa o inversamente proporcionales, o lo que es lo mismo, averiguar si aumentando las cantidades principales aumentan también las cantidades relativas, o bien si disminuyendo las cantidades principales, disminuyen también las cantidades relativas. En una palabra, si van de más a más o de menos a menos.

En ambos casos, la regla será *directa.*

En el problema planteado como ejemplo, vemos que si 10 kilos de café nos cuesta 22 pesos, es evidente que 20 kilos que *son más kilos* nos deberán costar *más pesos;* luego, ese problema será de regla directa. Lo mismo sería si fuera de *menos a menos,* como por ejemplo si fueran 10 kilos y 5 kilos, dado que menos kilos costarán menos pesos.

Conocidos estos antecedentes, procederemos a la *solución* del problema, diciendo:

Si 10 kilos de café nos cuestan 22 pesos, 1 kilo nos costará 10 veces menos, o sea:

$$22 : 10 = 2{,}20$$

pero como la pregunta del problema son 20 kilos, tendremos que:

Si 1 kilo nos cuesta 2,20, 20 kilos nos costarán 20 veces mas, o sea:

$$2{,}20 \times 20 = 44 \text{ pesos}$$

que será el costo de los 20 kilos de café.

$$\begin{array}{lcr} 10 & \ldots\ldots\ldots & 22 \\ 20 & \ldots\ldots\ldots & x \end{array}$$

$$x = \frac{22 \times 20}{10} \quad 44$$

Veamos otro problema de regla de tres simple *inversa*.

Cuando la regla de tres simple es inversa tenemos que:

La segunda cantidad principal *es a* la primera *como* la cantidad relativa conocida es *a la* incógnita (x).

Si 50 hombres terminan una obra en 40 días. ¿Cuántos días tardarán para hacer el mismo trabajo 100 hombres?

Planteado el problema, tendremos:

50 hombres	. . . .	40 días
100 „	. . . .	x „

Analizado el problema vemos que es de regla inversa dado *más hombres* demorarán *menos días* en hacer la obra.

Estableciendo las proporciones:

$$100 : 50 :: 40 : x$$

$$x = \frac{50 \times 40}{100} = 20$$

Por el método de reducción a la unidad decimos:

Si 50 hombres terminan una obra en 40 días, 1 hombre demorará 50 veces más, o sea:

$$50 \times 40 = 2000$$

pero 100 hombres la terminarán en un tiempo 100 veces menor, o sea:

$$\frac{50 \times 40}{100} = 20 \text{ días.}$$

que es el tiempo que demorarán los 100 hombres para hacer la obra.

PROBLEMAS DE REGLA DE TRES SIMPLE

1.—Un tipógrafo recibe 40 pesos por 15 días de trabajo. ¿Cuántos pesos recibirá por 30 días de trabajo?

R. 80.

2.—Si 100 litros de vino nos cuestan 50 pesos. ¿Cuánto nos costarán 150 litros?

R. 75.

3.—Un oficial albañil ha recibido 54 pesos por 18 días de trabajo. ¿Cuántos pesos hubiera recibido trabajando 40 días?

R. 120.

4.—Si un obrero gana 75 pesos en 30 días. ¿Cuántos pesos ganará en 1.215 días?

R. 3.037,50.

5.—Si un tren recorre 15 kilómetros en una hora. ¿En qué tiempo recorrerá 90 kilómetros?

R. 6 hs.

6.—Si 60 albañiles han construído una pared en 12 días. ¿Cuántos albañiles serán necesarios para construir una pared igual en 36 días?

R. 20.

7.—Si 6 docenas de lápices cuestan pesos 10.40. ¿Cuánto nos costará una docena?

R. 1,73.

8.—Una bordalesa de vino de 220 litros nos costó pesos 96.80. ¿Cuánto nos costarán 10 litros?

R. 4,40.

9.—Sabiendo que un millar de ladrillos vale pesos 22. ¿Cuánto nos costarán 400 ladrillos?

R. 8,80.

10.—Sabiendo que 100 naranjas nos cusetan 2,10 pesos. ¿Cuánto nos costarán 3 docenas?

R. 0,76.

11.—Un obrero ha hecho 112 metros de una obra en 58 días. ¿Cuántos metros habrá hecho en los primeros 14 días?

R. 27 ms.

12.—Si un metro de género nos cuesta pesos 18. ¿Cuántos pesos nos costarán $62\frac{1}{2}$ centímetros?

R. 11.25.

13.—Un comerciante calcula que por cada 576 pesos de mercaderías que venda, ganará 18 pesos. ¿Cuántos pesos ganará vendiendo por valor de 240 pesos?

R. 7,50.

14.—Para transportar 420 kilogramos de mercaderías, se han pagado pesos 82, y se desea saber cuántos pesos se deberán pagar para 318 kilogramos.

R. 62,08.

15.—Si en 6 días se segó un campo de 30 ha. ¿En cuántos días se podrá segar uno de 20 has?

R. 4 días.

16.—Los $\frac{4}{5}$ de un bastón miden 90 cms. ¿Cuánto mide el bastón?

R. $1,12\frac{1}{2}$ ms.

17.—Un almacenero, en cada bordalesa de vino que vende, gana 10 pesos. ¿Cuántas bordalesas habrá vendido, sabiendo que ha ganado 140 pesos?

R. 14 bord.

18.—Si un obrero coloca anualmente en un banco la suma de 120 pesos. ¿Cuántos pesos habrá colocado en 30 meses?

R. 300 pesos.

19.—Un libro tiene 400 páginas. Sabiendo que leo 10 páginas diarias. ¿Cuántos días demoraré en leer el libro?

R. 40 días.

20.—Si 3 gallinas en un determinado tiempo ponen 210 huevos. ¿Cuántos huevos podrán poner 11 gallinas en el mismo tiempo?

R. 770.

21.—Con 250 kgs. de uva francesa se pueden hacer 200 litros de vino. ¿Cuántos litros obtendríamos con 1.320 kgs. de uva?

R. 1.056 l.

22.—He pagado pesos 29,10 por $20\frac{1}{2}$ kilos de café y deseo saber cuánto me costarán $8\frac{1}{2}$ kgs.

R. 12,06.

23.—¿Cuál será la longitud de una pieza de género que mide 24 yardas, sabiendo que $17\frac{1}{2}$ equivalen a 16 metros?

R. 21,94 m.

24.—Para embaldosar 1 metro cuadrado se necesitan 25 baldosas. ¿Cuántas baldosas necesitaremos para embaldosar 216 m^2?

R. 5.400.

25.—Sabiendo que una gruesa de lápices son 12 docenas y que nos cuestan pesos 11,52. ¿Cuántos lápices nos darán por 0,48 centavos?

R. 6.

26.—Un diario cobra por las publicaciones judiciales a razón de 0,30 centavos el centímetro. ¿Cuántos pesos nos cobrarán por publicar un aviso de 50 centímetros?

R. 15.

27.—En una avenida han plantado árboles a razón de 25 árboles cada 100 metros. ¿Cuántos árboles habrá plantados en dicha avenida que tiene 900 metros?

R. 225.

28.—He comprado 7 docenas de corbatas y las he pagado pesos 11,26; deseo saber cuánto costarían $3\frac{1}{2}$ docenas de corbatas de la misma clase.

R. 5,63.

29.—Si un palo de 2,80 m. de alto proyecta una sombra de 1,68 metros. ¿Qué altura tendrá un árbol cuya sombra a la misma hora es de 6,72 m.?

R. 11,20 m.

30.—Sabiendo que una familia consume 42 kgs. de galleta en 20 días. ¿Cuántos días le durarán 315 kgs. si diariamente consume la misma cantidad?

R. 150 días.

31.—Una reja tiene 4 pilares cada 12 metros. ¿Cuántos pilares habrá en una reja de 480 metros?

R. 160.

32.—Trabajando 27 días 55 hombres terminan una obra. ¿En cuántos días terminarían la obra si fueran 90 hombres? (Inversa).

R. $16\frac{1}{2}$ días.

33.—Una familia ha hecho provisiones que alcanzan para abastecer 120 personas durante 30 días. ¿Para cuántos días alcanzaría esa provisión si fueran 240 hombres?

R. 15 días.

34.—Un determinado trabajo se hace en 30 días si se emplean 126 obreros. ¿Cuántos obreros se necesitarían para terminar el mismo trabajo en 90 días? R. 42.

35.—En un campamento de tropas se sabe que si se colocan 8 soldados en cada carpa se necesitan 95 de éstas y se desea saber cuántas carpas se necesitarían si en cada una de ellas se colocaran 10 soldados.

R. 76.

36.—Necesito desagotar una pileta; si un individuo toma un balde de 10 litros hará 60 viajes. Ahora bien. ¿Cuántos viajes hará si toma un balde de 12 litros?

R. 50.

37.—Un viajero tiene que recorrer cierta distancia y pondrá 18 horas si hace 24 kilómetros por hora, se desea saber cuántas horas invertirá si hace 36 kilómetros por hora?

R. 12.

38.—Una persona caritativa quiere distribuir el dinero que posee entre familias pobres. Sabe que puede dar a 60 familias, 15 pesos a cada una; pero luego nota que las familias a quienes debe socorrer son 75. ¿Cuánto debe dar a cada una?

R. 12 pesos.

39.—Un turista recorre 12.750 metros en 150 minutos. ¿Qué distancia en metros recorrerá en 550 minutos?

R. 46.750 ms.

40.—¿Cuál será el precio de 56,30 m. de género, sabiendo que 2 metros nos han costado 0,16 centavos?

R. 4,50.

41.—Un comerciante gana pesos 21,60 por cada 216 pesos de mercadería que vende. ¿Cuántos pesos ganará vendiendo 842 pesos de mercaderías?

R. 84,20

42.—Sabiendo que 100 litros de agua de mar pesan 102,50 kilogramos. ¿Cuánto pesarán 325 litros?

R. 333,62 k.

43.—Un copista copia cada 60 minutos 2 hojas de un libro. ¿Cuántas hojas copiará en 6 horas? **R. 12.**

44.—Un automóvil recorre 180 kms. en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 18 horas?

R. 1.080 k.

45.—¿Cuál será la altura de un monumento cuya sombra es de 85,30 m. mientras que la de un árbol de 16 metros de altura, a la misma hora da 37,10 m.?

R. 36,78 m.

46.—Con cierta cantidad de maíz se han alimentado 124 vacas durante 68 días. ¿Cuántos días duraría la misma cantidad de maíz, reduciendo el número de vacas a 62?

R. 136 días.

47.—Al cobrador de una Sociedad anónima se le paga a razón de 0,25 centavos por cada veinte pesos que cobra. ¿Cuántos pesos habrá cobrado, sabiendo que al cobrador le han pagado por comisión 125 pesos?

R. 10.000.

48.—El autor del presente texto ha hecho un contrato con su impresor de darle 13 ejemplares por cada docena de textos que le compre. ¿Cuántos libros le habrá comprado el impresor, sabiendo que el autor le ha entregado 60 libros más de los que le ha comprado?

R. 720 textos.

49.—He contratado un trabajo con 24 hombres, los cuales se han comprometido a terminarlo en 50 días, pero me urge terminarlo en 40 días y deseo saber cuántos hombres más deberé contratar para terminarlo en ese tiempo?

R. 30.

50.—Para hacer 240 metros de un tejido, se han empleado 6 días. ¿Cuántos días se emplearán para hacer $\frac{1}{6}$ del mismo tejido?

R. 1 día.

REGLA DE TRES COMPUESTA

La regla de tres es *compuesta* cuando en ella entran o intervienen un par de cantidades homogéneas, dos a dos, siendo una de ellas desconocida, o sea la incógnita del problema.

La regla de tres compuesta puede ser *directa, inversa* o *mixta*. Será *directa* cuando comparada la razón que forma las cantidades relativas con las que forman las cantidades principales, den por resultado proporciones directas.

Será *inversa* cuando comparada la razón que forma las cantidades relativas con las que forman las cantidades principales aumenten aquéllas y disminuyan estas últimas o inversamente y será *mixta* si ambas proporciones nos resultan unas directas y otras inversas.

Vamos a plantear, como ejemplo, un problema de cada clase.

Primer caso.—50 hombres trabajando 35 días, han ganado 2.000 pesos. ¿Cuántos pesos ganarán 100 hombres trabajando 70 días?

Disponiendo la preparación, tendremos que:

50 hombres	35 días	2.000 pesos
100 „	70 „	x „

y estableciendo las proporciones:

$$50 : 100 :: 2000 : Y$$
$$35 : 70 :: Y : x$$

de donde se deduce esta otra proporción:

$$50 \times 35 : 100 \times 70 :: 2000 \times Y : x$$

y suprimiendo el factor Y tenemos que:

$$x = \frac{100 \times 70 \times 2000}{50 \times 35} = 8000.$$

Ahora tratemos de resolver el problema por el método de reducción a la unidad. Primeramente trazaremos una raya horizontal para ir colocando encima o debajo de ella, los resultados parciales que vayamos obteniendo por eliminación, debiendo tener presente que los términos que aumentan deben ser colocados *encima de la raya* y los que disminuyen deberán colocarse *debajo de la raya.*

Sentado ésto, procedamos a trazar la raya, escribiendo al extremo izquierdo de la misma, la incógnita del problema y su correspondiente homogénea, así:

$$x = \frac{2.000}{\quad}$$

Ahora procedemos a resolver las cantidades homogéneas. una a una. prescindiendo momentáneamente de los demás componentes.

Empezaremos por los hombres. Vemos que 50 hombres ganan 2.000 pesos: luego 1 hombre ganará *cincuenta veces menos* pero 100 hombres ganarán *cien veces más,* entonces este último término deberá ir encima de la raya y el menor (50), deberá colocarse debajo de ella; tendremos:

$$x = \frac{2.000 \times 100}{50}$$

Despejadas estas homogéneas, continuemos con las segundas, o sean los días.

Notamos que si trabajando 35 días se ganan 2.000 pesos, en un día se ganará *treinta y cinco veces menos,* pero en 70 días se ganará *setenta veces más,* luego entonces tenemos los datos dispuestos así:

$$x = \frac{2.000 \times 100 \times 70}{50 \times 35}$$

y eliminando o simplificando factores por medio de la *cancelación*, tendremos:

$$2000 \times 4 = 8000 \ \$.$$

que serán los pesos que habrán ganado los 100 hombres.

Segundo caso.—20 hombres trabajando 6 horas diarias, durante 30 días, han terminado una obra y se desea saber cuántos días deberán trabajar 40 hombres para hacer el mismo trabajo, dedicando sólo 5 horas diarias.

Haciendo la preparación, tendremos:

20 hombres	6 horas	30 días
40 „	5 „	x „

Estableciendo las proporciones:

$$40 : 20 :: 30 : Y$$
$$5 : 6 :: Y : x$$
$$40 \times 5 : 20 \times 6 :: 30 \times Y : x$$

suprimiendo el factor Y tenemos que:

$$x = \frac{20 \times 6 \times 30}{40 \times 5} = 18 \text{ días.}$$

Empleando el método de reducción a la unidad, procederemos así:

$$x = \frac{30}{}$$

Ahora, analizando el problema, vemos que 20 hombres tardan 30 días, luego 1 hombre tardará *veinte veces más,* y 40 hombres tardarán *cuarenta veces menos,* o sea entonces:

$$x = \frac{30 \times 20}{40}$$

Volviendo ahora a la otra homogénea, o sean las horas, tenemos que si trabajando 30 días se emplean 6 horas diarias, en una hora se tardará *seis veces más* y en 5 horas, *cinco veces menos,* o sean:

$$x = \frac{30 \times 20 \times 6}{40 \times 5} =$$

y cancelado tenemos:

$$3 \times 6 = 18 \text{ días}$$

Como vemos, este problema es de regla inversa, dado que *más* hombres tardan *menos* días.

Tercer caso.—20 hombres en 30 días hacen 600 metros de pared, y se desea saber cuántos días demorarán 40 hombres para hacer 300 metros de la misma pared.

Como vemos, este problema es de regla de tres compuesta *mixta,* por cuanto que más hombres tardarán menos días (inversa) y que para hacer menos metros se tardarán menos días (directa); entonces en conjunto la regla es mixta.

Ahora planteando el problema tenemos:

20 hombres	600 metros	30 días
40 „	300 „	x „

por las proporciones:

$$40 : 20 :: 30 : Y \text{ (inversa)}$$
$$600 : 300 :: Y : x \text{ (directa)}$$
$$40 \times 600 : 20 \times 300 :: 30 \times Y : x \text{ (mixta)}$$

eliminando Y, tenemos:

$$x = \frac{20 \times 300 \times 30}{40 \times 600} = 7\tfrac{1}{2} \text{ días.}$$

y por el método de reducción a la unidad diremos:

$$x = \frac{30}{\ }$$

Despejando la incógnita, vemos que 30 días son los que se demoran 20 hombres: luego un hombre tardará *veinte veces más*, pero 40 hombres, tardarán *cuarenta veces menos*, o sea:

$$x = \frac{20 \times 30}{40}$$

A la otra incógnita diremos: que 30 días se tardan para hacer 600 metros, entonces para hacer un metro se tardará *seiscientas veces menos*, pero para hacer 300 metros, *trescientas veces más*, entonces será:

$$x = \frac{30 \times 20 \times 300}{40 \times 600} = 7\frac{1}{2} \text{ días.}$$

y cancelando tenemos:

$$\frac{5 \times 3}{2} = 7\tfrac{1}{2}$$

que será el tiempo que tardarán los 40 hombres para hacer los 300 metros.

PROBLEMAS DE REGLA DE TRES COMPUESTA

1.—Sabiendo que 8 obreros en 6 días ganan $ 144,50. ¿Cuánto ganarán 16 obreros en igual número de días?

R. 289.

2.—Si 3 obreros en 2 días hacen 228 metros de una pared. ¿Cuántos metros harán 6 obreros en 8 días?

R. 1.828 m.

3.—Un obrero ha recibido 120 pesos por 24 días de trabajo, trabajando 8 horas diarias, y se desea saber cuántos pesos hubiera recibido si hubiese trabajado 29 días y 10 horas diarias.

R. 181,25.

4.—Para embolsar 112 kilogramos de trigo que pueden dar 150 Has. son necesarias 1.750 bolsas. ¿Cuántas bolsas serán necesarias para contener 202 Kgs. producidos por 270 Has.?

R. 5.681 b.

5.—Un viajero ha recorrido 200 kilómetros en 5 días, andando 4 horas diarias. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 4 días, andando diariamente 6 horas?

R. 240 Kms.

6.—Una señora ha comprado 5 piezas de género de un ancho de 0,60 m. y ha pagado por ellas 65 pesos. ¿Cuántos pesos deberá pagar por 12 piezas de otro género de igual valor que tiene 0,85 metros de ancho?

R. 221.

7.—Trabajando a razón de 3 horas diarias durante 2 días, una máquina perforadora hizo 1.500 agujeros. ¿Cuántos agujeros podrá hacer la misma máquina en $3\frac{1}{2}$ días, trabajando 4 horas diarias?

R. 3.500 ag.

8.—Tres canillas abiertas 5 horas por día llenan un estanque de 60 hectólitros en $1\frac{1}{2}$ días. Posteriormente se ha construído otro estanque de 180 hectólitros de capacidad que debe llenarse con $7\frac{1}{2}$ canillas. ¿Cuántos días se necesitarán para llenarlo, dejando esas canillas abiertas $4\frac{1}{2}$ horas diarias?
R. 2 días.

9.—Sabiendo que 15 hombres en 20 días ganan 1.200 pesos. ¿Cuántos pesos ganarán 24 hombres trabajando 40 días?
R. 3.840.

10.—30 hombres segaron en 12 días un campo de 60 hectáreas. ¿Cuántos hombres se necesitarían para segar otro campo de 40 hectáreas en 8 días? R. 30.

11.—40 obreros trabajando 20 horas diarias han construido en 12 días un muro de 6 metros de altura, y se desea saber qué altura podrían dar a otro muro igual, 36 obreros trabajando 16 horas diarias durante 18 días? R. 6,48 m.

12.—Para cavar un foso de 150 metros de largo, 20 hombres han trabajado durante 10 días y $4\frac{1}{2}$ horas diarias. ¿Cuántos hombres deberán trabajar para cavar otro foso de 100 metros de largo en 15 días trabajando 5 horas diarias?
R. 8 hombres.

13.—El ferrocarril del Sud me ha cobrado por el flete de 50 bultos que pesan 12 toneladas, 240 pesos. ¿Cuántos pesos me cobrará por transportar a igual distancia 80 bultos de 20 toneladas de peso? R. 640.

14.—Un viajero ha recorrido $220 \frac{1}{2}$ kilómetros, marchando 6 horas diarias durante 5 días. ¿Cuántos kilómetros recorrerá andando a igual velocidad, en 9 días marchando 8 horas diarias?

R. $528 \frac{3}{5}$ K.

15.—Para la alimentación de 1.500 hombres son necesarios 30.000 Kgs. de harina, cantidad que se calcula les durará 50 días ¿Cuántos kilogramos de harina serán necesarios para 2.000 hombres, para que pueda durarles 120 días distribuyéndose en la misma proporción que en la anterior?

R. 96.000 Kgs.

16.—Con la suma de 5.000 pesos se paga a 14 empleados un trabajo de 16 días y 18 horas. Sabiendo que aún faltan 4 días y 20 horas para concluirlo. ¿Qué cantidad habrá que pagar todavía?

R. 1.319,44.

17.—24 oficiales sastres trabajando 45 días, hacen 192 trajes y se desea saber qué cantidad de trajes harán 45 oficiales trabajando 18 días.

R. 144.

18.—Dejando abiertas 2 canillas durante 4 días y 4 horas diarias, llenan un depósito de 800 litros. ¿Cuántos litros podrán llenar 3 canillas durante 5 horas diarias y 8 días?

R. 3.000.

19.—Un kilogramo de calcio dura 12 horas alimentando un pico de 18 bujías. ¿Cuántas horas durarían $3 \frac{1}{2}$ Kgs. de calcio con un pico de 24 bujías?

R. $31 \frac{1}{5}$ hs.

20.—Varios albañiles en 14 días han edificado una pared de 200 metros de largo por 7 metros de alto y se desea saber cuántos días emplearán en construir otra pared igual a la anterior de 260 metros de largo y 9 metros de alto.

R. $23\frac{2}{5}$ días.

21.—Sabiendo que 18 rollos de alfombra de $1\frac{1}{2}$ metros de ancho nos costaron $ 5.989. ¿Cuántos pesos nos costarán 11 rollos de la misma calidad y del mismo largo, cuyo ancho es de $1\frac{1}{4}$ metros?

R. 3.050.

22.—Una familia compuesta de 12 personas fué a veranear a Necohea y pagó por 10 días 960 pesos. ¿Cuántos días habrá permanecido otra familia, en las mismas condiciones, pero compuesta de 5 personas y que ha gastado 1.200 pesos?

R. 30.

23.—Un diario cobra 60 centavos por día por cada publicación de 2 centímetros. ¿Cuánto cobrará por la publicación de un aviso de 44 centímetros, durante 8 días?

R. $ 105,60.

24.—Se han alimentado 108 caballos durante 60 días con la cantidad de 3.200 Kgs. de maíz. ¿Cuántos kilogramos necesitaríamos para mantener 316 caballos durante 80 días suponiendo que se les dé la misma ración diaria que a los primeros?

R. 10.844 Kgs.

25.—Para segar 300 hectáreas de trigo se han ocupado 6 personas durante 30 días y a las que se les ha pagado a razón de $ 5 diarios. ¿En cuántos días se podrían segar 200 hectáreas empleando 8 personas en las mismas condiciones?

R. 15 días.

26.—Un carnicero ha pagado $ 129,60 por 48 corderos que en conjunto pesan 1.056 kilogramos. ¿Cuánto valdrá una majada de 500 corderos que en total pesa los $\frac{5}{6}$ de los que se vendieron?

R. $ 1.125.

27.—Con 27,50 K. de hilo se ha tejido una pieza de género de 130 m. de largo y 2,24 m. de ancho. ¿Cuántos kilogramos de hilo de la misma clase se necesitarán para hacer otra pieza de 90 m. de largo y 2,48 de ancho?

R. K. 21,08.

28.—Varios albañiles trabajando 5 días y $7\frac{1}{5}$ horas diarias han hecho $35\frac{1}{4}$ metros, y se quiere saber cuántas horas los mismos albañiles, trabajando 5 días, harán 54 metros?

R. 10 h. 21''.

29.—En un colegio 200 alumnos han gastado en 28 días la suma de 620 pesos. ¿Cuál será el gasto de 240 alumnos en el mismo tiempo?

R. 744 $.

30.—Un sastre ha hecho 6 trajes empleando 18 metros de género que cuestan $ 360. ¿Cuántos trajes podrá hacer con 54 metros de género de igual valor y calidad que le han costado 1.080 pesos?

R. 54.

31.—Una costurera trabajando 2 días y 3 horas diarias, hace 2 docenas de pañuelos. ¿Cuántos pañuelos hará trabajando durante 6 días y 18 horas diarias?

R. 432.

32.—30 molinos trabajando durante 12 horas diarias muelen 1.800 toneladas de trigo. ¿Cuántos molinos serían necesarios para que pudieran moler 5.400 toneladas en igual tiempo?

R. 90.

33.—Para llevar cargas de una provincia a otra se necesitan para transportar a 7 leguas, 120 quintales, 680 mulas, y se desea saber cuántas mulas se necesitarán para transportar 280 quintales a 15 leguas.

R. 3.400.

34.—Sabiendo que 820 kilogramos de tabaco dan 20 kilogramos de nicotina y cuestan 984 pesos. ¿Cuántos pesos nos costarán 410 kilogramos del mismo tabaco que dan la misma cantidad de nicotina?

R. 492.

35.—Una casa de 12.000 pesos paga por seguro en un año la suma de 60 pesos. ¿Cuántos pesos deberá pagar otra de 48.000 pesos en 3 años?

R. $ 720.

36.—Tres obreros trabajando durante 30 días han cobrado la suma de 360 pesos. ¿Cuántos pesos habrá que pagar a 8 obreros durante 45 días?

R. $ 1.440.

37.—En un libro de 500 páginas hay 30 líneas en cada página y 900 letras. ¿Cuántas letras habrá en 1.050 páginas y 60 líneas?

R. 3.780 l.

38.—Un obrero recibe anualmente — trabajando 28 días al mes — la suma de 600 pesos, de los cuáles ahorra 100 $. ¿Cuánto ahorraría si ganara 900 pesos anuales y trabajara 29 días al mes?

R. $ 155,35.

39.—Un capital de 500 pesos produce en 12 meses la cantidad de 50 pesos de intereses, y se desea saber cuántos pesos de intereses producirán 1.500 pesos en 18 meses colocados al mismo tipo de interés.

