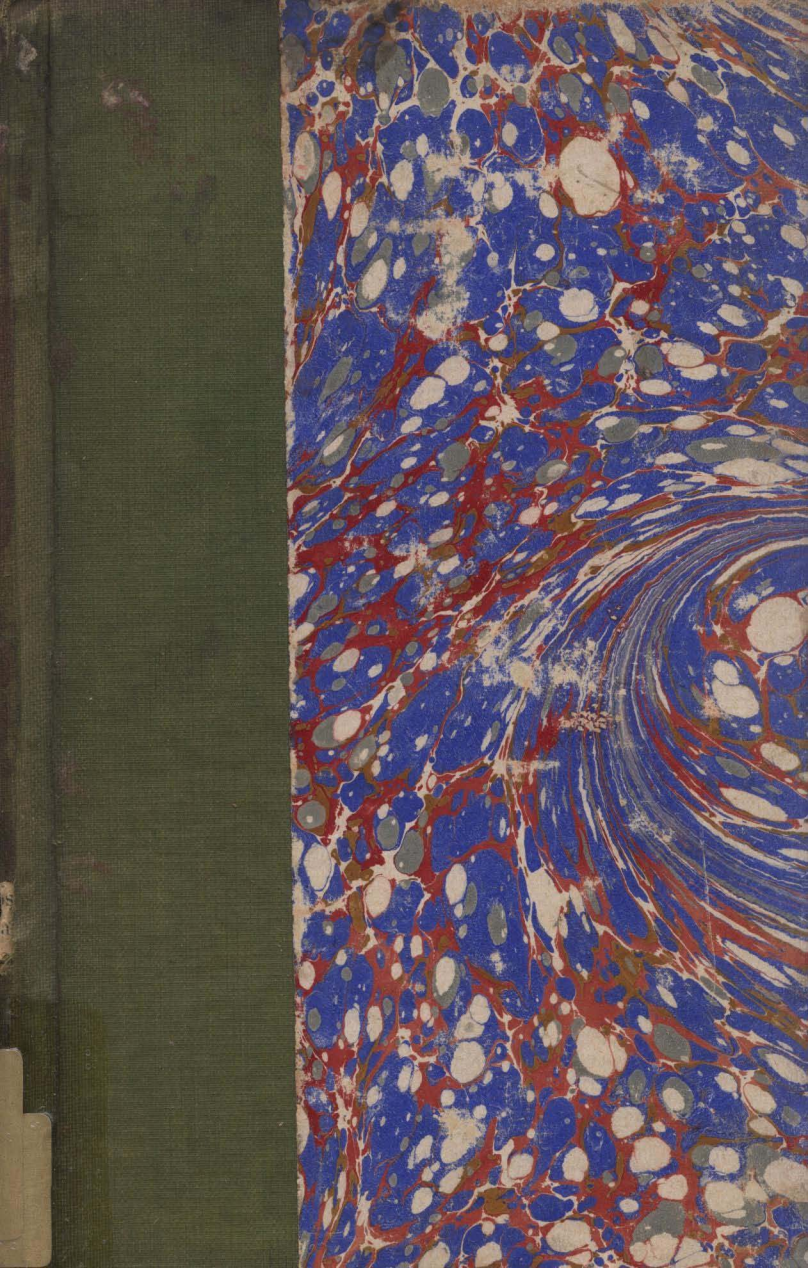


7231

NOCIONES

DE

ARITMÉTICA

OBRAS DEL MISMO AUTOR DE VENTA EN LA MISMA LIBRERÍA

Nuevo Aritmético Argentino teórico y práctico que comprende : El cálculo de los números enteros y decimales. — Fracciones. — Los números denominados ó complejos. — **Sistema métrico decimal** con todas las figuras de pesas y medidas. — Potencias y raíces de los números. — Razones y proporciones. — Reglas de tres. — Intereses. — Descuentos. — Partición proporcional. — Reglas de sociedad. — Mezcla ó aligación. — Falsa posición. — Progresiones. — 1 tomo en 8º. *Encartonado.*

Nociones de Geometría teórica-práctica, con 155 figuras intercaladas en el texto y numerosos problemas gráficos y numéricos. 1 tomo en 12º. *Encartonado.*

Las ciento cincuenta y cinco figuras que contiene son hechas en fondo negro; la impresión es correcta y esmerada. Está dividida en dos partes : la primera comprende la *Geometría plana* repartida en 12 capítulos; la segunda, *Geometría del Espacio* en 4 capítulos.

Estas *Nociones*, además de ser precedidas de nociones preliminares, llevan al pie de cada uno de los 16 capítulos un razonado cuestionario que facilita notablemente el estudio de esta ciencia.

Haber sido grabadas las figuras en fondo negro tiene por objeto servir de modelo para ser copiadas en la pizarra mural en que el discípulo expone razonadamente su nombre, volumen, etc., etc.

Sistema Metrico-décimal teórico-práctico, contiene más de cien problemas resueltos y la ley del Superior Gobierno Nacional declarando obligatorio el sistema métrico-decimal de pesas y medidas. Arreglado para el uso de las Escuelas de la República Argentina, así como para las personas que quieren instruirse por sí mismas. 1 tomo de 62 páginas. *Rústica.*

Soluciones razonadas de los problemas del Nuevo Aritmético Argentino y del sistema métrico-decimal. 1 tomo en 12º. *Rústica.*

Soluciones razonadas del Sistema métrico-decimal. 1 folleto de 32 páginas.

Cartilla primera, ó sea Método Práctico para aprender á leer en diez y seis lecciones. 1 folleto de 16 páginas.

BIBLIOTECA ELEMENTAL
Colección de textos arreglados para las Escuelas y Colegios.

NOCIONES
DE
ARITMÉTICA
TEÓRICA Y PRÁCTICA

PARA USO DE LAS ESCUELAS PRIMARIAS DE AMBOS SEXOS
DE LA REPÚBLICA ARGENTINA

POR
J. M. ARECHAGA
AUTOR DE VARIAS OBRAS DIDÁCTICAS APROBADAS

CONTIENE
EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL
ADOPTADAS COMO TEXTO
EN LAS ESCUELAS DE LA REPÚBLICA ARGENTINA

6758
CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN
BIBLIOTECA NACIONAL DE MAESTROS
DEPÓSITO

BUENOS AIRES
PEDRO IGON Y Cia, EDITORES
LIBRERÍA DEL COLEGIO
Calle Alsina, nº 500, esquina Bolívar.
1897

110 X 170

Estas " Nociones de Aritmética " son propiedad de los editores quienes las ponen bajo el amparo de la ley.

Buenos Aires. — Tip. PEDRO IGON Y C^{i}.

NOCIONES DE ARITMÉTICA

TEÓRICA Y PRÁCTICA

CAPÍTULO PRIMERO.

Numeración de los números enteros y decimales.

I. — NOCIONES PRELIMINARES.

1. La aritmética es la ciencia de los números.

2. Número es la unidad ó la reunión de unidades de una misma especie.

3. La palabra unidad designa uno solo de los objetos que se consideran.

4. Número entero es la reunión de varias unidades de una misma especie, como tres días, ocho lápices, etc. (1).

5. Número abstracto es el que no determina la especie á que pertenece la cantidad, como *cinco*, *siete*, *diez*, etc.

6. Número concreto es el que determina la especie á que corresponde la cantidad, como *cinco pesos*, *siete metros*, etc. (2).

(1) El número entero se divide en simple y compuesto, pudiendo ser abstracto ó concreto.

(2) El número concreto se divide en homogéneo y heterogéneo Se llaman homogéneos cuando se refieren á unidades de la misma especie, como 20 pesos y 56 pesos; y heterogéneos cuando se refieren á unidades de diferente especie, como siete metros y cuatro días.

CUESTIONARIO.

1. ¿Qué es aritmética? — 2. ¿Qué es número? — 3. ¿Qué significado tiene la palabra unidad? — 4. ¿Qué es número entero? — 5. ¿Qué es número abstracto? — 6. ¿Qué es número concreto?

II. — FORMACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

7. La base de nuestro sistema de numeración es el decenal ó décuplo, porque según él, se necesitan diez unidades de cualquier orden para formar otra unidad de otro orden inmediato superior.

8. *Los números enteros se forman por la adición sucesiva de la unidad con ella misma,* de modo que, añadiendo una unidad á otra de la misma especie, se obtiene un número; añadiendo á este número una nueva unidad, se obtendrá *un* nuevo número y así sucesivamente.

CUESTIONARIO.

7. ¿Cuál es la base de nuestro sistema de numeración? — 8. ¿Cómo se forman los números enteros?

III. — NUMERACIÓN.

9. La numeración es la parte de la aritmética que trata de expresar y representar los números.

10. Se distinguen *dos* clases de numeración: *la numeración escrita* y *la numeración hablada.*

CUESTIONARIO.

9. ¿Qué es numeración? — 10. ¿Cuántas clases de numeración se distinguen?

IV. — NUMERACIÓN HABLADA.

11. *La numeración hablada es el arte de enunciar todos los números posibles con un número limitado de palabras;* esto es, con un número de palabras menor que el de los números mismos.

12. Los nombres de los primeros números son : *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve.* Estas son las *unidades sencillas.*

Á nueve unidades sencillas se agrega una unidad, y se tiene un número que se llama *diez* ó *decena.*

13. Se cuenta por decenas, lo mismo que por unidades; así se dice :

Una decena, ó..... diez.
Dos decenas, ó..... veinte.
Tres decenas, ó..... treinta.
....
Nueve decenas, ó..... noventa.

14. Como entre dos decenas consecutivas hay nueve números intermediarios, se forman sus nombres agregando sucesivamente los nombres de los nueve primeros números á cada una de las nueve decenas.

Así entre diez y veinte, diremos :

Once en lugar de diez y uno.
Doce » diez y dos.
Trece » diez y tres.
Catorce » diez y cuatro.
Diez y seis, diez y siete, diez y ocho.
Diez y nueve.

Entre veinte y treinta :
veinte y uno,
veinte y dos

veinte y tres,

.....

veinte y nueve,

y así sucesivamente entre treinta y cuarenta, entre cuarenta y cincuenta, etc., hasta noventa y nueve.

15. Para formar el número siguiente se agrega una unidad al último número formado, teniendo así :

noventa y nueve
más..... uno
ó nueve decenas
más nueve unidades } *una decena.*
más una unidad }

Esto es : nueve decenas más otra decena, ó diez decenas, formándose así una nueva unidad llamada centena ó ciento.

16. Por centenas se cuenta lo mismo que por decenas y unidades.

Así se dice :

Una centena, ó.... *cien ó ciento.*
Dos centenas, ó.... *doscientos.*
Tres centenas, ó.... *trescientos.*

.....

Nueve centenas, ó.... *novecientos.*

17. Para expresar los números comprendidos entre las centenas, se agrega á los nombres de éstas los noventa y nueve primeros números.

Así se tendrá : *ciento uno, ciento dos, ciento tres.* ..... *hasta ciento noventa y nueve; doscientos uno, doscientos dos, doscientos tres.*..... *doscientos noventa y nueve.* ..... y así sucesivamente hasta el número *novecientos noventa y nueve.*

18. Por la adición de una unidad á este último número, se tendrá :

nueve centenas
más nueve decenas
más nueve unidades } *un millar*
más una unidad

Esto es : nueve centenas más otra centena, ó diez centenas, formándose así una nueva unidad llamada mil ó millar.

19. No se da un nombre particular á la colección de *diez mil* unidades, pero se considera á un *mil* como una nueva unidad principal; y así hay unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar.

20. Para formar los números siguientes desde mil hasta novecientos noventa y nueve mil, se anteponen á la palabra mil los novecientos noventa y nueve números anteriores.

Así pues, se dice : mil, dos mil,... nueve mil,... diez mil,... doce mil,... veinte mil, veintiún mil,... cien mil, doscientos mil,... novecientos noventa y nueve mil.

21. Colocando en seguida de un número cualquiera de millares, los nombres de todos los números inferiores á mil, se pueden enunciar todos los números hasta el novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve.

22. Añadiendo una unidad al número novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve unidades, se forma un *millón*. Se cuenta por millones, decenas de millones, centenas de millones, millares de millones, decenas de millares de millones y centenas de millares de millones.

23. Finalmente, un millón de millones se

llama *billón;* un millón de billones *trillón*, etc.

24. El primer orden se llama unidades simples; el 2º decenas; el 3º centenas; el 4º unidades de mil; el 5º decenas de mil; el 6º centenas de mil; el 7º unidades de millón; el 8º decenas de millón; el 9º centenas de millón; el 10º unidades de millar de millón; el 11º decenas de millar de millón, y el 12º centenas de millar de millón, etc.

ÓRDENES Ó RANGOS.		
1,	unidades	simples.
2,	decenas	
3,	centenas	
4,	unidades	de millar.
5,	decenas	
6,	centenas	
7,	unidades	de millón.
8,	decenas	
9,	centenas	
10,	unidades	de millar de millón.
11,	decenas	
12,	centenas	
13,	unidades	de billón.
14,	decenas	
15,	centenas	
16,	unidades	de millar de billón
17,	decenas	
18,	centenas	
19,	unidades	de trillón
20,	decenas	
21,	centenas	

CUESTIONARIO

11. ¿Qué es numeración hablada? 12. ¿Cuáles son los nombres de los primeros números? — 13. ¿Cómo se

cuenta por decenas? — 14. ¿Cómo se forman los nombres de los números desde diez hasta noventa y nueve? — 15. ¿Cómo se forma el número siguiente? — 16. ¿Cómo se cuenta por centenas? — 17. ¿Cómo se forman los números comprendidos entre las centenas? — 18. ¿Cómo se forma el número siguiente? — 19. ¿Qué nombre recibe la colección de *diez mil* unidades? — 20. ¿Cómo se forman los números desde mil hasta novecientos noventa y nueve mil? — 21. ¿Cómo se forman los nombres de los números hasta novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve unidades? — 22. ¿Cómo se forma el número siguiente? — 23. ¿Qué nombre recibe un millón de millones, un millón de billones, etc.? — 24. ¿Qué nombre toman los diferentes órdenes de unidades. — 25. ¿Cual es el órden de las decenas de millar, de las unidades de millón, de las decenas de billón, etc.?

V. — NUMERACIÓN ESCRITA.

26. Numeración escrita es la que enseña á representar ó á escribir los nombres de los números por medio de diez caracteres llamados *cifras*.

27. Las cifras de la numeración escrita y sus respectivos valores son :

cero,	uno,	dos,	tres,	cuatro,
0	1	2	3	4
cinco,	**seis,**	**siete,**	**ocho,**	**nueve.**
5	6	7	8	9

El cero se llama cifra auxiliar y las demás significativas.

28. Cada cifra tiene su valor propio cuando está sola ú ocupa el primer rango de la derecha; pero aumenta de valor por cada rango que avanza hacia la izquierda; por ejemplo : el 1, si ocupa el primer rango, valdrá 1; si ocupa el 2º valdrá 10; y si ocupa el 3º 100, etc. (1).

(1) Las cifras significativas tienen dos valores : el absoluto que depende de la forma que tiene, por ejemplo el 5 siempre valdrá

29. El cero, aunque no tiene valor propio, sirve para ocupar el lugar de las unidades del orden que falte en el número que nos propongamos escribir.

Con la ayuda del cero se pueden escribir los números diez, veinte, cincuenta, ciento ocho, quinientos, mil cuatro, etc., del modo siguiente: 10, 20, 50, 108, 500, 1004, etc.

30 Para leer una cantidad de más de tres cifras se empieza por dividirla en períodos de seis cifras, de derecha á izquierda; en el primer período se escribe un *uno*, y se leerá millones, en el segundo *dos*, y se leerá billones, y en el tercero *tres*, y se leerá trillones, etc.; en seguida se dividen los períodos de seis cifras, de tres en tres cifras con una coma, y se leerá *mil*.

Ejemplo:

1	3	270	,	564	2	876	,	587	1	664	,	508
trillones.		mil.		billones.		mil.		millones		mil.		

Se leerá de este modo: un trillón, doscientos setenta mil, quinientos sesenta y cuatro billones, ochocientos setenta y seis mil, quinientos ochenta y siete millones, seiscientos sesenta y cuatro mil, quinientas ocho unidades.

CUESTIONARIO

26. ¿Qué es numeración escrita? — 27. ¿Cuáles son las cifras de la numeración escrita y sus valores respectivos?

5, y no 3 ni 4; y el relativo que depende del órden que ocupa en la representación de un número; así, en 25, el 5 vale 5 unidades en 56, vale 5 decenas ó 50 unidades, y en 512, la misma cifra valdrá 5 centenas ó 500 unidades.

— 28. ¿ Cuántos valores tienen las cifras? — 29. ¿ Qué tiene V. que decir del cero? — 30. ¿Cómo se procede para leer una cantidad de más de tres cifras?

VI. — NUMERACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES.

31. Llámase *fracción decimal una ó varias* de las partes que se obtienen dividiendo la unidad en diez, ó en cien, ó en mil, etc., partes iguales.

32. Estas fracciones se enuncian :

Décima si la	unidad	está dividida en	10 p.	iguales.
Centésima	»	»	100	»
Milésima	»	»	1000	»
Diez milésima	»	»	10000	»
Cien milésima	»	»	100000	»
Millonésima	»	»	1000000	»

33. El conjunto de un número entero y de una fracción decimal, se llama *número decimal.*

34. Para no confundir la parte decimal con la parte entera, se la separa por medio de una coma; y si no hay parte entera, se la reemplaza por medio de un cero.

El 1er	rango después de la coma	es	la décima.	0,1
2º	»	»	la centés.	0,01
3º	»	»	la milés.	0,001
4º	»	»	la diez mil.	0,0001
5º	»	»	la cien mil.	0,00001
6º	»	»	la millón.	0,000001

35. Para enunciar una fracción decimal, se enuncia como si fuera un número entero, expresando al fin el orden decimal á que corresponde la última cifra.

Así 0,432	se enuncia	cuatrocientas treinta y dos *milésimas.*
0,18635	»	diez y ocho mil seiscientas treinta y cinco *cienmilésimas.*

36. Un número decimal se enuncia del mismo modo, ó bien enunciando separadamente la parte entera y la parte decimal.

Así el número decimal, se enuncia :

52,700 { Cincuenta y dos mil setecientas *milésimas*. / Cincuenta y dos enteros setecientas *milésimas*.

37. Para escribir una fracción ó un número decimal, se escribe como si fuera un número entero, colocando en seguida la coma decimal de modo que la última cifra ocupe el rango correspondiente al orden decimal expresado.

Así cuatrocientas cinco *milésimas*, se escriben..... 0,405

Sesenta y tres *diez milésimas*, se escriben..... 0,0063

38. Ne se altera el valor de un número decimal escribiendo ó suprimiendo uno ó varios ceros á su derecha.

Así es que 20,252 y 20,25200 tienen el mismo valor.

39. Toda cantidad decimal se hace diez, cien, ó mil veces mayor, corriendo la coma uno, dos ó tres rangos hacia la derecha.

Así 4,630 es cien veces mayor que 0,04630
0,52 » mil » » » 0,00052

40. Para hacer una cantidad decimal diez, cien, ó mil veces menor, se corre la coma decimal *uno, dos* ó *tres* rangos hacia la izquierda.

Así 0,04630 es cien veces menor que 4,630
0,00052 es mil » » » 0,52

CUESTIONARIO.

31. ¿Qué es fracción decimal? — 32. ¿De qué modo se enuncian? — 33. ¿Qué es número decimal? — 34. ¿Cómo se hace para no confundir la parte entera con la decimal? — 35. ¿Cómo se lee una fracción decimal? — 36. ¿Cómo se enuncia un número decimal? — 37. ¿Cómo se escribe una fracción decimal, un número decimal? — 38. ¿Se altera el valor de un número decimal cuando se escribe ó suprime uno ó varios ceros á su derecha? — 39. ¿Cómo se hace un número decimal diez, cien, ó mil veces mayor? — 40. ¿Cómo se hace diez, cien, ó mil veces menor?

VII. — SIGNOS USADOS EN ESTA OBRA.

41. Los principales signos aritméticos empleados en esta obra, son los siguientes:

+ significa más : así 3 + 5 se enuncia *tres más cinco*.

— significa menos : así 9 — 3 se enuncia *nueve menos tres*.

× ó . significa multiplicado por : así 7 × 8 ó 7 . 8 se enuncia siete multiplicado per ocho.

: significa dividido por : así 8 : 2 se enuncia ocho dividido por dos.

= significa igual : así 4 + 6 = 10 se enuncia cuatro más seis igual diez.

CUESTIONARIO.

41. ¿Qué significa el signo +? ¿Con qué signo se indica menos? ¿Qué significado tiene este signo ×? ¿Con cual signo se indica dividido por? ¿Qué signo se emplea para denotar igualdad?

CAPÍTULO SEGUNDO.

Cálculo de los números enteros y decimales.

I. — ADICIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

42. Sumar es reunir dos ó más números homogéneos en uno solo.

43. Los números que se dan para sumar, se llaman *sumandos*. y el resultado *suma*.

44. Por ejemplo:

Si se suman 4 con 10 y con 6, resultará 20; los sumandos son 4, 10 y 6; y la suma es 20.

45. TABLA DE LOS NÚMEROS QUE SE LLEVAN EN LAS CUENTAS DE ADICIÓN.

De	10	hasta	19	se lleva	1
»	20	»	29	»	2
»	30	»	39	»	3
»	40	»	49	»	4
»	50	»	59	»	5
»	60	»	69	»	6
»	70	»	79	»	7
»	80	»	89	»	8
»	90	»	99	»	9

» 100 para arriba se lleva la cantidad que forman las cifras que no se escriben en la suma; v. gr.: de 136, escribiendo el 6, llevo 13.

46. Para sumar los números enteros se escriben los sumandos unos debajo de otros, de modo que se correspondan unidades con unidades, decenas con decenas, etc. Se tira una línea por debajo y se principia á sumar por la columna de

las unidades, cuya suma, si no pasa de nueve, se escribe debajo, y si pasare, se escribe sólo las unidades, reservando las decenas para unirlas á la suma de la columna de las decenas, y así se continuará conlas demás col umnas (1).

Ejemplo :

$$2356 + 572 + 4728 = \left\{\begin{matrix} 2356 \\ 572 \\ 4728 \end{matrix}\right\} \text{sumandos.}$$
$$\overline{7656} \quad \text{suma.}$$

CUESTIONARIO.

42. ¿Qué es sumar? — 43. ¿Cómo se llaman los términos de la operación de sumar? — 44. Déme V. un ejemplo. — 45. Diga usted de memoria los números que se llevan en cuentas de sumar desde diez en adelante. — 46. ¿Cómo se suman los números enteros?

PROBLEMAS.

1. — ¿Qué cantidad de metros miden las siguientes piezas de paño : la primera tiene 58 m., la segunda 79 m., la tercera 112 m., y la cuarta 122 m.?

R. 371 metros.

2. — ¿Cuántos quintales hay en las siguientes partidas : 745 qq., 8745 qq., 214 qq., 394 qq. y 458 qq.?

R. 10556 qq.

3. — Una escuela está dividida en tres clases, de las cuales la inferior tiene 45 alumnos, la me-

(1) Se conoce que un problema debe resolverse por medio de la adición siempre que se trate de encontrar un número igual á la suma de varios otros.

dia 65 y la superior 36; ¿cuántos alumnos hay en la escuela?

R. 146 alum...

4. — Un sastre vendió en una semana 6 trajes, el 1º en 89 $, el 2º en 67 $, el 3º en 50 $, el 4º en 74 $, el 5º en 40 $ y el 6º en 96 $; ¿cuánto importó la venta?

R. 416 $.

5. — ¿Cuántos metros de largo tienen los siguientes cables : uno de 7500 m., otro de 12570 m., otro de 36248 m., y el último de 25060 m.?

R. 81378 metros.

6. — Me han pagado las siguientes cantidades: Luís 58000 $, Ángel 29582 $, Darío 500 $ y Fernando 278 $; ¿cuánto he recibido por todo?

