

RAMON G. LOYARTE  
**ELEMENTOS DE FÍSICA**  
3<sup>ER</sup> AÑO NORMAL

Editorial ESTRADA

ELEMENTOS  
DE  
FÍSICA  
TOMO I

ELEMENTOS  
DE  
FÍSICA

POR EL DOCTOR

RAMÓN G. LOYARTE

Ex inspector de Enseñanza Secundaria de la Nación.  
Ex presidente de la Universidad Nacional de La Plata. Director del Instituto de Física y Profesor de Física General y Matemática de la Universidad.  
Miembro titular de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires. Académico correspondiente de la Academia de Ciencias de Lima.  
Primer premio Nacional en Ciencias. Grupo de Física, Matemáticas y Química. Años 1933-37.

T O M O · I

CUARTA EDICIÓN

(Reimpresión de la tercera edición, aprobada por el Ministerio de J. e Instrucción Pública)

*Responden especialmente al programa de las Escuelas Normales*



ANGEL ESTRADA y Cía. S. A. - Editores  
466 - Bolívar - 466 \* Buenos Aires

BIBLIOTECA NACIONAL  
DE MAESTROS

*Régimen Legal de la Propie-  
dad Intelectual. Ley 11.723.*

## PRÓLOGO

A los señores Estrada corresponderá el mérito de la aparición de esta obra, si es que ella llega a tener la utilidad que nosotros le deseamos. Ellos, con la tenacidad que los caracteriza, lograron que la escribiésemos. Influyó en nuestra resolución el pensamiento de que escribiéndola cumplíamos con un deber docente.

Nos hemos esforzado en redactarla con claridad y sencillez, a la vez que con exactitud científica. Simplificar sin deformar los conceptos y presentar a éstos fluyendo de los hechos de la observación o de la experiencia, descriptos con nitidez, fué nuestro norte. Hemos tratado, cuidadosamente, que el lenguaje se adapte al proceso de los fenómenos, que se presentan en gran número, siendo muchos de ellos comunes. Esto es esencial tratándose de jóvenes que mañana serán maestras.

Se responde así al pensamiento que se advierte en los programas de las escuelas normales y en las instrucciones de que van acompañados.

EL AUTOR.

Febrero 28 de 1939.

## CAPÍTULO I

### ALGUNOS CONCEPTOS GENERALES

**1. Propiedades generales de los cuerpos.** — Por medio de los sentidos percibimos la existencia de cuerpos a nuestro alrededor. Se impone en nosotros, a la vez, la distinción entre el *yo* y el *exterior*. Yo no me confundo con esta mesa ni con aquel reloj, p. ej. Se habla, por eso, de *mundo* o *medio exterior*.

La percepción de los cuerpos va acompañada, inseparablemente, por las nociones de *espacio* y *tiempo*, pues los vemos con diferente ubicación, límites distintos y cambiar de lugar.

Bajo la misma forma los cuerpos aparecen con *propiedades* que los distinguen entre sí, razón por la cual le damos nombres diferentes. El *oro* es amarillo y no se oxida como el *hierro* que es gris y más liviano; el *azufre* es también amarillo, pero no del mismo tono que aquél y se funde más fácilmente; el *vidrio* es transparente; la *lana* “conserva el calor”; la *goma* es muy elástica, etc.

Esos caracteres diferenciales se atribuyen a contexturas íntimas particulares.

Existen, sin embargo, propiedades que se manifiestan en la misma forma en todos los casos, por lo que se dice que constituyen propiedades generales de los cuerpos. Ellas son:

**I. EXTENSIÓN** — Todos los cuerpos ocupan un lugar en el espacio, es decir, que tienen cierto volumen.

II. IMPENETRABILIDAD. — Dos cuerpos no pueden ocupar simultáneamente el mismo lugar en el espacio.

III. INERCIA. — Todo cuerpo tiende a conservar su estado de reposo o de movimiento. Esta propiedad constituye el primer principio de la mecánica, del cual nos ocuparemos más adelante.

2. **La materia.** — Desde una época remota, no obstante la diversidad prodigiosa que se advertía en ellos, se ha supuesto que todos los cuerpos estaban constituidos por una misma cosa, a la que se dió el nombre de *materia*. Los estudios modernos, a que aludimos en el N.º 7, enseñan que esa suposición es plausible.

3. **Fenómenos.** — Los hechos por los que se revela la existencia de los cuerpos, o por los que se individualiza a los mismos, reciben el nombre de *fenómenos*. La caída de un cuerpo, la estela luminosa de un bólide, la fusión de hielo o plomo, p. ej., la expansión del vapor de una locomotora, el tañido de las campanas, el estampido del cañón, el color cambiante de las nubes alumbradas por el Sol, la incandescencia del filamento de una lamparilla eléctrica, la descomposición de la luz solar en siete colores al pasar a través de un prisma, la propagación de las ondas del agua y de las ondas eléctricas que se aplican en "la radio", son ejemplos de tales hechos.

Cuando el cuerpo en que se produce no cambia de naturaleza, se dice que el fenómeno es físico. De esa especie son: la caída de un cuerpo, la fusión, el sonido, etc. Si sucede lo contrario, se dice que es químico.

La explosión de una mezcla de oxígeno e hidrógeno es, p. ej., un fenómeno químico. El proceso consiste en la formación de otro cuerpo: el agua, que posee propiedades diferentes a las de los cuerpos que la componen.

Ya veremos, en el curso de nuestro estudio, que la distinción entre las dos clases de fenómenos que se han mencionado no puede extremarse.

**4. Observación y experimentación.** — Se *observa* un fenómeno si se lo estudia tal como se presenta, sin modificar voluntariamente las condiciones en que se produce. Se dice, entonces, que se permanece en el campo de la *observación*. Pueden, así, concurrir causas que no son esenciales en el fenómeno y que, sin embargo, lo modifican fundamentalmente. Si observamos, por ejemplo, la caída de los cuerpos en el aire notaremos que los más livianos caen más lentamente.

El mismo fenómeno puede estudiarse en otras condiciones, eliminando el aire, que resulta extraño al mismo. Si se hacen caer los cuerpos en el interior de un tubo de vidrio en el cual se ha extraído completamente aquel fluido, es decir, vacío, resulta que todos caen al mismo tiempo. Esto se llama hacer un *experimento*.

El estudio de los fenómenos en condiciones dadas de antemano, constituye la *experimentación*.

**5. Leyes. Principios.** — La caída de un cuerpo se considera el *efecto* de una fuerza de atracción proveniente de la tierra, que es la *causa*. La relación de dependencia entre la causa y el efecto se llama ley del fenómeno. En este caso la ley es, como veremos, que todos los cuerpos caen en el vacío con la misma aceleración.

A menudo ocurre que todo un conjunto de leyes son consecuencia de un número reducido de leyes generales, que a su vez no pueden ser deducidas de otras ni ser demostradas o comprobadas directamente. Esas leyes generales se denominan *principios*.

Por ejemplo, todos los fenómenos mecánicos: el movimiento del péndulo, el de un proyectil, el de un planeta o el de un cometa se explican, cualitativa y cuantitativamente, con la ley de gravitación mediante los tres principios de Newton, que son: *el de inercia; el de masa y el de la igualdad de la acción y de la reacción.*

**6. Hipótesis. Teorías.**— Las leyes de los fenómenos sugieren al espíritu humano, suposiciones, hipótesis que los hacen más comprensibles, que los explican. Cuando esas hipótesis logran esto para toda una especie de fenómenos, constituyen *una teoría.*

Así, p. ej., para explicar la ley de las proporciones múltiples (Dalton, Proust, alrededor del 1800), según la cual se producen las combinaciones químicas, Dalton hizo la hipótesis de que todo cuerpo simple está constituido por *átomos*, es decir, por partículas sumamente pequeñas, idénticas entre sí para una sola y misma substancia, pero diferentes para los diversos elementos y que las combinaciones químicas consisten en uniones de los átomos de distintas substancias según relaciones numéricas bien determinadas; p. ej.: uno de una especie con uno, dos, etc., de otra especie.