R. $ 225.

40.—Un diario me cobra por la publicación de un edicto de 48 líneas, durante 15 días, la suma de 428 $. ¿Cuántos días podrá publicarse un aviso en el mismo diario, de 39 líneas y gastando 314 pesos?

R. $13\frac{1}{2}$ días.

41.—Para cavar un foso de 60 m. de largo por 2 m. de ancho por 3 m. de profundidad, han debido trabajar 40 hombres durante 10 días de 9 horas diarias. ¿Cuántas horas diarias deberán trabajar 50 hombres para cavar en 18 días otro foso de 50 m. de largo, 4 m. de ancho y 5 metros de profundidad?

R. 11,11'.

42.—80 obreros trabajando 40 horas han construído en 24 días un muro de 12 metros de altura. ¿Qué altura podrán dar a otro muro 72 hombres trabajando 32 horas durante 36 días?

R. 12,96.

43.—El ferrocarril del Sud cobra por pasaje de 1.ª, de una persona, a 600 kilómetros de distancia, $ 42.50. ¿Cuántos pesos costará el transporte de 10 personas en igual clase, a una distancia de 300 kilómetros? R. $ 212,50.

44.—Una máquina de 5 caballos de fuerza, levanta de cierta profundidad 300.000 metros cúbicos de tierra, funcionando 8 horas diarias durante 12 días. ¿Cuántas horas diarias deberá funcionar otra máquina de 11 caballos de fuerza para levantar de la misma profundidad 420.000 metros cúbicos de tierra en 23 días?

R. 2 h. 65'.

45.—Con una cantidad determinada de petróleo se alimenta 24 lámparas durante diez días con un consumo diario de 8 libras. ¿Cuántos días alcanzará la misma cantidad de petróleo si ha de alimentar 15 lámparas durante 5 horas diarias?

R. $25 \frac{2}{5}$ d.

46.—Sabiendo que 44 obreros han hecho los $\frac{2}{5}$ de una obra en 25 días. ¿Cuántos días demorarán 34 obreros para hacer los $\frac{3}{5}$ de la misma obra?

R. $48 \frac{1}{2}$ d.

47.—Un sastre para hacer 10 trajes ha empleado 108 metros de un género de 1,76 m. de ancho, y se quiere saber cuántos trajes podrá confeccionar con 180 metros del mismo género de un ancho de 1,32 m.

R. $12 \frac{1}{2}$ trajes.

48.—Una familia compuesta de 12 personas gasta diariamente 3 kilogramas de pan que pagan $ 0,60. ¿Cuántos pesos gastarán 38 personas que gastan diariamente 10 kilogramos?

R. $ 7,28.

49.—Una familia adeuda a su panadero la suma de $ 20 por $62 \frac{1}{2}$ panes de 1 Kg. cada uno, y se desea saber cuánto le adeudaría por 150 panes de 100 gramos cada uno.

R. $ 4,80.

50.—Se han pagado 210 pesos por 15 piezas de género de un ancho de 2.10 m. ¿Qué costarán 36 piezas de otro género de igual valor que tiene 2,85 m. de ancho?

R. $ 684.

REGLA DE REPARTICION PROPORCIONAL

Esta regla tiene por objeto enseñarnos la manera de distribuir proporcionalmente en varias partes una suma o un número dado, o sea repartir en partes proporcionales una cantidad determinada, de acuerdo con las condiciones estipuladas de antemano.

Para hallar la parte proporcional que corresponda no haremos más que sumar el número de componentes y dividir la cantidad que deba repartirse, por el total que arroje esa suma, o bien cuando esa suma deba repartirse proporcionalmente a varios números, se divide el número propuesto o sea la masa terminada por la suma de los componentes y el cuociente obtenido se multiplica respectivamente por cada uno de los componentes.

Ejemplos:

Repártase 2.000 pesos entre tres personas de manera que el primero reciba *dos partes;* el segundo reciba *tres partes;* y el tercero reciba *cinco partes.*

En este caso, lo primero que debemos averiguar es en cuantas partes debemos repartir los 2.000 pesos, lo que obtendremos sumando las partes de cada uno, lo que nos dará la suma de competentes, así:

Partes del primero	2
„ „ segundo	3
„ „ tercero	5
Total de partes	10

Vemos que los dos mil pesos los debemos repartir entre 10 partes iguales, lo que nos dará por dividendo:

$$2.000 : 10 = 200 \ \$$$

que equivale a la décima parte de los 2.000 pesos.

Ahora, como las partes de cada uno son desiguales, dado que unos tienen más y otros menos, formaremos la siguiente proporción:

200	multiplicado por	2, que es la parte del 1º, nos dan	400
200	„ „	3, que es la parte del 2º, nos dan	600
200	„ „	5, que es la parte del 3º, nos dan	1.000

o igualmente:

$$\begin{aligned} 200 \times 2 &= 400 \\ 200 \times 3 &= 600 \\ 200 \times 5 &= 1.000 \\ \hline \text{Total . .} & \ 2.000 \end{aligned}$$

Como hemos demostrado la parte obtenida por este procedimiento debe multiplicarse por el total de partes que corresponda a cada una de las personas, lo que nos dará por resultado la parte proporcional que corresponde a cada una.

Lo mismo sería si lo resolviéramos diciendo que el total de componentes es a la masa, como cada componente es a *equis*, y hecho ésto se multiplican las cantidades del medio por las cantidades de la derecha y ese resultado se le divide por las cantidades de la izquierda, como se demuestra:

Ejemplo:

Repártase entre los números 1, 3 y 6, la suma de 8.000 pesos. En este caso los *componentes* serían 1, 3 y 6. La *suma de componentes* $(1 + 3 + 6) = 10$, y la *masa*, 8.000 pesos.

Dado lo anteriormente expuesto, tendríamos que:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 6 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}$$

$$10 : 8.000 :: 1 : x = \frac{8000 \times 1}{10} = 800, \text{ parte del } 1^{\circ}$$

$$10 : 8.000 :: 3 : x = \frac{8000 \times 3}{10} = 2400, \quad " \quad " \quad 2^{\circ}$$

$$10 : 8.000 :: 6 : x = \frac{8000 \times 6}{10} = 4800, \quad " \quad " \quad 3^{\circ}$$

Comprobación 8.000

REPARTICION PROPORCIONAL EN RAZON INVERSA

Cuando se ha de dividir un número en partes inversamente proporcionales a números dados, se busca la razón inversa de éstos y se convierten en razón directa, a cuyo efecto se toman los componentes como partes de la unidad y se reducen a quebrados de mínimo común denominador; los numeradores obtenidos constituyen los nuevos componentes; sin tener en cuenta para nada el denominador común.

De otra manera:

Multiplíquese entre sí los componentes simplificados, el producto obtenido divídase por cada uno de ellos, cuyos cocientes (simplificados) forman los nuevos componentes que como los anteriores son inversamente proporcionales a los propuestos.

Sea por ejemplo:

Repartir la cantidad de 5824 $ entre tres personas, inversamente proporcionales a los números 4, 6 y 8.

Empleando el primer método, tomados como partes de la unidad, tendremos:

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} = \frac{6}{24}, \frac{4}{24}, \frac{3}{24}$$

Los numeradores 6, 4 y 3 son los nuevos componentes.

Empleando el segundo método, tendremos:

4, 6 y 8 simplificados = 2, 3 y 4.

Multiplicados entre sí:

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$\frac{24}{2} = 12. \quad \frac{24}{3} = 8. \quad = \frac{24}{4} 6.$$

12, 8 y 6 simplificados = 6, 4 y 3.

Como se ve, los numeradores del primer caso y los cuocientes del segundo, 6, 4 y 3 son inversamente proporcionales a 4, 6 y 8 respectivamente.

Ahora repártase la cantidad propuesta directamente proporcionales a los componentes obtenidos, sumándose éstos y formando las porporciones correspondientes:

$$6 + 4 + 3 = 13$$

$$13 : 5824 :: 6 : x = \frac{6 \times 5824}{13} = 2688$$

$$13 : 5824 :: 4 : x = \frac{4 \times 5824}{13} = 1792$$

$$13 : 5824 :: 3 : x = \frac{3 \times 5824}{13} = 1344$$

Rp. al 1.º corresponde: 2688 $; al 2.º 1792 $; al 3.º 1344 $.

Comprobación: 2688 + 1792 + 1344 = 5824.

Otro ejemplo:

Un librero recibió 4 cajones conteniendo 168 volúmenes en total. El primer cajón contenía Aritméticas de 2 $ c|u.; el segundo Historias de 1,50 $ c|u.;

el tercero Geometrías de 1,20 $ c|u. y el cuarto Geografías de 1,25 $ c|u. ¿Qué cantidad de libros de cada clase recibió si por cada cajón pagó igual suma?

Solución:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{1{,}50}, \frac{1}{1{,}20}, \frac{1}{1{,}25} = \frac{2{,}25}{} \; \frac{3{,}00}{} \; \frac{3{,}75}{} \; \frac{3{,}60}{}$$

$$2{,}25 + 3{,}00 + 3{,}75 + 3{,}60 = 12{,}60$$

$$12{,}60 : 2{,}25 :: 168 : x = \frac{2{,}25 \times 168}{12{,}60} = 30$$

$$12{,}60 : 3 :: 168 : x = \frac{3 \times 168}{12{,}60} \; 40.$$

$$12{,}60 : 3{,}75 :: 168 : x = \frac{3{,}75 \times 168}{12{,}60} = 50$$

$$12{,}60 : 3{,}60 :: 168 : x = \frac{3{,}60 \times 168}{12{,}60} = 48$$

R. 30 aritméticas, 40 historias, 50 geometrías y 48 geografías.

Comprobación:

30	aritméticas	a $ 2,00	= 60 $.
40	historias	„ „ 1,50	= 60 „
50	geometrías	„ „ 1,20	= 60 „
48	geografías	„ „ 1,25	= 60 „
168	volúmenes.		

PROBLEMAS DE REPARTICION PROPORCIONAL

1.—Repártase 450 pesos en tres partes iguales.

R. $ 150 c|u.

2.—Repártase 2.600 pesos en tres partes proporcionales a 2, 3 y 5.
R. 520, 780, 1.300.

3.—Repartir 900 pesos en partes proporcionales a los números 2, 3, 5 y 6.

R. 112,50, 168,75, 281,25, 337,50.

4.—Una suma de 400 pesos fué repartida entre 12 obreros; 5 de ellos recibieron $ 32,75 cada uno. ¿Cuánto debe recibir cada uno de los restantes?

R. $ 33,75.

5.—Tres socios han ganado 21.000 pesos correspondiéndoles dicha ganancia en la siguiente proporción: al primero $\frac{1}{3}$, al segundo $\frac{2}{5}$ y el resto al tercero. ¿Cuánto le ha tocado a cada uno?
R. 7.000, 8.400, 5.600.

6.—Tres hermanos se reparten un terreno de 870 metros en la siguiente forma: el primero $\frac{1}{3}$ del total; el segundo $\frac{1}{5}$ más que el primero, y el tercero el resto. ¿Cuántos metros recibió cada uno?

R. 290, 464, 116.

7.—Repártase 2.904 pesos en partes que sean entre sí como los números 4, 5, 7 y 8.

R. 484, 605, 847, 968.

8.—Se han dividido 180 pesos entre tres personas de manera que la primera recibió 65 pesos y la segunda 10 pesos menos que la primera. ¿Cuánto recibió la tercera?

R. 60 pesos.

9.—Repártase 800 pesos en partes proporcionales a los números 1, 4 y 5.

R. 80, 320, 400.

10.—A tres obreros que han trabajado juntos se les ha abonado 140 pesos. El primero trabajó solamente 12 días, el segundo 14 días y el tercero 16 días. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 40, 46,67, 53,33.

11.—Debemos repartir 8.000 pesos de ganancia entre cuatro socios en proporción a los números 1, 2, 3, 4.

R. 800, 1.600, 2.400, 3,200.

12.—Un propietario quiere sacar de 1.100 cuadras de campo una renta anual de 6.600 pesos. Las tiene arrendadas en cuatro fracciones de 100, 250, 350 y 400 cuadras, respectivamente. ¿Cuánto debe darle cada arrendatario?

R. 600, 1.500, 2.100, 2.400.

13.—Dos carreros han recibido 42 pesos por varias horas de trabajo. ¿Cuánto habrá recibido cada uno en relación a su trabajo, si el primero trabajó cuatro horas y el segundo tres?

R. 21 y 18.

14.—Tres jornaleros han hecho un trabajo juntos y han percibido 260 pesos. El primero trabajó durante 15 días, el segundo durante 12 días y el tercero durante 25 días. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 57, 60 y 125.

15.—Partir $ 2.240 en cuatro partes proporcionales a 4, 7, 8 y 9.

R. 320, 560, 640, 720.

16.—Repártase 79 pesos entre tres personas de manera que la primera reciba 7 pesos más que la segunda y que ésta reciba 3 pesos más que la tercera. ¿Cuánto debe recibir cada una?

R. 54,30, 19,76 y 4,94.

17.—Una sociedad de beneficencia ha resuelto repartir 900 pesos entre tres familias proporcionalmente al número de personas que compone cada una. La primera tiene 4 personas, la segunda 7 personas y la tercera 9 personas. ¿Cuánto recibe cada familia?

R. 180, 315 y 405.

18.—Se han pagado 150 pesos a dos obreros por la construcción de un muro. El primero ha hecho 12 metros y el segundo 18 metros. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno en proporción al trabajo hecho?

R. 60 y 90.

19.—Divídase 252 pesos entre dos personas, de modo que la primera reciba dos veces más que la segunda.

R. 168 y 84.

20.—Dos personas se reparten 1.800 pesos, de manera que una recibe 5 pesos y la otra 8 pesos. ¿Cuánto será la parte de cada una de esa proporción?

R. 692,30, 1.107,70.

21.—Un señor al fallecer ha dejado 20.000 $ para que se repartan entre 3 sobrinos en proporción a la edad de cada uno. El primero tiene 6 años, el segundo 8 años y el tercero 12 años. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 4.615,38, 6.153,86, 9.230,76.

22.—Divídase el número 180 en tres partes proporcionales a 5, 7 y 18.

R. 30, 42, 108.

23.—Repártase 3.600 pesos entre tres personas, de manera que la segunda reciba el triple de la primera y que la tercera perciba la mitad de lo que recibe la primera y segunda juntas. ¿Qué suma debe percibir cada persona?

R. 600, 1.800. 1.200.

24.—Debe distribuirse la suma de 900 pesos entre tres personas que se designan *A*, *B* y *C*, de modo que *B* reciba una cantidad triple que la que recibe *A*; y que *C* perciba una suma doble de la que corresponda a *B*. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno? R. 90, 270, 540.

25.—Cuatro personas que designamos *A*, *B*, *C* y *D* se reparten una ganancia de $ 9.300 en las siguientes condiciones: la parte que recibe *A* debe ser triple de la que reciba *B*, la parte de *C* debe ser los $\frac{2}{5}$ de la que se entregue a *D*; y la parte que corresponde a D, debe ser doble de la que perciba *A*. ¿Qué cantidad percibirá cada persona?

R. *A*, 2.250; *B*, 750; *C*, 1.800; *D*. 4.700.

26.—La suma de tres números es 1.000 y están en la proporción de 5, 25 y 70. ¿Cuáles son los números?

R. 50, 250, 700.

27.—Distribúyase la suma de 225 pesos entre tres personas de manera que la segunda obtenga el doble de lo que le toque a la primera y la tercera la cuarta parte de lo que les toque a las dos primeras. ¿Cuánto corresponde a cada una?

R. 60, 120, 45.

28.—Se quiere repartir entre cuatro niños una gruesa (12 docenas) de bolitas, en la siguiente proporción: el segundo debe tener dos veces más que el primero; el tercero tanto como los dos primeros juntos, y el cuarto la mitad de lo que les toque a los tres primeros. ¿Cuántas bolitas recibirá cada niño?

R. 16, 32, 48, 48.

29.—Tres herederos han recibido una herencia de 42.000 pesos, y se desea saber qué parte corresponde a cada uno, sabiendo que el segundo recibió los $\frac{5}{3}$ de lo que le tocó al primero y el tercero los $\frac{5}{6}$ de la parte del segundo.

R. 20.000, 12.000, 10.000.

30.—Dos correos han recibido por su trabajo 14 pesos, y se desea saber en qué proporción deben repartirse esa suma, sabiendo que uno ha trabajado 3 horas y el otro 4 horas.

R. 6 y 8.

31.—Tres comerciantes han fletado un barco, el primero ha cargado 150 bordalesas de vino; el segundo 280 y el tercero 300. El flete vale 850 pesos. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

R. 174,66, 326,02, 349,32.

32.—Un señor debe a cuatro personas 10.000 pesos, y no dispone para pagar esa deuda sino de 8.000 pesos. Al primero le debe 1.000; al segundo 2.000; al tercero 3.000; y al cuarto 4.000. ¿En qué proporción debe pagar a sus acreedores?

R. 800, 1.600, 2.400, 3.200.

33.—Un señor deja 80.000 pesos para que se repartan entre sus dos sobrinos en proporción a su edad; el mayor tiene quince años y el menor 5 años. ¿Cuántos pesos corresponden a cada uno?

R. 20.000 y 60.000.

34.—En la última inundación tres familias han sufrido perjuicios avaluados, respectivamente, en 280 pesos, 350 pesos y 410 pesos. La comisión encargada de auxiliarlas ha resuelto distribuir entre las mismas la suma de 1.500 pesos en proporción al monto de las pérdidas sufridas por cada familia. ¿Cuánto le tocará a cada una?

R. 403,84, 504,82, 591,34.

35.—Se ha repartido la suma de 23.688 pesos entre tres personas, de manera que la segunda recibió el doble de lo que le tocó a la primera y la tercera recibió el triple de lo que le tocó a la segunda. ¿Cuánto recibió cada persona?

R. 2.632, 5.264, 15.792.

36.—Repártase la suma de 5.050 pesos, ganancia obtenida por tres socios en un año, en la siguiente proporción: el primero puso su trabajo, calculado a razón de 5 pesos diarios; el segundo un capital de 3.500 pesos, y el tercero 1.000 pesos de capital y su trabajo de 120 días a 7 pesos diarios.

R. 1.273,10, 1.301,40, 2.475,50.

37.—Una persona al morir, deja 22.326 pesos, disponiendo en su testamento que dicha suma sea repartida entre su madre, 3 hermanos, 2 hermanas y 4 sobrinos, en la siguiente forma: a los sobrinos partes iguales; a cada hermana deberá entregársele tanto como a cada sobrino más la cuarta parte de lo que reciben los mismos; a cada hermano, tanto como se le entregue a cada hermana, más la mitad de lo que reciban las mismas, y a la madre tanto como lo que se le entregue a cada hermano y hermana juntos. Determínese cuánto le corresponde a cada heredero.

R. Madre, \$ 4.575. A cada hermano, \$ 2.745. A cada hermana, \$ 1.830; y a cada sobrino, \$ 1.464.
En total: Madre, 4.575; hermanos, 8.235; hermanas, 3.660; sobrinos, 5.856.

38.—Distribúyase la suma de \$ 45.000 entre 5 personas, de manera que la segunda reciba 8 veces más que la primera; la tercera cinco veces más que la segunda; la cuarta 10 veces más que la tercera, y la quinta, tanto como reciba la primera. ¿Cuánto le corresponde a cada persona?

R. 1.°, 100; 2.°, 800; 3.°, 4.000; 4°, 40.000 y 5°, 100.

39.—Deseo distribuir 250 lingotes de oro en tres cajones: la capacidad del cajón mediano representa los $\frac{3}{4}$ de la capacidad mayor; y la del cajón menor no vale sino los $\frac{5}{8}$ de la del mayor. ¿Qué cantidad de lingotes cabrá en cada cajón?

R. $105\frac{1}{4}$; 79 y $65\frac{3}{4}$.

40.—Dos socios han obtenido una ganancia de 1.640 pesos. El primero puso un capital de 2.000 pesos, y el segundo, 2.100 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 800 y 840.

41.—Una casa y un jardín ha costado 15.200 pesos; la casa ha costado 6 veces más que el jardín. ¿Cuánto ha costado una y otro?

R. 13.028,57, 2.171,43.

42.—Tres veteranos del ejército gozan de una pensión anual de 8.000 pesos en total, distribuída proporcionalmente a sus edades. El primero tiene 62 años; el segundo 70 años, y el tercero 76 años. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 2.384,61, 2.692,31 y 2.923,08.

43.—Un acopiador de cereales compró 1175 Hls. de trigo en tres de distinta cantidad y a los precios siguientes: la primera a 9 $ el Hl., la segunda a 12 $ el Hl. y la tercera a 15 pesos el Hl.; habiendo pagado por cada una de ellas igual suma. ¿Qué capital ha invertido en la compra?

R. 13.500 $.

44.—Cuatro recipientes de vino de clase y capacidad diferente se han comprado por igual suma. ¿Cuál es la capacidad de cada uno si el precio por litro es de 0.30 $, 0,40 $, 0.45 $ y 0,60 $, y el total de litros es de 630?

R. 216, 162, 144 y 108 ls.

45.—Un testador deja 30.000 pesos a 2 sobrinos, 3 sobrinas y 5 primos, disponiendo que la parte que se entregue a cada prima debe ser los $\frac{3}{4}$ de la que se dé a cada sobrina, y la que reciba cada sobrina sea los $\frac{4}{5}$ de la que perciba cada sobrino. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. Sobrinos, 5.748,50; sobrinas, 10.778,45; primos, 13.473,05,

o bien:

A cada sobrino, 2.874,25; a cada sobrina, 3.592,81 y a cada primo, 2.694,61.

46.—Repártase la suma de 2.400 pesos entre tres personas, de manera que mientras una reciba 5, las otras reciban 8 y 12 respectivamente. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

R. 480, 768, 1.152.

47.—Tres empresarios han reunido un capital de pesos 24.270, con el cual han obtenido una ganancia de 3.520 pesos. ¿Cuánto habrá recibido cada uno, sabiendo que el primero puso los $\frac{2}{3}$ del capital y el resto los otros dos por partes iguales?

R. 2.346,66 586,67 586,67.

48.—Debe distribuirse la suma de 35.200 pesos entre 5 hermanos que cuentan, respectivamente, 10, 12, 14 16 y 18 años de edad, proporcionalmente a sus respectivas edades. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 5.028,58; 6.034,28; 7.040; 8.045,71 y 9.051,43, respectivamente.

49.—Seis jornaleros han recibido una gratificación de 230 pesos que deben repartirse entre ellos. El primero debe recibir $\frac{1}{4}$ más que los otros. ¿Cuánto le toca a cada jornalero?

R. Al 1.°, $ 46, y a cada uno de los cinco restantes, $ 36,80.

50.—Dos obreros han ganado juntos la cantidad de 216 pesos. El primero trabajó durante 6 días y 8 horas diarias, y el segundo durante 9 días y 10 horas diarias. ¿Cuál será la parte que le corresponde a cada uno, en proporción a su trabajo?

R. 1.°, $ 75,13; 2.°, $ 140,87.

REGLA DE SOCIEDAD O COMPAÑIA

La regla de sociedad o compañía tiene por objeto distribuir proporcionalmente las pérdidas o ganancias que haya tenido una sociedad o compañía, formada por dos o más personas.

Esta regla puede ser *simple* o *compuesta*. Será *simple* cuando comprenda cualquiera de los tres siguientes casos:

1º Que los capitales aportados por los socios y el tiempo en que han estado colocados esos capitales, *sean iguales*.

2º Que los capitales aportados por los socios sean iguales *y los tiempos diferentes o desiguales*.

3º Que los capitales aportados por los socios sean diferentes, *pero igual el tiempo*.

Será compuesta cuando los capitales aportados por los socios, así como el tiempo en que esos capitales han estado colocados en la sociedad, sean ambos, *capital y tiempo, distintos*.

Para resolver los distintos casos anteriormente mencionados, debemos tener presente:

1º *Que cuando el capital y el tiempo sean iguales* no tenemos más que repartir la ganancia o pérdida entre el número de socios que forman la sociedad.

Ejemplo:

A, B y *C*, forman una sociedad por seis años, poniendo como capital 1.000 pesos cada uno. Dicha sociedad ha obtenido una utilidad o ganancia de 4.500 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada socio?

Según lo anteriormente expuesto, sería:

$$4.500 : 3 = \$\ 1.500$$

que es la parte de ganancia que corresponde a cada socio.

2º *Que cuando el capital impuesto por cada socio sea igual y el tiempo distinto*, debemos repartir la ganancia o pérdida habida, proporcionalmente al tiempo.

En este caso, según el capital que es igual, cada socio deberá recibir una parte igual, pero siendo desigual el tiempo, la proporción variará según éste.

Ejemplo:

A, *B* y *C* forman una sociedad poniendo 1.000 pesos de capital cada uno y dejándolos en la caja social los siguientes tiempos: *A*, los deja 1 año; *B*, los deja 2 años, y *C*, los deja 3 años. Han obtenido una ganancia de 6.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada socio?

En este caso formaremos una regla de tres diciendo que el total de componentes (años) es a la ganancia, como cada capital social es a equis, o sea:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \hline 6 \\ \hline\hline \end{array}$$

$$6 : 6.000 :: 1 : x = \frac{6.000 \times 1}{6} = 1.000 \text{ \$, parte de } A$$

$$6 : 6.000 :: 2 : x = \frac{6.000 \times 2}{6} = 2.000 \text{ \$, parte de } B$$

$$6 : 6.000 :: 3 : x = \frac{6.000 \times 3}{6} = 3.000 \text{ \$, parte de } C$$

Comprobación: 6.000

3º *Que cuando el tiempo sea igual y el capital distinto*, debemos repartir la ganancia o pérdida habida, en proporción al capital.

Vemos en este caso, que con relación al tiempo, deberían los socios recibir una parte igual, pero siendo los capitales desiguales, la proporción variará con relación y en proporción a éste.

Ejemplo:

A, B y *C* forman una sociedad por 6 años, poniendo cada socio, como capital, las siguientes cantidades: *A,* pone 2.000 pesos; *B,* pone 4.000 pesos, *C,* pone 6.000 pesos. Han obtenido una ganancia de 6.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada socio?

Formaríamos una regla de tres, diciendo que el total de capitales es a la ganancia, como cada capital parcial es a *equis*, averiguando primero el monto de los capitales; así:

A	2.000
B	4.000
C	6.000
Total de capitales . . .	12.000

Ahora diríamos:

$$12.000 : 6.000 :: 2.000 : x = \frac{6.000 \times 2.000}{12.000} = 1\,000 \text{ \$, parte de } A.$$

$$12.000 : 6.000 :: 4.000 : x = \frac{6.000 \times 4.000}{12.000} = 2.000 \text{ \$, parte de } B.$$

$$12.000 : 6.000 :: 6.000 : x = \frac{6.000 \times 6.000}{12.000} = 3.000 \text{ \$, parte de } C.$$

Comprobación 6.000

4º *Que cuando el capital y el tiempo sean diferentes*, debemos repartir la ganancia o pérdida habida, en proporción al producto del capital y del tiempo, dado que siendo distintos ambos, le corresponderá a cada socio una proporción también distinta.