R. 88360 $.

II. — ADICIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES.

47. La adición de los números decimales se ejecuta del mismo modo que la de los enteros; después de escribir todas las cantidades unas debajo de otras, de modo que las unidades de un mismo orden queden en una misma columna vertical, para lo cual no hay sino cuidar de que todas las comas decimales se correspondan entre sí, lo mismo que la de la suma.

Ejemplo :

$$45{,}65 + 5{,}84 + 146{,}362 + 38{,}5 = \left\{ \begin{array}{r} 45{,}65 \\ 5{,}84 \\ 146{,}362 \\ 38{,}5 \end{array} \right\} \text{sumandos.}$$

$$\overline{236{,}352} \quad \text{suma.}$$

CUESTIONARIO.

47. ¿Cómo se efectúa la adición de los números decimales? — ¿De qué modo deben colocarse las comas decimales unas respecto de otras? Déme V. un ejemplo.

PROBLEMAS.

1. — Un comerciante de vino ha pagado por 18 pipas de este licor 1980 $; ha gastado en el trasporte 107,50, y por derecho de importación 540,60. ¿Cuánto le cuesta el vino?

R. $ 2628,10.

2. — Una persona tiene dinero en tres cofres; en el 1º $ 148,75; en el 2º $ 260,59 y en el 3º $ 89,45. Pone todo el dinero en un 4º cofre que tenía ya 60 $; ¿cuánto habrá ahora en este cofre?

R. $ 558,79.

3. — Un comerciante, durante la mañana de cierto día, hizo tres ventas en su almacén: la 1ª de $ 451,70; la 2ª de $ 189,30; y la 3ª de $ 768,50. ¿Cuánto vendió por todo?

R. $ 1409,50.

4. — ¿Qué pesan los siguientes artículos: kilogr. 4,25 de arroz, más kilogr. 2,75 de azúcar, más kilogr. 6,82 de sal, más kilogr. 2,48 de velas, más kilogr. 3,5 de fideos, más kilogr. 1,25 de café?

R. kilogr. 21,05.

5. En el libro de un comerciante están escritas las partidas siguientes: $ 7450,25 + $ 523,35, + $ 2346,75, + $ 6580,36 y 852 $. Déme V. el total.

R. $ 17752,71.

6. — ¿Qué cantidad de m. hay en las siguientes partidas? m. 26,19, más m. 3722,14, más m. 5,645, más m 875,175.

R. m. 1279,224.

III. — MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

48. — Multiplicación es una operación por la que se repite un número tantas veces como unidades contiene otro

49. — La cantidad que ha de ser repetida se llama *multiplicando*, la cantidad que expresa el número de veces se llama *multiplicador*, y el resultado *producto* (1).

50. — El multiplicando y el multiplicador se llaman factores.

51. — Para poder multiplicar es preciso poseer bien de memoria la tabla de multiplicación de las nueve cifras dígitas.

(1) El producto se divide en parcial y total. Se llama producto parcial al producto de cada cifra del multiplicador por todas las del multiplicando; y producto total á la suma de los productos parciales.

TABLA DE PITÁGORAS.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

52. — Los productos de las 9 primeras cifras se encuentran, con una ojeada, á la unión de las líneas horizontales y verticales de las cifras que se quieren multiplicar, en la tabla debida al célebre filósofo y matemático Pitágoras.

53. — Para multiplicar números enteros, basta buscar el producto de las cifras del multiplicando por cada una de las del multiplicador (1).

54. — La multiplicación puede empezarse por la izquierda, la derecha ó cualquier cifra del multiplicador : basta tener la prolijidad de escribir la

(1) Se conoce generalmente que la resolución de un problema exige una multiplicación cuando dado el valor de la unidad se busca el de otras varias ó el de algunas partes de la unidad.

primera cifra de la derecha de cada producto, al rango de la cifra del multiplicador por la que se multiplica.

Ejemplo :

	3657	Multiplicando.....	3657
Multiplicador.	2845		2845
	18285		7314
	14628	Productos parciales..	29256
	29256		14628
	7314		18285
	10404165	Productos totales....	10404165

Esta operación, empezada por la derecha, da el mismo producto que la siguiente empezada por la izquierda.

Demostración — Empezando por la primera cifra de la derecha del multiplicador se dice :

5 por 7 son 35, se escribe la cifra 5 y se llevan 3 decenas;
5 » 5 » 25 y 3 son 28, se escribe 8 y se llevan 2;
5 » 6 » 30 y 2 son 32, se escribe 2 y se llevan 3;
5 » 3 » 15 y 3 son 18, se escribe 18 y queda terminado el producto parcial del multiplicando por la cifra de las unidades del multiplicador Se procede del mismo modo con las demás cifras del multiplicador para hallar los demás productos parciales, y sumando dichos productos se tiene el producto total 10404165.

55. — Cuando hay uno ó varios ceros en el multiplicador, no se hace caso de ellos, teniendo siempre el especial cuidado de colocar la primera cifra de cada producto parcial en el orden de la cifra por la que se multiplica

Ejemplo.		*Demostración.*
	300575	Se multiplica inmediatamente por 3, después de la multiplicación por 1, pero la cifra 5 del producto 15 se escribe en el tercer orden : la cifra (cero) del producto por 2 se escribe en el sexto orden porque este 2 ocupa el sexto orden.
	200301	
	300575	
	901725	
	601150	
	60205473075	

56. — Cuando uno ó ambos factores terminan en ceros se abrevia la operación prescindiendo de ellos y escribiéndolos después á la derecha del producto total.

Ejemplos :

1º
$$\begin{array}{r} 384527 \\ 20300 \\ \hline 1153581 \\ 769054 \\ \hline 7805898100 \end{array}$$

2º
$$\begin{array}{r} 10200 \\ 30000 \\ \hline 306000000 \end{array}$$

57. — Para multiplicar un número entero por 10, 100, 1000, etc., basta escribir á la derecha de dicho número tantos ceros cuantos sigan á la unidad.

Ejemplos :

$1882 \times 10 = 18820$; $306 \times 1000 = 306000$

CUESTIONARIO.

48. ¿Qué es multiplicación? — 49. ¿Cómo se llaman los términos de la multiplicación? — 50. ¿Qué nombre reciben el multiplicando y el multiplicador? — 51. ¿Qué se precisa para poder multiplicar bien? — 52. ¿Cómo se encuentran en la tabla de Pitágoras los productos de las nueve primeras cifras? — 53. ¿Cómo se multiplican los números enteros? — 54. ¿Por donde se empieza la multiplicación? — 55. ¿Cómo se procede cuando hay varios ceros en el multiplicador? — 56. ¿Cuando ambos factores terminan en ceros? — 57. ¿Cómo se multiplica un número por 10, 100, 1000, etc.?

PROBLEMAS.

1. — ¿Si cada metro cuadrado de tierra cuesta 8 $, cuánto costarán 99467 metros cuadrados?

R. 795736 $.

2. — ¿Cuántos metros cuadrados hay en un

terreno que tiene de frente 197 metros y de fondo 587 metros?

R. 115639 metros cuadrados.

3. — Se quiere adoquinar una calle que mide 98 metros de largo por 35 de ancho. En cada metro cuadrado entran 16 adoquines. ¿Cuántos se necesitan?

R. 54880 adoquines.

4. — En 14 días, trabajando 10 horas al día, 36 obreros han hecho una cierta obra, ¿cuántas hubiera necesitado un solo obrero para hacer la misma obra?

R. 5040 horas.

5. — Se han comprado 80 cajas de azúcar en 640 $ y se quiere ganar 4 $ en cada caja: ¿cuánto costarán las 80 cajas junto con la ganancia?

R. 960 $.

6. — Un comerciante compró 347 hectólitros de vino á 67 pesos el hectólitro, y 49 hectólitros á 79 pesos; después de haber pagado el valor de todo, le quedaron 5201 pesos: ¿cuántos pesos tenía en caja antes de la compra?

R. 11551 $.

IV. — MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES.

58. Para multiplicar entre sí los números decimales, se hace abstracción de las comas y se efectúa la multiplicación como si fuesen números enteros; luego se separan hacia la derecha del producto tantas cifras decimales como tengan juntos el multiplicando y multiplicador.

59. Si uno de los factores es un número en-

tero, se efectuará la multiplicación haciendo abstracción de la coma en el otro factor, separando luego en el producto tantas cifras decimales cuantas tenga este factor.

60. Si el producto no tiene suficiente número de cifras, se completan escribiendo á su izquierda el número de ceros que sea necesario.

Ejemplos :

1º		2º		3º	
	24,349		12,35		0,034
	48		2,7		0,008
	194 792		86 45		0,000272
	973 96		247 0		
	1168,752		333,45		

61. Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma tantos órdenes á la derecha, cuantos sean los ceros que acompañen á la unidad.

Ejemplos :

$0{,}175 \times 10 = 1{,}75$; $\qquad 5{,}45 \times 100 = 545$

CUESTIONARIO.

58. ¿Cómo se multiplican los números decimales? — 59. ¿Cómo se procede cuando uno de los factores es entero? — 60. ¿Cómo se procede cuando el número de cifras del producto es menor que las que se tienen que separar? — 61. ¿Cómo se multiplica un número decimal por la unidad seguida de ceros?

PROBLEMAS.

1. — Una máquina fabrica diariamente telas por valor de $ 148,85 centésimos : ¿cuánto producirá en 86 días de trabajo?

R. $ 12801,10

2. — Las entradas ocurridas en una caja durante 18 días han sido constantemente las mismas, cada una de $ 245,75 ; ¿cuál es la entrada total en los 18 días?

R. $ 4423,50.

3. — Una máquina de vapor consume próximamente kilogr. 40,63 de coke por hora : ¿cuanto coke consumirá en 3 días trabajando día y noche?

R. kilogr. 2925,36.

4. — Una libra esterlina vale $ 5'04, ¿cuántos pesos son 479 libras esteslinas?

R. $ 2414,16.

5. — ¿Cuántos metros cuadrados mide un terreno que tiene de largo metros 297,5 por 86,95 de frente?

R. m. cds, 25867,6250 cm. cds.

6. — He comprado un terreno que mide de largo metros 70,50 y de ancho metros 10,25, á razón de 450 $ el metro cuadrado : ¿cuánto me cuesta?

R. $ 325181,25.

V. — SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

62. Sustracción es una operación que tiene por objeto manifestar la diferencia que hay entre dos números dados, de la misma especie, rebajando del mayor que se llama *minuendo*, tantas unidades cuantas tenga el menor. que se llama *sustraendo*. El resultado de la operación se llama *resta*, exceso, diferencia ó residuo (1).

(1) Se conoce que un problema se debe resolver por medio de la sustracción, cuando se trata de hallar la diferencia que existe entre dos números de la misma especie; ó cuando dada la suma de dos números y uno de ellos se busca el otro.

63. *Regla general.* — Para sustraer un número de otro, se escribe el menor ó sustraendo debajo del mayor ó minuendo, teniendo cuidado de colocar las unidades del mismo orden en una misma columna vertical, unidades bajo unidades, decenas bajo decenas, etc.; luego se subrayan dichos números, para separarlos del resultado, que se escribe debajo.

Hecho esto, comenzando por la primera columna de la derecha, se sustrae la cifra inferior de la cifra superior correspondiente, y se escribe el resultado debajo de la columna; se procede sucesivamente de la misma manera con cada columna, hasta la última de la izquierda.

64. Si la cifra inferior es mayor que la superior correspondiente, se aumenta la cifra superior con diez unidades de su orden; pero cuando se pasa á la columna siguiente de la izquierda, se cuida de aumentar una unidad á la cifra inferior antes de sustraerla de la superior que le corresponde. Esta operación debe repetirse tantas veces cuantas sea necesaria.

Ejemplos:

1º 6432 — 1231 = { 6432 minuendo.
1231 sustraendo.
5201 resta ó diferencia.

2º 836 — 672 = { 836 minuendo.
672 sustraendo.
164 resta ó diferencia.

Demostración del ejemplo 2º. — Empezando por la primera cifra de la derecha, digo: 6 menos 2 igual á 4, que escribo debajo de la raya y en la misma columna.

Paso á la segunda columna y digo: 3 menos 7 no puede ser, porque no se puede rebajar lo mayor de lo menor; aumento 10 unidades de su orden á la cifra 3, lo

que da 13 decenas; y entonces, rebajando 7 de 13, quedan 6, que escribo debajo de la columna de las decenas.

Últimamente paso á la columna de las centenas, y, en lugar de decir 8 menos 6 aumento 1 al 6 y digo : 8 menos 7 igual á 1, que escribo bajo la correspondiente columna.

La resta ó diferencia es 164.

CUESTIONARIO.

62. ¿Qué es sustracción y cómo se llaman sus términos? — 63. ¿Cómo se sustrae un número entero de otro? — 64. ¿Cómo se procede cuando la cifra del sustraendo es mayor que su correspondiente del minuendo?

PROBLEMAS.

1. — Un sujeto ha pagado 590 $ sobre una letra de 2000 $: ¿cuánto debe todavía?

R. 1401 $.

2. — Un padre tenía 28 años cuando nació su primer hijo : ¿cuál será la edad del hijo cuando el padre tenga 56 años?

R. 28 años.

3. — La mayor distancia del sol á la tierra es de 182810868 kilómetros, y la menor de 176752332 kilómetros : ¿cuál es la diferencia?

R. 6058536 kilómetros.

4. — Un negociante tenía 3483 cajas de vino. Vendió primero 823 cajas; después 132, luego 399 : ¿cuántas cajas le quedaron?

R. 2129 cajas.

5. — Del conjunto de las medidas hechas en la superficie de la tierra, resulta que el radio polar es de 6,356,859 metros, y el radio ecuatorial de 6,377,946 metros : ¿cuál es el aplanamiento de la tierra?

R. 21087 metros.

6. — Un hombre ha ganado 12000 $ en una

propiedad que ha en 72000 $: ¿En cuánto había comprado dicha propiedad, advirtiendo que ha gastado en reparaciones 3400 $?

R. 56600 $.

VI. — SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES.

65. La sustracción de los números decimales se hace exactamente como la de los números enteros. Si los dos números (minuendo y sustraendo) no tienen igual número de cifras decimales, se igualan poniendo ceros al que tenga menos y cuidando de colocar la coma en la resta, de modo que forme columna con las comas del minuendo y sustraendo.

Ejemplos :

1º 3,45 − 0,8646 = { 3,4500 minuendo.
0,8646 sustraendo.
2,5854 resta ó diferencia.

2º 34,295 − 18,7 = { 34,295 minuendo.
18,700 sustraendo.
15,595 resta ó diferencia.

CUESTIONARIO.

65. ¿Cómo se efectúa la sustracción de los números decimales?

PROBLEMAS.

1. — Vendiendo en $ 36,50, lo que ha costado 29 $; ¿cuánto se gana?

R. $ 7,50.

2. — Una sociedad compuesta de niños y de niñas ha gastado 38,50 $: los niños solos han

pagado 21 $ 80 c.; ¿cuánto deben pagar las niñas?

R. $ 16,70.

3. — Un propietario ha obtenido en un año por los alquileres de sus casas $ 14765,50, y ha gastado en reparaciones, $ 5768,75; ¿cuál ha sido el producto neto de sus fincas?

R. $ 8996,75.

4. — Dos personas han hecho una bolsa común, y han juntado entre las dos $ 47,60; la una de ellas ha puesto $ 20,45; ¿cuánto ha puesto la otra?

R. $ 18,15.

5. — Compré kilogramos de azúcar 50800,005 y devolví por ser averiada 19597,5; ¿cuántos me quedan que pagar?

R. kilogr. 31202,505.

6. — Según Julio César, la duración del año es de días 365,25, mientras que la duración verdadera es sólo de días 365,242217. ¿Cuál es el error cometido por Julio César?

R. 0,007783.

VII. — DIVISIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

66. La división es una operación que tiene por objeto hallar un factor cuando se han dado dos números, de los cuales el uno se considera como producto y el otro como factor. El que se considera como producto toma el nombre de *dividendo*, y el otro de *divisor*, y el resultado de la operación se llama *cuociente* (1).

(1) También puede definirse la división como una operación por la cual se busca cuantas veces un número llamado dividendo contiene á otro llamado divisor.

67. La división de los números enteros equivale á hacer del dividendo tantas partes iguales cuantas unidades tiene el divisor (1).

68. Cuando el divisor consta de una sola cifra se escribe á la izquierda del *dividendo*, del cual se separa con una línea oblicua, teniendo la precaución de tirar una línea horizontal debajo del *dividendo* para separarlo del *cuociente*.

Se toma de la izquierda del dividendo tantas cifras cuantas basten á contener el divisor, y el número de veces que lo contenga (que es el cuociente), se escribe bajo la cifra ó cifras tomadas del dividendo.

Si sobra algún *residuo*, se multiplica por *diez* y al producto se añade la cifra siguiente del dividendo; se averigua cuántas veces contiene este número al divisor, y las veces que lo contenga, se escribe bajo el dividendo, como en el anterior, y se continúa la división del mismo modo.

Si resultare menor el dividendo, se considera como residuo y se escribe *cero* en el cuociente.

Ejemplo:

$$7{,}248 : 6 = \text{D.}6 \;\underline{|\;7248}\;\text{dividendo.}$$
$$1208 \;\text{cuociente.}$$

Demostración. — Se dice (valiéndonos de la tabla de multiplicación) 6 por 1, es 6 (y se escribe 1 en el cuociente), al 7 va 1, que se multiplica por diez; $1 \times 10 = 10$, $+ 2$ que es la siguiente cifra del dividendo $= 12$; luego 6 por 2, son 12, al 12 nada: y en seguida, como 4 es menor que el divisor 6, escribo *cero* en el cuociente y considero el 4 como residuo; luego $4 \times 10 = 40$, $+ 8$ última cifra del dividendo igual á 48; $6 \times 8 = 48$ (se escribe el 8 en el cuociente), al 48 nada, con lo cual queda terminada la operación.

(1) El cuociente es de la misma especie del dividendo por ser parte de él.

69. Para dividir dos números enteros de varias cifras se escribe el divisor á la derecha del dividendo, del cual se separa por una línea vertical, y se subraya el divisor para separarlo del cuociente que se escribe debajo.

Hecho esto, se separan por un punto en el dividendo, de izquierda á derecha, tantas cifras cuantas tenga el divisor, ó una más si el número resultante es menor que el divisor; lo que da el primer dividendo parcial.

Se divide este primer dividendo parcial por el divisor.

Se escribe la cifra obtenida en el lugar indicado para el cuociente : se multiplica el divisor por esta cifra, y el producto se sustrae del dividendo parcial.

Á la derecha del residuo se escribe la cifra siguiente del dividendo, lo que da un segundo dividendo parcial, con el cual se procede del mismo modo que con el primero.

Se continúa así la operación hasta que se hayan bajado sucesivamente todas las cifras del dividendo, cuidando de escribir el cuociente, en cada división parcial, á la derecha de la última cifra obtenida.

La serie de todas estas cifras es precisamente el cuociente que se busca (1).

(1) Se conoce generalmente que la resolución de un problema exige una división, cuando conocido el valor de varias unidades ó partes de la unidad se busca el de una sola; ó cuando conocido el valor de una ó más unidades se busca el número de unidades.

Ejemplo :

1º 442540 : 812 = D. 4425.40 | 812 divisor.
4060 545 cuociente.
3654
2248
4060
4060

Division abreviada

2º 442540 | 812
3654 545
4060

Demostración. — Se separan con un punto las cuatro primeras cifras del dividendo que son 4425, y la cifra 8 del divisor; como el dividendo parcial tiene 4 cifras, se toman 2, que son 44, las cuales dividiremos por 8 que es la primera del divisor; el cuociente 5 se multiplica por todas la cifras del divisor y su producto 4060 se sustrae del dividendo parcial; al lado de la resta 365 se baja la cifra siguiente 4, que forman 3654; se toman las dos primeras cifras del dividendo, que son 36, las cuales se dividen por la primera del divisor que es 8; y el cuociente 4 se multiplica por el divisor, y su producto 3248 se sustrae del dividendo : al lado de la resta 406 se baja la última cifra 0, que formán 4060, y como este número es igual al producto de $812 \times 5 = 4060$, se pone 5 al cuociente, y 4060 bajo el dividendo parcial, lo que no da nada por resta ó residuo, y la operación queda terminada. El cuociente verdadero es 545; lo que prueba que el divisor 812 está contenido 545 veces en el dividendo 442540.

Nota. — Puede efectuarse la división haciendo mentalmente las sustracciones, como se ve en el ejemplo 2º, en la división abreviada que es mucho más ventajosa.

70. Para dividir un número por 10, por 100 ó por 1000 y en general, por la unidad seguida de ceros, se separan tantas cifras del dividendo (de derecha á izquierda) como ceros haya en el divisor. Las cifras del dividendo que quedan á la

izquierda forman el cuociente, y las de la derecha el residuo.

Ejemplo :

cuociente residuo
$6475 : 100 = 64 \quad (75)$

71. Si se suprimen en el dividendo tantas cifras como ceros haya en el divisor, el cuociente no cambia, porque al dividendo y divisor se les divide por un mismo número.

Ejemplo :

$$1200000 : 25000 = 1200 \mid 25$$
$$\underline{200} \quad 48$$

CUESTIONARIO.

66. ¿Qué es división y cómo se llaman sus términos? — 67. ¿A qué equivale la división de los números enteros? — 68. ¿Cómo se procede cuando el divisor consta de una cifra? — 69. ¿Cómo se dividen dos números enteros de varias cifras? — 70. ¿Cómo se divide un número por 10, 100, 1000, y en general par la unidad seguida de ceros? — 71. ¿Cómo se simplifica la operación cuando hay ceros al fin del dividendo y divisor?

PROBLEMAS.

1. — Un almacenero tenía disponibles 6560 $ para emplearlos en té que vale 2 $ el kilog.; ¿cuántos kilog. podrá comprar?

R. 3280 kilog.

2. — En una escuela se han colocado 180 alumnos en bancas de 6 alumnos; y 45 en bancas de 3 alumnos; ¿cuántas bancas habrá de cada clase?

R. De 6 alumnos 30, y de 3, 15 bancas.

3. — Se ha pagado á una cuadrilla de peones 25500 $ por 150 jornales á 2 $ cada uno. ¿De cuántos peones se componía la cuadrilla?

R. 85 peones.

4. — En una plantación hay 1296 árboles dispuestos en 16 filas iguales; ¿cuántos árboles hay en cada fila?

R. 81 árboles.

5. — Se han pagado 18792 $ por 324 cajas de mercancías; ¿cuál es el precio de cada caja?

R. 58 $.

6. — Sabemos que el kilogramo tiene 1000 gramos y deseamos hallar el número de kilog. de pólvora que contendrán varios barriles que pesan 8525 gramos.

R. 85 kilog. 25 gr.

VIII. — DIVISIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES.

72. Para dividir un número decimal por un número entero, se efectúa la división como si no hubiese coma en el dividendo, teniendo cuidado, cuando se haya bajado la cifra de las unidades simples del dividendo, de colocar una coma á la derecha de la cifra correspondiente del cuociente.

Ejemplos :

1º

14748,16	28
74	526,72
188	
201	
56	

2º

34,257	31
32	1,105
157	
2	
residuo.	

73. Si el dividendo tiene más cifras decimales

que el divisor, se suprime la coma en éste y se hace correr la coma del dividendo de tantos rangos hacia la derecha como cifras decimales haya en el divisor. En seguida se efectúa la división como si fuese un número entero.

74. Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor, se colocan á la derecha del dividendo bastantes ceros para que ambos números tengan igual número de cifras decimales y se efectúa la operación.

75. Si el dividendo y el divisor tiene un mismo número de cifras decimales, se suprime la coma en ambos números y se efectúa la operación como si fuesen números enteros.