Digamos, de paso, que en el estado ordinario los átomos de los cuerpos suelen presentarse agrupados. Estas agrupaciones son las *moléculas*. Las moléculas de oxígeno, hidrógeno, nitrógeno, p. ej., tienen dos átomos, las del helio, neón, vapor de mercurio, etc., son de un solo átomo.

Los cuerpos se presentan en tres estados: *el sólido, el líquido y el gaseoso*. En el primero, las moléculas están ligadas entre sí por fuerzas de atracción muy grandes, en parte, eléctricas, y tienen posiciones estables alrededor de las cuales pueden oscilar. En el estado líquido las moléculas se desplazan en el seno de la masa flúida describiendo caminos en zigzag, a causa de los encuentros que expe-

rimentan entre sí; una porción de líquido puede deslizarse sobre otra porción con entera facilidad: las moléculas se deslizan, pues, unas sobre otras. En los gases las distancias entre las moléculas son, en todo instante, en término medio, muy grandes; las moléculas se mueven en línea recta con gran velocidad, cambiando de dirección cuando chocan entre sí.

Los átomos son, por otra parte, de una pequeñez impresionante. Tienen un diámetro medio aproximadamente igual a la cien millonésima parte de un centímetro, es decir, que si los representamos por esferillas del mismo diámetro, cien millones de estas esferas, puestas en línea (fig. 1), cubrirían la longitud de un centímetro.

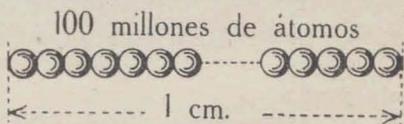


Fig. 1.

**7. Constitución de la materia.** — De acuerdo con los conocimientos actuales de la Química y de la Física, todos los cuerpos están formados por un número astronómico de corpúsculos sumamente pequeños: las moléculas. Éstas pueden consistir, según ya se dijo, de un solo átomo o estar formadas por más de uno. Cuando todas las moléculas de un cuerpo están constituídas por átomos de la misma naturaleza, se dice que el cuerpo es *simple*, y en caso contrario, que es *compuesto*. El oxígeno, el nitrógeno, el hidrógeno, p. ej., son cuerpos simples, pues, aun cuando sus moléculas poseen dos átomos, éstos tienen las mismas propiedades químicas. El agua es un cuerpo compuesto, porque sus moléculas están constituídas por átomos diferentes: por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno.

El número de cuerpos simples descubiertos hasta el presente pasa de noventa, lo que significa decir que hay más de noventa átomos distintos, que uniéndose entre ellos

en forma varia y múltiple, forman moléculas que constituyen cuerpos de propiedades insospechadas.

El físico inglés William Braag, que estuvo en Argentina, hace algunos años, ha dicho: "Los átomos pueden ser comparados a las letras del alfabeto, las cuales pueden asociarse de innumerables maneras para formar palabras. Lo mismo, los átomos se combinan entre ellos, siguiendo sus modalidades tan variadas, para formar lo que se llaman moléculas".

Un conjunto de fenómenos, de los cuales deben citarse: la electrolisis; la descarga de la electricidad en tubos de alto vacío (rayos catódicos) y, especialmente, la radioactividad, que puso de manifiesto que algunos *cuerpos simples* se convertían espontáneamente en otros, hizo pensar que el átomo no era la última piedra del edificio de los cuerpos, sino que él, a su vez, era compuesto, que tenía una *estructura*; que no obstante la diversidad de los átomos de los cuerpos había algo de común en todos ellos.

Las investigaciones de los últimos años han hecho ostensible que todo átomo es una suerte de pequeño sistema planetario. En torno a un corpúsculo único central, el *núcleo*, que sería algo así como el sol del átomo, se mueven otros corpúsculos más pequeños, como verdaderos planetas. El *núcleo* es muy pesado relativamente a estos últimos y está cargado con electricidad positiva, mientras que los corpúsculos que giran a su alrededor consisten en electricidad negativa, dándoseles el nombre de electrones negativos. Estos corpúsculos no son sino los átomos de la electricidad negativa. El átomo más simple, que es el del hidrógeno, consiste, en el *núcleo*, que, según hemos dicho, está cargado positivamente, y de una partícula con carga negativa girando a su alrededor, es decir, de un electrón negativo. Al núcleo de hidrógeno se le da el nombre de *proton*.

Se ha descubierto, también, la existencia de un cor-

púsculo de masa igual a la del núcleo del hidrógeno, es decir, del proton, pero sin carga eléctrica, al cual se le ha dado el nombre de *neutrón* y la del átomo de la electricidad positiva, esto es, el *electrón positivo* al cual se le suele llamar *positrón*.

Todos los átomos estarían formados por estos cuatro elementos: protones, neutrones, átomos de electricidad positiva (positrón o electrón positivo), y átomos de electricidad negativa (electrón negativo).

Los átomos no sólo se convierten en otros, es decir, se transmutan espontáneamente, como acaece en los cuerpos radioactivos, sino bombardeándolos unos con otros o con núcleos.



## CAPÍTULO II

### MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES. EL METRO. UNIDADES DE SUPERFICIE Y DE VOLUMEN

1. **Magnitudes escalares y vectoriales.** — Se dice que una magnitud es *escalar* si queda perfectamente determinada por un número. Son magnitudes escalares, p. ej., la diferencia de nivel, la longitud, la superficie, el volumen, la densidad, el tiempo, etc. Si digo que entre la Catedral de Buenos Aires y el Palacio del Congreso hay una diferencia de nivel de  $x$  metros, la magnitud “diferencia de nivel” queda perfectamente determinada por el número y por la unidad elegida, que es el metro. Si expreso que un centímetro cúbico de oro tiene una *masa* de 19,2 gramos, no necesitamos ningún otro dato para saber que su masa es 19,2 veces lo que la milésima parte de la masa de platino e iridio depositada en el Instituto Internacional de Pesas y Medidas de Saint Cloud, cuyo peso se toma como unidad llamándosele 1 kilogramo. El número 19,2 es la densidad del oro expresado en gramos por centímetro cúbico.

Otras magnitudes requieren, en cambio, para quedar determinadas, que se dé, además de un número, una dirección. Tal acontece, p. ej., con la fuerza, la velocidad, etc. Estas magnitudes se llaman *vectoriales*. No es por razones geométricas que es menester dar la dirección, sino para poder explicar fenómenos de la Naturaleza. Ya veremos que siempre que la velocidad de un cuerpo cambia de valor numérico o de dirección, es porque sobre él actúa una

fuerza proveniente de otros cuerpos. Así, p. ej., nadie duda que si la Luna da vuelta alrededor de la Tierra, lo que implica un cambio continuo en la dirección de su movimiento, es porque ésta la atrae. Para poder explicar lo que sucede es, pues, indispensable, introducir la dirección.

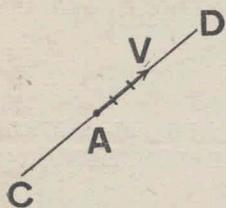


Fig. 2.

La velocidad  $V$  de un cuerpo  $A$ , p. ej. (fig. 2), no queda perfectamente determinada con decir que es de tres metros por segundo, si no se conoce la recta  $CD$  sobre la cual se mueve y el sentido del movimiento, es decir, si es de  $C$  hacia  $D$  o viceversa, lo que se indica con una flecha.

Una magnitud vectorial queda, pues, perfectamente determinada si se conoce: el número que la mide, que se llama valor absoluto o módulo; su dirección, y el sentido.

El segmento de recta  $AV$  que representa gráficamente la magnitud vectorial, se llama *vector*.

**2. El metro. Unidades de superficie y de volumen.** — Medir una magnitud es determinar el número de veces que está contenida en ella otra magnitud de la misma especie elegida como unidad. Por ejemplo, si se quiere medir la longitud  $AB$  (fig.

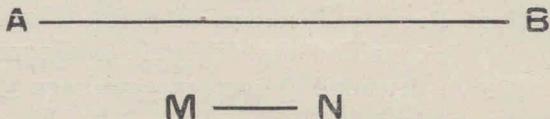


Fig. 3.

3), y se elige como unidad el segmento  $MN$ , es menester determinar el número de veces que  $MN$  está contenido en  $AB$ .