Ejemplo:

A, *B* y *C* forman una sociedad por seis años, poniendo, respectivamente, los siguientes capitales:

A	pone	2.000	y los	deja	3	años
B	„	4.500	„ „	„	2	„
C	„	5.000	„ „	„	1	„

Han obtenido una ganancia de 10.000. ¿Cuánto le corresponde a cada socio?

En este caso, el total de capitales lo obtendremos multiplicando cada capital parcial por el tiempo en que ha estado impuesto en la sociedad, lo que nos dará el total de capitales que nos servirá de base para formar la regla de tres proporcional.

	Capitales		Tiempo		Capital proporcional al tiempo
A. . . .	2.000	×	3	=	6.000
B. . . .	4.500	×	2	=	9.000
C. . . .	5.000	×	1	=	5.000
					20.000

Ahora conociendo el total de capitales proporcionales al tiempo, podemos resolver el problema diciendo que:

$$20.000 : 10.000 :: 6.000 : x = \frac{10.000 \times 6.000}{20.000} = 3.000 \text{ \$, parte de } A.$$

$$20.000 : 10.000 :: 9.000 : x = \frac{10.000 \times 9.000}{20.000} = 4.500 \text{ \$, parte de } B.$$

$$20.000 : 10.000 :: 5.000 : x = \frac{10.000 \times 5.000}{20.000} = 2.500 \text{ \$, parte de } C.$$

Comprobación 10.0000

Puede también darse el caso de que en el transcurso de la sociedad, los socios hayan aumentado o disminuído su capital social, en cuyo caso haremos la proporcición de los capitales en consideración a los tiempos en que hayan estado colocados en la caja social.

Veamos un ejemplo:

A, *B* y *C* forman una sociedad por el término de ocho años, poniendo cada uno los siguientes capitales y dejándolos en la caja social los siguientes tiempos:

A,	pone	1.000	$	y	a	los	3	años	agregó	3.000 $ más
B,	„	6.000	„	„	„	„	5	años	retiró	2.000 $
C,	„	2.000	„	„	„	„	6	años	agregó	3.000 $ más

Han obtenido una ganancia de 8.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada socio?

En este caso, lo primero que debemos hacer es sacar el total de capitales en proporción al tiempo en que cada uno ha estado colocado, debiendo tener presente que siendo el término de la sociedad 8 años, ese será el tiempo en que deberán computarse los capitales.

	Capitales		Tiempo		Capital proporcional al tiempo		Suma de capitales proporcionales
A.	1.000	×	3	=	3.000		
	4.000	×	5	=	20.000	=	23.000
B.	6.000	×	5	=	30.000		
	4.000	×	3	=	12.000	=	42.000
C.	2.000	×	6	=	12.000		
	5.000	×	2	=	10.000	=	22.000
							87.000

Ahora formaríamos una regla de proporción, diciendo que el total de capitales es a la ganancia como cada capital social es a *equis;* así:

$$87.000 : 8.000 :: 23.000 : x = \frac{8.000 \times 23.000}{87.000} = 2.114.94, \text{ parte de } A.$$

$$87.000 : 8.000 :: 42.000 : x = \frac{8.000 \times 42.000}{87.000} = 3.862.07, \text{ parte de } B.$$

$$87.000 : 8.000 :: 22.000 : x = \frac{8.000 \times 22.000}{87.000} = 2.022.99, \text{ parte de } C.$$

Comprobación 8.000,00

PROBLEMAS SOBRE REGLA DE SOCIEDAD O COMPAÑIA

1.—Tres personas forman una sociedad por 10 años, aportando cada una un capital de 10.000 pesos. Al liquidarse la sociedad resulta una ganancia de 9.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada socio? R. $ 3.000.

2.—Dos comerciantes se asocian para un trabajo determinado; el primero puso 1.000 pesos y el segundo 500 pesos. Han obtenido una ganancia de 420 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 280 y 140.

3.—Tres socios, al liquidar una sociedad, han obtenido una ganancia de 2.525 pesos, y se desea saber cuánto le corresponderá a cada uno, sabiendo que el primero puso un capital de $ 1.800, el segundo $ 1.840 y el tercero $ 3.500.

R. 636,55; 650,70 y 1.237,75.

4.—*A, B* y *C* han constituído una sociedad poniendo un capital de 1.000 pesos cada uno, que lo han dejado durante los siguientes tiempos: *A*, 3 años; *B*, 6 años y *C*, 1 año. Han obtenido una ganancia de 4.000 pesos .¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. *A*, 1.200; *B*, 2.400; *C*. 400.

5.—Tres individuos forman una sociedad por cinco años, poniendo cada uno los siguientes capitales: el primero pone 1.000 pesos; el segundo, 3.000 pesos, y el tercero, 6.000 pesos. Habiendo obtenido una ganancia de pesos 8.000. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. al 1° 800; al 2° 2.400; al 3° 4.800.

6.—*A, B* y *C* constituyen una sociedad por tres años, poniendo: *A*, 1.000 pesos durante 2 años; *B*, 3.000 pesos durante 1 año, y *C*, 2.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. *A*, 363,63; *B*, 545,46; *C*, 1.090,91.

7.—Juan, Pedro y Diego forman una sociedad por ocho años, imponiendo los siguientes capitales por los siguientes tiempos: Juan pone 1.000 pesos, pero a los 3 años agrega 3.000 pesos más. Pedro pone 6.000 pesos, pero a los 5 años retira 2.000 pesos; y Diego pone 2.000 pesos y a los 6 años agrega 3.000 pesos más. Han obtenido una ganancia de 8.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. Juan, 2.114,94; Pedro, 3.862,07; Diego, 2.022,99.

8.—Dos obreros han ejecutado un trabajo que les ha producido una ganancia de 600 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno sabiendo que el primero trabajó durante 42 días y el segundo 26 días?

R. 370,59 y 229,41.

9.—Tres negociantes hicieron un fondo común para comprar una quinta en $ 37.500; el primero dió $\frac{1}{3}$ de su valor, el segundo los $\frac{3}{8}$ del resto y el tercero lo que faltaba. Vendida la quinta en 50.000 pesos. ¿Cuánto le tocará de beneficio a cada uno?

R. 1.° 4.166,50; 2.° 3.125; 3.° 5.208,50.

10.—Al disolver una sociedad, cuatro socios se encontraron con una utilidad de 7.150 pesos. ¿Cuál será la parte de cada uno si se reparte proporcionalmente a los números 2, 5, 7 y 10?

R. 595,83; 1.489,59; 2.085,41; 2.979,17.

11.—Tres personas han formado una sociedad, poniendo los siguientes capitales: el primero puso 3.400 pesos; el segundo, 1.700 pesos, y el tercero, 4.900 pesos. Han ganado 9.135 pesos. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

R. 1° 3.105,90; 2° 1.552,95; 3° 4.476,15.

12.—Dos personas han contribuído a formar una sociedad. La primera puso 4.200 pesos durante 2 años y la segunda, 3.000 pesos durante 18 meses. Han obtenido una ganancia de 2.500 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada una?

R. 1.627,90 y 872,10.

13.—Una persona tiene 24.000 pesos que reparte en partes proporcionales a 2, 5 y 8. Coloca la primera parte al 4 % anual; la segunda al 5 % y la tercera al 8 %. ¿Cuáles son las partes proporcionales y cuáles los intereses?

R. 1° 3.200, interés 128.
2° 8.000, „ 400.
3° 12.800, „ 1.024.

14.—Una sociedad anónima se fundó por medio de mil acciones de 100 pesos cada una. Declarada en quiebra resulta que el activo asciende a 70.000 pesos ¿Cuánto corresponde a cada acción?

R. $ 70.

15.—Tres comerciantes han colocado un capital igual para una especulación mercantil. El primero tuvo colocado su capital durante 1 año; el segundo, 3 años, y el tercero 4 años; han sufrido una pérdida de 45.000 pesos. ¿Con qué parte debe contribuir cada uno?

R. 5.625, 16.875 y 22.500, respectivamente.

16.—Una casa ha sido vendida judicialmente en la suma de 15.000 pesos; los gastos judiciales, etc., importaron el 14 % de esa suma. ¿Qué suma recibirán los acreedores que son 3 y que deben repartirse lo que queda en proporción a sus créditos que son de $ 8.000, 7.000 y 12.000?

R. 3.822,22; 3.344,44; 5.733,34, respectivamente.

17.—Habiendo quebrado un comerciante ,resulta deudor de $ 400, 1.000 y 1.950, a tres acreedores, y se desea saber qué suma recibirá cada acreedor si se les reparte proporcionalmente la suma de 2.000 pesos.

R. 238,80, 597,02, 1.164,18.

18.—Un propietario tiene arrendadas 4.400 cuadras a cuatro arrendatarios que ocupan respectivamente 400, 1.600, 1.000 y 1.400 cuadras, y obtiene una renta anual de 26.400 pesos. ¿Con cuánto contribuye cada arrendatario?

R. 2.400, 9.600, 6.000, 8.400, respectivamente.

19.—Cuatro personas han arrendado un campo para pastoreo por el que pagan 1.800 pesos de arrendamiento por año. El primero lleva 52 cabezas; el segundo, 44; el tercero, 68; y el cuarto, 86. ¿Cuánto le corresponde pagar en proporción a cada arrendatario?

R. 374,40, 316,80, 489,60, 619,20.

20.—La suma de los capitales impuestos por dos socios es de 5.800 pesos. La del primero excede a la del segundo en 1.800 pesos. ¿Qué parte del beneficio corresponde a cada socio si la ganancia asciende a 3.000 pesos?

R. 1.965,51 y 1.034,49.

21.—Tres industriales se asocian para comprar una máquina a vapor. El primero aporta una cierta suma; el segundo pone triple cantidad de la que puso el primero, el tercero pone tanto como los otros dos juntos. Han obtenido una utilidad de 8.400 pesos. ¿Qué parte de ganancia le corresponde a cada uno?

R. 1.050, 3.150 y 4.200.

22.—Tres comerciantes *A*, *B*, *C*, se asocian. *A*, pone 3.000 pesos que deja por 5 años; *B*, pone 4.000 pesos que deja por 4 años, y *C*, pone 5.000 que deja por 2 años. Han realizado una ganancia de 4.100 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. *A*, 1.500, *B*, 1.600, *C*, 1.000.

23.—Tres personas *A*, *B* y *C*, se asocian imponiendo el primero, por 5 años, una suma triple que la que pone *B*; éste contribuye, por 3 años, con doble cantidad de la que pone *C*, dejando este último su capital por 6 años. Sabiendo que han ganado 4.200 pesos. ¿Qué parte de ganancia le corresponde a cada uno? R. *A*, 3.000; *B*, 600; *C*, 600.

24.—Se ha constituído una sociedad de tres comerciantes *A*, *B* y *C*, aportando *A*, una suma doble de la que pone *B*, y éste una suma que no es sino los $\frac{2}{5}$ de la que impuso *C*. La colocación de esos capitales han estado en la caja social los siguientes tiempos: El de *A*, permanece por un tiempo triple que el de *C*, y el de éste por un tiempo que no es sino las $\frac{2}{3}$ partes del tiempo en que permanece el capital de *B*. Sabiendo que han obtenido una ganancia de 8.000 pesos, determínese cuánto corresponde a cada uno.

R. *A*, 4.800; *B*, 1.200; y *C*, 2.000.

25.—Un comerciante que poseía un capital de 15.000 pesos, puso un almacén; a los 6 meses entró un socio que puso 14.000 pesos. A os dos meses subsiguientes se presentó otro socio con un capital de 12.000 pesos. Al cabo de un año han obtenido un beneficio de 10.400 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 6.000, 2.800, 1.600.

26.—Tres obreros han hecho un determinado trabajo juntos y han ganado 520 pesos. Sabiendo que el primero trabajó durante 15 días; el segundo 12 días y el tercero 25 días, se desea saber cuánto le corresponde a cada uno.

R. 1º 150; 2º 120; 3º 250.

27.—Tres empresarios han reunido un capital de 48.327 pesos con el cual han ganado 4.000 pesos. ¿Cuánto recibirá cada uno si el primero puso los $\frac{2}{3}$ del capital y los otros dos el resto por partes iguales?

R. 2. 666,66, 666,67, 666,67.

28.—Dos personas han contribuído a formar un capital en la siguiente forma: el primero puso 4.200 pesos durante 4 años y el segundo 3.000 pesos durante 36 meses. Sabiendo que han obtenido un beneficio de 2.500 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 1.627,90 y 872,10.

29.—Una persona tiene 5 acreedores a los cuales debe 30.000 pesos; tiene para pagar esa deuda 20. 800 pesos. ¿En qué proporción debe efectuar ese pago si debe al primero 5.000 pesos; al segundo, 3.500 pesos; al tercero, 2.900 pesos; al cuarto, 2.250 pesos y al quinto, 16.350 pesos?

R. 1º 3.466,66; 2º 2.426,67; 3º 2.010,76; 4º 1.560 y 5º 11.336.

30.—Dos personas empiezan el giro de un negocio con un capital de 22.535 pesos. La primera puso 2.500 pesos más que la otra y dejó su capital durante $2\frac{1}{2}$ años. La segunda lo dejó durante 3 años. Han obtenido un beneficio de 8.422 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 4.296,22 y 4.125,78.

31.—Debe repartirse un capital de $ 14.954,17, proporcionalmente a los siguientes capitales: 2.900 pesos; 8.700 pesos y 11.600 pesos. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

R. 1.869,28, 5.607,82, 7.477,07.

32.—Cuatro personas han formado una sociedad imponiendo los siguientes capitales durante el mismo tiempo: el primero puso 100.000 pesos; el segundo puso 60.000 pesos; el tercero 20.000 pesos, y el cuarto 44.750 pesos. Han obtenido una ganancia de 45..000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 20.022,25, 12.013,34, 4.004,45, 8.959,96.

33.—Cuatro proveedores han ganado 1.200 pesos en la venta de una partida de yerba que vale 0,85 el kilogramo: el primero puso 375 kilogramos; el segundo 30 kilogramos menos que el primero; el tercero, 100 kilogramos más que el último, y éste (el último) ha entregado 170 kilogramos. ¿Qué parte de beneficio le corresponde a cada uno?

R. 1º 387,94; 2º 356,90; 3º 279,30; 4º 175,86.

34.—El activo de un comerciante al pedir convocatoria de acreedores es de 40.000 pesos. Tiene 5 acreedores, por las siguientes sumas: 20.000, 15.000, 10.000, 4.000 y 1.000, respectivamente. ¿Cuál es el monto de lo que corresponde a cada acreedor?

R. 16.000, 12.000, 8.000, 3.200 y 800.

35.—*A*, *B* y *C*, obtuvieron un interés de 6.000 pesos con un capital de 15.000 pesos. Por su parte de ganancia cada socio tomó las siguientes sumas: *A*, 2.400 pesos; *B*, 2.000 pesos y *C*, 1.600 pesos. ¿Qué capital había impuesto cada socio?

R. *A*, 6.000; *B*, 5.000, y *C*, 4.000.

36.—Cuatro capitalistas se han reunido para comprar una máquina en 26.000 pesos. Los dos primeros han puesto por partes iguales los $\frac{3}{5}$ del monto total; el tercero, 70 pesos menos que el segundo y el cuarto el resto. Han ganado con dicha máquina 10.000 pesos. ¿Qué parte le corresponde a cada uno?

R. 3.000, 3.000, 2.973,07, 1.026,93.

37.—Un empresario tiene que repartir la suma de 1.000 pesos entre 5 obreros en razón directa del tiempo en que han trabajado. El primero ha trabajado durante 8 días de 6 horas; el segundo 9 días de 11 horas; el tercero 5 días de 8 horas; el cuarto 7 días de 10 horas y el quinto 6 días de 9 horas. Hágase el reparto.

R. 1º 154,34; 2º 318,32; 3º 128,62; 4º 225,08; 5º 173,64.

38.—Tres socios al comenzar un negocio ponen las siguientes sumas: 24.000, 26.000 y 30.000. Al liquidarse la sociedad se ve que han obtenido una ganancia de 60.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 18.000, 19.500 y 22.500.

39.—En una especulación mercantil, tres asociados perdieron 80.000 pesos. ¿Qué pérdida proporcional corresponderá a cada socio, sabiendo que tuvieron los mismos capitales impuestos durante los siguientes tiempos: el primero 2 años; el segundo 5 años y el tercero 3 años?

R. 16.000, 40.000 y 24.000.

40.—Tres arrieros proporcionan 120 mulas para transportar mercaderías de una provincia a otra. El primero ha suministrado 40 mulas durante 25 días; el segundo, 60 mulas durante 35 días y el tercero 20 mulas durante 45 días. Habiendo cobrado 2.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 500, 1.050, 450.

41.—Tres hermanos hacen una sociedad a fin de reunir un capital y comprar una quinta que vale 24.000 pesos. El primero pone $\frac{3}{4}$ del capital total, el segundo 4.000 pesos y el tercero el resto. Habiendo vendido dicha quinta ganando 6.000 pesos. ¿Cuánto le toca de ganancia a cada uno?

R. 4.500, 1.000, 500.

42.—Cuatro comerciantes se juntan para explotar un negocio que compran en 30.000 pesos. El primero pone $\frac{1}{5}$ del valor total, el segundo 2.000 pesos más que el primero, el tercero 3.000 pesos menos que el segundo y el cuarto el resto. Al finalizar el año se encuentran con una ganancia de 10.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 2.000, 2.666,67, 1.666,66 y 3.666,67.

43.—Cuatro personas se han puesto de acuerdo para establecer un negocio por 10 años, poniendo respectivamente los siguientes capitales: El primero pone 5.000 pesos, y los tuvo los 10 años; el segundo puso 8.000 pesos, pero al empezar el séptimo año retiró 2.000 pesos; el tercero puso 3.000 pesos, pero al empezar el quinto año agregó 4.000 pesos más, y el cuarto puso 9.000 pesos, pero al empezar el cuarto año retiró 3.000 pesos. Han obtenido un beneficio de 20.000 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

R. 1º 4.081,64; 2º 5.877,55; 3º 4.408,16; 4º 5.632,65.

44.—Tres personas se reparten la suma de 2.000 pesos, de modo que cuando una recibe 5, las otras reciben 8 y 12 respectivamente. ¿Cuál es la parte de cada uno?

R. 400, 640, 960.

45.—Tres compañías han asegurado un cargamento de cereales para Europa. Durante un temporal se echa al agua parte de dicho cargamento, lo que ocasiona una pérdida de 12.000 pesos. ¿Qué parte corresponde pagar a cada compañía, si la segunda ha perdido los $\frac{2}{7}$ de lo que perdió la primera, y la tercera los $\frac{5}{9}$ de las dos primeras juntas?

R. 6.000, 1.714,29, 4.285,71.

46.—Repártase la suma de 21.000 pesos proporcionalmente a los números 4, 6, 9 y 12.

R. 2,709,67, 4.064,52, 6.096,77, 8,129,04.

47.—Cuatro personas arriendan un campo de 4.000 hectáreas para pastoreo, por el cual pagan la suma de 4.000 pesos de arrendamiento. El primero tiene 400 hectáreas, el segundo 800, el tercero 1.200 y el cuarto 1.600. ¿Cuánto le corresponde pagar a cada uno?

R. 400, 800, 1.200, 1.600.

48.—Tres obreros han terminado una obra por la cual les han pagado 320 pesos. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno, sabiendo que el primero trabajó durante 24 días; el segundo durante 36 días y el tercero durante 54 días?

R. 67,36, 101,06, 151,58.

49.—Tres personas han colocado igual capital en una empresa por los siguientes tiempos: El primero por 1 año, el segundo por 3 años y el tercero por 4 años. Han ganado 4.000 pesos. ¿Cuánto le toca a cada uno?

R. 1º 500, 2º 1.500, 3º 2.000.

50.—Un comerciante adeuda a tres acreedores 400 pesos, 1.000 y 1.600 respectivamente. ¿Qué suma le tocará a cada uno, si sólo tiene para pagar esa deuda 2.000 pesos?

R. 266,66, 666,67, 1.066,67.

TANTO POR CIENTO

La regla del tanto por ciento o porcentaje, tiene por objeto resolver las operaciones en que se toman por base las unidades producidas por 100.

Las operaciones del tanto por ciento tienen aplicación a comisiones, corretajes, ganancias, pérdidas, rendimientos, descuentos, etc., que se resuelven por la regla de tres simple directa o por el método de reducción a la unidad; pudiendo ocurrir varios casos:

1.° *Hallar la ganancia, comisión, pérdida, descuento, etc., conociendo capital invertido y el tanto por ciento.*

Ejemplo:

Un terreno comprado en 6.000 $ fué vendido con un 5 % de beneficio.

¿Qué ganancia se ha obtenido?

Disposición:

100 $............. 5 $
6000 „............. x „

Solución:

Si por cada 100 $ se ganan 5 $, en 1 $ se ganará 100 veces menos o $\frac{5}{100}$ y en 6000 $ se ganarán 6000 veces mas o sea:

$$\frac{5 \times 6000}{100} = 300 \text{ \$}.$$

2.° caso. *Hallar el tanto por ciento conociendo ganancia o pérdida y capital invertido.*

Ejemplo:

Un campo que costó 146.000 $ fué vendido con una ganancia de 8760 $. ¿Cuál fué el tanto por ciento de beneficio?

Disposición:

146.000 $............. 8760 $ gan.
100 „............... x „ „

Solución:

Si 146.000 $ han producido 8760 $ de ganancia, 1 $ producirá 146.000 veces menos a $\frac{8760}{146000}$ y 100 $ producirán 100 veces más o sea:

$$\frac{8760 \times 100}{146000} = 6\ \%.$$

3.° caso. *Hallar el capital invertido, conociendo la ganancia o pérdida y el tanto por ciento.*

Ejemplo:

Una cantidad de novillos fueron vendidos en 21250 pesos, ganándose el 25 %. ¿Cuál ha sido el costo?

Disposición:

100 $.............. 125 $.
x „.............. 21250 „

Solución:

Si 125 $ son producidos por 100 $ de capital, 1 $ será producido por un capital 125 veces menor o $\frac{100}{125}$ y 21250 $ serán producidos por una cantidad 21250 veces mayor o sea:

$$\frac{100 \times 21250}{125} = 17000\ \$.$$

REGLA DE INTERES

Esta regla nos indica o determina el interés que producirá un capital colocado a un tiempo determinado y a una razón o tanto por ciento, también determinado.

El interés puede ser *simple* o *compuesto*.

Interés simple es aquel que se cobra en fechas fijas determinadas, liquidado en períodos iguales de tiempo, y que no se acumula al capital impuesto. **De manera que en el interés simple, las ganancias *no aumentan el capital.***

Interés compuesto es aquel en que las ganancias producidas se acumulan al capital primitivo para que a su vez ganen nuevos intereses, de modo que no sólo ganará interés el capital impuesto, sino también los intereses acumulados a él. Por este motivo se llama interés compuesto o capitalizado, por cuanto una vez liquidado aumenta el capital primitivo.

En esta regla intervienen cuatro factores, a saber; el *capital*, el *interés*, el *tiempo*, y la *razón* o *tanto por ciento.*

Capital es la cantidad que se presta o deposita a objeto de que produzca intereses.

Interés es la renta o ganancia que produce el capital impuesto.

Tiempo es el plazo, ya sea de años, meses o días, en que el capital está depositado a fin de que produzca intereses.

Razón o *tanto por ciento* es lo que producen cien unidades al año, así al decir *seis por ciento* significa que cada 100 unidades producirán seis unidades de interés. Este tanto por ciento se representa por el siguiente signo: %.

Antes de plantear las fórmulas para resolver cualquier problema de interés simple debemos indicar que en dichas fórmulas usaremos las siguientes letras que significan:

C (capital), I (interés), T (tiempo) y R (razón o tanto por ciento).

Las fórmulas son las siguientes:

Para determinar el capital

$$C = \frac{I \times 100}{T \times R}$$

Para determinar el interés

$$I = \frac{C \times T \times R}{100}$$

Para determinar el tiempo

$$T = \frac{I \times 100}{C \times R}$$

Para determinar la razón o tanto por ciento

$$R = \frac{I \times 100}{C \times T}$$

Sustituyendo en los problemas a resolver, las letras por los números, tendremos indicados a éstos.

Vamos a resolver un caso de cada fórmula, como ejemplo:

1º ¿Cuál será el capital que deberá colocarse al 2 % anual para que en 3 años nos dé 120 pesos de intereses?

Solución:

2 \$........ 1 año .... 100 \$
120 „........ 3 „ .... x „

Si 2 \$ de interés en un año, lo produce un capital de 100 \$; 1 \$ de interés, lo producirá un capital 2 veces menor $\frac{100}{2}$ y para producir 120 \$ de interés, se necesitará un capital 120 veces mayor o sea $\frac{100 \times 120}{2}$; este capital sería invertido para obtener dicho interés en un año, de manera que si debe producirlo en 3 años, será suficiente un capital 3 veces menor o sea:

Solución:

$$\frac{100 \times 120}{2 \times 3} = 2000 \text{ \$}.$$

De donde deducimos la fórmula:

$$C = \frac{100 \times I}{T \times R}$$

2º ¿Qué interés nos producirán 2.000 pesos colocados al 2 % anual, durante 3 años?

Solución:

100 \$ .... 1 año .... 2 \$.
2000 „ .... 3 „ .... x „

Si 100 $ producen 2 $ de interés en un año, 1 $ de capital producirá 100 veces menos o $\frac{100}{2}$ y 2000 $ producirán 2000 veces más que uno o sea $\frac{2 \times 200}{100}$; este interés será producido en un año, de manera que en 3 años producirá 3 veces más.

$$\frac{2 \times 2000 \times 3}{100} = 120 \text{ \$}.$$

De donde se deduce la fórmula:

$$I = \frac{R \times C \times T}{100}$$

3º ¿Durante qué tiempo debemos tener colocados 2.000 pesos, a razón de 2. % anual, para obtener 120 pesos de interés?

