ELEMENTOS

DE ~~597~~

ARITMÉTICA

Y DE

GEOMETRÍA

PARA EL USO DE LAS ESCUELAS PRIMARIAS

POR

F. VINTÉJOUX

Antiguo alumno de la Escuela normal superior
Profesor de matemáticas especiales en el Liceo San Luis
Miembro del Consejo superior de Instrucción pública

TRADUCIDOS POR

D. JERÓNIMO FRONTERA

Doctor en ciencias, profesor de matemáticas.

CURSO ELEMENTAL

PARIS
LIBRERÍA DE HACHETTE Y Cª
79, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

1889

577

Sept 22 - Sabado

CURSO DE ARITMÉTICA

CAPÍTULO PRIMERO.

PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN. — ESCRITURA Y LECTURA DE LOS NÚMEROS.

LECCIÓN Iª.

NÚMEROS. — FORMACIÓN DE SU SERIE NATURAL.

1. Varios alumnos están reunidos en una clase; ¿cuántos hay en ella? — Pablo ha comprado un cuaderno; ¿cuántas hojas tiene? — El reloj acaba de tocar horas; ¿cuántas campanadas ha dado?

Para responder á estas preguntas y á otras parecidas, es necesario saber **contar**, es decir : conocer los **números**.

2. El primero de todos los números, el más pequeño, se llama la **unidad** ó el número **uno,** y este número es el que enunciamos cuando decimos : Mi padre tiene *un* caballo; dame *una* pluma; Luisa ha dado *una* vez su lección.

3. Los demás números se forman por la reunión de varias unidades.

Añadiendo á la *unidad* ó número *uno* otra unidad, se forma un nuevo número, que se llama **dos**. Si á esta bola, que tengo en la mano, añado otra bola, tendré *dos* bolas. — Margarita salta con la cuerda; salta una vez y después otra; ha saltado *dos* veces.

Añadiendo una unidad al número *dos*, tendremos otro número que se llama **tres**. Tengo dos bolas en la mano, añadiendo otra bola, tendré *tres* bolas. — Juana ha ganado dos premios, gana después otro, luego tiene *tres* premios.

Añadiendo una unidad al número *tres*, resulta el número **cuatro**. Si en un banco hay sentados tres niños y viene á sentarse otro niño, habrá *cuatro* niños sentados en este banco.

Añadiendo una unidad al número *cuatro*, resulta otro número, que se llama **cinco**.

Añadiendo una unidad al *cinco* resulta el **seis**; y añadiendo una unidad al *seis* resulta el **siete**.

Añadiendo siempre una unidad al último número que se haya formado, resultará cada vez un número nuevo, que llamaremos sucesivamente: **ocho, nueve, diez**.

Los números que se formen de este modo serán cada vez mayores, y como podríamos continuar formándolos indefinidamente, podemos decir que la serie de los números es ilimitada.

LECCIÓN 2ª.

PRIMEROS PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN HABLADA. MODO DE EXPRESAR LOS NÚMEROS DESDE *uno* HASTA *ciento*.

Acabamos de ver lo que son los *números* y cómo se forman, y ahora es necesario aprender á expresarlos.

4. La **numeración hablada** es el conjunto de reglas ó convenios adoptados para expresar con pocas palabras, oportunamente combinadas, todos los números posibles.

5. Para lograr este fin se ha empezado por dar nombres particulares á los primeros números, los cuales son : **uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.**

Después se han adoptado los convenios siguientes :

6. 1ª Regla. —*El número* **diez** *ó la colección de diez unidades se considera como una unidad compuesta, que lleva el nombre de* **decena.**

Añadiendo sucesivamente *diez* unidades al número *diez,* se forma un número que contiene *dos decenas*. Añadiendo otras *diez* unidades á estas dos decenas, se forma otro número que contiene *tres decenas,* y así sucesivamente, hasta el número formado por *nueve decenas*. Estas colecciones de decenas no deberían recibir nombres particulares, pues bastaría decir para expresarlas : *Dos decenas, tres decenas, cuatro decenas, cinco decenas. . . . . nueve decenas.*

Pero, por una irregularidad del lenguaje, se dice : **veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa.**

7. 2ª Regla. — Entre cada dos colecciones consecutivas de decenas hay nueve números. *Para expresar cualquiera de ellos, se indican sucesivamente las decenas y unidades que contiene.*

Así, entre tres decenas y cuatro decenas hay nueve números, que se expresan diciendo : *tres decenas y uno* ó **treinta y uno**, *tres decenas y dos* ó **treinta y dos**, *tres decenas y tres* ó **treinta y tres**, y así sucesivamente, hasta **treinta y nueve.**

De un modo análogo procederíamos para expresar los números comprendidos entre otros dos grupos consecutivos de decenas. Por ejemplo, entre cincuenta y sesenta, diríamos : **cincuenta y uno, cincuenta y dos, cincuenta y tres,. . . . . cincuenta y nueve.**

8. Excepciones. — Entre *diez* y *veinte* se dice : **once, doce, trece, catorce, quince,** en lugar de decir : *diez y uno, diez y dos, diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco.* Los cuatro números que siguen, **diez y seis, diez y siete, diez y ocho, diez y nueve,** siguen la regla general.

Observación. — Por lo que acabamos de indicar se ve claramente que, si prescindimos de las irregularidades del lenguaje, pueden nombrarse todos los números, desde uno hasta nueve decenas y nueve unidades, sin emplear otras palabras que los nombres de los nueve primeros números, para lo cual basta agrupar las unidades simples que contiene el número que se quiere nombrar en grupos de diez ó decenas, y después enunciar cuántas son estas decenas y cuántas unidades hay además.

Con esto terminaremos, por ahora, el estudio de la nomenclatura de los números.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LAS DOS PRIMERAS LECCIONES.

1. ¿Cómo se ha formado el número *dos*? — ¿y el número *tres*? — ¿y el número *cuatro*? — ¿y el número *cinco*? — ¿Cómo se forma la serie de los números?

2. ¿Es limitada la serie do los números?

3. ¿Cuál es el objeto de la *numeración hablada*?

4. Enunciar las dos reglas que enseñan á expresar los números desde uno hasta *nueve decenas y nueve unidades*.

5. ¿Cuántas veces contiene una decena á la unidad simple?

6. ¿Cuántas decenas hay en *treinta*? — ¿y en *cuarenta*? — ¿y en *setenta*? — ¿y en *ochenta*? — ¿y en *noventa*?

7. Enunciar los números ó *contar* desde *uno* á *treinta*, — de *cuarenta* á *setenta*, — de *cincuenta* á *ochenta*, — de *setenta* á *noventa y nueve*, — de *veinte y tres* á *treinta y seis*, — de *cuarenta y ocho* á *sesenta y nueve*.

8. ¿Cómo se enuncia el número que contiene tres decenas y siete unidades? — ¿y el que contiene ocho unidades y cinco decenas?— ¿y el que contiene nueve decenas y una unidad?

9. Luis ha colocado sobre una mesa todos los soldados de su caja; hay cuatro *filas* de *diez* y *una* de *ocho*. — ¿Cuántos soldados tiene?

10. Contar de dos en dos á partir de *dos* (los números que así se obtengan se llaman números **pares**). Contar de dos en dos á partir de *uno* (números **impares**).

11. Contar al revés de *veinte* á *doce*, — de *treinta y dos* á *ocho*, — de *sesenta y ocho* á *treinta y cuatro*, — de *ochenta* á *sesenta y ocho*.

LECCIÓN 3ª.

PRIMEROS PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN ESCRITA. — ESCRIBIR Y LEER LOS NÚMEROS DE *uno* Á *ciento*.

Antes de continuar explicando cómo se enuncian todos los números, vamos á enseñar á escribir los que sabemos ya nombrar.

9. La **numeración escrita** es el conjunto de reglas y convenios adoptados para escribir con un corto número de signos ó caracteres todos los números que puedan imaginarse.

10. Los nueve primeros números se representan por nueve signos particulares, llamados **cifras**, que ponemos á continuación con su nombre respectivo debajo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
uno,	*dos*,	*tres*,	*cuatro*,	*cinco*,	*seis*,	*siete*,	*ocho*,	*nueve*.

Para escribir todos los demás números se admite el siguiente convenio.

11. 1ª Regla. — *Si una cifra representa unidades simples, la que se escriba á su izquierda representará decenas.*

Por consiguiente, si queremos escribir un número, por ejemplo, el *cincuenta y tres*, que contiene *tres* unidades y *cinco* decenas, no tendremos más que hacer que escribir la cifra **3**, y después, á su izquierda, la cifra **5**, que representará **5** decenas, y tendremos así : **53**.

Análogamente, para escribir el número *veinte y ocho,* escribiremos primero las **8** unidades, y á la izquierda la cifra **2**, que representará las dos decenas, resultando así : **28**.

De la misma manera, *setenta y seis*, que se compone de **6** unidades y **7** decenas, se escribirá : **76**.

Observación. — Como estamos acostumbrados á escribir *de izquierda á derecha*, es más cómodo para nosotros hacer lo mismo con los números. Así, para escribir *treinta y nueve*, se escribe primero la cifra **3**, y después, á su derecha, la cifra **9**, resultando así : **39**.

Análogamente, para escribir *sesenta y siete*, se escribirá primero un **6**, y después un **7**, á su derecha, resultando : **67**. De la misma manera *noventa y seis* se escribirá **96**.

12. 2ª Regla. — *Para* **leer** ó **enunciar** *un número de dos cifras, se leen primero las decenas, y después las unidades.*

Ejemplos. — **27**, es decir : **2** decenas y **7** unidades, se lee **veinte y siete**; **43**, es decir : **4** decenas y **3** unidades, se lee **cuarenta y tres**; **72**, es decir : **7** decenas y **2** unidades, se lee **setenta y dos**; **93**, es decir : **9** decenas y **3** unidades, se lee **noventa y tres**.

13. Del cero. — Se llama **cero**, otro signo empleado en la escritura de los números, **0**, que no tiene valor por sí mismo, pero que sirve para ocupar el puesto de las unidades que faltan.

Por ejemplo, si queremos escribir **treinta**, es decir el número que contiene **tres** decenas sin unidades, escribiremos **30**, poniendo un cero á la derecha del **3**, para ocupar el puesto que debían ocupar las unidades, si las hubiera.

Los números *diez*, *veinte*, *treinta*, *cuarenta*, *cincuenta*, *sesenta*, *setenta*, *ochenta* y *noventa* se escribirán, por ejemplo, de este modo :

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 3ª.

1. Escribir : *veinte y cinco*, *treinta y tres*, *cuarenta y uno, cincuenta y nueve, setenta y uno, ochenta y dos.*

2. ¿Qué es el cero? Escribir : *cuarenta*, *sesenta*, *noventa.*

3. Leer los números : 14, 26, 72, 54, 45, 27, 35, 64, 13, 21, 43, 34, 75, 92, 86, 79, 11.

4. ¿Si en el número 48 se borra la cifra ocho, sin poner un cero en su lugar, qué número resultará?

5. ¿Si tenemos escrita la cifra 4, qué habrá que hacer para que represente decenas?

6. Escribir el número que tiene *dos decenas* más que 79. — Escribir el número que tiene *dos unidades* más que 49, — *una unidad* más que 79.

7. Pablo tiene *tres decenas* de bolas, y Alfredo *una decena* y *cuatro* bolas. — ¿Cuántas bolas tienen entre los dos? Escribir el número correspondiente.

8. En una clase hay *ocho* bancos, y en cada uno hay sentados *diez* alumnos, y además hay otro banco, en el que sólo hay sentados *seis* alumnos. — Escribir el número de alumnos que hay en dicha clase.

9. Si se disminuye en *una* unidad la cifra de las decenas de un número de dos cifras, y al mismo tiempo se añade *una* unidad á la cifra de las unidades ¿se aumentará ó se disminuirá dicho número? ¿Cuál será, en su caso, el

aumento ó disminución? — Ejemplo : 56 se convierte en 47, efectuando las operaciones arriba indicadas. ¿Qué cambio ha sufrido el 56?

10. Cuándo se invierte el orden de las cifras de un número de dos cifras ¿aumenta este número ó disminuye? ¿Puede suceder lo uno y lo otro? — Ejemplos : 63 y 36, 47 y 74.

11. ¿Se altera el valor de una cifra, poniendo un cero á su izquierda? — Ejemplo : 4 y 04. ¿Tienen el mismo valor?

LECCIÓN 4ª

CONTINUACIÓN DE LOS PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN HABLADA. — MODO DE EXPRESAR LOS NÚMEROS DESDE *ciento* HASTA *mil.*

En la lección 2ª enseñamos á expresar los números desde *uno* hasta *nueve decenas y nueve unidades.*

14. Si á este último número se le añade *una unidad,* resulta un nuevo número que contiene *diez decenas.*

3ª Regla. — *El número compuesto de* **diez decenas** *se considera como una nueva unidad compuesta, que se llama* **centena** ó **ciento.**

Añadiendo sucesivamente cien unidades al número **ciento,** se forma un número que contiene *dos centenas.* Añadiendo de nuevo cien unidades á estas dos centenas, resulta un número que contiene *tres centenas,* y así sucesivamente, hasta *nueve centenas.*

Los números así formados se denominan sencillamente :

Ciento, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos.

15. 4ª REGLA. — Entre cada dos colecciones consecutivas de centenas hay noventa y nueve números.

Para expresarlos, se añaden sucesivamente á cada uno de los nombres de las centenas los nombres de los noventa y nueve primeros números.

Así : entre *ciento y doscientos* hay *noventa y nueve números*, que se enuncian diciendo : **ciento y uno, ciento dos, ciento tres, ciento cuatro, . . ., ciento nueve, ciento diez, ciento once, ... ,ciento diez y nueve . . . . . . , ciento noventa, ciento noventa y uno, ... , ciento noventa y nueve.**

De la misma manera, entre *doscientos* y *trescientos* hay los números : **doscientos uno, doscientos dos, ... doscientos nueve, doscientos diez, doscientos once, ... doscientos noventa y nueve.**

Y del mismo modo continuaríamos hasta llegar al **novecientos noventa y nueve.**

16. OBSERVACIÓN. — Salvas las irregularidades indicadas en la lección segunda (6 y 8), bastan once palabras : **uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento,** para expresar los números desde *uno* hasta *novecientos noventa y nueve.*

El procedimiento seguido para lograr este fin consiste en agrupar las unidades simples que contiene el número que se quiere expresar en grupos de *diez unidades* ó *decenas,* después agrupar estas decenas en grupos de *diez* ó *centenas,* y enunciar entonces cuántas centenas se han formado, cuántas decenas hay además, sin que alcancen á formar una centena, y cuántas unidades, sin que alcancen á formar una decena.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 4ª.

1. ¿Qué es una centena? ¿Cómo se expresan las colecciones consecutivas de centenas desde *ciento* hasta *novecientos*?

2. ¿Cómo se expresan los números comprendidos entre *quinientos* y *seiscientos*? Contar desde *ochocientos* á *novecientos;* desde *cuatrocientos* á *quinientos;* desde *ciento cincuenta* hasta *doscientos treinta;* desde *seiscientos ochenta* hasta *ochocientos cuarenta.*

3. ¿Cuántas decenas hay en dos centenas; — en cinco centenas; — en siete centenas?

4. Enunciar el número formado por *cuatro* centenas *seis* decenas y *ocho* unidades. — El formado por *seis* centenas *siete* decenas y *cuatro* unidades. — El formado por *una* centena *nueve* decenas y *siete* unidades.

5. ¿Qué número se obtendrá añadiendo *una* decena á *setecientos cuatro unidades*? — ¿Añadiendo *dos* unidades à *setecientos ocho*? — ¿Añadiendo *una* unidad y *una* decena á *trescientos cuatro*?

6. ¿Cómo se llama el número que consta de *veinte y tres* decenas? — ¿De *cincuenta y tres* decenas y *dos* centenas? — ¿De *doce* unidades y *doce* decenas?

7. Contar de dos en dos, desde *ciento* hasta *doscientos*, desde *trescientos cincuenta* hasta *cuatrocientos diez*, desde *quinientos uno* hasta *quinientos noventa y nueve.* ¿Los números obtenidos de este modo, son pares ó impares?

LECCIÓN 5ª.

CONTINUACIÓN DE LOS PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN ESCRITA. — ESCRIBIR LOS NÚMEROS DE *ciento* Á *mil*.

Vamos ahora á enseñar á escribir los números que hemos enseñado á nombrar en la lección anterior.

17. 3ª Regla. — *Una cifra colocada á la izquierda de otra que representa decenas, representará centenas.*

Supongamos, por ejemplo, que tengamos escrito el número **53**; si á la izquierda de la cifra **5** se coloca la cifra **7**, esta cifra **7** representará 7 centenas, y el número escrito de este modo, **753**, será *setecientos cincuenta y tres*.

Por consecuencia, para escribir un número, desde *ciento* á *novecientos noventa y nueve*, basta escribir la cifra de las unidades de este número, después la cifra de sus decenas, y por fin, á la izquierda de esta última, la cifra de sus centenas.

Ejemplo. — Para escribir el número *cuatrocientos treinta y siete*, escribiremos la cifra **7**, después, á su izquierda, la cifra **3**, y por fin, á la izquierda del 3, la cifra **4**, resultando así : **437**.

Observación I. — Como estamos acostumbrados *á escribir de izquierda á derecha*, es más cómodo para nosotros hacer lo mismo con los números. Así, para escribir el número *seiscientos veinte y ocho*, escribiremos primero la cifra de las centenas, **6**, después, á su derecha, la cifra de las decenas, **2**, y por fin, á la derecha de ésta, la cifra de las unidades, **8**, resultando asi : **628**.

De la misma manera, para escribir *trescientos* *sesenta y nueve*, escribiremos primero un **3**, después, á su derecha, un **6**, y por fin, á la derecha del **6**, un **9**, resultando **369**.

Observación II. — No hay que olvidar el reemplazar por ceros las unidades y decenas, cuando faltan en el número que haya que escribir. Así, los números : *ciento, doscientos*, ... *novecientos*, se escriben :

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

Análogamente, el número *ciento diez* se escribe **110**, el número *doscientos ocho* se escribirá **208**, el número *trescientos cuarenta* se escribirá **340**, el número *quinientos setenta* se escribirá **570**.

18. 4ª Regla. — *Recíprocamente, para leer un número de tres cifras, se enuncian sucesivamente el número de sus centenas, el número de sus decenas y el número de sus unidades.*

Así, **834** se enuncia *ochocientos treinta y cuatro*; **668** se enuncia *seiscientos sesenta y ocho*; **574** se enuncia *quinientos setenta y cuatro*; y **907** se enuncia *novecientos siete*.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 5ª.

1. Escribir los números :

Doscientos cuarenta y ocho; trescientos veinte y siete; seiscientos sesenta y nueve; ochocientos noventa y dos; cuatrocientos cinco; trescientos quince; quinientos cuatro; ciento diez; setecientos ocho; novecientos diez y siete; seiscientos ochenta; ochocientos noventa; cuatrocientos cuatro; quinientos cincuenta y cinco; ciento once.

2. Leer los números :

324, 452, 678, 729, 983, 872, 114,
208, 340, 180, 108, 801, 222, 300,
714, 506, 730, 490, 409.

3. Teniendo escrita la cifra **8**, ¿qué debe hacerse para que represente 8 *centenas*? — Hacer que la cifra **6** represente *centenas*. — Hacer que el número **43** represente *decenas*.

4. ¿Cuál es el nombre de las unidades que representa en un número la tercera cifra, contando de derecha á izquierda? — ¿Cuál es el nombre de las unidades que representa la segunda cifra en un número de tres cifras? — ¿y la tercera de la derecha?

5. En un número de tres cifras, se disminuye en una unidad la primera cifra de la izquierda y se aumenta en una unidad la segunda. ¿Qué variación ha experimentado el número propuesto? Por ejemplo, se cambia **637** en **547**; ¿qué alteración ha sufrido el primer número?

6. Se escribe un cero á la derecha de **83**, resultando **830**; ¿cuántas veces contiene este número al primero? — Si se colocase un cero á la izquierda del 83, ¿se alteraría este número?

7. Alfredo tenía **52** plumas y compra después *ciento*. Escribir el número de plumas que ha reunido.

8. Julio quiere contar las coles que hay en una huerta, y cuenta en un cuadro *catorce* filas de *diez* coles cada una. Escribir el número de coles que hay en dicho cuadro.