En la antigüedad, las unidades de longitud provenían del tamaño de ciertas partes del cuerpo humano o de la extensión de algunos de sus movimientos; tales eran: el

pie, el paso, cuyas dimensiones habían sido fijadas en los distintos países por sus gobernantes.

La Convención Francesa de 1791 resolvió introducir un nuevo sistema de pesas y medidas, para cuyo establecimiento se formó una comisión en la que figuraron, entre otros, Laplace, Lagrange y Lavoisier. Esa comisión resolvió fijar como unidad de longitud, llamándola *metro*, a la diez millonésima del cuarto de arco del meridiano terrestre que pasa por el Observatorio de París. Las mediciones fueron efectuadas entre Dunkerque y Montjuich durante los años 1792 a 1798, utilizando a ese fin una barra de hierro de seis pies de París o toesa, unidad de longitud de aquel tiempo. Resultó que el metro tenía una longitud de 0.513074 toesa. Para *conservarlo* se construyó una barra de platino de ese largo, 25 mm. de ancho y 4 mm. de espesor.

Mediciones posteriores demostraron que el cuarto de arco de meridiano antes citado, no era 10 millones de metros sino 10.000.856. Ante tal hecho, se cayó en el pensamiento de que lo más práctico y seguro era definir sencillamente como *metro* a la longitud de aquella barra de platino a la temperatura de 0° centígrado. El símbolo del metro es la letra *m*. Es decir, que un metro se escribe: 1 *m*.

A fin de facilitar la reproducción del metro y de eliminar la influencia de la flexión, se ha dado al metro tipo la forma que enseña la figura 4. La regla está constituida de una aleación de 90 por ciento de platino y 10 por ciento de iridio, aleación que constituye una materia estable e invariable, de gran dureza y resistencia elástica y de pequeño coeficiente de dilatación. El largo total es de 102 centímetros.

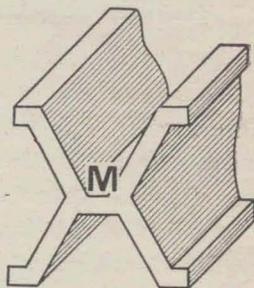


Fig. 4.

Dos trazos que están sobre la cara  $M$  limitan el metro.

El metro tipo se conserva en el "Instituto o Archivo Internacional de Pesas y Medidas", situado en Saint-Cloud, (fig. 5), cerca de París, creado en 1875 por los representantes de diferentes naciones, entre las que figuró la Argentina. Lo que esos representantes convinieron, es decir, la

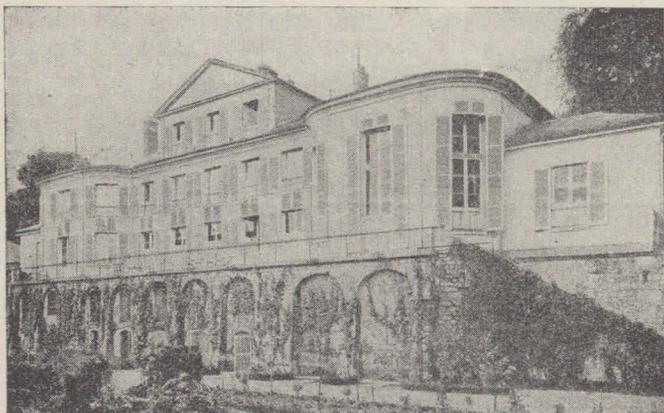


Fig. 5.

Convención, fué aprobada por la ley nacional N.º 790, de fecha 29 de agosto de 1876. Su texto y el reglamento que se dictó se encuentran en el Registro Nacional de la República Argentina, año 1876, pág. 565.

De ese *metro*, que es el *metro patrón*, se han obtenido, hasta la fecha, alrededor de 30 copias. La Argentina no posee una copia semejante.

El metro se divide decimalmente, es decir, en diez, cien, mil partes iguales. La décima parte del metro se llama decímetro y se la representa por el símbolo  $dm$ ; la centésima, centímetro,  $cm.$ ; la milésima, milímetro,  $mm$ .

El milímetro es la décima parte del centímetro y ésta la

décima parte del decímetro. De allí la designación de decimal.

Para la expresión de la medida de longitudes muy pequeñas se emplea la milésima parte del milímetro, que se representa con la letra  $\mu$ , y se la denomina *micrón* y la millonésima parte del mismo cuyo símbolo es  $\mu\mu$ . También se usa en la óptica la unidad Amgstron, cuyo símbolo es  $\text{Å}$  y que es igual a la cien millonésima parte de un centímetro. Los átomos tienen, aproximadamente, un diámetro de ese tamaño.

Para la medición de longitudes medianas y grandes se emplean el *decámetro*, Dm., que es una longitud de diez metros, el *hectómetro*, Hm., que son cien metros y el *kilómetro*, Km., cuya longitud es de mil metros.

En el cuadro de la pág. 14 están consignadas las unidades que acabamos de mencionar.

Como unidad de superficie se ha definido al *metro cuadrado*, que es un cuadrado cuyo lado tiene un metro de longitud. Se representa simbólicamente así:  $m^2$ . Es decir, que:

$$1 \text{ metro cuadrado} = 1 m^2.$$

En muchos casos en la Física se emplea como unidad el *centímetro cuadrado*, que es el área de un cuadrado de un centímetro de lado. Su símbolo es  $cm^2$ , de modo que se le expresa así:  $1 cm^2$ .

Como unidad de volumen se define al *decímetro cúbico*, que es un cubo de un decímetro de arista. Su símbolo es  $dm^3$ . A ese volumen se le da, también, el nombre de litro.

En la Física, en la Química y en la Biología se emplea, con frecuencia, como unidad de volumen al *centímetro cúbico*, que es un cubo de un centímetro de arista.

Excepción hecha del micrón, todas las demás unidades que se derivan decimalmente del metro, forman parte del *sistema métrico decimal*. Este sistema fué adoptado por

### Unidad fundamental

**El metro.** — DISTANCIA ENTRE DOS TRAZOS DE UNA REGLA DE PLATINO E IRIDIO, FIG. 4, DEPOSITADA EN EL INSTITUTO INTERNACIONAL DE PESAS Y MEDIDAS DE SAINT-CLOUD. SU SÍMBOLO ES LA LETRA **m**. ES DECIR:

UN METRO = 1 m.

### Unidades derivadas

UNIDAD	LONGITUD	SÍMBOLO
DECÍMETRO.	DÉCIMA PARTE DEL METRO	dm. Es decir: 1 DECÍMETRO = 1 dm. = 0,1 m.
CENTÍMETRO	CENTÉSIMA PARTE DEL METRO	cm.; 1 CENTÍMETRO = cm. = 0.01 m.
MILÍMETRO.	MILÉSIMA PARTE DEL METRO	mm.; 1 MILÍMETRO = 1 mm. = 0.001 m.
MICRÓN . . . .	MILLONÉSIMA PARTE DEL METRO O MILÉSIMA DEL MILÍMETRO.	$\mu$ ; 1 MICRÓN = 1 $\mu$ = 0.001 mm.
	MILLONÉSIMA PARTE DEL MILÍMETRO.	$\mu\mu$ ; 1 $\mu\mu$ = 0.000001 mm.
DECÁMETRO.	DIEZ METROS.	Dm.; 1 DECÁMETRO = 1 Dm. = 10 m.
HECTÓMETRO	CIEEN METROS.	Hm.; 1 HECTÓMETRO = 1 Hm. = 100 m.
KILÓMETRO.	MIL METROS.	Km.; 1 KILÓMETRO = 1 Km. = 1000 m.

la República Argentina por la ley N.º 56, del 10 de septiembre de 1863 (Presidencia del general Mitre), y por la ley, más precisa, N.º 845, del 13 de junio de 1877 (Presidencia de Avellaneda).

