CARTILLAS CIENTÍFICAS, *compuestas bajo la direccion de los Profesores* HUXLEY, ROSCOE, *y* BALFOUR STEWART.

GEOMETRÍA INVENTIVA

CARTILLAS CIENTIFICAS

GEOMETRÍA INVENTIVA

SERIE DE PROBLEMAS

DESTINADA Á

FAMILIARIZAR AL DISCÍPULO CON LOS CONCEPTOS
GEOMÉTRICOS Y Á EJERCITAR SU
FACULTAD INVENTIVA

POR

W. J. SPENCER

CON UNA CARTA PRELIMINAR

POR HERBERTO SPENCER

PARÍS

LIBRERÍA DE GARNIER HERMANOS

6, CALLE DES SAINTS-PÈRES, 6

1885

CARTA QUE PUEDE SERVIR DE PRÓLOGO.

Nueva York, Nov. 8, de 1876.

Los nombres de los distinguidos Profesores bajo cuya dirección se han preparado y publicado los libros de ciencia elemental acerca de los cuales se sirven Vds. pedirme opinión, bastan para recomendarlos : sin embargo, he querido examinar por mí mismo los tres que me remiten, y que son parte de la colección, para poder contestar á Vds. con mi propio juicio.

Puedo afirmar, Señores, que rara vez se ven consignados en tan breve espacio y con tanta simplicidad los principios rudimentarios de una ciencia. La precisión y claridad de las definiciones, y la sencillez, facilidad y eficacia de los experimentos sugeridos, nada dejan que desear para su objeto. Creo, pues, que la publicación en español de estas cartillas científicas, como Vds. las llaman, será un servicio importante para los pueblos que hablan esa lengua, particularmente para las Repúblicas Sud-Americanas. La teoría de que la instrucción científica debe comenzar en la escuela primaria para desenvolverse en los grados ascendentes de la enseñanza, está prácticamente adoptada en los programas de educación común en la República Argentina, y tal vez en algunas de las otras de Sud-

América : de suerte que la publicación que Vds. intentan va á servir directamente para una necesidad ya sentida.

Agregaré que estimo en tanto el mérito de estos libritos, como elementos de ciencia popular, que me permito anunciarles favorable acogida, no sólo en las escuelas sino también en las familias, entre las cuales pueden difundir los útiles conocimientos y el espíritu de investigación que ellos encierran.

De Vds. atento Servidor,

G. RAWSON.

UN JUICIO INTERESANTE SOBRE LAS

"CARTILLAS CIENTÍFICAS"

CARTA DEL Sr. P. GROUSSAC

Director de la E. Normal Nacional de Tucumán

Mayo 16 de 1879

La lectura de los nuevos textos suele ser para mí un deber penoso : le doy las gracias por haberme proporcionado una tarea agradable.

Una de las obras que me ha mandado, es debida al profundo investigador de la « *Conservación de la energía* » ; el autor de la segunda es el sucesor, el heredero intelectual de Cobden, en Manchester. Además, los editores ostentan en la primera página, á guisa de premio honorífico, el *satisfecit* del Dr. Rawson. En tales condiciones, la aprobación de un desconocido tiene algo de impertinente.

Sin embargo, no se trata aquí tanto del mérito absoluto de aquellas obras, cuanto de su adaptación á nuestra enseñanza. Puedo entonces dar mi opinión, como lo haría un trabajador acerca de la calidad de sus herramientas.

Mi primera impresión es envidiar la suerte de los niños de hoy ¡ tan diferente de la nuestra !

Desde que Pestalozzi declaró sagrados los instintos naturales, y de valor inapreciable para la educación el misterioso aletear de las facultades infantiles, — artistas y pensadores procuraron á porfía, hacerles cada vez más suaves y floridas las sendas del saber.

En tiempos pasados, se azucaraba la ciencia *ad usum Delphine*. La edición destinada á un Luis de Francia, inepto y rudo, costó cuatrocientas mil libras : entre tanto morían los hijos de los pobres sin conocer más libro que el misal, cuyas tapas les era dado contemplar una vez por semana, en misa.

Hoy, son nuestros *delfines* todos los hijos del pueblo — y por centenares de millones se cuentan las sumas anualmente invertidas en su educación.

Libros lujosos, mapas, grabados, colecciones, llenando escuelas alegres que parecen hogares, y universidades que parecen palacios ; métodos luminosos y fecundos ; tratados clásicos interesantes como cuentos de hadas ; juguetes que son maravillas del arte ; aparatos científicos cien veces más divertidos y sorprendentes que juguetes : todo eso dado gratuitamente, nos parece apenas suficiente, y cuando aun así se resisten á ilustrarse, culpamos á nuestros textos y aparatos de áridos é imperfectos.

Grandes talentos coronan su gloriosa existencia, dedicándoles las sabrosas producciones de su otoño : Guizot y Michelet les enseñan historia, y Hugo, el viejo luchador, enseña *el arte de ser abuelo*....

He aquí ahora que Huxley, Jevons, Spencer, Stewart, Roscoe — una pléyade de pensadores — abandonan sus laboratorios para dedicarles los « Cuentos del hogar » de la ciencia.

En verdad, lo repito, nuestros hijos han llegado á buena hora !

No hemos sido quizás menos queridos que ellos — pero seguramente hemos sido menos respetados.

De ese respeto profundo por el niño (*puero reverentia*), son nuevo testimonio las dos « cartillas científicas » que tengo á la vista : excelentes — bajo cualquier aspecto que se las examine. La impresión esmerada, los grabados, hasta el papel algo sombreado : todo está calculado sabiamente y ejecutado como por esos inventores del *comfort*. La traducción no se parece, ni mucho menos, á esos zarzales de barbarismos de tantos textos clásicos : es correcta y hasta elegante.

El estilo es perfecto : refleja el objeto descrito con la exactitud luminosa de un espejo. Ha escrito Taine que Thiers era capaz de hacer entender la Economía Política á un muchacho iletrado : Jevons ha resuelto el problema.

Creo poder afirmar que en nuestra escuela de aplicación, con el texto de Jevons y la explicación oral de un profesor medianamente inteligente, los niños de doce á catorce años llegarán á *saber*, á *comprender* las leyes económicas más culminantes.

De las doctrinas no hay que hablar. Jevons ha sucedido á Ricardo Cobden en el Ateneo de Manchester, cuna de la gran liga libre-cambista : en ese emporio industrial donde todos los coeficientes de la riqueza son cuestiones vitales, sometidas al examen escrupuloso y al diario experimento.

Será tal vez conveniente omitir en nuestras escuelas, los capítulos referentes á las huelgas y salarios, que dan la solución de un problema social (exceso de población) exactamente opuesto al que tenemos que resolver.

Las « Nociones de Física » no son menos dignas de encomio. Puede decirse que Balfour Stewart se ha mostrado inventor en la simplificación. Modelos de exposición científica y de sagacidad son las explicaciones y experimentos acerca de las fuerzas naturales.

Sólo los sabios de esa talla saben inclinarse y ponerse á nivel de las frentes infantiles.

Sé que los tratados subsiguientes están concebidos en el mismo espíritu y confiados á hombres no menos ilustres.

Ved ahí realizado el deseo de Herbert Spencer: la introducción de la enseñanza científica en la escuela primaria. La ciencia « *que es el saber más útil* », según este pensador inglés, no será ya para los pequeños, un misterioso palacio inaccesible, cuyas ventanas alumbradas están más arriba que el vulgo á quien deslumbran sin utilidad. Ahora, las puertas se abren para los profanos, y las ventanas se bajan á su nivel.

Ese mundo de elaboración humana, formado con los elementos del mundo de Dios, y parecido á éste, como el bosquejo del aprendiz al cuadro sublime del gran maestro, sirve para admirar más al segundo y comprenderlo mejor. El péndulo del reloj ha servido para dar la mejor demostración del movimiento diurno; la causa de los vientos no ha tenido demostración más clara y grandiosa que el túnel del Mont-Cenis. En este siglo, no hay más explicación satisfactoria que la científica. Sin referirme á las grandes conquistas científicas, que debería ser vergonzoso emplear diariamente sin comprenderlas, — ¡cuántos experimentos efectuamos ciega y máquinalmente, en un solo día y sin salir de nuestra casa! — La tuerca del péndulo que se levanta para apurar al reloj perezoso; las gotas que resbalan en verano á lo largo del botellón de agua *frappée*; el terrón de azúcar que embebe la gota de café : hé aquí tres incidentes diarios que por vulgares no llaman la atencion. Sin embargo, el primero contiene la inmensa teoría del centro de gravedad; el segundo revela el misterio del rocío, y el tercero obedece á la misma ley que el fenómeno fisiológico de la absorción. Me atrevo á creer que muchos padres de familia, aun de los que van á la Bolsa y á la Ópera, no darían de aquellos hechos una explicación satisfactoria á un niño curioso y preguntón.

En adelante, los niños que no pasen por las universidades, no llegarán á hombres sin conocer algo de la naturaleza y de la humana labor : no habrá, por ejemplo, estancieros que acepten resignados la influencia despótica de la luna nueva sobre nuestra atmósfera, ó negociantes que ignoren la periodicidad decenal de las crisis comerciales.

Las nociones científicas adquiridas en la escuela no son menos importantes para los futuros estudiantes de enseñanza secundaria y superior : desde luego se diseñarán las aptitudes; la elección de la carrera será menos librada al acaso y al capricho, — pudiendo así aplicarse con provecho, el principio económico de la división del trabajo según la adaptación personal.

La iniciación temprana en la ciencia, la familiaridad de sus hechos culminantes facilita sobremanera su completa adquisición ulterior.

Creo firmemente que para surcar el desierto de la ignorancia debe el educacionista imitar á los grandes canalizadores del istmo de Suez. Abrióse primero, de Port-Saïd al Serapeum, una acequía estrecha que facilitó el trasporte del enorme material y fué como el vivo trazado del futuro canal de cien metros de ancho; tomándose así un *avant-goût* de los beneficios que la obra colosal reportaría, y de los obstáculos que el genio del hombre habría de vencer.

En el primer pedido de textos que formule para esta escuela de Aplicación, tendré la satisfacción de incluir las « *Cartillas científicas.* »

S. S. S. y affmo. amigo —

P. GROUSSAC.

ADVERTENCIA DE LOS EDITORES

ESTE librito, dispuesto por un profesor de matemáticas experimentado para uso de sus discípulos, se funda en el principio de que la mejor y única educación verdadera es la que uno mismo se proporciona. Inicia en la geometría al principiante, haciéndole resolver problemas que no sólo familiarizan enteramente su inteligencia con las ideas geométricas, sino que al mismo tiempo le hacen ejercitar sus facultades inventiva y constructiva; práctica intelectual de mucha importancia, pero generalmente descuidada en las escuelas. Estos problemas, sencillos al principio y hábilmente graduados, ha de resolverlos el alumno por sí mismo, sin ayuda de nadie y sin clave, la que no ha hecho el autor creyendo que con este auxilio podría evadirse el trabajo mental requerido.

Fué autor de estos ejercicios el padre del eminente pensador filósofo Herberto Spencer, cuya valiosa obra sobre Educación se ha raducido á casi todos los idiomas europeos, y quien recomienda sinceramente el método de la « Geometría Inventiva, » en vista de los resultados obtenidos en su práctica. Así lo manifiesta en la siguiente carta :

CARTA DE HERBERTO SPENCER

LONDRES, *3 de Junio de 1876.*

Me alegro de que ustedes vayan á dar á la estampa la obrita de mi padre sobre « Geometría Inventiva. » Aunque fué poco el caso que de ella se hizo cuando se publicó aquí por primera vez, se ha ido reconociendo más y más su utilidad, y ha sido adoptada por algunos de los profesores de ciencias más discretos. Hace algunos años supe que se había introducido, como texto, en Rugby.

De su eficacia, como medio de despertar interés por la geometría y como disciplina mental, puedo dar personal testimonio. La he visto causar tanto entusiasmo entre los niños de una escuela, que esperaban la lección de geometría como el acontecimiento principal de la semana. Y niñas á quienes mi padre enseñaba por el mismo sistema, le pedían frecuentemente que les diera problemas que resolver en los días de asueto.

Aunque yo no la cursé—por haber principiado las matemáticas con mi tío antes de haberse concluído este método por mi padre—pude, sin embargo, apreciar su eficacia al llegar á un ramo más elevado de la geometría. Á la edad de quince años estudié la perspectiva exclusivamente por este mismo método, proponiéndome mi padre los problemas sucesivos en un órden tal, que yo sin dificultad y sin auxilio los resolvía todos, aun los más complicados.

Por de contado, el empleo del método supone capacidad en el maestro, y verdadero interés por el bien intelectual de sus discípulos. Pero, dado el hombre competente, puede hacer que adquieran nociones y hasta profundidad de conocimientos muy superiores á cuantas pueda proporcionar el aprender máquinalmente las lecciones.

HERBERTO SPENCER.