Solución:

100 $	2 $	1 año.
2000 „	120 „	x „

Si 100 $ producen 2 de interés en un año, para que 1 $ produzca igual interés será necesario un tiempo 100 veces mayor o 100×1, y 2000 $ de capital necesitará un tiempo 2000 veces menor o $\frac{2000}{100 \times 1}$ esto es para producir 2 $ de interés, y para producir 1 $ será suficiente un tiempo 2 veces menor o $\frac{100 \times 1}{2000 \times 2}$

y para producir 120 $ será necesario un tiempo 120 veces mayor o sea:

$$\frac{100 \times 1 \times 120}{2000 \times 2} = 3 \text{ años.}$$

Quedando deducida la fórmula:

$$T = \frac{100 \times I}{C \times R}$$

4º ¿A qué razón o tanto por ciento deberemos colocar 2.000 pesos para que en 3 años nos produzcan 120 pesos de interés?

Solución:

2000 \$ .... 3 años .... 120 \$ interés
100 „ .... 1 „ .... x „ „

Si 2000 \$ producen en 3 años 120 \$ de interés; 1 \$ producirá 2000 veces menos $\frac{120}{2000}$ y 100 \$ producirán 100 veces más o sea $\frac{120 \times 100}{2000}$ en 3 años; luego, en un año producirá 3 veces menos:

$$\frac{120 \times 100}{2000 \times 3} = 2\ \%.$$

De donde deducimos la fórmula:

$$R = \frac{I \times 100}{C \times T}$$

De estas demostraciones, tenemos que los problemas de interés los resolvemos por medio de la *regla de tres*, por consiguiente, mediante las proporciones de las cuales se deduce la siguiente regla general:

Para resolver un problema de interés se dispone la siguiente proporción:

$$C : 100 :: I : (R \times T).$$

Poniendo (x) en el lugar de la cantidad desconocida, y resolviendo la proporción tendremos el valor de la incógnita.

Las precedentes fórmulas son para despejar cualquiera de las incógnitas, *pero únicamente por años.* Si el tiempo fuera de *meses* o *días*, las fórmulas variarán en su número constante (100) que será reemplazado en la siguiente forma:

Por 1.200 cuando se trate de meses, siendo ese número el de meses que tiene el año multiplicado por 100.

Por 36.000 cuando se trate de días, siendo éste número el de días que tiene el año comercial, multiplicado por 100.

Vamos a demostrar prácticamente lo anteriormente expuesto, resolviendo *un mismo problema, en años, meses y días.*

1º Que capital colocado al 6 % anual nos producirá 1.500 pesos de intereses en *5 años.*

Por años

$$C = \frac{I \times 100}{T \times R}$$

o sea:

$$\frac{1.500 \times 100}{5 \times 6} = 5.000 \text{ \$, capital.}$$

2º ¿Qué capital colocado al 6 % anual nos producirá 1.500 pesos de intereses en *60 meses.*

Por meses

$$C = \frac{I \times 1.200}{T \times R}$$

o sea:

$$\frac{1.500 \times 1.200}{60 \times 6} = 5.000 \text{ \$, capital.}$$

3º ¿Qué capital colocado al 6 % anual nos producirá 1.500 pesos de intereses en *1.800 días?*

Por días

$$C = \frac{I \times 36.000}{T \times R}$$

o sea:

$$\frac{1.500 \times 36.000}{1.800 \times 6} = 5.000 \text{ \$, capital.}$$

Como hemos dejado plenamente demostrado, la alteración de la fórmula se produce en su número constante que es 100, 1.200 o 36.000, según sean años, meses o días, respectivamente, los que intervengan en los problemas a resolver.

PROBLEMAS SOBRE REGLAS DE CAPITAL, INTERES, TIEMPO Y RAZON

1.—¿Qué interés producirán 600 $ en un año, colocados al 5 % anual?

R. 30 $.

2.—¿Qué capital producirá 32 pesos de intereses en un año, colocado al 4 % anual?

R. $ 800.

3.—¿A qué razón habrá que colocar la suma de 1.000 pesos m/n para que al cabo de 1 año produzca un interés de pesos 70?

R. 7 %.

4.—¿Qué tiempo deberá estar colocado un capital de 8.000 pesos para que al 5 % anual produzca un interés de 40 pesos?

R. 1 año.

5.—Una casa de 10.000 pesos se vendió con una pérdida del 5 %. ¿A cuánto quedó reducido el valor de esa propiedad?

R. $ 9.500.

6.—¿Qué tanto por ciento de 2.896 pesos dá 231,68 pesos?

R. 8 %.

7.—¿En qué tiempo un capital de 9.200 pesos, colocado al 4 % anual, producirá un interés de 184 pesos?

R. 6 meses.

8.—¿A qué razón habrá que colocar un capital de 8.000 pesos para que en el término de 1 año produzca un interés de 960 pesos?

R. 12 %.

9.—¿Cuál es el $2\frac{1}{2}$ % de 2.850 pesos?

R. 71,25.

10.—Sobre el importe de una compra de 10.250 pesos se ha obtenido una rebaja del 10 %. ¿A cuánto ha quedado reducido el importe de esa compra?

R. $ 9.225.

11.—Tengo depositada en el Banco de la Provincia, en Caja de Ahorros, la suma de 7.000 pesos que está colocado al 4 % anual. Me han liquidado por intereses de esa suma la de 140 pesos. ¿A qué tiempo corresponden?

R. 6 meses.

12.—Una persona ha comprado una casa en 12.500 pesos sobre cuya cantidad quiere ganar el 15 %. ¿A cuánto la debe vender para ganar ese tanto por ciento?

R. $ 14.375.

13.—Un propietario paga como prima de seguro por dicha propiedad que vale 20.000 pesos, la suma anual de 120 pesos. ¿Cuál es el tanto por ciento de ese seguro?

R. 6 %.

14.—¿Cuál será el precio de venta de un artículo cuyo costo es de 250 pesos, si se quiere ganar un 18 %?

R. $ 295.

15.—Vendiendo a 12 pesos el metro de una tela, cuyo costo era de 9,60 pesos. ¿Qué tanto por ciento se gana?

R. 25 %.

16.—Una persona compra una propiedad en 18.000 pesos y gasta en refecciones 1.250 pesos. Quiere venderla ganando un 5 % sobre el precio de compra. ¿A cuánto debe venderla?

R. $ 18.900.

17.—Una propiedad de 9.000 pesos ha producido la suma líquida de 8.550 pesos. Búsquese el tanto por ciento.

R. 5 %.

18.—Una mercadería que costó 700 pesos fué vendida en 840 pesos. ¿Qué tanto por ciento se obtuvo de ganancia?

R. 20 %.

19.—¿Qué interés producirán 20.000 pesos colocados al 5 % durante 2 años?

R. $ 2.000.

20.—¿Qué capital debemos colocar al 5 % para obtener en tres años un interés de 1.200 pesos?

R. $ 8.000.

21.—¿Durante qué tiempo deberán estar colocados 15.000 pesos al 5 % anual, para que produzcan 4.500 pesos de intereses?

R. 6 años.

22.—¿A qué razón debemos colocar 2.000 pesos para que al cabo de 3 años nos produzcan un interés de 120 pesos?

R. 2 %.

23.—¿Qué capital será necesario colocar al 6 por ciento para que al cabo de 60 meses nos produzca un interés de 1.000 pesos?

R. $ 3.333,33.

24.—¿Qué capital colocado al 6 % anual dará un interés de 500 pesos en 1.800 días?

R. $ 1.666,66.

25.—Un capital de 9.000 pesos, colocado a cierto tanto por ciento, produjo en 2 años y 4 meses un interés de 600 pesos. ¿A qué tanto por ciento se colocó ese capital?

R. 2,85 %.

26.—¿Al cabo de cuánto tiempo se duplicará un capital que se ha colocado al 5 % anual?

R. 20 años.

27.—¿Qué renta recibirá una persona, al cabo de 4 años, si ha colocado 25.000 pesos al 6 % de interés anual?

R. $ 6.000.

28.—Una persona invierte un capital de 8.000 pesos con el cual gana la suma de 2.280 pesos. ¿Qué tanto por ciento representa esa ganancia?

R. $28\frac{1}{2}$ %.

29.—¿Qué capital será necesario colocar para que al cabo de 2 años — al 7 % anual — nos produzca un interés de 280 pesos?

R. $ 2.000.

30.—Un propietario vende una casa en 11.600 pesos y no recibe nada más que 10.904 pesos. ¿A qué tanto por ciento se ha pagado la comisión?

R. 6 %.

31.—¿Qué interés producirá un capital de 3.000 pesos colocado al 5 % anual, durante 1 año y 4 meses?

R. $ 200.

32.—¿Durante qué tiempo tendremos que colocar un capital de 100 pesos para que al 5 % anual nos produzca 37,50 pesos de intereses?

R. $7\frac{1}{2}$ años.

33.—Un empleado gana un sueldo mensual de 300 pesos, y contribuye con el 8 % de su sueldo al fondo del Montepío Civil. ¿Cuántos pesos deposita al cabo de un año?

R. $ 288.

34.—El pueblo de X que tiene una población de 9.000 personas, ha tenido en un año 161 defunciones. ¿Qué tanto por ciento representa esa mortandad?

R. 1,78 %.

35.—Sobre una factura de 220 pesos, se ha obtenido una rebaja del 6 %. ¿A cuánto se ha reducido?

R. 206,80.

36.—A un corredor se le paga de comisión por sus ventas el 6 %. Ha recibido la suma de 285,45 pesos por corretaje. ¿Qué capital de mercaderías habrá vendido?

R. 4.757,50.

37.—¿A qué cantidad se reducirán 100 kilogramos de café verde, sabiendo que al tostarlo se pierde el 25 %?

R. 75.

38.—Un almacenero compra 1.000 botellas a 22 pesos el ciento y se quiere saber a cuánto deberá vender cada botella para ganar un 15 % y resarcirse de la pérdida de 80 que se han roto?

R. $0{,}27\frac{1}{2}$ c|u.

39.—Un capitalista dá en préstamo la suma de 2.700 pesos al 7 % anual, durante 7 meses. ¿Qué suma recibirá por capital e intereses al cabo de esa fecha? R. $ 2.810,25.

40.—Una persona presta la suma de 5.480 pesos al $4\frac{3}{4}\%$ anual, habiendo recibido ya 150 pesos. ¿Qué cantidad le adeudan aún por intereses?

R. 110,30.

41.—Un lote de mercaderías que ha costado la suma de 1.162 pesos, ha sido vendido en 1.400 pesos. ¿Qué tanto por ciento de ganancia se ha obtenido?

R. 17 %.

42.—Un capital de 70.000 pesos colocado al 2 % anual ha dado 3.850 pesos de intereses. ¿Qué tiempo ha estado colocado?

R. 2 años 9 meses.

43.—¿Qué suma recibirá un ingeniero que ha dirigido una obra cuyo costo es de 25.000 pesos, si se le paga por honorarios el 3 % del costo del edificio?

R. $ 750.

44.—Una persona desea saber qué le conviene más, si colocar 60.000 pesos al interés del 5 %, o bien dar la mitad de esa suma al 4 % y la otra mitad al 6 %.

R. De las dos maneras es igual, pues obtendrá 3.000 $.

45.—¿Durante qué tiempo tendrá que colocarse un capital de 2.500 pesos al 6 % anual para que produzca iguales intereses que la suma de 3.000 pesos al 6 % durante 5 años?

R. 6 años.

46.—¿A qué tanto por ciento estará colocado un capital de pesos 18.900, si produce de intereses por trimestre la suma de 567 pesos?

R. 12 %.

47.—*A*, *B* y *C*, han colocado juntos la suma de 2.400 pesos. Después de un determinado tiempo han sacado, respectivamente, por capital e intereses, las sumas siguientes: 1.584, 1.056 y 528. ¿Qué capital había impuesto cada uno?

R. *A*, 1.200; *B*, 800; y *C* 400.

48.—¿Cuál habrá sido el importe que habrá producido la venta de 60 bordalesas a 441 pesos cada una, sabiendo que en dicha venta se ha ganado el 18 %?

R. $ 2.902,80.

49.—Un propietario tiene una casa de 5 pisos que le produce el 9 % de interés anual. Búsquese el valor de la propiedad, sabiendo que el primer piso paga 3 veces más que el quinto; el segundo los $\frac{2}{3}$ del primero; el tercero, los $\frac{3}{5}$ del segundo; el cuarto, $\frac{1}{3}$ del primero, y el quinto 1.100 pesos.

R. $ 100.222,22.

INTERES COMPUESTO

Ya hemos dicho que interés compuesto es aquel en que las ganancias, producidas por el capital, se acumulan al capital mismo para que a su vez ganen intereses.

Estos, los intereses, se van produciendo periódicamente cada trimestre, semestre, etc. Si el interés fuera a liquidar *trimestralmente*, quiere decir que cada tres meses debe *capitalizarse* ese interés o sea aumentarse o acumularse al capital para que produzca nuevo interés.

Para determinar el interés compuesto, lo haremos por medio de la regla de tres. Primeramente sacaremos la razón que corresponde al período de capitalización y obtenido este interés, haremos otras tantas reglas de tres como períodos haya en el tiempo que se busca.

Si el capital se hubiese colocado, por ejemplo, a un año, capitalizando los intereses trimestralmente, tendremos *cuatro períodos de tres meses*, que son los que forman el año.

Veamos un ejemplo:

¿Qué interés compuesto nos producirán 5.000 pesos al 6 %, durante un año, capitalizando trimestralmente?

De lo anteriormente expuesto tenemos que;

12 meses producirán 6 %
3 „ „ x „

luego entonces, en tres meses nos producirán:

$$x = \frac{6 \times 3}{12} = 1{,}50$$

Obtenido esto, diremos: Si en 3 meses 100 unidades nos producen 1,50. ¿Cuánto nos producirán 5.000 pesos?

Tendremos que:

Primer trimestre

100 . . . . 1.50
Capital 5.000 x

$$x = \frac{1{,}50 \times 5.000}{100} = \$\ 75.\text{— de interés}$$

Segundo semestre

100 . . . . . . 1.50

$\left.\begin{array}{l}\text{Capital e}\\ \text{intereses del}\\ \text{primer tri-}\\ \text{mestre acu-}\\ \text{mulados.}\end{array}\right\}$ 5.075, ... x

$$x = \frac{1{,}50 \times 5.075}{100} = \$\ 76{,}12 \text{ de interés}$$

Tercer trimestre

100 1,50

$\left.\begin{array}{l}\text{Capital e}\\ \text{intereses del}\\ \text{segundo tri-}\\ \text{mestre acu-}\\ \text{mulados.}\end{array}\right\}$ 5.151,12 x

$$x = \frac{1{,}50 \times 5.151{,}12}{100} \ \$ = 77{,}26 \text{ de interés}$$

Cuarto trimestre

100 1,50

$\left.\begin{array}{l}\text{Capital e}\\ \text{intereses del}\\ \text{tercer tri-}\\ \text{mestre acu-}\\ \text{mulados.}\end{array}\right\}$ 5.228,38 x

$$x = \frac{1{,}50 \times 5.228{,}38}{100} = \$\ 78{,}42 \text{ de interés}$$

Total de intereses compuestos $ 306.80

Podríamos obtener el mismo resultado anterior, diciendo:

$$\text{Primer trimestre: } \frac{5.000 \times 6}{4} = \$\ 75.—$$

$$\text{Segundo trimestre: } \frac{5.075 \times 6}{4} = \$\ 76{,}12$$

$$\text{Tercer trimestre: } \frac{5{,}151{,}12 \times 6}{4} = \$\ 77{,}26$$

$$\text{Cuarto trimestre: } \frac{5.228{,}38 \times 6}{4} = \$\ 78{,}42$$

Total de intereses compuestos: $ 306,80

Como se ve, se va acumulando al capital, trimestralmente, los intereses que éste (el capital) va devengando en cada trimestre.

PROBLEMAS DE INTERES COMPUESTO

1.—¿Qué interés compuesto dará la suma de 2.000 pesos colocada al 5 por ciento anual, en 2 años?

R. $ 205.

2.—Calcúlese el interés compuesto que producirán 3.000 pesos al diez por ciento durante 3 años.

R. $ 993.

3.—¿Qué total de intereses compuestos producirá la suma de pesos 2.000 colocada durante tres años al 10 por ciento anual?

R. $ 662.

4.—¿Qué suma de intereses compuestos producirán 500 pesos colocados al 6 por ciento anual durante 4 años?

R. $ 131,23.

5.—Si se impone un capital de 1.400 pesos durante 5 años al interés compuesto de $4 \frac{1}{2}$ por ciento. ¿Qué suma tendremos al cabo de ese tiempo por capital e intereses?

R. $ 1.744,65.

6.—Una persona coloca 6.000 pesos al interés compuesto de 3 por ciento durante $3 \frac{1}{2}$ años. ¿Cuánto obtendrá de interés?

R. $ 654,70.

7.—He prestado a un amigo la suma de 4.000 pesos por 3 años, el cual me pagará el interés compuesto de 5 por ciento anual. ¿Qué cantidad deberá devolverme en ese tiempo?

R. $ 4.630,50.

8.—He colocado 800 pesos al interés compuesto del $4 \frac{1}{2}$ por ciento. ¿Qué suma recibiré al cabo de 6 años?

R. $ 1.041,80.

9.—¿Qué interés compuesto producirán 1.000 pesos colocados al 12 por ciento durante 2 años?

R. $ 254,40.

10.—Un empleado ha colocado 5.000 pesos al interés compuesto de 8 por ciento anual durante 3 años. ¿Cuánto le producirán de interés?

R. $ 1.298,56.

11.—¿Qué interés compuesto producirán 4.000 pesos colocados al 7 por ciento durante 3 años y 4 meses?

R. $ 985,92.

12.—He colocado la suma de 8.000 pesos al interés compuesto de 16 por ciento anual. ¿Qué total de intereses me producirán al cabo de 3 años?

R. 1.528,13.

13.—¿Qué capital deberá imponerse a interés compuesto del 6 por ciento anual, para retirar en 3 años, entre capital e intereses, pesos 9.528,13? R. $ 8.000.

14.—Se han colocado 5.000 pesos a interés compuesto del 6 por ciento anual, y se desea saber qué suma se podrá retirar por capital e intereses al cabo de 2 años y 4 meses?

R. $ 5.730,36.

15.—Un capital de 3.000 pesos ha estado colocado a interés compuesto de 6 por ciento anual, durante 4 años. ¿Qué interés habrá producido?

R. $ 787,43.

16.—¿Qué suma podrá retirarse entre capital e intereses al cabo de 2 años y 6 meses, colocando a interés compuesto del 5 por ciento anual, 10.000 pesos?

R. $ 11.300,62.

17.—¿Qué interés compuesto producirán 10.000 pesos al 6 por ciento anual, en 1 año, capitalizando semestralmente?

R. $ 609.

18.—¿Qué interés compuesto producirán 10.000 pesos al 6 por ciento anual, en 1 año, capitalizando trimestralmente?

R. $ 613,63.

19.—Un capital de 9.600 pesos ha estado colocado al 5 por ciento de interés compuesto durante 3 años. ¿Qué total de intereses habrá producido? R. $ 1.513,20.

20.—Un propietario ha vendido una casa en 9.000 pesos, pudiendo el comprador pagarla dentro de los 4 años. ¿Qué cantidad de intereses recibirá el vendedor si éstos se estipulan al 4 por ciento de interés compuesto, anuales?

R. $ 1.528,73.

21.—Un capitalista ha colocado 4.000 pesos por 5 años, a interés compuesto del 10 por ciento anual. ¿Qué suma de intereses recibirá en ese plazo de tiempo?

R. $ 2.442,04.

22.—He prestado a un amigo la suma de 7.000 pesos a interés compuesto del 3 por ciento por el tiempo de $2\frac{1}{3}$ años. ¿Qué suma recibiré por intereses?

R. $ 500,56.

23.—Se ha colocado en un Banco la suma de 4.000 pesos a interés compuesto de 6 por ciento anual. ¿Qué cantidad de intereses habrá producido en 3 años?

R. $ 764,06.

24.—He tenido colocada la suma de 15.000 pesos a interés compuesto de 8 por ciento anual durante $2\frac{1}{2}$ años, y se desea saber cuánto me deben producir de intereses?

R. $ 3.195,84.

25.—¿Qué interés compuesto producirán 4.957 pesos colocados durante 4 años al interés del 2 por ciento anual?

R. $ 408,60.

REGLA DE ALIGACION O MEZCLA

Esta regla nos sirve para obtener el precio medio o para conocer la proporción de una mezcla, cuando se quiere aligar metales, mezclar mercaderías, etc.

En esta regla pueden presentarse dos casos:

1º Conocidas las unidades que se deben mezclar y sus respectivos precios o valores, determinar el precio medio de las unidades de mezcla.

2º Hallar el número de unidades de cada especie que habrá que mezclar, a fin de que la unidad tenga un precio determinado.

En primer caso, para determinar el precio de la unidad de mezcla, se multiplican los kilos o litros por el precio y la suma de ese producto se divide por la suma de kilos o litros.

Ejemplo:

¿Qué ley media tendrá la siguiente mezcla: 2 kilos de oro con ley de 0,98; 4 kilos de oro ley de 0,95 y 5 kilos de oro con ley de 0,90?

Según lo anteriormente expuesto, sería:

$$\begin{array}{rr} 2 \times 0{,}98 = & 1{,}96 \\ 4 \times 0{,}95 = & 3{,}80 \\ 5 \times 0{,}90 = & 4{,}50 \\ \hline 11 & 10{,}26 \end{array}$$

o sea:

10,26 : 11 = 0,93 que es la ley media de la mezcla.

Otro ejemplo: Hemos mezclado 1.000 kilos de azúcar de 0,50 el kilo; 2.000 kilos, de 0,75 el kilo, y 3.000 kilos de 0,80 el kilo. ¿Cuál es el precio de esta mezcla?

Tenemos que:

$$
\begin{array}{rl}
1.000 \times 0{,}50 = & 500 \\
2.000 \times 0{,}75 = & 1.500 \\
3.000 \times 0{,}80 = & 2.400 \\
\hline
6.000 \text{ K} & 4.400 \text{ \$}
\end{array}
$$

o sea:

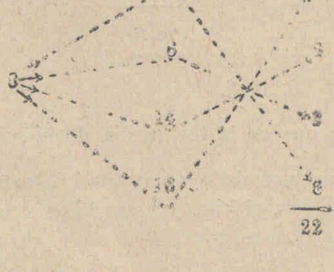
$4.400 : 6.000 = 0{,}73$, que es el precio de la mezcla.

En el segundo caso, cuando se tenga el precio medio y se quiera determinar el número de unidades de cada clase que deban tomarse para mezclar, se tomará como base el precio medio que se haya determinado; luego se toma la diferencia que va del precio mayor al medio, cuya diferencia se carga al precio menor. Hecho esto, se busca la diferencia del menor al medio y hallada ésta se carga al mayor, siguiendo así de mayor a menor y vice versa con los demás términos.

Ejemplo:

¿Qué mezcla debemos hacer para vender a 8 pesos el kilo, mezclando mercaderías que nos cuestan 2, 6, 14 y 16 pesos el kilo, respectivamente?

Según lo anteriormente expuesto, sería:



Lo que nos indica que debemos mezclar 22 kilos de mercaderías en esta forma: 8 kilos de 2 pesos cada uno; 6 kilos de 6 pesos cada uno; 2 kilos de 14 pesos cada uno; y 6 kilos de 16 pesos cada uno.

La prueba para saber si el resultado de la mezcla está bien, la obtendremos en la siguiente forma:

Multiplicaremos el total de kilos mezclados o sean los 22 por 8 pesos de precio medio, lo que nos dará por resultado:

$22 \times 8 = 176$ que será el valor que obtendremos de la mezcla hecha.

Ahora veamos lo que nos costó la mercadería mezclada, que será:

8 kilos a $	2 c|u.	$	16,—
6 „ „ „	6 „	„	36,—
2 „ „ „	14 „	„	28,—
6 „ „ „	16 „	„	96,—
Total		„	176,—

que es igual a lo que ha producido la mezcla. Luego el resultado está bien.

Cuando en los mismos casos encontremos una proporción impar, es decir, si con la relación al término medio haya términos mayores en más cantidad que los menores, o viceversa, debemos juntar uno o más de ellos hasta obtener términos iguales, tanto de mayores como de menores.

Así por ejemplo si fuera esta proporción,

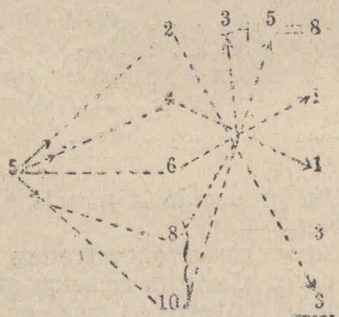
$$5 \begin{cases} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \end{cases}$$

deberíamos juntar dos mayores (8 y 10) para considerarlos a ambos un solo término y hacerlos iguales en número, y tendríamos:

$$5\left\{\begin{array}{l}2\\4\\6\\\left.\begin{array}{l}8\\10\end{array}\right\}\end{array}\right.$$

Ligados así los términos, se toma la diferencia de cada uno de los ligados al medio, llevando esa diferencia *en suma* al menor; después del menor al medio, cargando esa diferencia al mayor; procediendo con los demás términos como de ordinario.

Así el anterior problema sería:



16 o sea 16 × 5 = 80

Prueba.

8	kilos	de	pesos	2	c|u.	16
1	„	„	„	4	„	4
1	„	„	„	6	„	6
3	„	„	„	8	„	24
3	„	„	„	10	„	30
						80

En el caso de que haya un término igual al precio medio, lo ligaremos con los mayores o los menores, según el lado que tenga más y si las proporciones de mayores y de menores fueran iguales, lo ligaremos siempre con los menores, teniendo presente que la diferencia entre términos iguales se computará *cero.*

Ejemplo:

$$8\left\{\begin{array}{l}4\\6\\8\\12\\14\end{array}\right.$$

En este caso vemos que tenemos un término igual al medio (el 8) y una proporción par; esto es, de iguales mayores que menores; luego deberemos ligarlo con las menores y tendremos:

$$8\left\{\begin{array}{llr}\left.\begin{array}{l}8\\4\end{array}\right\} & \begin{array}{l}\ldots\ldots\\\ldots\ldots\end{array} & \begin{array}{r}6\\6\end{array}\\ 6 & \ldots\ldots & 4\\ 12 & \ldots\ldots & 2\\ 14 & -0+4= & 4\end{array}\right.$$

$$\overline{22}\text{ o sea: } 22 \times 8 = 176$$

Prueba.

6 kilos	de	8	c|u.	48
6	„	4	„	24
4	„	6	„	24
2	„	12	„	24
4	„	14	„	56
				176

PROBLEMAS SOBRE REGLA DE ALIGACION O MEZCLA

1.—Se han mezclado 90 litros, de pesos 0,25 el litro, con 45 litros de pesos 0,40; 35 litros de pesos 0,55 y 16 litros de pesos 0,60. ¿Cuánto costará el litro de mezcla?