\* 8. El **vernier**. — A fin de poder determinar con bastante exactitud la longitud de un cuerpo, se hace uso de un dispositivo como el que muestra la figura 6. Se trata de una regla *AB* dividida, sobre la que se desliza una re-

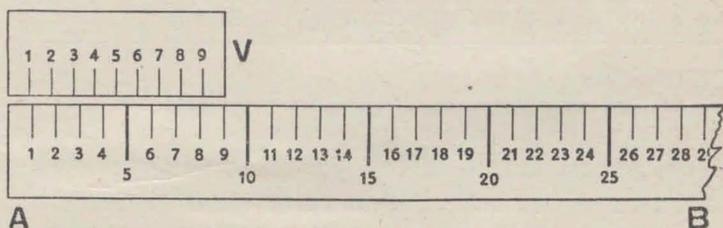


Fig. 6.

glita *V*, denominada vernier, en homenaje a su inventor (Pedro Vernier, 1580 - 1637), provista de cierto número de divisiones iguales, de una longitud un poco menor que las divisiones de la regla *AB*. Se forma un vernier, p. ej., de este modo: Se divide la regla *AB* por trazos equidistantes un milímetro y se construye la reglita *V* dándole una longitud de nueve milímetros y dividiéndola en diez partes iguales. De este modo las divisiones de la regla grande tienen una longitud de un milímetro y las de la reglita corrediza solamente nueve décimos de milímetro, de suerte que la diferencia entre las longitudes de las mismas es de un décimo de milímetro (0,1 mm.).

Si se trata de medir el cuerpo *MN*, p. ej., se colocaría como indica la figura 7, lo que haría notorio que su longitud es mayor que trece milímetros y menor que catorce. El vernier permite determinar la fracción de milímetro en que el cuerpo excede a trece. Puesto que la división 6

del vernier coincide con una de la regla *AB*, con la 19, entre la división 5 del vernier y la 18 de la regla, la distancia es de 0,1 mm.; entre la 4 y la 17, 0,2 mm.; entre la 3 y 16, 0,3 mm., etc., y, por consiguiente, entre la división cero del vernier y la trece de la regla, la distancia es de 0,6 mm., es decir, seis décimos de milímetros. La longitud

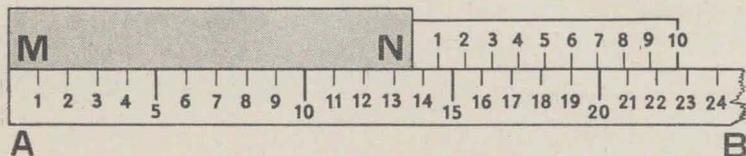


Fig. 7.

del cuerpo es, por lo tanto, 13,6 mm. Obsérvese que el número de décimos de milímetro es igual al número del vernier que coincidía con una división de la regla.

El vernier descripto *aprecia*, pues, hasta los décimos de milímetros. Se puede construir uno que aprecie la vigésima parte de un milímetro construyendo la reglilla *V* de 19 milímetros de longitud y dividiéndola en veinte partes iguales y dejando la *AB* dividida, como antes, en milímetros.

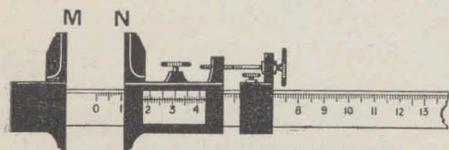


Fig. 8.

En el calibre (fig. 8), se tiene un dispositivo muy usado en los talleres mecá-

nicos y que es de gran comodidad para medidas que no requieren mucha exactitud.

\* 9. **Medidas de volumen.** — El volumen de un cuerpo irregular puede determinarse introduciéndolo en el seno de una masa de un líquido contenido en una probeta gra-

duada (fig. 9). Por el ascenso del nivel de fluido queda dada aquella magnitud.

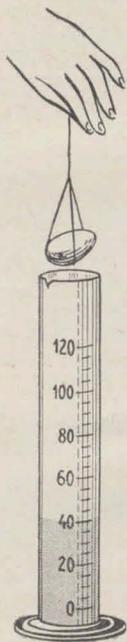


Fig. 9.

terminación.

Con mayor exactitud puede obtenerse el volumen de un cuerpo mediante un vaso (fig. 10), que se llena de agua hasta el nivel en que comienza a volcarse por un tubo lateral, llamado *de derrame*. Si se introduce el cuerpo, se derrama un volumen de agua igual a su mismo volumen. Como, según veremos, a la temperatura ambiente 1 gramo de agua tiene, con mucha aproximación, un volumen de un centímetro cúbico, por pesadas se determina el volumen total del fluido volcado que es igual, como ya dijimos, al del cuerpo.

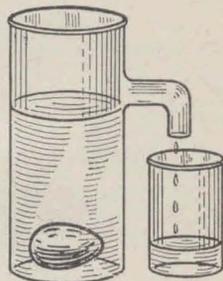


Fig. 10.

Ya veremos que el principio de Arquímedes permite hacer con más facilidad esta de-



## CAPÍTULO III

### ESTÁTICA

#### A. — LAS FUERZAS. REPRESENTACIÓN GRÁFICA. PESO. PESO ESPECÍFICO. UNIDADES

1. La fuerza. — De la sensación del *esfuerzo* muscular que realizamos para levantar un cuerpo o moverlo, para

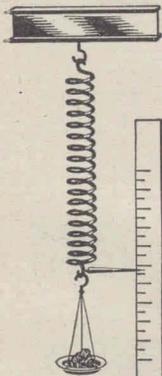


Fig.-11.

estirar una goma o un resorte, etc., nace en nosotros la idea de fuerza. Esta idea se amplía ante la observación de algunos fenómenos. Cuando vemos caer un cuerpo pensamos que ello es debido a una fuerza de atracción que la tierra le aplica. A esa fuerza se le llama *de gravedad*. El *Peso* de un cuerpo proviene de esa fuerza. Si se suspende un cuerpo de una espiral (fig. 11), se alarga debido al peso de aquél. El alargamiento de la espiral puede emplearse para medir los pesos. En esto se

funda la balanza a resorte (fig. 12).

La atracción de trozos de hierro por un imán la atribuimos a una fuerza proveniente de éste y análogamente en el caso de la atracción de partículas livianas por una barra *electrizada*.

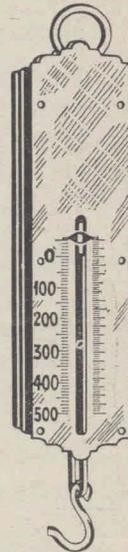


Fig. 12.

Como unidad de peso se ha definido al peso de una masa de platino e iridio, depositada en el Instituto Internacional de Pesas y Medidas de Saint Cloud, antes citado (1).

Ese peso, que recibe el nombre de *kilogramo*, debió ser, según los designios que se tuvieron al fundar el sistema métrico decimal, igual al peso de un decímetro cúbico de agua destilada a 4° centígrados de temperatura. Mediciones muy exactas pusieron de manifiesto que esta masa de agua era un poco más liviana que aquél. La milésima parte de aquel peso unidad se llama *gramo*.

Como el peso de los cuerpos varía con la posición de los mismos sobre la Tierra, disminuyendo si nos acercamos al Ecuador, el kilogramo es el peso de aquella masa en el lugar en que se encuentra.

El kilogramo se toma también como unidad para medir las fuerzas. Si tirando con la mano (fig. 13), alargamos la espiral *E* en 3 centímetros, p. ej., y para producir el mismo alargamiento, es necesario suspender de la espiral 5 kilogramos, decimos que la fuerza muscular con que tirábamos era de 5 kilogramos. Si para separar el trozo de hierro *H* del imán *I* (fig. 14), es menester suspender del hilo 1,5 kilogramos, decimos que el imán aplicaba sobre el hierro una

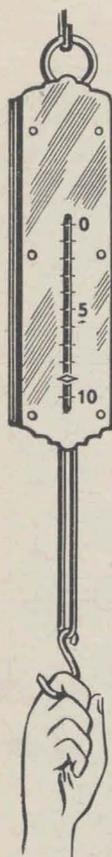


Fig. 13.

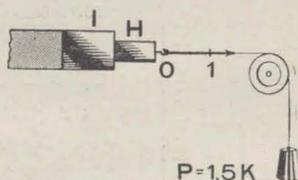


Fig. 14.

fuerza de 1,5 kilogramos.