Ejemplos :

1º $564{,}465 : 4{,}25 = 56446{,}5 : 426 =$

56446,5	425
1394	132,815
1196	
3465	
650	
2250	
125	

2º $6{,}65 : 0{:}025 = 6650 : 25 =$

6650	25
165	266
150	

3º $8{,}25 : 0{,}25 = 825 : 25 =$

825	25
75	33

Cuando resulta un residuo, como en el ejemplo primero, se puede continuar la división escribiendo, á la derecha del último resto, un cero por cada nueva cifra que se quiera sacar en el cuo-

ciente. — Es lo que se llama : calcular el cuociente en menos de una unidad decimal dada.

76. Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, basta correr la coma tantos lugares á la izquierda, cuantos sean los ceros que acompañen á la unidad.

Ejemplos :

3,75 : 10 = 0,375; 54,75 : 1000 = 0,05475.

CUESTIONARIO.

72. ¿Cómo se divide un número decimal por un número entero? — 73. ¿Cómo se procede si el dividendo tiene más cifras decimales que el divisor? — 74. ¿Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor? — 75. ¿Si el dividendo y el divisor tienen igual número de cifras decimales? — 76. ¿Cómo se divide un número decimal por la unidad seguida de ceros?

PROBLEMAS.

1. — Un correo ha hecho en 5 viajes entre Buenos Aires y Córdoba kilóm. 4338,73; ¿qué distancia habrá entre uno y otro punto?

R. kilóm. 367,75.

2. — Un batallón de 700 plazas gasta en carne mensualmente $ 306,90; ¿cuántos kilog. gastará diariamente, si vale cada uno $ 0,12.

R. kilog. 85,250.

3. — Una persona compró una pieza de paño que mide m. 54,28 por $ 176,41; ¿á cuánto pagó por metro?

R. $ 3,25.

4. — Se ha pagado $ 396,36 por 25 bolsas de arroz con kilog. 88,080 cada una; ¿á cuánto sale el kilogramo?

R. $ 0,18.

5. — ¿Qué vale en depósito la tonelada de carbón de piedra, si 270 toneladas costaron 3510, incluso la descarga de cada tonelada á $ 0,50 cada una?

R. $ 12,50.

6. — Un pintor ha recibido $ 4,05 por cierto número de letras, á razón de 0,15 cada letra; ¿cuántas son las letras que él ha pintado?

R. 27 letras.

IX. — PRUEBA DE LAS CUATRO OPERACIONES.

77. Se llama prueba de una eperación, otra operación que se efectúa para asegurarse de la exactitud de la primera.

78. La prueba de la adición se efectúa empezando la adición por el primer rango de la izquierda y se escribe la cantidad obtenida bajo su rango correspondiente, como se ve en el ejemplo siguiente:

Ejemplo:

472 }		472
572 }	sumandos	572
456 }		456
1500	suma	13 }
		19 } sumas parciales.
		10 }
		1500 prueba.

79. La prueba de la sustracción se efectúa sumando el sustraendo con el residuo: si la operación está bien hecha, la suma ha de ser igual al minuendo.

Ejemplo :

5648 minuendo.
3279 sustraendo.
2369 resta.
5648 prueba.

80. La prueba de la multiplicación se efectúa multiplicando el multiplicador por el multiplicando, y si se halla el mismo producto, la operación está bien hecha.

Ejemplo :

Multiplicación		Prueba
526	multiplicando	275
275	multiplicador	526
2630		1650
3682		550
1052		1375
144650	producto	144650

81. La prueba de la división se efectúa multiplicando el divisor por el cuociente y al producto se añade el residuo (si lo hay), y si la suma es igual al dividendo, la operación estará bien hecha.

Ejemplos :

Dividendo 1523 | 58 divisor.
363 26 cuociente.
15 residuo.

58 divisor.
× 26 cuociente.
348
116
+ 15 residuo.
1523 prueba.

CUESTIONARIO.

77. ¿A qué se llama prueba de una operación? — 78. ¿Cómo se efectúa la prueba de la adición? — ¿79. La de la sustracción? — 80 ¿Cómo se hace la prueba de la multiplicación? — 81. ¿La de la división?

CAPÍTULO TERCERO.

Números denominados ó complejos (1).

I. — DEFINICIONES PRELIMINARES.

82. Los números se llaman denominados ó complejos cuando se componen de números enteros de la unidad y de las subdivisiones de esa misma unidad. Ejemplo : tres días siete horas diez minutos, es un número complejo; estas diferentes subdivisiones, diás, horas y minutos, todas se refieren á la unidad día, que aquí se puede considerar como la unidad principal.

CUADRO DE LOS NÚMEROS DENOMINADOS.

MEDIDAS MONETARIAS.

83. Las denominaciones y el valor de las monedas argentinas son los siguientes :

MONEDAS DE ORO.

El argentino que vale 5 pesos.
El 1/2 » » 2 » 50 centavos.

MONEDAS DE PLATA.

El peso nacional que vale 100 centavos, y las

(1) Hoy día ya no se usan en la República Argentina más medidas complejas que las de tiempo y las de arcos y ángulos; las demás pesas y medidas han sido reemplazadas por las del *sistema métrico decimal*, cuyo uso es obligatorio desde el 1º de enero de 1887.

monedas de 50 centavos, de 20 centavos, de 10 centavos y de 5 centavos.

MONEDAS DE COBRE.

Las de 2 centavos y las de 1 centavo.

84. Las denominaciones y el valor de las pesas antiguas son los siguientes : (1)

PESAS. Una tonelada vale :
20 quintales.
80 arrobas.
2000 libras.
32000 onzas, etc.

El quintal tiene 4 arrobas; la arroba, 25 libras; la libra, 16 onzas; la onza, 16 adarmes; el adarme, 36 granos.

85. Las denominaciones y el valor de las medidas lineales antiguas son los siguientes :

MEDIDAS LINEALES. Una legua vale :
40 cuadras de á 150 varas, ó
60 cuadras de á 100 varas, ó
6000 varas ó 18000 pies, etc.

La cuadra de Buenos Aires contiene 150 varas; la de Montevideo 100; la vara tiene 3 pies ó tercias; el pié, 12 pulgadas; la pulgada, 12 líneas; la línea, 12 puntos; — la cuarta es igual á 9 pulgadas.

86. Las denominaciones y el valor de las medidas antiguas de superficie son los siguientes :

MEDIDAS DE SUPERFICIE. Una legua cuadrada vale :

(1) Á pesar de haber sido suprimidas estas medidas de peso, lineales, de superficie, de volumen y de capacidad, hemos creído oportuno dejarlas en el mismo lugar que ocupaban en esta obrita en la edición anterior, para satisfacer la necesidad que tengan algunas personas de conocer estas medidas.

1600 cuadras cuadradas, ó 36000000 varas cuadradas, etc.

1 cuadra cuadrada, 22500 varas cuadradas.

1 vara cuadrada, 9 pies cuadrados, ó 16 cuartas cuadradas; 1 pié cuadrado, 144 pulgadas cuadradas; 1 pulgada cuadrada, 144 líneas cuadradas, etc.

87. Las denominaciones y el valor de las medidas antiguas de volumen son los siguientes:

MEDIDAS DE VOLUMEN. Una vara cúbica vale:

27 pies cúbicos.

Ó 64 cuartas cúbicas.

Ó 46,656 pulgadas cúbicas, etc.

1 pié cúbico 1728 pulgadas cúbicas; 1 pulgada cúbica, 1728 líneas cúbicas; 1 línea cúbica, 1728 puntos cúbicos.

88. Las medidas antiguas de capacidad para los líquidos son las siguientes:

MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA LOS LÍQUIDOS. Una pipa contiene:

4 cuarterolas.
6 barriles.
24 canecas.
120 galones.
192 frascos.
768 cuartas, etc.

La cuarterola tiene 48 frascos ó 30 galones; el barril 32 frascos ó 20 galones; la caneca 8 frascos ó 5 galones; el galón $1\frac{3}{5}$ frascos; el frasco 4 cuartas.

89. Las medidas antiguas de capacidad para los áridos son las siguientes:

MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA LOS ÁRIDOS, EL CARBÓN, LA SAL, CAL, etc. La fanega es de:

4 cuartillas.

8 cuartillas (para maíz en espigas).

90. Las medidas del tiempo son las siguientes:

MEDIDAS DEL TIEMPO. El siglo que es de:
100 años.
1200 meses, etc.

El año contiene 4 estaciones, 12 meses ó 52 semanas ó 365 días si es común, y 366 si es bisiesto; el mes comercial es de 30 días; el día de 24 horas; la hora de 60 minutos; el minuto de 60 segundos y el segundo de 60 terceros.

MEDIDAS DE ARCOS Y ÁNGULOS.

90 *a*. Las medidas para los arcos y ángulos son las siguientes:

El círculo que tiene 360° (grados);
El grado — 60′ (minutos);
El minuto — 60″ (segundos).

CUESTIONARIO.

82. ¿Qué son números denominados ó complejos? — 83. ¿Cuáles son las denominaciones y el valor de las monedas? — 84. ¿Cuáles son las denominaciones y el valor de las pesas? — 85. ¿Cuáles son las denominaciones y el valor de las medidas lineales? — 86. ¿Diga V. las denominaciones y el valor de las medidas de superficie. — 87. Nombre V. las medidas de volumen y sus valores. — 88. ¿Las de capacidad y sus valores (para los líquidos)? — 89. ¿Las de capacidad para los áridos? — 90. ¿Cuáles son las medidas del tiempo? — 90 *a*. ¿Cuáles son las medidas para los arcos y ángulos?

II. — REDUCCIÓN DE DENOMINADOS Á INFERIOR DENOMINACIÓN.

91. Para reducir un número denominado á inferior denominación se multiplican las unidades de la mayor especie por el número de veces que una de ellas contiene á la especie inferior inme-

diata, y se agregan al producto las unidades que haya de esta especie.

Así se continúa hasta llegar á la última denominación pedida.

Ejemplo : Redúzcanse 6 días, 14 horas, 25 minutos, á minutos.

6 ds.
× 24 horas que tiene el día.
144
+ 14
158 horas.
× 60 minutos que tiene la hora.
9480
+ 25
9505 minutos.

III. — REDUCCIÓN DE DENOMINADOS Á SUPERIOR DENOMINACIÓN.

92. Para reducir un número denominado á superior denominación se divide el número de la especie menor por el número de partes de que se forma la unidad de especie inmediata mayor : el cuociente que resulta de esta primera división se vuelve á dividir por el número de partes de que se forma la unidad inmediata mayor, y se continúa así hasta llegar al resultado buscado.

Ejemplo : Cuántos días, horas y minutos hay en 9505 minutos.

9505 min. | 60
350 158 h. | 24
505 14 horas. 6 días.
25 minutos.

CUESTIONARIO.

91. ¿Cómo se reduce un número denominado á inferior denominación? — 92. ¿Cómo se reduce un número denominado á superior denominación?

Cálculo de los números denominados.

IV. — ADICIÓN.

93. Para sumar dos ó más números denominados se observa la siguiente :

Regla. — 1º Escríbanse los números propuestos los unos debajo de los otros, de manera que todas las partes de la misma especie estén en una misma columna vertical, y tírese una línea por debajo.

2º Adiciónense las partes de la especie inferior, y si la suma no contiene ni una unidad de la especie inmediata superior, escríbase debajo de la línea, tal como se haya obtenido.

3º Si esta suma contiene una ó varias unidades de la especie superior inmediata, sólo se escribirá la que exceda al número de unidades de esta segunda especie, y se retendrán éstas para adicionarlas con sus semejantes, con las cuales se procederá del mismo modo.

Ejemplo : Adiciónense los números denominados siguientes :

45	años	2	meses	15	días	12	horas
23	»	3	»	9	»	8	»
18	»	11	»	15	»	10	»
36	»	3	»	8	»	15	»
123	años	8	meses	18	días	21	horas.

CUESTIONARIO.

93. ¿Cómo se suman dos ó más números denominados?

PROBLEMAS.

1. — Un vapor sale de Buenos Aires con dirección este y camina el 1er día, 6º47′36″; el 2º, 3º38′29″; el 3º, 8º52′2″, y el 4º, 5º3′58″; ¿cuántos grados ha recorrido en los cuatro días?

R. 24º22′5″.

2. — Un cajero recibió en diferentes ocasiones las cantidades siguientes : 1º 256 onzas de oro 12 pesos fuertes y 15 pesos moneda corriente; en seguida 175 onz. 15 $ fuertes y 8 $ m/c, y después 45 onz., 5 $ fuertes y 7 $ m/c; ¿cuánto recibió por todo?

R. 478 onz. 1 $ fuerte 5 $ m/c.

3. — Tres obreros han trabajado así : el 1º 25 días 6 horas y $\frac{1}{2}$; el 2º 18 días 9 horas; el 3º 20 días 7 horas y $\frac{3}{4}$; ¿cuánto tiempo han trabajado los tres obreros, contando de 12 horas el día de trabajo?

R. 64 días, 11 $\frac{1}{4}$ horas.

4. — La batalla de Ayacucho, que concluyó con el poder español de la América del Sud, fué dada el 9 de diciembre de 1824; ¿en qué fecha harán 70 años 5 meses 16 días que tuvo lugar tan fausto suceso?

R. El 25 de mayo de 1895.

5. — Carlos Raúl nació el 1º de marzo de 1881; ¿en qué fecha cumplirá 15 años 6 meses de edad?

R. El 1º de setiembre de 1896.

V. — MULTIPLICACIÓN.

94. En la multiplicación de los números complejos hay que considerar los tres casos siguientes : 1º multiplicar un complejo por un entero; 2º un entero por un complejo; 3º un complejo por otro.

95. En el primer caso se observa la siguiente :

Regla. — Se multiplican sucesivamente por el multiplicador las unidades de diferentes especies del multiplicando, principiando la operación por

la especie inferior, á fin de que, si de algún producto parcial resultan unidades de la especie superior siguiente, se reserven para agregarlas al producto de éstas (1).

Ejemplo : ¿Cuál es el producto de 6 ángulos iguales, que mide cada uno 24º 36′ 25″ ?

24º	36′	25″
		× 6
147º	38′	30″

Demostración. — Empezando por la derecha, se multiplican los 25″ por 6, que dan por producto 150″, que divididos por 60′, da por cuociente 2, y por residuo 30″. Se escriben los 30″ bajo los segundos, y se retiene los 2′ para agregarlos al producto de los minutos, 36 × 6 = 216′ + 2 = 218, que divididos por 60, dan 3º por cuociente y 38′ por residuo. Se escriben los 38′ bajo los minutos, y se retienen los 3º para agregarlos al producto correspondiente : 24 × 6 = 144º + 3º, hacen 147º, que se escriben bajo el número de los grados.

96. Para el 2º caso se observa la siguiente :

Regla. — Se reduce el multiplicador á su última especie, y se efectúa la operación como si fuera un número entero; y el producto se divide por los factores empleados para reducir el multiplicador á su última especie.

Ejemplo : ¿Cuál es el valor de 3 meses 25 días de salarios a 36 pesos mensuales ?

36 $ × 3 ms. 25 ds. = 36 $ × 115 ds.

36 $
× 115 ds.

180
36
36

414 (0 | 3 (0
11 | 138 pesos.
24

(1) Para distinguir los casos, téngase presente que el multiplicando es de la misma especie que se busca.

Demostración. — Reduciendo el multiplicador 3 ms. 25 ds., á días, tenemos 115 ds.; y procediendo según la regla multiplicamos 36 $ por 115 ds., que da por producto 4140, número 30 veces mayor, pues hemos considerado á los 115 ds. como si fuesen meses. Para obtener su justo valor basta dividir á 4140 por 30, lo que da 138 pesos.

97. Para el 3er caso se observa la siguiente:

Regla. — Para multiplicar un complejo por otro complejo, se reducen á incomplejos, y se multiplican como estos números, dividiendo su producto por el producto de todos los factores que se emplearon para reducir á incomplejos ambos términos.

Problema. — Un buque que navega en un mismo meridiano á razón de 2°24′ por día; ¿cuántos grados de latitud recorrerá en 5 días 8 horas 20 minutos?

$$2°24' = 144'$$

5 ds. 8 hs, 20 min. = 7700 minutos.

$$144' \times 7700 \text{ min.} = 1108800;$$

$$1108800 : 86400 = (60 \times 24 \times 60) = 12°50',$$

que recorre el buque en 5 ds. 8 hs. 20 min.

Demostración. — Reducidos ambos términos á incomplejos dan respectivamente 144′ y 7700 minutos, cuyo producto es 1108800, que dividido por 86400 (producto de los factores 60, 24, 60) da por cuociente 12°50′, que es la latitud recorrida en los 5 días 8 horas 20 minutos.

CUESTIONARIO.

94. ¿Cuántos casos hay que considerar en la multiplicación de los números complejos? — 95. ¿Cuál es la regla para el primer caso? — 96. ¿Cuál para el segundo? — 97. ¿Qué regla se observa para el tercer caso?

PROBLEMAS.

1. — Un móvil anda en un minuto 54 metros; ¿cuánto andará con igual velocidad en 10 minutos 25 segundos?

R. 562 metros 5 decímetros.

2. — Un obrero, ajustado á razón de 2 pesos 50 centavos por día, ha trabajado 15 ds. 7 hs. 30 ms., debiendo ser el día de trabajo de 12 horas : ¿cuánto gana por su trabajo?

R. $ 39,06 +

3. — Un tren de ferrocarril recorre 21 kilómetros 75 decámetros en una hora : ¿cuantós kilómetros recorrerá en 12 horas 18 minutos 40 segundos?

R. 267 kilómetros 76 $\frac{2}{3}$ decámetros.

4. — Una máquina hace 3 metros de tela por hora : ¿cuánto hará en 4 días 6 horas 40 minutos?

R. 308 metros.

5. — Diez y siete pares de mulas emplearon 18 horas 36 minutos en transportar cierto número de frutas secas. Para transportar el mismo número de frutas, ¿cuánto tiempo empleará un par de mulas?

R. 13 ds. 4 hs. 12 minutos.

6. — Julio ha trabjado en una ocasión durante 5 horas 45 minutos, y en otra durante 2 horas 35 minutos; ¿cuánto le debe su patrón, á razón de 60 centavos por hora?

R. 5 pesos.

VI. — SUSTRACCIÓN.

98. Para la sustracción de los números complejos obsérvese la siguiente :

Regla. — 1° Colóquese el número menor debajo del mayor, como para la adición, y tírese una línea por debajo.

2° Comiénzese la sustracción por las unidades de la especie inferior y continúese hasta el fin

escribiéndose la diferencia debajo de cada columna.

3º Si el número de algunas de las especies de unidades es mayor, en el sustraendo, que su correspondiente en el minuendo, añádase á este *una unidad* de la especie inmediatamente superior (reducida á *la especie de que se trate*), y en la sustracción de la especie siguiente, añadase una unidad al sustraendo.

Ejemplo : Dos buques de vela hicieron un viaje de Buenos Aires á Marsella; el primero lo hizo en 3 meses 6 días 16 horas y 20 minutos; y el segundo en 2 meses 15 días 7 horas 45 minutos; ¿cuánto tiempo llegó antes el segundo que el primero?

3 meses 6 días 16 horas 20 minutos,
2 » 15 » 7 » 45 »

21 días 8 horas 35 minutos.

Demostración. — Después de haber dispuesto los números como para la adición, se empieza por sustraer 45 minutos de 20 minutos; pero como 45 no puede sustraerse de 20, se añaden 60 minutos (1 hora) á estos, lo que da 80, y sustrayendo 45, se obtienen 35, que se escriben en la columna de los minutos.

Pasando al número de horas, como se añadió 60 minutos ó 1 hora al minuendo, se añade ahora una unidad al sustraendo, y se dice : 16 menos 8 igual á 8, que se escriben en la columna de las horas. Del mismo modo se procede en la tercera columna : como 15 no puede sustraerse de 6, se aumentan 30 días (1 mes) al 6, y se dice : 36 menos 15 igual á 21, que se escriben en esta columna. Y, últimamente, aumentando 1 mes al sustraendo siguiente, por los 30 días aumentados al minuendo anterior, se dice : quien de 3, 3, nada, y con esta operación queda terminada la sustracción, la cual da por resta 21 días. 8 horas 35 minutos.

CUESTIONARIO.

98. ¿Qué regla debe observarse para la sustracción de los números complejos?

PROBLEMAS.

1. — Mi hijo nació el 18 de octubre de 1874 á las $4\frac{1}{2}$ de la tarde; ¿cuántos años cumplirá el 28 de diciembre de 1900 á las 8 de la noche?

R. 26 años 2 meses 10 ds. $3\frac{1}{2}$ hs.

2. — ¿Cuál es la diferencia entre 30 grados 25 minutos 15 segundos, y 26 grados 17 minutos 48 segundos?

R. 4° 7′ 27″.

3. — ¿Cuánto tiempo ha transcurrido desde el 20 de febrero de 1826, día de la victoria de Ytuzaingó, hasta el 1° de mayo de 1851?

R. 25 años 2 meses 11 días.

4. — Buenos Aires se halla situado á 34 grados 36 minutos y 35 segundos de latitud sur y Valparaíso á 33 grados 2 minutos de la misma; ¿qué diferencia de latitud hay entre estos dos puertos?

R. 1° 34′ 35″.

5. — Un reloj da las 9, al mismo tiempo que otro marca las 8 y 26 minutos 36 segundos; ¿qué diferencia tienen?

R. 33 minutos 24 segundos.

6. — ¿Cuántos años han pasado desde la reconquista de Buenos Aires por el general Liniers del poder de las tropas inglesas el 12 de agosto de 1806, hasta el 25 de mayo de 1810?

R. 3 años 9 meses 13 días.

VII. — DIVISIÓN.

99. En la división de los números complejos pueden presentarse tres casos, y son los siguientes :

1º Dividir un número complejo por un entero.

2º Dividir un entero por un complejo.

3º Dividir un complejo por otro.

100. Para dividir un número complejo por un entero, se dividen sucesivamente las diferentes especies de unidades del dividendo por el divisor (siendo éste de distinta naturaleza) empezando por las unidades de especie superior, á fin de que si en alguna división parcial resulta residuo, se reduzca á la especie inmediata inferior y se sume con las unidades que de ésta haya en el dividendo, para formar el dividendo parcial siguiente (1).

Problema. — La suma de 12 ángulos iguales es de 421º 1′ 36″; ¿cuántos grados mide cada ángulo?

421º 1′ 36″ | 12
61 — 35º 5′ 8″
1 residuo de grados.
× 60 para reducirlo á minutos.
60
+ 1
61 minutos.
1 residuo de minutos.
× 60 para reducirlo á segundos
60
+ 36
96 segundos.

(1) Téngase presente que el dividendo es de la especie que se busca.

Demostración. — Los 421º divididos por 12, dan por cuociente 35º y por residuo 1º; se reduce este residuo á minutos y da 60′, que sumados con el minuto que tiene el dividendo, dan 61′; dividense estos 61′ por el divisor 12, y da por cuociente 5′ y por residuo 1′; se reduce á segundos multiplicándolo por 60″ que tiene el minuto, y da 60″, y 36″ del dividendo son 96″, que divididos por el divisor 12 da por cuociente 8″, y con esto queda terminada la operación. El cuociente es, pues, 35º 5′ 8″ que es el valor de este ángulo.

101. Cuando el divisor es un número complejo se reduce á su denominación inferior; después el dividendo se multiplica por los mismos multiplicadores que se emplearon para la reducción del divisor, y con ambos resultados, suponiéndolos en su primera denominación, se hace la división como en el primer caso.

Problema. — Me han pagado 138 pesos, por 3 meses 25 días de trabajo; ¿cuánto gané por mes?

138 $: 3 meses 25 días.

30 × 30

90

+ 25

Dividendo. 4140 | 115 divisor.

690 36 pesos mensuales.

Demostración. — Después de reducir el divisor á inferior denominación según la regla, lo cual da 115 por nuevo divisor; se multiplica el dividendo por el multiplicador que se empleó para reducir el divisor, cuyo producto es 4140, que dividido por 115, da 36 pesos por cuociente, que es lo que ganó por mes.

102. Para dividir un número complejo por otro complejo, se reduce el divisor á su última especie, y el producto será el nuevo divisor, y con los mismos números que se ha multiplicado el divisor, multiplíquese el dividendo; y el producto de esta multiplicación será el nuevo dividendo. Ejecútese la división como en el segundo caso.