R. $ 0,37.

2.—He mezclado 13 kilos de café de 1 peso el kilo; 7 kilos de pesos 3 el kilo, y 4 kilos de pesos 5 el kilo. ¿Cuál será el precio a que habrá que venderse el kilo de mezcla?

R. $ 2,25.

3.—Un almacenero ha mezclado vino de pesos 0,26 y otro de pesos 0,32 el litro con otro que vale pesos 5 el decálitro. ¿Cuánto valdrá el hectólitro de mezcla?

R. $ 36.

4.—Un joyero ha derretido 2 kgs. de oro con título de 0,970; 4 kgs. con título de 0,940 y 5 kgs. con título de 0,920. ¿Cuál será el título de esta aligación?

R. 0,936.

5.—Se desea saber cual será el precio medio de la siguiente mezcla: 1.000 kilos de yerba que vale pesos 0,50 el kilo, con 2.000 kilos de pesos 0,75 y 3.000 kilos de pesos 0,80.

R. $ $0,73\frac{1}{3}$.

6.—Un panadero ha mezclado 50 kilos de harina de pesos 0,25 el kilo con 40 kilos de 0,22, y desea saber a cuánto deberá vender el kilógramo de mezcla.

R. $ $0,23\frac{2}{3}$.

7.—¿Qué mezcla debemos hacer para vender a 8 pesos el kilo de mercaderías que nos cuestan $ 2, 6, 14 y 16 respectivamente el kilo?

R. 8 Kg. de 2 $, 6 Kg. de 6 $, 2 Kg. de 14 $ y 6 Kg. de 16 $.

8.—Se han mezclado $40\frac{1}{2}$ kilos de azúcar de $ 0.60 el kilo con $5\frac{1}{2}$ kilos de $ 0,40 y $11\frac{1}{2}$ kilos de $ 0,20. ¿A cuánto saldrá el kilogramo de mezcla?

R. $ 0,50.

9.—Se han derretido 40 gramos de oro con título de 0,800 con 37 gramos de 0,700. ¿Cuál es el título de esta aligación?

R. 0,751.

10.—Qué mezcla se debe hacer para vender a $ 3 el Kg. de café que ha costado $ 2,50 y 6,50 el kilogramo, respectivamente?

R. $3\frac{1}{2}$ K. de 2,50; $\frac{1}{2}$ K. de 6,50.

11.—Sabiendo que a 60 litros de vino que vale 0,60 el el litro se le agregan 7 litros de alcohol de $ 2,80 c|u. ¿A cuánto habrá que vender el litro de mezcla?

R. $ 0,83.

12.—Un comerciante desea vender a $ 3 el Kg. mercaderías que cuestan $ 1, 2, 4 y 6 el kilogramo, respectivamente. ¿Qué mezcla debe efectuar?

R. 3 K de $ 1; 1 K. de $ 2; 1 K. de $ 4 y 2 K. de $ 6.

13.—Se desea saber a cuánto deberá venderse el litro de vinagre mezclado, en el cual se han puesto de $ 0,20; 0,25, y 0,32 el litro. R. $ 0,26.

14.—Se han mezclado 30 litros de vino de \$ 0,50 el litro con 20 litros de \$ 0,80 y 40 litros de \$ 0,90. ¿A cuánto debe venderse el litro de mezcla?

R. \$ 0,74.

15.—Un almacenero ha mezclado 80 litros de alcohol de \$ 0,60 el litro, con 90 litros de \$ 0,80 y desea saber a cuánto debe vender el litro para ganar el 10 por ciento.

R. \$ 0,77.

16.—Un bodeguero ha comprado 250 litros de vino de \$ 0,50 el litro; 120 a \$ 0,60, y 100 a \$ 0,70; al hacer la mezcla ha agregado 60 litros de agua. ¿A qué precio debe vender el litro de esta mezcla para sacar un beneficio de 83 pesos?

R. 0,66.

17.—Un almacenero ha mezclado 15 Kgs. de azúcar de \$ 0,42 el kilo; 10 kilos de \$ 0,32 c|u., y 5 kilos de \$ 0,28 c|u. ¿A cuánto saldrá el kilo de esta mezcla?

R. \$ 0,36.

18.—Un bodeguero tiene 2 clases de vino: el primero le ha costado \$ 0,90 el litro y el segundo \$ 0,60 el litro. ¿En qué proporción debe mezclar estos vinos para vender el litro a \$ 0,50?

R. Debe mezclar: 1 litro del de 0,90 y 4 litros del de 0,60.

19.—Se quiere obtener una mezcla de azúcar que valga \$ 0,20 el kilo, mezclando cuatro clases de los siguientes precios: \$ 0,18 el kilo; \$ 0,15 el kilo; \$ 0,22 el kilo y \$ 0,28 el kilo. ¿Cuántos kilos de cada clase debe mezclarse?

R. 2 K. de 0,18; 8 K. de 0,15; 2 K. de 0,22; y 5 K. de 0,28.

20.—Un comerciante quiere vender a \$ 0,38 el kilo de azúcar que le ha costado \$ 0,28, 0,35 y 0,40, respectivamente, el kilo. ¿En qué proporción debe mezclar esa azúcar para venderla al precio que desea?

R. Debe mezclar: 2 K. de 0,28; 2 K. de 0,35 y 13 K. de 0,40.

21.—En un tonel cuya capacidad es de 100 litros de ha llenado de vino de 0,45 el litro hasta llenar los $\frac{3}{4}$ de la capacidad de dicho tonel; luego el resto se ha llenado con vino de \$ 0,30 el litro. ¿Cuánto valdrá el litro de mezcla?

R. \$ $0,41\frac{1}{4}$.

22.—En un molino hay harina de 4 clases que cuestan \$ 0,08, 0,10, 0,14 y 0,16, respectivamente, el kilo. ¿En qué proporción habrá que mezclar estas harinas para venderlas a 0,12 el kilogramo?

R. 4 K. de 0,08; 2 K. de 0,10; 2 K. de 0,14 y 4 K. de 0,16.

23.—De una mina de hierro se obtiene mineral que contiene respectivamente 54 % y 68 % de hierro. ¿En qué proporción debe mezclarse para obtener un mineral que tenga un 60 % de hierro?

R. 8 partes de 54 %, y 6 partes de 68 %.

24.—Un carbonero quiere mezclar carbón de \$ 20, 30, 50 y 60 para venderlo a \$ 40. — ¿En qué proporción debe mezclarlo?

R. 2 K. de 20, 1 K. de 50 y 2 K. de 60.

25.—Un almacenero tiene café que le cuesta \$ 3, 2, 6 y 8, respectivamente, el kilogramo, y lo desea vender a \$ 4 el kilogramo. ¿Qué mezcla debe hacer?

R. 4 K. de 3; 2 K. de 2; 2 K. de 6, y 1 K. de 8.

REGLA CONJUNTA

La regla conjunta es una operación que tiene por objeto determinar el valor de dos números concretos, cuando éstos a su vez están en relación con otros de valores conocidos, que sirven de intermediarios para determinar el número que se busca.

Cuando dos números concretos de diferente especie tienen un mismo valor forman una *equivalencia.*

Ejemplo:

Si 6 Kg de yerba valen 7.20 $. y 4 Kg. de café valen también 7.20 $ tendremos las siguientes equivalencias:

6 Kg. yerba . . . . = 7.20 $
4 Kg. café . . . . = 7.20 $

o también 4 Kg. café = 6 Kg. yerba.

Para representar la equivalencia de dos cantidades emplearemos el signo (=).

Para resolver problemas de Regla Conjunta debe tenerse presente la siguiente regla:

Se forma, comenzando con la incógnita, una serie de equivalencias de manera que el primer miembro de cada nueva equivalencia dé la misma especie que el segundo de la anterior.

El segundo miembro de la última equivalencia debe ser de la misma especie que la incógnita.

Dispuestas así las equivalencias, el producto de los segundos miembros se divide por el producto de los primeros.

El resultado será el valor de la incógnita.

Ejemplos:

¿Cuántos segundos hay en un mes?

Segundos x	=	1 mes
1 mes	=	30 días
1 día	=	24 horas
1 hora	=	60 minutos
1 minuto	=	60 segundos

$$x \text{ segundos} = \frac{1 \times 30 \times 24 \times 60 \times 60}{1 \times 1 \times 1 \times 1} = 2{,}592.000 \text{ seg.}$$

Si 4 gramos de cloruro de oro cuestan tanto como 11 Kgs. de hiposulfito de sodio y 8 Kgs. de hiposulfito cuesta tanto como 4 Hgs. de bromuro de potasio. ¿Cuánto costarán 2 gramos de cloruro de oro sabiendo que el Kg. de bromuro cuesta 6 $?

Disposición:

x $	=	2 grs. cl. oro
4 gr. cl. oro	=	11000 „ hipos.
3000 gr. hip.	=	400 „ br. pot.
1000 gr. br. p.	=	6,00 $

$$x = \frac{2 \times 11000 \times 400 \times 6{,}00}{4 \times 3000 \times 1000} = 4.40 \ \$$$

Otro ejemplo cuyas equivalencias no se expresan por ser ya conocidas (implícitas).

¿Cuántos kilómetros hay en 4 leguas?

x Km.	=	4 leguas
1 legua	=	40 cuadras
1 cuadra	=	150 varas
1 vara	=	0,866 metros
1000 metros	=	1 Km.

$$x \text{ Km.} = \frac{4 \times 40 \times 150 \times 0{,}866 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 1000} = 20.784 \text{ Km.}$$

La Regla conjunta tiene por principal aplicación determinar la equivalencia de pesas, medidas y monedas de un país con relación a otros, tomando una de éstas como término de comparación.

Cuando la regla conjunta se refiere únicamente a moneda, ésta toma el nombre de *Regla de Cambio.*

CAMBIO Y ARBITRAJE

Llámase cambio la cantidad de dinero de otro país que corresponde a la unidad monetaria principal del nuestro o viceversa.

Así, por ejemplo, refiriéndose a monedas inglesas, si se dice que el cambio está a 48,50 quiere decir que 1 $ %s vale 48,50 peniques.

Cuando se dice que el cambio sobre París está a 5,05 quiere decir que 1 $ %s vale 5,05 francos.

No obstante las equivalencias establecidas por la ley entre las monedas de los diversos países de acuerdo con su valor interno, el cambio puede variar según las relaciones comerciales entre una y otra nación.

Cambio a la par es cuando concuerda exactamente con las equivalencias establecidas por la ley.

Así, 1 $ %s = 47,60 peniques = 5 francos = 4,05 marcos.

Cambio superior o inferior a la par es respectivamente el valor mayor o menor que la unidad de cambio.

Cuando en el cambio intervienen solamente dos plazas o países se dice que el cambio es *directo* y cuando intervienen más de dos es cambio *indirecto*.

Ejemplo: Si un comerciante de Bs. Aires quiere pagar una suma en París, compra una letra de cambio sobre un banco de dicha ciudad para remitirla a su acreedor. En este caso el cambio es *directo*.

Pero si este comerciante compra una letra sobre Londres u otro país a fin de que su representante o cualquier persona de su relación en dicha plaza recibiendo el valor lo envíe a París por medio de una nueva letra, en este caso es cambio indirecto.

Los problemas sobre cambio directo se resuelven por una simple regla de tres, mientras que para los de cambio indirecto debe aplicarse la regla conjunta.

Ejemplo sobre cambio directo:

Un comerciante de Buenos Aires tiene que pagar en París la suma de 5976 francos. ¿Cuántos $ %s tendrá que mandar al precio de 4,98 fr. c|uno

Solución:

4,98 fr.	=	1 $	%s
5976 „	=	x	„

Operación:

$$\frac{5976 \times 1}{4,98} = 1200 \text{ \$ \%s}$$

Otro ejemplo (cuyo sistema de moneda no es decimal):

Un comerciante de esta plaza tiene que girar sobre Londres una letra de 3000 £ 18 chel. 9 peniques. ¿Cuántos $ %s cuesta la letra si el precio de cada uno es de 48 peniques?

(1 £ = 20 chelines. 1 chelin = 12 peniques).

Reducción a peniques

3000 × 20 = 60000 ch. 60000 + 18 = 60018 ch.

60018 × 12 = 720206 pen. 720206 + 9 = 720215 pen.

Solución:

48 pen.	=	1 $	%s
720215 „	=	x	„

$$\frac{720215 \times 1}{48} = 15004,47 \text{ \$ \%s}$$

La letra cuesta 15004,47 $ oro.

CAMBIO INDIRECTO

Para resolver los problemas sobre cambio indirecto es necesario conocer la tasa del cambio entre los países o plazas que comercian.

Ejemplo:

Un comerciante de La Plata debe pagar en Londres el valor de 2500 £ est. y ordena a su representante en París el pago de esa cantidad. ¿Cuántos $ % importa esa suma al precio de 4,98 fr. c|uno

Disposición:

x	$ %	=	2500 £
1	£	=	25,22 fr.
4,98	fr.	=	1 $ %

Solución:

$$\frac{2500 \times 25{,}22 \times 1}{1 \times 4{,}98} = 12656{,}54 \text{ \$ \%}$$

La diferencia de costo entre el cambio directo y el indirecto se llama *arbitraje*.

Ejemplo:

Un mayorista de Buenos Aires debe remitir a Londres un valor de 5250 £. ¿Qué le resultaría más ventajoso, remitir la letra directamente a Londres o por intermedio de un representante en Hamburgo estando el cambio sobre Londres a 48 peniques y sobre Hamburgo a 4,11 marcos por pesos oro, y entre Londres y Hamburgo está a 20,41 ms. por £?

Cambio directo:

x	$ %	=	5250 £
1	£	=	20 ch.
1	ch.	=	12 pen.
48	pen.	=	1 $ %

$$\frac{5250 \times 20 \times 12 \times 1}{1 \times 1 \times 48} = 26{,}250 \ \$ \ \%$$

Cambio indirecto:

x \$ %	=	5250 £
1 £	=	20,41 Ms.
4.11 Ms.	=	1 \$ %

$$\frac{5250 \times 20{,}41 \times 1}{1 \times 4{,}11} = 26{,}068{,}73 \ \$ \ \%$$

Diferencia:

C. directo	26,250,00
C. indirecto	26,068,73
Ventaja . . . . . . :	191.27

R. Como vemos con el cambio indirecto paga 191,27 \$ o|s. menos.

OPERACIONES SOBRE TITULOS, CEDULAS, BONOS, ACCIONES, Etc.

Se cotizan diariamente en la Bolsa de Comercio, títulos, cédulas, bonos, acciones, etc., que son papeles negociables emitidos por el Gobierno o por instituciones bancarias, a fin de garantizar con esas emisiones los empréstitos que contratan y tendientes a procurarse fondos. Dichos papeles negociables devengan un interés determinado.

Los mencionados títulos, acciones, etc., tienen dos valores: el *valor nominal* y el *valor real*.

Llámase valor *nominal* el que consta del título, o sea el valor escrito en el mismo, y valor *real*, el *efectivo* que se paga por el mismo, que puede ser mayor o menor que su valor nominal, según se coticen arriba o bajo la par.

Para determinar el valor real, lo haremos por medio de la regla de tres, comparando el valor real con la cotización y colocando debajo del nominal el número 100 o sea multiplicando el total de títulos que desean adquirirse por el precio de cotización que se nos indique y dividido por 100, lo que nos dará el costo real de estos títulos.

Ejemplo:

¿Cuántos pesos nos costarán 5.000 pesos en títulos que se cotizan en la Bolsa al 85 %?

Según lo anterioremnte expuesto, sería:

Nominal		Real
100	. . . . .	85
5.000	. . . . .	x

o sea:

$$x = \frac{85 \times 5.000}{100} = \text{a } 4.250 \text{ \$, costo real de los títulos.}$$

Para determinar el valor nominal no haremos más que cambiar la incógnita bajo el valor que se busque, o sea multiplicar el total de los títulos o comprarse por 100, y dividir el valor obtenido por el valor real de cada título.

Ejemplo:

¿Cuántos títulos nos darán por 5.000 pesos moneda nacional, si compramos títulos que se cotizan al 85 por ciento?

100 85
x 5.000

o sea:

$$x = \frac{100 \times 5.000}{85} = 5.882{,}35, \text{ valor nominal.}$$

A simple vista el precedente problema parece que no estuviera bien solucionado, dado que induce a error el hecho de que comprándose los títulos al 85 % parece indicar que debe ganarse el 15 % sobre los 5.000 pesos comprados o sea 15 × 5.000 = 750 pesos, y no $ 882,35 como resulta del anterior problema; pero vamos ahora a demostrar que dicho problema está bien, invirtiendo los factores, o sea determinando la cotización, lo que haremos comparando los dos valores y colocando debajo el dominal 100.

Ejemplo:

Si 5.882,35 pesos en títulos nos han costado 5.000 pesos en efectivo. ¿Cuánto nos costó cada título o a qué tanto por ciento lo hemos adquirido?

Nominal		Real
5.882,35	. . . . .	5.000
100	. . . . .	x

o sea:

$$x = \frac{5.000 \times 5.882{,}35}{100} = 85\ \%\ \text{cotización.}$$

También podremos determinar la renta o interés que produzcan los títulos, debiendo tener presente que este lo produce, en todos los casos, el valor nominal.

Ejemplo:

¿Qué renta nos producirán 50 acciones de un valor nominal de 100 pesos cada una, si ganan una renta anual de 5 %?

Nominal		Renta
100	. . . . . .	5
5.000	. . . . . .	x

o sea:

$$x = \frac{5 \times 5.000}{100} = 250\ \$\ \text{de renta.}$$

La razón o tanto por ciento lo obtendremos comparando el valor nominal con la renta producida.

Ejemplo:

50 acciones de 100 pesos cada una nos han producido una renta de 250 pesos. ¿Qué interés o tanto por ciento ganaban?

Nominal		Real
5000	. . . . . .	250
100	. . . . .	x

o sea:

$$x = \frac{250 \times 100}{5000} = \text{a } 5\ \%\ \text{razón.}$$

Para determinar la cotización y la renta simultáneamente, lo haremos por medio de dos reglas.

Ejemplo:

Se desea saber qué renta producirán 5.000 pesos en títulos que ganan un 5 % de interés, y cuál fué su cotización si por ellos pagamos 4.500 pesos en efectivo.

Primera:

$$\begin{array}{l} 100 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 5 \\ 5.000 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; x \end{array}$$

o sea:

$$x = \frac{5 \times 5.000}{100} = 250 \text{ \$ de renta.}$$

Segunda:

$$\begin{array}{l} 5.000 \;.\;.\;.\;.\;.\; 4.500 \\ 100 \;.\;.\;.\;.\;.\; x \end{array}$$

o sea:

$$x = \frac{4.500 \times 100}{5.000} = 90 \text{ \% cotización.}$$

Para determinar el nominal de los títulos y la renta que pueden haber producido éstos, lo haremos también por medio de dos reglas, como se demuestra:

Ejemplo:

¿Qué renta nos producirá un capital de 6.800 pesos en efectivo invertidos en la compra de acciones que se cotizan al 68 %, y que ganan un interés de 6 % y a qué nominal en títulos corresponde la cantidad invertida?

Nominal	Real
100	68
x	6.800

o sea:

$$x = \frac{100 \times 6.800}{68} = 10.000 \text{ en títulos.}$$

Segunda:

100 6
10.000 x

o sea:

$$x = \frac{6 \times 10.000}{100} = 600 \text{ \$ de renta.}$$

Otro ejemplo:

¿Qué tanto por ciento anual de renta nos producirá la compra de títulos que se cotizan al 75 %, y que reditúan un interés anual de 6 %?

Diríamos que

75 nos producen 6
100 producirán x

o sea:

$$x = \frac{6 \times 100}{75} = 8 \text{ \% de interés.}$$

¿A qué precio tendremos que comprar títulos que dan de renta el 6 % anual, para que nos produzcan el 8 % ?

Diríamos que:

100 deben producir 8
x han producido 6

o sea:

$$x = \frac{100 \times 6}{8} = 75,$$ precio a que deben comprarse para obtener la renta deseada.

PROBLEMAS SOBRE OPERACIONES DE CAMBIO

1.—¿Cuántos pesos nos costarán 5.000 pesos en títulos, si éstos se cotizan al 85 %?

R. $ 4.250.

2.—Quiero invertir 5.000 pesos en efectivo, en la compra de títulos que se cotizan al 90 %. ¿Qué cantidad en dichos títulos recibiré?

R. 5.555,55.

3.—Por 5.000 pesos en efectivo me han entregado la suma de 5.555,55 en títulos. ¿A qué tanto por ciento se cotizarán esos títulos?

R. 90 %.

4.—He comprado 100 acciones de un valor nominal de 50 pesos cada una, que producen una renta anual de 5 %. ¿Qué cantidad de intereses tendré en un año?

R. $ 250.

5.—He comprado 5.000 pesos en títulos y he pagado por ellos 4.500 pesos en efectivo. Dichos títulos producen una renta anual de 5 %, y deseo saber a qué cotización he comprado y qué renta obtendré en un año.

R. 90 % cotización $ 250 de renta.

6.—He comprado 50 acciones de un valor nominal de 100 pesos cada una, que producen un interés del 6 %. He pagado por cada acción, 80 pesos. ¿A qué tanto por ciento corresponde el interés que produzcan dichas acciones, teniendo en cuenta la suma que he invertido en la compra?

R. 7,50 %.

7.—Un comerciante quiere invertir la suma de 12.000 pesos para obtener una renta anual de 1.008 pesos. ¿A qué precio debe comprar títulos que devenguen un interés del 6 % para obtener la renta deseada?

R. 71,42 %.

8.—Un agenciero ha comprado por 5.640 pesos, títulos que se cotizan al 94 % y desea saber qué valor nominal representan los títulos comprados?

R. $ 6.000.

9.—Unas acciones se cotizan a 156 pesos cada una, y deseo saber qué cantidad de acciones obtendré si invierto la suma de 13.260 pesos en la compra de ellas?

R. 85 acciones.

10.—Se desea saber cuánto nos costarán 50 acciones que se cotizan al 93 %.

R. $ 4.650.

11.—En la Bolsa de Comercio se han vendido acciones nominales de 100 pesos a $ 33,80 cada una, y se desea saber qué tanto por ciento es la pérdida sufrida en la depreciación.

R. 66,20 %.

12.—Por 5.160 pesos me han entregado 6.000 pesos nominales en títulos. ¿A cómo se cotizarán esos títulos?

R. 86 %.

13.—¿Qué renta nos producirán 60 acciones de 100 pesos cada una, si ganan un interés anual de 5 %?

R. $ 300.

14.—Sabiendo que 6.000 pesos en títulos nos han producido una renta de 240 pesos. ¿Qué tanto por ciento de interés ganaban?

R. 4 %.

15.—Se desea saber qué renta producirán 8.000 pesos en títulos que ganan un interés de 4 %, y cuál fué su cotización si se pagaron por ellos 7.200 pesos.

R. Renta: $ 320. Cotización: 90 %.

16.—¿Qué cantidad nominal de títulos nos darán por 6.800 pesos si los invertimos en la compra de títulos que se cotizan al 68 %?

R. 10.000.

17.—Una persona desea colocar 7.500 pesos en la compra de títulos que se cotizan al 75 %, y desea saber qué cantidad de títulos obtendrá y cuál es su valor nominal.

R. 100 títulos. Valor 10.000 pesos nominales.

18.—Sabiendo que un Banco admite en caución títulos y que da en préstamo las $\frac{4}{5}$ partes del precio de cotización, se desea saber cuántos pesos nos darán en caución por 60.000 pesos en títulos que se cotizan al 78 %.

R. 37.440

19.—¿A qué precio habrá que comprar títulos que devengan el 6 % de interés anual, para que produzcan el 8 %?

R. 75 %.

20.—Un agenciero ha comprado acciones al 80 % de su valor nominal, y luego las vende perdiendo el 6,50 % sobre el valor que ha pagado. ¿A qué precio vendió esas acciones?

R. $ 74,80.

21.—Se han empleado 10.640 pesos en la compra de acciones que se cotizan al 95 % y redítúan el 7 % de interés. ¿Qué renta se obtendrá?

R. $ 784

22.—Deseo obtener una renta anual de 2.550 pesos. ¿Qué cantidad de títulos debo adquirir si se cotizan a la par y ganan de interés el 6 %?

R. 42.500 en títulos.

23.—Se han vendido 1.250 acciones de 100 pesos nominales a $ 33.80 c|u. ¿Cuál es la diferencia total entre el valor nominal y el valor efectivo obtenido?

R. 82.750.

24.—¿Qué diferencia hay entre el valor nominal de 102 acciones de 50 pesos cada una y su valor de cotización que es del 26.20 %?

R. 3.790 dif.

25.—En la Bolsa de Comercio se han vendido cédulas por valor de 120.000 pesos nominales a $ 21,50, y se desea saber cuántas cédulas de 50 pesos cada una representan la cantidad vendida, y qué valor efectivo representaban?

R. 2.400 cédulas; $ 25.800.

REGLA DE DESCUENTO

La palabra *descuento*, en general significa la pérdida o rebaja que sobre su valor nominal sufre un papel negociable, ya sea pagaré, letra, etc., cuando anticipándose el deudor a su vencimiento, chancela su deuda antes del plazo estipulado, o bien cuando el tenedor de ese documento, a fin de procurarse de fondos, resuelve negociar el importe del mismo.

En estos documentos existen dos valores: el valor *nominal* y el valor *real*.

El valor *nominal* es el que consta del título o sea el valor escrito en él, y valor *real* es el efectivo que se obtiene por la venta o negociación del mismo.

Existen también dos clases de descuentos: el *legal* o *exterior* y *el racional* o *interior*.

DESCUENTO EXTERIOR

El descuento comercial o exterior, es el interés simple del valor de un documento por el tiempo que falta para el vencimiento del mismo.

Ejemplo:

Se desea saber el valor de un pagaré de 1.200 pesos, al 5 % anual, que ha sido descontado 25 días antes de su vencimiento.

En este caso formaríamos dos reglas de tres, diciendo:

100 $ nos producen 5
1.200 „ „ producirán x

o sea:

$$x = \frac{5 \times 1.200}{100} = 60 \text{ \$ de interés al año.}$$

Ahora diríamos:

Si en 360 días nos produce . . . . 60 pesos
En 25 „ „ „ x

o sea:

$$x = \frac{60 \times 25}{360} = \text{a } \$\ 4{,}16,$$ que es el descuento que por los 25 días sufrirá el documento.

Luego entonces, el valor actual del pagaré será:

$$1.200 - 4{,}16 = 1.195{,}84$$

Otro ejemplo:

¿Cuál será el valor de un pagaré de 800 pesos al 8 % anual, que venciendo el 30 de Junio se ha descontado el 25 de Marzo?

Lo primero que debemos averiguar en ese caso, son los días que median entre una y otra fecha, o sea entre el 25 de Marzo y el 30 de Junio, y obtenido ésto, formar dos reglas de tres, como en el precedente caso.