(1) El Gobierno Nacional ordenó por Decreto del 8 de junio de 1936 la adquisición de un "kilogramo-prototipo", esto es, de un kilogramo verificado y certificado por el Instituto Internacional. Ese kilogramo que está constituido por 90 % de platino y 10 % de iridio, fué recibido durante el año 1939 y está depositado en la oficina de Pesas y Medidas del Ministerio de Agricultura.

Si en la instalación de la figura 15,  $P = 5$  kg. es el peso que hay que suspender del hilo para mover el cuerpo C sobre el piso, 5 kg. es la medida de la fuerza con que deberíamos tirar, muscularmente, supuesto que no está  $P$ , del hilo para producir el mismo efecto. Si el piso es horizontal, esa fuerza mide la *fuerza de roce* que opone el piso al deslizamiento sobre él del cuerpo.

Es, pues, notorio que, en todos los casos, puede compararse la fuerza con pesos. Es decir, que la fuerza puede medirse, como se hace, mediante pesos. Por esta razón se ha definido al kilogramo como unidad de fuerza.

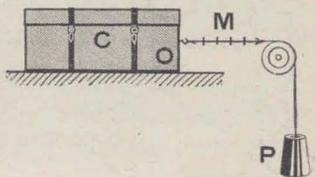


Fig. 15.

**2. Representación gráfica de una fuerza.** — Ya hemos dicho en el N.º 1 del capítulo anterior, que la fuerza es una *magnitud vectorial*. Una fuerza sólo queda, por lo tanto, perfectamente determinada si se conoce el número que la mide, es decir, su intensidad o módulo, la recta sobre la que actúa o dirección y el sentido en que actúa sobre la misma. En el caso de la figura 15, p. ej., la *intensidad* o módulo es de 5 kg., la *dirección* la del hilo y el *sentido* que indica la flecha, el que va de izquierda a derecha.

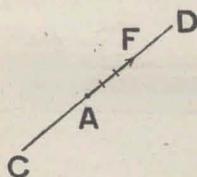


Fig. 16.

Se tira del cuerpo, esto es, se hace *tracción*. Si se empujara el cuerpo, en cuyo caso se dice que se hace *presión* sobre él, el sentido sería el *opuesto*. El punto O en que está atado el hilo y en el cual tenemos la impresión que se aplica la fuerza, se llama *punto de aplicación* de la misma.

Una fuerza se representa, pues, por un vector. En la figura 16, se ha representado una fuerza  $F$  de 3 Kgs. Los elementos que la caracterizan son:

1. PUNTO DE APLICACIÓN: A.
2. INTENSIDAD O MÓDULO: 3 Kgs.
3. DIRECCIÓN: el de la recta *CD*.
4. SENTIDO: el de la flecha.

**3. Peso.**—La fuerza que aplica un cuerpo sobre el obstáculo que impide su caída, recibe el nombre de peso.

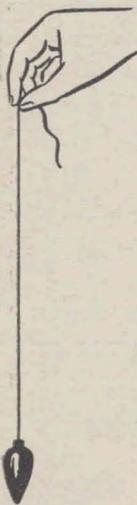


Fig. 17.

La caída es debido, como ya lo hemos expresado, a una fuerza de atracción proveniente de la tierra, que se denomina *de gravedad*. El peso de los cuerpos es una manifestación de esa fuerza.

La dirección de la fuerza de gravedad, es decir, la dirección en que caen los cuerpos en un lugar dado de la tierra está dada por la *plomada*, que consiste (fig. 17), en un hilo de cuyo extremo pende un peso. La dirección del hilo de la plomada se llama la *vertical* del lugar, y la dirección perpendicular a la misma, que está dada por *el nivel* (fig. 18), se llama *horizontal*.

Mediante delicadísimas balanzas se estudian hoy día las variaciones de la fuerza de gravedad dentro de una región dada de la tierra llegándose así a predecir la existencia de petróleo o de metales valiosos.

Puede decirse que las verticales se dirigen hacia el centro de la tierra. Las correspondientes a dos lugares terrestres diferentes

A y B, forman cierto ángulo  $\alpha$ . Este ángulo tiene el valor de  $1''$ , cuando la distancia entre A y B es, aproximadamente, de 31 metros.

La unidad de Peso es, según ya vimos, el kilogramo,

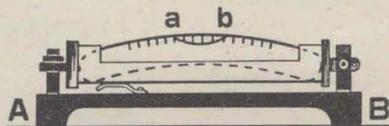


Fig. 18.

empleándose, también, como unidad en muchas medidas físicas, el gramo, que es, repitámoslo, la milésima parte del kilogramo.

El peso de un mismo cuerpo no es constante. Aumenta del Ecuador hacia los polos. Esto es debido, como se verá, a que siendo la tierra achatada en los polos o, lo que es lo mismo, abultada en el Ecuador, la fuerza de atracción se hace en éste menor a causa de que su centro queda más distante del cuerpo. También disminuye su peso, por la misma razón, si lo alejamos de la superficie de la tierra. La disminución de peso es por gramo, aproximadamente, la 0,0003 del peso total por kilómetro de altura, de modo que un peso de 1 Kg. disminuye en tres decigramos si se eleva su altura sobre el suelo en 1.000 metros.

Según veremos en su oportunidad, si el peso varía, existe, en cambio, otra magnitud mecánica invariable que es la *masa del cuerpo*.

**4. Peso específico.** — Se llama peso específico de un cuerpo, el peso de la unidad de volumen del mismo.

Como los cuerpos se dilatan con el calor, está claro que el peso específico de un cuerpo disminuye si su temperatura crece.

El peso específico se expresa, ordinariamente, en gramos por centímetro cúbico. Los valores que se dan en las

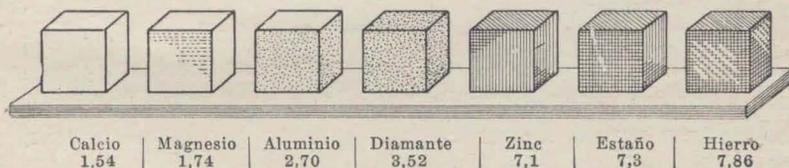


Fig. 19.

tablas corresponden a 0° centígrado, es decir, a la temperatura de fusión de hielo a la presión de una atmósfera.

En las figuras 19 se han representado catorce cubos de un centímetro de arista. Se supone que son de los cuerpos que se indican debajo, donde se dan, también, los valores de los pesos específicos. Un centímetro cúbico de platino a 0° pesa,

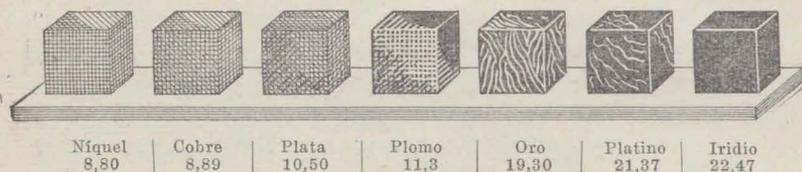


Fig. 19 b.

pues, 21,37 gramos; uno de oro, 19,3 gramos; de mercurio, 13,6 gramos; uno de agua, con gran aproximación, 1 gramo; de modo que el platino es 21,37 veces y el oro 19,3 veces más pesado que el agua.

## B. — COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

### 5. Fuerzas iguales y opuestas aplicadas a un mismo punto.

— Dos fuerzas iguales y opuestas  $F_1$  y  $F_2$ , aplicadas sobre un mismo punto  $O$  de un cuerpo (fig. 20), no producen sobre éste ningún efecto. Si estaba en reposo, p. ej., seguirá estándolo. Recíprocamente, dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$

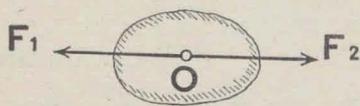


Fig. 20.

de la misma dirección y de sentidos opuestos, aplicadas a un mismo punto de un cuerpo, que no producen ningún efecto sobre éste, son iguales.