INTRODUCCIÓN

Si se considera que por la geometría construye el arquitecto los edificios y el ingeniero civil los caminos de hierro; que por medio de una geometría de índole más elevada se hace el mapa de una provincia ó de un reino; que en una geometría superior aún, se funda la noble ciencia del astrónomo, quien por ella determina no sólo el diámetro del globo que habitamos, sino las dimensiones del sol, la luna y los planetas, como igualmente averigua las distancias que los separan de nosotros, ó entre sí; y al considerar también que por esta geometría superior, ayudado de carta y brújula, el marino navega con buen éxito por el océano, poniendo así en amistosa comunicación á todas las naciones, se concederá seguramente que los elementos de esta ciencia deberían ponerse al alcance de todo el mundo.

La geometría puede dividirse en dos partes: práctica y teórica, entre las cuales existe igual relación que entre la aritmética y el álgebra. Y de la misma manera que se hace preceder la aritmética al álgebra, debería hacerse que la geometría práctica antecediera á la teórica.

No se tiene en menos á la aritmética por ser inferior al álgebra, ni debería despreciarse la geometría práctica por ser la teórica la más noble de las dos.

Por excelente que pueda ser la aritmética como medio para dar vigor á las facultades intelectuales, lo es mucho más la geometría; porque, siendo más fácil percibir la relación de superficie á superficie ó de línea á línea que de un número á otro, más fácil es también adquirir la costumbre de raciocinar ejercitándose en la geometría que resolviendo problemas aritméticos. Si se enseña debidamente, las ventajas indirectas de la geometría práctica no dejan de ser considerables. Á más de dar á conocer, en su orden conveniente, muchos términos peculiares de las ciencias físicas, ofrece los medios más favorables para que se comprendan dichos términos y se fijen en la memoria. Los ejercicios geométricos hacen que la mano se acostumbre á ejecutar con destreza y esmero, la vista á percibir con seguridad, y la mente á comprender lo bello en materia de forma. Tales ventajas reclaman para esta ciencia un lugar en la educación general, tanto del hombre como de la mujer. Si en la enseñanza de la geometría práctica se hubiese procedido como se procede en la explicación de la aritmética, apenas habría para qué insistir acerca de lo que aquella vale; pero el método hasta ahora empleado en su estudio no pone de manifiesto convenientemente la influencia que ejerce.

Todo verdadero geómetra que enseñe geometría práctica por definiciones y preguntas relativas á las mismas, hallará que puede así excitar mucho mayor interés por la ciencia que el producido por el sistema común; y, ajustándose al plan, advertirá que hace entrar más pronto en acción esa facultad tan sumamente valiosa como desatendida, la de inventar. Este hecho es el que ha inducido al autor á escoger, como título adecuado á su obra, el de método inventivo para enseñar la geometría práctica.

Ha observado detenidamente sus efectos en los alumnos de ambos sexos, y la experiencia le permite decir que propende á inspirar al discípulo confianza en sus propios recursos, á metodizar sus descubrimientos de modo que pueda utilizarlos, y á ponerle en aptitud para llevar á cabo satisfactoriamente sus estudios ulteriores, sobre todo si hubiere de estudiar los « Elementos » de Euclides, el uso de los globos, ó la perspectiva.

Dos palabras sobre el empleo de las definiciones y preguntas. Ya se refieran éstas á la medida de sólidos, superficies, ó líneas; ora pertenezcan á la medida ordinaria de las áreas por el cálculo duodecimal; y lo mismo si corresponden á cuestiones de trigonometría, el autor no aconseja que se aprendan de rutina; pero recomienda que el alumno ponga un ejemplo apropiado de cada una en prueba de que la entiende.

Por otra parte, en vez de dictar al discípulo la manera de construir una figura geométrica—como, por ejemplo, un cuadrado —y dejar que se conforme con haber podido construir una al dictado, ha dispuesto el autor dichas preguntas en tal forma que, dando el debido valor á cada una en su orden sucesivo, el alumno encuentra que, llegado el caso, sabe trazar un cuadrado, sin ayuda de nadie.

La mayoría de las preguntas que acompañan á las definiciones, requieren para las respuestas el trazado de figuras y diagramas, hechos con exactitud á favor de un compás, una escala de partes iguales y un trasportador ó semicírculo graduado otras piden solamente respuesta verbal. Con objeto de que el discípulo se encuentre tanto como sea posible en la situación en que le coloca la Naturaleza, se han intercalado algunas preguntas que envuelven imposibilidad.

Cuando quiera que se note separación del orden científico en las preguntas, es que se ha preferido esta separación para dar tiempo á que el alumno resuelva algún problema difícil; por cuanto propende mucho más á formar un carácter confiado en los recursos propios, convendrá dar tiempo al discípulo para que resuelva las dificultades, en vez de apresurarle ó acudir en su ayuda.

La facultad de inventar se desarrolla mejor al calor del estímulo. Sus primeros brotes son tenues, y el reprochar al discípulo por su falta de habilidad obra sobre ellos como el hielo, deteniendo materialmente su crecimiento. Á causa de que en el mayor número de las personas no se alla despierta la facultad inventiva, y con el fin de no desanimar á los principiantes, se han hecho sumamente sencillas las preguntas preliminares.

AL DISCÍPULO

Cuando convenga ahorrar tiempo, prescíndase de copiar las definiciones; pero, si se puede aprovechar un rato, cópiense en el borrador, para fijar los términos en la memoria.

Al construir una figura ya conocida, hágase uso de los arcos, si se los prefiere; pero, en todas las tentativas para resolver un problema, dése la preferencia á los círculos completos. Los círculos sugieren algo; los arcos, nada.

No se adopte nunca ningún método sin fundamento para ello, aunque no siempre sea posible explicarlo.

El sistema que más adelantos proporciona, al asentar las soluciones, consiste en manifestar, en una primera figura, todos los círculos completos que han servido para la solución, y trazar con tinta una segunda figura, sin círculos.

No son tanto los problemas que el discípulo resuelva con auxilio ajeno como los que resuelva por sí mismo, los que han de mejorar sus conocimientos y darle buena nota. Absténgase, pues, de mirar los trazados inventados por otros estudiantes — siquiera hasta que haya presentado un ejercicio de su propia invención. Cuanto menos auxilio busque, menos falta le hará, y menos lo deseará.

Como la facultad de inventar varía de continuo en una misma persona y no hay dos individuos que la tengan igual, no debe impacientarse el alumno por seguir la marcha de los demás; al contrario, ninguno de sus esfuerzos ha de suponer inquietud, porque los que se hacen á gusto son los más eficaces. Esté seguro de que no hay esfuerzo perdido, por más que parezca de dudosa utilidad al tiempo de emplearse.

Se pueden lograr mayores adelantos estudiando un problema algo intrincado que resolviendo varios de fácil solución. Recuérdese siempre lo que el inmortal Newton decía respecto á su manera de estudiar: "Mantengo el asunto constantemente delante de mí, y aguardo á que los primeros albores vayan convirtiéndose poco á poco en clara y copiosa luz."

GEOMETRÍA INVENTIVA

La ciencia que trata de la cantidad relativa, sólida, superficial y lineal, se llama Geometría, y su aplicación práctica, Medida ó Medición. Así tenemos medida de sólidos, medida de superficies y medida de líneas; y para averiguar estas cantidades es indispensable que existan las dimensiones.

Los lados, inclusos el de arriba y el de abajo, de un cuerpo sólido, como un cubo,* se llaman caras ó superficies, y los bordes de estas caras, se denominan aristas.

La distancia que media entre la parte superior y la inferior de un cubo, es una dimensión llamada altura, profundidad, ó grueso, del cubo; la distancia entre la cara izquierda y la cara derecha es otra dimensión, llamada ancho, ó anchura; y la distancia entre la cara del frente y la cara de atrás es la tercera dimensión, que se llama longitud, ó largo, del cubo.

* La figura más conveniente para ejemplos es la del decímetro cúbico, que es un sólido cuyas caras son rectangulos iguales.

Así se dice, que el cubo es una extensión de tres dimensiones.

Los tres términos aplicados más comunmente á las dimensiones de un cubo son : largo, ancho y grueso.

1. Colóquese un cubo de modo que una de sus caras caiga de plano sobre una mesa, y otra cara mire hacia quien practica la operación, y dígase qué dimensión constituirá el grueso, cuál el ancho, y cuál el largo de la figura.

2. Manifiéstese á qué objetos corresponde mejor el nombre de *altura*, á qué otros el de *profundidad*, y á cuáles el de *grueso*.

Como una superficie carece de grueso, resulta que sólo tiene dos dimensiones : largo y ancho. De ahí que la superficie se llame extensión de dos dimensiones.

3. Muéstrese cuantas caras tiene un cubo.*

Cuando una superficie es tal, que situando en cualquiera parte sobre ella una línea** ésta descansa toda en la superficie, se dice que la superficie es plana.

Como una línea no tiene anchura ni grueso, sólo le queda una dimensión : el largo ó longitud.

Por eso se dice que línea es extensión de una dimensión.

4. Cuéntese cuantas líneas se forman en un cubo por la intersección de sus seis superficies planas.

Si de lo que no tiene ancho ni grueso, sino largo

*Las caras de un cubo se consideran como superficies planas.
** Siempre que se usa en estas definiciones y preguntas la palabro *línea*, se le da el significado de línea recta.

solamente, puede decirse que tiene cualquiera forma, entonces una línea recta es tal que, si se la hiciera girar sobre sus extremos, cada una de sus partes conservaría un mismo lugar en el espacio.

¿No podemos hacer con el lápiz una línea sobre el papel?; la representamos.

Los límites ó extremos de una línea se llaman puntos, y la intersección de dos líneas constituye un punto.

Por cuanto un punto no tiene largo, ancho, ni grueso, se dice que carece de dimensiones: tiene solamente posición.

Por consiguiente, un punto no es extensión ó magnitud.

5. Dígase el número de puntos que se forman por la intersección de las doce líneas de un cubo.

¿No es posible hacer con el lápiz un punto sobre el papel?: se le representa.

Si dos líneas rectas se encuentran, de cualquier modo que no sea formando una sóla recta, se dice que forman ángulo.

Y el punto en que se encuentran ó cortan se llama vértice del ángulo.

Por tanto, dos líneas que se cortan sobre un cubo, forman ángulo.

6. Represéntese en el papel un ángulo rectilíneo.

7. ¿Pueden encontrarse dos líneas sin estar en el mismo plano?

8. Indíquense dos líneas que estén en la misma cara de un cubo y que, sin embargo, no formen ángulo.

9. Manifiéstese cuantos ángulos planos hay en

las seis caras de un cubo, y cuantos vértices; y dígase por qué los vértices son menos que los ángulos planos.

Dos superficies planas que se juntan en una línea —como, por ejemplo, la pared y el suelo de una habitación, ó dos de las caras de un cubo— forman un ángulo diedro.*

10. Dígase cuantos ángulos diedros tiene un cubo.

La esquina formada por la reunión de tres ó más superficies planas, se llama ángulo sólido ó ángulo poliedro.

11. Dígase cuantos ángulos poliedros hay en un cubo.

Cuando una superficie es tal, que si sobre ella se sitúa en cualquiera dirección una recta, ésta no la toca más que en un sólo punto, que no sea ninguno de sus extremos, se la denomina superficie convexa.

12. Póngase un ejemplo de superficie convexa.

Si una superficie es tal, que al situar sobre ella y en cualquiera dirección una recta, ésta la toca en dos puntos, llámase cóncava dicha superficie.

13. Cítese un ejemplo de superficie cóncava.

Una curva simple es tal que, haciéndola girar sobre sus extremos, cada uno de sus demás puntos cambia de posición en el espacio; de manera que, en una curva simple, no hay tres puntos que estén en línea recta.

14. Muéstrese un ejemplo de curva simple.

Rectas ó curvas agrupadas, ya sea por vía de ejemplo ó para adorno, y sea cual fuere su tamaño

* Diedro significa de dos caras.

ó extensión, forman lo que se conoce con el nombre de diagramas.

15. Póngase un ejemplo de diagrama.

Cuando se habla de una superficie * con referencia á su forma y tamaño, toma el nombre de figura.

Si los contornos de una figura son líneas rectas, se dice que la figura es rectilínea, y cada uno de sus contornos se llama lado.

Así pues, hay figuras rectilíneas de cuatro lados, de cinco lados, de seis lados, etc.

16. Trácense algunas figuras rectilíneas.

Si una superficie se halla limitada por una curva, se llama figura curvilínea, y su contorno se donomina circunferencia.

17. Trácese una figura curvilínea cuyo contorno sea una curva, escribiendo en lo interior de la figura el nombre de ella y alrededor de la misma el nombre de su contorno.

18. Trácese una figura curvilínea cuyos contornos estén formados por más de una curva.

Toda figura circunscrita por una recta y una curva, ó por más de una de cada clase, recibe el nombre de figura mixta.

19. Trácese una figura mixta que tenga por límites una recta y una curva.

20. Constrúyase una figura mixta cuyos contornos sean una recta y dos curvas.

21. Compóngase una figura mixta limitada por una curva y dos rectas.

Cuando una figura tiene su contorno formado de

* En las definiciones y preguntas de esta obra, siempre que se usa la palabra superficie, se entiende superficie plana.

manera que son iguales entre sí todas las rectas tiradas desde cierto punto interior de la figura hasta su contorno, dicha figura se llama centro de ese círculo; el contorno toma el nombre de circunferencia del círculo, asi como las rectas iguales llevadas del centro á la circunferencia se donominan radios del círculo.