Veamos, pues, la diferencia de tiempo. Tenemos que del 25 de Marzo al 31 del mismo, van 6 días: 30 días de Abril; 31 días de Mayo, y 30 días de Junio.

Entonces tenemos que:

6 días de Marzo
30 „ „ Abril
31 „ „ Mayo
30 „ „ Junio
—
Forman 97 días que son los que existen entre el 25 de Marzo y el 30 de Junio.

Ahora, obtenido esto, formaremos la regla, diciendo:

100 \$ nos producen . . . . . 8 pesos
800 „ „ producirán . . . . x „

o sea:

$$x = \frac{8 \times 800}{100} = 64 \text{ pesos al año.}$$

Ahora diríamos:

Si en 360 días nos producen . . . . . 64 pesos.
En 97 „ „ producirán . . . . x „

o sea:

$$x = \frac{64 \times 97}{360} = \$\ 17{,}22.$$

Tenemos entonces que el valor del pagaré al 25 de Marzo, será de \$ 800 — 17,22 = \$ 782,78.

¿Cuál será el valor nominal de un pagaré descontado al 9 % anual por 120 días, que nos ha producido un líquido de 1.455 pesos?

Como en los precedentes casos, para resolverlo formaremos también dos reglas, diciendo:

En 360 días el descuento es de . . . . . 9 pesos
„ 120 „ „ „ será . . . . . . x „

luego:

$$x = \frac{9 \times 120}{360} = \$\ 3$$

que son los que se descuentan en cada 100 pesos. Entonces, nominalmente, cada 100 valdrán 97, porque

$$100 - 3 = 97$$

Ahora diríamos:

100 nos producen 97
x „ producirán 1.455

o sea:

$$x = \frac{100 \times 1.445}{97} = \$\ 1.500,$$ que será el valor nominal del pagaré.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS. DIVISIBILIDAD

Definiciones.—Si al dividir un número por otro nos resulta un cuociente exacto, decimos que el primer número es divisible por el segundo.

Ejemplo:

8 será divisible por 2 por cuanto dividiéndolo por este número nos da un cuociente exacto igual a 4.

Para obtener los múltiplos de un número nos bastará multiplicarlos por la serie natural así:

$$8 \times 1 = 8$$
$$8 \times 2 = 16$$
$$8 \times 3 = 24$$
$$8 \times 4 = 32$$

Los números 8, 16, 24 y 32 son otros tantos múltiplos de 8.

Cuando un número está contenido en otro, una cantidad exacta de veces, decimos que es un submúltiplo de éste.

Ejemplo:

2 es submúltiplo de 8 porque está contenido en él cuatro veces exactamente.

Cuando un número es divisible solamente por si mismo y la unidad, se llama *número primo*. Ejemplos: 5, 7, 11, etc.

Cuando un número admite otros divisores distintos de el mismo y de la unidad, se llama *número compuesto*.

Ejemplo:

10 que es divisible por 2 y por 5.

Cuando dos o más números tienen únicamente la unidad como divisor común, se llaman *números primos entre sí*.

Ejemplo:

8 y 21 cuyo único divisor común es la unidad.

TEOREMA. — *Cuando un número divide a varios, divide a su suma.*

Sean los números 12, 18, 24, que son divisibles por 6. Digo que su suma también lo será.

En efecto:

$$12 = 2 \times 6$$
$$18 = 3 \times 6$$
$$24 = 4 \times 6$$

Sumando estas igualdades tendremos que $12 + 18 + 24 = (2 \times 6) + (3 \times 6) + (4 \times 6)$.

Separando el factor común 6 resulta:

$12 + 18 + 24 = (2 + 3 + 4) \times 6$. Lo que indica que la suma de $12 + 18 + 24$ contiene el número 6, nueve veces, luego es divisible por dicho número.

TEOREMA.— *Cuando un número divide a otros dos, divide también a su diferencia.*

Sea el número 8 que divide a 56 y 24, digo que también dividirá a su diferencia 32.

En efecto:

$$56 = 7 \times 8$$
$$24 = 3 \times 8$$

Restando estas igualdades tendremos: $56 - 24 = 7 \times 8 - 3 \times 8$, lo que indica que la diferencia 32 contiene el número 8 cuatro veces.

NÚMEROS PRIMOS

Se dice que un número es primo cuando no tiene más divisores comunes que el mismo y la unidad. Ejemplo: 3, 7, 11, 17, etc.

Formación de la tabla de números primos.

Escríbanse los números en su orden natural hasta el límite deseado, luego se tachan los múltiplos de dos, menos el dos por ser primo. De los que quedan se tachan los múltiplos de tres menos el 3. Los de 4 estarán tachados por serlo también de 2. Se continúa con los del 5 menos el 5 y así sucesivamente.

Entre el 1 y el 100 resultarán los siguientes números primos:

1 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37
41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 y 97

Para conocer si un número es primo bastará dividirlo sucesivamente por la serie de números primos. Cuando se llega a un cuociente menor que el divisor, habiendo residuo, el número será primo.

Ejemplo: Sea el número 97. Lo dividimos sucesivamente por 2, 3, 5, 7 y 11. Este último divisor da un cuociente de 8 y un residuo de 9. Luego el número 97 es primo.

DESCOMPOSICION DE LOS NUMEROS EN SUS FACTORES PRIMOS

Todo número que no es primo se puede descomponer en factores primos.

Ejemplo: 90 no es primo pero se puede considerar como el producto de los factores primos: $2 \times 3 \times 3 \times 5$, los cuales son todos números primos.

Cuando un número primo divide exactamente a otro se dice que es divisor primo de éste.

Así: 2 y 7 son divisores primos de 14.

REGLA. — Para descomponer un número en factores primos, se divide por su menor divisor primo; el cuociente obtenido se divide también por su menor divisor primo; el nuevo cuociente se vuelve a dividir por su menor divisor primo, y así se continúa hasta obtener 1 por cuociente.

Ejemplo:

Descomponer el número 798 en factores primos:
Se divide primero por 2.

$$798 \div 2 = 399$$

El cuociente 399 es divisible por 3.

$$399 \div 3 = 133$$

El cuociente 133 es divisible por 7.

$$133 \div 7 = 19$$

El cuociente 19 es primo, (divisible por sí mismo).

$$19 \div 19 = 1$$

En la práctica se procede en la siguiente forma:

798	2
399	3
133	7
19	19
1	

De la descomposición resulta:

$$2 \times 3 \times 7 \times 19 = 978$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Llámase máximo común divisor de dos o más números al mayor divisor común a todos ellos. Ejemplo: el máximo común divisor entre los números 30, 42 y 66 será el 6, puesto que no hay ningún número mayor que el citado que divida a todos.

En la práctica el máximo común divisor se indica con las letras M. C. D.

Dos procedimientos existen para determinar el máximo común divisor.

1º *Por las divisiones sucesivas.*—Si se trata de dos números solamente, se procede a dividir el mayor por el menor, y si la división es exacta, este será el M. C. D. buscado. En caso contrario se divide el divisor por el residuo y así sucesivamente hasta obtener un cuociente exacto. El último divisor será el M. C. D. buscado.

Ejemplo:

Sean los números 420 y 330. Dispondremos la operación así:

420	330	90	60	30
	1	3	1	2
90	60	30	0	

El último divisor 30 será el M. C. D. buscado.

Cuando los números son varios se procede a extraer el M. C. D. entre dos de ellos; luego entre el máximo común divisor hallado y el tercer número así sucesivamente con los demás hasta el último número propuesto.

Ejemplo:

Sean los números 330, 90 y 45.
Hallamos el M. C. D. entre 330 y 90.

330	90	60	30
	3	1	3
60	30	0	

Ahora entre 45 y 30.

45	30	15
	1	2
15	0	

El número 15 será el M. C. D. entre los tres números propuestos.

2º *Por la descomposición en factores primos.*— Por este procedimiento bastará descomponer los números propuestos en sus factores primos y el producto de los comunes afectados al menor exponente será el M. C. D.

Ejemplo:

Sean los números 420 y 330.

Descomponiendo dichos números en sus factores primos, resulta:

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$
$$330 = 3 \times 2 \times 5 \times 11$$

El M. C. D. será el producto de $3 \times 2 \times 5 = 30$ que es el de los factores comunes afectados, del menor exponente.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Ya hemos dicho que el mínimo común múltiplo entre dos o más números es el menor número divisible por todos ellos.

El mínimo común múltiplo se expresa con las letras m. c. m.

Es evidente que para que un número sea divisible por otros varios debe contener todos los factores primos comunes y no comunes a dichos números, afectados en la mayor potencia. De aquí se deduce la siguiente regla: *Para hallar m. c. m. entre varios números se descompondrán en sus factores primos y el producto de los comunes y no comunes afectados a la mayor potencia será el m. c. m. buscado.*

Ejemplo:

Hallar el m. c. m. entre los números 360 y 680.

Descomponiéndolos en sus factores primos, tendremos:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$
$$680 = 2^3 \times 5 \times 17$$

De donde resulta que m. c. m. será el producto de $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 17 = 18360$.

POTENCIA Y RAÍCES DE NÚMEROS ENTEROS

Potencia de un número entero es el producto de repetirlo varias veces como factor. Si se toma dos veces, se llama segunda potencia o cuadrado; si tres veces, tercera potencia o cubo.

La primera potencia es el mismo número.

La potencia o sea el número de veces que debe tomarse como factor se indica por un pequeño número colocado a la derecha y arriba de la cantidad dada. Dicho número se llama exponente o índice.

Ejemplo: Para expresar la cuarta potencia de 16 escribiremos así:

$$16^4$$

Con excepción de la segunda, tercera y cuarta potencia que se designan con los nombres de *cuadrado, cubo y bicuadrado*, respectivamente, las demás no tienen designación especial. Así 12^5 se leerá: doce elevado a la quinta potencia.

Los cuadrados y cubos de los diez primeros números son los siguientes:

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubos	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

TEOREMA. — *El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero más el duplo del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.*

Sea la suma $(6+4)^2$

Según la definición tendremos:

$$(6+4)^2 = (6+4) \times (6+4)$$

Efectuando las multiplicaciones en el segundo miembro, resulta:

$$(6+4)^2 = 6 \times 6 + 4 \times 6 + 6 \times 4 + 4 \times 4 = 6^2 + 2\ (6 \times 4) + 4^2$$

Que es lo que deseamos demostrar.

El cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades es igual al cuadrado de las decenas, más el duplo de las decenas por las unidades, más el cuadrado de las unidades.

Sea el número 53^2.

$$(5 \text{ decenas} + 3 \text{ unidades})^2 = 53^2 = (50 + 3)^2 =$$
$$(50 + 3) \times (50 + 3) = 50^2 + 2 \times 50 \times 3 + 3^2 =$$
$$50 \times 50 + 2 \times 50 \times 3 + 3 \times 3 = 2809$$

Comprobación:

Cuadrado de las decenas	$= \quad 50 \times 50 =$	2500
Duplo de las decenas por las unidades	$= 2 \times 50 \times 3 =$	300
Cuadrado de las unidades	$= \quad 3 \times 3 =$	9
		2809

La diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos, es igual al duplo del menor, más 1.

Sean los números consecutivos: 3 y 4.

$$3 = 4 - 1$$
$$4 = 3 + 1$$

luego,

$$4^2 - 3^2 = (3 + 1)^2 - 3^2 = 2 \times 3 + 1$$

Ejecutando las operaciones, tendremos:

$$\begin{aligned}
&(3 + 1)^2 - 3^2 = \\
&= 3^2 + 2 \times 3 \times 1 + 1^2 - 3^2 = \\
&= 3^2 + 2 \times 3 + 1 - 3^2 = \\
&= 3 \times 3 + 2 \times 3 + 1 - 3 \times 3 = \quad 9 + 6 + 1 - 9 = 7 \\
&= 2 \times 3 + 1 = \qquad\qquad\qquad\quad 6 + 1 = 7
\end{aligned}$$

El cuadrado de la diferencia indicada de dos números es igual al cuadrado del primero, menos el duplo del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

Sea la diferencia $(6 - 4)^2$

$$(6-4)^2 = (6-4) \times (6-4)$$

$$6 \times 6 - 6 \times 4 - 6 \times 4 + 4 \times 4 =$$
$$6^2 - 2 \times 6 \times 4 + 4^2 =$$
$$6 \times 6 + 4 \times 4 - 2 \times 6 \times 4$$

efectuando las operaciones indicadas, tendremos:

$$(1) \quad 36 - 48 + 16 =$$
$$36 + 16 - 48 = 4$$

Multiplicando la suma de dos números por la diferencia de los mismos, es igual a la diferencia de sus cuadrados.

Sean los números 6 y 4.

la suma es, $6 + 4 = 10$

su diferencia $6 - 4 = 2$

$$(6+4) \times (6-4) = 6^2 - 4^2 =$$
$$= (6+4) \times (6-4) = 10 \times 2 = 20$$
$$6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

El cuadrado de un producto indicado, es igual al producto del cuadrado de cada uno de los factores.

Ejemplo:

$$(3 \times 4 \times 5)^2 =$$
$$3^2 \times 4^2 \times 5^2 =$$
$$= (3 \times 4 \times 5) \times (3 \times 4 \times 5) =$$
$$= 3 \times 4 \times 5 \times 3 \times 4 \times 5 =$$
$$= 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5$$

El cuadrado de un cuociente indicado es igual al cuociente del cuadrado del dividendo y el divisor.

Ejemplos:

$$(8 \div 4)^2 = 8^2 \div 4^2$$

Siendo 2 el cuociente de $8 \div 4$, tendremos:

$$8 \div 4 = 2 \quad \text{de donde} \quad 8 = 4 \times 2$$

Elevando al cuadrado los dos miebros de esta igualdad, tendremos:

$$8^2 = (4 \times 2)^2$$
$$8^2 = 4^2 \times 2^2$$

dividiendo ambos miembros por 4^2 tendremos:

$$8^2 \div 4^2 = 4^2 \times 2^2 \div 4^2 = 8^2 \div 4^2 = 2^2$$

El cubo de la suma indicada de dos números, es igual al cubo del primero, más el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

Ejemplo:

$$(6 + 4)^3 =$$
$$(6 + 4) \times (6 + 4) \times (6 + 4) =$$
$$6^3 + 3 \times 6^2 \times 4 + 3 \times 6 \times 4^2 + 4^3 =$$
$$6 \times 6 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 \times 4 + 3 \times 6 \times 4 \times 4 + 4 \times 4 \times 4$$

Cubo del primero	=	216
Triplo del cuadrado del primero por el segundo	=	432
Triplo del primero por cuadrado del segundo . .	=	288
Cubo del segundo	=	64
$(6 + 4)^3 = 10^3$	=	1000

El cubo de un número compuesto de decenas y unidades, es igual al cubo de las decenas, más el triple del cuadrado de las decenas por las unidades, más el triple de las decenas por el cuadrado de las unidades, más el cubo de las unidades.

$$(d + u)^3 =$$
$$(d + u) \times (d + u) \times (d + u) =$$
$$d^3 + 3\,d^2 u + 3\,d\,u^2 + u$$

Sea el número 53^3

$$(5 \text{ decenas} + 3 \text{ unidades})^3 = 53^3 = (50 + 3)^3 =$$
$$(50+3) \times (50+3) \times (50+3) = 50^3 + 3 \times 50^2 \times 3 + 3 \times 50 \times 3^2 + 3^3 =$$
$$50 \times 50 \times 50 + 3 \times 50 \times 50 \times 3 + 3 \times 50 \times 3 \times 3 + 3 \times 3 \times 3$$

La diferencia de los cubos de dos números consecutivos, es igual tres veces el cuadrado del menor, más tres veces el menor más 1.

Sean los números consecutivos 3 y 4.

$$3 = 4 - 1$$

$$4 = 3 + 1$$

$$4^3 - 3^3 = (3 + 1)^3 - 3^3 = 3 \times 3^2 + 3 \times 3 + 1$$

Ejecutando las operaciones tendremos:

$$(3 + 1)^3 - 3^3 =$$

$$3^3 + 3 \times 3^2 \times 1 + 3 \times 1^2 \times 3 + 1^3 - 3^3 = 64 - 27 = 37$$

$$3 \times 3^2 + 3 \times 3 + 1 = 37$$

El cubo de la diferencia de dos números, es igual al cubo del primero, menos tres veces el cuadrado del primero por el segundo, más tres veces el cuadrado del segundo por el primero, menos el cubo del segundo.

Sea la diferencia $(6-4)^3$.

$$(6-4^2) \times (6-4) =$$
$$6^3 - 3 \times 6^2 \times 4 + 3 \times 4^2 \times 6 - 4^3 =$$
$$6 \times 6 \times 6 - 3 \times 6 \times 6 \times 4 + 3 \times 4 \times 4 \times 6 - 4 \times 4 \times 4 =$$
$$6 \times 6 \times 6 + 3 \times 4 \times 4 \times 6 - 3 \times 6 \times 6 \times 4 + 4 \times 4 \times 4 =$$
$$216 + 288 - 432 + 64 =$$
$$504 - 496 = 8$$
$$8 = 2^3$$

Comprobación:

$$6 - 4 = 2$$
$$2^3 = 8$$

RAÍCES

Raíz de un número es otro que multiplicado por si mismo una o varias veces, reproduce el número dado.

Cuando el número dado es una *potencia perfecta*, su raíz será *exacta;* en caso contrario se dice que tiene raíz inexacta.

Llámase raíz entera de un número a la de mayor potencia contenida en dicho número.

Para indicar la operación de la extracción de raíz se usa el signo $\sqrt{\ }$ llamado *signo radical.* El grado de la raíz se indica por un pequeño número colocado en el ángulo del radical.

Ejemplo:

$\sqrt[2]{36}$ Se lee *raíz cuadrada* de . . 36

$\sqrt[3]{125}$ Se lee *raíz cúbica* de . . . 125

$\sqrt[5]{3125}$ Se lee *raíz quinta* de . . . 3125

RAÍZ CUADRADA

Ocurren dos casos: 1° Raíz cuadrada de los números menores que 100.

Para extraer la raíz cuadrada de los números menores que 100 bastará conocer los cuadrados de los diez primeros números.

Ejemplo:

$$\sqrt{81} = 9$$

2° Raíz cuadrada de los números mayores que 100.

Supongamos que se trate de un número de cuatro cifras.

Sea:

$$\sqrt{1.296}$$

La raíz de éste número será mayor que 10 y estará compuesta de decenas y unidades.

De aquí que el número propuesto deberá contener:

1° *Cuadrado de las decenas de la raíz.*

2° *Doble producto de las decenas por unidades de la raíz.*

3° *Cuadrado de las unidades de la raíz.*

4° *Residuo si lo hubiere.*

DETERMINACIÓN DE LA PRIMERA CIFRA DE LA RAÍZ

Estas cifras serán decenas y como el cuadrado de decenas reproduce centenas, es evidente que las 12 centenas del número dado contendrán el cuadrado de la primera cifra. Luego la raíz cuadrada de 12 o sea 3, será la cifra de las decenas de la raíz, Elevando dicha cifra a cuadrado, nos da 9 centenas, y restando tenemos.

$$\begin{array}{r} 1.296 \\ -9 \\ \hline 396 \end{array}$$

396 unidades, cuyo resto contendrá:

Duplo de las decenas por las unidades de la raíz.
Cuadrado de las unidades de la raíz.
Residuo si lo hay.

Como el duplo de las decenas por las unidades son decenas, deben estar contenidas en las 39 decenas del resto. Dividiendo este número por 6 o sea el duplo de la raíz hallada, nos dará las unidades de la raíz y tendremos:

$$39 \div (2 \times 3) = 6$$

Ahora efectuaremos:

Duplo de las decenas por las unidades	$2 \times 3 \times 6 =$	360 unidades
Cuadrado de las unidades	$6 =$	36 unidades
Suman		396 unidades

que quitadas del resto 396 nos da 0 de residuo. Luego 36 será la raíz cuadrada exacta de 1296.

En la práctica la operación se dispone en esta forma:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1.296} & 36 \\ 9 & \\ \cline{1-2} 396 & 2 \times 3 = 6) \text{ duplos de decena).} \\ -396 & \\ \hline 000 & \end{array}$$

Procediendo de una manera análoga se extrae la raíz cuadrada de las cantidades de cualquier número de cifras.

REGLA. — Para extraer la raíz cuadrada de un número mayor que 100, se divide primeramente en períodos de dos cifras comenzando por la derecha; luego se extrae la raíz del primer período del cual se resta el cuadrado de dicha raíz. A la derecha del resto se coloca el período siguiente y se separa la última cifra. Lo que queda a la izquierda se divide por el duplo de la raíz hallada y el cuociente obtenido será la segunda cifra de la raíz. Se coloca dicha cifra a la derecha del divisor multiplicado por la misma el número formado. El producto obtenido se resta del dividendo y la cifra separada.

A la derecha del resto se baja el período siguiente y se procede de igual manera hasta el último período.

POTENCIA DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

1º — *Caso de una fracción ordinaria.*

Hemos dicho que potencia de una cantidad es el resultado de tomarla como factor, cierto número de veces. Esta definición es general y por consiguiente puede aplicarse a las dos fracciones: ordinarias y decimales.

Supongamos que se desea elevar al cubo la fracción $\frac{3}{8}$ tendremos:

$$\left(\frac{3}{8}\right)^3 = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{3 \times 3 \times 3}{8 \times 8 \times 8} = \frac{3^3}{8^3}$$

De donde se deduce que: *para elevar a una potencia dada una fracción ordinaria, se eleva ambos términos al grado indicado.*

De los principios de la multiplicación se deduce que las potencias de un quebrado mayor que la unidad irán aumentando a medida que crece su grado, recíprocamente disminuirán en los quebrados menores que la unidad.

Ejemplos:

$$\left(\frac{8}{5}\right)^2 < \left(\frac{8}{5}\right)^3 < \left(\frac{8}{5}\right)^4, \text{ etc.}$$

$$\left(\frac{5}{8}\right)^2 > \left(\frac{5}{8}\right)^3 > \left(\frac{5}{8}\right)^4$$

2º — *Caso de una fracción decimal.*

Sea la fracción 4,25 que queremos elevar al cubo. Tendremos:

$$4{,}25^3 = 4{,}25 \times 4{,}25 \times 4{,}25 = 76{,}765625$$

De donde se deduce que para elevar a una potencia dada una fracción decimal, se procede como si fuera entero, cuidando de colocar la coma en el lugar correspondiente.

RAÍCES DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

1º—*Caso de fracciones ordinarias.* De la definición se deduce que la raíz de una fracción ordinaria será igual *o la raíz del numerador dividida por la del denominador.*

Ejemplo:

$$\sqrt[2]{\frac{4}{16}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4}$$

Es evidente que cuando ambos términos del quebrado no tiene raíz exacta, tampoco la tendrá la fracción. Así, la raíz del quebrado $\frac{13}{16}$ jamás podrá ser exactamente ni un quebrado ni un entero, puesto que el numerador 13 no es potencia perfecta.

2º — *Caso de una fracción decimal.*

Para extaer la raíz cuadrada de un decimal se procede como si fuera entero teniendo cuidado de agregar un cero a la parte decimal si fuera impar y separar de la raíz tantas cifras como el número de períodos decimales.

Sea:

$$\sqrt{4.869}$$

Como la parte decimal tiene tres cifras, agregaremos un cero a la derecha, lo cual no alterará su valor, luego procederemos como sigue:

$\sqrt{4.8690}$	220	$42 \times 2 = 84$
4	$2 \times 2 = 4$	
0,86		
84	$22 \times 2 = 44$	
398		

Como hay dos períodos de cifras decimales, la raíz verdadera será 2,20 con un residuo de 2,20 *milésimos.*

EJERCICIOS SOBRE RAIZ CUADRADA

$\sqrt{225}$	R. 15	$\sqrt{54756}$	R. 234
$\sqrt{169}$	R. 13	$\sqrt{222784}$	R. 472
$\sqrt{15129}$	R. 123	$\sqrt{5546025}$	R. 2355
$\sqrt{21025}$	R. 145	$\sqrt{20736}$	R. 144
$\sqrt{2304}$	R. 48	$\sqrt{129600}$	R. 360
$\sqrt{1225}$	R. 35	$\sqrt{8836}$	R. 94
$\sqrt{6889}$	R. 83	$\sqrt{1855044}$	R. 1362
$\sqrt{1156}$	R. 34	$\sqrt{7396}$	R. 86
$\sqrt{4761}$	R. 69	$\sqrt{9801}$	R. 99
$\sqrt{5625}$	R. 75	$\sqrt{2601}$	R. 51
$\sqrt{\frac{25}{36}}$	R. $\frac{5}{6}$	$\sqrt{\frac{125}{180}}$	R. $\frac{5}{6}$
$\sqrt{\frac{9}{16}}$	R. $\frac{3}{4}$	$\sqrt{\frac{81}{225}}$	R. $\frac{3}{5}$
$\sqrt{\frac{49}{81}}$	R. $\frac{7}{9}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	R. $\frac{2}{3}$
$\sqrt{\frac{20}{45}}$	R. $\frac{2}{3}$	$\sqrt{\frac{4}{25}}$	R. $\frac{2}{5}$

1.—Un agricultor tiene una quinta cuadrada de 2916 ms^2; quiere alambrarla colocando un poste cada 6 ms. y 3 varillas entre un poste y otro. ¿Cuántos postes y cuántas varillas se necesitarán? R. 36 postes y 108 varillas.

2.—Un estanciero destinó una fracción de terreno cuyo ancho es igual a $\frac{1}{3}$ del largo para hacer un vivero, coloca árboles a distancia de 2,5 ms. uno de otro y en hileras de 2,5 ms. una de otra. Siendo 1200 el número de árboles plantados, se desea saber el perímetro del terreno.

R. 400 ms.

3.—Un peón aró una chacra de forma rectangular cuyo largo es el doble del ancho; cobrando a razón de 3 $ la Ha. recibió 384 $. ¿Cuál es el largo y ancho del campo?

R. 1600 y 800 ms.

4.—Varios amigos convinieron efectuar un paseo en las islas del Paraná, reunieron para los gastos 196 $; cada uno contribuyó con tantos pesos igual al número de personas que componían la reunión. ¿Cuántos puso cada uno?

R. 14 $.

5.—Se quiere cercar un terreno cuadrado de 1024 ms^2 de superficie. ¿Cuál será el costo si el metro lineal de cerco vale 2,50 $?

R. 320 $.

6.—En una cocina perfectamente cuadrada que su piso tiene una superficie de 16 ms^2; se quiere colocar un zócalo de azulejos cuadrados de 10 dms^2 c|u. hasta una altura de 1 m. ¿Cuánto se tendrá que pagar si cobran a razón de 0,18 $ cada uno? (descontando la puerta que tiene 1.10 m. de ancho).