En muchos casos una de las fuerzas engendra otra fuerza igual y opuesta que la contrarresta. Por ej.: si suspendemos un cuerpo de un resorte, de una goma o simplemente de un hilo metálico (fig. 21), de grosor ade-

cuado no cae, queda suspendido, en reposo, no obstante su peso  $P$ . Que la *espiral*, la goma o el hilo metálico se alargan por la *tracción* que aplica el peso del cuerpo, es de fácil comprobación y también que por este alargamiento “nace” en el hilo una fuerza  $F$ , un estado de *tensión* que se opone a la fuerza  $P$  que lo produce. En el estado de reposo, es decir, de equilibrio, es evidente que la fuerza elástica  $F$  es igual y opuesta al peso  $P$  del cuerpo. Esta fuerza  $P$  es la *fuerza exterior*,

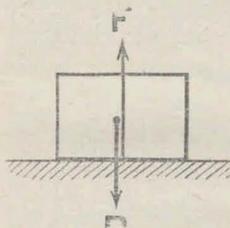


Fig. 22.

mientras que la elástica  $F$ , que ha sido engendrada por la acción de  $P$  se llama *fuerza de reacción*.

Enteramente semejante es el caso de un cuerpo que está en reposo sobre una base de sustentación (fig. 22). El peso

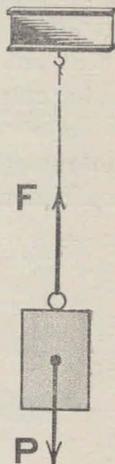


Fig. 21.

$P$  del cuerpo, que es la *fuerza exterior*, o de *acción*, deforma la base en que se apoya por lo que nace en ésta una fuerza elástica  $F$  de *reacción* que lo equilibra.

En estos dos casos la *reacción* es igual y opuesta a la *acción*.

6. La regla del paralelogramo. — Si dos fuerzas cualesquiera  $F_1$  y  $F_2$  (fig. 23), están aplicadas al mismo punto  $O$  de un cuerpo, la experiencia enseña que el efecto que producen sobre él es idéntico al que produce una fuerza cuya magnitud y dirección está dada por la diagonal  $R$  del paralelogramo construido sobre aquéllas. Esto significa tam-

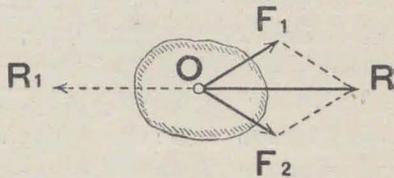


Fig. 23.

que el efecto que producen sobre él es idéntico al que produce una fuerza cuya magnitud y dirección está dada por la diagonal  $R$  del paralelogramo construido sobre aquéllas. Esto significa tam-

bién que el efecto que producirían las dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  sobre  $O$ , puede ser anulado por una fuerza  $R_1$  igual y opuesta a  $R$  aplicada en  $O$ .

*Se dice, por eso, que la resultante de dos fuerzas concurrentes,  $F_1$  y  $F_2$  es la diagonal  $R$  del paralelogramo construido sobre ellas.*

Si, como indica la figura 24, se tira de dos hilos atados en el extremo de una espiral con fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  de diferente magnitud y dirección el alargamiento que aquella experimenta es igual al que le produciría una fuerza igual

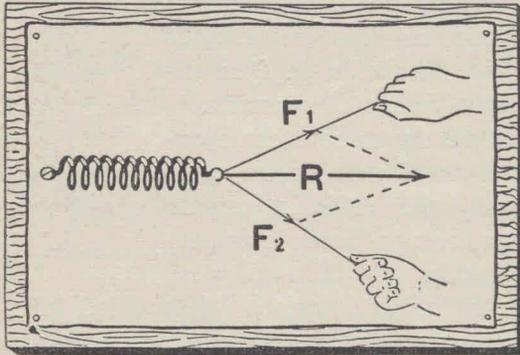


Fig. 24.

a  $R$ , diagonal del paralelogramo cuyos lados son  $F_1$  y  $F_2$ .

Aquella regla puede comprobarse experimentalmente con una instalación como la de la figura 25. Se trata de tres hilos delgados que

tienen un extremo común  $O$  y de cuyos extremos libres penden pesos  $F_1$ ,  $F_2$  y  $R$ . Dos de los hilos pasan, respectivamente, por la garganta de dos polos  $H$  que pueden girar alrededor de sus ejes con entera facilidad. Se tiene así el caso de tres fuerzas concurrentes o aplicadas en el mismo punto  $O$ , el cual tomará invariablemente, la misma posición de reposo si los pesos son siempre los mismos. Cada fuerza tiene la dirección del hilo respectivo y su intensidad está dada por el peso total que pende de su extremo.

*El reposo del punto  $O$  significa que cada una de las fuerzas anula el efecto de las otras dos, por lo que se dice*

que las equilibra. Esa anulación significa que dos cualesquiera de las tres fuerzas concurrentes en equilibrio, equivalen a una fuerza igual y opuesta a la restante.

Por lo tanto, si  $R$  equilibra al sistema formado por  $F_1$  y  $F_2$ , es porque éste equivale a una fuerza igual y opuesta a  $R$  y, precisamente, una fuerza igual a la diagonal del paralelogramo construido sobre  $F_1$  y  $F_2$  llena esas condiciones.

En la figura 25 las fuerzas tienen las intensidades 3, 4 y 5 (1). Si se las representa en escala y se construye el paralelogramo — un poco desplazado de los hilos para hacer visible el dibujo — se comprueba que su diagonal  $BD$  es vertical

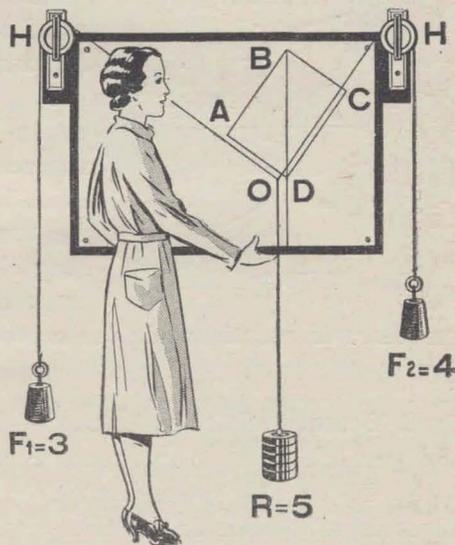


Fig. 25.

y de valor igual a 5, siendo sus lados  $DA = F_1 = 3$  y  $DC = F_2 = 4$ , de modo que es igual y opuesta a  $R$ .

En el ejemplo considerado, las direcciones de los hilos superiores deben ser perpendiculares entre sí. Esto resulta del hecho de que siendo  $BD = 5$ ,  $DA = 3$  y  $DC = AB = 4$ , se tiene

$$DB^2 = DA^2 + AB^2$$

pues

$$5^2 = 3^2 + 4^2.$$

(1) Para estos experimentos se emplean pesas iguales de 50 ó 100 gramos, y se toma como unidad una de ellas.

7. **El polígono de las fuerzas.** — De la regla del paralelogramo se deduce, en seguida, la regla para determinar la resultante de un número cualquiera de fuerzas aplicadas sobre un mismo punto, estén ellas en el mismo plano o en planos diferentes. En la figura 26 se tiene el caso de cuatro fuerzas concurrentes  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  aplicadas en un mismo punto  $O$ . Se encuentra primeramente, por la regla antes citada, la resultante  $R_1$  de  $F_1$  y  $F_2$ , luego la resultante  $R_2$  de  $R_1$  y  $F_3$  y, finalmente, la resultante  $R$  de  $R_2$  y  $F_4$ . Está claro

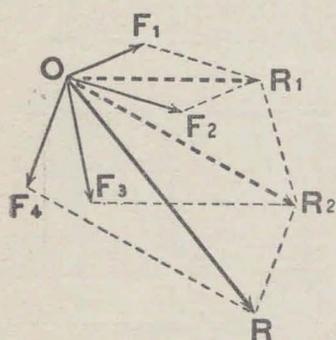


Fig. 26.

que  $R$  es la resultante de las cuatro fuerzas dadas.