9. Enriqueta ha contado en una fonda *doce* mesas con *diez* cubiertos cada una y *una* mesa con *ocho*. ¿Cuántos cubiertos hay en todas ellas? Escribir este número.

10. Julio, que quiere contar las nueces que ha recogido bajo un nogal, hace montones de *diez* nueces cada uno, y cuenta *veinte y tres* de estos montones y además hay *cuatro* nueces. ¿Cuántas nueces hay en totalidad? Escribir el número correspondiente. — Julio se ha equivocado contando *veinte* nueces demás. Escribir el número que debía haber resultado.

LECCIÓN 6ª.

CONTINUACIÓN Y FIN DE LOS PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN HABLADA.

Anteriormente hemos enseñado á contar hasta *novecientos noventa y nueve.*

19. Si se añade una unidad á este número, resulta otro número que contiene *diez centenas.*

5ª Regla. — *La reunión de diez centenas se considera como otra nueva unidad, que se llama millar.*

La reunión de *diez unidades de millar* forma otra nueva unidad, á que no se da nombre particular, llamándola simplemente una **decena de millar** ó **diez mil.**

La reunión de *diez decenas de millar* forma otra nueva unidad, que tampoco recibe nombre particular, llamándose **centena de millar** ó **cien mil.**

Se cuenta pues por millares del mismo modo que se ha contado por unidades simples, desde un **millar** ó **mil** hasta **novecientos noventa y nueve mil.** Así, se dice : **dos mil, tres mil, cuatro mil, . . . diez mil, once mil, . . . veinte mil . . . cien mil, ciento un mil, . . . doscientos mil . . . novecientos mil . . . novecientos noventa y nueve mil.**

20. Entre cada dos colecciones consecutivas de millares hay *novecientos noventa y nueve números,* que se nombran añadiendo al nombre del millar inferior los nombres de los *novecientos noventa y nueve* números primeros.

Así, entre *mil y dos mil,* se dice : **mil uno, mil dos, mil tres, ... hasta mil novecientos noventa y nueve.**

Análogamente, entre *dos mil* y *tres mil,* se dice : **dos mil uno, dos mil dos, dos mil tres, ... hasta dos mil novecientos noventa y nueve.**

Y así sucesivamente.

21. Observación. — La unidad simple se llama también unidad de 1^{er} *orden;* la decena es la unidad de 2° *orden;* la centena de 3^{er} *orden,* y así sucesivamente.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 6ª.

1. ¿Cómo se llama la colección de *diez unidades de millar?* — de *diez decenas de millar?* — de *diez centenas de millar?*

2. Contar por *millares* desde *mil* hasta *veinte mil,* — desde *cincuenta mil* hasta *ochenta mil,* — desde *cien mil* hasta *ciento treinta mil,* — desde *ochocientos sesenta mil* hasta *ochocientos ochenta y cinco mil.* — Contar por *decenas de millar* desde *treinta mil* hasta *ciento setenta mil,* — desde *novecientos diez mil* hasta *novecientos ochenta mil.* — Contar por centenas de millar desde *cien mil* hasta *novecientos mil.*

3. ¿Cuántas *centenas* hay en una *decena de millar?* — en una *centena de millar?*

4. Nombrar los diversos órdenes de unidades hasta el de las *centenas de millar.* — ¿Qué órdenes comprende la clase de las unidades? — la clase de los millares?

5. Contar desde *mil* á *mil cincuenta,* — desde *mil ciento* hasta *dos mil ciento veinte y cinco,* — desde *once mil seiscientos treinta* hasta *once mil seis cientos sesenta y cinco,* — desde *cien mil* á *cien mil veinte,* — desde

trescientos mil quinientos cuarenta hasta *trescientos mil quinientos noventa.*

6. Descomponer en sus diversos órdenes de unidades el número *tres mil novecientos setenta,* — el *cincuenta y tres mil seiscientos veinte y nueve,* — el *seiscientos doce mil trescientos cuatro,* — el *mil ciento,* — el *cien mil,* — el *trescientos ocho mil,* — el *ocho mil trescientos,* — el *ochenta y cuatro mil quinientos,* — el *quinientos ochenta y cuatro mil.*

LECCIÒN 7ª.

CONTINUACIÓN Y FIN DE LOS PRINCIPIOS DE LA NUMERACIÓN ESCRITA.

22. 5ª REGLA. — *Una cifra colocada á la izquierda de otra que representa centenas, representará unidades de millar.*

Por ejemplo, si á la izquierda del número **647** colocamos la cifra **8**, este **8** valdra **8** millares, y el número **8647**, que así resulta, será el *ocho mil seiscientos cuarenta y siete.*

23. 6ª REGLA. — *Para escribir un número mayor que mil, se escribirá el número de millares que contiene, como se escribiría el mismo número de unidades simples; y después, á la derecha de los millares, se escribirán las centenas, decenas y unidades simples.*

Por ejemplo, para escribir el número *trescientos cuarenta y ocho mil seiscientos cincuenta y siete,* escribiremos primero los **348** millares, y á su derecha las **657** unidades, resultando así **348 657.**

Análogamente, *veinte y ocho mil quinientos treinta y nueve* se escribirá **28 539**.

Observación I. — Para mayor claridad, conviene dejar un pequeño intervalo entre los millares y las centenas. Ej. : 129 549, 274 726, 31 942, 18 653.

Observación II. — No debe olvidarse reemplazar por ceros los órdenes de unidades que falten. Así *treinta mil trescientos cuatro* se escribe 30 304; *mil* se escribe 1 000; *tres mil cuarenta y ocho* se escribe 3 048; *ciento veinte mil seiscientos tres* se escribe 120 603; *diez mil* se escribe 10 000; *cien mil* se escribe 100 000; *tres cientos cuarenta mil veinte y ocho* se escribe 340 028.

24. 7ª Regla. — *Para leer un número de cuatro, cinco ó seis cifras, se le divide en dos partes ó* secciones, *comprendiendo una de ellas las tres primeras cifras de la derecha, y la otra las que queden á la izquierda. Se lee primero la sección de la izquierda como si estuviera sola, añadiendo al fin la palabra mil, y después se lee la sección de la derecha, ó sea la de las unidades simples.*

Ej. : **428 972** se lee : **428** mil **972** unidades, es decir, *cuatrocientos veinte y ocho mil novecientas setenta y dos* **unidades**. Análogamente, **37 540** se leerá : *treinta y siete mil quinientas cuarenta* **unidades**, y **620 069** representan *seis cientos veinte mil sesenta y nueve* **unidades**.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 7ª.

1. Leer los números :

6 937, 8 402, 5 004, 43 620, 74 987, 13 007, 90 374, 80 037, 74 074, 80 001, 101 637, 227 960, 683 609,

534 628, 730 043, 835 972, 600 020, 630 004, 306 407, 572 994, 9 999, 99 999, 999 999, 111 111.

2. Escribir los números :

Seis mil quinientos veinte y ocho; cuatro mil sesenta y tres ; cinco mil nueve; nueve mil ochocientos doce; diez mil ochocientos treinta y nueve; once mil seiscientos treinta y cuatro; treinta y dos mil ochocientos; cuarenta y cuatro mil treinta y nueve; setenta mil sesenta y seis; sesenta y siete mil ochocientos tres; ochenta mil quince; cien mil ciento veinte y siete; ciento tres mil seiscientos veinte y cuatro.

3. Teniendo escrito et número **543**, se añade un cero á su derecha, resultando **5430**. Enunciar este nuevo número, é indicar qué variación ha experimentado el **543** por la adición de este cero. Análogamente, poniendo dos ceros á la derecha del **74** se convierte en **7400**. Enunciar este número, y decir cuántas veces es mayor que el **74**.

4. Teniendo escrito el número **623**, ¿ cómo le aumentaríamos en una decena? ¿cómo disminuiríamos el número que resulte en *una* centena? — Escrito el número **199**, escribir el que se obtendría aumentándole en *una* unidad. — Aumentar **390** en *una* decena, — **943** en *una* centena, — **99 240** en *un* millar. — Escribir el número que se obtendría disminuyendo **10 000** en una *unidad*, — diminuyendo **100 000** en *una* centena.

5. Un regimiento tiene **1 750** hombres de fuerza; ingresando *doscientos* reclutas, ¿qué fuerza tendrá? Escribir el número correspondiente.

6. Á un ejército de **156 500** hombres se añade otro cuerpo de ejército con *treinta mil*. Escribir el número de hombres de que constará entonces dicho ejército. — Perdiendo *once mil* hombres en una batalla, ¿cuántos le quedarán?

CAPÍTULO II.

PRIMERAS NOCIONES SOBRE LA MEDIDA DE LAS MAGNITUDES Y LAS PRINCIPALES UNIDADES MÉTRICAS.

LECCIÓN 8ª.

MEDIDA DE LAS LONGITUDES. — EL METRO.

25. Para *medir* las longitudes se las compara con una longitud convenida, conocida de todo el mundo, que se llama **metro**.

26. Esta medida, que sirve de término de comparación para medir las otras, es la **unidad** de longitud.

Más adelante veremos porqué y cómo se ha elegido dicha unidad; pero por el momento nos contentaremos con conocerla bien.

Dicha medida equivale á *diez* veces la longitud que representamos en la página siguiente, es decir que se necesitarían *diez longitudes* como ella, colocadas una á continuación de otra, para hacer un *metro*. Luego si tomamos un hilo que tenga diez veces esta longitud, este hilo tendrá la misma longitud que el **metro**.

27. Para medir las longitudes se emplean reglas, listones, cintas, varillas articuladas de cobre ó de madera, que tienen de longitud **un metro**; por cuya causa se las llama también **metros**.

Para conocer mejor esta *unidad de longitud* conviene procurarse uno de estos *metros* y usarle á menudo.

28. Para *medir* una longitud con el metro, se lleva un metro sobre dicha longitud tantas veces como sea posible. Si está contenido 6 veces, por ejemplo, se dice que la longitud es de 6 *metros*. — Así, si llevando un metro sucesivamente á lo largo de una mesa, resulta que se ha podido aplicar 4 veces solamente, diremos que esta mesa tiene 4 *metros de largo*.

29. Una longitud de *diez* metros se llama un **decámetro**.

Una longitud de *cien* metros se llama un **hectómetro**.

Una longitud de *mil* metros se llama un **kilómetro**.

Una longitud de *diez mil* metros se llama un **miriámetro**.

El **hectómetro** y el **kilómetro** se usan para medir las distancias en los caminos. El fin de cada **kilómetro** se marca con un poste de piedra y los **hectómetros** con postes más pequeños.

De este modo se puede evaluar fácilmente, en **kilómetros** y **hectómetros**, la distancia de un punto á otro, y se dice : de París á Orleans hay **128 kilómetros**; en el distrito municipal de L.... hay **18 kilómetros** y **7 hectómetros** de caminos vecinales.

30. Observación I. — Tomando el *metro* como unidad, el *decámetro* será la decena, el *hectómetro* la centena, el *kilómetro* la unidad de millar. Por

lo tanto, si queremos expresar por un solo número la longitud 6 *decámetros* y 8 *metros*, por ejemplo, no tendremos más que colocar la cifra 6 á la izquierda de la cifra 8, y nos resultará **68** *metros*. Análogamente, 7 *hectómetros* 5 *decámetros* y 2 *metros* se escribirán **752** *metros*; y 4 *kilómetros* 8 *hectómetros* 3 *decámetros* y 9 *metros*, se escribirán **4 839** *metros*.

Observación II. — Hay también medidas más pequeñas que el metro, de las cuales hablaremos más tarde.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 8ª.

1. ¿Qué se entiende por *medir* una longitud ? — ¿Cuál es la *unidad* de longitud? — ¿Cómo se procede para medir una longitud, por ejemplo, la longitud de una pieza de tela?

2. ¿Cúantos *metros* tiene un *decámetro*? — ¿Cuántos *decámetros* tiene un *hectómetro*? — ¿Cuántos *metros* tiene un *kilómetro*? — ¿cuántos *hectómetros*? — ¿ cuantos *decámetros*?

3. Eduardo tiene 30 *metros* de cordel para su cometa; ¿ cuántos *decámetros* hacen?

4. Pablo ha recorrido 8 *kilómetros* de un camino á cuyo lado hay plantados, de *cien* en *cien* metros, los postes de una línea telegráfica; ¿ cuántos de estos postes habrá podido contar á lo largo de dicho camino?

5. Un camino de un jardín tiene une longitud de 3 *decámetros* y 8 *metros*, y se quiere plantar rosales á lo largo de este camino, de un extremo á otro, de metro en metro. ¿Cuántos rosales se podrán plantar á cada lado?

6. Á lo largo de los ferrocarriles no se indican los *kilómetros* con postes de piedra, como á lo largo de los cami-

nos ordinarios, sino sobre postes de madera ó hierro. ¿Cuántos de estos postes hay entre París y el Havre, cuya distancia es de 22 *miriámetros* y 8 *kilómetros*?

7. Un labrador ha trazado en un campo 120 surcos de un *hectómetro* cada uno de largo. ¿Cuál es, en *kilómetros*, la longitud total de estos surcos?

8. Se ha medido la longitud de una acequia con una cadena de agrimensor cuya longitud es de un *decámetro*, resultando que hay 25 veces la longitud de dicha cadena, y además un resto de 4 *metros*. ¿Cuántos metros tiene de largo dicha acequia?

LECCIÓN 9ª.

MEDIDA DE LA CAPACIDAD DE LOS VASOS. — EL LITRO.

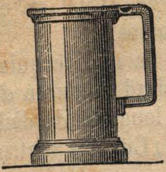
31. Para medir la *capacidad* de un vaso, es decir la cantidad de líquido que puede contener, se la compara á la de un vaso de forma y dimensiones convenidas, que se llama **litro**.

32. El **litro** es, por consiguiente, el término de comparación, es decir : la *unidad*, para la capacidad de los vasos ó recipientes, tales como las botellas, los toneles, las cubas y, en general, cualquier depósito de líquido.

Más adelante veremos cómo se han determinado la forma y dimensiones de esta *unidad*; mas por ahora, nos bastará conocerla.

El litro tiene una de las dos formas siguientes : En la primera la altura es doble de la anchura, es decir : del diámetro de la base; en la segunda ambas son iguales.

Observación. — Hay que tener en cuenta que estas figuras son mucho más pequeñas que el litro en tamaño natural.



33. El **litro** no sirve solamente para medir los líquidos; se le emplea también para medir los áridos, es decir : los granos, como el trigo, el centeno, la avena, los garbanzos, las alubias y otras materias análogas.

Los *litros* que sirven para medir líquidos tienen la forma representada en la figura de la izquierda, y son generalmente de estaño; los que se emplean para medir áridos tienen la forma representada en la figura de la derecha, y son generalmente de madera.

34. Para **medir** con un **litro** la cantidad de líquido contenido en un vaso, se llena el litro de este líquido tantas veces como sea posible. Por ejemplo, si queremos saber la cantidad de petróleo contenido en un garrafón, se llena un litro con este líquido tantas veces como se pueda, y si se ha llenado *cuatro* veces, sin quedar nada, diremos que el garrafón contiene **cuatro litros** de petróleo.

35. Una medida de **10** *litros* se llama **decalitro.** Una medida de **100** *litros* se llama **hectolitro.**

Tomando el *litro* como unidad, el *decalitro* representará la *decena* y el *hectolitro* la *centena.*

Por consiguiente, podremos escribir un número cualquiera de hectolitros, decalitros y litros en un solo número referido á litros. Basta para ello colocar los hectolitros en el lugar correspondiente á las centenas, los decalitros en el de las decenas, y los litros en el de las unidades. Por ejemplo, 8 *hectolitros* 6 *decalitros* y 5 *litros* se escribirán **865** *litros;* análogamente, 7 *hectolitros* y 4 *litros* se escribirán **704** *litros.*

36. Se usan también en el comercio, para la medida de áridos, *decalitros* de madera, de la forma representada en la figura de la derecha, y algunas veces *hectolitros* de madera ó de palastro.

Hay también medidas más pequeñas que el litro, de las cuales hablaremos más adelante.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 9ª.

1. ¿Para qué sirve el *litro*? — ¿Cuáles son las medidas más grandes que el *litro*?

2. ¿Cómo se procede para medir con un litro la cantidad de líquido contenido en una vasija?

3. ¿Cuántos *litros* tiene un *decalitro*? — ¿Cuántos *litros* tiene un *hectolitro*? — ¿Cuántos *decalitros* tiene un *hectolitro*?

4. Escribir en un solo número 3 *decalitros* y 8 *litros.* — Después, 5 *hectolitros* 8 *decalitros* y 3 *litros.* — Después, 7 *hectolitros* y 6 *litros.*

5. Si en un tonel que contiene un *hectolitro* de vino se echan 35 *litros* de agua, ¿cuántos *litros* de la mezcla habrá en el tonel?

6. Un labrador vende 12 *hectolitros* y 3 *decalitros* de trigo. ¿ Cuántos *litros* son?

7. Si un saco de trigo contiene un *hectolitro*, ¿cuántos *litros* habrá en 25 sacos?

8. Midiendo avena con un *decalitro* han resultado 250 *decalitros*. ¿Cuántos *hectolitros* son?

9. Un comerciante compra 4 sacos de castañas de un *hectolitro* cada uno y los junta con otros dos *decalitros* de la misma mercancía que tenía anteriormente. ¿ Cuántos *litros* de castañas tendrá entonces?

10. La capacidad de las botellas ordinarias es generalmente menor que la de un *litro*. Las botellas de litro son más grandes, y suele distinguírselas por llevar á la extremidad del cuello dos rodetes en vez de uno que llevan las ordinarias. Tres botellas miden 2 litros. — ¿Cuántos litros miden 30 botellas ordinarias? — ¿Cuántas botellas ordinarias se pueden llenar con doscientos litros de vino?

LECCIÓN 10ª.

MEDIDA DEL PESO DE LOS CUERPOS. — EL GRAMO.

37. Para *medir* el *peso* de los cuerpos, se les compara á un peso convenido, bien conocido de todo el mundo, que se llama **gramo**.

Et *gramo* es pues la *unidad* de peso.

38. Más tarde veremos qué peso es este que se llama *gramo*, y cómo se le ha determinado. Por ahora bastará que le demos á conocer, para lo cual le representamos en la figura inmediata en su forma y dimensiones, y diremos

además, que generalmente se hace de latón.

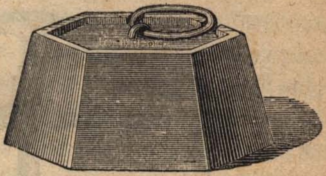
39. Un peso de **10** *gramos* se llama *un* **decagramo**.

Un peso de 100 *gramos* se llama un **hectogramo.**

Un peso de 1000 *gramos* se llama un **kilogramo**.

Es muy conveniente conocer perfectamente el peso llamado **kilogramo,** puesto que es de un uso constante, y para tener una idea aproximada, basta indicar que *un litro* de agua pesa un *kilogramo,* poco más ó menos.

OBSERVACIÓN. — En la figura inmediata representamos la forma más común del kilogramo, pero en dimensiones reducidas, siendo generalmente de hierro fundido.



Se emplean también en el comercio, pesas de 2 gr., de 5 gr., de 10 gr., de 20 gr., de 50 gr., de 100 gr., de 200 gr., que suelen ser de latón, y de la forma representada en la figura 1. Se fabrican también

Fig. 1.

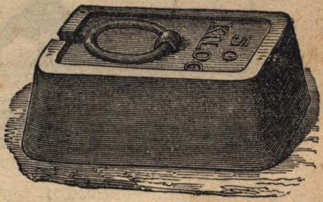


Fig. 2.

pesas de 500 gr., de 2 kilog., de 5 kilog. y de 10 kilog. de hierro fundido y que tienen la forma del kilogramo.

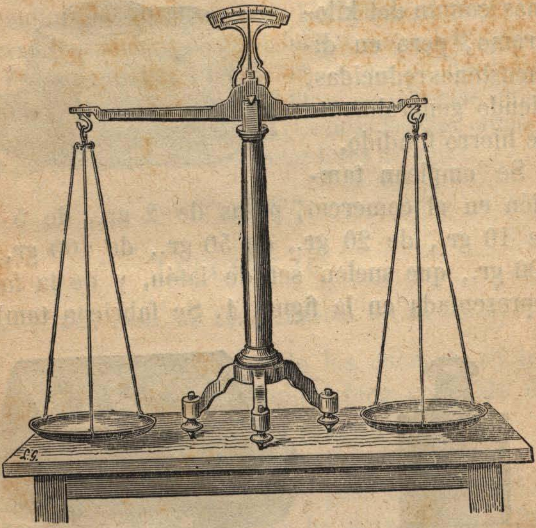
Y por fin, pesas de hierro fundido, de 20 kilog.

y de 50 kilog. de la forma representada en la figura 2.