22. Trácense cuatro círculos. Sobre el primero, escríbase el nombre de la figura. Alrededor del segundo, póngase el nombre del contorno. En el tercero, escríbase inmediato al centro el nombre de éste. Y entre el centro y la circunferencia del cuarto círculo, dibújense algunos radios y escríbase su nombre sobre cada uno de ellos.

23. ¿ Se pueden situar dos círculos de modo que se toquen uno á otro por un punto determinado?

24. ¿ Se pueden colocar tres círculos en hilera y de modo que cada uno de ellos toque al que le esté inmediato?

Toda parte de la circunferencia de un círculo se llama arco.

Cuando la circunferencia de un círculo se divide en dos arcos iguales, cada arco recibe el nombre de semicircunferencia.

Todo arco de círculo que tiene más extensión que una semicircunferencia, se llama arco mayor.

Todo arco de círculo que tiene menos extensión que una semicircunferencia, toma el nombre de arco menor.

La recta que une los extremos de un arco, se llama cuerda de ese arco.

Si dos radios unidos juntan dos puntos cualesquiera en la circunferencia de un círculo y estos puntos están situados á los lados del centro exactamente contrarios, dichos radios forman una cuerda que se llama diámetro del círculo, cuyo diámetro divide al círculo en dos segmentos * iguales que reciben el nombre de semicírculos.

25. Trácese un círculo, y en él dos radios en tal posición que lo dividan en dos partes iguales y en cada una de ellas escríbase cómo se llama.

Todo segmento de círculo que ocupa más que un semicírculo, se denomina segmento mayor.

26. Dibújese un segmento mayor, y escríbase en él su nombre correspondiente.

27. Trácese un segmento mayor, y á la parte exterior de cada uno de sus contornos, póngase su respectivo nombre.

Todo segmento de círculo que tiene menos extensión que un semicírculo, se llama segmento menor.

28. Trácese un segmento menor, y escríbase en él el nombre que le corresponde.

29. Trácese un segmento menor, y á la parte exterior de cada uno de sus contornos escríbase su nombre respectivo.

30. ¿ Se puede cortar, en un círculo más de un segmento mayor?

31. ¿ Es posible cortar en un círculo más de un segmento menor?

32. Colóquense dos círculos de manera que la

* La palabra segmento significa pedazo cortado; de ahí que haya segmentos de línea y segmentos de esfera, lo mismo que segmentos de círculo.

circunferencia de cada uno pueda tocar al centro del otro; y manifiéstese cómo la figura curvilínea común á ambos círculos consta de dos segmentos y puede llamarse segmento doble.

33 ¿ De cuántos modos se podrá dividir un segmento doble en dos partes iguales y semejantes?

34. ¿ De cuántos modos se puede dividir un segmento doble en cuatro partes iguales y semejantes?

35. ¿ Es posible construir con dos líneas dos ángulos?

Si dos líneas se colocan de manera que formen dos ángulos, se dice que una de las líneas se levanta sobre la otra, y los ángulos así formados, se llaman ángulos adyacentes.

36. Constrúyanse con dos líneas, dos ángulos adyacentes desiguales.

Si se levanta una recta sobre otra recta, en tal dirección que los ángulos adyacentes formados resulten iguales, cada uno de estos ángulos recibe el nombre de ángulo recto.

37. Trácense dos ángulos adyacentes iguales, y en cada ángulo escríbase el nombre que le pertenece.

De cualquiera de los lados de un ángulo recto, se dice que es perpendicular al otro; y á este último se le designa con el nombre de base.

38. Trácese un ángulo recto, y contra los lados del mismo escríbanse sus respectivos nombres.

39. ¿ Es posible formar con dos líneas tres ángulos?

40. ¿ Se pueden formar con dos líneas cuatro ángulos?

41. ? Hay posibilidad de formar con dos líneas más de cuatro ángulos?

42. ¿ Es factible dividir una línea en dos partes iguales?

43. ¿ Hay manera de dividir un arco en dos pares iguales?

Se ha dicho ya, que las figuras limitadas por rectas, se llaman figuras rectilíneas.

44. Constrúyase una figura rectilínea que tenga el menor número posible de contornos, y dentro de ella escríbase cómo se llama. Dígase luego por qué á dicha figura le conviene el nombre que se le ha dado.

Cuando una figura ena por límites tres líneas iguales, se le da el nombre de triángulo equilátero.

45. ¿ Como se traza un triángulo equilátero?

46. ¿ Se pueden construir con tres líneas dos ángulos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece?

47. ¿ Es posible colocar dos triángulos equiláteros de modo que un lado de uno de ellos coincida con un lado del otro?

48. ¿ De qué manera se dividirá un triángulo equilátero en dos partes iguales y semejantes?

49. ¿ Se puede trazar una línea perpendicular á otra, desde un punto de ésta última que no sea el céntrico?

La figura formada por dos radios y un arco se llama sector.

Si un círculo se divide en cuatro sectores iguales, cada uno de dichos sectores se designa con el nombre de cuadrante.

50. Divídase un círculo en cuatro sectores iguales, y escríbase sobre cada uno su nombre.

51. Trácese una serie de cuadrantes, y escríbase en cada ángulo su nombre distintivo.

Para comparar unos con otros los sectores de diferentes tamaños, los geómetras han creído conveniente imaginar que todo círculo está dividido en trescientos sesenta sectores iguales; y al sector cuya medida es la trescientos sesenta ava parte del círculo, le han dado nombre especial, el de grado. Por tanto, el arco de dicho sector es el arco de un grado *; y el ángulo del mismo sector es el ángulo de un grado.

52. Trácese una serie de cuadrantes, y escríbase en cada ángulo el número de grados que comprende.

Todo ángulo mayor ó menor que el de un cuadrante, se denomina oblicuo.

Cuando un ángulo oblicuo es menor que el de un cuadrante; esto es, menor que un recto, ó que el de 90°, se llama ángulo agudo.

53. Trácese un ángulo agudo.

Si el ángulo oblicuo contiene más de 90° y menos de 180°, se le llama obtuso.

54. Trácese un ángulo obtuso.

55. Trácese un sector acutángulo.

56. Trácese un sector obtusángulo.

Si un sector tiene arco de 180°, en cuanto sus radios unidos forman una línea recta, lo mismo se le podría llamar sector que segmento; sin embargo,

* Un grado de círculo se escribe abreviadamente así: 1°; treinta grados, 30°; treinta y cinco grados, 35°, etc.

raras veces se le aplica uno ú otro de estos nombres, pues generalmente se le da el de semicírculo.

57. Constrúyanse tres sectores de á 180°, y escríbase en cada sector un nombre diferente, pero que no deje de ser apropiado.

Cuando un sector tiene arco mayor que la semicircunferencia, se dice que tiene ángulo entrante.

58. Constrúyase un sector con ángulo entrante.

59. Dígase á qué clase de sectores pertenece el grado.

Ya se ha dividido una recta en dos miades, y también un arco en dos mitades.

60. ¿Se puede dividir un segmento en dos partes iguales y semejantes?

61. ¿Es posible dividir un sector en dos partes iguales y semejantes?

Dicen algunos, que la circunferencia del círculo es como tres veces su diámetro; y otros, expresándose con más exactitud, afirman que es como $3 \frac{1}{7}$ veces dicho diámetro.

62. Dígase cómo se determina la razón ó proporción que hay entre la circunferencia y su diámetro, y manifiéstese luego cuál es la razón resultante.

Ya se ha dividido una recta, un arco, un segmento y un sector, en dos partes iguales.

63. ¿Es posible dividir un ángulo en dos partes iguales?

Cuando un triángulo tiene sólo dos lados de igual longitud, se le llama isósceles.

64. Trácese un triángulo isósceles.

Si un triángulo tiene todos sus lados de diferente longitud, se le llama escaleno.

65. Trácese un triángulo escaleno.

Á todo triángulo entre cuyos ángulos hay uno recto, se le denomina rectángulo.

66. Trácese un triángulo rectángulo.

Cuando en un triángulo no hay ningún ángulo tan grande como un recto y todos son de diferente tamaño, el triángulo recibe el nombre de acutángulo común.

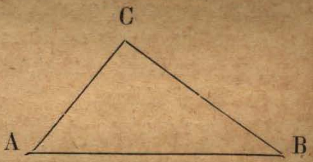
67. Trácese un triángulo acutángulo común.

Si un triángulo tiene un ángulo obtuso, se le llama obtusángulo.

68. Trácese un triángulo obtusángulo.

Al describir las propiedades de un triángulo, se suele marcar con una letra el vértice de cada ángulo.

El triángulo adjunto, por ejemplo, se llama el triángulo A B C; sus lados se llaman A B, B C, y A C; y los tres ángulos se llaman A, B y C, ó ángulos C A B, A B C, y A C B.



69. ¿Hay modo de construir un triángulo isósceles sin emplear más de un círculo?

Cuando dos líneas no se encuentran por más que se prolonguen, se dice que son paralelas. *

70. Trácense dos líneas paralelas.

71. ¿Es posible trazar una línea paralela á otra de modo que entre las dos haya 2 centímetros de distancia?

72. ¿Se pueden situar dos sectores iguales de

* Es decir, dos líneas en un mismo plano.

modo que un radio correspondiente de cada sector esté en una misma línea, y de manera que sus ángulos se dirijan en un mismo sentido?

73. Sobre el mismo lado de una recta, constrúyanse dos ángulos iguales, haciendo que ambos miren en una misma dirección.

Si dos círculos tienen un mismo centro, se dice que son concéntricos.

74. Trácense tres círculos concéntricos.

Si dos círculos no tienen el mismo centro y uno de ellos está contenido en el otro, se dice que son excéntricos.

75. Trácense dos círculos excéntricos.

76. Tírese una línea paralela á otra, haciéndola pasar por un punto dado.

Todas las figuras que tienen cuatro lados reciben el nombre de cuadriláteros. *

Hay seis clases de cuadriláteros : unos, cuyos lados opuestos son paralelos, que se llaman paralelógramos; y otros, cuyos lados no son paralelos, que se llaman trapecios y trapezoides.

Existen cuatro clases de paralelógramos : los que tienen todos los lados y ángulos iguales, y se llaman cuadrados; los que tienen los lados iguales, pero no todos los ángulos iguales, y se llaman rombos; los que tienen todos los ángulos iguales, pero no todos los lados iguales, y se llaman rectángulos; y los que no tienen todos los lados ni todos lon ángulos iguales, y se llaman romboides.

Hay dos clases de cuadriláteros que no tienen

* Las figuras de cuatro lados se llaman también cuadrángulos.

todos sus lados opuestos paralelos : unos, que tienen sólo dos lados paralelos, y se les llama trapecios; otros, que no tienen ningún lado paralelo á otro, y reciben el nombre de trapezoides.

77. Indíquese el dibujo de un cuadrado, de un rombo, de un rectángulo, de un romboide, de un trapecio y de un trapezoide.

La recta que une los ángulos opuestos de un cuadrilátero, se llama diagonal.

78. Hágase ver que todos los cuadriláteros tienen dos diagonales, y dígase en qué clase de ellos pueden ser de igual longitud las diagonales, y en cuáles no pueden serlo.

En geometría, se dice que una figura está inscrita á otra, cuando la figura interior está completamente dentro de la exterior y toca á ésta en tantos puntos como lo permitan las formas respectivas de ambas figuras.

79. Trácese un círculo que tenga 4 centímetros de diámetro, é incríbase á él un cuadrado.

80. ¿Cómo se construye un rombo?

Cuando un rombo tiene sus ángulos obtusos de tamaño doble que el de los agudos, se llama rombo regular.

81. ¿De qué modo se construirá un rombo regular?

82. ¿Y un rectángulo? *

83. ¿Y un romboide?

84. ¿Y un trapecio?

85. ¿Y un trapezoide?

Si una figura geométrica tiene más de cuatro

* Los rectángulos suelen también llamarse cuadrilongos.

lados, recibe el nombre de polígono, que quiere decir de muchos ángulos; y cuando un polígono tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales, se le denomina polígono regular.

El polígono que tiene cinco lados se llama pentágono.

El polígono de seis lados se denomina exágono.

El polígono de siete lados toma el nombre de eptágono.

El polígono de ocho lados se denomina octógono.

El polígono de nueve lados se llama nonágono.

El polígono de diez lados recibe el nombre de decágono.

El polígono de once lados se denomina endecágono.

El polígono de doce lados se llama dodecágono.

Se ha construído ya un sector con ángulo entrante.

86. ¿Con cuántas líneas es lo menos con que se puede construir una figura que tenga un ángulo entrante?

87. ¿Cuál es el menor número de lados con que puede construirse una figura que tenga dos ángulos entrantes?

88. ¿Cuál es el menor número de lados con que se puede construir una figura que tenga tres ángulos entrantes?

89. Indíquese cuantos triángulos equiláteros pueden situarse alrededor de un punto al cual toquen todos.

90. ¿Es posible dividir un círculo en seis sectores iguales?

El sector que contiene la sexta parte del círculo se llama sextante.

91. Constrúyase un sextante, y encima del mismo escríbase el nombre que le pertenece.

92. Constrúyase un triángulo equilátero, y escríbase en cada ángulo el número de grados que contiene.

93. ¿Se puede inscribir un círculo á un semicírculo?