R. 268,20 $.

7.—Un isleño vendió una cantidad de canastos de manzanas igual al número de manzanas que contenía cada uno. Vendiendo las manzanas a 0,02 $ c|una recibe 312,5 $. ¿Cuántos canastos vendió?

R. 125 c.

8.—De una chapa cuadrada de 144 dm^2 se quieren sacar discos cuyo diámetro sea $\frac{1}{3}$ del arista de la chapa. ¿Cuántos discos se podrán sacar?

R. 9 discos.

9.—Un hacendado dice que tiene novillos por valor de 21.025 $. El valor de c|uno es igual al número de novillos. ¿Cuántos novillos posee?

R. 145 n.

RAIZ CUBICA

En la extracción de la raíz cúbica ocurren dos casos: *1º Raíz cúbica de los números menores que* 1000.

Para extraer la cúbica de los números menores que 1000 bastará conocer los cubos de los diez primeros números.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{729} = 9$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt[3]{189} = 5 \quad \text{y un residuo 64.}$$

En este último caso, $\sqrt[3]{189}$ es mayor que 5 y menor que 6 que son las raíces cúbicas de 125 y 216 respectivamente.

Luego la raíz cúbica de 189 es 5.

$$189 - 5^3 = 189 - 125 = 64.$$

2º Raíz cúbica de los números mayores que 1000.

La raíz cúbica de estos números estará compuesta de decenas y unidades.

De aquí que el número propuesto deberá contener:

1.º Cubo de las decenas.

2.º Triplo del cuadrado de las decenas por las unidades.

3.° Triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades.

4.° Cubo de las unidades.

Regla para extraer la raíz cúbica de un número mayor que 1000.

Se divide primeramente en períodos de tres cifras comenzando por la derecha; luego se extrae la raíz cúbica del primer período de la izquierda; este período podrá tener una, dos o tres cifras y su raíz una sola y será la primera cifra de la raíz buscada.

Esta cifra elevada al cubo se resta del primer período y a la derecha del resto se baja el período siguiente separando las dos últimas cifras de la derecha, y la parte que queda a la izquierda se divide por el triplo del cuadrado de la raíz hallada.

(Si el cuociente de la división resultara ser mayor que 9 se tomará esta cifra, y si fuese cero, se pone cero en la raíz y se baja el período siguiente).

La cifra del cuociente se escribe a la derecha de la raíz hallada y elevado al cubo el número así formado se resta de los dos primeros períodos sin tenerse en cuenta para nada el resto anterior. *(Si el cubo del número formado fuese mayor que el número formado por los dos períodos, se disminuye el cuociente de una o dos unidades y se vuelve a escribir a la derecha de la raíz hallada, se eleva al cubo y se resta de los dos primeros períodos).*

A la derecha del nuevo residuo se baja el tercer período, se separan las dos últimas cifras de la derecha y la parte que queda a la izquierda se divide por el triplo del cuadrado de la raíz hallada; el cuociente se escribe a la derecha de la raíz y el número así formado elevado al cubo se resta de los tres períodos; a la derecha del resto se baja el cuarto período si lo hay y se procede de igual manera hasta el último período.

Ejemplo:

Extraer la raíz cúbica de 18399744.

Se separan períodos de tres cifras empezando por la derecha:

18.399.744.

El período de la izquierda contiene dos cifras. El mayor cubo contenido en 18 es 8 y su raíz cúbica es 2 que será la primera cifra de la raíz; el cubo de esta cifra se resta del primer período; a la derecha del resto 10 se baja el segundo período.

$$
\begin{array}{r}
18.399.744 \\
2.^3 = 8 \quad\quad\;\; \\
\hline
10.399 \quad\;\;
\end{array}
$$

Se separan las dos últimas cifras de la derecha.

103.99

La parte que queda a la izquierda (103) se divide por el triple del cuadrado de la raíz hallada, o sea: $3 \times 2^2 = 12$.

$$103 \div 12 = 8.$$

El cuociente 8 se escribe a la derecha del 2 que es la primera cifra de la raíz. El número 28 así formado se eleva al cubo:

$$28^3 = 21952.$$

Este número (21952) no puede restarse de 18399 que son los dos primeros períodos del número propuesto; entonces el número 8 es demasiado grande; se disminuye de una unidad y se verifica:

$$27^3 = 19683.$$

Este número (19683) tampoco puede restarse de 18399; pues es demasiado grande; se disminuye de una unidad y se verifica:

$$26^3 = 17576.$$

Este número 17576 se resta de 18399 y a la derecha del resto se baja el período siguiente:

$$\begin{array}{r} 18399 \\ 26^3 = 17576 \\ \hline 823744 \end{array}$$

Se separan las dos últimas cifras:

$$8237.44$$

La parte que queda a la izquierda, se divide por el triplo del cuadrado de la raíz hallada o sea:

$$3 \times 26^2 = 2028$$
$$8237 \div 2028 = 4$$

El cuociente 4 se escribe a la derecha de la raíz hallada y el número así formado (264), se eleva al cubo y se resta del número formado por los tres períodos, o sea todo el número propuesto:

$$\begin{array}{r} 18399744 \\ 264^3 = 18399744 \\ \hline 0 \text{ resto.} \end{array}$$

Luego 264 será la raíz cúbica exacta de 18399744.

En la práctica la operación se dispone en la forma siguiente:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{18.399\,744} & 264 \text{ raíz} \\ \hline 2^3=8 & \dfrac{103}{3\times 2^2}=8(^1) \\ \hline 103.99 & \\ \hline 26^3=175.76\ (_2) & \dfrac{8237}{3+26^{\,2}}=4. \\ \hline 8237.44 & \\ \hline 264^3=18399744 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

(1) $103 \div 12 = 8$ pero como 8 es demasiado grande se ha disminuido de dos unidades tomándose 6 para formar la segunda cifra de la raíz.

(2) Se resta de los dos primeros períodos.

RAÍZ CÚBICA DE QUEBRADOS ORDINARIOS

REGLA. — *Para extraer la raíz cúbica de un quebrado ordinario, se extrae la del numerador y la del denominador.*

Pueden presentarse tres casos:

1.° Cuando los dos términos son cubos perfectos, la raíz es exacta.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$$

2.° Cuando el denominador sólo es cubo perfecto, se extrae la raíz entera del denominador y la raíz exacta del denominador.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\frac{28}{64}} = \frac{\sqrt[3]{28}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{7}.$$

3.° Cuando el denominador no es cubo perfecto, se multiplican ambos términos del quebrado por el cuadrado del denominador y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 5^2}{5 \times 5^2}} = \sqrt[3]{\frac{75}{125}} = \frac{\sqrt[3]{75}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$$

Para extraer la raíz cúbica de números mixtos, se reducen a quebrados impropios y se procede como con los quebrados.

RAÍCES DE MAYOR GRADO

Puede extraerse una raíz de un mayor grado cuando su índice contiene como factores 2 y 3.

Ejemplo:

$$\sqrt[6]{46656} = \sqrt{\sqrt[3]{46656}} \text{ ó } \sqrt[3]{\sqrt{46656}}$$

$$\sqrt[9]{10077696} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{10077696}} \quad \sqrt[4]{256} = \sqrt{\sqrt{256}}$$

Regla. — Descompónganse en sus factores primos el índice de la raíz, luego extráigase las raíces indicadas por cada uno de sus factores comenzando por cualquiera de ellos, el último resultado será la raíz buscada.

En el primer ejemplo tenemos:

Factores de $6 = 2$ y 3.

Luego habrá que extraer la raíz cuadrada de la raíz cúbica de 46656 o viceversa.

La raíz cúbica de $46656 = 36$.

Y la raíz cuadrada de $36 = 6$.

De donde resulta que:

$$\sqrt[6]{46656} = 6$$

En el segundo ejemplo:

Factores de $9 = 3$ y 3.

$$\sqrt[3]{10077696} = 216 \text{ y } \sqrt[3]{216} = 6$$

IGUALDADES

Definiciones.

Igualdad es la expresión de dos cantidades separadas por el signo igual.

Ejemplo:

$$3 + 5 = 17 - 9 \quad (1)$$

La expresión que está a la izquierda del signo se llama *primer miembro.*

En la igualdad anterior el primer miembro será $3 + 5$ y el segundo $17 - 9$.

Cuando el primero y segundo término son iguales la igualdad recibe el nombre de *identidad.*

PROPIEDADES DE LAS IGUALDADES

a) *En toda igualdad pueden invertirse sus miembros sin que esta varíe.*

Así tendremos:

$$6 - 3 = 2 + 1$$
$$2 + 1 = 6 - 3$$

b) *Todo término de una igualdad afectado con el signo + puede trasladarse al miembro contrario con el signo —*

Sea:

$$5 + 7 = 16 - 4 \quad (1)$$

En efecto: si quitamos 7 a ambos miembros de la igualdad anterior, resulta:

$$5 + 7 - 7 = 16 - 4 - 7$$

o bien:

$$5 = 16 - 4 - 7$$

Donde vemos que el 7 que estaba como sumando en el primer miembro ha pasado al segundo como sustraendo.

c) *Cuando un término es divisor de un miembro puede pasar al otro como factor o recíprocamente.*

Sea:

$$\frac{18}{6} = 3$$

o bien:

$$18 = 3 \times 6$$

Donde vemos que el 6 que estaba como divisor en el primer miembro ha pasado al segundo como factor.

d) *Toda potencia de un miembro puede pasar al otro como raíz.*

Sea:

$$(9 - 4)^2 = 20 + 5$$

Extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros tendremos:

$$\sqrt{(9-4)^2} = \sqrt{20+5}$$

o bien:

$$9 - 4 = \sqrt{20+5}$$

Que es lo que queríamos demostrar.

Los principios anteriores tienen mucha aplicación sobre todo cuando se trata de hallar el valor de términos desconocidos o *incógnitas*.

Ejemplo: En la ecuación.

$$5 + x = 16$$

Si pasamos el 5 al segundo miembro resulta:

$$x = 16 - 5$$

o bien:

$$x = 11$$

Despejar una cantidad en una ecuación o igualdad, es dejarla sola en un miembro, pasando todas las demás cantidades al otro miembro; quedando así preparada para hallar la equivalencia de dicha cantidad.

Ejemplo:

Despejar x en la siguiente ecuación:

$$3\,x - 7 = 8$$

pasando el 7 al segundo miembro tenemos:

$$3\,x = 8 + 7$$

y el factor 3 al segundo miembro como divisor

$$\frac{8 + 7}{3} = x$$

y efectuando las operaciones indicadas;

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

El valor de la incógnita de una ecuación se llama *raíz.* Así en el ejemplo anterior, 5 es la raíz de la ecuación $3\,x - 7 = 8$.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Cuando hay expresiones con sumas y restas indicadas, se suman primero los términos positivos y luego los negativos y se busca la diferencia entre dos sumas.

Ejemplos:

1º $6+4-5+6-3-4= (6+4+6) - (5+3+4) = 16-12=4$

2º $3-5-7+3-5+21 = (3+3+21) - (5+7+5) = 27-17=10$

3º $4+6+3-7+8-4-3+6+10 = (4+6+3+8+6+10) -$

$$(7+4+3) = 37-14=23$$

Si la suma de las cantidades negativas fuesen mayor que la de las cantidades positivas, se le antepone el signo menos a la diferencia; así:

$$18-25=7$$

Cuando hay expresiones con sumas y multiplicaciones indicadas, se efectúan primero las multiplicaciones y luego las sumas.

Ejemplos:

1º $5+3\times4+6\times3+9=5+12+18+9=44$

2º $3\times5+5+6\times4=15+5+24=44$

Pero cuando hay paréntesis, se efectúan primeramente las operaciones indicadas dentro de los mismos.

Ejemplo:

$$(3+6)\times 6+3+9\times(2+4)=9\times 6+3+9\times 8=$$

$$54+3+72=129$$

Para multiplicar un número por una suma o viceversa, se multiplica cada sumando por dicho número.

Ejemplo:

$$2\,(6+8+10)\ \text{ó}\ (6+8+10)2=$$

$$6\times 2+8\times 2+10\times 2=12+16+20=48$$

Para multiplicar un número por una diferencia o viceversa, se multiplica el minuendo y el sustraendo por dicho número.

Ejemplo:

$$(9-3)4=9\times 4-3\times 4=36-12=24$$

Para dividir una suma por un número, se divide cada sumando por dicho número y se suman los cuocientes parciales.

Ejemplo:

$$\frac{4+8}{2}=\frac{4}{2}+\frac{8}{2}=2+4=6$$

Para dividir una diferencia por un número, se divide el minuendo y el sustraendo por dicho número y se restan los cuocientes parciales.

Ejemplo:

$$\frac{16-8}{4}=\frac{16}{4}-\frac{8}{4}=4-2=2$$

DESIGUALDADES

Toda expresión aritmética cuyos miembros no son equivalentes recibe el nombre de *desigualdad.*

Los miembros de la desigualdad se separan por los signos $>$ o $<$ que se leen *mayor que o menor que.*

Ejemplos:

$$8 > 4$$
$$5 < 7$$

Las mismas propiedades que hemos estudiado al tratar las igualdades, pueden aplicarse a las desigualdades. En todos los casos éstas subsistirán siempre *en el mismo sentido.*

DENSIDAD O PESO ESPECIFICO

Llámase peso específico de un cuerpo el número que expresa cuántas veces dicho cuerpo es más pesado que el agua en igualdad de volúmenes, o bien la relación que existe entre un cuerpo de peso relativo, bajo un cierto volúmen, con el de un volúmen igual de agua destilada a la temperatura de cuatro grados sobre cero.

Así. por ejemplo, si decimos que el peso específico de la plata es de 10.474 queremos decir que, en igualdad de volúmen, la plata pesa 10.474 veces más que el agua.

En vez de pesar un litro de un cuerpo, puede pesarse un volúmen cualquiera, siempre que el peso obtenido sea igual al volúmen igual de agua.

Así, por ejemplo, si queremos pesar 10 decímetros cúbicos de bronce encontraremos 89 kilogramos y como diez decímetros cúbicos de agua pesan 10 kilógramos, tenemos que dividir 89 kilogramos por 10, lo que nos dará de cuociente 8,90 que es la densidad del bronce.

De lo anteriormente expuesto, deducimos que para obtener la densidad o peso específico de un cuerpo, nos bastará dividir el peso de un volúmen dado de dicho cuerpo, por el de otro igual de agua.

Sabiendo, por ejemplo, que un decímetro cúbico de oro pesa 19.26 kg, y que un decímetro cúbico de agua pesa 1 kg., tendremos que la densidad del oro será:

$$D = 19{,}26 \text{ kg.} : 1 \text{ kg.} = 19{,}26.$$

La densidad de los cuerpos más comunes es la siguiente:

Cal viva	0.82	Hierro	7.79
Hielo	0.92	Latón	8.—
Agua	1.00	Níquel	8.28
Tierra vegetal . . .	1.25	Cobre	8.80
Cal apagada	1.38	Bronce	8.90
Arena	1.40	Plata	10.51
Granito	2.70	Plomo	11.35
Vidrio	2.70	Mercurio	13.60
Cristal	3.33	Oro	19.26
Zinc	7.20	Platino	21.5[illegible]
Estaño	7.30		

Para conocer el *peso* de un cuerpo cualquiera, conociendo su volúmen y densidad, nos bastará multiplicar el volúmen por la densidad.

Ejemplo:

Se desea saber cuál es el peso de una barra de plomo que tiene 3 dm^3. 75, de volúmen.

Hemos visto en la precedente tabla que la densidad del plomo es de 11,35, luego según lo anteriormente expuesto el peso de la barra será:

$$P = 3{,}75 \times 11{,}35 = 42{,}5625 \text{ kg.}$$

Se puede determinar el *volúmen* de un cuerpo conociendo el peso y la densidad del mismo, para lo cual no haremos más que dividir el peso por la densidad, lo que nos dará el volúmen.

Ejemplo:

Se desea conocer el volúmen de un montón de arena que pesa 67,200 kg.

La densidad de la arena según la precedente tabla es de 1.40.

Luego entonces, tendremos que el volúmen será:

$$V = 67{,}200 \text{ kg.} : 1.40 = 48 \text{ dm}^2.$$

Cuando conozcamos el peso y volúmen de un cuerpo, podremos determinar su *densidad*, para lo cual nos bastará dividir el peso por el volúmen.

Ejemplo:

Determínese la densidad del cobre, sabiendo que una barra de seis decímetros cúbicos de ese metal pesa 52,8 kg.

Según lo anteriormente expuesto será:

$$D = 52{,}8 \text{ kg.} : 6 = 8{,}80$$

CONTABILIDAD

TENEDURÍA DE LIBROS

La teneduría de libros es el método o sistema que nos enseña la manera de registrar en los libros correspondientes, de una manera clara y precisa, todas las operaciones comerciales que un establecimiento o casa de comercio efectúe, para que en cualquier momento se pueda saber con brevedad y exactitud la marcha de un negocio; el movimiento diario habido; los beneficios o quebrantos del mismo, y las causas que hayan determinado uno u otro estado del negocio. Si se nos permite la expresión, diremos que la teneduría de libros, bien llevada, es el termómetro que marca diaria y cronológicamente los grados de buena o mala marcha de un negocio o casa comercial, sin dar origen a posibles errores.

En la teneduría de libros, tres son los sistemas que se usan: *el de partida doble; el de partida simple y el de partida mixta.* Siendo la primera de las citadas la más usual, la más exacta y la más conveniente, le daremos la preferencia para tomarla como modelo en estas breves explicaciones.

La *partida doble* es el sistema de anotar doblemente toda operación que se efectúe y está basada en el principio de que "no hay deudor sin acreedor ni acreedor sin deudor", siendo por consiguiente la que demuestra el *activo y pasivo* de una casa de comercio, o sea consignar a diario el movimiento que aumente o disminuya dicho activo y pasivo.

LIBROS DE COMERCIO

Los libros que la ley exige que lleven los comerciantes son los siguientes: el *Diario;* el de *Inventario* y el *Copiador de cartas.* Generalmente el comerciante, para el mejor desempeño de sus funciones de tal, lleva libros auxiliares, que si bien no los exige la ley, en la práctica resultan indispensables, dado que ellos les facilitan y simplifican la manera de contabilizar las operaciones. Entre éstos pueden citarse el *Mayor*, el de *Caja* y el *Diario Borrador*. El libro de Caja es parte integrante del Diario, dado que las operaciones que se efectúen al contado se pasan al libro de Caja en vez de serlo al Diario. Formando pues, parte integrante de este último, el libro de Caja, deberá acompañar al libro Diario como perteneciente a él, en los casos en que el comerciante, por cualquier circunstancia, necesite exhibir ese libro.

FORMALIDADES

Los libros declarados indispensables deben ser forrados, encuadernados y foliados; deben así mismo ser rubricados en todas sus hojas por el Juez de Comercio y su respectivo Secretario del domicilio del comerciante y contener una nota subscrita por ambos funcionarios, en la que conste el número de sus hojas. Donde no haya Juzgado de Comercio, esta formalidad la llenará el Juez de Paz. Se sobreentiende que estas formalidades son para aquellos comerciantes que se hallen matriculados; es decir, que estén inscriptos en el Tribunal de Comercio.

Los libros de comercio, para ser admitidos en juicio, deberán estar escritos en idioma del país. Si estuvieran en lengua diversa, para el citado caso, deberán ser previamente traducidos a nuestro idioma. Los comerciantes tienen la obligación de guardar los libros que se refieran a su comercio, durante veinte años contados desde que hayan cesado en su giro o comercio.

PROHIBICIONES

La ley prohibe, tanto en los libros declarados indispensables, como en los auxiliares, lo siguiente:

1º Alterar en los asientos el orden progresivo de las fechas.

2º Dejar blanco ni hueco, pues las partidas se han de suceder unas a otras, sin que entre ellas quede lugar para adiciones o intercalaciones.

3º Hacer interlineaciones, raspaduras, ni enmiendas, a fin de que todas las equivocaciones y omisiones que se cometan, se salven por medio de un nuevo asiento que se hará en la fecha que se advierta la omisión o el error.

4º Tachar asiento alguno.

5º Mutilar alguna parte del libro, arrancar alguna hoja o alterar la encuadernación y foliación.

El hecho de llevar en una forma irregular sus libros; es decir, sin las formalidades prescriptas o con algunos de los actos prohibidos por la ley, es causa suficiente para que éstos pierdan su fuerza probatoria en juicio y el dueño de ellos pueda ser juzgado por el contenido de los de su adversario si están llevados en forma.

CUENTAS COMERCIALES

Se designan con el nombre de cuentas comerciales, todas las deudas, créditos, bienes, etc., que posea y adeude el comerciante al empezar su giro.

Los créditos, deudas, bienes y toda operación que efectúe un comerciante, deben clasificarse en las siguientes cuentas:

El dinero y cheques que reciba en pago, un comerciante	Caja.
Los cheques que el comerciante entregue en pago de cualquier obligación que contraiga	Se le hará figurar en la cuenta del Banco que deba abonarlos.

El pagaré, letra o vale que reciba un comerciante en pago, firmado a su favor.	Obligaciones a cobrar.
El pagaré, letra o vale que dé en pago el comerciante firmado por el mismo a favor de otra persona . . .	Obligaciones a pagar.
Los bienes muebles que posea el comerciante	Se clasifican por el nombre de la propiedad o bien casa calle tal N. tal, terreno calle tal N. tal, etc.
Los animales	Semovientes.
Los efectos existentes en el comercio.	Mercaderías.
Los créditos o deudas personales .	El nombre de la persona Ej. Pedro Ramos.
Los muebles, útiles, etc., que existan en el negocio y escritorio . . .	Muebles y útiles.
La diferencia entre el *Activo* y el *Pasivo*	Capital.

LIBRO DE INVENTARIO

Este libro, como su nombre nos lo indica, nos sirve para inventariar las existencias de una casa de comercio, al empezar el giro o sea al abrir sus puertas al público. Se abre con la designación de todos los bienes, deudas y existencias de la casa de comercio, lo que nos representará el *activo* y el *pasivo* de la misma.

El libro generalmente se encabeza con el siguiente título: "Inventario practicado en la casa de comercio de don N. N., en tal fecha". Una vez clasificadas todas las cuentas del *Activo* y *Pasivo*, el inventario se cierra por la cuenta de *Capital*, que será líquido cuando el activo sea mayor y negativo cuando el mismo activo sea menor. La cuenta de capital siempre va al lado que sea menor, al solo objeto de cerrar el inventario, es decir, para con él formar sumas iguales tanto en el activo como en el pasivo.

Ejemplo:

INVENTARIO DE TODO LO QUE COMPONE AL ACTIVO Y PASIVO DE LA CASA DE COMERCIO DE N. N., EN TAL FECHA

		$	$
	ACTIVO		
100	Cajones de arroz, a $ 4, cada uno	400,—	
2.000	Kilos de azúcar, a 0.50 el kilo .	1.000,—	
2.000	Kilos de yerba, a 0,80 el kilo .	1.600,—	
100	Cajones de coñac, a $ 20 el cajon	2.000,—	
	Valor de las merc. existentes .		5.000,—
	Dinero existente en caja . . .	40.000,—	
	Letras a cobrar de N. N. a mi órden	5.000,—	45.000,—
	Total del activo . .		50.000,—
	PASIVO		
	Letras a pagar. - Las expedidas a favor de N. N. en tal fecha.	2.000,—	
	Letras a pagar a M. O. P. . .	6.000,—	8.000,—
	Banco de la Nación - Mi pagaré, etcétera		2.000,—
	Total del pasivo		10.000,—
	RESÚMEN		
	Activo	50.000,—	
	Pasivo	10.000,—	
	Capital líquido	40.000,—	

Certifico que este balance está conforme con mis libros, etc.

NOTA — Se supondrá que este balance es puramente para dar una idea de como se hace, pues de otra manera sería ridículo suponerlo real dado que no figuran en él nada más que tres o cuatro clases de mercaderías en un giro de 50.000 pesos.

Este inventario debe efectuarse, como lo hemos dicho, al empezar los negocios y nuevamente en las siguientes fechas, según la categoría del comercio: Cada año si fuera mayorista, cada tres años si fuera minorista; cada tres meses si fuera Sociedad Anónima, y mensualmente si éstas emiten obligaciones.

CLASIFICACIÓN DE ASIENTOS

Se entiende por clasificar asientos, el hecho de asentar en el libro "Diario", en un orden regular y cronológico todas las operaciones que se efectúen, indicando el *deudor* y el *acreedor*. En teneduría de libros, éstos se clasifican por el nombre de la cuenta o cuentas que intervengan, según su nombre particular. Las cuentas personales, solamente entrarán en las obligaciones al fiado, y siempre que estos créditos no estén garantizados por algún documento.

Hemos dicho que la contabilidad se funda en el principio de que: "no hay acreedor sin deudor, ni deudor sin acreedor"; partiendo, pues, de esa base, tenemos que:

Toda cuenta que reciba será *deudora.*

Toda cuenta que entregue será *acreedora.*

Los asientos se clasifican anotando al deudor al margen izquierdo y en la línea siguiente, dejando un claro del margen, más a la derecha se anota al acreedor, precedido de la preposición a.

Ejemplo:

(Deudor) Caja

a

Mercaderías (Acreedor)

En este asiento Caja *debe* a Mercaderías y esta cuenta tendrá un *haber* por Caja por igual cantidad.

Las clases de asientos que se pueden presentar son cuatro, a saber:

1º Un deudor y un acreedor.

2º Varios deudores y un acreedor.

3.º Un deudor y varios acreedores.

4.º Varios deudores y varios acreedores.

Vamos a dar un ejemplo de cómo se formulan los asientos en los cuatro casos mencionados.

PRIMER CASO

Compramos 50 cajones de cognac a razón de $ 100 cada uno y los pagamos al contado.

En este caso vemos que la cuenta que recibe es la de "Mercaderías" (deudora) y la que entrega el importe de la compra es la "Caja" (acreedora); luego el asiento será:

Mercaderías

a

Caja $ 5.000.

Por compra de 50 cajones cognac, a $ 100 c|u., etc., etc.

SEGUNDO CASO

Vendemos 1.000 pesos de mercaderías y nos pagan en la siguiente forma: la mitad al contado, y el resto, o sea la otra mitad, firmándonos un pagaré a nuestro favor con vencimiento a los treinta días.

En el precedente caso, dos cuentas son las que reciben, que son: "Caja" y "Obligaciones a cobrar" (deudoras) y una la que entrega, que es la de "Mercaderías" (acreedora); luego, tendremos el siguiente asiento:

Varios a Mercaderías:

Caja	$ 500,—
Obligaciones a cobrar . .	„ 500,—
	$ 1.000,—

Por venta de tales mercaderías, cobradas en tal forma, etc., etc.