Un peso de **100** *kilogramos* se llama **quintal métrico.**

Un peso de **1000** *kilogramos* se llama **tonelada métrica.** El *quintal* y la *tonelada* se usan para grandes pesos como la carga de un carro, de un vagón, de un navío.

40. Para medir el peso de un cuerpo, es decir :



Balanza.

para *pesar* este cuerpo, se usa la *balanza.* Para ello se coloca en uno de los platillos de la balanza el cuerpo que se quiere pesar, y en el otro pesas, es decir : *gramos, decagramos,* etc., hasta que dichos platillos se equilibren. Estas pesas representan entonces lo que pesa el cuerpo.

Para pesar cuerpos muy pesados, como un saco de trigo, una barra de hierro, un carro cargado ó vacío, se usan unas balanzas de forma muy diferente de las ordinarias, que se llaman *básculas*.

41. Según lo dicho anteriormente, siendo *el gramo* la *unidad*, el *decagramo* será la *decena*, el *hectogramo* será la *centena*, y el *kilogramo* la *unidad de millar*.

Luego si se quiere escribir en un solo número un peso de 3 *hectogramos* 8 *decagramos* y 6 *gramos*, por ejemplo, se escribirá así : **386** *gramos*. Análogamente, para escribir 4 *kilogramos* 6 *hectogramos* 8 *decagramos* y 5 *gramos*, se escribirá **4 685** *gramos*, y para escribir 6 *kilogramos* y 7 *hectogramos* se *escribirá* **6 700** *gramos*.

Observación. — Se valúan todavía muchos pesos en libras, á pesar de que esta unidad de peso no sea ya la unidad legal. La *libra* castellana vale 460 gramos.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 10ª.

1. ¿Cuál es la *unidad* de peso? — ¿Cómo se llaman los pesos de 10 gramos, de 100 gramos?

2. ¿Cuántos gramos tiene un *hectogramo*? — ¿Cuántos *decagramos*? — ¿Cuántos gramos tiene un *kilogramo*? — ¿Cuántos *hectogramos*? — ¿Cuantos *decagramos*?

3. ¿Á qué se llama *quintal métrico*? — ¿y *tonelada métrica*?

4. ¿Cuánto pesa un *litro* de agua? — ¿Cuánto pesa un *hectolitro* de agua? — ¿Cuánto pesan 1000 *litros* de agua?

5. León ha ido á buscar á una tienda un *kilogramo*

de aceite y 5 *hectogramos* de azúcar. — ¿Cuántos *gramos* pesan las dos cosas juntas?

6. Luisa al salir de la escuela compra en una farmacia 5 *hectogramos* de harina de linaza y 3 *decagramos* de aceite de ricino, y lo pone en su cesto, que pesa ya un *kilogramo*. — ¿Cuánto pesará el cesto entonces?

7. Escribir en un solo número 8 *kilogramos* 6 *decagramos* y 6 *gramos*. — Después, 62 *kilogramos* 5 *hectogramos*. — Escribir en un solo número de kilogramos 6 *quintales métricos* y 32 *kilogramos*. — Después 6 *toneladas* 8 *quintales* y 47 *kilogramos*. — Después 8 *toneladas* 5 *quintales* y 6 *kilogramos*.

8. Un panadero vende en un día 160 panes de un *kilogramo* cada uno y además un pan de 3 *kilogramos*. — ¿Cuántos kilogramos de pan vendió en todo?

9. Un carnicero ha vendido á un destacamento de soldados 4 *quintales métricos* de carne de buey y 75 *kilogramos* de carne de carnero. — ¿Cuál es el total de los *kilogramos* vendidos?

10. Un frasco vacío pesa 1 *hectogramo*. — ¿Cuánto pesará si echamos en él 350 *gramos* de espíritu de vino?

LECCION 11ª.

MEDIDA DEL VALOR DE LOS OBJETOS. — EL FRANCO.

42. Para medir el valor de un objeto, se le compara con el de una moneda de plata que se llama **franco** [1].

1. Citamos aquí el **franco** porque tanto en España como en la América española la unidad monetaria es el franco, ó un múltiplo de éste. Los señores maestros explicarán á los alumnos lo que sea relativo á la ley, peso y especie de monedas de cada país, pues no es posible dedicar para cada nación un capítulo particular.

El **franco** que es, por consiguiente, la unidad de valor, es una aleación de plata y cobre, en la proporción de 835 partes de plata y 165 de cobre, y pesa *cinco gramos.*

43. Además del *franco* se acuñan también las monedas siguientes :

La pieza de *dos francos,* que es de plata;

La pieza de *cinco francos,* que puede ser de plata ó de oro;

La pieza de *diez francos,* que es de oro ;

La pieza de *veinte francos,* que es de oro;

La pieza de *cincuenta francos* y la de *cien francos,* de oro.

Inferiores al franco :

La pieza de *cincuenta céntimos* de franco ó medio *franco,* de plata; se necesitan dos para hacer un franco;

La pieza de *cinco céntimos,* de cobre; se necesitan *veinte* para hacer *un franco;*

La pieza de *diez céntimos,* ó *décima,* de cobre; se necesitan *diez* para hacer *un franco* y equivale, por consiguiente, á *dos* piezas de *cinco céntimos ;*

La pieza de *dos décimas* ó de *veinte céntimos,* de plata. Se necesitan *cinco* para hacer *un franco.*

Hay también el *doble céntimo* y el *céntimo* de franco, de que no nos ocuparemos por ahora.

Observación. — Conviene recordar que la pieza de *cinco céntimos* pesa *cinco gramos.*

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 11ª.

1. ¿Cuál es la *unidad* de *valor* ó *unidad* de *moneda*? — ¿Cuánto pesa?

2. ¿Cuáles son las demás monedas de plata? — ¿Cuáles son las monedas de oro? — ¿Cuáles son las monedas de cobre?

3. ¿Cuántas monedas de 10 francos se necesitan para pagar 100 francos? —¿Y para pagar 1000 francos?

4. ¿Cuántas *décimas* se necesitan para hacer *un franco*? — ¿Cuántas para hacer *diez francos*?

5. ¿Cuántas monedas de *cinco céntimos* se necesitan para hacer *un franco*? — ¿Cuántas para hacer 10 francos? — ¿Cuántas para hacer 100 francos?

6. Luis va á cambiar una moneda de diez francos y le dan 8 piezas de *un franco, diez décimas* y 20 piezas de *cinco céntimos*. ¿Está bien el cambio?

7. Jorge compra *cinco céntimos* de bolas y da para pagar *medio franco*. ¿Cuánto le deben devolver?

8. Adela ha comprado *diez céntimos* de hilo, y da para pagar *un franco* ¿Cuánto la deben devolver?

9. Se ha comprado un caballo, dando en pago 4 billetes de banco de 100 francos y 8 monedas de 10 francos. ¿Cuánto ha costado el caballo?

10. Se ha comprado una casa, pagando su precio en 12 billetes de 1000 francos, 4 billetes de 100 francos, 5 monedas de 10 francos y 3 de un franco. ¿En cuánto se ha comprado dicha casa?

11. Para pesar una carta se han puesto en el platillo de la balanza diez piezas de cinco céntimos. ¿Cuánto pesa?

12. Cuánto pesarían 100 francos en piezas de un franco?

CAPÍTULO III.

PRINCIPIOS DE LAS CUATRO OPERACIONES FUNDAMENTALES. — EJERCICIOS DE CÁLCULO MENTAL.

LECCIÓN 12ª.

ADICIÓN. — DEFINICIÓN Y PRINCIPIOS FUNDAMENTALES.

44. Pablo tiene 25 bolas y Luciano 32; si las juntan, ¿cuántas tendrán entre los dos? — Para saberlo, es necesario reunir en un solo número todas las unidades de 25 y 32.

En una clase hay 8 alumnos en el primer banco, 6 en el segundo, 10 en el tercero y 7 en el cuarto. ¿Cuántos alumnos hay en dicha clase? — Para responder á esta pregunta, es preciso reunir en un solo número todas las unidades de los números 8, 6, 10 y 7.

Se llama **adición** la operación por la cual *se reune en un solo número todas las unidades de dos ó más números dados*. El resultado de esta operación se llama **suma** ó **total** de los números adicionados.

La adición se indica por el signo $+$. Así, $25 + 32$ se lee : 25 más 32.

45. Cuando los números que hay que sumar no son más que dos, puede efectuarse la operación añadiendo al primer número, una á una, todas las unidades del segundo. Así, para sumar **5** con **12**, se dirá : 12 y 1 son 13, 13 y 1 son 14, 14 y 1 son 15,

15 y 1 son 16, 16 y 1 son 17, y como hemos añadido al **12** las 5 unidades del **5**, el número **17**, que nos ha resultado, será la *suma* ó *total* de **12** y **5**.

46. Cuando los números que hay que sumar son muchos, puede sumarse el segundo con el primero, añadir después el tercero á la suma de los dos primeros y así sucesivamente. Por ejemplo, para sumar **7**, **4**, **12** y **8**, añadiremos, una á una, al 7 las 4 unidades del número 4, lo cual nos dará 11; añadiremos después al 11, una á una, todas las unidades del 12, resultando entonces 23, y por fin, añadiremos al 23, una á una, todas las unidades del 8, y obtendremos por resultado final 31; en cuyos número estarán, por consiguiente, reunidas todas las unidades del **7**, **4**, **12** y **8**, siendo, por lo tanto, **31** la **suma** ó **total** de todos ellos.

Observación I. — La suma de varios números es siempre la misma, cualquiera que sea el orden en que se hayan añadido los sumandos. Así, en el ejemplo precedente, si añadimos primeramente el 4 al 12, lo cual da 16, después 8 á 16, lo cual da 24, y por último el 7 al 24, lo cual da 31, volveremos á encontrar la misma suma que anteriormente; lo cual no podía menos de suceder, puesto que el conjunto ó reunión de las unidades de los propuestos no forma más que un solo y único número.

Observación II. — El procedimiento que acabamos de indicar para efectuar la suma de varios números resulta desde luego demasiado largo, aún cuando los números sean pequeños, é impracticable si los sumandos son muy grandes. Es, por consiguiente, necesario conocer otro método más breve para efectuar dicha operación, y de ello nos ocuparemos en las lecciones siguientes.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 12ª.

1. ¿Á qué se llama suma ó adición? —¿Cómo se llama el resultado de esta operación?

2. Un pastor guarda 75 ovejas pertenecientes á un labrador y 47 pertenecientes á otro. —¿Qué operación ha de hacerse para saber cuántas son todas las ovejas que guarda dicho pastor?

3. En el mercado de un pueblo había 260 sacos de trigo, 53 de centeno, 125 de avena y 42 de cebada. Se desea saber cuántos sacos había entre todos ellos. ¿Qué operación tendremos que hacer?

4. Un obrero compra en un almacén de ropas hechas: Una blusa por 5 francos, un pantalón por 8 francos, un chaleco por 4 francos y una gorra por 3 francos. — ¿Qué operación ha de hacerse para saber la suma de lo que tiene que pagar dicho obrero, cuando pase á la caja?

5. Enrique quiere comprar un velocípedo. Tiene 60 francos y le faltan aún 55 francos para poderle pagar. — ¿Qué operación ha de hacerse para averiguar el precio del velocípedo?

6. Pedro tenía 11 años cuando nació su hermanito, que tiene ahora 8 años. — ¿Qué operación ha de hacerse para saber la edad actual de Pedro?

7. Sumar 7 y 6, añadiendo, una á una, al 7, todas las unidades del 6. Contar con los dedos para saber las unidades que se han añadido.

8. Sumar de la misma manera: 8 y 7, 9 y 6, 12 y 4, 13 y 6, 11 y 7, 8 y 13, 9 y 11, 6 y 14, 7 y 17, 8 y 9, 9 y 9.

9. Sumar 3, 7 y 5, y comprobar que la suma es siempre la misma, cualquiera que sea el orden en que se sumen. Sumar de la misma manera: 8, 7, 12 y 5 y hacer la misma comprobación.

LECCIÓN 13ª.

SUMA DE DOS NÚMEROS DE UNA SOLA CIFRA.

TABLA DE SUMAR.

47. Para sumar con facilidad, es necesario ante todo saber de memoria los resultados de las sumas de los números de una sola cifra, tomados dos á dos. Estos resultados están indicados en la tabla siguiente, fácil de construir, y deben aprenderse perfectamente de memoria.

Adición de 2.	*Adición de* 4.	*Adición de* 6.	*Adición de* 8.
1 y 2 son 3	1 y 4 son 5	1 y 6 son 7	1 y 8 son 9
2 y 2 son 4	2 y 4 son 6	2 y 6 son 8	2 y 8 son 10
3 y 2 son 5	3 y 4 son 7	3 y 6 son 9	3 y 8 son 11
4 y 2 son 6	4 y 4 son 8	4 y 6 son 10	4 y 8 son 12
5 y 2 son 7	5 y 4 son 9	5 y 6 son 11	5 y 8 son 13
6 y 2 son 8	6 y 4 son 10	6 y 6 son 12	6 y 8 son 14
7 y 2 son 9	7 y 4 son 11	7 y 6 son 13	7 y 8 son 15
8 y 2 son 10	8 y 4 son 12	8 y 6 son 14	8 y 8 son 16
9 y 2 son 11	9 y 4 son 13	9 y 6 son 15	9 y 8 son 17

Adición de 3.	*Adición de* 5.	*Adición de* 7.	*Adición de* 9.
1 y 3 son 4	1 y 5 son 6	1 y 7 son 8	1 y 9 son 10
2 y 3 son 5	2 y 5 son 7	2 y 7 son 9	2 y 9 son 11
3 y 3 son 6	3 y 5 son 8	3 y 7 son 10	3 y 9 son 12
4 y 3 son 7	4 y 5 son 9	4 y 7 son 11	4 y 9 son 13
5 y 3 son 8	5 y 5 son 10	5 y 7 son 12	5 y 9 son 14
6 y 3 son 9	6 y 5 son 11	6 y 7 son 13	6 y 9 son 15
7 y 3 son 10	7 y 5 son 12	7 y 7 son 14	7 y 9 son 16
8 y 3 son 11	8 y 5 son 13	8 y 7 son 15	8 y 9 son 17
9 y 3 son 12	9 y 5 son 14	9 y 7 son 16	9 y 9 son 18

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 13ª.

1. Ejercicios sobre la tabla de sumar. ¿Cuántos son 3 y 2; 5 y 6; 8 y 4; 7 y 5; etc., etc.?

2. María ha ganado 4 premios en la clase de la mañana y 3 en la de la tarde. ¿Cuántos premios ha ganado en todo el día?

3. Un peón ha andado 6 kilómetros por la mañana y 8 por la tarde. ¿Cuántos kilómetros ha andado en todo el día?

4. Una labradora ha vendido en el mercado 7 francos de manteca y 5 francos de huevos. ¿Cuánto importa todo?

5. Un obrero gana 8 francos de jornal y su mujer 3 francos. ¿Cuánto importa el jornal de los dos?

6. Por una estación de ferrocarril pasan cada día 8 trenes de viajeros y 4 de mercancías. ¿Cuántos trenes son en todo?

7. En una caja, que pesa 3 kilogramos estando vacía, se ponen 9 kilogramos de macarrones. ¿Cuánto pesará después?

8. La tela para un traje de un niño ha costado 8 francos, y se han pagado además 7 francos por forros y hechura. ¿Cuánto ha costado dicho traje?

9. Ernesto tenía 6 años cuando nació su hermano, que tiene ahora 5 años. ¿Cuántos años tiene Ernesto ahora?

10. Un librero compra una obra en 9 francos, y quiere venderla ganando 4 francos. ¿Qué precio debe ponerla?

11. El vestido de Luisa cuesta 6 francos y el de su hermana 2 francos más. ¿Cuánto cuestan los dos juntos?

LECCIÓN 14ª.

PRINCIPIOS Y EJERCICIOS DE CÁLCULO MENTAL SOBRE LA ADICIÓN DE NÚMEROS PEQUEÑOS

48. Se llama **cálculo mental**, el cálculo que se hace de memoria, ó sea sin escribir nada.

Es muy conveniente estar acostumbrados á sumar de memoria números que no sean muy grandes, y desde luego es indispensable, para poder efectuar las sumas escritas, que sepamos sumar, de memoria, un número de una sola cifra á otro de dos.

49. REGLA. — Para sumar un número de una sola cifra con otro de dos, *se añade el primero á las unidades del segundo.* Ejemplo : para sumar 23 y 4 se dirá : 3 y 4 son 7; luego 23 y 4 son 27. Del mismo modo : 42 y 6 son 48, puesto que 2 y 6 son 8; 74 y 5 son 79 puesto que 4 y 5 son 9.

Del mismo modo, para sumar 17 y 8, se dirá : 7 y 8 son 15; luego 17 y 8, que son tanto como 10 y 15, serán 25. Para sumar 47 y 6 se dirá : 7 y 6 son 13; luego 47 y 6, que son tanto como 40 y 13, serán 53.

50. Vamos ahora á sumar, sin escribir nada, dos números de dos cifras.

51. 1ª REGLA. — Para sumar mentalmente dos números exactos de decenas, es decir dos números como 20, 30, 40, 50, etc., etc., *se les suma como se sumarían los mismos números de unidades.* Por ejemplo, 20 y 40 son 60, puesto que 2 decenas y 4 decenas son 6 decenas. Del mismo modo, 5 decenas y 3 decenas son 8 decenas, ó sea : 50 y 30 son 80.

52. 2ª REGLA. — Para sumar mentalmente un número de dos cifras con un número exacto de decenas, *basta añadir á las decenas del primer número las decenas del segundo, y conservar las unidades del primero.* Por ejemplo, para sumar 24 y 30, se dirá : 20 y 30 son 50; y las 4 unidades

del 24, son 54. Del mismo modo, para sumar 57 y 40, se dirá : 50 y 40 son 90; luego 57 y 40 son 97. Del mismo modo : 72 y 60 son 132 puesto que 70 y 60 son 130.

53. 3ª Regla. — Para sumar mentalmente dos números cualesquiera de dos cifras, *se añaden al primero las decenas del segundo, y después se añaden al resultado las unidades del segundo.* Ejemplos : para sumar 14 y 25, diremos : 14 y 20 son 34; 34 y 5 son 39. Para sumar 43 y 28, diremos también : 43 y 20 son 63; 63 y 8 son 71. Del mismo modo : 67 y 52 son 119, puesto que 67 y 50 son 117; y 117 y 2 son 119.

54. Observación. — Para calcular mentalmente con facilidad, es necesario saber usar, en ciertos casos, procedimientos abreviados. Por ejemplo, si se quiere añadir 9 á un número, vemos inmediatamente que el resultado se obtendrá aumentando en 1 la cifra de las decenas de dicho número, y disminuyendo en 1 la cifra de las unidades. Así, 46 y 9 son 55, puesto que 46 y 10 son 56; 73 y 9 son 82, puesto que 73 y 10 son 83. Del mismo modo : 28 y 19 son 47, puesto que 28 y 20 son 48; 57 y 39 son 96, puesto que 57 y 40 son 97.

Cuando se tienen que sumar muchos números, se simplifica á veces el cálculo invirtiendo el orden de las sumas. Por ejemplo, para sumar mentalmente 12, 5, 8 y 23, será más sencilla la operación efectuándola en el orden siguente : 12, 8, 23, y 5, que en el propuesto. Y así, diremos : 12 y 8 son 20, 20 y 23 son 43, 43 y 5, son 48.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 14ª.

1. ¿Cuál es el objeto del cálculo mental?

2. ¿Qué se hace para sumar mentalmente un número de dos cifras con otro de una sola?

Aplicar dicho procedimiento á las sumas siguientes : 13 y 5; 14 y 4; 23 y 6; 34 y 5; 45 y 3; 54 y 4; 61 y 7; 70 y 3; 70 y 8; 81 y 7; 92 y 7; 93 y 4; 94 y 5; 17 y 4; 18 y 6; 32 y 8; 39 y 4; 43 y 8; 44 y 9; 58 y 6; 74 y 8; 86 y 5; 89 y 6; 94 y 7; 98 y 3; 99 y 8, etc.