94. ¿Es posible inscribir un exágono á un círculo?

95. ¿Hay medio de dividir un círculo en ocho sectores iguales?

El sector que contiene la octava parte del círculo se llama octante.

96. Constrúyase un octante; escríbase en él su nombre, y márquese debajo de la figura el número de grados contenidos en el ángulo de un octante.

97. Trácese un octógono regular inscrito á un círculo.

En un cuadrado, el punto equidistante de todos los lados de la figura, y también de todos sus vértices, se llama centro de dicho cuadrado.

98. Trácese una recta que tenga cuatro centímetros de longitud; constrúyase sobre ella un cuadrado, y determínese el centro de esta figura.

99. ¿Cómo se inscribirá un círculo á un cuadrado?

100. Colóquense tres círculos de tal modo que la circunferencia de cada uno pase por los centros de los otros dos, y búsquese el centro de la figura curvilínea que es común á los tres círculos.

El punto que en un triángulo equilátero dista lo mismo de todos los lados de la figura, así como de todos sus ángulos, se llama centro de dicho triángulo.

101. ¿Es posible construir un triángulo equilátero cuyos lados tengan 5 centímetros de largo, y determinar su centro?

102. ¿Existe modo de inscribir un círculo á un triángulo equilátero?

103. ¿De qué manera se dividirá un triángulo equilátero en seis partes iguales y semejantes?

104. ¿Se puede dividir un triángulo equilátero en tres partes iguales y semejantes?

105. ¿Cuál es el mayor número de ángulos que es posible formar con cuatro líneas?

106. Constrúyase un exágono; trácese un triángulo exteriormente y sobre cada uno de sus contornos, y dígase qué figura recuerda.

107. ¿Se conoce más de un modo de dividir un exágono en dos figuras iguales y semejantes?

108. ¿Cómo se dividirá un círculo en tres sectores iguales?

109. ¿Es posible inscribir un triángulo equilátero á un círculo?

110. Trácense dos rectas que se corten, y dígase qué significa el decir que los ángulos verticalmente opuestos son iguales.

111. ¿Se pueden colocar dos cuadrados en tal disposición, que un ángulo de uno de ellos toque verticalmente á un ángulo del otro?

112. ¿Hay medio de colocar dos exágonos de tal

modo que un ángulo de uno de ellos toque verticalmente á un ángulo del otro?

113. ¿Es posible colocar dos octógonos en tal situación que un ángulo de uno toque verticalmente á un ángulo del otro?

Se ha divido ya una línea en dos partes iguales.

114. ¿Se puede dividir una línea en cuatro partes iguales?

115. Hágase una escala de centímetros, y valiéndose de ella constrúyase un rectángulo que mida 6 centímetros de largo y 4 de ancho.

116. Trácese una recta, y sobre ella constrúyanse, uno junto al otro, dos triángulos rectángulos que sean exactamente iguales y cuyos lados correspondientes miren á un mismo punto.

Cuando una línea se encuentra con un círculo en tal dirección que no hace más que tocarlo, pero sin entrar en él aunque se la prolongue, se dice que dicha línea es tangente al círculo.

117. Trácese un círculo, y diríjasele una tangente.

La recta que es tangente á un círculo en un punto determinado de su circunferencia, forma ángulo recto con el radio trazado desde el mismo punto, Y como á todo punto en la circunferencia de un círculo se le puede dirigir un radio, así también se puede tirar una tangente á todo punto en la circunferencia.

118. ¿Se puede tirar una tangente á un círculo, haciendo que toque á la circunferencia en un punto dado?

119. Dado un círculo, y una tangente al mismo,

determínese el punto en que ésta toca á la circunferencia.

120. Dado un punto en una línea dada, determínese el centro de un círculo que tenga 3 centímetros de diámetro, y cuya circunferencia toque á dicha línea en dicho punto.

121. Manifiéstese, por medio de una figura, cuantos triángulos equiláteros pueden colocarse alrededor de otro triángulo equilátero al cual toquen.

122. Divídase un cuadrado en cuatro partes iguales y semejantes, de diversos modos, y díganse los nombres de las diferentes figuras que resulten.

123. ¿Cómo se situarán dos exágonos de manera que un lado de una figura coincida con un lado de la otra?

124. ¿Se puede dividir un círculo en doce sectores iguales?

125. ¿Es posible situar dos octógonos de manera que un lado de uno de ellos coincida con un lado del otro?

Se ha dividido ya un sector en dos sectores iguales, y un ángulo en dos ángulos iguales.

126. ¿De qué manera se divide un sector en cuatro sectores iguales, y un ángulo en cuatro ángulos iguales?

127. ¿Se puede construir un rombo cuya diagonal más larga sea como dos veces la más corta?

128. ¿Hay modo de construir un dodecágono regular inscrito á un círculo?

129. ¿Cuántos cuadrados pueden construirse, habiendo de tocar todos á un mismo punto?

Recuérdese cual es la figura plana limitada por el menor número posible de rectas.

130. ¿Con cuántas superficies planas es lo menos con que se puede formar un sólido?

El sólido que tiene cuatro caras planas, iguales y semejantes, se llama tetraedro.

131. Constrúyase un tetraedro hueco, de un pedazo de cartón; hágase ver sobre el papel como se disponen las caras á fin de que se ajusten unas á otras, y después de concluído el tetraedro, sáquese un dibujo de él.

Ya se sabe como ajustar un cuadrado dentro de un círculo.

132. ¿Se puede ajustar un cuadrado alrededor de un círculo?

Cuando en dos triángulos ocurre que los ángulos de uno son respectivamente iguales á los del otro, pero que los lados del uno son respectivamente más largos ó más cortos que los lados del otro, entonces se dice que dichos triángulos son semejantes entre sí, aunque no sean iguales. Se han trazado ya dos triángulos iguales y semejantes.

133. ¿Pueden construirse dos triángulos que no sean iguales, pero que sin embargo sean semejantes?

134. Constrúyase un romboide; divídase, de varios modos, en dos figuras iguales y semejantes, y escríbase sobre cada figura el nombre que le corresponda.

135. Constrúyanse dos romboides iguales y semejantes; divídase uno en dos triángulos iguales y semejantes por medio de una diagonal, y el otro en

dos triángulos iguales y semejantes por medio de la otra diagonal.

136. ¿Cómo se construirán dos triángulos iguales, pero que no sean semejantes?

137. ¿Podría ponerse de manifiesto, que todos los triángulos que tienen una misma base y están entre unas mismas paralelas son iguales?

138. ¿Es factible colocar un círculo, cuyo diámetro sea 3 centímetros, de tal modo que su circunferencia toque á dos puntos que disten entre sí 8 centímetros?

139. ¿Cuántos cuadrados pueden situarse alrededor de otro cuadrado al cual toquen?

140. Divídase de varios modos un rombo en cuatro figuras iguales y semejantes, y escríbase en cada figura su nombre correspondiente.

141. Hágase ver cuantos exágonos pueden tocar á un punto.

142. Manifiéstese cuantos círculos pueden tocar á un punto sin que se cubran uno á otro, y compárese su número con el de exágonos, con el de cuadrados, y con el de triángulos equiláteros.

El sólido que tiene seis caras iguales y semejantes, se llama exaedro.

143. Hágase de un pedazo de cartón un exaedro hueco. Enséñese sobre el papel la disposición de las caras á fin de que se junten al doblarlas; sáquese un dibujo del sólido cuando esté concluído, y dígase qué otros nombres tiene el exaedro.

144. ¿Cómo se construirá un triángulo rectángulo cuya base mida 4 centímetros y cuya perpendicular mida 6?

En un triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto, se llama la hipotenusa.

145. ¿De qué manera se construirá un triángulo rectángulo cuya base sea 4 y cuya hipotenusa sea 6?

146. ¿Es posible construir un rectángulo cuya longitud sea 5 y cuya diagonal sea 6?

147. Divídase de varios modos un rectángulo en cuatro figuras iguales y semejantes, y escríbase sobre cada figura su nombre correspondiente.

La palabra vértice quiere decir la parte más alta, la cima, el cenit; sin embargo, en un triángulo isósceles, el ángulo formado por los dos lados iguales se llama ángulo vertical, cualquiera que sea la posición del triángulo, y el lado opuesto á dicho ángulo se llama la base, aun cuando no esté en la parte más baja de la figura.

148. Colóquense cuatro triángulos isósceles en diferentes posiciones, é indíquese el vértice de cada uno.

149. Constrúyase un triángulo isósceles cuya base mida 2 centímetros, y cada uno de los lados iguales 4 centímetros, y trácese sobre la parte externa de la base otro triángulo de las mismas dimensiones.

150. ¿Se puede idear modo de dividir un círculo en cuatro partes iguales y semejantes cuyos contornos no comprendan precisamente radios?

Ya se ha construído un cuadrado, y se ha puesto sobre cada uno de sus lados un triángulo equilátero.

151. ¿Se puede trazar un triángulo equilátero, y construir un cuadrado sobre cada uno de sus lados?

152. ¿Es posible inscribir un cuadrado á un círculo, y circunscribirle otro, en tal posición relativa que manifieste en qué razón están el cuadrado interior y el exterior?

153. ¿Cómo se dividirá un exágono en cuatro partes iguales y semejantes?

154. ¿De qué modo se dividirá una línea en dos partes tales que la una tenga tres veces el largo de la otra?

155. ¿Se puede dividir una línea en cuatro partes iguales, sin usar más de tres círculos?

156. ¿Es posible construir un triángulo cuyos lados midan respectivamente 4, 6, y 8 centímetros?

157. Constrúyase una escala cuya división terminal esté subdividida en diez partes iguales de la unidad de la escala, y con su ayuda trácese un triángulo cuyos lados tengan 25, 18, y 12 partes de dicha escala.

158. ¿Podrá construirse un cuadrado sobre una recta, empleando un radio cuya longitud sea mayor ó menor que la de dicha recta?

159. ¿Es posible determinar geométricamente el centro de un círculo que no le tenga marcado?

160. ¿Cómo se divide un triángulo equilátero en cuatro partes iguales, y semejantes?

El sólido que tiene ocho caras, cuyos lados y ángulos todos son respectivamente iguales, se llama octaedro.

161. Hágase de un pedazo de cartón un octaedro hueco; manifiéstese como están dispuestas las caras para que se ajusten perfectamente al doblarlas, y sáquese un dibujo del octaedro.

162. ¿Es posible dividir un ángulo en cuatro ángulos iguales, sin emplear más de cuatro círculos?

163. ¿De cuántas maneras puede dividirse un triángulo equilátero en tres partes iguales y semejantes?

164. ¿Dado un arco de círculo, búsquese el centro del círculo á que pertenece dicho arco.

165. ¿Es posible construir un trapecio simétrico?

166. ¿Puede construirse un trapezoide simétrico?

167. ¿Cómo se construirá un romboide sin emplear más de un círculo?

168. ¿Hay posibilidad de construir un trapezoide simétrico, sin usar más que un círculo?

169. ¿Puede colocarse un exágono dentro de un triángulo equilátero, de tal modo qne cada ángulo alterno del exágono toque al punto medio de un lado del triángulo equilátero?

170. ¿Se puede construir un triángulo cuyos lados midan respectivamente 8, 10, y 18 centímetros?

171. ¿Puede construirse un octógono, con un lado dado?

172. ¿Es posible que un triángulo cualquiera tenga tal forma que, cuando se le divida de cierto modo en dos partes iguales, dichas partes resulten de forma semejante á la del primitivo triángulo?

173. Hágase ver si es cierto que los triángulos de bases iguales, sobre una misma línea, y de la misma altura, cierran espacios iguales.

174. ¿Hay manera de dividir un triángulo isósceles en dos ángulos que sean iguales, pero no semejantes?

175. ¿De qué modo se dividirá un triángulo equilátero en dos figuras de igual extensión superficial, pero nada semejantes?

176. ¿Puede circunscribirse un triángulo equilátero á un círculo?

177. ¿Cómo se dividirá un triángulo equilátero en cuatro triángulos que sean iguales, pero desemejantes?

178. Agrúpense siete exágonos de modo que cada uno toque verticalmente á los adjuntos, en los ángulos.

179. Trácese un octógono, y constrúyase sobre cada uno de sus lados un cuadrado.

180. ¿Puede convertirse un cuadrado en romboide?

181. ¿Puede convertirse un cuadrado en rombo?

182. ¿Puede convertirse un rectángulo en romboide?

183. ¿Puede convertirse un rectángulo en rombo?

184. ¿Es posible dividir un triángulo en cuatro triángulos iguales y semejantes?

185. ¿Se puede idear método para dividir una línea en tres partes iguales?

186. ¿Cómo se colocará un exágono dentro de un triángulo equilátero, de tal manera que cada lado alterno del exágono toque á un lado del triángulo?

187. ¿Puede dividirse una línea en dos partes,

de modo que la una tenga doble longitud que la otra?

188. ¿Es factible dividir un pedazo de papel, de forma rectangular, en tres tiras iguales, de un solo corte de cuchillo ó de tijera?

189. Se ha construído ya un triángulo semejante á otro, pero no igual: ¿puede construirse un rectángulo semejante á otro, pero no igual?