Problema. — Un buque que navega en un mismo meridiano ha recorrido en 5 días 8 horas 20 minutos, 12 grados 50 minutos; ¿cuántos grados de latitud ha recorrido por día?

12º 50′ :		5 días 8 horas 20 minutos	
× 60		× 24	
720		120	
+ 50		+ 8	
770		128	
× 24		× 60	
3080		7680	
154		+ 20	
Dividendo. 1848(0		770(0 divisor.	

308 res. de grad. 2º 24′ por día.
× 60 para reducirlo á minutos.
18480
3080

Demostración. — Después de haber reducido (según la regla) el divisor á su última especie, lo cual da 7700 para nuevo divisor, se multiplica el dividendo por el factor 24 del divisor, lo que da por producto 18480, cuyo número dividido por 7700, da por cuociente 2º 24′ que es lo que navega por día.

CUESTIONARIO.

99. ¿Cuántos casos pueden presentarse en la división de los números complejos? — 100. ¿Cómo se divide un complejo por un entero? — 101. ¿Cómo se procede cuando el divisor es un número complejo? — 102. ¿Cómo se divide un número complejo por otro?

PROBLEMAS.

1. — Un móvil que anda 562 metros 5 decímetros en 10 minutos 55 segundos, ¿cuántos metros andará en 1 segundo?

R. 54 metros.

2. — Á un obrero que trabajó 5 días 7 horas

30 minutos, le pagaron 37 pesos 7 centavos; ¿cuánto ganó por día, siendo el día de trabajo de 12 horas?

R. 2 pesos 50 centavos.

3. — Un tren de ferrocarril recorrió 267 kilómetros 76 2/3 decámetros, en 12 horas 18 minutos 40 segundos; ¿cuántos kilómetros recorrió por día?

R. 21 kilómetros 75 decámetros.

4. — Cuántos metros de tela hace por hora una máquina que en 4 días 6 horas 40 minutos, hace 308 metros?

R. 3 metros.

5. — Si para transportar cierto número de frutas secas, un par de mulas empleó 13 días 4 horas 12 minutos, ¿cuánto tiempo emplearán 17 pares de mulas para transportar la misma mercancía?

R. 18 horas 36 minutos.

6. — Julio trabajó en una ocasión durante 5 horas 45 minutos, y en otra ocasión 2 horas 35 minutos; y recibió de su patrón 5 pesos: ¿cuánto ganó por hora?

R. 60 centavos.

CAPÍTULO CUARTO

Quebrados comunes.

I. — NUMERACIÓN.

Definiciones preliminares.

103. Número quebrado es una parte ó la reunión de varias partes iguales de la unidad.

104. El número que indica las partes que se toman de la unidad se llama *numerador*, y el que indica las partes iguales, en que se considera dividida, se llama *denominador*.

105. El numerador y denominador juntos se llaman *términos* del quebrado. Los números quebrados se llaman también *fraccionarios* (1).

106. Si la unidad se divide en dos partes iguales, estas partes se llaman *medios;* si se divide en tres, *tercios*, si en seis, *sextos;* y así sucesivamente, *séptimos octavos, novenos, décimos, onceavos, veinteavos,* etc., según que la unidad se divida en 7, 8, 9, 10, 11, 20, etc., partes iguales.

107. Para enunciar un quebrado, se enuncia el numerador como si fuera entero, añadiendo luego la denominación respectiva. Dividida la unidad en 8 partes iguales, cinco de estas partes formarán un quebrado, que se enunciára 5 octavos.

108. Para escribir un quebrado, se escribe el numerador sobre una línea horizontal y debajo el denominador.

(1) Llámase unidad fraccionaria cada una de las partes iguales en que se considera dividida la unidad entera.

Tres *quintos* y catorce *treinta y dos avos* se escriben así : $\frac{3}{5}$ y $\frac{14}{32}$.

109. La reunión de un entero y un quebrado se llama *número mixto*. Así, cuatro y un tercio, siete y un noveno son *números mixtos*.

110. Los quebrados, cuyo numerador es menor que su denominador, valen menos que la unidad. Si el numerador es igual que el denominador, valen una unidad. Si el numerador es mayor que el denominador, valen más que la unidad.

Ejemplos :

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}; \frac{3}{3}, \frac{6}{6}, \frac{8}{8}; \frac{5}{4}, \frac{9}{7}, \frac{7}{5}.$$

111. Ordinariamente se llaman *fracciones* ó *quebrados propios* á los números fraccionarios menores que la unidad entera, y *quebrados impropios* á los iguales ó mayores que dicha unidad.

112. El cuociente completo ó total de dos números enteros se halla añadiendo al cuociente entero una fracción cuyo numerador sea el resto de la división, y su denominador el divisor.

Así el cuociente total de 18 entre 5, será $3\frac{3}{5}$.

113. *Todo quebrado es igual al cuociente total del numerador por el denominador.*

Así tendremos :

$$\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}; \frac{50}{9} = 5\frac{5}{9}; \frac{80}{4} = 20.$$

114. A todo número entero se le puede dar la forma quebrada ó fraccionaria escribiendo la unidad por denominador.

El entero 8 es igual á $\frac{8}{1}$, y también $16 = \frac{16}{1}$.

115. Un entero se reduce á quebrado de un denominador dado, poniendo por numerador de éste su producto por el entero.

$$9 = \frac{9 \times 5}{5}; \quad 20 = \frac{20 \times 12}{12}; \quad 19 = \frac{19 \times 35}{35}.$$

116. Si se aumenta ó disminuye el numerador de un quebrado, aumentará ó disminuirá el quebrado; y por consiguiente, si dos ó más quebrados tienen un mismo denominador, será mayor el que tenga mayor numerador.

$\frac{4}{8}$ es mayor que $\frac{3}{8}$.

Pues siendo iguales las partes en que se divide la unidad en uno y otro quebrado, el primero contiene cuatro de estas partes y el segundo sólo tres.

117. Si se aumenta ó disminuye el denominador de un quebrado, disminuirá ó aumentará el quebrado; y por consiguiente, si dos ó más quebrados tienen un mismo numerador, será mayor el que tenga menor denominador.

$\frac{5}{7}$ es mayor que $\frac{5}{9}$.

Pues siendo cada una de las 7 partes iguales en que se divide la unidad en el primer quebrado mayor que cada una de las 9 del segundo, 5 de aquéllas valen más que 5 de éstas.

118. Un quebrado no varía aunque el numerador y denominador se multipliquen por un mismo número, ó se dividan por un divisor común á ambos.

Pues el efecto producido por la multiplicación

ó división del numerador se destruye con la misma operación hecha con el denominador.

Ejemplos:

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{6}{18}=\frac{600}{1800};\ \frac{600}{1800}=\frac{6}{18}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

CUESTIONARIO.

103. ¿Qué es número quebrado? — 104. ¿Cómo se llama el número que indica las partes que se han tomado, y cómo el que indica en cuántas partes se ha dividido? — 105. ¿Qué nombre reciben el numerador y denominador? — 106. ¿Qué nombre reciben las partes iguales en que se divide la unidad? — 107. ¿Cómo se enuncia un quebrado? — 108. ¿Cómo se escribe un quebrado? — 109. Qué es número mixto? — 110. ¿Qué valor tienen los quebrados cuando su numerador es menor que su denominador, cuando el numerador es igual á su denominador, cuando es mayor su numerador? — 111. ¿Qué son quebrados propios é impropios? — 112. ¿Cómo se halla el cuociente completo de dos números enteros? — 113. ¿A qué es igual todo quebrado? — 114. ¿Cómo se da á un número entero la forma de fracción? — 115. ¿Cómo se reduce un entero á quebrado de un denominador dado? — 116. ¿Que sucede si se aumenta ó disminuye el numerador de un quebrado? — 117. ¿Qué sucede si se aumenta ó disminuye el denominador de un quebrado? — 118. ¿Cambia de valor un quebrado si se multiplican ó dividen ambos términos por un mismo número?

II. — DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.

119. Un número es divisible por otro cuando contiene á éste un número exacto de veces.

Así, 20 es divisible por 4, por que contiene 5 veces exactamente el número 4, mientras que 22, que contiene á 4 más de 5 veces, sin contenerlo 6 veces exactamente, no es divisible por él ó, lo que es lo mismo, no es *múltiplo* de él.

120. Un número es *divisor* ó *factor* de otro

cuando está contenido en éste un número exacto de veces.

Así, 4 es divisor de 20, lo mismo que 5, puesto que 20 es igual al producto de 4 por 5.

121. Un número entero es divisible por 10, 100, 1000, etc., cuando termina en *uno*, *dos*, *tres*, etc., ceros.

Así, 140, 500 y 1850 son divisibles por 10; 12500 y 5000 son divisibles por 100.

122. Un número entero es divisible por 2, cuando la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6 ú 8; y es divisible por 5 cuando la misma cifra de las unidades es 0 ó 5.

540, 8944 y 17522 son divisibles por 2; 180, 1865 y 3330 son divisibles por 5.

123. Es divisible un número por 3, por 6 ó por 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es divisible por 3, por 6 ó por 9.

Así, 105, 1182 y 80544 son divisibles por 3; 360, 9810 y 421911 sont divisibles por 9.

124. El número que no tiene otros factores ó divisores que él mismo ó la unidad se llama número primo. Tales son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, etc.

125. Para hallar el máximo común divisor de dos números, se divide el mayor por el menor, el menor por el resto, el primer resto por el segundo, etc., hasta hallar un resto cero, en cuyo caso el último divisor es el número que se busca.

Sea hallar el máximo común divisor de los números 1170 y 182 :

Cuocientes		6	2	3	
Divid y divis.	1170	182	78	26	**m. c. d. pedido.**
Restos	78	26	0		

126. Simplificar un quebrado, es transformarle en otro equivalente, pero cuyos términos sean menores. Un quebrado se llama *irreducible,* cuando no se puede expresar exactamente por otro quebrado de términos menores.

127. Para simplificar un quebrado cuyos dos términos tienen un divisor común, se dividen su numerador y denominador por este dividor.

Ejemplos :

$$\frac{30}{42}=\frac{15}{21}=\frac{5}{7}; \quad \frac{1050}{11550}=\frac{105}{1155}=\frac{21}{231}=\frac{7}{77}=\frac{1}{11}.$$

128. Para reducir dos ó más quebrados de diferentes denominadores á otros de igual valor y de un mismo denominador, se multiplican los dos términos de cada uno por el producto de los denominadores de los demás.

Sean los quebrados dados $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{4}$.

Multiplicando los dos términos del primero por 4, que es el denominador del segundo, y los dos términos de éste por 3, que es el denominador del primero, resultarán los nuevos quebrados de un mismo denominador.

Que son $\frac{8}{12}$ y $\frac{3}{12}$, equivalentes respectivamente á los quebrados dados.

Ejemplos :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{2}{7}; \quad \frac{2}{7}, \frac{4}{3}, \frac{1}{10}=\frac{35}{70}, \frac{14}{70}, \frac{20}{70}; \quad \frac{60}{210}, \frac{280}{210}, \frac{21}{210}.$$

Redúzcase á un común denominador los quebrados siguientes :

$$\frac{5}{12}, \frac{11}{12}, \frac{1}{18}; \quad \frac{4}{9}, \frac{7}{8}, \frac{2}{3}; \quad \frac{7}{12}, \frac{15}{6}, \frac{17}{21}, \frac{18}{7}.$$

En algunos casos también se pueden reducir los quebrados á un mismo denominador, después de simplificados, multiplicando sus dos términos por un número tal que reduzca todos los denominadores á uno común y el menor posible.

Sean por ejemplo : $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{20}$.

Multiplicando los dos términos del primero por 10, los del segundo por 4, y los del tercero por 5, y copiando el último, tendremos

$$\frac{1\times10}{2\times10}=\frac{10}{20}, \frac{4\times4}{5\times4}=\frac{16}{20}, \frac{3\times5}{4\times5}=\frac{15}{20}, \frac{7}{20}.$$

CUESTIONARIO.

119. ¿Cuándo es un número divisible exactamente por otro? — 120. ¿Cuándo se dice que un número es divisor ó factor de otro? — 121. ¿Cuándo es divisible un número entero por 10, 100, 1000, etc.? — 122. ¿Cómo se conoce cuando un número es divisible por 2 y por 5? — — 123. ¿En qué se conoce cuando un número es divisible por 3, por 6 ó por 9? — 124. ¿Qué es número primo? — 125. ¿Cómo se halla el maximo común divisor de dos números? — 126. ¿Qué es simplificar un quebrado? — 127. ¿Cómo se simplifica un quebrado? — 128. ¿Cómo se reducen dos ó más quebrados de diferentes denominadores á un común denominador?

CAPÍTULO QUINTO.

Cálculo de los números quebrados.

I. — ADICIÓN.

129. Para sumar quebrados de un mismo denominador se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador común. Si los quebrados tienen denominadores diferentes, se reducen á uno común, y se suman como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$\frac{2}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}=\frac{14}{8}=1\frac{6}{8};\quad \frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}.$$

130. Para sumar un entero con un quebrado, basta multiplicar el entero por el denominador, añadir al producto el numerador, y poner por denominador el denominador del quebrado.

Ejemplo:

$$5+\frac{1}{4}=\frac{21}{4};\quad 11+\frac{3}{9}=\frac{102}{9};\quad \frac{12}{20}+6=\frac{132}{20}.$$

131. Para sumar números mixtos, se suman los quebrados y luego los enteros, añadiendo á éstos lo que resulte de la suma de aquéllos.

Ejemplo :

$$6\frac{1}{2}+8\frac{2}{3}+1\frac{1}{10}=6\frac{30}{60}+8\frac{40}{60}+1\frac{6}{60}=15+\frac{76}{60}$$
$$=16\frac{16}{30}=16\frac{8}{15}.$$

También se suman los números mixtos, reduciéndolos á quebrados y sumando después éstos.

Ejemplo :

$$2\frac{1}{2}+10\frac{1}{3}=\frac{5}{2}+\frac{31}{3}=\frac{15}{6}+\frac{62}{6}=\frac{77}{6}=12\frac{5}{6}.$$

CUESTIONARIO.

129. ¿Cómo se suman los quebrados? — **130.** ¿Cómo se suma un entero con un quebrado? — **131.** ¿Cómo se suman los números mixtos?

PROBLEMAS.

1. — Dos obreros han trabajado : el uno 18 días $\frac{1}{2}$, y el otro 15 días $\frac{3}{4}$; ¿cuántos días han trabajado? (1).

R. $34\frac{1}{4}$ días.

2. — ¿Qué fracción de su ruta ha recorrido un viajero que en dos días ha hecho $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$?

R. $\frac{9}{20}$.

(1) Para la solución de los problemas, consúltese la obra del mismo autor titulada : *Soluciones razonadas de los problemas del Nuevo Aritmético Argentino*.

3. — ¿Cuál sería el largo de una cuerda de la cual se han cortado $18\frac{1}{4}$ metros y han sobrado $9\frac{3}{5}$ metros.

R. $27\frac{17}{20}$ metros.

4. — Raúl compró un mueble por $300\frac{1}{5}$ pesos, y gastó en reparaciones $200\frac{1}{2}$ pesos; ¿en cuánto deberá venderlo para ganar $50\frac{8}{10}$ pesos?

R. $551\frac{5}{10}$.

5. — Un obrero ha hecho $28\frac{7}{8}$ metros de una obra, y en otra circunstancia $12\frac{2}{3}$ metros más que la primera; ¿cuánto ha hecho por todo?

R $70\frac{5}{12}$ metros.

6. — Dos viajeros salen, uno de Buenos Aires y otro del Rosario, al encuentro uno del otro; el primero puede hacer el viaje entre las dos ciudades en 5 días y el segundo en 4; ¿qué porción del camino se aproximarán en dos días?

R. $\frac{9}{10}$.

II. — MULTIPLICACIÓN.

132. Para multiplicar un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero, se multiplica

el entero por el numerador, dejando el denominador lo mismo.

Ejemplo 1º:

$$7 \times \frac{4}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}.$$

El producto que se busca ha de ser *cuatro quintas partes* del multiplicando, y como una quinta parte de 7 es $\frac{7}{5}$, cuatro quintas partes serán $\frac{28}{5}$.

Ejemplo 2º:

$$\frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9}.$$

El producto de $\frac{1}{9}$ por 4 es la suma de 4 sumandos iguales al multiplicando y, por consiguiente, el producto hallado es el verdadero.

133. Para multiplicar dos quebrados se multiplican los numeradores y después los denominadores, escribiendo el primer producto por numerador y el segundo por denominador.

Ejemplos:

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{5 \times 8} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}; \quad \frac{6}{11} \times \frac{5}{11} = \frac{30}{121}.$$

134, Para multiplicar dos números mixtos, se reducen á quebrados y luego se multiplican como éstos.

Ejemplo:

$$6\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} = \frac{13}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{117}{8} = 14\frac{5}{8}.$$

135. Si uno de los factores es entero ó quebrado, la operación quedará reducida á multiplicar un entero por un quebrado ó á multiplicar dos quebrados.

Ejemplos :

$$4\frac{1}{2}\times 10=\frac{9}{2}\times 10=45;\quad \frac{2}{5}\times 2\frac{1}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{4}=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}.$$

También se puede efectuar el caso de multiplicar un número mixto por un entero ó viceversa, multiplicando las dos partes del mixto por el entero y sumando después los resultados.

Ejemplo :

$$4\frac{1}{2}\times 10=4\times 10+\left(\frac{1}{2}\times 10\right)=40+5=45.$$

136. Para hallar el producto de tres ó más quebrados, se multiplican todos los numeradores y después los denominadores, dividiendo el primer producto por el segundo.

Si alguno de los factores es entero, se multiplica por el producto de los numeradores.

Ejemplos :

$$\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{10}{80}=\frac{1}{8};\quad 8\times\frac{1}{5}\times\frac{5}{2}\times\frac{2}{7}=\frac{80}{70}=1\frac{1}{7}\ (1).$$

137. Llámase quebrado de quebrado el número que representa una ó varias partes iguales de otro quebrado.

(1) Si hay factores comunes á un numerador y á un denominador cualquiera, se abrevia la operación suprimiendo dichos factores. En el ejemplo del texto se pueden suprimir los factores 5 y 2, en cuyo caso tendríamos inmediatamente por resultado final el cuociente de 8 entre $7 = 1\frac{1}{7}$.

Ejemplo 1º :

$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ es un quebrado de quebrado, é indica la mitad de la tercera parte de la unidad.

Ejemplo 2º :

Tómense los $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$ de los $\frac{11}{12}$ de 36; los $\frac{11}{12}$ de 36 ó $36 \times \frac{11}{12} = \frac{36 \times 11}{12}$. Los $\frac{8}{9}$ de este primer resultado, ó $\frac{36 \times 11}{12} \times \frac{8}{9} = \frac{36 \times 11 \times 8}{12 \times 9}$. Y los $\frac{3}{4}$ de este último resultado serán $\frac{36 \times 11 \times 8 \times 3}{12 \times 9 \times 4} = 22$. Suprimiendo los factores 36 y 12, comunes al numerador y al denominador, se halla por resultado 22 unidades.

138. Un quebrado de quebrado se reduce á quebrado sencillo, multiplicando entre sí los quebrados componentes.

Ejemplos :

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{1}{6}; \quad \frac{1}{10} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}.$$

CUESTIONARIO.

132. ¿Cómo se multiplica un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero? — 133. ¿Cómo se multiplican dos quebrados? — 134. ¿Cómo se multiplican dos números mixtos? — 135. ¿Cómo se efectuá la operación si uno de los factores es entero? — 136. ¿Cómo se halla el producto de tres ó más quebrados? — 137. ¿Qué es quebrado de quebrado? — 138. ¿Cómo se reduce un quebrado de quebrado á quebrado sencillo?

PROBLEMAS.

1. — ¿Cuál es el valor de 25 metros $\frac{5}{8}$ de paño á razón de 8 $ el metro?

R. 205 $.

2. — ¿Cuáles son los $\frac{5}{8}$ de 440 $?

R. 275 $.

3. — Un albañil se comprometió á hacer $76\frac{4}{5}$ metros de pared á 12 $ el metro; ¿qué cantidad hay que entregarle?

R. $921\frac{3}{5}$ $.

4. — La luz del sol llega á la tierra en $8\frac{13}{60}$ de minuto; ¿cuál es la velocidad de la luz por segundo, suponiendo que la distancia de la tierra al sol es de 17 millones de miriámetros?

R. $34482\frac{374}{493}$ de miriámetros.

5. — Un sujeto se comprometió á hacer una obra por 25670 $, y no habiendo hecho más que $\frac{12}{17}$, ¿cuánto debe recibir?

R. 18120 $.

6. — Una fuente puede llenar un depósito en 8 horas; ¿qué parte del depósito llenará en 1 hora otra fuente que fluye 3 veces menos cantidad de agua que la primera?

R. $\frac{1}{24}$.

III. — SUSTRACCIÓN.

139. Para restar un quebrado de otro, si ambos tienen un mismo denominador, se restan los numeradores, y á la resta se pone por denominador el denominador común.

Si los quebrados dados tienen denominadores diferentes, se reducen á otros de un mismo denominador, y después se restan como en el caso anterior.

Ejemplos :

$$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}; \quad \frac{10}{11}-\frac{1}{7}=\frac{70}{77}-\frac{11}{77}=\frac{59}{77}.$$

140. Para restar un quebrado de un entero se multiplica el entero por el denominador, del producto se resta el numerador, y á la resta se pone por denominador el denominador del quebrado.

Ejemplos :

$$4-\frac{1}{3}=\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}; \quad 10-\frac{5}{8}=\frac{75}{8}=9\frac{3}{8}.$$

141. Para restar un número mixto de otro, se restan los quebrados y luego los enteros. Si el quebrado del minuendo es menor que el del sustraendo, se tomará una unidad del entero del minuendo, para poder efectuar la resta.

Ejemplo :

$$10\frac{2}{5}-3\frac{4}{5}=9\frac{7}{5}-3\frac{4}{5}=6\frac{3}{5}.$$

Siendo en este ejemplo, el quebrado del minuendo menor que el del sustraendo, se toma una unidad del entero correspondiente, y al restar los enteros, se considera al minuendo con dicha unidad de menos. Así, en vez de 10 y $\frac{2}{5}$ hemos sustituído 9 y $\frac{7}{5}$, que es lo mismo, facilitando sin embargo, bajo esta forma, la sustracción.

142. También se restan los números mixtos, reduciéndolos á quebrados y restando después éstos.

Ejemplo :

$$10\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} = \frac{31}{3} - \frac{5}{2} = \frac{62}{6} - \frac{15}{6} = \frac{47}{6} = 7\frac{5}{6}.$$

Si uno de los datos es entero ó fraccionario, basta lo dicho en los casos anteriores para determinar el residuo.

Ejemplo 1º :

$$10\frac{4}{5} - 8 = 2\frac{4}{5}.$$

En este ejemplo, la diferencia de los enteros es 2 y la de los quebrados $\frac{4}{5}$.

Ejemplo 2º :

$$10\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = 10\frac{12}{15} - \frac{10}{15} = 10\frac{2}{15}.$$

Después de reducidos los quebrados á un mismo denominador, la diferencia de los enteros es 10 y la de los quebrados $\frac{2}{15}$.

Ejemplo 3º :

$$11 - 8\frac{4}{5} = 10\frac{5}{5} - 8\frac{4}{5} = 2\frac{1}{5}.$$

Como el quebrado del minuendo es cero, la unidad, que se toma del entero, se convierte

en $\frac{5}{5}$, resultando así 2 de diferencia entre los enteros, y $\frac{1}{5}$ entre los quebrados.

CUESTIONARIO.

139. ¿Cómo se restan dos quebrados cuando tienen un mismo denominador? y ¿cómo cuando tienen diferentes? — 140 ¿Cómo se resta un quebrado de un entero? — 141. ¿Cómo se resta un número mixto de otro? — 142. ¿De qué otra manera pueden restarse los números mixtos?

PROBLEMAS.