3. Ejercitarse en contar de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, etc., á partir de un número dado.

4. Sumar, sin escribir nada, 20 y 30; 40 y 10; 50 y 40; 60 y 30; 70 y 50; 80 y 60; 80 y 70; 90 y 30; 90 y 80.

5. ¿Cómo se suma mentalmente un número exacto de decenas con un número de dos cifras?

Sumar por este procedimiento : 17 y 30; 25 y 40; 36 y 20; 49 y 50; 72 y 40; 85 y 60; 91 y 10; 98 y 70.

6. ¿Cómo se suma mentalmente un número de dos cifras con otro de otras dos?

Aplicar esta regla á los ejemplos siguentes : 11 y 32; 16 y 24; 18 y 17; 26 y 41; 35 y 15; 38 y 42; 46 y 21; 54 y 18; 59 y 21; 62 y 13; 74 y 16; 75 y 41.

Responder de palabra á las preguntas siguientes :

7. Un tren debe llegar á las 6 y 15 minutos; pero trae 20 minutos de retraso. ¿Á qué hora llegará suponiendo que su retraso ni aumente ni disminuya?

8. Un niño ha copiado una lección de 16 renglones y otra de 30. ¿Cuántos renglones ha copiado?

9. Un caballo ha andado 18 kilómetros para ir de un pueblo á otro, y á la vuelta ha tomado un camino que tiene 5 kilómetros más que el primero. — ¿Cuántos kilómetros habrá andado para volver? — ¿Cuántos kilómetros habrá andado entre ida y vuelta?

10. Preguntando á un adornista cuánto costaría la reparación de una sala, respondió : empapelar la sala costará 16 francos, la pintura de puertas, ventanas y marcos 23 francos, la limpieza del techo 4 francos. — ¿Cuál será el gasto total?

11. Un cosechero ha cogido 24 toneles de vino, y su vecino ha cogido 17 más que él. — ¿Cuántos toneles ha cogido el segundo cosechero? — ¿Cuántos toneles han cogido entre los dos?

12. Un dependiente de una zapatería lleva á un parroquiano : un par de botinas de 22 francos, un par de zapatos de 16 francos, y unas polainas de 16 francos. — ¿Cuánto dinero le tiene que dar el parroquiano?

13. Para hacer un traje á un muchacho, se han gastado : 14 francos en el paño, 3 francos en forro, 2 francos en botones, y 13 francos en la hechura. — ¿Cuánto cuesta dicho traje?

14. En una caja vacía, que pesaba 3 kilogramos, se puso un pilón de azúcar de 12 kilogramos de peso, 6 kilogramos de arroz, 3 kilogramos de aceite de oliva, 7 kilogramos de aceite de quemar y 1 kilogramo de paja para el embalaje; y después se entregó á un mozo para que la condujera al ferrocarril. Éste pretendía que la caja cargada pesaba 34 kilogramos. — ¿Se equivocaba? — ¿En cuánto?

15. Un obrero y su mujer van á una almoneda y compran : un colchón por 45 francos, una manta de lana por 18 francos, una almohada por 5 francos y una cómoda por 80 francos. — ¿Cuánto tienen que pagar por todo?

16. Un comerciante ha hecho seis ventas durante una mañana; la primera de 42 francos, la segunda de 14 francos, la tercera de 23 francos, la cuarta de 21 francos, la quinta de 12 francos, y la sesta de 30 francos. ¿Cuánto ha recibido por todas ellas?

LECCION 15ª.

SUSTRACCIÓN. — DEFINICIÓN Y PRIMEROS PRINCIPIOS.

55. Luisa tenía que hacer el dobladillo á 24 pañuelos; lo ha hecho á 17. — ¿Cuántos ha de hacer todavía? Para saberlo, es necesario averiguar cuántas unidades faltan al número 17 para tener tantas como el 24. Ó bien, cuántas unidades quedarían en 24, si quitáramos las del número 17.

Alberto tenía 30 premios; pero su maestro le recoge 12. — ¿Cuántos tiene ahora? — Para saberlo, es necesario quitar 12 unidades de 30. Ó bien, buscar un número que añadido á 12 dé 30 por resultado.

La **sustracción** es una operación que tiene por objeto *averiguar cuántas unidades deben añadirse á un número para que resulte otro conocido.* O bien, *quitar de un número tantas unidades como tiene otro.* El resultado de esta operación se llama **resto** ó **residuo**, y también **exceso** del número mayor sobre el menor, ó bien **diferencia** entre los dos números.

La sustracción se indica colocando el signo — entre el número mayor y el menor. Así, **15 — 6** significa 15 *menos* 6, ó 15 *disminuído* en 6.

56. Para saber efectuar una sustracción, es necesario ante todo *saber* restar un número de una sola cifra de otro número que no exceda de 18.

Sea, por ejemplo, *restar* **4** de **9**. Podríamos verificar esta operación quitando del 9, una á una, todas las unidades del 4; para lo cual diríamos : 9 menos 1 da 8; 8 menos 1 da 7; 7 menos 1 da 6; 6 menos 1 da 5; y como ya hemos quitado del 9 todas las unidades del 4, el resultado **5** es el **resto** que buscábamos. Pero es más conveniente *buscar un número que, añadido á 4, dé 9.* La tabla de sumar nos indica que este número es **5**.

Sea también, *restar* **8** de **15**. Podríamos restar de 15, una á una, 8 unidades. Pero es más sencillo buscar el número que, añadido á 8, dé 15. La tabla de sumar nos indica que este número es **7**, y, por consiguiente, el **resto** de esta sustracción, ó el **exceso** de **15** sobre **8**, es **7**.

Análogamente, la diferencia entre **13** y **8** es **5**, puesto que 8 y 5 dan 13; la diferencia entre **17** y **8** es **9**, puesto que 8 y 9 hacen 17.

Vemos, pues, por estos ejemplos, que para hacer esta clase de sustracciones, que son la base de las demás, basta saber de memoria la tabla de sumar.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 15ª.

1. ¿Qué es la *sustracción?* — ¿Cómo se llama el resultado de esta operación?

2. Una persona tenía 75 francos en su portamonedas; pero habiendo entrado en una tienda, gasta 48. ¿Qué operación hay que hacer para saber cuántos tiene al salir de la tienda?

3. Un propietario ha llenado 54 toneles con su cosecha de vino; vende 38. ¿Qué operación hay que hacer para saber cuántos toneles le quedan después de la venta?

4. Un niño tiene 16 francos, y quiere comprar un libro

que vale 25. ¿Qué operación hay que hacer para saber cuántos le faltan?

5. Ejercitarse en restar un número de una sola cifra de otro menor que 18, por ejemplo, restar 3 de 5, 4 de 7, 6 de 13, 8 de 12, 5 de 17, etc., etc.

6. Un ganadero ha conducido á la feria 15 corderos y ha vendido 6. ¿Cuántos le quedan?

7. Un albañil tiene que hacer una pared de 16 metros de largo; ha hecho ya 9 metros. ¿Cuántos le quedan por hacer?

8. María tiene 5 años menos que su hermano, que tiene 13 años. ¿Qué edad tiene María?

9. Un obrero, cuyo salario es de 10 francos por día, gana 7 francos más que su mujer. ¿Cuánto gana su mujer?

10. Un tren, que sale de Nantes á las 6 de la mañana, llega á Tours á las 11 de la misma. ¿Qué tiempo ha empleado para recorrer el trayecto?

11. En 15 días un obrero no ha podido trabajar más que 8 días. ¿Cuántos jornales ha perdido?

12. Son las 7 de la noche, y tenemos que llegar á cierto punto á las 11 de la misma. — ¿Cuántas horas de viaje nos faltan aún?

LECCIÓN 16ª.

PRINCIPIOS Y EJERCICIOS DE CÁLCULO MENTAL SOBRE LA SUSTRACCIÓN.

Es muy conveniente saber efectuar mentalmente las sustracciones entre números pequeños.

57. Por de pronto, es necesario saber restar, sin escribir nada, *un número de una sola cifra de un número de dos cifras mayor que 18.*

1ª Regla. 1er *caso.* — *El número de una sola cifra es menor que las unidades del número de dos cifras.* En este caso, *se resta el primer número de las unidades del segundo.* Por ejemplo, para restar **6** de **39**, se dirá : 6 restado de 9 da por resto 3; luego restando 6 de 39 dará por resto **33**. Análogamente, **5** restado de **57** da **52** por residuo, puesto que 5 restado de 7 da 2.

2º *caso.* — *El número de una sola cifra es mayor que las unidades del número de dos cifras.* En este segundo caso, *se aumenta en* 10 *la cifra de las unidades del número mayor, se resta del resultado el número menor, y se rebaja una decena del número mayor.* Por ejemplo, si quisiéramos restar **8** de **42**, observaríamos que 42 es igual a 30 más 12; pero como 8 restado de 12 da 4, 8 restado de 42 dará **34**. Análogamente, para restar **7** de **65**, diremos : 65 es igual á 50 más 15; y como 7 restado de 15 da 8, 7 restado de 65 dará **58**.

58. 2ª Regla. — Para restar mentalmente dos números exactos de decenas, como **20**, **30**, **50**, **70**, **80**, *se restan las decenas del menor de las decenas del mayor.* Así, **30** restado de **50** da **20** por resto, porque 3 decenas restadas de 5 decenas dan por resto 2 decenas, del mismo modo que 3 unidades restadas de 5 unidades dan por resto 2 unidades. Análogamente, si se resta **20** de **70**, el residuo será **50**, porque 2 restado de 7 da 5.

59. 3ª Regla. — Para restar, sin escribir nada, un número exacto de decenas de un número de dos cifras, *se restan las decenas del primero de las*

decenas del segundo, y se añaden al residuo las unidades de este segundo número. Por ejemplo, para restar **40** de **67**, se dirá : 40 restado de 60 da 20 por resto ; luego 40 restado de 67 dará por resto **27**. Análogamente, para restar **50** de **93**, se restará 50 de 90, lo que da 40 ; luego 50 restado de 93 dará **43**.

60. 4ª Regla. — Para restar mentalmente dos números de dos cifras, *se restan del mayor las decenas del menor, y después se restan del resultado las unidades del menor.* Sea, por ejemplo, restar **26** de **58**. Diremos : 20 restado de 58 da por resto 38 ; y 6 restado de 38 da por resto 32 ; luego **32** es la diferencia entre 58 y 26. Análogamente, para restar **49** de **74**, diremos : 40 restado de 74 da 34 ; 34 menos 9 da 25 ; luego 49 restado de 74 da por resultado **25**.

Observación. — Como veremos más adelante, para efectuar las sustracciones por escrito basta que sepamos restar de memoria un número de una cifra de otro que no pase de 18. Sin embargo, es muy útil poder efectuar mentalmente las sustracciones de los números de una y dos cifras, aun que excedan de aquel límite, y recomendamos que se ejerciten en esta clase de cálculo los alumnos.

EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 16ª.

1. Efectuar mentalmente las sustracciones siguientes :

19 — 16;	27 — 5;	34 — 5;	48 — 5;	59 — 7;
66 — 4;	74 — 4;	98 — 7;	20 — 7;	22 — 5;
37 — 9;	46 — 7;	50 — 3;	63 — 9;	76 — 8;

92 — 6;	20 — 10;	30 — 10;	50 — 20;	80 — 50;
90 — 70;	19 — 10;	23 — 10;	47 — 20;	58 — 10;
66 — 30;	83 — 50;	96 — 70;	99 — 20;	18 — 12;
21 — 14;	37 — 24;	46 — 16;	50 — 22;	55 — 47;
65 — 35;	69 — 42;	76 — 18;	86 — 64;	85 — 49;
90 — 68;	95 — 29;	99 — 61, etc.		

Responder de palabra á las preguntas siguientes :

2. Una persona que tenía una pieza de lienzo de 28 metros de largo, emplea 14 metros en hacer camisas. ¿Cuántos metros le quedan?

3. Un criado á quien han pagado su salario, que son 50 francos, compra un par de zapatos que le cuestan 15 francos. ¿Cuánto dinero le queda aún?

4. En el curso elemental hay 36 alumnos. ¿Cuántos tendríamos que hacer pasar del curso medio para que hubiera en él 58 alumnos?

5. Un viajero toma un billete del ferrocarril que le cuesta 26 francos, y da para pagarlo un billete de 50 francos. ¿Cuánto le han de devolver?

6. Luis XI murió á los 60 años y su hijo Carlos VIII tenía entonces 13 años. ¿Qué edad tenía Luis XI cuando nació Carlos VIII.

7. Una vendedora ha comprado un pescado por 65 céntimos de francos. ¿En cuánto le ha de vender para ganar 25 céntimos?

8. Un comerciante de objetos de escritorio vende una caja de plumas en 80 céntimos y gana 35 céntimos. ¿Cuánto le ha costado dicha caja?

9. Julio y Luis reunen todas sus bolas en un saco, que contiene entonces 54 bolas. Julio ha puesto 32. ¿Cuántas ha puesto Luis?

10. Un labrador, que ha recogido 84 quintales métricos de avena, necesita 31 quintales al año para mantener sus caballos. ¿Cuántos puede vender?

11. Juana, que tiene 76 francos, tiene 45 francos más que su hermana. ¿Cuántos tiene ésta?

12. El mes de enero tiene 31 días. ¿Qué fecha es la del día 56º del año?

13. Carlo Magno, que reinó 46 años, tenía 72 años al morir¿ Á qué edad subió al trono?

14. De una pieza de tela de 34 metros de largo se han vendido 10 metros. ¿ Qué longitud tiene el trozo que queda?

15. Hay 32 años de diferencia entre dos personas, de las cuales la mayor tiene 73 años. ¿Cuántos años tiene la más joven?

LECCION 17ª.

EJERCICIOS DE CÁLCULO MENTAL SOBRE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN COMBINADAS.

61. Principios de cálculo. — Para restar de un número la suma de otros varios, se puede operar de dos maneras : 1º *se puede efectuar la suma y restar el resultado del número dado* ; 2º *se pueden restar de este mismo número, uno después de otros y en un orden cualquiera, los diversos sumandos.*

Sea, por ejemplo, restar de **64** la suma de **8, 12** y **16**. Efectuando esta suma, hallaremos 36, y restando 36 de 64, hallaremos por resto final **28**.

Pero también podríamos restar sucesivamente de 64 los números 8, 12 y 16, tomados en un orden cualquiera. Así, si restamos primero el 8 de 64, hallaremos 56 por residuo; restando después 16 de 56, hallaremos 40; y por último, restando 12 de 40, hallaremos 28 como resto final.

Observación. — Se pueden también formar

grupos de dos ó más sumandos con los que componen la suma que ha de restarse, efectuar después las sumas de cada uno de estos grupos, y restar sucesivamente los resultados obtenidos.

Sea, por ejemplo, restar de **87** la suma de los números **22, 10, 18, 7** y **14.** Sumemos primero 22 y 18, de donde resulta 40; después 10 y 7, de donde resulta 17. Restemos después 17 de 87, y hallaremos 70; después restemos 40 de 70, y se obtendrá 30; y por último, restemos 14 de 30, lo que da **16** que será el resultado pedido.

En los ejercicios que siguen hallaremos ejemplos de estas agrupaciones que permiten simplificar el cálculo mental.

EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 17ª.

1. En una escuela de niños, cuya matrícula consta de 85 alumnos, han faltado ayer 5 en el curso elemental, 4 en el curso medio y 6 en el curso superior. ¿Cuántos alumnos había ayer en dicha escuela?

2. Una persona compra en una tienda de ropas hechas: un pantalón por 18 francos, una gorra por 4 francos, unos calzoncillos por 5 francos, y 5 pares de medias por 8 francos todas; da en pago 2 monedas de 20 francos. ¿Cuánto le han de devolver?

3. Este año me han impuesto 76 francos de contribución; pero ya he pagado al recaudador tres partidas: una de 20 francos, otra de 14 y otra de 22. ¿Cuánto le tengo que dar todavía?

4. Un labrador debe al herrero 7 francos por una compostura de un arado, y 14 francos por los herrajes de la puerta de su granja. Por su parte, el herrero debe al labrador 18 francos por un hectólitro de vino, y 5 francos por

un saco de patatas. ¿Cuál de los dos tiene que pagar al otro, y cuánto?

5. Un ómnibus tiene 14 asientos en el interior. Á la salida, el interior está lleno, y 5 viajeros han dado correspondencias (es decir : billetes que indican que han pagado sus asientos en carruajes que corresponden con éste). En la primera estación bajan del interior 8 pasajeros y suben otros 8, de los cuales 3 dan correspondencias. En la estación siguiente bajan 5 pasajeros y suben otros 5, de los cuales 2 dan correspondencia. Se desea saber cuántos asientos ha cobrado el conductor en efectivo.

6. Una compañía de infantería tiene 120 hombres, contando los oficiales, sargentos y cabos. Hay 3 oficiales, 6 sargentos y 8 cabos. ¿Cuántos soldados hay?

7. En 1883 nacieron en un pueblo 48 niños y 41 niñas, y murieron 32 varones y 38 hembras ¿Cuál fué el aumento de población?

8. El 1º de abril de 1882, salió el sol á las 5 horas y 40 minutos y se puso á las 6 horas y 29 minutos. ¿Cuál ha sido la duración del día? El 2 de abril de 1882, el sol salió á las 5 horas y 38 minutos y se puso á las 6 horas y 30 minutos. ¿En cuánto ha aumentado la duración del día desde el día 1º al día 2 de abril de 1882?

9. Si de la altura de la más alta pirámide de Egipto se resta la altura de la columna de Vendome, que tiene 45 metros, resultará un número igual al de la altura de la veleta de la catedral de Amiens, que es de 100 metros. ¿Cuál es la altura de dicha pirámide?

LECCIÓN 18ª.

MULTIPLICACIÓN. — DEFINICIÓN Y PRIMEROS PRINCIPIOS. TABLA DE PITÁGORAS.

62. En una clase hay 6 mesas, y en cada mesa hay sentados 8 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en

la clase? Para responder á esta pregunta es necesario repetir **6** veces el numero **8**, ó sea : sumar **6** números iguales á **8**.

De la misma manera, si se quiere conocer cuánto pesan **10** pilones de azúcar, sabiendo que cada uno de ellos pesa **7** kilogramos, bastará repetir **10** veces **7** kilogramos; es decir, sumar **10** números iguales á 7.

Análogamente, si se necesitan **2** hectolitros de trigo para sembrar **1** hectárea de tierra, ¿cuántos hectolitros se necesitarán para sembrar un campo de **6** hectáreas? Para averiguarlo, tendríamos que repetir **2** hectolitros **6** veces, ó sea, tomar **6** veces por sumando el 2.

La **multiplicación** es una operación que tiene por objeto *repetir un número llamado* **multiplicando** *tantas veces como unidades tiene otro llamado* **multiplicador**. Así, multiplicar **5** por **3**, es repetir 3 veces el número 5. De la misma manera, multiplicar **254** por **72**, es repetir 72 veces el número 254.

63. El resultado de una multiplicación se llama el **producto** de los dos números propuestos, y estos números se llaman los **factores** del producto. Por ejemplo, si se multiplica **5** por **3**, es decir, si se repite 3 veces el número 5, el resultado, que es **15**, se llama el *producto* de **5** por **3**; **5** es el *multiplicando*, **3** el *multiplicador*, y estos dos números son los **factores** del producto **15**.

La multiplicación se indica por medio del signo $\times$. Así, **7** $\times$ **9** significa el producto de **7** por **9**, y se lee : **7** *multiplicado por* **9**.

64. Para poder multiplicar dos números cualesquiera, es necesario ante todo saber multiplicar, uno por otro, dos números de una sola cifra.

Sea, por ejemplo, multiplicar **6** por **4**. Podemos encontrar el producto pedido sumando 4 números iguales á 6, diciendo : 6 y 6 son 12; 12 y 6 son 18; 18 y 6 son 24; pero como para efectuar las multiplicaciones más complicadas, es necesario saber de memoria todos los productos de esta clase, se les reune en una tabla, que se aprende perfectamente de memoria.

65. Tabla de Pitágoras. — Para construir esta tabla, se escriben los nueve primeros números sobre una línea horizontal; se suma después cada uno de estos números consigo mismo, y se escriben los resultados debajo de los primeros. Esta segunda línea contiene entonces los productos de los nueve primeros números por *dos*. Se suma cada número de la primera línea con su correspondiente de la segunda, y se forma así una tercera línea, que contiene los productos de los nueve primeros números por *tres*. Se continúa del mismo modo, *añadiendo siempre cada número de la primera línea á su correspondiente de la que se acaba de formar*, y se obtiene así un cuadro, en que cada línea horizontal contiene los productos de los nueve primeros números por el número con que empieza dicha línea.