190. ¿Se puede trazar un cuadrado, y construir á su alrededor cuatro octógonos en tal disposición que cada lado del cuadrado constituya un lado de uno de los octógonos?

191. ¿Es posible construir dos romboides que sean semejantes, pero no iguales?

192. ¿Puede situarse un círculo, cuyo radio mida 3 centímetros, de manera que toque á dos puntos que disten entre sí 4 centímetros?

193. ¿Puede colocarse un octógono dentro de un cuadrado, en tal posición que cada lado alterno del octógono coincida con un lado del cuadrado?

•194. Ajústese un triángulo equilátero dentro de un cuadrado, y otro por fuera, en tal posición cada uno respecto del otro, que manifieste la razón ó proporción del triángulo interior con el exterior.

195. ¿Es posible colocar cuatro octógonos en un grupo, haciendo que se toquen por sus ángulos?

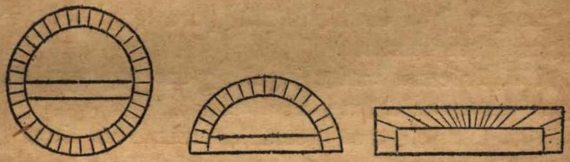
196. ¿Puede ajustarse un exágono á un círculo por fuera de éste?

197. ¿Cómo se colocarán cuatro octógonos de manera que se encuentren en un punto y se cubran recíprocamente en una extensión igual.

198. ¿Se puede bajar una perpendicular á una línea desde un punto dado encima de esa línea?

Llámanse trasportadores unos instrumentos con los cuales se puede construir un ángulo de cierto número de grados, ó medir un ángulo y determinar cuántos grados contiene, como también sirven para trazar un arco de círculo que subtienda cierto número de grados, ó para medir un arco y determinar cuántos grados subtiende.

Los trasportadores se extienden generalmente hasta 180°, aunque también los hay que comprenden el círculo completo, esto es, que incluyen hasta 360°.



199. Hágase de un pedazo de carton un trasportador tan exacto como sea posible.

200. Por medio de un trasportador, constrúyase un angulo de 45°, y pruébese por el procedimiento geométrico la exactitud de la construcción.

201. ¿Puede idearse cómo dividir un cuadrado en dos partes iguales, pero desemejantes?

202. Constrúyase con el trasportador un ángulo de 60°, y pruébese geométricamente si ha resultado exacto.

203. Trácese un ángulo, y determínese por medio

del trasportador el número de grados que comprende.

204. Constrúyase geométricamente el arco de un cuadrante, y determínese con el trasportador el número de grados que subtiende.

205. Hágase ver cuántos exágonos pueden construirse de manera que toquen todos á otro exágono por sus lados.

Lo que á un ángulo le falte para ser recto ó de 90°, se llama su complemento.

206. Trácense varios ángulos, y dígase cuales son sus complementos.

207. Constrúyase un ángulo de 70°, y mídase su complemento.

Lo que á un ángulo le falte para tener 180°, se llama su suplemento.

208. Trácense varios ángulos y sus suplementos, y mídanse con el trasportador.

209. Constrúyanse geométricamente un ángulo de 30° y su suplemento, repasando luego uno y otro con el trasportador para ver si resultan exactos.

210. ¿Puede trazarse un semicírculo igual á un círculo?

211. Constrúyanse algunos triángulos de diferentes formas; mídanse con el trasportador los ángulos de cada uno, y véase si es posible hallar un triángulo cuyos ángulos comprendan en junto un número de grados mayor que la suma de los ángulos de cualquier otro triángulo.

212. ¿Se puede construir un pentágono dentro de un círculo por medio del trasportador?

213. Constrúyase de cartulina una pirámide cuadrangular hueca, haciendo que su altura oblicua sea como dos veces la diagonal de la base. Descríbase el plano empleado, y sáquese un dibujo de la pirámide cuando esté concluída.

214. ¿Puede construirse un pentágono alrededor de un círculo, por medio del trasportador?

215. ¿Puede construirse con el trasportador un pentágono, sin usar ningún círculo?

Se ha dicho ya, que la cuerda de un arco es la recta que une los extremos de ese arco.

216. Valiéndose de un trasportador semicircular, ¿hay modo de póner ó marcar en una línea las cuerdas de todos los grados desde 1° á 90°? ó, en otros términos, ¿puede formarse una línea de cuerdas?

217. Explíquese por qué la línea de cuerdas no deberá extenderse hasta 180°.

Hay una cuerda que es igual en longitud al radio del cuadrante á que pertenecen todas las cuerdas; esto es, que es igual al radio de la línea de cuerdas.

218. Dígase qué cuerda es igual al radio de la línea de cuerdas.

219. Constrúyanse, con la línea de cuerdas, ángulos de 26°, 32° y 75°, y pruébese si son ó dejan de ser exactos, por medio del trasportador.

220. ¿Cómo se hará con la línea de cuerdas un ángulo obtuso, de 115° por ejemplo?

221. ¿Se puede construir, empleando la línea de cuerdas, un triángulo cuyos ángulos de la base tengan cada uno doble medida que el ángulo del vértice?

222. Trácese un triángulo cuyos lados tengan de extensión 21, 15 y 12, y mídanse sus ángulos con la línea de cuerdas y con el trasportador.

223. En todo triángulo rectángulo hay un lado más largo que cualquiera de los otros dos. Dígase cómo se llama dicho lado; y demuéstrese, por el hecho referido, que la cuerda de 45° es más larga que la mitad de la cuerda de 90°.

224. Con el trasportador constrúyase un ángulo de 90°, y trácese una figura para manifestar qué modo de poner el trasportador será más conveniente cuando se trate de levantar ó de bajar una perpendicular á una recta.

225. ¿Puede construirse un triángulo isósceles que tenga por base 1 y por suma de los otros dos lados 3?

226. ¿Se puede determinar, por medio de la escala, la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuya base es 4 y cuyo lado perpendicular á ésta es 3?

227. Colóquese un exágono inscrito á un círculo, y otro circunscrito, ambos en tal posición relativa que se manifieste la proporción existente entre la figura interior y la exterior.

Por área de una figura se entiende su contenido superficial, expresado en los términos propios de cualquier sistema particular de medidas.

Se usa generalmente el sistema de medidas lineales cuadradas para expresar las áreas, como centímetros cuadrados, decímetros cuadrados, metros cuadrados, decámetros cuadrados,* hectómetros

* El decámetro cuadrado se llama también *área*.

cuadrados, * kilómetros cuadrados y miriámetros cuadrados.

El área de un cuadrado cuyo lado mide un centímetro se llama centímetro cuadrado; y el centímetro cuadrado es la unidad que tomada cierto número de veces entra en todas las áreas de los cuadrados, ó sirve para expresarlas.

El área de un cuadrado en centímetros cuadrados puede determinarse multiplicando su largo en centímetros por su ancho, ó lo que es lo mismo, su base por su altura perpendicular; y como en el cuadrado, la base y la altura perpendicular son siempre de igual extensión, se dice que el área de un cuadrado se averigua multiplicando la base por un número igual al de la misma, esto es, determinando el cuadrado de la base.

228. Constrúyanse cuadrados cuyos lados representen 1, 2, 3, 4. 5, etc., centímetros, y demuéstrese que sus áreas serán á su vez 1, 4, 9, 16, 25, etc., centímetros cuadrados; es decir, que representarán respectivamente un número de centímetros igual á 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, etc.

229. Trácense triángulos equiláteros cuyos lados midan 1, 2, 3, 4, 5, etc., centímetros respectivamente, y manifiéstese como sus áreas (aunque no sean materialmente tanto como 1, 4, 9, 16, 25, etc.) están en la proporción de 1, 4, 9, 16, 25, etc.; esto es, que sus áreas son *proporcionales* á los cuadrados de sus lados.

230. ¿Cómo se expresará en términos generales

* El hectómetro cuadrado se llama *hectárea*.

la relación que existe entre los lados y las áreas de figuras semejantes?

231. Hágase ver por medio de una figura, que un metro cuadrado contiene cien decímetros cuadrados; es decir, que el área de un metro cuadrado es igual á 100 decímetros cuadrados.

232. Trácese una figura que represente medio metro cuadrado, y otra que represante medio metro en cuadro; y dígase qué relación tieno la una con la otra.

233. Demuéstrese que el área de un decímetro cuadrado es igual á 100 centímetros cuadrados.

234. ¿Puede demostrarse que los cuadrados construídos sobre los dos lados de un triángulo isósceles rectángulo dan en junto una medida igual á la del cuadrado construído sobre la hipotenusa?

Los geómetras han demostrado, que todo triángulo cuyos lados son como 3, 4 y 5, es un triángulo rectángulo.

235. Trácese un cuadrado cuyos lados midan 3, 4 y 5; constrúyase un cuadrado sobre cada uno de dichos lados, y véase qué relación hay entre dos de estos cuadrados juntos, cualesquiera que sean, y el tercer cuadrado.

236. ¿Cómo se levantará una perpendicular á una recta sobre un extremo de la misma?

237. ¿Es posible hallar, á más de los 3, 4 y 5, otros tres números tales, que los cuadrados de los dos números menores den una suma igual al cuadrado del número mayor; y manifestar que los triángulos formados por ellos, en cuanto se puede

juzgar á la vista con ayuda del trasportador, son triángulos rectángulos?

El área de un rectángulo cuya base es 4 y cuya perpendicular es 3, es 12.

238. Á favor de una figura, hágase ver cómo el área de un triángulo rectángulo cuyo base es 4 y cuya perpendicular es 3, resulta ser la mitad de 4×3; esto es, $\frac{4\times3}{2}=\frac{12}{2}=6$.

El sólido limitado por seis rectángulos de los cuales solamente los opuestos sean semejantes, paralelos é iguales, se llama paralelipípedo.

Las dimensiones más comunes del paralelipípedo llamado ladrillo, son unos 18, 9 y 6 centímetros.

239. Hágase de ún pedazo de cartón un paralelipídedo de la misma forma que tiene el ladrillo ordinario; * enséñese como se han dispuesto los lados para que se unan bien, y sáquese un dibujo del sólido construído.

Hace más de 2000 años que los geómetras descubrieron, que el cuadrado construído sobre la base de un triángulo rectángnlo cualquiera, juntamente con el cuadrado sobre el lado perpendicular, es igual al cuadrado sobre la hipotenusa.

Se ha probado ya que los cuadrados construídos sobre los dos lados de un triángulo isósceles rectángulo dan en junto una suma igual al cuadrado construído sobre la hipotenusa.

240. ¿Puede inventarse método para probar á la vista que los cuadrados sobre la base y la perpen-

* Cuando un paralelipípedo es largo se le llama barra, como una barra de hierro.

dicular de cualquier triángulo rectángulo son juntamente iguales al cuadrado sobre la hipotenusa?

241. Constrúyase un triángulo, cuya base sea 12, y cuyos otros dos lados sumen 15, debiendo uno de éstos tener dos veces la longitud del otro.

242. ¿Se puede construir un cuadrado que sea la suma de otros dos cuadrados?

243. ¿Puede construirse un cuadrado que sea igual á la diferencia entre dos cuadrados?

244. ¿Es posible construir un cuadrado que equivalga en extensión superficial á la suma de tres cuadrados?

El ángulo formado por dos líneas que unan el centro de un polígono con los extremos de uno de sus lados se llama el ángulo en el centro del polígono; y el ángulo formado por dos lados contiguos del polígono, cualesquiera que sean, se llama ángulo del polígono.

245. Constrúyase un octógono inscrito á un círculo; mídase con la línea de cuerdas el ángulo en el centro y el ángulo del polígono, y pruébese por medio del cálculo la exactitud de la construcción.

Se llama escala diagonal ó de mil partes una escala cuyo ancho está dividido en diez espacios paralelos estrechos, largos é iguales, cortados á intervalos iguales por líneas que con ellos forman ángulos rectos, con una división final aparte subdividida de análoga manera (sólo que está en ángulo recto con las otras divisiones) en diez pequeños rectángulos, cada uno de cuyos pequeños rectángulos lleva marcada una diagonal.

246. Constrúyase una escala de mil partes que

exprese un número consistente en tres dígitos cualesquiera.

247. Con ayuda de la escala de mil partes, constrúyase el plano de una pieza de terreno rectangular, que mide 556 metros de largo y 196 metros de ancho; divídase, por líneas paralelas á cualquiera de sus extremos, en cuatro jardines iguales y semejantes, y dígase cuál es el área de la pieza entera y la de cada jardín.

Si una pirámide se divide en dos partes por un plano paralelo á la base, la parte inmediata á la base recibe el nombre de tronco ó trozo de la pirámide.

248. Hágase de un pedazo de cartulina un tronco de pirámide pentagonal, de modo que la cara superior del trozo contenga la mitad de la extensión de la cara inferior.

249. De un pedazo de papel cuyos bordes sean irregulares, hágase un cuadrado, sin usar más instrumentos que los dedos.

250. ¿Puede hacerse ver, por medio de una figura, en qué casos el cuadrado de $\frac{1}{2}$ tiene el mismo valor que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$, y en qué casos el cuadrado de $\frac{1}{2}$ vale más que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$?