1. — Cuál es la diferencia de dos piezas de paño, que tiene una 45 m. $\frac{2}{5}$ y la otra 29 $\frac{1}{2}$ metros?

R. 15 $\frac{9}{10}$.

2. — Juan tiene 12 $\frac{3}{4}$ años y Luis 9 $\frac{1}{2}$ años; ¿cuál es la diferencia de sus edades?

R. 3 $\frac{1}{4}$ años.

3. — ¿Qué queda de un objeto después de haberle quitado el tercio y el quinto?

R. $\frac{7}{15}$.

4. — Dos fuentes dan, la primera 14 litros en 3 horas, la segunda 23 litros en 5 horas. ¿Se desea saber la que suministra más?

R. La primera $\frac{1}{15}$ más que la segunda.

5. — ¿Cuál es el número que añadido á $3\frac{5}{7}$ da $8\frac{2}{3}$?

R. $4\frac{20}{21}$.

6. — La altura de una montaña es los $\frac{2}{3}$ de otra que es $\frac{1}{7}$ menos elevada que una tercera, cuya altura es de 5481 metros; ¿cuál es la altura de la primera?

R. 3132 metros.

IV. — DIVISIÓN.

143. Supuesto que el cuociente multiplicado por el divisor debe ser igual al dividendo, se deduce que :

Para dividir dos quebrados, se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor, partiendo el primer producto por el segundo.

Ejemplos :

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{8} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}; \quad \frac{2}{5} : \frac{5}{4} = \frac{8}{25}.$$

144. Para dividir un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero, se pone al entero la unidad por denominador y luego se dividen como dos quebrados.

Ejemplos :

$$4 : \frac{2}{5} = \frac{4}{1} : \frac{2}{5} = \frac{20}{2} = 10 ; \quad \frac{3}{4} : 8 = \frac{3}{32} .$$

145. Para dividir dos números mixtos, se reducen á quebrados y luego se dividen como éstos.

Ejemplo :

$$5\frac{1}{4} : 2\frac{1}{3} = \frac{21}{4} : \frac{7}{3} = \frac{63}{28} = 2\frac{1}{4} .$$

146. Si uno de los datos es entero ó quebrado, la operación queda reducida á dividir un entero por un quebrado ó bien dos quebrados.

Ejemplos :

$$5 : 2\frac{1}{5} = 5 : \frac{11}{5} = \frac{25}{11} = 2\frac{3}{11} ; \quad 4\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{9}{2} : \frac{2}{3} = 6\frac{3}{4} .$$

147. También se puede efectuar el caso de dividir un número mixto por un entero, dividiendo las dos partes del dividendo por el divisor y sumando después ambos resultados.

Ejemplos :

$$40\frac{2}{3} : 4 = 10\frac{1}{6} ; \quad 125\frac{2}{3} : 10 = 11\frac{17}{30} .$$

CUESTIONARIO.

143. ¿Cómo se divide un quebrado por otro? — 144. ¿Cómo se divide un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero? — 145. ¿Cómo se dividen dos números mixtos? — 146. ¿Cómo, cuando uno de los datos es entero ó quebrado? — 147. ¿De qué otra manera puede efectuarse esta operación?

PROBLEMAS.

1. — ¿Cuántos hectólitros serán 200 kilogramos de trigo, pesando el hectólitro 150 $\frac{1}{2}$ kilogramos?

R. $1\frac{99}{301}$ hectólitros.

2. — Un obrero ha recibido 60 pesos, por $25\frac{1}{2}$ jornales; ¿á cómo le han pagado por jornal?

R. $\$\ 2\frac{6}{17}$

3. — Un comerciante ha vendido sucesivamente $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$ de una pieza de género; ¿cuál sería el largo de la pieza, si no le han sobrado más que 6 metros?

R. 24 metros.

4. — Un padre da à sus tres hijos $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$ y $\frac{1}{11}$ de su fortuna; le quedan todavía 26200 $; ¿cuál era su fortuna total?

R. $\$\ 50752\frac{32}{159}$.

5. — Los $\frac{3}{8}$ de los $\frac{4}{7}$ de una cantidad son 60 $; ¿cuál es esta suma?

R. 280 $.

6. — Si una máquina fabrica en $\frac{3}{4}$ de hora

25 $\frac{1}{2}$ metros de tela, ¿cuánto tiempo empleará en hacer 12 piezas de 40 metros cada una?

R. 14 horas 7 minutos $\frac{1}{17}$.

V. — REDUCCIÓN DE QUEBRADOS COMUNES Á DECIMALES.

148. Para reducir un quebrado común á decimal, se divide el numerador por el denominador, y se tendrá la parte entera, y para hallar la decimal se continúa la división, añadiendo un cero á cada resto.

149. Si el número dado es una fracción, la parte entera del número decimal será cero. La diferencia entre los dos quebrados, común y decimal, será en todo caso menor que una unidad del último orden decimal.

Ejemplo :

$\frac{5}{7} = 5 : 7 = 0{,}714$, con menos error que una milésima.

150. Si el denominador de un quebrado irreducible es múltiplo únicamente de los factores 2 y 5, ó sólo de uno de ellos, dicho quebrado se podrá convertir exactamente en decimal.

Ejemplos :

$$\frac{11}{40} = 0{,}275; \quad \frac{7}{8} = 0{,}875.$$

151. Si el denominador no es múltiplo de los factores 2 ó 5, la fracción decimal equivalente será *periódica pura.*

Ejemplos :

$\frac{5}{21} = 0{,}238095\ 238095...$ (1); $\frac{2}{11} = 0{,}181{,}818...$

152. Si el denominador es múltiplo de los factores 2 ó 5, y de algún otro, primo con ellos, la fracción decimal equivalente será *periódica mixta.*

Ejemplos :

$\frac{7}{12} = 0{,}583333...$; $\frac{4}{14} = 0{,}3571428571428..$

CUESTIONARIO.

148. ¿Cómo se reduce un quebrado común á decimal? — 149. ¿Qué resultado dará si el número dado es una fracción? — 150. ¿Qué sucederá si el denominador de un quebrado irreducible es múltiplo únicamente de los factores 2 y 5, ó sólo de uno de ellos? — 151. ¿Qué sucede si el denominador no es múltiplo de los factores 2 ó 5?— 152. ¿Qué fracción resulta si el denominador es múltiplo de los factores 2 ó 5 y de algún otro primo con ellos?

VI. — REDUCCIÓN DE QUEBRADOS DECIMALES Á COMUNES.

153. En la reducción de los quebrados decimales á comunes se distinguen tres casos, á saber : cuando la fracción decimal consta de un número limitado de cifras, cuando es periódica pura y cuando ex mixta.

154. Para reducir un número decimal de limi-

(1) Si el denominador de un quebrado es 9, 99, 999 y en general un número cualquiera de nueves, el período de la fracción decimal correspondiente será el numerador, precedido de tantos ceros como indique la diferencia entre las cifras del numerador y denominador del quebrado dado.

$\frac{1}{9} = 0{,}111...$; $\frac{8}{9} = 0{,}888...$; $\frac{1}{99} = 0{,}010101...$

tado número de cifras á quebrado común, basta poner por numerador el numero dado, con supresión de la coma, y por denominador la unidad, seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene.

Ejemplos :

$$0{,}14 = \frac{14}{100} = \frac{7}{50}; \quad 4{,}0108 = \frac{40108}{10000}.$$

155. Para reducir una fracción decimal periódica pura ó fracción común, se pone por numerador el período y por denominador un número compuesto de tantos nueves como cifras tiene el período.

Ejemplos :

$$0{,}121212... = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}; \quad 0{,}005005... = \frac{5}{999}.$$

Si el número decimal es mayor que la unidad, se añade la parte entera á la fracción común, obtenida por la regla anterior.

Ejemplos :

$$10{,}015015... = 10\,\frac{15}{999}; \quad 2{,}030303... = 2\,\frac{3}{99} = 2\,\frac{1}{33}.$$

156. Para convertir una fracción decimal periódica mixta en fracción común, se escribe por numerador la parte no periódica, seguida del primer período, menos la parte no periódica, y por denominador tantos nueves como cifras tiene la parte no periódica.

Ejemplos :

$$0{,}12506506... = \frac{12506 - 12}{99900} = \frac{12494}{99900} = \frac{6247}{49950}.$$

$$0{,}5833333... = \frac{583 - 58}{900} = \frac{525}{900} = \frac{7}{12}.$$

CUESTIONARIO.

153. ¿Cuántos casos se distinguen en la reducción de los quebrados decimales á comunes? — 154. ¿Cómo se reduce un número decimal de limitado número de cifras á quebrado común? — 155. ¿Cómo se reduce una fracción decimal periódica pura á fraccion común? — 156. ¿Cómo se reduce una fracción periódica mixta á común?

CAPÍTULO SEXTO.

Sistema métrico decimal

I. — DEFINICIONES PRELIMINARES.

157. El sistema métrico decimal es el conjunto de las unidades de medida usadas en la República Argentina.

158. El sistema métrico decimal de pesos y medidas tiene por unidad fundamental el *metro*, ó sea la diez millonésima parte de la distancia del polo al ecuador, contada sobre el meridiano terrestre.

159. Se distingue de los demás sistemas conocidos en la relación exacta del metro con las demás unidades de especie distinta; y en que las unidades de una misma especie son siempre 10, 100, 1000, 10000, etc., veces mayores ó menores unas respecto de otras.

160. Para expresar una medida *diez, cien, mil,* ó *diez mil* veces mayor que la unidad usual, se anteponen al nombre de ésta las palabras derivadas del griego :

Deca,	que significa	10
Hecto,	» »	100
Kilo,	» »	1,000
Miria,	» »	10,000.

Así, mil metros se expresará diciendo un *kilómetro*, y diez mil metros serán lo mismo que un *miriámetro*.

161. Para expresar una medida *diez, cien, ó mil* veces menor que la unidad usual, se antepondrán al nombre de ésta las voces de procedencia latina :

Deci, que significa décima parte.
Centi, » » centésima parte.
Mili, » » milésima parte.

Así, dividiendo un metro en mil partes iguales, una de éstas se expresará diciendo un *milímetro*.

CUESTIONARIO.

157. ¿Qué es sistema métrico decimal? — 158. ¿Cuál es la unidad fundamental de este sistema? — 159. ¿En qué se distingue de los demás sistemas conocidos? — 160. ¿Cómo se expresa una medida diez cien, mil ó diez mil veces mayor que la unidad usual? — 161. ¿Cómo se expresa una medida diez, cien, mil ó diez mil veces menor que la unidad usual?

II. — NUMERACIÓN MÉTRICA.

162. La numeración del sistema métrico es semejante á la de los números decimales. Una coma señala el lugar de la unidad principal; los múltiplos quedan á la izquierda de la coma y los submúltiplos à la derecha.

163. El orden de las cifras en el sistema métrico es el mismo de las cantidades decimales. Tomando por ejemplo las medidas lineales, cuya unidad es el metro, se colocarán las cifras según la siguiente :

Fórmula para la colocación de las cifras en las cantidades de medidas lineales :

miriámetros.	kilómetros.	hectómetros.	decámetros.	metros.	decímetros.	centímetros.	milímetros.
0	0	0	0	0,	0	0	0

Igual colocación tienen las cifras, cuando se trata de litros ó de gramos.

164. La unidad de la cantidad métrica se indica con una abreviatura; con una *m* el metro, con una *l* el litro, con una *g* el gramo, etc.

165. Las cantidades métricas se pueden leer de tres modos : 1º expresando todas las denominaciones, cifra por cifra; 2º como si fuesen dos cantidades, una con la denominación principal, y la otra con la denominación inferior; 3º como una sola cantidad de la denominación inferior.

Ejemplo :

56 m. 25 se puede leer de tres modos :
1º 5 decámetros 6 metros 2 decímetros y 5 centímetros; ó
2º 56 metros y 25 centímetros; ó
3º 5625 centímetros.

CUESTIONARIO.

162. ¿Cuál es la numeración del sistema métrico? — 163. ¿Cuál es el orden de las cifras en este sistema? — 164. ¿Cómo se indica la unidad de la cantidad métrica? — 165. ¿Cómo se leen las cantidades métricas?

Unidades de longitud.

III. — EL METRO.

166. La unidad usual para apreciar la distancia desde un punto á otro es el *metro*, que se divide en 10 *decímetros*, en 100 *centímetros* ó en 1,000 *milímetros*.

Las unidades superiores son el *decámetro* ó 10 metros, el *hectómetro* ó 100 metros, el *kilómetro* ó 1,000 metros, y el *miriámetro* ó 10,000 metros.

167. El metro es igual á 1 vara 5 pulgadas 6 líneas y 10 puntos. La vara es igual á 0,866 milímetros (1).

168. Para reducir metros á varas, basta dividirlos por 0,866 y el cuociente dará varas.

Ejemplo:

¿Cuántas varas son 43 metros 30 centímetros?

43 m. 30 : 0,866 = 43300 : 866 = 50 varas.

169. Para reducir varas á metros, basta multiplicarlas por el número decimal 0,866 y el producto dará metros.

Ejemplo:

¿Cuántos metros son 50 varas?

50 vs × 0,866 = 43,300 = 43 metros 30 centím.

170. Cuando la vara está accompañada de piés, pulgadas, líneas, etc., se convierte todo á menor

(1) Hemos creído oportuno dejar en el lugar que ocupan en esta obrita estas equivalencias, así como las de las demás medidas del sistema métrico con las del sistema antiguo.

denominador para formar un quebrado común, cuyo numerador es el número hallado y cuyo denominador es el número de unidades de pequeña denominación contenidas en la unidad de denominación mayor.

Ejemplo :

Conviértanse en metros, 2 varas 1 pié 6 pulgadas.

Como 2 vs 1 p. 6 plg = 90 pulgadas, y como hay 36 pulgadas en una vara, puede decirse que todo el denominado es igual à $\frac{90}{36}$ de vara, el cual se multiplica por 0,866, y viene á ser una simple multiplicación de un quebrado por un número decimal.

$$\frac{90}{36} \times 0{,}866 = \frac{90}{36} \times \frac{866}{1000} = \frac{77940}{36000} = 2 \text{ m. } 165.$$

CUESTIONARIO.

166. ¿Cuál es la unidad de las medidas de longitud? — 167. ¿Cuál es la correspondencia del metro con la vara y vice versa? — 168. ¿Cómo se reducen metros á varas? — 169. ¿Cómo se reducen varas á metros? — 170. ¿Cómo se reducen varas, piés, pulgadas, etc., á metros?

PROBLEMAS.

1. — Un comerciante ha comprado 4 piezas de tela, la primera de 75 m. 25; la segunda con 59 m. 18; la tercera con 89 m. 75, y la cuarta con 64 m. 32; ¿cuántos metros de tela ha comprado por todo?

R. 288 metros 50 centímetros.

2. — Se han empleado en uniformes de tropa 2,256 piezas de paño con un total de metros igual á 119,004; ¿cuál es la longitud de cada pieza?

R. 52 metros 75 centímetros.

3. — Á una torre que tiene 34 metros 41 centímetros de elevación se sube por una escalera

cuyos peldaños iguales son de 0 m. 186 milímetros : ¿cuándos peldaños hay que subir?

R. 185 peldaños.

4. — Un viajero tenía que andar 376 kilómetros; ha andado ya 218 kilómetros 556 : ¿cuánto le falta que andar?

R. 157 kilómetros 444 metros.

5. — La distancia del Retiro al Parque 3 de Febrero, es de 9325 metros 80 centímetros; ¿qué número de árboles colocados en dos líneas paralelas podrá colocarse en toda su extensión, siendo la distancia de un árbol á otro de 1 metro 32 centímetros?

R. 14130 árboles.

6. — Setenta y cinco metros de paño importan 90 pesos; ¿cuántos metros se deben vender á 1 peso 50 centavos para ganar 12 pesos?

R 40 metros.

Unidades de superficie y agrarias.

IV. — EL METRO CUADRADO, EL ÁREA Y LA HECTÁREA.

171. Las unidades usuales de superficie y agrarias son : el metro cuadrado, el área y la hectárea (1).

172. El *metro cuadrado* es un cuadrado que

(1) Llámase cuadrado á una figura terminada por cuatro rectas iguales, y cuyos ángulos son también iguales; él número de cuadrados menores que contiene otro mayor, es igual al número de veces que el lado del cuadrado mayor contiene al del menor. multiplicado por sí mismo.

tiene de lado un metro : se divide en 100 *decímetros cuadrados*.

173. El *área* es un cuadrado que tiene de lado 10 *metros* consta por lo tanto de 100 *metros cuadrados* ó cien centiáreas.

174. La *hectárea* es un cuadrado que tiene de lado 100 *metros* : consta de 100 *áreas* ó 10,000 *metros cuadrados*.

175. *Los múltiplos* y *submúltiplos* de las medidas cuadradas no proceden de 10 en 10, sino de 100 en 100 veces; y por eso en la numeración escrita de las medidas cuadradas debe haber *dos cifras* por cada denominación.

176. Fórmula para la colocación de las cifras de las medidas cuadradas :

metros cuadrados.	decímetros cuadrados.	centímetros cuadrados.	milímetros cuadrados.
00	00	00	00

Ejemplo :

El número 5 m. c. 52 80 43, léase : 5 metros cuadrados 52 decímetros cuadrados 80 centímetros cuadrados y 43 milímetros cuadrados.

177. El *metro cuadrado* equivale á 1 vara cuadrada 3 piés cuadrados y 15 líneas cuadradas. La *vara cuadrada* equivale á 0 m. c. 74 decíme-

tros cuadrados 99 centímetros cuadrados y 56 milímetros cuadrados.

178. Para reducir metros cuadrados á varas cuadradas, basta dividirlos por el *número decimal* 0,749956 y el cuociente dará varas cuadradas.

Ejemplo :

¿Cuántas varas cuadradas son 18 m. c. 7489?
18 m. c. 7489 : 0,749956 = 18748900 : 749956 = 25 varas cuadradas.

179. Para reducir varas cuadradas á metros cuadrados, basta multiplicarlos por el *número decimal* 0,749956 y el producto dará metros cuadrados.

Ejemplo :

¿Cuántos metros cuadrados son 25 varas cuadradas?
25 × 0,749956 = 18,748900 = 18 metros cuadrados 74 decímetros cuadrados y 89 centímetros cuadrados.

CUESTIONARIO.

171. ¿Cuáles son las unidades de superficie y agrarias? — 172. ¿Qué es metro cuadrado? — 173. ?Qué es área? — 174. ¿Qué es hectárea? — 175. ¿Cómo proceden los múltiplos y submúltiplos de las medidas cuadradas? — 176. — ¿Cuál es la fórmula para la escritura de las medidas cuadradas? — 177. ¿Cuál es la equivalencia del metro cuadrado con la vara cuadrada y vice-versa? — 178. — ¿Cómo se reducen los metros cuadrados á varas cuadradas? — 179. ¿Cómo se reducen las varas cuadradas á metros cuadrados?

PROBLEMAS.

1. — Cuál es el precio de una plancha de acero de 5230 centímetros cuadrados á 30 centavos el decímetro cuadrado?

R. 15 $ 79 centavos.

2. — Hay una huerta con 124 metros cuadra-

dos de superficie; las plantaciones ocupan 98 metros cuadrados 60 decímetros cuadrados; ¿qué espacio queda para senderos?

R. 25 metros c. 40 dm.

3. — Para hacer el piso de un salón que tiene 13 metros de ancho por 30 metros de largo; ¿cuántas tablas se precisarán de 3 octavos de metro de ancho por 8 metros de largo?

R. 130 tablas.

4. — Si para hacer un embudo se emplean 13 decímetros cuadrados de hoja de lata; ¿cuántos embudos podrán hacerse con 26 metros cuadrados de aquel metal?

R. 200 embudos.

5. — Un particular que tiene un jardín de 3 hectáreas 6 áreas ha resuelto formar en el centro un estanque de 30 metros cuadrados; ¿qué superficie le queda para las plantas?

R. 3 hect. 05 á 70 c.

6. — Un propietario tiene un terreno de 3 hectáreas 40 áreas, que le han costado 19,950 $; ¿á qué precio debe vender la hectárea para ganar 5,000 $ en todo?

R. 6,750 $.

Unidades de volumen.

V. — EL METRO CÚBICO.

180. La unidad usual de las medidas de volumen es el *metro cúbico,* que se divide en 1,000 *decímetros cúbicos,* ó en 1,000,000 de *centímetros cúbicos,* etc.

181. Se llama *cubo* un sólido que tiene la forma de un dado cuyas seis faces son cuadrados iguales.

182. El *metro cúbico* es un cubo cuyo lado tiene un metro de longitud, y cuyas seis faces son por consiguiente metros cuadrados.

183. Los *submúltiplos* del metro cúbico van disminuyendo de mil en mil veces; de modo que el *decímetro cúbico* es *un milésimo del metro cúbico*, el *centímetro cúbico* es *un milésimo del decímetro cúbico* y el *milímetro cúbico* es *un milésimo* del *centímetro cúbico*. Así es que en las cantidades cúbicas debe haber tres cifras para cada denominación.

184. Fórmula para la colocación de las cifras de las medidas cúbicas:

metros cúbicos.	decímetros cúbicos.	centímetros cúbicos.	milímetros cúbicos.
0	000	000	000

Ejemplo:

5 m. cb. 723542087, léase 5 metros cúbicos 723 decímetros cúbicos 542 centímetros cúbicos 87 millímetros cúbicos.

185. El *metro cúbico* equivale á 1 vara cúbica 14 piés cúbicos 989 pulgadas cúbicas 1612 líneas cúbicas. La *vara cúbica* equivale á 0 m. cb. 649 decímetros cúbicos 461 centímetros cúbicos 896 milímetros cúbicos.

186. Para reducir metros cúbicos á varas cúbicas, basta dividirlos por el *número decimal* 0,649461896 y el cuociente dará varas cúbicas.

Ejemplo :

¿Cuántas varas cúbicas son 16 m. cb. 236547400?
16 m. cb. 236547400 : 0,649461896 = 16236547400 : 649461896 = 25 varas cúbicas.

187. Para reducir varas cúbicas á metros cúbicos, basta multiplicarlas por el *número decimal* 0,649461896, y el producto dará metros cúbicos.

Ejemplo :

¿Cuántos metros cúbicos son 25 varas cúbicas?
25 × 0,649461896 = 16,236547400 = 16 metros cúbicos 236 decímetros cúbicos 547 centímetros cúbicos 400 milímetros cúbicos.

CUESTIONARIO.

180. ¿Cuál es la unidad usual de las medidas de volumen? — 181. ¿Qué es cubo? — 182. ¿Qué es metro cúbico? — 183. ¿Cómo proceden los submúltiplos del metro cúbico? — 184. ¿Cuál es la fórmula para la escritura de las cifras de las medidas cúbicas? — 185. ¿Cuál es la relación del metro cúbico con la vara cúbica y vice-versa? 186. ¿Cómo se reducen metros cúbicos á varas cúbicas? — 187. ¿Cómo se reducen varas cúbicas á metros cúbicos?

PROBLEMAS.

1. — Una máquina puede extraer 36 metros cúbicos de agua por hora, ¿qué cantidad extraerá en $5\frac{1}{2}$ horas?

R. 198 metros cúbicos.

2. — En una caja de 1 metro cúbico 600 decímetros cúbicos de capacidad, ¿cuántas cajitas de 32 centímetros cúbicos pueden caber?

R. 50,000 cajitas.

3. — Hay que pagar á un albañil, á razón de pesos 28,60 el metro cúbico, ¿cuánto habrá que darle por 3 metros cúbicos 750 decímetros cúbicos?

R. $ 107,25.

4. — Un escultor ha comprado tres trozos de mármol, el primero de 5 metros cúbicos 256 decímetros cúbicos, el segundo de 3 metros cúbicos 528 decímetros cúbicos y el tercero de 1 metro cúbico 186 centímetros cúbicos; ¿cuántos metros cúbicos ha comprado por todo?