Para hallar, por medio de esta tabla, el producto de dos números de una cifra, por ejemplo, el de **6** por **4**, se toma el número 6 en la primera línea horizontal, y se desciende verticalmente hasta la línea horizontal que empieza por el 4, hállandose de este modo que **24** es el producto pedido.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

De la misma manera, para hallar el producto de **8** por **7**, se toma el 8 en la primera línea horizontal, y se desciende verticalmente hasta la línea horizontal que empieza por el 7, resultando así que el producto pedido es **56**.

LECCIÓN 19ª.

PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA MULTIPLICACIÓN.

66. La tabla de Pitágoras nos demuestra que el producto de 7 por 4, por ejemplo, es el mismo que el de

4 por 7, puesto que estos dos productos son iguales á 28. De la misma manera, el producto de 6 por 3 es 18, y el de 3 por 6 es también 18; y lo mismo sucede con todos los demás productos de la tabla.

Este hecho se verifica también en todos los productos de dos números, y, por lo tanto, es un principio general que se enuncia de este modo :

El producto de dos números no cambia cuando se invierte el orden de los factores.

Es muy fácil explicarse por qué sucede así. Coloquemos para ello 3 filas de 5 bolas cada una, como las representamos á continuación :

• • • • •

• • • • •

• • • • •

Aquí tenemos 3 veces 5 bolas; pero también hay 5 filas de 3 bolas, y, por consiguiente, 5 veces 3 bolas. 3 veces 5 bolas y 5 veces 3 bolas dan, pues, el mismo número, que es el de las bolas que hemos colocado sobre el suelo.

Según este principio, 8 metros de tela á 6 francos el metro cuestan lo mismo que 6 metros de tela á 8 francos el metro.

De la misma manera, si se quiere averiguar el peso total de 35 cajas de té, cada una de las cuales pesa 20 kilogramos, se podrá repetir 35 kilogramos 20 veces, en lugar de repetir 20 kilogramos 35 veces; y así será más fácil la operación.

Observación. — Cuando se aprende de memoria la tabla de multiplicar, no debe invertirse el orden de los factores. Así, cuando se pregunta á un niño cuál es el producto de 8 por 4, es necesario que éste conteste sin vacilar, y sin pensar siquiera en el de 4 por 8.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 19ª.

1. ¿Cuál es el objeto de la *multiplicación*? ¿Cómo se llama el resultado de esta operación? ¿Á qué se llama *multiplicando*? ¿Á qué se llama *multiplicador*? ¿Á qué se llama *factores* de un *producto*?

2. Ejercicios sobre la tabla de Pitágoras, hasta que se diga sin vacilar el producto de dos números cualesquiera de una sola cifra.

3. Decir inmediatamente cuánto cuestan : 2 kilogramos de té à 8 francos el kilogramo, 6 cajas de plumas á 3 francos la caja, 5 lenguados á 3 francos cada uno, 8 kilogramos de aceite á 3 francos el kilogramo, 4 pares de zapatos á 9 francos el par, 5 metros de paño á 5 francos el metro, 8 camisas á 6 francos cada una, 9 kilogramos de carne á 2 francos el kilogramo, 8 pares de guantes á 3 francos el par, 8 docenas de platos de porcelana á 7 francos la docena.

4. Una madre ha repartido algunas nueces entre sus 4 hijos, y cada uno ha recibido 9. — ¿Cuántas eran las nueces repartidas?

5. En una sala de una fonda hay 7 mesas con 8 cubiertos cada una. ¿Cuántos cubiertos hay en la sala?

6. Un albañil ha tardado 6 días en hacer una pared, de la cual hacía cada día una longitud de 4 metros. ¿Cuál es la longitud total de esta pared.

7. 8 obreros han tardado 7 días en hacer cierto trabajo. — ¿Cuánto hubiera tardado un obrero solo?

8. Un viajero, que anda 6 kilómetros por hora, ha tardado 9 horas en recorrer cierto trayecto. — ¿Cuál es la distancia recorrida?

LECCIÓN 20ª.

EJERCICIOS DE CÁLCULO MENTAL SOBRE LA MULTIPLICACIÓN.

67. Como veremos más adelante, para hacer por escrito una multiplicación cualquiera, basta saber de memoria la tabla de Pitágoras; pero es muy conveniente saber hallar mentalmente los productos de los números de dos cifras por los números de una sola cifra.

1° *Producto de un número formado por una cifra significativa seguida de un cero por un número de una sola cifra.* Para hallar un producto de esta clase, *se multiplican las decenas del multiplicando por el multiplicador, y se hace representar decenas al producto obtenido.*

Por ejemplo, para multiplicar **40** por **3**, se dice : 3 por 4 son 12; luego 3 veces 4 decenas serán 12 decenas ó **120**.

De la misma manera, **7** veces **60** son **420**, puesto que 7 por 6 son 42.

Análogamente, **5** por **80** son **400**, porque 5 por 8 son 40.

2° *Producto de un número de dos cifras por un número de una sola cifra.* Para efectuar mentalmente este producto, *se multiplican las decenas del multiplicando por el multiplicador, y se añade al producto que se obtenga el producto de las unidades del multiplicando por el multiplicador.*

Por ejemplo, para multiplicar **23** por **4** se dirá 4 por 20 son 80; 4 por 3 son 12; 80 y 12 son **92**.

De la misma manera, para multiplicar mentalmente **47** por **5**, diremos : 5 por 40 son 200; 5 por 7 son 35; 200 y 35 son **235**.

Análogamente, para multiplicar **72** par **8**, diremos : 8 por 70 son 560; 8 por 2 son 16; 560 y 16 son **576**.

68. La multiplicación de un número cualquiera por un número formado por la unidad seguida de uno ó más ceros es muy fácil de efectuar mentalmente.

1° *Multiplicar un número cualquiera por* 10.

Para efectuar esta multiplicación, *basta que hagamos representar decenas al multiplicando*. Por ejemplo, para multiplicar **58** por **10**, diremos : el producto de 58 por 10 es el mismo que el de 10 por 58; pues el producto de 10 ó de una decena por 58 son **58** decenas, ó sea **580**.

2° *Multiplicar un número por* 100, *por* 1 000, *por* 10 000, etc., etc.

Basta para ello *hacer que el multiplicando represente centenas, unidades de millar, decenas de millar, etc., etc.*

Por ejemplo, para multiplicar **34** por **100** bastará que el multiplicando 34 represente centenas, y resultará, por lo tanto, **3 400**.

De la misma manera, **72** multiplicado por **1 000** da **72 000**.

EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 20ª.

1. Efectuar mentalmente los productos siguientes :

20 × 3; 50 × 4; 30 × 7; 70 × 4; 80 × 6; 30 × 9; 50 × 8; 90 × 8; 90 × 9; 11 × 4; 12 × 8; 13 × 5; 15 × 5; 16 × 5; 22 × 6; 25 × 3; 45 × 5; 48 × 3;

56×2; 64×5; 6×10; 7×100; 25×100; 34×1000; 560×10; 55×100; 8×10000; 138×100, etc., etc.

Responder, de palabra, á las preguntas siguientes :

2. El día se divide en 24 horas. ¿Cuántas horas tienen 3 días?

3. ¿Cuántos huevos hay en 6 docenas de huevos?

4. Un tren anda 60 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 4 horas?

5. Una labradora ha vendido 16 kilogramos de manteca á 3 francos el kilogramo. ¿Cuánto dinero ha de recibir?

6. Un obrero gana 6 francos al día. ¿Á cuánto asciende el importe de 15 jornales?

7. La semana tiene 7 días. Una familia consume diariamente 1 franco de pan. ¿Cuánto costará el pan necesario á esta familia durante 12 semanas?

8. ¿Cuánto cuestan 19 sacos de coke á 2 francos el saco?

9. ¿Cuánto cuesta un hectolitro de cognac á 4 francos el litro? (nº 35).

10. ¿Cuántos francos hay en 34 monedas de 5 francos?

11. El mercurio, comúnmente llamado azogue, es un metal líquido muy pesado; un litro de mercurio pesa unas 14 veces más que un litro de agua, que ya sabemos (nº 39) que pesa un kilogramo. ¿Cuánto pesarán 6 litros de mercurio?

12. Para pagar una tierra que se ha comprado, se han entregado 24 billetes de 100 francos. ¿Cuánto ha costado dicha tierra?

13. Un vagón tiene una carga de 27 quintales métricos. ¿Cuántos kilogramos son? (nº 39).

PROBLEMAS PARA RESOLVER, DE PALABRA, SOBRE LA ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN COMBINADAS.

1. Tomás el labrador debe al herrero Leonardo 72 francos por reparaciones de un carro y de un arado. Leonardo, por su parte, debe á Tomás el precio de 5 hectolitros de

centeno á 14 francos el hectolitro. ¿Cuál de los dos ha de pagar al otro y cuánto?

2. El mes de enero tiene 31 días; el de febrero 28 y el de marzo 31. Un obrero economiza un franco diario durante estos tres meses, y compra al fin de ellos una docena de camisas, que le cuestan 6 francos cada una ¿Cuánto le restará de sus economías?

3. Pedro ha vendido 4 carneros á razón de 22 francos cada uno y recibe en pago 3 monedas de 10 francos, 10 monedas de 5 francos y 2 monedas de 2 francos. ¿Está bien hecha la cuenta?

4. Un jardinero, que cobra 1 franco por hora, ha trabajado 8 días á 12 horas por día; pero debe poner una cierta cantidad de abono que le cuesta 50 francos ¿Cuánto le producirá su trabajo?

5. Un padre tiene 50 años y su hijo 22. ¿Qué edad tendrá el hijo cuando el padre tenga 63 años?

6. Una persona quemaba en su chimenea 6 estéreos de leña al año, que le costaban 16 francos uno. En lugar de la chimenea ha puesto una estufa que en igual tiempo quema 31 sacos de coke, á 2 francos el saco. ¿Qué economía ha realizado?

7. Un viajero anda durante 3 días 6 horas diarias, recorriendo 5 kilómetros en cada hora; y en los 3 días siguientes anda 7 horas, pero sólo recorre 4 kilómetros por hora. ¿Cuándo ha recorrido más distancia en los tres primeros días ó en los tres últimos? ¿Que distancia ha recorrido en los 6 días?

8. Un tabernero ha embotellado 5 pipas de vino, y un tonelero quiere comprarle los cascos vacíos, pagándoselos 6 francos cada uno, ó bien dándole doscientas botellas vacías que valen 16 francos el ciento. ¿Cuál de las dos es la proposición más ventajosa para el tabernero?

9. Un vendedor ambulante ha comprado 12 resmas de papel á 5 francos una y 12 cajas de plumas á 1 franco caja, y lo revende ganando 26 francos. ¿Cuánto le ha producido la reventa?

10. Una labradora va á la ciudad y vende 3 pares de pollos á 4 francos par, 2 kilogramos de manteca á 2 francos el kilogramo y una pava por 8 francos. Después compra 5 metros de merino á 3 francos el metro, para hacerse un vestido, 2 metros de forro á 1 franco el metro, botones, hilo, agujas, etc., etc., por valor de 3 francos. ¿Cuánto le queda aún del precio de los objetos que vendió ella?

11. En un mes de 30 días, que tiene 4 domingos, una costurera ha trabajado todos los días, excepto los domingos, en una casa donde le dan de comer y 2 francos diarios. Cada domingo ha gastado 3 francos para su comida, y al fin del mes ha pagado 15 francos por alquiler de su habitación. ¿Cuánto le queda de lo que ha ganado en dicho mes?

LECCIÓN 21ª.

DIVISIÓN. — DEFINICIÓN Y PRIMEROS PRINCIPIOS.

69. Una obra, que se vende á **5** francos el tomo, ha costado **60** francos; ¿cuántos tomos tiene? Para averiguarlo, es necesario hallar cuantas veces **5** francos están contenidos en **60** francos.

Varios niños se han repartido **48** nueces, tocando **8** á cada uno exactamente. ¿Cuántos eran dichos niños? Para averiguarlo es necesario saber cuántas veces **8** está contenido en **48**.

La **división** es una operación que tiene por objeto *hallar las veces que un número llamado* **divisor** *está contenido en otro llamado* **dividendo**. El resultado se llama **cociente**.

Así, dividir 60 por 5, es hallar las veces que

5 está contenido en 60; 60 es el *dividendo*, 5 es el *divisor*, y 12, que es el número que expresa las veces que 5 está contenido en 60, se llama el *cociente* de la división de 60 por 5.

La división se indica por dos puntos que se colocan entre el dividendo y el divisor, Asi, 35 : 5 significa 35 dividido por 5.

70. El dividendo no contiene siempre al divisor un número exacto de veces. Por ejemplo, si quisiéramos dividir 34 por 8, podríamos hallar el cociente, restando 8 de 34 tantas veces como será posible, en esta forma : 8 restado de 34 da por resto 26; 8 restado de 26 da 18; 8 restado de 18 da 10; y 8 restado de 10 da 2; luego 34 contiene 4 veces al 8; pero no exactamente, puesto que aun sobran 2 unidades.

Se llama **resto** de una división, el resto que se obtiene cuando *se ha restado el divisor del dividendo tantas veces como ha sido posible*. Así, en el ejemplo precedente, 2 es el resto de la división de 34 por 8, puesto que se ha obtenido después de haber restado del dividendo, 34, el divisor, 8, tantas veces como está contenido.

Observación. — El *resto* de una división es siempre menor que el divisor.

71. Principio fundamental. — *Cuando una división no da resto, multiplicando el cociente por el divisor se reproduce exactamente el dividendo.* En efecto, en este caso, el cociente expresa cuantas veces es necesario repetir el divisor para formar el dividendo. El dividendo es, pues, igual al producto del divisor por el cociente, ó bien, puesto

que es lo mismo, al producto del cociente por el divisor (66).

Cuando la división da residuo, el producto del cociente por el divisor es igual al dividendo menos el resto.

72. Diversos usos de la división. — Resulta de lo que precede, que la división servirá para resolver todas las cuestiones en que haya de encontrarse un número que, multiplicado por otro dado, reproduzca un número conocido.

Ejemplos. — 1° Se han comprado **6** vasos por **90** céntimos. ¿Cuánto cuesta cada vaso? — Como el precio de un vaso repetido 6 veces da 90 céntimos, dicho precio será el número que, multiplicado por 6 dé 90; es decir el cociente de 90 dividido por 6. Este cociente es **15**, puesto que 6 por 15 son 90.

2° Se quiere distribuir **32** estampas entre **8** niños, de manera que todos tengan igual número. ¿Cuántas tendrá cada uno? — Cada niño tendrá un número de estampas tal, que, repetido 8 veces, dará 32. Es necesario, pues, encontrar un número que, multiplicado por 8, dé 32; es decir el cociente de 32 dividido por 8. Este cociente es **4**, puesto que 8 por 4 son 32.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 21ª.

1. ¿Qué es la *división*? — ¿Á qué se llama *dividendo*, *divisor* y *cociente*?
2. ¿Á qué se llama *resto* de una división?
3. ¿Á qué es igual el producto del cociente por el divisor?

4. ¿Qué operación ha de hacerse para hallar un número que, multiplicado por 5, dé 40?

5. La sal cuesta 20 céntimos el kilogramo. ¿Qué operación ha de hacerse para averiguar cuántos kilogramos de sal pueden comprarse con 80 céntimos?

6. Un empleado gana 2 400 francos al año. ¿Cómo hallaríamos lo que gana cada mes?

7. Se ha de repartir una herencia de 48 000 francos entre 4 hermanos. ¿Qué operación ha de hacerse para hallar la parte que corresponde á cada uno?

8. En una ciudad han fallecido durante un año ordinario, ó sea de 365 días, 1025 personas. ¿Qué operación hay que hacer para hallar el término medio de fallecimientos diarios?

LECCIÓN 22ª.

CONTINUACIÓN DE LA DIVISIÓN. — CASO EN QUE EL DIVISOR Y EL COCIENTE NO TIENEN MÁS QUE UNA SOLA CIFRA.

73. Para dividir, es necesario ante todo que sepamos efectuar esta operación en el caso en que el *divisor y el cociente no tengan más que una sola cifra.*

Regla para conocer que el cociente no tiene más que una sola cifra. — Multipliquemos el divisor por 10, para lo cual basta escribir un cero á su derecha. Si el número que así se obtiene es mayor que el dividendo, el cociente tendrá una sola cifra, puesto que el dividendo no contiene 10 veces al divisor. En el caso contrario el cociente, mayor que 10, tiene más de una cifra.

Sea, por ejemplo, dividir 28 por 7. El divisor multiplicado por 10 da 70, número mayor que el dividendo 28. Luego el cociente es menor que 10 y no tiene más que una cifra.

Sea también dividir 158 por 12. El divisor, multiplicado por 10, da 120, número menor que 158. Luego el cociento es mayor que 10 y, por consiguiente, tiene más de una cifra.

74. Veamos ahora cómo se efectúa la división en el caso en que *el divisor y el cociente no tienen más que una sola cifra.* Esta clase de divisiones se hace por medio de la tabla de Pitágoras.

Para ello : *Se busca el divisor en la primera línea de la tabla de Pitágoras, y se sigue la columna vertical correspondiente hasta encontrar al dividendo. Si se le encuentra, se sigue la línea horizontal correspondiente hasta su primera cifra de la izquierda, que es el cociente pedido. Si no se le encuentra, hay que detenerse en el número inmediato menor de dicha columna vertical, y como antes, se seguirá la línea horizontal correspondiente hasta su primera cifra de la izquierda, y ésta será el cociente pedido.*

Sea, por ejemplo, dividir 42 por 7. Según lo dicho en la lección anterior (72), dividir 42 por 7 es buscar un número que, multiplicado por 7, dé 42. Búsquese 7 en la primera línea de la tabla, y bájese verticalmente hasta el 42; sígase después la línea horizontal hasta su primera cifra 6; este núl mero 6 multiplicado por 7 da 42; luego 6 es e- *cociente* pedido.

Sea también dividir 67 por 9. Búsquese el 9 en la primera línea de la tabla, y bájese verticalmente; como no se encuentra el 67, hay que detenerse en el 63, que es el número inmediato menor de la columna, y siguiendo la línea horizontal correspondiente hasta la primera cifra de la izquierda, se hallará que ésta es un 7, el cual será el *cociente* pedido. Esta división da un *resto*, que es la diferencia entre 67 y 63, es decir 4.

Observación. — Cuando se sabe perfectamente de memoria la tabla de Pitágoras, se hallan al instante el cociente y el resto de divisiones como las indicadas, y es muy conveniente ejercitarse hasta verificarlas mentalmente sin vacilación; porque en ellas se funda la ejecución de las divisiones más complicados.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 22ª.

1. ¿Cómo se conoce que el cociente de una división no tiene más que una cifra? Aplicar la regla á los ejemplos siguientes :
12 : 4; 28 : 4; 59 : 7; 73 : 9; 54 : 5; 74 : 9; 142 : 21.

2. Efectuar, por medio de la tabla de Pitágoras, las divisiones siguientes :
32 : 4; 56 : 8; 42 : 7; 49 : 7; 74 : 8; 34 : 6; 22 : 8; 47 : 6; 27 : 3; 16 : 9.

3. Efectuar mentalmente las divisiones siguientes :
16 : 4; 12 : 3; 20 : 4; 25 : 5; 30 : 6; 27 : 9; 32 : 8; 36 : 6; 48 : 8; 42 : 7; 56 : 7; 72 : 8; 23 : 5; 17 : 6; 27 : 4; 43 : 8; 66 : 7; 74 : 8; 83 : 9.

PROBLEMAS PARA RESOLVER, SIN ESCRIBIR NADA, SOBRE LA DIVISIÓN DE NÚMEROS PEQUEÑOS.

1. 8 metros de paño han costado 56 francos. ¿Á cuánto sale el metro?

2. 5 sacos de patatas han costado 45 francos. ¿Cuánto cuesta cada saco?