251. Con la escala de mil partes, constrúyase un triángulo cuyos tres lados sean iguales á 791, 489 y 568.

252. ¿Es posible poner de manifiesto, á la vista, cuánto mayor es $\frac{1}{2}$ que $\frac{1}{3}$?

253. ¿Cuántos modos puede hacerse ver que existen para tirar una paralela á otra línea, por un punto dado?

254. Demuéstrese á favor de una figura, cuantos centímetros cuadrados hay en un cuadrado cuyo lado tiene $1\frac{1}{2}$ centímetros, y pruébese por medio de la aritmética la verdad del resultado.

255. Demuéstrese, con una figura, cuantos metros cuadrados contiene un decámetro cuadrado.

Se sabe ya como determinar al área de un rectángulo, y como convertir un rectángulo en romboide.

256. ¿De qué manera se determina el área de un rombo?

257. ¿Es posible construir un triángulo isósceles rectángulo igual á un cuadrado?

258. ¿Puede trazarse un círculo cuyo tamaño sea la mitad del de otro círculo?

259. ¿Se puede construir un triángulo equilátero de doble tamaño que otro triángulo equilátero?

260. De un pedazo de cartulina, constrúyase un prisma rombal hueco; hágase ver la disposición de los lados para que se ajusten, y sáquese un dibujo del prisma concluído.

261. Constrúyase un cuadrado que de largo y de ancho mida 6, y luego varios rectángulos cuyas longitudes y anchuras sean respectivamente 7 y 5, 8 y 4, 9 y 3, 10 y 2, y 11 y 1; y demuéstrese que, no obstante ser iguales en todos ellos las sumas de los lados, las áreas no son todas iguales.

262. ¿Cuál es el mayor rectángulo que puede inscribirse á un triángulo isósceles?

363. Por medio de una figura, hágase ver qué es más, 4 centímetros cúbicos ó 4 centímetros de espesor; y determínese la diferencia resultante.

Si desde un extremo de un arco, se traza una línea que forme ángulo recto con el radio que va á dicho extremo, y se la prolonga hasta ser interceptada por la prolongación del radio que toca en el otro extremo, dicha línea se llama la tangente de dicho arco.

Ya se ha presentado ejemplo de tangente á un círculo.

264. Póngase un ejemplo de tangente á un arco.

265. ¿Puede trazarse una tangente al arco de 90°?

266. ¿Es posible poner en una línea las tangentes de los arcos de todos los grados, desde el de un grado hasta el de unos 85°; esto es, puede construirse una línea de tangentes?

267. Hágase ver qué tangente, ó más bien, la tangente de qué arco, es igual al radio de la línea de tangentes?

268. Con la línea de tangentes, constrúyanse ángulos de 20°, 40°, 75° y 80°.

El sólido cuyas caras son seis rombos regulares iguales se llama romboedro regular.

269. Hágase de cartulina un romboedro regular; enséñese como se arreglan los lados para que se ajusten, y sáquese un dibujo del sólido acabado.

Una tangente al complemento de un arco se llama tangente del complemento, ó cotangente.

270. Trácense varios arcos, sus tangentes y sus cotangentes.

271. Trácese un ángulo, con su tangente y cotangente.

272. ¿Puede construirse un ángulo de 130°, á favor de la línea de tangentes?

273. ¿Se puede hallar método para construir un ángulo de 90°, valiéndose de la línea de tangentes?

274. Mídanse algunos ángulos agudos, por la línea de tangentes.

275. Mídase un ángulo obtuso, por la línea de tangentes.

276. ¿Se puede construir un rectángulo, cuya medida sea 9 de longitud y 4 de anchura, y dividirlo en dos partes de tal forma que, colocándolas de modo que se toquen de cierta manera, constituyan un cuadrado?

277. Hágase ver que el área de un trapezoide se puede determinar dividiendo el trapezoide en dos triángulos por una diagonal, y hallando la suma de las áreas de dichos triángulos.

278. Trácese un cuadrado que tenga de lado un decímetro; y manifiéstese qué parte del metro y cuántos centímetros cuadrados comprende la figura.

279. De un pedazo de cartulina, constrúyase un tetraedro troncado; enséñese como se han dispuesto las caras para ajustarlas entre sí, y sáquese un dibujo del sólido terminado.

280. ¿Es posible construir un exágono cuyos lados sean todos iguales, pero cuyos ángulos no sean todos iguales, y que sin embargo resulte simétrico?

281. ¿Puede construirse un trapecio rectangular iqual á un cuadrado?

282. ¿Cómo se trazará un círculo cuyo tamaño sea tres veces el de otro círculo?

283. Empleando el trasportador, constrúyase un nonágono, cuyos lados sean de á centímetro, y mi-

danse los ángulos de la figura por la línea de tangentes.

284. ¿Cuántos dodecágonos pueden hacerse tocar á otro dodecágono, en sus ángulos?

285. ¿Cuántos dodecágonos pueden hacerse tocar á otro dodecágono, en sus lados?

286. Demuéstrese, con una figura, cuántos ladrillos de 20 centímetros por 10 serán necesarios, poniéndolos de plano, para cubrir un metro cuadrado, y pruébese por medio del cálculo la operación geométrica.

287. Averigüese cuántos ladrillos serían necesarios para enladrillar un suelo de 6 metros de largo por $5\frac{1}{2}$ de ancho, suponiendo que al colocarlos se desperdiciaran cincuenta.

288. ¿Cómo se construiría un cuadrado, usando del trasportador y de un lápiz, y sin emplear el compás?

289. ¿Se puede dividir un ángulo en dos partes iguales, sin valerse de círculos ni de arcos?

290. Constrúyase de cartulina un cubo troncado hueco; manifiéstese sobre el papel como se arreglan los lados para que se ajusten, y hágase un dibujo de la figura cuando esté concluída.

291. ¿Puede construirse un pentágono que tenga de lado 2 centímetros, sin valerse de un círculo y sin tener acceso al centro del pentágono?

292. ¿De qué modo se hará pasar la circunferencia de un círculo por los vértices de un triángulo?

293. Manifiéstese como se hallará el área de un trapezoide que tenga ángulo entrante.

294. Póngase á la vista, cómo es que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$.

295. Trácese un círculo alrededor de un cuadrante. Si á un extremo de un arco, que no sea mayor que el de un cuadrante, se lleva un radio y desde el otro extremo del mismo arco se tira una perpendicular á dicho radio, esta perpendicular se llama seno del arco.

296. Trácense algunes arcos de círculos y sus respectivos senos.

297. ¿ Es factible inscribir un círculo á un triángulo?

298. ¿ Puede idearse modo de poner ó marcar en una línea los senos de todos los grados desde 1° á 90°? En otros términos ; ¿ se puede formar una línea de senos?

299. Dígase cual de los senos es igual en longitud al radio de la línea de senos.

300. Dada la perpendicular de un triángulo equilátero, constrúyase dicho triángulo.

301. De un trozo de cartulina, hágase un dodecaedro hueco; muéstrese sobre el papel la disposición de las caras para que se correspondan bien, y dibújese el dodecaedro concluído.

302. Por la línea de senos, mídanse varios ángulos agudos.

303. ¿ Se puede construir, á favor de la línea de senos, un ángulo de 70°?

El seno del complemento de un arco se llama coseno del mismo arco.

304. Por medio de una figura, demuéstrese que el coseno del arco de 35° es igual al seno de 55°.

305. Dada solamente la distancia entre los lados paralelos de un exágono regular, constrúyase dicho exágono.

306. Incríbase un segmento de círculo á un rectángulo cuyo largo sea 3 y cuyo ancho sea 1.

307. ¿ Puede inscribirse un segmento de círculo á un rectángulo que mida 3 de largo por 2 de ancho?

308. ¿ Cómo se inscribirá un círculo á un cuadrante?

309. Trácese la figura de un trapecio simétrico cuyos lados paralelos representen 40 y 20, siendo 60 la distancia perpendicular entre ellos; mídanse sus ángulos con la línea de senos, y calcúlese su área.

310. Á favor de una figura, hágase ver cual es el área de un rectángulo que mida $2\frac{1}{2}$ de largo por $1\frac{1}{4}$ de ancho, y pruébese aritméticamente la operación.

311. Dada la cuerda de 90° de una línea de cuerdas, determínese el radio de dicha línea de cuerdas.

Ya se ha construído un triángulo semejante á otro, y un romboide semejante á otro. ¿ Puede trazarse un trapezoide semejante á otro?

312. Hágase de un trozo de cartulina un tetraedro hueco; manifiéstese cómo se han dispuesto las caras para que se ajusten; sáquese un dibujo del sólido cuando esté concluído, y dígase si podrían disponerse dichas caras, sobre un plano, de modo que no resultaran ángulos entrantes.

313. ¿ Puede construirse un triángulo semejante á otro, y de doble tamaño?

314. ¿ Cómo se construirá un polígono irregular semejante á otro y de doble tamaño?

315. ¿ Puede construirse un polígono irregular semejante á otro, y de la mitad de su tamaño?

316. ¿ Es factible convertir un cuadrado en triángulo isósceles obtusángulo?

317. ¿ De qué manera se manifestará, por una figura, cuánto más es $\frac{4}{5}$ que $\frac{3}{4}$?

318. ¿ Se puede construir un triángulo isósceles, haciendo que cada uno de sus lados sea como la mitad de la base?

319. ¿ Podría determinarse el tamaño de un ángulo obtuso, por la línea de senos?

320. ¿ En qué forma se demostrará con una figura, que 3 contiene $1\frac{1}{2}$ veces á 2?

321. ¿ Puede hacerse ver que el seno de un arco es como la mitad de la cuerda del arco doble?

322. Tomando un decímetro que represente un metro, constrúyase una escala de metros y decímetros.

323. Por el teorema de que los triángulos sobre una misma base y entre unas mismas paralelas contienen superficies iguales, ¿ puede convertirse en triángulo un trapezoïde?

324. ¿ Cómo se convertirá un triángulo en rectángulo?

325. De un trozo de cartulina, constrúyase un exaedro recubierto de semioctaedros; manifiéstese en un diagrama el sistema por el cual se han dispuesto las caras para que se ajusten unas á otras, y hágase un dibujo de la figura después de terminada.

326. ¿ Puede convertirse un trapezoide ordinario en trapezoide simétrico?

327. Constrúyase un cuadrado, cuya diagonal mida 6 centímetros, y determínese su área.

La parte del radio de un arco comprendida entre el seno y el extremo del arco, se llama seno verso de dicho arco.

328. Póngase un ejemplo de seno verso de un arco.

329. Partiendo de un punto en una línea, ¿ se pueden ir marcando los senos versos de todos los grados desde 1° á 90°; esto es, puede formarse una línea de senos versos?

330. Manifiéstese cuándo el seno verso de un arco es igual al seno.

331. Manifiéstese cuándo el seno verso de un arco es igual á la mitad de la cuerda.

332. Dígase qué seno verso es igual al radio del cuadrante á que pertenece la línea de senos versos.

333. Dado el seno verso de un arco, igual á la mitad del radio del mismo arco, determínese el número de grados de dicho arco.

334. ¿ Puede reducirse una figura de cinco lados á triángulo y á rectángulo?

Cuando alrededor de un punto se agrupan simétricamente varias rectas ó curvas, ó unas y otras, forman lo que se llama estrella.

335. Invéntese y constrúyase una estrella tan bonita como sea posible.

Á los sólidos que tienen 20 caras, cuyos lados y ángulos son respectivamente iguales, se les llaman icosaedros.

336. Constrúyase, de un pedazo de cartulina, un icosaedro* hueco; muéstrese sobre el papel la disposición de las caras para que se ajusten, y hágase un dibujo del icosaedro acabado.

337. Trácese un arco menor que el de un cuadrante, y trácense también la cuerda, la tangente, la cotangente, el seno, el coseno y el seno verso que le correspondan.

338. Dado el seno de un arco cuya medida sea exactamente la cuarta parte del radio del mismo arco, determínese en grados, con el trasportador, la longitud de dicho arco.

339. Dado el seno verso de un arco, que mida exactamente un cuarto del radio de ese arco, determínese la graduación del mismo arco, por medio del trasportador.

340. ¿Cómo se comprobará la exactitud de un nivelador, de una regla de paralelas, de un cartabón, de un tablero de dibujar, de un trasportador, y de una línea de cuerdas?

341. Redúzcase á triángulo un exágono irregular que tenga un ángulo entrante.

342. Redúzcase á triángulo un octógono irregular que tanga dos ángulos entrantes.

Los aritméticos han convenido en que los quebrados cuyo denominador sea 10 ó algún múltiplo de 10, como $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{125}{1000}$, etc., se expresen sin

* El tetraedro, el exaedro, el octaedro, el dodecaedro y el icoseadro, se llaman poliedros regulares. Estos cinco poliedros regulares se denominan también cuerpos ó sólidos platónicos; y algunos clasifican además entre éstos la esfera, como el más regular de todos los cuerpos.

escribir sus denominadores, y poniendo un cero y un punto, ó una coma, á la izquierda del numerador: por tanto, $\frac{5}{10}$ puede expresarse escribiendo 0,5; $\frac{2}{100}$, escribiendo 0,25; $\frac{125}{1000}$, escribiendo 0,125; y $\frac{5}{100}$, escribiendo 0,05.