8. **Descomposición de fuerzas.** — De acuerdo con la regla del paralelogramo una fuerza  $F$  aplicada en un punto  $O$  (fig. 27), puede considerarse como la resultante de dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$ , aplicadas al mismo punto y de direcciones cualquiera  $OX$  y  $OY$ . Es decir, que para descomponer una fuerza  $F$  dada en otras dos que actúen, respectivamente, según dos direcciones cualquiera,  $OX$  y  $OY$ , basta trazar por el extremo  $F$  de la misma, rectas paralelas a las direcciones dadas. Los puntos  $F_1$  y  $F_2$  donde cortan a éstas, son los extremos de las fuerzas componentes que se considerarán aplicadas en  $O$ . Las fuerzas  $OF_1$  y  $OF_2$  o, simplemente,  $F_1$  y  $F_2$ , son, pues, las componentes de la fuerza  $F$ , en las direcciones  $OX$  y  $OY$ .

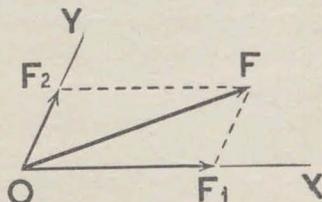


Fig. 27.

En el caso de la figura 28, que representa a una niñera empujando el cochecito de un bebé, aquélla presiona con la fuerza  $R$ ; fuerza que se puede descomponer en una componente vertical  $F_2$  perpendicularmente al piso y en una  $F_1$  paralela al mismo. La fuerza  $F_2$  apreta más el coche contra el piso; la fuerza  $F_1$  es la que lo desplaza.

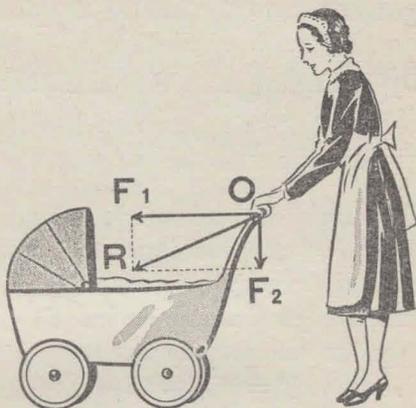


Fig. 28.

Si una lámpara está suspendida de dos hilos, (fig. 29), su peso  $R$  puede descomponerse en dos componentes  $P$  y  $Q$ , según las direcciones de los hilos. Esto

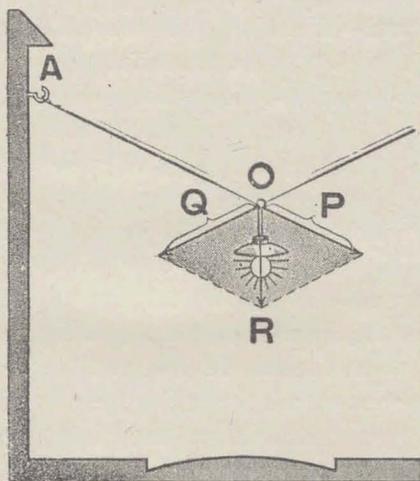


Fig. 29

significa que, realmente, los hilos son traccionados con esas fuerzas.

**9. Fuerzas aplicadas en diferentes puntos de un mismo cuerpo. — I. FUERZAS IGUALES Y OPUESTAS.**

— La experiencia enseña que dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  iguales y opuestas sobre la misma recta (fig. 30), aplicadas en puntos  $A$  y  $B$  diferentes del mismo cuerpo, se equilibran. De este hecho resulta que

como punto de aplicación de una fuerza  $F_1$  (fig. 30 a) que actúa sobre un cuerpo puede ser considerado cualquiera

de los puntos del mismo situados sobre la recta en que se encuentra la fuerza. Esto se demuestra fácilmente. Supongamos aplicadas en  $O'$  dos fuerzas  $F_1'$ ,  $F_2''$  opuestas entre sí e iguales a  $F_1$ . Con

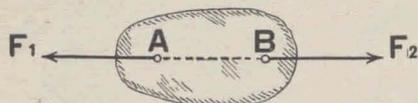


Fig. 30.

este agregado nada se cambia, puesto que estas fuerzas se anulan entre sí, pero podemos considerar

las cosas de otro modo. Por lo que precede, las fuerzas  $F_1$  y  $F_1''$  que son iguales y opuestas sobre la misma recta se equilibran y, por consiguiente, el sistema de las tres fuerzas se reduce a la fuerza  $F_1' = F_1$  aplicada en  $O'$ . Todo sucede, pues, como si hubiésemos trasladado el punto de aplicación de  $F_1$  de  $O$  a  $O'$ .

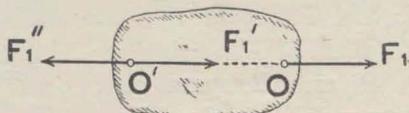


Fig. 30 a.

## II. FUERZAS CONCURRENTES. — Por lo que terminamos

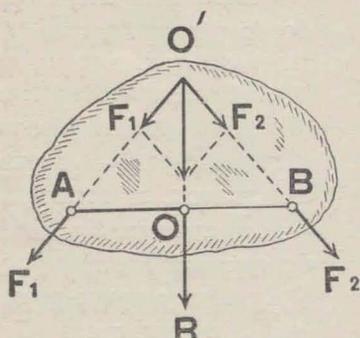


Fig. 31.

de estudiar, resulta que dos fuerzas cualesquiera,  $F_1$  y  $F_2$  (fig. 31), aplicadas en dos puntos diferentes  $A$  y  $B$  y situadas en el mismo plano se componen según la regla del paralelogramo, pues basta para ello trasladar sus puntos de aplicación al punto  $O'$ , intersección de las rectas que las contienen. Encontrada la resultante  $R$  puede trasladarse

su punto de aplicación al punto  $O$ , situado sobre la recta  $AB$ .

## III. FUERZAS PARALELAS DEL MISMO SENTIDO. — Si un cuerpo está en reposo y en dos puntos $A$ y $B$ (fig. 32), se le

aplican, respectivamente, dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$ , paralelas y del mismo sentido; para que continúe en reposo es necesario aplicar, además, una fuerza  $F$  de una intensidad igual a la suma de las intensidades de  $F_1$  y  $F_2$ , paralela a las mismas y de sentido opuesto. La fuerza  $F$  debe tener la dirección que pasa por el punto  $C$  que divide el segmento  $AB$  de recta en partes inversamente proporcionales a las fuerzas. Es decir, que

$$\frac{AC}{CB} = \frac{x}{y} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Lo que precede demuestra que la resultante de las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  es la  $R$ , igual y opuesta a  $F$ .

Los resultados que preceden pueden enunciarse de este modo: *La resultante de dos fuerzas paralelas del mismo sentido es paralela a ellas e igual a su suma; su punto de aplicación divide la línea de unión de los puntos de aplicación de aquéllas en partes inversamente proporcionales a las mismas.*

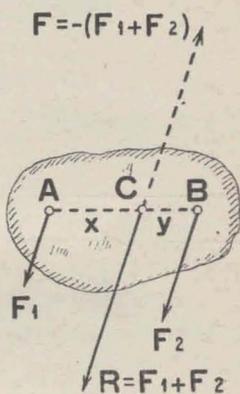


Fig. 32.

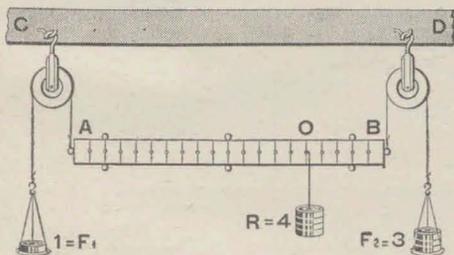


Fig. 33.

IV. COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LA REGLA DE COMPOSICIÓN DE FUERZAS PARALELAS DEL MISMO SENTIDO. — La instalación de la figura 33 permite la comprobación a que se refiere el título. Una regla  $AB$ , divi-

da en 20 partes iguales por trazos equidistantes, está suspendida de dos hilos, cada uno de los cuales pasa por la

garganta de una polea y termina con un platillo. Los platillos, los hilos y el gancho de que éstos penden, equilibran el peso de la regla, de modo que puede prescindirse de ellos y de ésta en lo que sigue.