TERCER CASO

Compramos 1.000 pesos de mercaderías, que pagamos en la siguiente forma: firmando un pagaré por 800 pesos y dando por el resto, o sean 200 pesos, su equivalente en "Semovientes" (animales).

Aquí la cuenta que recibe es una sola, la de "Mercaderías" (deudora), y dos las que dan, que son: "Obligaciones a pagar" y "Semovientes" (acreedoras); luego, el asiento sería:

Mercaderías a varios:	
a Obligaciones a pagar .	$ 800,—
„ Semovientes	„ 200,—
	$ 1.000,—

Por tal compra, etc., etc.

CUARTO CASO

Vendemos 1.500 pesos de mercaderías y 500 pesos en semovientes, que nos pagan en la siguiente forma: 1.500 pesos al contado, y por el resto, o sean 500 pesos, nos firman un pagaré a nuestro favor.

En este caso, dos son las cuentas que reciben: "Caja" y 'Obligaciones a cobrar" (deudoras) y dos las cuentas que dan: "Mercaderías" y "Semovientes" (acreedoras); tenemos, entonces, que el asiento será:

Varios a varios:	
Caja	$ 1.500,—
Obligaciones a cobrar .	„ 500,—
a Mercaderías . . .	„ 1.500,—
„ Semovientes . . .	„ 500,—
	$ 2.000,—

Por tal venta en tales condiciones, etc., etc., etc.

Conocida la forma de proceder a abrir y cerrar el libro de «Inventario»; la manera de clasificar los asientos y sabiendo que a éstos habrá que pasarlos diariamente a medida que se vayan sucediendo las operaciones, al libro Diario, tal cual lo hemos demostrado precedentemente, pasaremos ahora a explicar, también brevemente, la manera de pasar esos asientos al libro «Mayor», así como el objeto de ese libro, su indiscutible utilidad, etc.

El libro «Mayor» es el libro en el cual se abren cuentas corrientes por «Debe» y «Haber» a toda persona o a todo objeto particular que sea motivo de una negociación comercial. En estas cuentas deben trasladarse por orden riguroso de fechas, todas las cantidades que cada una de ellas contengan el libro «Diario». Por medio del libro «Mayor» se puede apreciar, en todo momento, el estado de una cuenta cualquiera, así como también la marcha general de los negocios.

La primera cuenta que debe abrirse en este libro será la que figure en el primer asiento del «Diario», como deudora, y la segunda será la que figure como acreedora en el mismo asiento. En la primera hoja del «Mayor» escribiremos en la parte izquierda la palabra «Debe» y a la derecha la palabra «Haber» (por lo general ya vienen impresas en estos libros) y en medio de ambas palabras, el título de la primer cuenta.

He aquí el modelo de rayado del libro:

DEBE MERCADERIAS HABER

En las precedentes divisiones o espacios, se pasan: en el Deber y Haber, primero el mes en que se efectúa el asiento; en el segundo el día; en el tercero el nombre de la cuenta, ya sea acreedora o deudora; en el cuarto el folio del Diario donde consta el asiento que se pasa; en el quinto el valor o la partida de la cuenta acreedora, y en el sexto se pasa la suma total de todas las cantidades que se hallen anotadas en ese espacio durante un mes.

Ejemplo:

DEBE MERCADERIAS HABER

1915						1915					
Enero	3	A Capital	1	10.000		Enero	4	Por gastos generales	1	200	
,,	20		2	5.000	15.000	,,	8	,, Muebles y útiles	1	350	550
Febrero	2	" Caja . . .	5	500	500	Febrero	2	,, Balance . . .			14.950
					15.500						15.500

Vemos, pues, que por el sistema de *partida doble* debemos pasar a las respectivas cuentas, tanto la que debe como la que tiene haber.

Cuando los asientos sean de varios deudores y un acreedor, los varios que deben deberán a la cuenta acreedora su parcial y la acreedora tendrá su haber por varios, del total.

Cuando uno sea el deudor y varios los acreedores la deudora deberá el total a "Varios" y los acreedores tendrán un haber por la deudora de sus parciales.

Cuando el asiento sea de "Varios" a "Varios", los deudores deberán a "varios" sus parciales y los acreedores tendrán un haber por "varios" en sus parciales.

Las cuentas del libro "Mayor" se cierran sumando todas las cuentas, tanto del "Debe" como del "Haber", las que deben dar iguales sumas, para lo cual cargaremos la diferencia que exista entre una y otra, por "Balance".

Supongamos que una cuenta cualquiera tiene en su "Haber" 200 pesos y en el "Debe" 800 pesos. Para poder entonces igualar las sumas, deberemos cargar en el "Haber" 600 pesos por "Balance", con lo que tendremos sumas iguales.

BALANCE DE COMPROBACIÓN

Se dá el nombre de balance de números o balance de comprobación, al conjunto de operaciones que tienen por objeto averiguar si el total de las cantidades que contienen los asientos del libro "Diario", referentes al deudor o deudores, es igual al total de las cantidades que contienen los asientos del acreedor o acreedores, comprobando si esas cantidades han sido bien pasadas al libro "Mayor". Esta comprobación la obtendremos verificando si el total de las cantidades de los deudores es igual al total de las cantidades de los acreedores, lo que obtenido así, nos indicará que los asientos están bien pasados. Este balance, como decimos, tiene por objeto prevenir y corregir el error o errores que se puedan cometer o se hubiesen cometido, bien sea en el libro "Diario" o bien en el pase de éste al "Mayor".

Para formar el Balance de números, es necesario sumar previamente todos los débitos y créditos de las cuentas del "Mayor" y anotarlas, en sus respectivas cuentas, en forma de "debe" y "haber" y una vez pasadas al Balance, sumar ambos totales. Si esas sumas nos resultan iguales, es decir, si la suma de la columna del "Debe" resulta igual a la suma de la columna que contiene el "Haber", el balance estará bien y queda concluído. Si así no fuera, nos evidenciará la existencia de algún error que habrá que corregir una vez hallado, lo que obtendremos por medio del *punteo* de los libros, tarea que consiste en revisar las operaciones, una por una, y verificar si han sido bien clasificadas y bien pasadas al libro "Mayor".

He aquí un modelo de Balance de números.

Folios	Cuentas	Débitos	Créditos	SALDOS	
				Deudores	Acreedores
1	Caja . . .	2.900,—	200,—	2.700,—	—
2	Capital . .	—	16.500,—	—	16.500,—
3	Mercaderias	16.500,—	2.800,—	13.700,—	—
4	N. N. . .	160,—	100,—	60,—	—
5	Ganancias y Pérdidas	50,—	10,—	40,—	—
		19.610,—	19.610,—	16.500,—	16.500,—

Como vemos, la suma de los créditos y la de los débitos es igual, e igual también la de los saldos deudores y acreedores; lo que nos indica que el Balance está bien.

ERRORES

Los errores u omisiones que puedan cometerse en el libro "Diario" pueden ser de concepto o de redacción y de contabilidad y de cifras.

La manera de salvar esos errores, es la siguiente:

Los de concepto o redacción, se salvarán rectificando lo escrito.

Los de contabilidad y de cifras, habrá que salvarlos o corregirlos por medio de un nuevo asiento, llamado *contra asiento*, que se hará en la fecha en que se note el error cometido. Es la única manera de salvar estos errores, dado que la ley prohibe en estos libros hacer enmiendas, raspaduras, etc.

Los errores que se pueden cometer en el "Mayor" que no juegan en el libro "Diario" son de diversa índole, como se demuestra:

1.° Duplicar un asiento.

2° Cargar o abonar una cuenta por otra.

3.° Acreditar a una cuenta en vez de debitarla, o viceversa.

4° Acreditar o cargar a una cuenta una suma menor o mayor que la que debió anotarse.

Estos errores los salvaremos de la siguiente manera:

PRIMER CASO

Si se duplica algún crédito o algún débito, haremos un abono o carga por igual suma, en la misma cuenta en que se ha duplicado.

Ejemplo:

Si en la cuenta "Mercaderías", hemos duplicado en su "Debe" un asiento de 100 pesos, salvaremos el error anotando igual suma al "Haber".

SEGUNDO CASO

Si se abona o carga una cuenta por otra en igual valor, bastará abonar o acreditar esa misma cuenta por el mismo valor.

Ejemplo:

Hemos adeudado a la cuenta de "Caja" 100 pesos debiendo haberlo sido a la de "Mercaderías". Salvaremos el error anotando la referida suma en el "Haber" de la cuenta "Caja".

TERCER CASO

Si en vez de creditar una cuenta la adeudamos o viceversa, es necesario anular el cargo hecho, con un abono por duplicado.

Ejemplo:

Hemos acreditado a la cuenta "Caja", en vez de debitarla en 200 pesos. Para salvar este error debitaremos en la cuenta "Caja" la suma de 400 pesos, quedando así salvado el error.

CUARTO CASO

Si cargamos una cuenta o abonamos la misma en mayor o menor cantidad que la que pertenece, bastará cargarle o abonarle la diferencia, en el "Debe" o en el "Haber", según el caso.

Ejemplo:

Hemos debitado a la cuenta "Caja" 5.000 pesos, en vez de 500 que era lo que correspondía debitar. Salvaremos este error acreditando a la misma cuenta la diferencia, o sean 4.500 pesos.

DIARIO BORRADOR

Ya hemos dicho que entre los libros auxiliares del comerciante, se encuentra el "Diario borrador", el que se emplea para anotar diariamente y con todos los detalles del caso, las operaciones que efectúe la casa de comercio. Estas anotaciones son las que luego sirven de base para formular los asientos en el libro "Diario", permitiendo así por su intermedio pasar luego a este libro, con la limpieza y tranquilidad necesarias, los asientos correspondientes, cosa que no podría obtenerse si hubiese que estar pasando al "Diario", a cada momento, las operaciones que se realizan en una casa de comercio al cabo de uno o más días.

El modelo del libro "Diario borrador", es el siguiente:

La Plata, Enero de 1915

	2		
	Con esta fecha empieza mi giro comercial, con la herencia que me ha legado mi padre, que asciende a		10.000,—
	3		
	He comprado al contado muebles y útiles, según planilla N° 1 por valor de. . .		400, –
	4		
	He comprado a la casa introductora de N. N. varias mercaderías que se detallan en la factura N° 2 y que importan		2.600,—
	etc. etc.		

COPIADOR DE CARTAS

Este libro como su nombre lo indica, nos sirve para transcribir en él todas las cartas que el comerciante envía sea cualquiera su objeto comercial.

El Código de Comercio establece que en este libro trasladarán los comerciantes, íntegramente y a la letra, a mano o con máquina, cronológica y sucesivamente todas las cartas y telegramas que escribieren relativas a su comercio. Establece asimismo la obligación de que los comerciantes conserven en legajos y en buen orden, todas las cartas y telegramas que reciban y que se relacionen con sus negociaciones comerciales, anotando al dorso de las mismas la fecha en que la contestaron o haciendo constar en la misma forma que no dieron contestación. Obliga además a que las cartas se copien por el orden de sus fechas, en el idioma en que se hayan escrito los originales y finalmente que las adiciones o posdatas, que se hicieren después de registradas, se inserten a continuación de la última carta copiada, con su correspondiente referencia.

El copiador de cartas es un libro formado por hojas de papel de seda numeradas, y al final tiene el correspondiente índice alfabético para indicar en cualquier momento el folio donde se haya copiado la carta que se desee encontrar.

PROMEDIO DE PAGOS

El vencimiento común o promedio de pagos, es la operación por intermedio de la cual un comerciante desea reducir a uno solo, los distintos vencimientos de varios capitales que vencen en distintas épocas o fechas.

Para encontrar o determinar el vencimiento común se multiplica el capital por el tiempo, ya sea éste compuesto de años, meses o días y a la suma de ese producto, se la divide por la suma total de capitales.

Ejemplo:

¿Cuál será el vencimiento común de las siguientes obligaciones: 1.000 pesos que vencen a los 30 días, 4.000 pesos que vencen a los 90 días y 5.000 pesos que vencen a los 120 días?

Según lo anteriormente expuesto, tenemos que:

$$
\begin{array}{rcrcl}
1.000 & \times & 30 & = & 30.000,- \\
4.000 & \times & 90 & = & 360.000,- \\
5.000 & \times & 120 & = & 600.000,- \\
\hline
10.000 & & & & 990.000,-
\end{array}
$$

o sea:

990.000 : 10.000 = a 99 días

que será la fecha del vencimiento común.

Cuando los vencimientos tengan fecha determinada, la haremos en la siguiente forma: Se sacan los días que ván de primer vencimiento al segundo y este resultado se multiplica por el segundo capital; luego sacaremos los días que ván de primer vencimiento al tercero, que será para el tercer capital y así sucesivamente partiendo siempre, para obtener la diferencia de tiempo o sea los días que medien entre una u otra fecha, desde la fecha del primer vencimiento y teniendo presente que a éste no se le multiplica.

Ejemplo:

Se quiere saber cuál será el vencimiento común de las siguientes letras: 1.000 pesos que vencen el 1.° de Enero, 2.000 pesos que vencen el 1.° de Marzo y 5.000 pesos que vencen el 1.° de que vencen el 1.° de Mayo.

Según lo anteriormente expuesto, sería:

$$
\begin{array}{lcl}
1.000 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. & & 1.^\circ \text{ de Enero} \\
2.000 \times 60 \;.\;.\;. & = & 120.000 \\
5.000 \times 120 \;.\;.\;. & = & 600.000 \\
\hline
8.000 & & 720.000
\end{array}
$$

o sea:

720.000 : 8.000 = 90 días, a contar del 1.° de Enero, que calculando desde esa fecha, nos da como vencimiento común de los 8.000 pesos, el día 31 de Marzo.

Como vemos pues, la operación consiste en ir sacando la diferencia de los días que median entre la primera fecha y los vencimientos subsiguientes y multiplicar esos capitales por los días obtenidos. En el primer caso, los 60 días provienen de los días que van del 1° de Enero al 31 de Marzo, o sea: 31 días de Enero y 28 días de Febrero, y 1 día de Marzo igual a 60 días. El segundo, o sean los 120 días, los que van desde el 1° de Mayo, o sean 31 días de Enero; 28 de Febrero; 31 de Marzo; 30 de Abril, total 120 días.

LIBRANZA COMÚN

El nuevo documento que se otorga como garantía de todas las cantidades que se adeudan y que se han reducido a un solo vencimiento, se llama *libranza común.*

El modelo de este documento es el siguiente.

La Plata, Enero 1.° *de* 1915.

Por $ 8.000.—

Por las cantidades de **un mil pesos** *moneda nacional ($ 1.000 m|n), que vence en la fecha;* **dos mil pesos** *moneda nacional ($ 2.000 m|n.); que vence a los sesenta días de la fecha, y* **cinco mil pesos** *moneda nacional ($ 5.000 m|n.), que vence a los ciento veinte días de la fecha, haremos el pago único de su equivalente o sean pesos* **ocho mil** *moneda nacional ($ 8.000 m|n.), que vencen a los noventa días de la fecha . . . .*

N. N. & Cía

LETRAS DE CAMBIO

La letra de cambio es una orden escrita revestida de todas las formalidades exigidas por la Ley, por la cual una persona encarga a otra el pago de una suma de dinero; o bien en la cual uno de los contrayentes se obliga a que una tercera persona pague en un lugar determinado una suma dada, en cambio de otro valor prometido o entregado al primero en otro lugar. Es, pues, en resumen, un documento por el cual una persona que se llama *librador* ordena a otra, domiciliada en otro lugar, que se llama *aceptante,* pague cierta cantidad en determinada época, a una tercera persona que se llama *portador.*

Los requisitos esenciales de la letra de cambio, son:

1º La designación del lugar, día mes y año en que se libra la letra.

2º La suma que deba pagarse y en que clase de moneda.

3º La época y lugar del pago.

4º El nombre de la persona que deba pagarla y el de aquella a quien deba verificarse el pago.

5º La enunciación de si se ha expedido por primera, segunda o más vías, no siendo una.

6º La firma del librador a su nombre o al de la casa que represente, o de la persona que firme por él, con poder suficiente.

Toda letra debe ser expedida *a la orden* para que pueda ser transferida por *endoso.* El endoso es la operación por el cual el tenedor de una letra le traspasa o cede a otra la propiedad de la misma.

Los términos de la letra, pueden ser: a la vista o presentación; a días o meses vista; a días o meses fecha y a día fijo y determinado.

La forma en que se suelen extender estos documentos, es la siguiente:

La Plata, Enero 4 de 1915.

Por $ 10.000.—

A los noventa días de la fecha, sírvase Vd. mandar pagar por esta única de cambio, a la orden del Banco de la Nación Argentina, la cantidad de **diez mil pesos moneda nacional curso legal,** *valor recibido que cargarán en cuenta de S. S. S.*

J. Pérez & Cía.

Al Sr. Pedro Ramos

Calle...... N.º...... La Plata.

Las letras de cambio deberán abonarse a su vencimiento y si así no se hiciere darán lugar al protesto de la misma, que es el testimonio que otorga un Escribano Público en el cual hace constar que una letra ha sido protestada, ya sea por falta de aceptación como por falta de pago, cuando presentado un documento en su vencimiento para su cobro, no ha sido satisfecho el importe del mismo.

PAGARÉ

El pagaré es una promesa escrita por la cual una persona se obliga a pagar por sí misma, una cantidad determinada de dinero a la orden de una persona también determinada y a un plazo fijo. Cuando el pago no se efectúa en la época establecida, hay derecho al protesto del mismo, que se efectúa en la misma forma que el de las letras.

El modelo del pagaré es el siguiente:

La Plata, Enero 3 de 1915.

Por $ 20.000.—

El día primero de Abril del corriente año, pagaré a la orden del Banco de la Provincia de Buenos Ai-

res, la suma de veinte mil pesos moneda nacional curso legal *por igual valor recibido.*

N. N.

CHEQUE

El cheque es una orden de pago dada sobre un Banco o institución de crédito, en la cual el librador o sea la persona que extiende y firma el cheque, tiene fondos depositados a su orden en cuenta corriente, o bien crédito para girar en descubierto sobre el mismo establecimiento.

He aquí el modelo del cheque:

Núm. 313 A.

Moneda Nacional

Banco de la Provincia de Buenos Aires

La Plata, ... *1915.*

Páguese al portador la suma de ....

....

....

....

$ .... *m/n.*

(Firma)

BANCO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

Núm. 313 A.

(TALÓN)

.... *191*....

....

$ m/n. ....

....

....

....

....

Siendo, pues, el cheque una orden al portador, la posesión del mismo suple la transferencia o endoso.

DOCUMENTOS COMERCIALES

Las órdenes comerciales son los documentos por intermedio de las cuales los comerciantes se sirven para solicitar de otros la entrega al portador de la orden o bien a una persona determinada el dinero o mercadería de que en la citada órden se expresen.

MODELO DE ORDEN COMERCIAL

Señores X. X. & Cía.

Presentes.

Sírvase entregar al portador, por nuestra cuenta y orden, cien kilos (100 k.) *de azúcar refinería, marca D. D., y cuyo importe se servirán cargar a cuenta de S. S. S.*

N. N. & Cía.

FACTURA

La factura es el documento que el comerciante envía o recibe cuando vende o compra mercaderías de otra casa que por lo general no reside en el mismo lugar de la casa que efectúa la negociación. Es por eso que cuando una casa comercial establecida en el extranjero, remite artículos a una de Buenos Aires o viceversa, dice generalmente que "acompaña conocimiento y factura".

Las facturas deben contener: el lugar y fecha de la venta; nombre del vendedor; nombre y domicilio del comprador; el lugar, la forma y fecha del pago; la cantidad y la naturaleza de la mercadería; marca y número de los bultos; precio de venta por unidad y precio total y las bonificaciones o descuentos sobre el precio estipulado, etc., etc.

Modelo de factura:

La Plata, Enero 4 de 1915.

Señor ....

Calle..

Debe

a X. X. & Cía.

Por los siguientes efectos comprados al contado con el 5 % de descuento:

2	Fardos 200 frazadas «M. O.», 120 × 180, a $ 2 cada una	400.—
1	Cajón de 10 piezas casimir con 100 metros, a $ 7 el metro	700.—
100	Docenas pañuelos de hilo, a $ 1 docena .	100.—
	$	1.200.—
	Descuento 5 %	60.—
	Líquido 6 $^{m}/_{n}$	1.140.—

S. E. u O.

TABLA DE REDUCCION DE PESOS PAPEL A PESOS ORO Y VICEVERSA

Unidad	Oro	Moneda Nacional
1	0,44	2,27
2	0,88	4,55
3	1,42	6,82
4	1,76	9,09
5	2,20	11,36
6	2,64	13,64
7	3,08	15,91
8	3,52	18,18
9	3,96	20,45
10	4,40	22,73
11	4,88	25,—
12	5,28	27,27
13	5,72	29,55
14	6,16	31,82
15	6,60	34,09
16	7,04	36,36
17	7,48	38,64
18	7,92	40,91
19	8,36	43,18
20	8,80	45,45

VALOR DE LOS BILLETES EXTRANJEROS (1)

MONEDAS	Valor en
1 libra	11.83
100 francos	8.90
100 liras	10.15
100 dólares	244.—
100 pesetas	36.80
100 reichsmark	58.50
100 mil reis	29.75
100 pesos urug.	246.—
100 pesos chilenos.	29.55

(1) Estos precios fluctúan segun el cambio.

TABLAS DE CONVERSION DE CUADRAS CUADRADAS A HECTAREAS, AREAS Y CENTIAREAS

Cuadras	Hectáreas	Areas	Centiáreas
1	1	68	74
2	3	37	48
3	5	06	22
4	6	74	96
5	8	43	70
6	10	12	44
7	11	81	18
8	13	49	92
9	15	18	66
10	16	87	40

TABLA DE CONVERSION DE LEGUAS CUADRADAS A HECTAREAS, AREAS Y CENTIAREAS

Leguas	Hectáreas	Areas	Centiáreas
1	2.699	84	16
2	5.399	68	32
3	8.099	52	48
4	10.790	36	64
5	13.490	20	80
6	16.199	04	96
7	18.898	89	12
8	21.598	73	28
9	24.598	57	44
10	26.996	41	60

MEDIDAS SUPERFICIALES

Planilla de reducción de varas cuadradas a metros cuadrados y viceversa

De varas a metros		De metros a varas	
Varas	Metros	Metros	Varas
1	0,7499	1	1,3334
2	1,4999	2	2,6668
3	2,2498	3	4,0002
4	2,9998	4	5,3336
5	3,7498	5	6,6670
6	4,4997	6	8,0004
7	5,2497	7	9,3338
8	5,9996	8	10,6672
9	6,7496	9	12,0007
10	7,4995	10	13,3341
11	8,2495	11	14,6674
12	8,9995	12	16,0009
13	9,7494	13	17,3343
14	10,4994	14	18,6676
15	11,2493	15	20,0012
16	11,9993	16	21,3346
17	12,7492	17	22,6680
18	13,4992	18	24,0014
19	14,2491	19	25,3348
20	14,9991	20	26,6683

MEDIDAS LINEALES

Planilla de reducción de varas a metros y viceversa

De varas a metros		De metros a varas	
Varas	Metros	Metros	Varas
1	8,866	1	1,155
2	1,732	2	2,309
3	2,598	3	3,464
4	3,464	4	4,618
5	4,330	5	5,773
6	5,196	6	6,928
7	6,062	7	8,083
8	6,928	8	9,238
9	7,794	9	10,392
10	8,660	10	11,547
11	9,526	11	12,702
12	10,392	12	13,857
13	11,258	13	16,011
14	12,124	14	16,166
15	12,990	15	17,321
16	13,856	16	18,476
17	14,722	17	19,630
18	15,588	18	20,785
19	16,454	19	21,940
20	17,320	20	23,094

Sistema métrico

MEDIDAS DE LONGITUD

Múltiplos de 10 *en* 10 *veces mayores.*

Decámetro	10	m.
Kilómetro	1.000	m.
Miriámetro	10.000	m.
Metro	*Unidad*	

Submúltiplos de 10 *en* 10 *veces menores.*

Decímetro (décima parte del metro)	0,1	m.
Hectómetro	100	m.
Centímetro (centésima parte del metro)	0,01	m.
Milímetro (milésima parte del metro)	0,001	m.

MEDIDAS DE SUPERFICIE

Múltiplos de 100 *en* 100 *veces mayores.*

Decámetro cuadrado	100	m^2
Hectómetro cuadrado	10.000	m^2
Kilómetro cuadrado	1.000.000	m^2
Miriámetro cuadrado	100.000.000	m^2
Metro cuadrado	*Unidad*	

Múltiplos de 100 *en* 100 *veces menores.*

Decímetro cuadrado	0,01	m^2
Centímetro cuadrado	0,0001	m^2
Milímetro cuadrado	0,000001	m^2
Area (Unidad)	100	m^2
Hectárea (10.000 m^2)	100 áreas	
Centiárea	1	m^2

MEDIDAS DE VOLUMEN

Múltiplos de 100 *en* 100 *veces mayores.*

Hectómetro cúbico	1.000.000	m^3
Kilómetro cúbico	1.000.000.000	m^3
Miriámetro cúbico	1.000.000.000.000	m^3
Metro cúbico	*Unidad*	

Submúltiplos de 1000 *en* 1000 *veces menores.*

Decímetro cúbico	0,001	m^3
Centímetro cúbico	0,000001	m^3
Milímetro cúbico	0,000000001	m^3
Estéreo, (un metro cúbico) .	1	m^3
Desisterio, (décima parte del estéreo	0,1	est.

MEDIDAS DE CAPACIDAD

Múltiplos de 10 *en* 10 *veces mayores.*

Decálitro	10	lit.
Hectólitro	100	»
Kilólitro	1.000	»
Miriálitro	10.000	»
Litro	*Unidad*	

Submúltiplos de 10 *en* 10 *veces menores.*

Decílitro	0,1	lit.
Centílitro	0,01	»
Mililitro	0,001	»

MEDIDAS DE PESO

Múltiplos de 10 *en* 10 *veces mayores.*

Decágramo	10	gramos
Hectógramo	100	"
Kilogramo	1.000	"
Miriágramo	10.000	"
Quintal (100 Kg.)	100.000	"
Tonelada (1.000 Kg.)	1.000.000	"
Gramo	*Unidad*	

Submúltiplos de 10 *en* 10 *veces menores.*

Decígramo (décima parte del gramo)	0,1	grs.
Centígramo (centésima parte del gramo)	0,01	"
Milígramo (milésima parte del gramo)	0,001	"

MEDIDAS ANTIGUAS

Una legua cuadrada (40 cuadras) . .	5.196	metros
Una cuadra (150 varas)	129,90	"
Una vara	0,866	"

INDICE

Pág.