Tales expresiones numéricas se llaman decimales

De igual modo que otras fracciones, las decimales pueden manifestarse por una línea y partes de esta línea, ó por una superficie y partes de esta superficie.

343. Practicando la división de una recta cuya longitud se suponga ser la unidad, explíquese cuánto valen 0,5, 0,25, y 0,125, etc.

344. Á favor de un cuadrado que represente una unidad superficial, hágase ver el valor de 0,5, 0,25 y 0,125.

345. De una manzana, ó de un pedazo de madera, etc., córtese un cubo; considérese que sea 2 el valor de cada una de sus dimensiones lineales; determínese su contenido sólido, y pruébese aritméticamente la operación.

346. Determínese por medio de un cubo, y luego pruébese mediante la aritmética, cuál es el cubo de $1 \frac{1}{2}$.

347. ¿Cómo se colocarán nueve árboles en diez hileras de á tres árboles cada una?

348. Tomando por lado 10 divisiones de una escala diagonal, constrúyase un triángulo equilátero, y llámese 1 á cada uno de sus lados; determínese la longitud de su perpendicular á tres puntos de división decimal, y pruébese por el cálculo su exactitud.

349. ¿ Puede calcularse el área de un triángulo equilátero cuyo lado sea 1 ?

350. Hágase ver geométricamente cuales son los valores respectivos de 0,9, 0,99, 0,999 y 0,9999.

El círculo puede suponerse formado por un número infinito de triángulos isósceles iguales, cuyas bases están situadas á lo largo de la circunferencia y cuyos vértices se unan todos en el centro del círculo. Y como la suma de las áreas de todos estos triángulos sería igual al área de dicho círculo :

Para hallar el área de un círculo, multiplíquese el radio, que es la perpendicular común á todos estos tríangulos imaginarios, por la circunferencia, que es la suma de todas sus bases, y divídase el producto por 2.

Contando que la circunferencia de un círculo sea como $3\frac{1}{7}$ veces su diámetro :

351. Determínese el área de un círculo cuyo diámetro es 1.

Contando que la circunferencia de un círculo sea como 3,1416 veces el diámetro :

352. Determínese el área de un círculo cuyo diámetro es 1.

Siendo los círculos figuras semejantes, las áreas de círculos son entre sí como los cuadrados de sus radios, de sus diámetros, ó de sus circunferencias.

353. Determínese el área de un círculo cuyo radio es 5, y luego el área de otro círculo cuyo radio es 7, y véase si las respectivas cantidades resultan de acuerdo con la regla dada.

354. Un prado circular mide 100 metros de diámetro, y un sendero que lo rodea tiene 2 metros de

ancho: ¿cuál es el área del prado, y cuál la del sendero?

355. ¿Cómo se hallará el área de un sector cuyos límites radiales miden cada uno 20 $\frac{1}{2}$ metros, y cuyo arco es de 35°?

356. La mayor pirámide que hay en el mundo se asienta sobre una base cuadrada cuyo lado mide 214 metros. Dicha pirámide tiene por caras cuatro triángulos equiláteros. Hágase el cálculo de los metros cuadrados y áreas de terreno cubierto por la base de la expresada pirámide, así como del número de metros cuadrados que mide cada una de sus caras triangulares; calcúlese también su altura perpendicular, y pruébese geométricamente la exactitud del cálculo. Hágase de cartulina un modelo de la pirámide; dígase de qué sólido forma parte, y sáquese un dibujo del modelo.

357. Existe un romboide de tal forma, que permite la determinación de su área por medio de uno de sus lados y una de sus diagonales. Trácese un plano de él.

358. ¿Es posible convertir un cuadrado cuyo lado sea 1 en un rombo cuya diagonal mayor sea como dos veces la menor; y hallar, por el procedimiento geométrico como igualmente por el cálculo, la longitud del lado de dicho rombo?

359 ¿Puede convertirse en pentágono irregular un triángulo equilátero?

360. Indíquense sobre un tetraedro dos rectas que estén en un mismo plano, y dos que no se hallen en un mismo plano.

361. Constrúyase de cartulina un octaedro tron-

cado; hágase el plano del mismo, y dibújese la figura.

362. Manifiéstese cuantos cubos se pueden hacer tocar á un punto.

363. Mediante una figura, hágase ver cuántos cubos se pueden hacer tocar á otro cubo.

364. Se ha calculado ya la altura perpendicular de un triángulo equilátero cuyo lado mide 1 : ¿á qué altura de dicha perpendicular, desde la base del triángulo, se encuentra el centro del mismo?

El sólido engendrado por la revolución de un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados recibe el nombre de cilindro,* y también podría llamarse prisma circular.

365. ¿Cómo se determinará la extensión superficial de un cilindro que mida 1 de longitud y 1 de diámetro?

La esfera puede formarse haciendo girar un semicírculo alrededor de su diámetro tomado por eje.

La superficie ó área de una esfera cuyo diámetro sea 1 es igual á la de un cilindro cuyo diámetro sea 1 y cuya altura sea 1. Manifiéstese, en una figura, lo que se ha significado.

366. Determínese cuál es el área de una esfera cuyo diámetro es 1, y también la de otra esfera cuyo diámetro es 2. Compárense las dos áreas, y dígase si la proporción en que está la menor con la mayor confirma la ley de que " Las áreas de figuras semejantes son entre sí como los cuadrados de sus lados homólogos."

* Cuando un cilindro es largo y delgado se llama vara ó varilla, como una varilla de hierro.

367. ¿Podría construirse una pirámide exagonal cuyos lados oblicuos fueran triángulos equiláteros?

368. Hágase una caja de cartón recio, que mida diez centímetros de largo, cuatro de ancho y tres de profundidad, con una tapa que no sólo cubra la caja, sino que tenga bordes que la sujeten al cerrarla y encajen sobre ella centímetro y medio desde el nivel de la abertura.

369. ¿Sería posible plantar 19 árboles en 9 hileras de á 5 cada una?

370. ¿Cómo se convertirá un triángulo escaleno en trapezoide simétrico?

371. Inscríbase un exágono á un triángulo equilátero, de manera que tres de sus lados le toquen; y hágase ver en qué proporción se halla el exágono con el triángulo.

372. Un filósofo tenía en su habitación una ventana de un metro en cuadro, por la cual entraba demasiada luz; tapió la mitad de ella, y sin embargo le quedó una ventana cuadrada de un metro de alto por otro de ancho. Explíquese como lo hizo.

373. ¿Puede dividirse un triángulo equilátero en dos partes iguales por una paralela á uno de sus lados?

377. Dados la cuerda de un arco, que represente 50, y el seno de un arco, que sea 40, determínese el seno verso por el cálculo, y sobre la figura hágase ver que dicho seno verso es igual al radio menos el coseno.

375. ¿Cómo se dividirá un triángulo ordinario en dos partes iguales por una paralela á uno de sus lados?

376. ¿Podrá dividirse un triángulo en dos partes iguales por una línea tirada desde cualquier punto en cualquiera de sus lados?

377. Manifiéstese cuántos decímetros cúbicos contiene un metro cúbico.

378. Constrúyase un prisma cuadrangular oblicuo que tenga dos caras rectangulares y otras dos romboidales.

379. Constrúyase un prisma cuadrangular oblicuo cuyas caras sean todas igualmente romboidales.

380. ¿Es posible inscribir un triángulo equilátero á un cuadrado, de modo que un vértice del triángulo equilátero coincida con un vértice del cuadrado, y los otros dos vértices del triángulo toquen, en puntos equidistantes del ángulo del cuadrado, á dos de los lados del cuadrado?

381. ¿De qué modo se dividiría una recta en cinco partes iguales?

382. ¿Cómo se dividirá una recta en $3\frac{1}{2}$ partes?

383. ¿Puede dividirse una recta en tantas partes como esté dividida otra recta?

384. ¿Es posible contestar geométricamente á esta pregunta: Si tres metros de paño cuestan 12 pesos, ¿cuánto costarón cinco metros?

El sistema empleado en la determinación de las áreas, cuando las dimensiones se dan en pies y pulgadas, se llama duodecimal, por cuanto tales áreas se expresan siempre en pies cuadrados, dozavos de pie cuadrado, ó partes, dozavos de parte, ó pulgadas cuadradas.*

* La vara lineal tiene tres pies; el pie, doce pulgadas; y la pulgada doce líneas.

Principalmente los artesanos hacen uso de los duodecimales para averiguar la cantidad de trabajo que han hecho, ó la de los materiales empleados.

385. Trácese el plano de una parte duodecimal, esto es, de un dozavo de pie cuadrado.

386. Trácese el plano de una pulgada duodecimal, esto es, de un dozovo de parte de pie cuadrado, y manifiéstese cómo su tamaño es el mismo que el de la pulgada cuadrada, aun cuando la forma difiera.

387. Constrúyase un plano que represente el área de un cuadrado cuyo lado mida 1 pie y 1 pulgada, y hágase su prueba por el cálculo duodecimal.

388. Con escala de una pulgada por pie, constrúyase el plano de un tablero que mida 3 pies y 4 pulgadas de largo por 2 pies y 2 pulgadas de ancho, y compruébese el área por el cálculo duodecimal.

389. Averígüese geométricamente cuantas pulgadas mide la diagonal de un pie cuadrado, y cuántas la diagonal de un pie cúbico, probando después por el cálculo la operación.

390. ¿Puede construirse un octógono cuyos lados alternos tengan la mitad de tamaño que los otros, y que sin embargo sea simétrico?

391. ¿Es posible situar dentro de un pentágono un rombo cuyos vértices toquen á tres de los lados del pentágono y á uno de sus ángulos?

392. Constrúyanse dos rectángulos de diferentes tamaños, pero de forma semejante, y determínense las dimensiones de otro rectángulo también semejante que sea la suma de los dos primeros.

393. Dados dos triángulos desemejantes y des-

iguales, ¿ podrá construirse un triángulo igual á la suma de ambos?

394. ¿ De qué manera se construirá un triángulo igual á la diferencia de otros dos triángulos?

395. ¿ Es posible construir un rectángulo igual á la diferencia de otros dos rectángulos?

396. ¿ Cómo se colocarán tres círculos de igual radio de modo que se toquen unos á otros?

397. Inscríbase un octógono regular en un cuadrado, de manera que cuatro lados del octógono toquen á los cuatro lados del cuadrado.

398. Hay una clase de triángulos que pueden dividirse en dos triángulos iguales y semejantes; otra clase, que permiten su división en dos triángulos semejantes, pero no iguales; y otra clase, que admiten ser divididos en dos triángulos iguales, mas no semejantes. Póngase un ejemplo de cada variedad.

399. ¿ Es posible la división de un trapezoide en dos partes iguales, por una recta tirada desde un punto en uno de los lados?

400, ¿ Pueden colocarse de modo que se toquen tres círculos cuyos diámetros sean como 3, 4, y 5?

401. Constrúyase de cartón recio una caja abierta por un extremo y de tamaño suficiente para que en ella quepa una baraja; y hágase luego una tapa que cierre la caja por dicho extremo y la recubra en una extensión de tres cuartos de pulgada.

402. ¿ Puede construirse un cuadrado que contenga tres cuartos de otro cuadrado?

403. ¿ Será posible inscribir un cuadrado á un triángulo equilátero?

404. ¿Cómo se inscribirá un cuadrado á un triángulo isósceles?

405. ¿Se podría inscribir un cuadrado á un cuadrante?

406. ¿Hay modo de inscribir un cuadrado á un semicírculo?

407. ¿De qué manera se inscribirá un cuadrado á un triángulo?

408. ¿Es factible inscribir un cuadrado á un pentágono?

409. Determínese la forma del rectángulo que puede dividirse en dos mitades por una recta paralela á su lado más corto, sin que dicha forma se altere.

410. Hágase ver que hay un polígono cuya superficie puede dividirse por cuatro rectas en nueve figuras, en cuyo número entran un cuadrado, cuatro rectángulos que se corresponden entre sí, y cuatro triángulos que también se corresponden.

411. Los geómetras han establecido, que cuando una cuerda en un círculo divide por la mitad á otra cuerda, el rectángulo comprendido entre los segmentos de la cuerda divisora es igual al cuadrado de la mitad de la cuerda dividida; y que cuando una cuerda en un círculo divide por la mitad y en ángulo recto á otra cuerda, la mitad de la cuerda dividida es media proporcional entre los segmentos de la cuerda divisora. Determínese, con la aproximación que sea posible y á favor de una escala, si lo dicho es cierto.

La mitad de la suma de dos números cualesquiera, ó de dos líneas cualesquiera, se llama medio aritmético de dichos números, ó de dichas líneas.

412. Hágase ver, en una figura, cual es el medio aritmético correspondiente á 3 y 12.

El medio aritmético dista del extremo menor lo mismo que el extremo mayor dista del referido medio.

La raíz cuadrada del producto de dos números se llama medio geométrico de dichos números.

413. Hágase ver, en una figura, el medio geométrico correspondiente á 3 y 12.

El medio geométrico está en la misma razón con un extremo, que la existente entre el otro extremo y el medio; de donde 3 : 6 : : 6 : 12. Por eso recibe también el nombre de medio proporcional.