R. 9 m. cb. 784 dm. cb. 186 cm. cb.

5. — ¿Qué tiempo tardará una bomba que saca 12 metros cúbicos de agua por hora, en agotar un aljibe que tiene 6 metros de profundidad, 5 metros de largo y 6 de ancho?

R. 15 horas.

6. — ¿Cuál es el volumen de un cajón expresado en metros cúbicos, que tiene 1 metro 155 de largo, 1 metro 155 de ancho y 1 metro de alto?

R. 1 m. cb. 334 dm. cb. 025 cm. cb.

Unidades de capacidad.

VI. — EL LITRO.

188. — La unidad de las medidas de capacidad es el *litro* (1), que se divide en 10 *decílitros* ó en 100 centílitros, etc.

189. Las unidades superiores son : el *deáclitro* ó 10 *litros*, el *hectólitro* ó 100 *litros*, y el *kilólitro* ó 1,000 *litros*.

(1) El litro es una medida cilíndrica de la capacidad de un cubo, cuyo lado es un decímetro.

El *kilólitro* llámase también *tonelada de arqueo* y tiene precisamente la capacidad de un *metro cúbico*.

190. El *litro* equivale á 1 cuarta $\frac{13}{19}$. El *frasco* equivale á 2 litros 375 milílitros.

191. El *hectólitro* equivale á 2 cuartillas $\frac{15682}{17159}$. La *fanega* equivale á 137 litros 272 milílitros.

192. Para reducir litros á frascos, basta dividirlos por el *número decimal* 2,375 y el cuociente dará frascos.

Ejemplo :

¿Cuántos frascos son 19 litros?

19 : 2,375 = 19000 : 2375 = 8 frascos.

193. Para reducir frascos á litros, basta multiplicarlos por el *número decimal* 2,375 y el producto dará litros.

Ejemplo :

¿Cuántos litros son 8 frascos?

$8 \times 2{,}375 = 19{,}000 = 19$ litros.

194. Para reducir litros á fanegas, basta dividirlos por el *decimal* 137,272 y el cuociente dará fanegas.

Ejemplo :

¿Cuántas fanegas son 3432 litros 8 decilitros?

3432 l. 8 : 137,272 = 3432800 : 137272 = 25 fanegas.

195. Para reducir fanegas á litros, basta multiplicarlas por el *decimal* 137,272 y el producto dará litros.

Ejemplo :

¿Cuántos litros son 25 fanegas?

$25 \times 137{,}272 = 3432{,}800 = 3432$ lit. 8 dec.

CUESTIONARIO.

188. ¿Cuál es la unidad de las medidas de capacidad? — 189. ¿Cuáles son los múltiplos del litro? — 190. ¿Cuál es la equivalencia del litro con el frasco y vice-versa? — 191. ¿Cuál es la equivalencia del hectólitro con la fanega y vice-versa? — 192. ¿Cómo se reducen litros á frascos? — 193. ¿Cómo se reducen frascos á litros? — 194. ¿Cómo se reducen litros á fanegas? — 195. ¿Cómo se reducen fanegas á litros?

PROBLEMAS.

1. — ¿Cuántas botellas de la capacidad de 60 centílitros se emplearán para envasar 86 litros 40 centílitros de licor?

R. 144 botellas.

2. — Hay un tonel que contiene 1068 litros 73 centílitros de vino. ¿Cuál será su valor á 1 peso 36 centavos el litro?

R. 1453 $ 50 centavos.

3. Un propietario ha cosechado 95 hectólitros de vino moscatel de Mendoza; ¿cuántos barriles se necesitan para contenerlo, si cada barril tiene 76 litros de capacidad?

R. 125 barriles.

4. — Un lechero ha vendido leche á 8 centavos el litro, y ha reunido $ 3,95; ¿cuántos litros ha vendido?

R. 49 litros 375.

5. — Un comerciante tenía 214 hectólitros de aceite y ha vendido 156 hectólitros 25 litros; ¿cuántos litros le han quedado?

R. 57 hectólitros 75 litros.

6. — ¿Cuánto valen 75 hectólitros 49 litros

96 centílitros de harina, á 11 $ 50 centavos el hectólitro?

R. $ 868,2454.

Unidades de peso.

VII. — EL GRAMO.

196. La unidad usual es el *kilógramo* (1) que se divide en 10 *hectógramos*, en 100 *decágramos* ó en 1,000 *gramos*.

El *gramo* se divide en 10 *decígramos*, en 100 *centígramos*, ó en 1,000 *miligramos*.

197. Las unidades superiores son el *quintal métrico* ó 100 *kilógramos* y la *tonelada de peso*, ó sean 1,000 *kilógramos*.

Esta última es el peso de un *metro cúbico* de agua.

198. El *gramo* equivale á $20\frac{5}{82}$ granos. La *libra* equivale á 459 gramos 4 decígramos.

199. Para reducir gramos á libras, basta dividirlos por el *decimal* 459,4, y el cuociente dará libras.

Ejemplo:

En 55 kilóg. 128 gram., ¿cuántas libras hay?

55 k. 128 : 459,4 = 551280 : 4594 = 120 libras.

200. Para reducir libras á gramos, basta multiplicarla por el *decimal* 459,4, y el producto dará gramos.

Ejemplo:

¿Cuántos gramos son 120 libras?

$120 \times 459,4 = 55128,0 = 55$ kilóg. 128 gr.

(1) Es el peso del agua contenida en un cubo cuyo lado es un decímetro.

CUESTIONARIO.

196. ¿Cuál es la unidad usual de las medidas de peso? — 197. ¿Cuáles son las unidades superiores? — 198. ¿Cuál es la equivalencia del gramo con la libra y vice-versa? — 199. ¿Cómo se redúcen gramos á libras? — 200. ¿Cómo se reducen libras á gramos?

PROBLEMAS.

1. — Un búcaro lleno de agua pesa 28 kilógramos 5 decágramos; vacío no pesa más que 2 kilógramos 30 decágramos; ¿cuál es la capacidad del búcaro?

R. 25 kilógramos 75 decágramos.

2. ¿Cuántas cajas se necesitan para guardar 540 kilógramos de pasas de uva, si cada caja sólo puede contener 18 kilógramos?

R. 30 cajas.

3. — Un almacenero ha vendido, al precio de 19 centavos el kilógramo de aceite, 38 kilógramos que le habían costado á razón de 15 pesos el quintal métrico; ¿cuál es su ganancia?

R. $ 1,52.

4. — Un platero ha fundido tres barras de plata para hacer una sola; la primera pesa 2 kilógramos 25 decágramos, la segunda 1 kilógramo 40 decágramos y la tercera 3 kilógramos 8 decágramos; ¿cuántos kilógramos pesará la nueva barra?

R. 6 kilógramos 73 decágramos.

5. — Para hallar el peso del jabón contenido en un cajón, se ha pesado éste lleno y vacío. El cajón lleno pesaba 78 kilógramos 70 decágramos,

y vacío 5 kilógramos 36 decágramos : ¿cuál es el peso del jabón?

R. 73 kilógr. 34.

6. — Se siembra en una chacra 20 kilógramos de semilla de alfalfa por hectárea; el hectólitro de esta semilla pesa 35 kilógramos, al precio de 1 peso 25 centavos el decálitro; ¿cuál será el precio de la semilla necesaria para sembrar una chacra de 8 hectáreas $\frac{2}{5}$.

R. 60 $

VIII. — PROBLEMAS.

VARIADOS SOBRE LAS RELACIONES MÉTRICAS.

1. — Si 100 kilógramos de azúcar importan 31 pesos 20 centavos, se pregunta : ¿cuánto valdrán 4540?

R. $ 1416,48.

2. — Si un hectólitro de trigo cuesta 5 pesos 50 centavos, ¿cuánto se debe pagar por 4 kilólitros 75 litros?

R. $ 224,125.

3. — Se han comprado 2645 litros de vino á 7 pesos el hectólitro; ¿qué ganancia se sacará si se revende el litro á 10 centavos?

R. $ 79,35.

4. — Un hombre que camina 2 kilómetros por hora, ¿en cuánto tiempo caminará 4 miriámetros?

R. 8 horas.

5. — Un campo sembrado de trigo tiene 3 hectáreas 15 áreas 6 centiáreas de superficie, ¿cuál

será en hectólitros el producto de la cosecha, sabiendo que una área da 4 decálitros 5 litros?

R. 141 hectól. 77 lit. 7 decílit.

6. — Un caño vierte 15 litros 26 centílitros de agua por minuto; ¿cuánto tiempo empleará para llenar una tina de 18 hectólitros 30 litros?

R. 2 horas.

7. — ¿Cuánto valen 4 decást. 6 decíest. de leña á 4 pesos 50 centavos el metro cúbico?

R. $ 182,70.

8. — Setenta y cinco metros de paño costaron 225 pesos, ¿cuántos se deben vender á 4 pesos para ganar 40 pesos?

R. 40 metros.

9. — ¿Cuánto importa un terreno de 15 áreas 25 centiáreas á razón de 88 centavos el metro cuadrado?

R. 1342 $.

10. — La siembra de una hectárea de tierra ha costada 7 pesos; ¿cuánto se deberá pagar para sembrar un campo de 4260 metros cuadrados?

R. $ 2,982.

11. — Á cuánto asciende el valor de un campo de 4 hectáreas 5 áreas 25 centiáreas, vendido á razón de 49 pesos cada 100 metros cuadrados?

R. $ 19857,25.

12. — ¿Cuánto cuestan 2480 litros de vino á 5 pesos 10 centavos el hectólitro?

R. $ 126,48.

13. — Un comerciante compra 250 kilógramos

de azúcar en 80 pesos, y los revende en 85; ¿cuánto gana por kilógramo?

R. 2 centavos.

14. — ¿Cuántas piezas de plata de 1 peso se necesitan para hacer el peso de 1 kilógramo (1)?

R. 48 piezas.

15. — ¿Qué suma de plata pesa lo mismo que 25 litros de agua destilada?

R. 1000 $.

16. — ¿Cuántas piezas de un peso nacional se pueden fabricar con 360 gramos de plata pura?

R. 16 piezas.

17. — ¿Cuánto valen 14 decasterios 6 deciesterios de leña á 3 pesos 50 centavos el esterio?

R. $ 492,10.

18. — Con un kilógramo de harina se puede hacer 2 kilógramos 330 gramos de pan; ¿cuántos kilógramos de pan se podrán hacer con 375 kilógramos de harina?

R. 498 kilógramos 750 gramos.

19. — ¿Cuánto se debe pagar por la reparación de una carretera de 4 miriámetros 5 hectómetros de longitud, si se paga 9 centavos por decámetro?

R. $ 364,50.

20. — Una botella vacía pesa 250 gramos; llena de agua pesa 1 kilógramo; ¿cuál es su capacidad?

R. 75 centílitros.

(1) La moneda de plata de un peso nacional pesa 25 gramos, y está compuesta de una aligación de 22 gr. 5 de plata y 2 gr. 5 de cobre.

21. — Un tonel de 2 hectólitros 28 litros de capacidad pesa 37 kilógramos 50 decágramos; ¿cuánto pesa lleno de vino, suponiendo que el litro de vino pesa 993 gramos.

R. 263 kilógramos 904 gramos.

22. — Un tonel vacío pesa 36 kilógramos 50 decágramos; lleno de agua destilada pesa 258 kilógramos 25 decágramos; ¿cuál es su capacidad?

R. 221 litros 75 centílitros.

23. — ¿Qué capacidad de agua desocupa una piedra de 750 decímetros cúbicos?

R. 750 litros.

24. — ¿Qué cantidad de leche se puede comprar con 13 centavos, si un litro vale 5 centavos?

R. 2 litros 60 centílitros.

25. — ¿Cuál es el volúmen de una piedra que, echada en un estanque lleno de agua, derrama 2 hectólitros 25 litros?

R. 225 decímetros cúbicos

CAPÍTULO SÉTIMO.

I. — RAZONES Y PROPORCIONES.

201. *Razón de dos números* es el cuociente indicado del primero, llamado *antecedente*, por el segundo, llamado *consecuente*. El antecedente es, pues, igual al producto del consecuente por la razón.

202. Para *indicar la razón de dos números*, se escribe el antecedente y después el consecuente, separándolos con el signo de la división.

203. La *razón de dos números no se altera multiplicando ó dividiendo el antecedente y el consecuente por un mismo número.*

Así, 12 : 4 es lo mismo que 120 : 40 é igual á 6 : 2.

204. Llámase *proporción* á la igualdad de dos razones.

Así, la razón 10 : 5 es lo mismo que 8 : 4; y por consiguiente, los cuatro números 10, 5. 8 y 4 forman una proporción que se escribe así : 10 : 5 : : 8 : 4, y se enuncia diciendo 10 es á 5 como 8 es á 4.

205. Los términos primero y tercero son *antecedentes*, el segundo y cuarto *consecuentes*, el segundo y tercero *medios* y el primero y cuarto *extremos*. Cuando los medios son iguales, la proporción es contínua, y el medio repetido se llama *medio proporcional.*

Así, 4 : 12 : : 12 : 36 es una proporción contínua.

206. *En toda proporción se verifica que el producto de los extremos es igual al producto de los medios, y al cuadrado del término medio en la continua;* y recíprocamente, si el producto de dos números es igual al producto de otros dos, los cuatro forman una proporción, siendo medios ó extremos los factores de un producto.

Si $4 : 5 :: 8 : 10$ se verificará $4 \times 10 = 5 \times 8$

Siendo $8 \times 3 = 4 \times 6$, tendremos también $8 : 4 :: 6 : 3$

Si $50 : 10 :: 10 : 2$ se verificará $50 \times 2 = 10^2$

Siendo $12^2 = 8 \times 18$, tendremos también $8 : 12 :: 12 : 18$

207. *Para hallar uno de los extremos de una proporción*, se multiplican los términos medios y el producto se divide por el otro extremo, *y para hallar un medio* se multiplican los extremos y el producto se divide por el otro medio (1).

Así, en la proporción

$$5 : 4 :: 10 : x, \text{ será } x = \frac{4 \times 10}{5} = 8.$$

Igualmente es esta otra

$$5 : x :: \frac{1}{4} : 8, \text{ será } x = \frac{5 \times 8}{1/4} = 160.$$

208. *En la proporción continua, uno de los extremos* es igual al cuadrado del término medio dividido por el extremo conocido; *y el medio,* equivale á la raíz cuadrada del producto de los extremos.

De la proporción

$$x : 4 :: 4 : 10 \text{ resulta } x = \frac{16}{10} = 1\frac{3}{5}.$$

$$12 : x :: x : 3 \text{ resulta } x = \sqrt{12 \times 3} = 6.$$

(1) Los números desconocidos se representan generalmente por la letra x.

209. *Una proporción no deja de serlo,* aunque se multipliquen ó se dividan por un mismo número todos sus términos, ó sólo los dos antecedentes, los dos consecuentes, los dos primeros términos ó los dos últimos.

En toda proporción pueden mudar de lugar los medios ó los extremos, sin que deje de subsistir proporción : esta transformación se llama *alternar*. También se pueden poner los medios por extremos, ó sea *invertir* la proporción.

Últimamente se puede poner la primera razón por segunda y ésta por primera, lo que se llama *permutar*.

Según esto, en la proporción $5 : 4 :: 10 : 8$ se verificará :

$$5 : 10 :: 4 : 8 ; \quad 4 : 5 :: 8 : 10 ; \quad 10 : 8 :: 5 : 4 .$$

210. *Si dos ó más proporciones se multiplican ó se dividen ordenadamente*, los productos ó cuocientes serán proporcionales.

Y por consiguiente, de las dos proporciones

$$2 : 3 :: 10 : 15 ; \qquad 5 : 4 :: 20 : 16 ,$$

se deduce esta otra :

$$2 \times 5 : 3 \times 4 :: 10 \times 20 : 15 \times 16 .$$

CUESTIONARIO.

201. ¿Qué es razón de dos números? — 202. ¿Cómo se indica la razón de dos números? — 203. ¿Qué sucede si se multiplica ó divide el antecedente y el consecuente por un mismo número? — 204. ¿Qué es proporción? — 205. ¿Cómo se llaman los términos de una proporción? — 206. ¿Cuál es la propiedad fundamental de las proporciones? — 207. ¿Cómo se halla uno de los extremos de una proporción y cómo uno de los medios de una proporción por cuociente? — 208. ¿Qué tiene Vd. que decir sobre los términos de una proporción continua? — 209. ¿Qué consecuencias resultan de la propiedad fundamental? — 210. ¿Qué sucede cuando dos ó más proporciones se multiplican ó dividen ordenadamente?

II. — PROPORCIONALIDAD DE LOS NÚMEROS CONCRETOS.

211. *Para que cuatro números concretos formen proporción,* se necesita que todos sean homogéneos, ó lo sean de dos en dos. Por el enunciado de la cuestión que origina esta proporcionalidad, cada uno de los dos primeros números homogéneos, llamados *principales*, está ligado al que llamamos su *correspondiente* ó *relativo* de los otros dos, como se ve en los ejemplos que siguen:

1º Si 5 metros de tela costaron 60 $; *¿cuánto costarán 8 metros de la misma tela?*

2º Si en 8 meses hacen 10 hombres una obra determinada, *¿cuántos hombres harán la misma obra en 2 meses?*

212. *Cuando dos números homogéneos son proporcionales á otros dos también homogéneos,* de modo que el número 1º es al 2º como el correspondiente al 1º es el correspondiente al 2º, *se dice que los cuatro forman proporción directa,* ó *son directamente proporcionales.*

213. *Cuando dos números homogéneos son proporcionales á otros dos también homogéneos,* de modo que el número 1º es al 2º como el correspondiente al 2º es el correspondiente al 1º, *se dice que los cuatro forman proporción inversa* ó *son inversamente proporcionales.*

214. El análisis de la cuestión nos dará á conocer si la proporción entre los cuatro números es directa ó inversa.

Será *directa* cuando, multiplicando por 2, 3, etc., uno de los números principales, resulta multiplicado por 2, 3, etc., su correspondiente de la otra especie; y si, multiplicando el primero

por 2, 3, etc., resulta dividido por el mismo número el segundo, será *inversa*.

CUESTIONARIO.

211. ¿Qué circunstancia se requiere para que cuatro números concretos formen proporción? — 212. ¿Qué es proporción directa? — 213. ¿Qué es proporción inversa? — 214. ¿Cómo se conocerá cuando una proporción es directa ó inversa?

III. — REGLA DE TRES Ó PROPORCIÓN.

215. En *aritmética* se da el nombre de regla de tres, ó más simplemente proporción, á la operación por medio de la que, dados tres términos de una proporción, se averigua el valor del cuarto.

REGLA DE TRES SIMPLE.

216. Llámase regla de tres simple cuando sólo se necesita una proporción para la resolución de la cuestión.

Ejemplo 1º.

Si 10 metros de tela costaron 50 pesos, *¿cuánto costarán* 6 *metros de la misma tela?*

10 metros..... 50 pesos.
6 » ..... x »

Siendo estos números directamente proporcionales, porque 20 metros costarán doble de lo que costaron 10, tendremos:

10 m. : 6 m. :: 50 $: x $, de donde x $ = 30 p.

10 : 50 = 6 : X = 30

Ejemplo 2º.

Si 12 metros de paño costaron 50 pesos, con 44 pesos. *¿cuántos metros de paño se comprarán?*

50 pesos : 44 pesos :: 12 metros : x metros; $x = 10$ m. 56

X 50 : 12 = 44 : X = 10. 56 m

Ejemplo 3º.

20 hombres hacen una obra en 12 días, *¿qué tiempo emplearán 16 hombres, en la misma obra y con las mismas condiciones?*

Siendo estos números *inversamente* proporcionales, porque á 40 hombres les bastaría la mitad del tiempo para hacer la misma obra, tendremos :

20 hombres : 16 hombres :: x días : 12 días ; $x = 15$ días.

Ejemplo 4º.

Para empapelar una sala se necesitan 100 piezas de papel de $\frac{3}{4}$ de metro de ancho, *¿cuántas piezas se necesitarán de otro papel de* $\frac{2}{3}$ *de metro de ancho?*

Cuánto más estrecho sea el papel, mayor número de piezas se necesitan; luego

$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} :: 100 : x$, de donde resulta, $x = 112$ piezas y media.

217. En general, para resolver una regla de tres simple, sea directa ó inversa, se forma la proporción siguiente :

El número mayor de la primera especie es al menor de la misma, como el mayor de la segunda es al menor de ésta.

Basta, pues, averiguar si el número desconocido es mayor ó menor que su homogéneo para escribir en seguida esta proporción.

Ejemplo 1º.

Si una embarcación tiene víveres para 5 días y se necesita qne duren hasta 8 días, ¿á cuánto se reducirá la ración de cada individuo?

Cuántos más días esté el buque en la mar, menos ración corresponde á cada individuo; luego el valor de x será menor que 1, y tendremos :

8 días : 5 días :: 1 ración : x ; luego $x = \frac{5}{8}$.

Ejemplo 2º.

Habiendo comprado trigo á 3 pesos el hectólitro, ¿á cómo debe venderse para ganar un 8 por 100.

Si en 100 debemos ganar 8, en 3, ¿cuánto ganaremos?

$100 : 8 :: 3 : x$, de donde resulta $x = 24$ centavos.

Luego el trigo debe venderse á 3 pesos 24 centavos el hectólitro.

De otro modo : cada 100 pesos empleados en trigo deben convertirse, después de la venta, en 108 pesos; luego :

$100 : 108 :: 3 : x$, que da $x = 3$ \$ 24 centavos.

CUESTIONARIO.

215. ¿Qué es regla de tres ó proporción? — 216. ¿Qué es regla de tres simple? — 217. ¿Hay alguna regla general para resolver una regla de tres simple, sea directa ó inversa?

PROBLEMAS.

1. — 135 hombres han necesitado 20 días para hacer cierta obra; ¿cuántos días necesitarán 300 hombres para hacer la misma obra (1)?

R. 9 días.

2. — Un viajero anda 5 kilómetros en 4 horas : ¿cuánto tiempo empleará en andar 28 kilómetros?

R. 22 horas 24 minutos.

3. — Se exige de un encuadernador que encuaderne 6,000 ejemplares de una obra en 15 días.

(1) Todas estas cuestiones se resuelven también por el método conocido con el nombre de *reducción á la unidad, por ejemplo :*

Si 10 metros de tela costaron 50 pesos, ¿cuánto costarán 6 metros?

Si 10 metros costaron 50 pesos, 1 metro costará 5 pesos; y por consiguiente, 6 metros costarán 30 pesos.

Para la solución de los problemas por este método, consúltese la obra del mismo autor titulada : *Soluciones razonadas de los problemas del Nuevo Aritmético Argentino.*

— Sabiendo que una persona encuaderna 40 por día, se pregunta : ¿cuántos ayudantes necesitará el encuadernador?

R. 10 ayudantes.

4. — 15 obreros han hecho una cierta obra en 51 dias; ¿cuántos días necesitarán 17 obreros para hacer la misma obra?

R. 45 días.

5. — Hay víveres en una plaza fuerte para alimentar 438 hombres durante 360 días; pregúntase : ¿para cuántos días habrá víveres, si se aumentase la guarnición hasta 1,314 hombres?

R. 120 días.

6. — Una clase de 125 alumnos produce 1875 pesos por mes á un maestro de escuela : ¿cuántos alumnos al mismo estipendio necesitará éste para ganar 3000 pesos mensuales?

R. 200 alumnos.

REGLA DE TRES COMPUESTA.

218. Llámase *regla de tres compuesta* á la operación por la cual se determina el cuarto término de una proporción resultante de multiplicar entre sí otras varias proporciones.

Ejemplo 1º : Si 10 hombres en 12 días han construído 100 metros de pared; ¿cuántos metros harán 6 hombres trabajando 21 días?

10 hombres....	12 días.....	100 metros.
6 hombres....	21 días.....	x metros.

En esta cuestión las obras ejecutadas (en iguales circunstancias) estarán en razón *directa* del número de obreros y del tiempo empleado en el trabajo; y por con-

siguiente, la resolución de dos reglas de tres simples nos dará el número que se busca :

$$10 : 6 :: 100 : x, \text{ que da } x = 60$$

ó sea el número de metros ejecutados por 6 hombres en 12 días : luego la proporción

$$12 : 6 :: 60 : x$$

nos dará el número pedido, ó sea 105 metros (1).