3. Un saco de trigo, que contiene 9 decalitros, pesa 72 kilogramos. ¿Cuánto pesa un decalitro de dicho trigo?

4. Una pared de 15 metros de largo ha costado 90 francos. ¿Cuánto cuesta el metro lineal de dicha obra?

5. Un obrero ha recibido 42 francos por 6 días de jornal. ¿Cuánto gana cada día?

6. Un franco, en plata, pesa 5 gramos. ¿Cuánto dinero hay en una pila de francos que pesa 45 gramos?

7. Un kilogramo de aceite cuesta 3 francos. ¿Cuántos kilogramos se podrán comprar con 27 francos?

8. Un carretero puede transportar en cada viaje 8 barricas de vino. ¿Cuántos viajes tiene que hacer para transportar 72?

9. 35 alumnos se forman de 4 en 4. ¿Cuántas filas de 4 alumnos habrá? — ¿Cuántos alumnos habrá en la última fila, que no llega á 4.

10. Una persona sale de su casa con 53 francos en su portamoneda, y va á visitar á 6 familias pobres, á cada una de las cuales da el mismo número de francos. ¿Cuánto ha dado á cada familia y que le queda aún.

PROBLEMAS PARA RESOLVER, SIN ESCRIBIR NADA, SOBRE LA DIVISIÓN COMBINADA CON LAS OTRAS TRES OPERACIONES.

1. Una frutera ha comprado 8 melones por 24 francos. ¿Á qué precio debe vender cada melón para ganar 16 francos en todos?

2. 12 paquetes de agujas cuestan 3 francos. ¿Cuántos paquetes podremos comprar por 15 francos? Cada paquete tiene 25 agujas. ¿Cuántas agujas darán por 5 francos?

3. Se han trillado 32 gavillas de centeno, que han producido 8 dobles decalitros de este grano. ¿Cuántas gavillas será necesario trillar para que produzcan 6 hectolitros, suponiendo que el rendimiento medio sea el mismo?

4. Un tendero ha comprado 7 kilogramos de café, y los revende en 49 francos, ganando 2 francos por kilogramo. ¿Á cómo había pagado el kilogramo de café?

5. Un carpintero ha entregado á un comerciante 6 tablas para los estantes de su tienda, al precio de 3 francos por metro lineal; cada tabla tiene 4 metros. Como pago, recibe 36 francos y 9 metros de tela. ¿Á cómo se le ha contado el metro de esta tela?

6. Luis y su hermano Emilio han ganado 19 premios en una semana, en la inteligencia que Luis ha ganado 3 premios más que su hermano. ¿Cuántos ha ganado cada uno?

7. Un padre tiene 32 años y su hijo 5. ¿Cuántos años han de pasar para que la edad del padre sea 4 veces mayor que la del hijo?

8. Se han dado á lavar unos pañuelos, á razón de 5 céntimos cada uno. La lavandera pierde uno, por cuyo precio se le descuenta 30 céntimos, y se le da 15 céntimos para acabarla de pagar. ¿Cuántos pañuelos le dieron para lavar?

9. Un obrero gana 8 francos de jornal, y paga 5 francos por la comida y habitación. Los días que trabaja no gasta los 3 francos que le restan; pero los días que no trabaja, gasta, además de los 5 francos del hospedaje, 2 francos en gastos menudos. En una semana no ha trabajado ni el domingo ni el lunes. ¿Cuánto habrá ahorrado en ella?

10. Un obrero de provincia que va á París, llega con 104 francos, gasta 5 francos diarios para comida y alojamiento, y 4 francos para sus demás gastos. Para volver á su casa necesita 32 francos. ¿Cuántos días podrá estar en París?

11. Un labrador sale de su pueblo á las 5 de la mañana, para ir á otro inmediato, y anda 6 kilómetros par hora. La diligencia, que hace el mismo camino, sale á las 7 de la mañana del pueblo, y anda 12 kilómetros par hora. ¿Á qué hora y á que distancia alcanzará el carruaje al labrador?

CAPÍTULO IV.

CALCULO ESCRITO. — LAS CUATRO OPERACIONES.

LECCIÓN 23ª.

ADICIÓN ESCRITA.

En la lección 12ª hemos visto lo que es la adición y cómo se pueden sumar mentalmente números pequeños.

75. Regla de sumar. — *Para sumar dos ó más números, se les escribe unos bajo de otros, de manera que se correspondan las unidades del mismo orden en columna vertical, y se traza una raya horizontal debajo del último número, para separarlo de la suma, que se escribirá en la parte inferior.*

Después se suman sucesivamente las cifras contenidas en cada columna, empezando por la derecha; si el total de la columna no pasa de 9, se le escribe debajo de la raya, en la misma columna. En el caso contrario se escriben solamente *las unidades del total, reservando las decenas para añadirlas á la suma de la columna siguiente; continuando de este modo hasta la última columna de la izquierda, cuya suma se escribe tal como resulta.*

Ejemplo : sumar los números siguientes : **318, 537, 203 y 31.**

Coloquemos estos números unos debajo de otros, de manera que las unidades estén debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, las centenas debajo de las centenas, y tracemos una raya bajo el último número.

$$\begin{array}{r} 318 \\ 537 \\ 203 \\ 31 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Sumemos las cifras de la primera columna de la derecha, diciendo : 8 y 7 son 15, y 3 . . . 18, y 1 . . . 19; ó mejor : 8, . . . 15, . . . 18, . . . 19. Escribamos 9 debajo de esta columna, y reservemos una decena para añadirla á la suma de la columna inmediata.

Pasando después á la suma de la segunda columna, diremos : 1 que llevo y 1 . . . 2, y 3 . . . 5, y 3 . . . 8; ó mejor : 1, . . . 2, . . 5, ... 8. Como el total de esta columna, 8, no pasa de 9, se escribe debajo de la segunda columna.

Pasando á la tercera columna, diremos : 3 y 5 . . . 8, y 2 . . . 10; ó mejor : 3, . . . 8, . . . 10, y escribiremos este resultado debajo de la raya, colocando el cero bajo la tercera columna.

El número así obtenido, **1089**, es la suma de los números propuestos.

Observación. — La regla que acabamos de enunciar y de aplicar á un ejemplo, está fundada sobre el siguiente principio evidente por sí mismo : *Para reunir varios números en uno solo, basta sumar separadamente sus unidades, sus decenas, sus centenas, etc., y reunir después los resultados respectivos.*

76. Prueba de la adición. — Para hacer la **prueba** de la adición, es decir para saber si nos hemos equivocado al efectuarla, *se repite la operación en orden inverso del que se siguió primeramente, efectuando las sumas parciales de abajo para arriba si se verificaron de arriba á abajo, ó viceversa.* Si se encuentra el mismo resultado, hay muchísimas probabilidades de que no habrá error en la operación.

Ejemplo : Hacer la prueba de la suma siguiente :

$$\begin{array}{r} 436 \\ 2143 \\ 209 \\ 3682 \\ \hline 6470 \end{array}$$

Sumando las columnas de arriba á abajo se ha hallado, como resultado de la operación, **6470**. Sumándolas de abajo para arriba, diremos : 2, . . . 11, . . . 14, . . . 20; pongo 0, y llevo 2. Después :

2, . . . 10, . . . 14, . . . 17; pongo 7, y llevo 1. Después : 1, . . . 7, . . . 9, . . . 10, . . . 14; pongo 4, y llevo 1. Por fin : 1, . . . 4, . . . 6; pongo 6. El total obtenido de este modo es también **6470**. La operación se considera como exacta.

EJERCICIOS SOBRE LA LECCIÓN 23ª.

1. Ejercitarse en hacer sumas, con sus pruebas respectivas.

2. Emilio nació en 1878. ¿En qué año tendrá 21 años?

3. Luis XIV subió al trono en 1643 y reinó 72 años. ¿En que año murió?

4. En una escalera hay 18 escalones para subir al entresuelo, 15 del entresuelo al 1er piso, 22 del 1er piso al 2º, 21 del 2º al 3º, 20 del 3º al 4º, y 18 del 4º al 5º. — ¿Cuántos escalones hay que subir para llegar al 5º piso?

5. Pablo tiene 658 francos en la Caja de ahorros, y su hermano tiene 237 más que él. ¿Qué cantidad tiene su hermano en dicha Caja?

6. Un labrador ha comprado una pareja de bueyes de labor por 983 francos. ¿En cuánto debe volverlos á vender para ganar 125 francos?

7. Una persona compra en un almacén de muebles una mesa para el comedor por 135 francos, un aparador por 215 francos, una cama por 280 francos y un armario con espejo por 220 francos. ¿Cuánto pagó por todo?

8. Una persona ha comprado una casa, pagando por ella 14 500 francos y 1170 francos por gastos de escritura y derechos sobre las ventas. Después ha hecho obras por valor de 2335 francos, y ha gastado 3215 francos para amueblarla. ¿En cuánto le resulta dicha casa con sus muebles?

9. Una familia de obreros ha gastado en un año 1158 francos para la comida, 475 francos en vestido y calzado, 380 francos en el alquiler de casa, y 240 francos en varios gastos. ¿Cuánto ha gastado dicha familia en todo el año?

10. Tres hermanos se han asociado para cierto negocio. El menor puso 12 540 francos, el segundo 3400 francos más que el menor, y el mayor tanto como los otros dos hermanos juntos. ¿Cuánto puso el segundo y cuánto el mayor? ¿Cuál es el capital de todos juntos?

11. El territorio de un pueblo se compone de 136 hectáreas de prados, 2142 hectáreas de tierras de labor, 53 hectáreas de bosque, 27 hectáreas de eriales y monte bajo, y 56 hectáreas ocupadas por los edificios, ríos, arroyos, huertas y jardines. ¿Cuál es la superficie total del territorio de dicho pueblo?

12. Los cuatro grandes ríos que riegan la Francia tienen las siguientes longitudes, desde su nacimiento hasta su desembocadura :

El Sena..........	776	kilómetros.
El Loira..........	980	—
El Ródano........	812	—
El Garona........	605	—

La longitud total del curso de todos estos ríos es menor que la del Volga en 427 kilómetros. ¿Cuál es, en kilómetros, la longitud del Volga?

13. En el mes de diciembre de 1881, la población de los tres distritos que comprende el departamento del alto Saona era :

Distrito de Vesoul....	94 907	hab.
— de Gray.....	71 322	—
— de Lure.....	128 676	—

¿Cuál era, en dicha fecha, la población total del alto Saona?

LECCIÓN 24ª.

SUSTRACCIÓN ESCRITA.

Hemos visto en la lección 15ª en qué consiste la sustracción, y hemos enseñado á efectuar mentalmente las sustracciones entre números pequeños.

77. Regla de restar. — *Para restar dos números cualesquiera uno de otro, se escribe el menor debajo del mayor, de manera que las unidades estén bajo las unidades, las decenas bajo las decenas, etc., etc., y después se traza una raya horizontal debajo del número menor, para separarlo del resultado, que se escribirá en la parte inferior.*

En seguida, se resta sucesivamente, empezando por la derecha, cada cifra inferior de la correspondiente superior; si esta sustracción es posible, se escribe el resto debajo de la raya y en la mismo columna.

Cuando la cifra inferior es mayor que la cifra superior correspondiente, se añade 10 á esta última, lo que hace que la sustracción sea posible, y se escribe el resto debajo. Mas entonces, por compensación, se aumenta en una unidad la cifra inferior de la columna siguiente.

78. Ejemplo I. — *Caso en que cada cifra inferior es menor que la superior correspondiente.* Restar **2643** de **8947**. Escribamos 8947 y debajo 2643, colocando con cuidado las unida-

des bajo las unidades, las decenas bajo las decenas, etc., etc., y tracemos una raya debajo de 2643.

$$\begin{array}{r} 8947 \\ 2643 \\ \hline 6304 \end{array}$$

Diremos entonces : de 3 á 7 van 4, que escribiremos debajo de la raya, en la columna de las unidades; después, de 4 á 4,...0, y escribiremos 0 debajo; de 6 á 9,...3, y escribiremos 3 del mismo modo; de 2 á 8,...6, y escribiremos 6. La operación estará ya terminada, y el resto será **6304**.

79. Ejemplo II. — *Caso en que algunas cifras del número menor son más grandes que las correspondientes del número mayor.* Restar **578** de **831**. Después de haber dispuesto la operación como más arriba se ha indicado,

$$\begin{array}{r} 831 \\ 578 \\ \hline 253 \end{array}$$

se debería restar primeramente el 8 del 1; pero como esto no es posible, añadiremos 10 al 1, y diremos : de 8 á 11 van 3. Después, en la columna siguiente, añadiremos 1 al 7, y tendremos que restar 8 de 3. Esta sustracción tampoco es posible, y diremos : de 8 á 13,...5; y en la columna siguiente, en lugar de restar 5 de 8, restaremos 6, obteniendo así 2. El resto de la sustracción propuesta es, por consiguiente, **253**.

80. Observación. — Cuando el número inferior no tiene tantas cifras como el superior, se suponen á la izquierda del número menor tantos ceros como cifras hay de más en el número mayor.

Ejemplo. — Restar **674** de **13 928**.

$$\begin{array}{r} 13928 \\ 674 \\ \hline 13254 \end{array}$$

Para ello diremos : de 4 á 8,...4; de 7 á 12,...5, llevo 1; 1 y 6,...7; de 7 á 9,...2; de 0 á 3,...3; de 0 á 1,...1. El resto es **13 254**..

81. Prueba de la sustracción. — Según la definición de la sustracción (lección 15ª), si se añade el resto al número menor, debe resultar el mayor. Por consiguente :

Para hacer la prueba de la sustracción, se añade el resto al número menor; si la operación está bien hecha, debe resultar el número mayor.

Ejemplo. — Restando **5397** de **24 539** se ha hallado por resto **19 142.** Para hacer la prueba, sumaremos 5397 y 19142; y como resulta también

$$\begin{array}{r} 24539 \\ 5397 \\ \hline 19142 \\ \hline 24539 \end{array}$$

24 539, es muy probable que la sustracción esté bien hecha.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA SUSTRACCIÓN.

1. ¿Cómo se disponen los números para restar?

2. ¿Cómo se hace la sustracción cuando cada cifra del número menor es más pequeña que su correspondiente del mayor?

3. ¿Qué se hace cuando alguna cifra del número menor es más grande que su correspondiente del mayor?

4. Ejercicios de sustracción, haciendo la prueba de cada operación.

5. ¿Qué número hay que añadir á 756 para que resulte 1054?

6. Una persona ha cumplido 72 años el 12 de octubre 1882. ¿En qué fecha nació dicha persona?

7. Una persona entrega á su sastre un billete de 1000 francos para pagar una cuenta de 293 francos. ¿Cuánto debe devolverle el sastre?

8. En 1755 hubo un terremoto que destruyó la ciudad de Lisboa. ¿Cuántos años hace de este suceso?

9. La toma de la Bastille tuvo lugar el 14 de julio de 1789. Si desde esta epoca se hubiera celebrado anualmente este suceso, ¿cuántos aniversarios se hubieran celebrado hasta el 15 de julio de 1883?

10. El Gaurisankar, la más alta montaña del Asia y del globo, tiene 8840 metros sobre el nivel del mar, y su altura excede en 4030 metros la del Mont-Blanc. ¿Cuál es la altura de esta última montaña?

11. La distancia de París á Marsella, por el camino de hierro de Lyon, es de 863 kilómetros, y la de París á Lyon es de 507 kilómetros. ¿Cuál es la distancia de Lyon á Marsella?

12. Las tres ciudades más populosas de Europa son: Londres, que tiene 3 822 000 habitantes; París, que tiene 2 268 000, y Berlín, que tiene 1 321 000. ¿Cuántos habitantes tiene Londres más que París? ¿y cuántos habitantes tiene París más que Berlín?

13. En 1881, han nacido en París 60 856 niños de ambos sexos, y han muerto 57 066 personas. ¿Cuál ha sido el aumento de población por este concepto?

14. Restando un número de 374 ha resultato 283. ¿Cuál era dicho número?

15. ¿Se podría efectuar una sustracción empezando por la izquierda?

LECCION 25ª.

MULTIPLICACIÓN ESCRITA.

Después de haber definido la multiplicación (lección 18ª), hemos visto cómo, por medio de la tabla de Pitágoras, se puede multiplicar uno por otro dos números de una sola cifra. Cuando se sabe de memoria esta tabla, se puede también multiplicar por escrito dos números cualesquiera.

82. 1er Caso. — *Multiplicar un número de varias cifras por otro de una sola.*

Regla. — *Se escribe el multiplicador bajo las unidades del multiplicando, y se traza una raya debajo.*

Después, empezando por la derecha, se multiplica sucesivamente cada cifra del multiplicando por el multiplicador. Si el producto no pasa de 9, se le escribe debajo de la raya, bajo la cifra del multiplicando que se acaba de multiplicar. En el caso contrario, se escriben solamente en el mismo lugar las unidades del producto parcial, reservando las decenas para añadirlas al pro-

ducto parcial inmediato; mas en la última cifra del multiplicando, se escribe dicho producto parcial tal como resulta.

Ejemplo. — Multiplicar **573** por **6**. Para ello escribiremos 573, y debajo del 3 el multiplicador 6 :

$$\begin{array}{r} 573 \\ 6 \\ \hline 3438 \end{array}$$

Después diremos : 6 por 3 son 18; escribo 8 bajo las unidades, y reservo 1 decena. 6 por 7,...42 y 1 que llevaba,...43; pongo 3, y llevo 4 centenas. 6 por 5,...30 y 4,...34, que escribo integramente. La operación ha terminado, y el producto pedido es **3438**.

83. 2º Caso. — *Multiplicar un número cualquiera por un número de varias cifras.*

Regla general de la multiplicación. — *Después de escribir el multiplicador debajo del multiplicando, se multiplica sucesivamente todo el multiplicando por cada cifra del multiplicador, aplicando la regla precedente* (nº 82), *y empezando por la derecha; se escriben los productos que resulten unos debajo de los otros, pero teniendo en cuenta, que la primera cifra de la derecha de cada uno de ellos esté colocada en la misma columna que la cifra del multiplicador que sirvió para formarlo. Se traza una raya bajo el último de los productos parciales, y se les suma. Esta suma es el producto pedido.*

Ejemplo. — Multiplicar **634** por **728**. Escribamos 634, y debajo 728, colocando las unidades del mismo orden, de modo que se correspondan en columna vertical, y tracemos una raya debajo de 728.

$$
\begin{array}{r}
634 \\
728 \\
\hline
5072 \\
1268 \\
4438 \\
\hline
461552
\end{array}
$$

El producto de 634 por 8, efectuado según la regla del número 82, es 5072, que escribiremos debajo de la raya, colocando su primera cifra de la derecha bajo la cifra 8 del multiplicador. El producto de 634 por 2 es 1268, que escribiremos debajo del producto precedente, pero colocando su primera cifra de la derecha, 8, bajo la cifra 2 del multiplicador. El producto de 634 por 7 es 4438, cuya primera cifra, 8, colocaremos en la misma columna que el 7; sumaremos después estos tres productos, y la suma **461 552** es el producto de **634** por **728**.

84. Observación I. — Cuando en el multiplicador hay uno ó muchos ceros, no hay que tenerlos en cuenta para la multiplicación, puesto que el producto parcial del multiplicando por cualquiera de estos ceros es también cero; pero es necesario tener cuidado, al colocar la primera cifra de la derecha de los siguientes productos parciales, que se cumpla

lo indicado en la regla respecto á la colocación de dicha cifra.

Ejemplo. — La multiplicación de **58** por **306** se efectuará del modo siguiente :

$$\begin{array}{r} 58 \\ 306 \\ \hline 348 \\ 174 \\ \hline 17748 \end{array}$$

85. Observación II. — Cuando el multiplicando y el multiplicador, ó solamente uno de ellos, están terminados por ceros, se efectuará la multiplicación sin tener en cuenta dichos ceros, y después se escribirán á la derecha del producto tantos ceros como había al fin de ambos factores.

Ejemplo. — Multiplicar **630** par **540**. Para efectuar esta operación, multiplicaremos primero 63 par 54, y á la derecha de su producto, que es **3402**, escribiremos los dos ceros con que terminan los dos factores, resultando así que **340 200** es el producto pedido.

$$\begin{array}{r} 630 \\ 540 \\ \hline 252 \\ 315 \\ \hline 340200 \end{array}$$

86. **Prueba de la multiplicación.** — Para hacer la prueba de la multiplicación, *se vuelve á verificar*

la operación, tomando el multiplicando por multiplicador, y recíprocamente. Este cambio en el orden de los factores no debe cambiar el producto (lección 19ª); luego si se halla el mismo resultado que anteriormente, se podrá considerar la operación como exacta.

EJEMPLO. — Multiplicar **639** por **47**.

OPERACIÓN	PRUEBA
639	47
47	639
4473	423
2556	141
	282
30033	30033

PREGUNTAS Y EJERCICIOS SOBRE LA MULTIPLICACIÓN.