414. Determínense el medio aritmético y el medio geométrico entre 4 y 9, y dígase que medio es mayor.

415. Determínese por la geometría, y pruébese por el cálculo, el lado de un cuadrado que contenga justamente una hectárea.

416. Extráigase geométricamente la raíz cuadrada de 5, y hágase la prueba aritmética.

El ángulo que la cuerda de un segmento forma con la tangente del mismo, se llama ángulo del segmento.

417. ¿Cómo se determinará el ángulo de un segmento de 90°?

418. Determínese cuáles son las dos rectas que llevadas desde los extremos de la cuerda de un segmento hasta juntarse en el arco del mismo forman el mayor ángulo.

419. ¿Puede determinarse el ángulo en un segmento cuadrantal?

420. ¿Qué relación existe entre el ángulo del segmento y el ángulo en el segmento?

421. ¿Hay ejemplo de que el ángulo en el segmento y el ángulo del segmento sean iguales?

Toda línea que principia fuera del un círculo y que prolongándose entra en él por un lado y le atraviesa hasta encontrar su lado opuesto, se llama secante del círculo.

422. Trácense varios círculos y una secante á cada uno.

La línea llevada desde el centro de un círculo y que, pasando por el extremo de un arco va á encontrarse con una tangente que parte del otro extremo, se llama secante de dicho arco.

423. ¿Puede trazarse la secante del arco de 60°?

Como la voz tangente, la palabra secante tiene dos significados, uno según se refiera al círculo y otro según se refiera al arco.

¿Se pueden situar ó marcar en una línea, principiando por un punto en la misma, las secantes de todos los arcos desde 10° á 80°? En otros términos:

424. ¿Es posible formar una línea de secantes?

425. Constrúyanse y mídanse varios ángulos, por la línea de secantes.

426. Dígase cuál de las líneas se considera más conveniente para el trazado y medida de los ángulos, la de cuerdas, la de tangentes, la de senos, la de senos versos, ó la de secantes.

427. Calcúlese la longitud de un eslabón de la

cadenilla de agrimensor, y trácese sobre el papel la forma exacta de dicho eslabón.

Ya se ha determinado á que altura de la perpendicular se encuentra el centro de un triángulo equilátero.

428. ¿En qué razón están las dos partes de un triángulo equilátero que se haya dividido por una recta tirada por el centro del triángulo y paralela á la base?

429. Suponiendo que el lado de un exágono sea 1, determínese cuales serán los lados de un rectángulo que le incluya exactamente; averígüense las áreas respectivas del exágono y del rectángulo, y dígase qué razón existe entre ambas.

430. Trácese una figura formada por tres cuadrados que se toquen en un ángulo, así ⊞; y dígase si es posible dividir dicha figura en cuatro partes iguales y semejantes.

Si á un triángulo rectángulo se le hace girar sobre uno de sus lados componentes del ángulo recto, engendra un cuerpo llamado cono, al que con toda propriedad puede dársele el nombre de pirámide circular.

431. Hágase un cono hueco, de papel; y manifiéstese que método se ha empleado para su construcción.

Si se hace que un cono sea cortado por un plano en ángulos rectos con el eje, la sección producida es un círculo.

Cuando un plano que corta á un cono forma con el eje de éste un ángulo menor que un recto, pero no tan pequeño como el ángulo formado por el lado del cono con el eje del mismo, la sección que resulta es una elipse.

La sección cónica que forma con el eje del cono un ángulo igual al que forma el lado, es una parábola.

La sección cónica que forma con el eje del cono un ángulo menor que el formado por el lado, es una hipérbola.

La sección cónica con la cual coincide el eje del cono es un triángulo isósceles.

432. De una manzana, ó de un pedazo de madera, etc., córtese un cono tan exacto como sea posible, y póngase un ejemplo de cada una de las cinco secciones cónicas.

433. Dibújese un compás de elipse, y con uno de estos instrumentos trácese una elipse; y manifiéstese cómo puede trazarse otra, prescindiendo del compás, aunque por el mismo principio en que se funda el empleo de éste.

El diámetro más largo de una elipse se llama eje mayor, y el más corto eje menor, y la distancia desde cualquiera de los focos hasta el centro de la elipse se denomina excentricidad de la elipse.

434. Constrúyase una figura, para hacer ver lo que se ha dicho.

Dos rectas llevadas desde los focos de una elipse á un punto en su circunferencia forman ángulos iguales con la tangente á la circunferencia en dicho punto.

435. ¿Puede trazarse una tangente á la circunferencia de una elipse en punto dado de dicha circunferencia?

Por medio de un compás y empleando círculos de diferentes tamaños, ¿con cuánta aproximación es posible imitar una elipse? Ó en otros términos:

436. ¿Cómo se construiría un óvalo?

437. ¿Pueden hacerse de un pedazo circular de caoba, y sin desperdiciar nada de él, los asientos de dos taburetes ovales, con un agujero en el centro de cada uno para fijarlos?

El sólido engendrado al girar una semielipse sobre su eje menor, se llama esferoide aplanado.

438. Manifiéstese como se forma un esferoide aplanado por los polos, y dígase que hace recordar dicha figura.

El sólido engendrado por la revolución de media elipse sobre su eje mayor se denomina esferoide prolongado.

439. Manifiéstese como se forma un esferoide prolongado, y dígase qué hace recordar la figura.

440. Suponiendo un local construído en forma de esferoide prolongado, y que una persona hable desde uno de los focos del esferoide, manifiéstese en qué punto repercutirá la voz.

441. ¿Se produciría el mismo efecto en un local construído en forma de esferoide aplanado?

Con tal que no se tome para nada en cuenta la resistencia del aire, una piedra arrojada horizontalmente desde lo alto de una torre, con una velocidad de 15 metros por segundo, y sometida à la incesante atracción de la tierra, que por sí sola y aparte de todo otro impulso la obliga á caer con una velocidad que aumenta uniformemente desde unos 5 metros en el primer segundo, 15 metros en el segundo siguiente, 25 metros en el tercer segundo, etc., describirá cierta curva en su caída. Ahora bien: los términos de la serie 5,15, 25, 35, 45, etc., aumentan en determinada proporción; y si á 5 le llamamos 1, 15 será 3, 25 será 5, 35 será 7, y 45 será 9, etc. Estas distancias pueden expresarse, pues, como distancias de descenso, así: 1, 3, 5, 7, 9, etc. Y teniendo presente que la velocidad horizontal permanece uniforme, de 15 metros, ó sea 3×5 metros, por segundo, tenemos para formar la curva dos clases de dimensiones en ángulos rectos entre sí. La expresada curva se llama parábola.

442. ¿ Cómo se construirá una parábola?

Cuando estas distancias, en vez de anotarse particularmente como cantidades del movimiento habido en cada segundo, se van sumando en orden sucesivo para manifestar la combinación de resultados, tenemos:

	Distancias de descenso
1 segundo..........	$1 = 1^2$
2 segundos, $1 + 3 =$	$4 = 2^2$
3 segundos, $1 + 3 + 5 =$	$9 = 3^2$
4 segundos, $1 + 3 + 5 + 7 =$	$16 = 4^2$
5 segundos, $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$	$25 = 5^2$

Por este medio se ve que la distancia recorrida al caer es como los cuadrados de los tiempos; esto es, que la distancia recorrida en 6 segundos, será $6^2 \times 5$ metros $= 36 \times 5$ metros $= 180$ metros.

443. Determínese la distancia que al caer una piedra recorre en medio segundo.

444. Determínese la distancia que al caer una piedra recorre en $2\frac{1}{4}$ segundos.

445. ¿ Puede ponerse de manifiesto, que hay dos clases de cuadriláteros cuyas diagonales respectivas deben ser iguales, dos clases en que pueden ser iguales, y dos clases en que no pueden ser iguales ?

446. ¿ Es posible construir un tetraedro de cartulina, cuyas cuatro caras tengan formas diferentes ?

FIN

Aritmética de niños, por Vallejo. 1 tomo en 18°. *Pasta holandesa.*

Aritmética comercial, por Urcullu. 1 tomo en 18o. *Pasta de tela inglesa.*
— *Cartones, lomo de tela.*

Aritmética (Extracto de los elementos de), por D. Manuel Domínguez, para el uso de las escuelas de Centro-América. 1 tomo en 18°, *á la rústica.*

Aritmética (Lecciones de), para uso de las escuelas de primeras letras, por D. José Moreno; seguidas de unos breves elementos de **Algebra**, por D. Juan Escoiquiz. 1 tomo en 18o. *Tela inglesa.*

Arlincourt. El Renegado, novela. 2 tomos en 18°. *Media pasta.*

Arte de ensayar con el soplete, cualitativa y cuantitativamente, los minerales, aleaciones y productos metalúrgicos por C. F. Plattner. 1 tomo en 8° *Media pasta.*

Arte explicado y gramático perfecto, dividido en tres partes, por D. Marcos Marquez de Medina. Nueva edicion revista y corregida con esmero. 1 tomo en 12°. *Pasta entera.*

Arte de hablar en prosa y verso, por Gómez Hermosilla. Edicion aumentada con muchas é importantes notas y observaciones por D. Vicente Salva. 1 tomo en 12°. *Pasta entera.*

Esta edicion es preferible á la anterior por las importantes notas en que se ha rectificado ó suplido la doctrina de Gómez Hermosilla, y más aun por los apéndices que se han añadido sobre puntos muy esenciales, para que en este libro se hallen completos los elementos del *Arte de hablar en prosa y verso.*

Asesinato (El), novela escrita en inglés, por H. Lee, 3 t. en 18o. *Media pasta.*

Atala, René y el último Abencerrage, tres obras del vizconde de Chateaubriand. Bonita edicion en 1 tomo en 12o. *Tela inglesa.*

Broussais. Historia de las flegmasias ó inflamaciones crónicas, fundada en nuevas observaciones de clínica y anatomía patológica traducida al castellano por D. Pedro Suarez Pantigo. Cuarta edicion corregida y adornada con el retrado del autor. 5 tomos en 8o. *Pasta entera.*

Bruja (La), ó cuadro de la corte de Roma. Novela hallada entre los manuscritos de un respetable teólogo, grande amigote de la Curia Romana, por D. Vicente Salva. 1 tomo en 18o con lám. *Media pasta.*

Buchan. Medicina doméstica, ó Tratado completo del método de precaver y curar las enfermedades, con el régimen y medicinas simples. Nueva edicion. 1 tomo en 12o. *Pasta entera.*

Buffon (El) **de las familias.** Historia y descripcion de los animales, sacadas de las obras de Buffon y de Lacepède, por A. Dubois. Obra refundida por D. F. Corona Bustamente é ilustrada con profusion de láminas. 1 t. en 8o. *Tafilete, planos de tela, cortes dorados.*

— *Tela fina, plano y cortes dorados.*

Buffon (El) **de los niños,** ó Historia natural abreviada de los cuadrúpedos, aves etc. 1 tomo en 12o con muchísimas láminas. *Pasta de papel con relieves de oro.*

— *Tela fina, plano dorado.*

— *Tela fina, plano y cortes dorados.*

La misma obra, con laminas iluminadas. *Tela fina, plano y cortes dorados*

Caballero (Fernan) **obras escogidas.** 9 tomos en 12o. *Media pasta de tafilete.*

Caballero (Un) **de industria,** novela, 1 tomo en 12o. *Tela inglesa.*

Cabanis. Del grado de Certeza en la medicina. 2 tomos en 12o. *Media pasta.*

Calista ó *Bosquejo de la Iglesia en el siglo* III, novela histórica por el Padre NEUWMAN. 1 tomo en 12o. con láminas. *Media pasta.*

Calumnia (La) (páginas de la desgracia), novela original por ENRIQUE PÉREZ ESCHRICH. 4 tomos en 12o. *Tela.*

Camino del Cielo. Consideraciones sobre las máximas eternas y sobre los misterios de la Pasion de Cristo N. S. Nueva edicion con el Mes de María del Ilmo. Sr. J. M. Saporiti. 1 tomo en 18o con lám. *Pasta de papel con relieves de oro, cortes dorados.*

— *Tela, cortes dorados.*

— *Pasta de tafilete, cortes dorados.*

Camino de perfecion, ó Diario de las almas virtuosas que trabajan por adquirir la perfeccion cristiana, compuesto por D. TOMAS ALFAGEME. 1 tomo en 32° con lám. *Pasta entera, cortes dorados.*

Campománes (D Pedro Rodríguez). Tratado de la regalía de España, ó sea el derecho real de nombrar á los beneficios eclesiásticos de toda España y guarda de sus iglesias vacantes, con un suplemento ó reflexiones históricas, é introduccion, para la mayor inteligencia del novísimo Concordato de 11 de Enero de 1753 en sus principales artículos. 1 tomo en 8o. *Medi pasta.*

Cánticos sagrados para el uso de las escuales pias y las casas de misericordia. Contiene tambien el Modo de oir devotamente la misa, las vísperas del Domingo, varios salmos, himnos, etc. 1 tomo en 12o. *Tela inglesa.*

Cartones.

Canto del último Trovador. Poema en seis cantos, por WALTER SCOTT. 1 tomo en 18o. *Media pasta.*

Paris. — Imprenta G. ROUGIER et C^ie, calle Cassette, 1.