Ejemplo 2º : Siendo necesarios 115 kilógramos de alfalfa para mantener 3 caballos durante 4 días, *¿cuántos kilógramos se necesitarán para mantener* 100 *caballos durante* 3 *semanas?*

$$3 \text{ caballos} : 115 \text{ kilógramos} :: 100 \text{ caballos} : x;$$

$$x = 3833\frac{1}{3}.$$

$$6 \text{ días} : 3833\frac{1}{3} \text{ kilogramos} :: 21 \text{ días} : x;$$

$$x = 20125.$$

Luego el número que se busca será igual á 20125 kilógramos, ó sean 27 toneladas métricas y 125 kilógramos.

Ejemplo 3º : 600 hombres en 15 días, trabajando 12 horas diarias, han construído la mitad de las fortificaciones de una plaza : para completar la obra en 11 días, trabajando 800 hombres, *¿qué número de horas deben trabajar cada día?*

Aquí el número de hombres, lo mismo que los días de trabajo, son *inversamente* proporcionales á las horas diarias de trabajo, y por consiguiente :

$$800 : 600 :: 12 : x, \text{ que da } x = 9 \text{ horas.}$$
$$11 : 15 :: 9 : x, \text{ de donde } x = 12 \text{ horas y } 16 \text{ m.}$$

(1) Este mismo resultado se obtiene resolviendo sólo una proporción :

En efecto, de las dos proporciones $\left\{\begin{matrix} 10 : 6 :: 100 : x \\ 12 : 21 :: x : x \end{matrix}\right\}$ se deduce esta otra :

$$10 \times 12 : 6 \times 21 :: 100 : x, \text{ que da } x = 105 \text{ metros.}$$

PROBLEMAS.

1. — 15 obreros, trabajando 10 horas diarias, han empleado 18 días en hacer 450 metros de una cierta obra; se pregunta: ¿cuántos obreros se precisaran para que, trabajando 2 horas al día hagan en 8 días 480 metros de la misma obra?

R. 180 obreros.

2. — Con 12 kilógramos de hilo se ha tejido una tela de 27 metros de largo y 75 centímetros de ancho; ¿cuántos metros de longitud tendrá una tela de 80 centímetros de ancho, tejida con 15 kilógramos del mismo hilo?

R. 31 m. 64 +.

3. — 15 personas han pagado por 7 días de alojamiento, en un hotel, la suma de 210 pesos. Un cierto número de personas, en las mismas condiciones que las primeras, han pagado 340 pesos por 17 días: ¿cuántas eran estas personas?

R. 10 personas.

4. — Un viajero debía terminar su viaje después de haber andado durante 5 días de 8 horas de camino; pero habiendo perdido 1 día, se pregunta: ¿cuántas horas deberá andar durante los 4 días que quedan para terminar su viaje, aumentado en $\frac{1}{5}$ la velocidad?

R. $8\frac{1}{3}$ horas.

5. — Han sido necesarios 1,200 metros de paño de $\frac{5}{4}$ de ancho para habilitar á 560 hom-

bres; ¿cuántos metros serán necesarios de $\frac{7}{8}$ de ancho para habilitar á 960 hombres?

R. 2938 metros $\frac{2}{3}$ +.

6. — 12 escolares han escrito 36 planas de á 25 renglones en 2 horas; ¿cuántas planas de á 30 renglones esbribirán en una clase de 10 alumnos en 4 horas?

R. 90 planas.

IV. — REGLAS DE SOCIEDAD.

219. Se llaman reglas de sociedad ó compañía cuándo dos ó más personas se reunen y forman una sociedad ó compañía para una empresa industrial ó comercial, para la cual no basta la fortuna de una sola persona; cada socio suministra al efecto cierta cantidad de dinero que se llama *puesta de fondos ó capital*. Cuándo al cabo de cierto tiempo se trata de distribuir la ganancia ó la pérdida obtenida, es decir, de asignar á cada socio la parte que le corresponde, ésta debe ser proporcional á la parte de fondos ó capital de cada socio y al tiempo que ha permanecido en la sociedad.

220. La regla de sociedad se divide en simple y compuesta ó con tiempo.

REGLA DE SOCIEDAD SIMPLE.

221. Se llama regla de sociedad simple cuándo los capitales de todos los socios permanecen igual tiempo en la sociedad ó compañía.

222. REGLA. — *Para conocer la parte de cada*

socio, se multiplica la cantidad que se va á distribuir por su puesta ó capital, y el producto se divide por la suma de los capitales.

PROBLEMA. — Tres personas han formado una sociedad. La 1ª puso 18,000 $; la 2ª 21,000 $, y la 3ª 25,000 $. Habiendo ganado la sociedad 8,000 $, se pregunta : ¿cuál es la ganancia de cada socio?

SOLUCIÓN. — La suma de los capitales es igual á 64000 $. Luego si 64000 $ producen 8000 $ de utilidad, 1 $ producirá $\frac{8000}{64000}$; 18000 $ producirán $\frac{8000 \times 18000}{64000}$ y así se efectuará con las demás, lo cual es una demostración de la regla.

El 1er socio $= \frac{8000 \times 18000}{64000} = \frac{1000 \times 18}{8} = 2250$

El 2º » $= \frac{8000 \times 21000}{64000} = \frac{1000 \times 21}{8} = 2625$

El 3º » $= \frac{8000 \times 25000}{64000} = \frac{1000 \times 25}{8} = 3125$

Ganancia total..... 8000 $

OTRA SOLUCIÓN. — Si se observa que $\frac{8000}{64000} = \frac{8}{64}$ $= 0{,}125$, bastará multiplicar 0,125 sucesivamente por 18,000, por 21,000, y por 25,000 para obtener las tres partes pedidas.

Según se ve, lo que hemos hecho es dividir el número 8000 en tres partes que son entre sí como los números 18000, 21000 y 25000.

Así es que obtendremos el mismo resultado por medio de tres proporciones diciendo :

La suma de los capitales (64000) *es á la ganancia total* (8000) *como* el capital del 1er socio (18000) *es á la ganancia que le corresponde* (representada por x); y así para las demás.

El 4º término de cada proporción dará precisamente la

parte que debe ganar el socio cuyo capital figura en ella.

El 1er socio 64000 : 8000 :: 18000 : x = 2250
El 2º » 64000 : 8000 :: 21000 : x = 2625
El 3º » 64000 : 8000 :: 25000 : x = 3125
Ganancia total..... 8000 $

CUESTIONARIO.

218. ¿Qué es regla de tres compuesta? — 219. ¿Qué son reglas de sociedad ó compañía? — 220. ¿En qué se divide la regla de sociedad? — 221. ¿Qué es regla de sociedad simple? — 222. ¿Cómo se resuelven las cuestiones de sociedad simple?

PROBLEMAS.

1. — Tres personas se han reunido para cierto comercio; la 1ª ha puesto 24,000 $, la 2ª 18,000 $, y la 3ª 26,000 $; al cabo de año y medio han ganado 46,240 $; ¿qué parte de esta ganancia corresponde á cada persona?

R. Al 1º, 16,320 $; al 2º, 12,240 $, y al 3º, 17,680 $.

2. — Tres socios han puesto igual capital: el 1º, durante 2 años; el 2º, durante 3 años, y el 3º, durante 5 años. La pérdida total es de 80,000 $; ¿qué parte de esta pérdida corresponde á cada uno?

R. Al 1º, 16,000 $; al 2º, 24,000 $, y al 3º, 40,000 $.

3. — Siendo 1,100, 1,400 y 2,500 $ los capitales de tres socios y 800 la ganancia total; ¿cuánto corresponde á cada uno?

R. Al 1º, 176 $; al 2º, 224 $, y al 3º, 400 $.

4. — Una compañía de dos negociantes, en la cual el 1º puso 2,956 $ y el 2º 2,892 $, ha ganado 1,462 $: ¿cuánto le corresponde á cada uno?

R. Al 1º 739 $ y al 2º 723 $.

5. — Tres comerciantes han fletado un buque para un cargamento de vino : el 1º ha embarcado 350 barriles; el 2º 150, y el 3º 100.

El flete ha costado 1200 $; ¿cuánto debe pagar cada uno?

R. El 1º 700 $; el 2º 300 $, y el 3º 200 $.

6. — Dividir una suma de 36,000 $ entre cuatro personas, de modo que la segunda tenga el duplo de la primera, la tercera tanto como la primera y segunda juntas, y la cuarta tres veces tanto como la tercera.

R, 1ª 2,400 $; 2ª 4,800 $; 3ª 7,200 $, y 4ª 21,600 $.

REGLA DE SOCIEDAD COMPUESTA Ó CON TIEMPO.

223. Se llama regla de sociedad compuesta cuando las puestas no permanecen el mismo tiempo en la sociedad; y en este caso las ganancias ó las pérdidas de los socios dependen de sus puestas y del tiempo que las puestas han permanecido en la sociedad.

224. Para resolver las cuestiones de sociedad compuesta obsérvese la siguiente :

Regla. — Multiplíquese el capital de cada socio por todo el tiempo que haya figurado en la sociedad, y considerando estos productos como si fueran los capitales de cada socio durante un mismo tiempo, procédase según la regla de sociedad simple.

PROBLEMA. — Tres socios han puesto : el 1º 5,000 pesos por 8 meses; el 2º 4,000 pesos por 9 meses; y el 3º 3,000 por 10 meses. Se han ganado 2,650 pesos; ¿ cuál es la ganancia de cada socio ?

SOLUCIÓN. — 5,000 pesos durante 8 meses producen tanto como 8 veces 5,000 pesos durante 1 mes, ó bien 40,000 pesos.

4,000 pesos durante 9 meses producen tanto como 9 veces 4,000 pesos durante 1 mes, ó 36,000 pesos.

3,000 pesos durante 10 meses producen tanto como 10 veces 3,000 pesos durante 1 mes, ó 30,000 pesos.

La cuestión queda, pues, reducida á la siguiente regla de sociedad simple:

Siendo el capital del primer socio 40,000, el del segundo 36,000, y el del tercero, 30,000, ¿qué parte de los 2,650 pesos que se han ganado corresponde á cada uno? Y tendremos:

Para el 1º 106000 : 2650 :: 40000 : x = 1000
» » 2º 106000 : 2650 :: 36000 : x = 900
» » 3º 106000 : 2650 :: 30000 : x = 750
Ganancia total = 2650 $.

CUESTIONARIO.

223. ¿Qué es regla de sociedad compuesta ó con tiempo? — 224. ¿Cómo se resuelven las cuestiones de sociedad compuesta?

PROBLEMAS.

1. — Tres socios han puesto: el primero $ 393,75 por 4 meses; el segundo $ 656,25 por 6 meses, y el tercero $ 918,75 por 10 meses. La ganancia total es de 1,750 $. ¿Cuál es la parte de cado socio?

R. El 1º $ 187,50; el 2º $ 468,75, y el 3º $ 1093,75.

2. — Tres negociantes pusieron en común: el primero $ 240,50 por 4 meses; el segundo $ 350,20 por 5 meses; y el tercero 458 $ por

6 meses: siendo la ganancia obtenida $ 273,05, ¿qué parte de ella corresponde á cada uno?

R. Al 1º $ 48,10; al 2º $ 87,55, y al 3º $ 137,40.

3. — Tres individuos se asociaron por 2 años: el primero puso 4,000 $, que dejó en el fondo común durante todo el tiempo de la asociación; el segundo puso al principio 3,000 $ y á los 6 meses puso 3,000 $ más; el tercero puso 2,000 $ al principio y, al año, añadió 5,000 $. Habiendo ganado la sociedad la cantidad de 66,000 $, ¿cuánto le corresponde á cada socio.

R. Al 1º 19,200 $; al 2º 25,200 $, y al 3º 21,600 $.

V. — INTERÉS.

225. Se llama interés la ganancia que produce un capital prestado. Para mayor uniformidad en el modo de determinar el interés, se conviene ordinariamente en el que produce el capital de 100 pesos, cuyo número, considerado como absoluto, se llama *tanto por ciento*.

226. El interés puede ser simple ó compuesto.

227. Llámase capital una cantidad cualquiera de dinero que se presta con el objeto de que produzca una ganancia ó rédito convenido entre el dueño del caudal y el que lo recibe á préstamo.

INTERÉS SIMPLE.

228. Interés simple es cuando el capital queda siempre el mismo durante todo el tiempo del préstamo.

El interés presenta los cuatro casos siguientes.

1er *caso.* — HALLAR EL INTERÉS.

229. REGLA GENERAL. — *Para hallar el interés de un capital por un número de días, meses ó años, á un tanto por ciento determinado, se multiplica el capital por el tanto por ciento; este primer producto se multiplica por el tiempo, y el producto total se divide por* 3,000, *si el interés es mensual y el tiempo ha sido reducido á días; por* 36,000 *si es anual, y por* 100 *si no se ha alterado la unidad del tiempo.*

Ejemplo:

¿Cuál es el interés de un capital de 2,850 $, prestado durante 1 año 6 meses 20 días al 6 0/0 anual?

2850 $
× 6 p. 0/0 anual.
17100
× 560 días = 1 año 6 meses 20 días.
1026000
855
9576000 | 36000
237 R. 266 $ de interés.
216

2º *caso.* — HALLAR EL CAPITAL.

230. REGLA GENERAL. — *Para hallar el capital se multiplica el interés por* 100 *y el producto se divide por el tanto por ciento multiplicado por el tiempo.*

Ejemplo :

Se pregunta el capital que es preciso poner al 6 p. 0/0 anual, durante 1 año 6 meses 20 días, para que produzca al cabo de este tiempo 266 $ de interés.

266 $
× 100
26600
× 360 días = 1 año.
1596000
798
9576000
2856
1680
0

6 por 100 anual.
× 560 días = 1 año 6 meses 20 días.
3360
2850 $ capital pedido.

Observación. — En este problema, lo mismo que en los siguientes que sirven de ejemplo, hemos multiplicado el dividendo por 360, en vez de multiplicar el cuociente por ese número.

3er *caso.* — HALLAR EL TANTO POR CIENTO.

231. REGLA GENERAL. — *Para hallar el tanto por ciento se multiplica el interés por 100 y el producto se divide por el capital multiplicado por el tiempo.*

Ejemplo :

¿A qué tanto por ciento anual ha sido colocado el capital de 2,850 pesos, que ha ganado 266 pesos de interés en 1 año 6 meses 20 días ?

$ 266
× 100
26600
× 360 días,
1596000
798
9576000

2850 $ capital.
× 560 días = 1 año 6 meses 20 días.
171000
1425
1596000

R. 6 por 100 anual.

4º *caso.* — HALLAR EL TIEMPO.

232. REGLA GENERAL. — *Para hallar el tiempo se multiplica el interés por* 100 *y el producto se divide por el capital multiplicado por el tanto por ciento.*

Ejemplo:

¿En qué tiempo el capital de 2850 $ producirá 266 pesos de interés al 6 por 100 anual?

$(266 \times 100) = 26600 : (2850 \times 6) = 17100.$

266 : 171

95

R. 1 año 6 meses 20 días.

× 12 meses = 1 año.

1140

114

× 30 días = 1 mes.

3420

0

233. *Siempre que se busque el capital, el tanto por ciento ó el tiempo, se multiplica el interés por* 100 *y el producto se divide por los otros dos datos multiplicados entre sí.*

CUESTONARIO.

225. ¿Qué es interés? — 226. ¿De cuántas clases puede ser el interés? — 227. ¿Qué es capital? — 228. ¿Qué es interés simple? — 229. ¿Cómo se halla el interes de un capital? — 230. ¿Cómo se halla el capital? — 231. ¿Cómo se halla el tanto por ciento? — 232. ¿Cómo se halla el tiempo? — 233. ¿Hay alguna regla general para resolver los tres últimos casos del intéres?

PROBLEMAS.

1. — ¿Cuál es el interés de 25,864 pesos á $5\ \frac{1}{2}$ p. 0/0 anual, en 3 años?

R. $ 4267,56.

2. — ¿Qué interés producirá la suma de 7,854 $ en 8 años al 5 p. 0/0 anual?

R. $ 3141,60.

3. — ¿Cuál es el capital que al 7 p. 0/0 anual ha producido en 2 años y 5 meses $ 761,25?

R. 4,500 $.

4. — Una suma de 3,730 $ ha producido de interés $ 675,24 al cabo de 2 años y 6 meses; ¿cuál es el tanto por ciento á que dicha suma ha sido colocada?

R. $ 7,24 p. 0/0 anual.

5. — ¿En cuánto tiempo 4,000 $ al $1\frac{1}{4}$ p. 0/0 mensual producirán 400 pesos de interés?

R. 8 meses.

6. — Desconté una letra, hoy que estamos á 23 de noviembre, de 70,000 $. que vence el día 12 de enero del próximo año; al 2 y $\frac{3}{4}$ p. 0/0 mensual; ¿cuánto tendré que pagar de dicha letra?

R. $ 74496,50

INTERÉS COMPUESTO.

234. Se llama interés compuesto cuando el interés se añade cada año ó cada mes al capital para que también produzca interés.

En este caso el capital varía en cada período de tiempo, componiéndose del capital primitivo y de los intereses que él produce.

235. REGLA. — *Para hallar el interés compuesto por un número dado de años, se busca el*

interés simple de un año, y se añade al capital para formar el capital del segundo año.

Se busca el interés del capital del segundo año, y se le añade para formar el capital del tercer año, etc. (1).

Si los pagos deben hacerse por mitades de año ó de meses, tómese la mitad del tanto por ciento y el duplo del tiempo; si por trimestres (cuando el interés es anual), se tomará la cuarta parte del interés y el cuádruplo del tiempo, etc.

PROBLEMA. — ¿Cuál es el interés compuesto de 8,000 $ en 3 años al 5 p. 0/0 anual?

Capital del 1er año = 8000 $
Interés al 5 p. 0/0 = 400

2º año, capital = 8400
Interés al 5 p. 0/0 = 420

3er año, capital = 8820
Interés al 5 p. 0/0 = 441

9261 monta.
— 8000 capital primitivo.

Intereses de los 3 años = 1261 $.

CUESTIONARIO.

234. ¿Qué es interés compuesto? — 235. ¿Cómo se halla el interés compuesto por número dado de años?

PROBLEMAS.

1. — ¿Qué interés producirán 200 $ al 5 p. 0/0 anual en 3 años, á interés compuesto?

R. $ 31,525.

2. — Un empleado que gana 3,000 $ coloca

(1) Para hallar el capital, el tanto por ciento ó el tiempo del interés compuesto, *véase* « Nuevo Aritmético Argentino », del mismo autor.

cada año la décima parte de su sueldo en la caja de ahorros, que paga al 4 p. 0/0 anual; al cabo de 5 años, ¿qué capital podrá él retirar de la caja?

R. $ 1689,89 +.

3. — Una persona coloca todos los años 10,000 $, de los cuales deja acumular los intereses. El tanto por 0/0 del interés es de $4\frac{1}{2}$; ¿con qué cantidad podrá contar al cabo de $5\frac{1}{2}$ años?

R. $ 68680,22.

4. — ¿Á qué cantidad se eleva con el interés compuesto, el capital de 4,000 pesos al 3 p. 0/0 anual al cabo de 8 años; y cuál será el capital que colocado al 5 p. 0/0 de interés simple, producirá la misma suma en el mismo tiempo?

R. $ 3619,34 capital pedido.

5. — ¿Á cuánto se eleva en 5 años con el interés compuesto, la cantidad de 3,600 pesos, al 5 por ciento anual?

R. $ 4379,95 +.

6. — ¿Qué suma será necesario colocar al 6 p. 0/0 anual de interés simple, para obtener en 1 año la misma cantidad que colocando, por 3 años, 3,000 pesos á interés compuesto al 5 p. 0/0 anual?

R. $ 3276,29 cantidad pedida.

VI. — REGLA DE ALIGACIÓN.

236. Se llama regla de aligación la que tiene por objeto resolver las dos cuestiones siguientes :

1ª Hallar el producto de la mezcla de varias especies, conociendo el número de las unidades que se mezclan y su precio.

2ª Hallar el número de unidades que han de mezclarse, para vender la mezcla á un precio dado.

237. En el primer caso, la regla de aligación se llama *directa*, y en el segundo se llama *inversa*.

REGLA DE ALIGACIÓN DIRECTA.

238. *Para resolver la regla de aligación directa, se divide el valor total de las unidades mezcladas por el número de estas unidades.*

Ejemplo 1º :

Habiendo mezclado 10 litros de vino de á 6 $ el litro con 6 de á 3, ¿cuál es el precio de la mezcla?

10 litros á 6 pesos = 60 pesos.
6 » 3 » = 18 »
Luego 16 litros valen 78 pesos.

Dividiendo, pues, 78 pesos por 16, el cuociente, 4 pesos 875, expresará el valor de 1 litro.

Ejemplo 2º :

10 kilógramos á 41 centavos = 4,10 $
15 » 44 » = 6,60 » } valor de 1 fanega 42 centavos.
4 » 38 » = 1,90 »
30 » importan » $ 12,60 centavos.

Ejemplo 3º :

Fundiendo 70 kilógramos de cobre con 30 de zinc, resultan 100 de latón : si cada kilógramo de cobre vale 10 pesos y el de zinc 2 pesos y medio ¿cuánto costará cada kilógramo de latón?

70 kilóg. de cobre á 10 pesos = 770 $
30 » de zinc à $\frac{1}{2}$ » = 75 » } Total : 775 $.

Luego el kilógramo de latón vale 7 pesos y 75 centésimos.

CUESTIONARIO.

236. ¿Qué es regla de aligación? — 237. ¿En qué se divide? — 238. ¿Cómo se resuelve la regla de aligación directa?.

PROBLEMAS.

1. — Cinco obreros tienen que hacer 560 metros de cierta obra; el primero hace 8 metros por día; el segundo, 9; el tercero, 10; el cuarto, 11; y el quinto, 12; ¿en cuántos días la harían si trabajasen juntos?

R. 11 $\frac{1}{5}$ días.

2. — Un licorista tiene 140 litros de vino á 30 centavos, y 250 á 40 centavos; y quiere ganar 5 centavos por litro ¿á cuánto debe vender el litro?

R. 42 centavos por exceso.

3. — Se ha fundido una estatua de bronce del peso de 10,000 kilógramos, poniendo tres veces tanto cobre como estaño; el cobre ha costado á 2 pesos 70 centavos el kilógramo, y el estaño á 2 pesos 20 centavos; ¿cuánto vale el bronce empleado en esta estatua?

R. 25,750 $.

4. — Un comerciante tiene tres barricas de vino: la 1ª, de 250 litros á 1 peso; la 2ª, de 240 litros á 90 centavos; y la 3ª de 310 litros á 1 peso 20 centavos; ¿á cómo saldrá el litro de la mezcla?

R. 1 peso 04 centavos +.

5. — Un fundidor tiene encargo de hacer una campana de 1,200 kilógramos, cuyo metal se forma de 1 parte de estaño y de 2 de cobre; ¿cuánto costará la campana, siendo el estaño à $ 0,65 el kilógramo y el cobre á 0,80?

R. 900 $.

6. — Una propiedad ha producido : el 1er año 3,280 $; el 2º 3,745; el 3º 2,965; el 4º 4,160; y el 5º 3,450 : ¿cuál es la renta media anual de esta propiedad?

R. 3,520 $.

REGLA DE ALIGACIÓN INVERSA.

239. *Para resolver la regla de aligación inversa, se toma de cada especie de unidades que se han de mezclar, la diferencia entre el precio medio y el de la otra especie.*

Ejemplo 1º :

Teniendo vino de á 10 centavos el litro y vino de á 15, se quiere saber el número de litros que se deben mezclar de cada especie, para vender la mezcla á 12 centavos.

DATOS.	PRECIO MEDIO.	INCÓGNITAS.
Vino de 10 centavos.	12 centavos.	$15 - 12 = 3$,
Vino de 15 »		$12 - 10 = 2$.