1. Enunciar la regla para multiplicar un número de varias cifras por otro de una sola.

2. Enunciar la regla para multiplicar dos números de varias cifras.

3. ¿Cómo se hace la prueba de la multiplicación?

4. Efectuar las multiplicaciones siguientes :

1° 321 × 4; 562 × 3; 647 × 5; 1 234 × 6; 948 × 5; 2 342 × 7; 69 × 9; 123 × 8; 2 184 × 9; 6 385 × 2; 72 834 × 3; 6 359 × 5; 28 534 × 6; 128 274 × 4.

2° 64 × 28; 132 × 49; 251 × 72; 6 852 × 85; 147 × 234; 679 × 226; 2 354 × 42; 6 575 × 925.

3° 548 × 203; 52 × 4 007; 83 × 6 008.

4° 2 800 × 4; 620 × 540; 723 × 300; 7 900 × 400.

5. El producto de un número por sí mismo se llama *el cuadrado* de este número. Hallar los *cuadrados* de 12, de 15, de 20, de 100, de 300, de 25, de 125.

6. ¿Cuando se aumenta el multiplicador en 2 unidades, en cuánto se aumenta el producto? Por ejemplo, si teniendo que multiplicar 60 por 26, multiplicáramos, por equivocación, 60 por 28, ¿en cuánto sería erróneo el resultado?

7. Una hectárea de tierra produce, por término medio, 15 hectolitros de trigo. ¿Cuánto producirán 24 hectáreas?

8. Un hectolitro de trigo pesa, por término medio, 75 kilogramos. ¿Cuántos quintales métricos (nº 39) pesará un cargamento de trigo de 130 hectolitros?

9. Una persona ha vendido un bosque de 27 hectáreas, á razón de 1 840 francos la hectárea. ¿Á cuánto asciende el precio de la venta?

10. La duración del día es de 24 horas, la hora se divide en 60 minutos, y el minuto en 60 segundos. ¿Cuántos segundos tiene una hora y cuántos un día?

11. Un labrador ha vendido 254 hectolitros de trigo á 26 francos el hectolitro. ¿Cuánto debe recibir?

12. Una máquina de vapor quema 23 kilogramos de carbón por hora. ¿Cuántos kilogramos quemará en 3 días, trabajando noche y día?

13. Un empleado tiene 250 francos mensuales de sueldo. ¿Cuál es su sueldo anual?

14. Un hectolitro de carbón de piedra pesa, por término medio, 130 kilogramos. ¿Cuántas toneladas (nº 39) de carga trae un barco que conduce 1 400 hectolitros de este combustible?

15. Un libro contiene 112 páginas, que, por término medio, tienen 38 líneas cada una, y cada línea 8 palabras. ¿Cuántas palabras hay en dicho libro?

16. Un metro cúbico de piedra pesa 1 900 kilogramos próximamente. ¿Cuántas toneladas de piedra conduce un tren compuesto de 16 vagones que llevan, por término medio, 3 metros cúbicos cada uno?

17. Se calcula que en Francia muere anualmente 1 persona por cada 41 habitantes. ¿Cuál es la población de un departamento en que mueren anualmente, por término medio, 14 240 personas?

18. Las *dunas*, ó pequeñas colinas de arena situadas á la orilla del mar, avanzan cada año, en ciertos sitios, 25 metros hacia el interior de las tierras. ¿Cuánto avanzarán en un siglo?

19. ¿Cuántos sacos de harina se necesitan para el consumo de un regimiento, durante 90 días, á razón de 6 sacos por día? ¿Cuál será su importe, si el saco, que pesa 80 kilogramos, se paga á 28 francos el quintal métrico?

20. La *ración* de pan para un soldado es de 750 gramos, y se sabe que para hacer 1 kilogramo de pan se emplean 720 gramos de harina. ¿Cuántos kilogramos de harina se necesitan para hacer 1 800 raciones?

LECCIÓN 26ª.

DIVISIÓN ESCRITA. — CASO EN QUE EL COCIENTE NO TIENE MÁS QUE UNA SOLA CIFRA.

En la lección 22, hemos enseñado á efectuar mentalmente las divisiones en que el divisor y el cociente no tienen más que una sola cifra. Ahora es necesario enseñar á efectuar por escrito la división de dos números cualesquiera.

87. 1er Caso. — *El divisor tiene varias cifras y el cociente no tiene más que una.*

El cociente no tiene más que una cifra, cuando añadiendo un cero á la derecha del divisor, resulta un número mayor que el dividendo (nº 73).

Regla. — *Se escribe el divisor á la derecha del dividendo, separados por una raya vertical, y se traza otra raya bajo el divisor, para separarlo del cociente, que se escribe en la parte inferior.*

Después se busca mentalmente cuántas veces está contenida la primera cifra de la izquierda del divisor en las unidades del mismo orden del dividendo, y el número que así se obtenga será el cociente pedido, ó mayor que él; se multiplica el divisor por este número y el producto se escribe bajo el dividendo y se resta de él. Si la sustracción es posible, la cifra hallada es el cociente buscado y la división está terminada. En caso contrario, se la disminuye en una ó más unidades, hasta que la sustracción pueda efectuarse.

Ejemplo I. — Dividir **358** por **42**. El cociente no tendrá más que una cifra, porque 420 es mayor que 358.

Dispuesta la operación en la forma siguiente :

Dividendo.....	358	42	Divisor.
	336	8	Cociente.
Resto..........	22		

buscaremos cuántas veces las 4 decenas del divisor están contenidas en las 35 decenas del dividendo, resultando que están contenidas 8 veces. Multipliquemos 42 por 8 : el producto 336 se puede restar de 358, y, por consiguiente, **8** es el **cociente** buscado. La división ha terminado, y su **resto** es **22**.

Ejemplo II. — Dividir **296** por **37**. Buscando cuántas veces las 3 decenas del divisor están contenidas en las 29 del dividendo, resulta 9 como cociente probable; pero como el divisor, 37, multiplicado por 9 da 333, número mayor que el dividendo, deduciremos que la cifra 9 es demasiado grande, y ensayaremos el 8. 37 multiplicado por 8 da 296, igual al dividendo. Luego **8** es el cociente pedido, y la división no deja resto.

88. Observación. — Conviene acostumbrarse á restar del dividendo el producto del divisor por el cociente, al mismo tiempo que se efectúa este producto.

Ejemplo I. — Dividir **343** por **52**.

343	52
31	6

Para ello diremos : 34 entre 5, cabe á 6; 6 por 2.... 12, á 13 va 1, y llevo 1; 6 por 5... 30, y 1... 31, á 34 van 3. El cociente es **6** y el resto **31**.

Ejemplo II. — Dividir **2354** por **298**. Las 2 centenas del divisor están contenidas 11 veces en las 23 centenas del dividendo; pero como el cociente no puede tener más que una sola cifra, no puede ser 11, ni 10. Ensayando el 9 y después el 8, vemos que uno y otro son demasiado grandes, y, por consiguiente, tenemos que ensayar el 7, lo cual hacemos, efectuando al mismo tiempo la sustracción y la resta.

2354	298
268	7

7 por 8.... 56, á 64 van 8, y llevo 6; 7 por 9.... 63, y 6.... 69, á 75 van 6, y llevo 7; 7 por 2.... 14, y 7.... 21; á 23 van 2. **7** es el cociente y **268** el resto.

LECCIÓN 27ª.

CONTINUACIÓN DE LA DIVISIÓN. — CASO GENERAL.

89. 2º Caso (caso general). — *El cociente tiene varias cifras.*

El cociente tiene varias cifras cuando el divisor seguido de un cero forma un número menor que el dividendo (nº 73).

Regla. — *Después de haber dispuesto los números como en el caso precedente, se separan de la izquierda del dividendo tantas cifras como sean necesarias para formar un número que contenga el divisor al menos una vez y menos de* 10 *veces. Este número, que se llama* **primer dividendo parcial**, *se divide por el divisor, conforme á la regla del primer caso* (nº 87), *y el cociente que se obtenga será la primera cifra de la izquierda del cociente que se busca.*

Á la derecha del resto de esta **primera división parcial** *se escribe la cifra siguiente del dividendo primitivo, y se forma así un* **segundo dividendo parcial** *que, dividido por el divisor, según la regla del primer caso* (nº 87), *dará la segunda cifra del cociente.*

Se continúa del mismo modo hasta que no haya más cifras que bajar en el dividendo.

Ejemplo I. — Dividir **1792** por **6**.

$$
\begin{array}{r|l}
17.9.2 & 6 \\ \cline{2-2}
5\,9 & 298 \\
5\,2 & \\
4 &
\end{array}
$$

Separemos de la izquierda del dividendo el número 17, que contiene el divisor una vez, pero que no llega a contenerle 10 veces; y este número sera el primer dividendo parcial. El cociente de 17 dividido por 6 es 2, que escribiremos en el cociente, y el resto es 5. Escribiremos después la cifra siguiente del dividendo, que es 9, á la derecha del resto 5, y el número que así se forma, 59, será el segundo dividendo parcial. 59 dividido por 6 da 9, que escribiremos en el cociente, y el resto es 5. Bajaremos el 2, y dividiremos 52 por 6, resultando 8 como cociente, que escribiremos en el lugar correspondiente, y 4 como resto. **298** es el cociente total y **4** el resto.

EJEMPLO II. — Dividir **6983** por **48**.

$$\begin{array}{r|l} 69.8.3 & 48 \\ \cline{2-2} 21\,8 & 145 \\ 2\,6\,3 & \\ 2\,3 & \end{array}$$

El **primer dividendo parcial** es 69, que, dividido por 48, da 1 por cociente y 21 por resto. El **segundo dividendo parcial** es 218, que, dividido por 48, da por cociente 4 y por resto 26. El **tercer dividendo parcial** es 263, que da 5 como última cifra del cociente, y 23 de resto. La división ha concluído : el cociente es **145** y el resto **23**.

90. OBSERVACIÓN I. — Cuando un dividendo parcial es menor que el divisor, se pone 0 en el cociente y, considerando al mismo dividendo parcial como resto, se baja á su derecha la cifra siguiente

del dividendo, continuándose después la operación como de ordinario.

Ejemplo. — Dividir **84465** por **274**.

844.6.5	274
22 6 5	308
7 3	

Como el dividendo parcial 226 es menor que el divisor 274, hemos puesto cero en el cociente, y bajado la cifra 5 del dividendo á la derecha de 226.

91. Observación II. — Cuando la división de un número por 2 no da resto, el cociente es exactamente **la mitad** del número dado. Así, 8 es la mitad de 16; y 12 es la mitad de 24.

Análogamente, el cociente exacto de un número por 3 se llama **el tercio** de este número; el cociente exacto de un número por 4 se llama **el cuarto** de este número; el cociente exacto de un número por 5 se llama **el quinto** de este número; el cociente exacto de un número por seis se llama **el sexto** de este número, etc.

92. Observación II. — Cuando dividendo y divisor están terminados en ceros, se puede suprimir de la derecha de cada uno el mismo número de ceros: el cociente es el mismo; pero para hallar el resto, hay que poner tantos ceros como se suprimieron, á la derecha del resto obtenido.

Ejemplo. — Dividir **6200** por **1200**. Dividamos 62 por 12 : el cociente es 5 y el resto 2. El cociente de 6200 por 1200 es, pués, **5**, pero el resto es **200** y no 2.

93. PRUEBA DE LA DIVISIÓN. — *Se multiplica el divisor por el cociente y se añade el resto al producto.* Si la división está bien hecha, ha de resultar el dividendo.

EJEMPLO. — Dividir **4287** par **56.**

OPERACIÓN		PRUEBA
428.7	56	56
36 7	76	76
3 1		336
		392
		31
		4287

OBSERVACIÓN. — En la prueba, después de haber efectuado los dos productos parciales de 56 por las dos cifras del multiplicando 76, se escribe el resto, 31, debajo, para no tener que hacer más que una sola suma.

PREGUNTAS Y EJERCÍCIOS SOBRE LA DIVISÍÓN.

1. Enunciar la regla de la división en el caso en que el cociente no tiene más que una sola cifra.
2. Enunciar la regla de la división en el caso general.
3. ¿Cómo se hace la prueba de la división?
4. Dividir :

1° 254 por 40; 98 por 31; 125 por 25; 648 por 92; 1 239 por 520; 677 por 87; 3 254 por 631; 8 940 por 970; 23 784 por 6 593;

2° 275 por 5; 638 por 6; 1 243 por 15; 2 304 por 28; 531 por 8; 764 por 54; 8 263 por 83; 3 426 por 123; 7 209 por 247; 61 349 por 608; 4 200 por 600; 38 200 por 50; 5 240 por 2 800.

Hacer la prueba de estas operaciones.

5. ¿Cuántas semanas hay en un año *común* ó de 365 días?

6. Un labrador ha cogido 390 hectolitros de trigo, y sus tierras han producido, por término medio, 15 hectolitros por hectárea. ¿Cuántas hectáreas había sembrado?

7. Se ha calculado que deben sembrarse, por término medio, 235 litros de centeno por hectárea en las tierras pobres. ¿Qué superficie tendrá un campo en que se han sembrado, en estas condiciones, 141 decalitros de centeno?

8. Un tren ómnibus anda 28 kilómetros por hora. ¿Cuántas horas tardará de París á Angulema, que distan 448 kilómetros?

9. Un carro cargado con sacos de avena pesa, deducida la *tara*, 1768 kilogramos. ¿Cuántos hectolitros de avena llevará este carro, sabiendo que cada hectolitro pesa 52 kilogramos?

10. Un billete de primera clase de París á San Petersburgo (por Colonia, Berlín y Koenigsberg) cuesta 322 francos. ¿Cuántos billetes ha tomado una persona que pagó por ellos 1932 francos?

11. Durante la 47ª semana del año de 1882, los ingresos de la compañía del Oeste de Francia han excedido, en las antiguas líneas, en 9700 francos á los de la 47ª semana de 1881. La longitud total de las antiguas líneas es de 900 kilómetros. ¿Cuál es el aumento de ingresos por kilómetro?

12. Un decorador de habitaciones, que da 8 francos por día á cada uno de sus obreros, les ha pagado 8756 francos por 26 días de trabajo. ¿Cuántos obreros emplea?

PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN SOBRE LAS CUATRO OPERACIONES.

1. Para hacer volar una cometa ha empleado Enrique 3 ovillos de cuerda de 15 metros cada uno, después otro ovillo de 12 metros, y por fin, otro de 7 metros. ¿Cuántos metros de cuerda ha empleado entre todos?

2. Julieta tenía 5 cajas de perlas, cada una de las cuales contenía 200 perlas rojas, 100 perlas blancas, 80 perlas azules, y 50 violadas; hace con estas perlas 3 collares iguales para las muñecas de sus 3 hermanas, empleando para cada collar: 120 perlas rojas, 90 perlas blancas, 75 perlas azules y 40 perlas violadas. — ¿Cuántas perlas le quedan de cada color? — ¿Cuántas perlas le quedan en todo?

3. Un obrero, que va á casarse, compra muebles por 875 francos, pagando al contado 230, y el resto á razón de 45 francos mensuales (sin interés). ¿Cuántos meses tardará en concluir de pagarlos?

4. Un vendedor compra 300 huevos á 9 francos el 100, y los revende á 2 francos la docena. — ¿Cuánto ha ganado?

5. Julio y su madre salen para socorrer algunos pobres, llevando 50 francos; compran en una panadería 20 bonos de pan que les cuestan 18 francos. Después visitan á 6 familias, y dan á cada una 3 bonos de pan y 5 francos en dinero; y á otra sexta y última familia le dan los bonos y dinero que les quedaban. — ¿Cuántos bonos y cuánto dinero ha recibido esta última familia?

6. Un matrimonio parisiense consumía anualmente 5 hectolitros de vino, que le costaban 72 francos el hectolitro; después reemplazó el vino con la cerveza, que no le cuesta más que 35 francos por hectolitro; pero bebe 8 hectolitros cada año. ¿Qué economía ha hecho con este cambio?

7. Un oficial de sastre ha hecho 12 chalecos por encargo de su maestro. Si le hubieran pagado 1 franco más por cada chaleco de lo que le han pagado, hubiera podido comprar un colchón por 38 francos, y le hubieran sobrado 10 francos. ¿Á cómo le pagaban la hechura de cada chaleco?

8. Adolfo juega á las bolas con Luciano, y al principio le gana todas las que tiene. Luciano entonces va á comprar 24, y volviendo á jugar con su amigo, le gana las que había perdido y 16 más. Luciano se retira entonces con

57 bolas y Adolfo con 30. ¿Cuántas tenía cada uno cuando se pusieron á jugar?

9. Una casa se compone : 1° de un almacén, que da 2 300 francos al año de alquiler; 2° de un 1er piso, que da 1 800 francos; de un 2°, que da 1 700 francos; de un 3°, que da 1 600 francos; de un 4°, que da 1 500 francos y de dos boardillas, que dan 90 francos cada una. — ¿Qué cantidad produce dicha casa á su propietario cada trimestre?

10. Un tendero ha comprado 64 metros de paño á 6 francos el metro y ha vuelto á vender 26 metros á 8 francos uno, y los demas á 7 francos. ¿Cuánto ha ganado?

11. Berta tiene 26 estampas y su hermana Dionisa 16. ¿Cuántas estampas tiene que dar Berta á Dionisa para que las dos tengan igual número de ellas?

12. Un labrador envía al mercado dos carros que contienen : el uno 24 sacos de trigo, y el otro 30 sacos de centeno; pero observando que estos carros están demasiado cargados, hace quitar 6 sacos del 1° y 10 del 2° y ponerlos sobre otro tercero. Se desea saber cuál es la carga de cada carro, sabiendo que el saco de trigo pesa 75 kilogramos y el de centeno 71 kilogramos.

13. Un labrador compra en una feria dos vacas y dos terneras, y el mismo día los vuelve á vender todos por 944 francos, ganando 20 francos en cada vaca y 12 en cada ternera. Sabiendo que cada vaca le ha costado 315 francos, ¿cuánto le ha costado cada ternera?

14. Un tren directo, que anda 38 kilómetros por hora, sale de París á las 6 de la mañana para ir á Chalons sobre el Saona; y á la misma hora, un tren ómnibus, que anda 26 kilómetros por hora, sale de Chalons sobre el Saona para ir á Paris. Sabiendo que la distancia de París á Chalons sobre el Saona es de 384 kilómetros, ¿á qué distancia de París se encontrarán estos dos trenes?

15. En una familia de obreros, el padre gana 6 francos diarios, la madre 2 francos, y el hijo 3 francos. Desean economizar 47 francos en el mes de enero en que no tendrán

más que 24 días de jornal. ¿Cuál deberá ser en este mes el gasto diario de esta familia?

16. Una madre de familia que ha hecho 2 docenas de camisas para sus hijos, ha empleado 2 metros de tela para cada camisa y ha gastado 3 francos por docena en hilo, botones, agujas y otras menudencias. Averiguar el precio á que ha pagado el metro de tela, sabiendo que el gasto total ha sido de 102 francos.

17. Un tabernero compra un barril de vino que le cuesta 291 francos; paga además 12 francos de porte y 42 francos de derechos de puertas, y gasta 50 francos en botellas, tapones y embotellado. Llena con este vino 298 botellas, y vende el casco en 5 francos. — ¿Á cuánto ha de vender la botella para ganar 200 francos?

18. Un viajero, para saber lo que anda por un camino donde no hay postes kilométricos, se vale de los árboles plantados á un lado del camino, á igual distancia unos de otros. Para ello mide la distancia de un árbol al siguiente, que es de 16 pasos, y cuenta los árboles que hay á lo largo del camino que recorre, que son 320; y además sabe que 10 pasos suyos hacen 7 metros. ¿Qué distancia recorrió?

19. Un comerciante ha recibido 8 cajas con 18 docenas de platos cada una. La docena de platos le cuesta 4 francos, y paga además por cada caja 4 francos, como gastos de embalaje y porte. Al sacar los platos se rompen 2 docenas. ¿Á cuánto ha de vender la docena para ganar 244 francos?

20. Un labrador lleva á una feria un caballo cansado y en mal estado, y no le ofrecen por él más que 475 francos. Si lo guarda hasta la feria siguiente, que tardará todavía 30 días, y lo cuida mientras tanto convenientemente, podrá venderle en 630 francos, si bien gastará en su manutención y cuidado 4 francos diarios. ¿Qué le tiene más cuenta, venderlo desde luego ó esperar á la feria inmediata?