Luego se pueden mezclar 3 litros de á 10 centavos y 2 de á 15, y también las mitades de estos números, sus duplos, triplos, etc.

Esta cuestión es indeterminada, puesto que ofrece cuantas soluciones se quieran, con sólo multiplicar ó dividir los números 3 y 2 por un número cualquiera.

240. Para que esta cuestión y todas sus análo-

gas sean determinadas, ó lo que es lo mismo, para que las incógnitas tengan un solo valor, hay que someterlas á nuevas condiciones, como son, por ejemplo, la de conocer una de las dos cantidades que entran en la mezcla, ó bien la suma ó la diferencia de ambas.

Ejemplo 2º :

¿Cuántos kilógramos de café de á 30 centavos se deben mezclar con 15 kilógramos de á 20, para vender la mezcla á 24 centavos :

El procedimiento anterior nos dirá que mezclando 6 kilógramos de lo malo con 4 de lo bueno, resulta la mezcla á 24 centavos el kilógramo : luego quedará resuelto el problema por la siguiente regla :

Si con 6 kilógramos de á 20 centavos se deben mezclar 4 de á 30 centavos, á 15 kilógramos de lo primero, ¿cuántos kilógramos corresponden de lo segundo? De donde resulta para el valor de x el número 10.

Ejemplo 3º :

¿Cuántos hectólitros de trigo de á 85 y de á 98 centavos se deben mezclar para formar 500 hectólitros de á 90 centavos?

$ 0,90 centavos (precio medio) $\left\{\begin{array}{l} \$\ 0.85.\ 8 \text{ hectólitros} \\ \$\ 0.98.\ 5 \quad » \end{array}\right.$

luego si para 13 hectólitros de trigo mediano se toman 8 de la primera clase, para tener 500 hectólitros, ¿cuántos se tomarán? De la cual resultan 307,69 de la primera clase y 195,31 de la segunda.

241. Cuando las especies son más de dos, se calcularán las unidades que deben mezclarse de dos modos cualquiera cuyos precios comprendan al precio medio; luego el de otras dos, y así sucesivamente.

Ejemplo 4º :

¿Qué número de kilógramos de te de á 1 peso 20 centavos, 1 peso 60 y 0,70 se han de mezclar, para vender la mezcla á 1 peso 10 centavos?

Precio medio 1,10; luego tendremos $\begin{cases} 1{,}20 \ldots\ldots 40 \\ 0{,}70 \ldots\ldots 10 \\ 1{,}60 \ldots\ldots 40 \end{cases} + 50 = 60$

Y por consiguiente, 40 kilógramos de á 1,20 pesos, 60 de á 0,70 pesos y 40 de á 1,60 pesos valen lo mismo que 140 kilógramos vendidos al precio de 1,10 pesos.

Tambien aquí tenemos un número infinito de soluciones, multiplicando 40, 60 y 40 por un mismo número.

CUESTIONARIO.

236. ¿Qué es regla de aligación? — 237. ¿Cómo se divide? — 238. ¿Cómo se resuelve la regla de aligación directa? — 239. ¿Cómo se resuelve la regla de aligación inversa? — 240. ¿Qué se requiere para que esta cuestión sea determinada? — 241. ¿Cómo se procede cuando las especies son más de dos?

PROBLEMAS.

1. — Un negociante tiene vino de dos calidades diferentes : la primera á 30 pesos el hectólitro, y la segunda á 21 pesos; quiere hacer una mezcla que se pueda vender á 25 pesos el hectólitro; ¿cuánto debe tomar de cada especie?

R. 4 hectólitros de á 30 y 5 de á 21.

2. — Un comerciante quiere mezclar tres especies de aceites, á 60, 45 y 40 centavos la botella, de modo que la botella de la mezcla salga á 55 centavos; ¿cuánto debe tomar de cada especie?

R. 25 botellas de á 60 centavos,
5 de á 45 y 5 de á 40.

3. — Con aguardiente de 30 grados y de 21 grados se quiere hacer una mezcla de 360 litros

que marque 25 grados; ¿cuántos litros deben tomarse de cada especie?

R. 160 litros de á 30 grados y 200 de á 21.

4. — ¿Cuántos litros de vino á 11 centavos el litro se han de mezclar con 57 litros de á 6 centavos, para vender el litro de la mezcla á 8 centavos?

R. 38 litros.

CAPÍTULO OCTAVO.

Potencias y raíces.

I. — POTENCIAS.

242. *Potencia de un número* es el producto que resulta de multiplicarle por sí mismo una ó más veces. Este número que se multiplica, se llama *raíz*, y el número de veces que se toma la raíz como factor se llama *exponente*, grado ó índice de la potencia.

243. *Para indicar una potencia cualquiera de un número* se escribe á su derecha y arriba una pequeña cifra, que es el exponente ó grado de la potencia.

244. *Cuadrado* ó *segunda potencia* de un número es el producto que resulta de tomarle dos veces por factor, como $5 \times 5 = 25$.

245. *Cubo* ó *tercera potencia* de un número es el producto que resulta de tomarle tres veces por factor, como $5 \times 5 \times 5 = 125$.

246. *Cuarta potencia* de un número es el producto que resulta de tomarle cuatro veces por factor, como $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

247. *Primera potencia* de un número, es el número mismo. Todas las potencias de la unidad son iguales á la unidad.

248. *La formación de una potencia cualquiera*

de un número, sea entero ó fraccionario, se consigue con facilidad por medio de la multiplicación sucesiva de dicho número por sí mismo cierto número de veces, indicado por su exponente.

249. Los cuadrados y cubos de los nueve primeros números enteros son los siguientes :

Números.....	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,
Cuadrados.....	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81,
Cubos.....	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729.

250. Para elevar un número decimal á una potencia cualquiera, se procede como si fuera un número entero, teniendo cuidado de separar el producto un número de veces (indicado por el exponente) de tantas cifras decimales como las que tiene el número propuesto.

Ejemplo 1º :

¿Cuántos metros cuadrados contendrá un salón, cuyo largo es de 9,25 metros y cuyo ancho es igual al largo?

$$9{,}25^2 = 9{,}25 \times 0{,}25 = 85 \text{ metros } 5625.$$

Ejemplo 2º :

Elévese al cubo la fracción decimal 0,05.

$$(0{,}05)^2 = 0{,}000{,}125.$$

251. Para elevar un quebrado á una potencia cualquiera, se elevan el numerador y el denominador á la misma potencia.

Si la fracción es mixta, se reduce á número fraccionario antes de hacer la operación.

Ejemplo 1º :

¿Cuál es el cuadrado de la fracción $\frac{4}{8}$?

$$\left(\frac{4}{8}\right)^2 = \frac{4^2}{8^2} = \frac{16}{64}.$$

Ejemplo 2º :

Elévese al cuadrado el número mixto $6\frac{2}{3}$.

$$\left(6\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{400}{9} = 44\frac{4}{9} .$$

Ejemplo 3º :

¿Cuál es el cubo de $4\frac{27}{36}$ metros?

$$\left(4\frac{27}{36}\right)^3 = \left(\frac{171}{36}\right)^3 = \frac{5000211}{46650} = 107\frac{8019}{46656} =$$

$$107\frac{11}{64} \text{ ms. cbs.}$$

252. *El cuadrado de la suma indicada de dos números es igual al cuadrado del primero, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.* Sea $3 + 5$ los números dados, tendremos :

$$(3 + 5)^2 = 3^2 + 2 \text{ veces } 3 \times 5 + 3^2 = 9 + 30 + 25 = 64.$$

253. La diferencia entre los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual al duplo del menor más 1.

Así, la diferencia entre los cuadrados de los números consecutivos 9 y 10, es igual à $2 \times 9 + 1 = 19$.

CUESTIONARIO.

242. ¿Qué es potencia de un número? — 243. ¿Cómo se indica el grado de la potencia de un número? — 244. ¿Qué es cuadrado de un número? — 245. ¿Qué es cubo ó tercera potencia de un número? — 246. ¿Qué es cuarta potencia? — 247. ¿Qué es primera potencia? — 248. ¿Cómo se forma la potencia de un número cualquiera? — 249. ¿Cuáles son los cuadrados y cubos de los nueve primeros enteros? — 250. ¿Cómo se eleva un número decimal á una potencia cualquiera? — 251. ¿Cómo se eleva un quebrado á una potencia cualquiera? —

252. ¿Cuál es el cuadrado de la suma indicada de dos números? — 253. ¿Cuál es la diferencia entre los cuadrados de dos números enteros consecutivos?

PROBLEMAS.

1. — El sálon de mi clase tiene 12 metros por cada uno de sus cuatro lados : ¿cuántos metros cuadrados tiene de superficie?

R. 144 metros cuadrados.

2. — Cuántos metros cuadrados tendrá un patio cuyo largo es de metros 8,15 y cuyo ancho es igual al largo?

R. metros cuadrados 66,4225.

3. — Un jardincito completamente cuadrado tiene por cada uno de sus lados 15 metros 75 centímetros : ¿cuál es su área?

R. 248 metros cuadrados 0625 centímetros cuadrados.

4. — Si el metro lineal tiene 10 decímetros, ¿cuántos decímetros tendrá el metro cúbico?

R. 1000 decímetros cúbicos.

5. — Si uno de los lados de una piedra cúbica contiene 4 metros 5 decímetros, ¿cuál será el volúmen de la piedra?

R. 91 metros cúbicos 125 decímetros cúbicos.

6. — He comprado 25 cajas, que cada una contiene otros tantos objetos, que cada uno vale tantos centavos como cajas son : ¿cuál es el valor total de los objetos.

R. $ 156,25.

II. — RAÍZ CUADRADA.

254. Se llama raíz cuadrada de un número, el número que multiplicado por sí mismo reproduce

el número propuesto; por ejemplo : la raíz cuadrada de 16 es 4, puesto que $4 \times 4 = 16$.

255. *Para indicar la extracción de la raíz de un número,* se escribe delante el signo radical $\sqrt{\ }$ y en la abertura de éste el *índice* de la raíz. Para indicar la extracción de la raíz cuadrada basta el signo radical.

Ejemplos :

$$\sqrt{36} = 6\,; \qquad \sqrt{25} = 5\,; \qquad \sqrt{81} = 9\,.$$

La raíz de un número que no es potencia del mismo grado que el índice del radical, se llama número inconmensurable. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{12}$ son números inconmensurables.

256. Llámase raíz cuadrada entera de un número la raíz cuadrada del mayor cuadrado contenido en dicho número, y resto de la raíz á la diferencia entre el número dado y el mayor cuadrado contenido en dicho número.

257. Para hallar la raíz cuadrada exacta ó entera de un número de una ó dos cifras, basta saber de memoria los cuadrados de los números dígitos; por ejemplo : $\sqrt{25}$ es 5; $\sqrt{66}$ es 8; porque el mayor cuadrado contenido en 66 es 64.

258. Para hallar la raíz cuadrada de un número entero cualquiera, se divide en períodos de á dos cifras, empezando por la derecha; se extrae la raíz cuadrada del primer período de la izquierda, y se tendrá la primera cifra de la raíz. El cuadrado de esta cifra se resta del primer período, y á la derecha del resto se baja el período siguiente, del cual se separa con una coma la primera cifra de la derecha.

El número que queda á la izquierda se divide por el duplo de la raíz hallada.

El cuadrado del cuociente y el producto del cuociente por el divisor se restan del número que forman el dividendo y la cifra separada.

A la derecha del nuevo resto se baja el período siguiente, y se continúa del mismo modo hasta que no haya más períodos que bajar, en cuyo caso la raíz del primer período, con los cuocientes de las divisiones sucesivas, formará la raíz cuadrada del número dado.

La raíz tiene tantas cifras como períodos tiene el número dado.

El resto final debe ser menor que el duplo de la raíz hallada más 1.

Ejemplo 1º :

Extráigase la raíz cuadrada del número 2304.

Escribo el número propuesto 2304, y tiro una line vertical para separarlo de la raíz que escribiré á la de recha :

$$\begin{array}{r|l} 23.04 & 48 \\ \underline{16} & 8 \\ \underline{70.4} & \\ 0 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 48 \\ \underline{\times\ 48} \\ 384 \\ \underline{103} \\ 2304 \end{array}$$

Dividido después el número en períodos de dos cifras, y empezando por el primer período de la izquierda, digo : el mayor cuadrado contenido en 23 es 16, cuya raíz es 4.

Escribo 4 en la raíz; formo el cuadrado de 4, que es 16, y le resto de 23, lo que me da un residuo de 7.

Bajo el período siguiente á la derecha de esa resta, lo que da 704, cuya última cifra separo á la derecha por un punto.

Duplico la raíz hallada, lo que da 8, que

escribo frente á 704, y divido 70 por 8 : escribo 8 que saco de cuociente á la derecha de la cifra 4 ya obtenida, y formo el cuadrado de 48.

Tengo así 2304, que, restado del número propuesto, da 0 por residuo; luego la raíz buscada es 48.

2304	4
704	88
0	×

Con el fin de simplificar los cálculos, verifico la cifra 8 antes de llevarla á la raíz, y para ello la escribo á la derecha de 8, y multiplico el número resultante 88 por esa misma cifra 8, y al mismo tiempo resto el producto de 704, lo que da 0 por resta.

Ejemplo 2º :

¿ Cuál es la raíz cuadrada del número **12730624** ?

12.73.06.24	3568
3 7.3	65
4 8 0.6	706
57 02.4	7128
0	

DEMOSTRACIÓN.

Como el número propuesto es mayor que 100, la raíz tendrá por lo menos decenas y unidades.

El cuadrado del número de las decenas no puede encontrarse sino en la parte 127306, que nos queda después de haber separado las dos últimas cifras de la derecha con un punto.

Nos hallamos de consiguiente en el caso de extraer la raíz cuadrada del mayor cuadrado contenido en 127306.

Siendo este número 127306 mayor que 100, su raíz contendrá también decenas y unidades, y el

cuadrado de estas nuevas no podrá encontrarse sino en la parte 1273, después de haber separado también dos cifras.

Como este número 1273 es mayor que 100, su raíz tendrá también dos cifras, y el cuadrado de estas nuevas decenas no se hallará sino en la parte 12, separando del mismo modo las dos últimas cifras.

Y he aquí cómo nos vemos obligados á dividir el número propuesto en períodos de á dos cifras, de derecha á izquierda.

Después, extrayendo la raíz al mayor cuadrado contenido en el último período de la izquierda, obtenemos 3 por primera cifra de la raíz. Hacemos el cuadrado de 3 que es 9, rebajamos este número de 12, lo que da 3 por resta.

Al lado de esta resta bajamos el período siguiente, y formamos así 373, de cuyo número separamos con un punto la última cifra de la derecha; doblamos la raíz hallada, la que da 6, que escribimos en frente de 37.3; dividimos 37 por 6, y obtenemos 5 que escribimos á la derecha del 6 que sirvió de divisor. Para verificar esta nueva cifra de la raíz, multiplicamos 65 por 5 y restamos el producto de 373, lo que da por resta 48.

Escribimos 5 en la raíz; bajamos el siguiente período, lo que da 4806, de cuyo número separamos con un punto la última cifra de la derecha.

Ahora doblamos la raíz hallada, 35, y así tendremos 70 por divisor de 480; el cuociente es 6, que escribimos á la derecha de 70, y multiplicamos 706 por 6, restando al mismo tiempo el producto de 4806, y nos da una resta de 570.

Escribimos 6 á la raíz y bajamos el último

período, con lo cual se forma el número 57 024, del cual separamos con un punto la última cifra de la derecha. El doble de la raíz hallada 356 es 712; dividimos 5702 por este duplo; el cuociente 8 lo escribimos á la derecha de 712; multiplicamos 7128 por 8, y el producto, restado de 57 024, da 0 por resta. Ponemos 8 en la raíz, con lo cual queda terminada la operación, la cual da por raíz cuadrada 3568.

259. Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal, se procurará que el número de cifras decimales sea par, lo que se conseguirá agregando un cero á la derecha en caso de ser impar, y después se hará la operación como si fuera un número entero; de la derecha del resultado se separan para decimales la mitad de las cifras decimales del número dado.

Ejemplo:

Sea el número decimal 7,29, del cual se desea extraer la raíz cuadrada.

$\sqrt{7,29}$	2,7 exactamente.
3 2.9	4 7.

260. La raíz cuadrada de un número entero ó decimal se puede hallar con menos error que una unidad decimal dada, con sólo añadir ceros (considerados como decimales) á la derecha del número propuesto.

Ejemplo:

Aproxime Vd. con menos error que un centésimo la raíz cuadrada del número 56.

$\sqrt{56}$	7,48 con menos error que un centésimo.
70.0	144
1240.0	1488
49.6	

261. Para extraer la raíz cuadrada de un quebrado, cuyos términos tienen raíz cuadrada exacta, se extrae la raíz del numerador y luego la del denominador.

Si los dos términos no tienen raíz cuadrada exacta, se transforma el quebrado en decimal, y se extrae la raíz de él.

Ejemplo 1º:

¿Cuál es la raíz cuadrada de la fracción $\frac{16}{25}$?

$$\sqrt{\frac{16}{21}} = \frac{4}{5}.$$

Ejemplo 2º:

Extraiga Vd. la raíz cuadrada de $\frac{5}{8}$.

$$\sqrt{\frac{5}{8}} = \sqrt{0{,}625} = 0{,}79.$$

CUESTIONARIO.

254. ¿Á que se llama raíz cuadrada de un número? — 255. ¿Cómo se indica la raíz cuadrada de un número? — 256. ¿Qué es raíz cuadrada entera de un número? — 257. ¿Cómo se halla la raíz cuadrada exacta ó entera de un número de una ó dos cifras? — 258. ¿Cómo se halla la raíz cuadrada de un número entero cualquiera? — 259. ¿Cómo se extrae la raíz cuadrada de un número decimal? — 260. ¿Cómo se halla la raíz cuadrada de un número entero ó decimal, con menos error que una unidad decimal dada? — 261. ¿Cómo se extrae la raíz cuadrada de un quebrado común?

PROBLEMAS.

1. — ¿Cuál es el número cuyo cuadrado aumentado en 8 es igual á 33?

R. 5.

2. — Un jardinero tiene 3,969 rosales que quiere plantar en cuadro de manera que formen líneas rectas y paralelas (en largo y ancho): ¿cuántos rosales debe plantar en cada rango sobre los cuatro lados?

R. 63 rosales.

3. — Tengo un terreno que mide 3451,5625 metros cuadrados de superficie: ¿cuál será su perímetro?

R. 235 metros.

4. — Se desea saber el largo de uno de los lados de un terreno cuadrado que tiene 248,0625 metros cuadrados de superficie.

R. 15,75 metros.

5. — Hallar un número cuya tercera parte multiplicada por la cuarta parte da por producto 48.

R. 24.

6. — Un general quería arreglar en cuadro un regimiento, y ensayó hacerlo de dos maneras: según el primer ensayo, le quedaban 39 hombres, y poniendo uno más en los lados le faltaban 50 para formar el cuadro: ¿cuántos hombres constituían el regimiento?

R. 1,975 hombres.

FIN.

ÍNDICE.

CAPÍTULO PRIMERO.

Numeración de los números enteros y decimales.

I. — Nociones preliminares..... 5
II. — Formación de los números enteros..... 6
III. — Numeración..... 6
IV. — Numeración hablada..... 7
V. — Numeración escrita..... 11
VI. — Numeración de los números decimales.... 13
VII. — Signos usados en esta obra..... 15

CAPÍTULO SEGUNDO

Cálculo de los números enteros y decimales.

I. — Adición de los números enteros..... 16
II. — Adición de los números decimales..... 18
III. — Multiplicación de los números enteros.... 20
IV. — Multiplicación de los números decimales.. 24
V. — Sustracción de los números enteros..... 26
VI. — Sustracción de los números decimales..... 29
VII. — División de los números enteros..... 30
VIII. — División de los números decimales..... 35
IX. — Prueba de las cuatro operaciones..... 38

CAPÍTULO TERCERO.

Números denominados ó complejos.

I. — Definiciones preliminares..... 40
II. — Reducción de denominados á inferior denominación..... 43
III. — Reducción de denominados á superior denominación..... 44
IV. — Adición..... 45
V. — Multiplicación..... 46
VI. — Sustracción..... 49
VII. — División..... 52

CAPÍTULO CUARTO.

Quebrados comunes.

I. — Numeración..... 56
II. — Divisibilidad de los números..... 59

CAPÍTULO QUINTO.

Cálculo de los números quebrados.

I. — Adición..... 63
II. — Multiplicación..... 65
III — Sustracción..... 69
IV. — División..... 73
V. — Reducción de quebrados comunes á decimales..... 76
VI. — Reducción de quebrados decimales á comunes..... 77

CAPÍTULO SEXTO.

Sistema métrico decimal.

I. — Definiciones preliminares..... 80
II. — Numeración métrica..... 81

Unidades de longitud.

III. — El metro..... 83

Unidades de superficie y agrarias.

IV. — El metro cuadrado, el área y la hectárea.. 85

Unidades de volumen.

V. — El metro cúbico..... 88

Unidades de capacidad.

VI. — El litro..... 91

Unidades de peso.

VII. — El gramo..... 94
VIII. — Problemas variados sobre las relaciones métricas..... 96

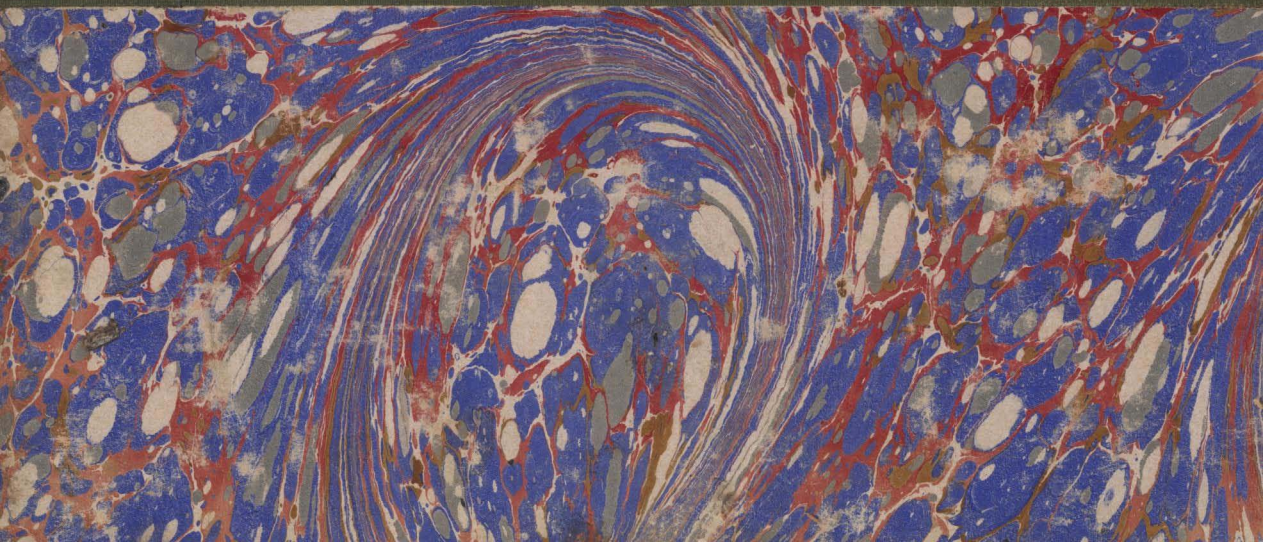
CAPÍTULO SÉTIMO.

I. — Razones y proporciones..... 100
II. — Proporcionalidad de los números concretos. 103
III. — Regla de tres ó proporción..... 104
IV. — Reglas de sociedad..... 110
V. — Interés..... 115
VI. — Regla de aligación..... 121

CAPÍTULO OCTAVO.

Potencias y raices.

I. — Potencias..... 128
II. — Raíz cuadrada..... 131

BIBLIOTECA NACIONAL
DE MAESTROS

Buenos Aires. — Tip. de PEDRO IGON Y C.ª