21. En un taller trabajan 15 hombres y 12 mujeres; los hombres ganan 6 francos diarios y las mujeres 3. El lunes faltan 6 hombres y 2 mujeres, el martes 3 hombres y mujer. Los demas días de la semana, no tan sólo no ha

faltado nadie, sino que han trabajado también 2 muchachos, que ganan el mismo jornal uno que otro. El importe de la paga semanal de este taller alcanza, por los 6 días de trabajo, á 369 francos. ¿Cuánto gana cada uno de los dos muchachos?

22. Para sembrar un campo de trigo se han empleado 218 litros por hectárea. Cada hectárea ha producido 327 gavillas, que han dado ocho litros cada una, por término medio. ¿Cuántos litros se han cosechado por cada litro de sembradura?

23. La biblioteca municipal y la biblioteca de la escuela de un pueblo pequeño tienen 740 volúmenes entre las dos; pero la primera tiene tres veces más que la segunda. ¿Cuántos volúmenes hay en cada una de estas bibliotecas?

24. Un prado ha producido 128 quintales métricos de heno, que se vende á 7 francos quintal. Si hubiera producido 10 quintales más, la cosecha representaría una producción de 3 francos por área. ¿Qué extensión tiene dicho prado?

PRIMERAS NOCIONES DE GEOMETRÍA

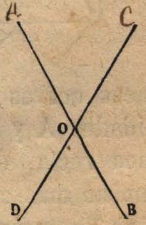
LECCIÓN Iª.

LÍNEA RECTA. — ÁNGULOS.

1. Todos sabemos lo que es una **línea recta.** Un hilo muy fino y bien tendido nos da una idea aproximada de ella.

Para trazar una línea recta se hace uso de la regla. Á este fin, se apoya la punta de un lápiz contra su canto, y se mueve éste á lo largo de la regla; el trazo que así resulta representa une *línea recta.*

Observación. — Las rectas trazadas de este modo tienen un grueso más ó menos pequeño, aún cuando el lápiz esté bien afilado; pero, en geometría, se admite que las líneas no tienen grueso.



Una línea recta se designa colocando dos letras junto á ella. Así se dice : la recta AB, la recta CD.

Una recta debe considerarse indefinidamente prolongada en ambos sentidos, á menos que expresamente se indique que se considera sólo una porción limitada.

Dos porciones de recta son *iguales*, ó bien, *tienen la misma longitud,* cuando se las puede colocar una sobre otra de modo que coincidan exactamente.

2. Cuando dos rectas se cortan, determinan lo

que se llama un *punto*. Así, en la figura precedente, las rectas AB y CD se cortan en el punto O.

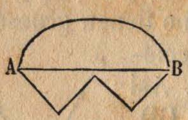
3. Una línea *formada de varios trozos de rectas* se llama una **línea quebrada**, como, por ejemplo, la línea ABCD.

4. Se pueden trazar también sobre un papel ó un tablero, líneas que no

sean ni rectas ni quebradas, á las cuales se llama líneas **curvas**. Tal es la línea AB.

Ejemplos. — Como ejemplos de líneas *quebradas* ó *poligonales* pueden citarse los límites de los campos. Al contrario, el borde de un aro es una línea curva, lo mismo que las líneas sinuosas que representan los ríos en los mapas.

Observación. — Una línea recta limitada es más corta que otra quebrada ó curva que tenga los mismos extremos. Asi, en la figura inmediata, la recta AB es más corta que la línea quebrada y que las

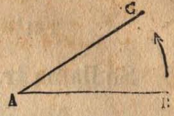


líneas curvas que terminan en las mismas extremidades A y B. Se enuncia esta propiedad de la línea recta, diciendo : que **la línea recta es el camino más corto** *entre dos puntos*.

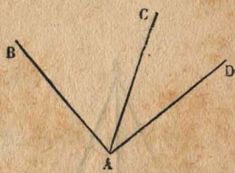
Se llama **ángulo** *la abertura de dos rectas que salen del mismo punto*. Este punto es el **vértice** del ángulo, y las dos rectas se llaman los **lados**.

Cuando está solo un ángulo, se le designa por una letra colocada en el vértice. Así las rectas AB y AC, que salen del punto A, forman el ángulo A.

Cuando hay muchos ángulos que tienen el mismo vértice, se designa á cada uno de ellos por tres letras, una en cada lado y otra en el vértice, leyéndose ésta en medio de las dos primeras. Así, el ángulo representado en la figura inmediata, se leería BAC.



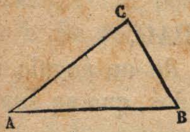
Observación. — La magnitud de un ángulo no depende de la longitud de sus lados, que se suponen indefinidamente prolongados, sino *de la mayor ó menor abertura* de estos mismos lados. Así dos ángulos son iguales cuando la *abertura* ó *separación* de los lados es la misma en los dos ángulos. Y un ángulo BAD es mayor que otro ángulo BAC, cuando la abertura formada por AB y AD es mayor que la formada par AB y AC. Como se ve en la figura inmediata.



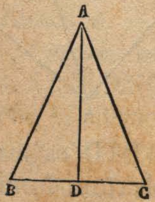
Ejemplos. — En muchos de los objetos que nos rodean podemos ver fácilmente ejemplos de ángulos. Los dos bordes de esta página, el de arriba y el de la derecha, son dos rectas que forman un ángulo. Los dos muros inmediatos de la clase determinan dos rectas que forman un ángulo al encontrarse con el techo. El techo de esta casa está terminado por rectas, que al cortarse, forman ángulos.

LECCIÓN 2ª.

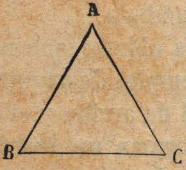
TRIÁNGULOS. — POLÍGONOS.



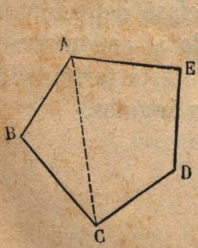
5. Se llama **triángulo** *una figura limitada por tres rectas que se cortan dos á dos*. Por ejemplo, la figura ABC. Los puntos A, B y C son los **vértices** del triángulo, y las partes de rectas AB, BC, CA, son los **lados**. Los ángulos que forman estos lados son los ángulos del triángulo.



Un triángulo *que tiene dos lados iguales* se llama triángulo **isósceles**. Tal es el triángulo BAC, en el cual AB y AC son iguales. En un triángulo de esta clase, los ángulos B y C son iguales.



6. Se llama triángulo **equilátero** *aquel cuyos tres lados son iguales*, como el triángulo BAC. En un triángulo *equilátero*, los tres ángulos son también iguales.



7. Se llama **polígono** *una figura limitada por rectas en todos sentidos*. Tal es la figura ABCDE. Las partes de rectas AB, BC, CD, EA, son los **lados** del polígono; los puntos A, B, C, D, E son los **vér-**

tices, y los ángulos formados por los lados son los ángulos del polígono.

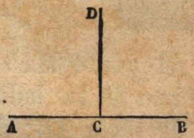
Se llama **diagonal** del polígono una recta, tal como la CA, que junta dos vértices no adyacentes.

Ejemplos. — Los campos y terrenos tienen generalmente la forma de polígonos. El suelo y el techo de una habitación, y las baldosas con que se cubre el suelo de algunas de ellas, son también figuras poligonales.

LECCIÓN 3ª.

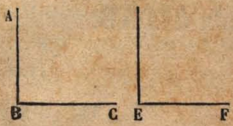
RECTA PERPENDICULAR. — ÁNGULOS RECTOS.

8. Se dice que una recta es **perpendicular** á otra *cuando forma con ella dos ángulos adyacentes iguales.*



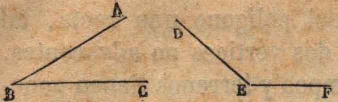
Ejemplo. — CD es perpendicular á AB si forma con ella dos ángulos iguales DCA y DCB, es decir si no se inclina ni por la parte de la A ni por la de la B.

9. Se dice que un ángulo es **recto** *cuando uno de sus lados es perpendicular al otro.* Así el ángulo ABC es recto si AB es perpendicular á BC. El lado BC es también perpendicular á AB.

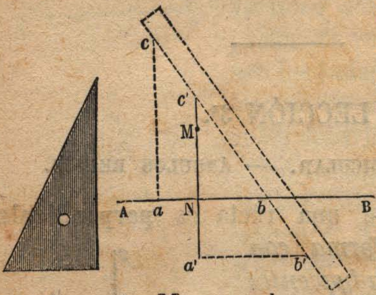


Todos los ángulos rectos son iguales. Así el ángulo recto DEF, formado por ED, perpendicular á EF, es igual al ángulo ABC, formado por BA, perpendicular á BC.

10. Se dice que un ángulo es **obtuso** cuando es mayor que un recto, y agudo cuando es menor. Así el angulo ABC es agudo, y el DEF obtuso.



11. Para trazar perpendiculares se hace uso de la **escuadra**. Se llama así una planchita de madera en forma de *triángulo rectángulo*, es decir de triángulo que tenga *un ángulo recto*. Ejemplo : para trazar una perpendicular á la recta AB, que pase por el punto M, se coloca la escuadra de modo que uno de los lados del ángulo recto *ab* coincida con la recta AB; después se aplica una regla á lo largo del lado *bc*, se hace correr la escuadra hasta que el lado *ac* pase por el punto M, y se traza entonces la recta MN que es la perpendicular pedida á la AB.

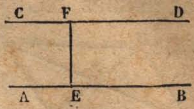


LECCIÓN 4ª.

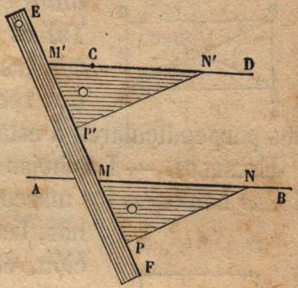
RECTAS PARALELAS. — PARALELOGRAMO, RECTÁNGULO, CUADRADO, ROMBO.

12. Se dice que dos rectas trazadas sobre una misma hoja de papel son **paralelas** *cuando no*

se encuentran por más que se prolonguen. Tales son las rectas AB y CD.



Una perpendicular EF á AB es al mismo tiempo perpendicular á CD, paralela á AB. Esta perpendicular EF, común á las dos paralelas, tiene la misma longitud, cualquiera que sea el punto por donde se la trace. Por eso se dice: *que dos rectas paralelas están siempre equidistantes una de otra.*

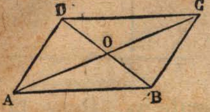


13. Se pueden trazar paralelas con la regla y la escuadra. Así, si se quiere trazar por el punto C una paralela á AB, se coloca uno de los lados MN de la escuadra de modo que coincida con AB, y se aplica una regla contra el otro lado MP de la escuadra. Después, sin mover la regla, se hace correr la escuadra á lo largo, hasta que el lado MN pase por el punto C, y trazando la linea M′N′ tendremos la paralela á la AB.

Ejemplos. — Los dos bordes opuestos de una hoja de papel son dos rectas paralelas, así como los bordes opuestos de un cristal, las aristas opuestas de los marcos de las puertas y ventanas, etc., etc.

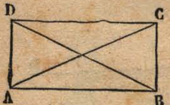
14. Se llama **paralelogramo** un polígono de cuatro lados *cuyos lados opuestos son paralelos.* Tal es la figura ABCD (pág. 104).

Los lados opuestos de un *paralelogramo* son iguales. Así los lados opuestos AD y BC de la figura son iguales, del mismo modo que AB y DC. Las diagonales AC y BD se cortan mutualmente en partes iguales, y el punto O, en que ambas se encuentran, se llama **centro** de la figura.

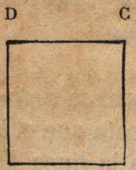


La construcción de los paralelogramos no tiene dificultad ninguna, puesto que sabemos trazar paralelas.

15. Se llama **rectángulo** *un polígono de cuatro lados cuyos ángulos son rectos.* Tal es la figura ABCD. Para construir un rectángulo se trazan dos rectas paralelas, y después dos perpendiculares á estas rectas.

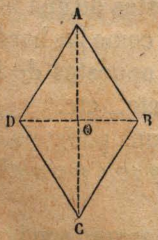


Ejemplos. — Las hojas de un libro, los cristales de los balcones, los marcos de las puertas y ventanas, las paredes de una habitación, etc., etc., tienen la forma rectangular.



16. Se llama **cuadrado** *un rectángulo cuyos lados adyacentes son iguales.*

El cuadrado es una figura muy importante y de mucho uso. *El cuadrado cuyo lado tiene* 1 *metro lineal de longitud* se llama **metro cuadrado**, y su superficie, es decir la extensión limitada por su contorno, sirve de unidad para medir la superficie de otros polígonos. Por ejemplo, la superficie del suelo de esta clase se evalúa en



metros cuadrados, y lo mismo sucede con la de un solar ó la de un terreno. *El cuadrado cuyo lado tiene* 10 *metros* se llama **decámetro cuadrado**, y **área** cuando se emplea para medir la superficie de los campos.

17. Se llama **rombo** *un polígono que tiene sus cuatro lados iguales entre sí.*

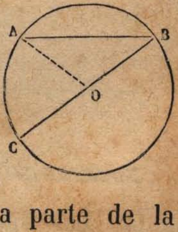
Esta figura es también un paralelogramo. Y sus dos diagonales AC y BD son perpendiculares.

LECCIÓN 5ª.

DEL CÍRCULO.

18. Se llama **circunferencia** *una línea curva cuyos puntos equidistan de uno interior llamado* **centro**.

Para trazar una circunferencia se hace uso del instrumento llamado *compás*, que todos conocemos. Para ello se apoya una de las puntas del compás en el papel, y la otra punta recorre éste, describiendo la circunferencia con un lápiz ó tiralíneas de que está provista.



La circunferencia encierra cierta parte de la superficie del papel. Esta parte, que es la *extensión superficial* ó la *superficie* de esta figura, se llama *círculo*.

Observación. — A menudo se emplea la palabra *círculo* en vez de *circunferencia*. Así se dice : tra·

cemos un *círculo,* en vez de tracemos una *circunferencia;* pero debe tenerse bien presente que dichas palabras expresan ideas completamente distintas. Circunferencia es la línea envolvente y círculo es la superficie envuelta.

Se llama **radio** *toda recta que va desde el centro á un punto cualquiera de la circunferencia*; así OA es un *radio.*

Se llama **arco de círculo** *una porción cualquiera de la circunferencia.* Por ejemplo, AB.

Cuerda *es la recta que une los dos extremos de un arco.* Por ejemplo, la recta AB.

Se llama **diámetro** *una cuerda que pasa por el centro;* por ejemplo, CB. *El diámetro* se compone de dos radios, así CB se compone de OB y OC.

Ejemplos. — El círculo es una figura muy importante y que vemos muy á menudo. El borde de un aro y el de la rueda de un carruaje son círculos, así como los bordes de un plato, de una taza y de una infinidad de objetos semejantes.

LECCIÓN 6ª.

NOCIONES SOBRE LOS POLIEDROS MÁS SENCILLOS.

19. Las figuras de geometría que hemos estudiado hasta aquí son *figuras planas,* es decir figuras que se pueden trazar sobre una hoja de papel, sobre un tablero, sobre una pizarra, ó sobre otra *superficie plana cualquiera.* Se las llama también *figuras de dos dimensiones*, por que no

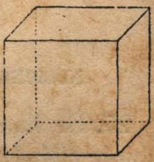
tienen más que *longitud y latitud*, pero no *grueso*. Así un triángulo, un cuadrado y un círculo son *figuras planas* ó de *dos dimensiones*.

Además de las figuras de que acabamos de hablar se estudian en geometría figuras que tienen tres dimensiones : longitud, latitud y altura, grueso ó profundidad. Estas figuras de *tres dimensiones* son las que afectan ciertos cuerpos sólidos, como, por ejemplo, un sillar, un trozo de pared, un pedazo de madera, un pilón de azúcar, una bola, etc.

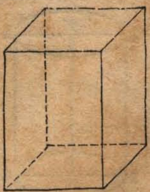
20. Se llama **poliedro** *un cuerpo limitado en todos sentidos por polígonos planos*. Estos polígonos se llaman **caras** del poliedro; sus lados son las **aristas** de éste, y sus vértices los **vértices del poliedro**.

Los poliedros más sencillos son :

21. 1° El **cubo**, *que es un cuerpo limitado por seis caras cuadradas é iguales*.

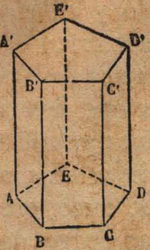


Un cubo cuya arista tiene un metro de longitud se llama **metro cúbico**, y sirve de unidad para evaluar el **volumen** de los cuerpos, es decir *la porción de espacio que ocupan*. En metros cúbicos se evalúa un macizo de pared, la tierra necesaria para terraplenar un hoyo, y la necesaria para formar un terraplén en un camino ó en un ferrocarril, etc.

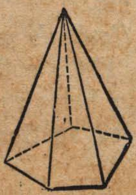


22. 2° El **paralelepípedo rectángulo** *es un cuerpo limitado por seis caras rectangulares é iguales dos á dos* (las que son opuestas).

Ejemplos. — Las vigas, los sillares, que se llaman comúnmente piedras cuadradas, las paredes verticales, las cajas de embalaje, etc., tienen generalmente la forma de paralelepípedos rectángulos.



23. 3° **El prisma** *es un cuerpo limitado por dos caras poligonales iguales y paralelas, y por varios paralelogramos que las unen.*

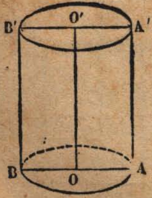


24. 4° **La pirámide** *es un cuerpo limitado por una cara poligonal y por varios triángulos que tienen un vértice común, y por bases los lados de dicho polígono.*

LECCIÓN 7ª.

NOCIONES SOBRE LOS CUERPOS REDONDOS.

25. Se llama **cilindro de revolución** ó simplemente **cilindro**, *el cuerpo engendrado por un rectángulo que gira al rededor de uno de sus lados.*

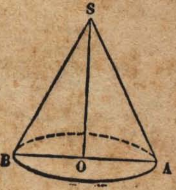


Este cuerpo está limitado por dos círculos iguales y opuestos, llamados *bases*, y por una superficie curva, llamada *superficie lateral*, que une dichas bases.

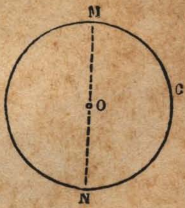
Tal es el cuerpo ABA'B', engendrado por el rectángulo OAA'O' girando al rededor de OO'.

Ejemplo. — Las columnas de fundición empleadas para sostener las vigas, los cañones de las chimeneas y estufas, los tubos de conducción de aguas y de gas son cilindros; y deben citarse especialmente como tales el litro, el decalitro, etc. (cálculo, lección 9ª).

26. Se llama **cono de revolución** ó simplemente **cono**, *el cuerpo engendrado por un triángulo rectángulo que gira al rededor de uno de los lados del ángulo recto.* Este cuerpo está limitado por una *base* circular y por una *superficie convexa* que se apoya sobre la circunferencia de este círculo y termina en punta.



Tal es el cuerpo representado por la figura SBA, engendrado por el triángulo rectángulo SOA al girar al rededor del lado SO del ángulo recto.



Ejemplos. — Un embudo, la parte inferior de una peonza, los techos de las torres tienen la forma cónica.

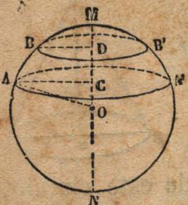
27. Se llama **esfera** *un cuerpo limitado por una superficie que tiene todos sus punto equidistantes de un punto interior llamado* **centro**.

También puede definirse la *esfera* diciendo que es el cuerpo engendrado por un círculo que gira al rededor de uno de sus diámetros.

Ejemplo. — La forma esférica se presenta frecuentemente á nuestra vista: las bolas con que juegan los niños, las que sirven para jugar al billar, las naranjas, la Tierra, la Luna, el Sol, y generalmente todos los cuerpos celestes tienen dicha forma, más ó menos aproximadamente.

Se llama **radio de la esfera** *toda recta que va del centro á un punto de la superficie esférica;* tal como OM.

Diámetro *es una recta que va de un punto á otro de la superficie esférica pasando por el centro;* tal como la MN. Un diámetro se compone de dos radios.



Valiéndose de un compás de piernas curvas, que se llama *compás esférico*, se pueden trazar círculos sobre la superficie de la esfera lo mismo que los trazaríamos sobre un plano.