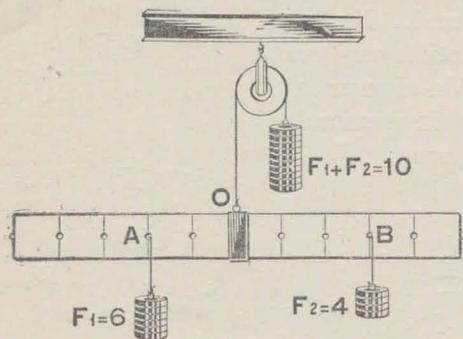


Fig. 34.

En un punto  $O$  de la regla, que dista 15 divisiones de  $A$  y 5 de  $B$ , se ha suspendido un peso igual a 4. El equilibrio se obtiene colocando en el platillo de la izquierda un peso igual a 1 y a la derecha uno igual a 3. Se tiene, como debe ser,

$$R = F_1 + F_2 \quad ; \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{AO}{BO},$$

es decir,

$$4 = 3 + 1 \quad ; \quad \frac{15}{5} = \frac{3}{1}.$$

El dispositivo se presta a la realización rápida de diferentes casos.

Lo mismo puede hacerse ostensible con la instalación que enseña la figura 34.

V. RESULTANTE DE FUERZAS PARALELAS DE SENTIDOS OPUESTOS. — Si dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  paralelas, pero de sentidos opuestos, están aplicadas en dos puntos  $A$  y  $B$  (fig. 35), respectivamente, de un cuerpo, está claro que para que esté

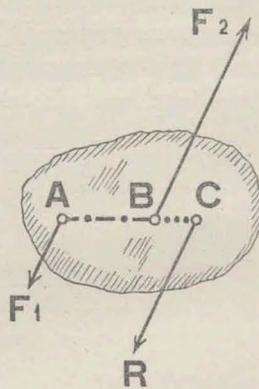


Fig. 35.

en equilibrio será menester aplicar una fuerza  $R = F_2 - F_1$ , paralela a estas últimas, y de sentido opuesto a la mayor, en un punto  $C$  tal, que sea

$$\frac{F_1}{R} = \frac{BC}{AB}$$

pues, así, de acuerdo con la regla establecida en los números anteriores, es  $F_2$  igual y opuesta a la resultante de  $F_1$  y  $R$ , y, por consiguiente, el sistema está en equilibrio.

C. — EL CENTRO DE GRAVEDAD. — EQUILIBRIO DE CUERPOS SUSPENDIDOS

10. **Centro de gravedad.** — Se puede imaginar a todo cuerpo descompuesto en elementos muy pequeños de volumen (fig. 36), sobre cada uno de los cuales obrará una fuerza de dirección vertical, que es el peso de los mismos. El sistema que así resulta está constituido por fuerzas sensiblemente paralelas entre sí, si se tiene en cuenta la pequeñez de las dimensiones de los cuerpos comunes con respecto a la del radio de la tierra. Está claro que la resultante de todas esas fuerzas es el peso del cuerpo y el punto de aplicación de esa resultante, esto es del peso, se llama el *centro de gravedad* del cuerpo.

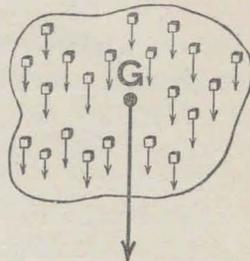


Fig. 36.



Fig. 37.

El centro de gravedad de una barra cilíndrica homogénea (fig. 37), está en su punto medio. Si está doblada

(fig. 38), el centro de gravedad está en un punto  $G$  que

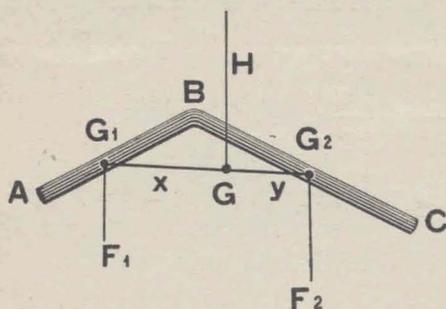


Fig. 38.

no coincide con ningún punto de ella. Ese punto se obtiene fácilmente de acuerdo con la regla del equilibrio de fuerzas paralelas, puesto que la barra puede suponerse constituida por las partes  $AB$  y  $BC$ , cada una de las cuales tiene su peso

aplicado a su respectivo centro de gravedad  $G_1$  o  $G_2$ , debiendo ser:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{y}{x} = \frac{GG_2}{GG_1}.$$

Si unimos a  $G_1$  con  $G_2$  por un hilo delgado y luego suspendemos el cuerpo de otro hilo  $H$ , de  $G$ , queda en equilibrio. El hilo  $H$  soportará una tracción igual a  $F_1 + F_2$ .

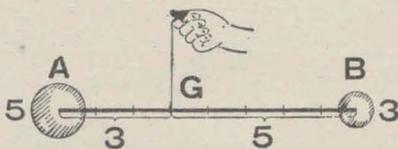


Fig. 39.

De modo análogo se encuentra el centro de gravedad de dos esferas unidas por una delgada barra de hierro cuyo peso se considera (fig. 39) aplicado en el centro de las mismas.

**11. Equilibrio de un cuerpo suspendido. Equilibrio estable, inestable e indiferente.** — Supongamos que se tiene un cuerpo suspendido (fig. 40), en la posición que enseña el dibujo. Se puede descomponer su peso  $P$  en dos componentes: una  $N$  de dirección  $OG'$ , que pasa por un punto  $O$  del eje de suspensión, y otra  $F$  de dirección normal a la anterior.

La primera fuerza, esto es, la  $N$ , tracciona del eje de suspensión y es equilibrada por la *reacción* de éste; la otra, la  $F$ , hace mover el cuerpo. Está claro que éste sólo podrá

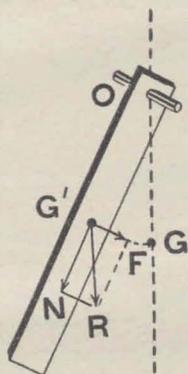


Fig. 40.

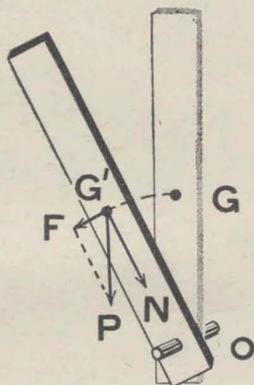


Fig. 41.

estar indefinidamente en reposo en una posición para la cual la fuerza  $F$  es nula, lo que sucede cuando su centro de gravedad está sobre la vertical que pasa por  $O$ . Esto puede suceder de dos maneras diferentes: estando  $G$  debajo de  $O$ , como en este caso, o arriba como enseña la figura 41. En la primera, si se aparta el cuerpo de la posición de equilibrio, la fuerza  $F$  que “nace” tiende a restituirle aquella posición, por lo que se dice que *el equilibrio es estable*, mientras que en la segunda la fuerza  $F$  lo aleja más y más de esa posición, lo que se expresa diciendo que *el equilibrio es inestable*.

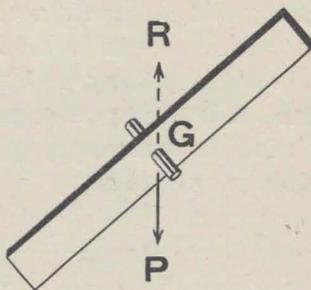


Fig. 42.

Cuando el eje de suspensión pasa por el centro de gravedad del cuerpo (fig. 42), éste está en equilibrio en cualquier posición. El equilibrio es *indiferente*.

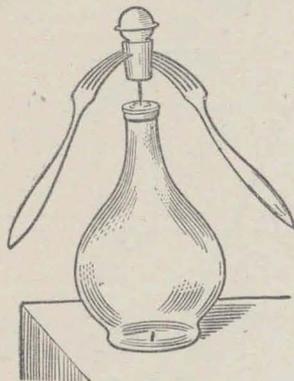


Fig. 43.

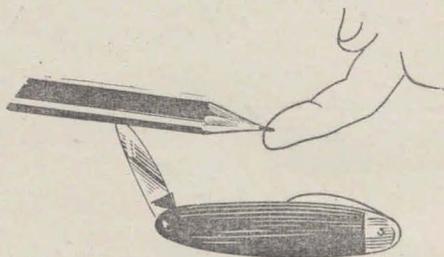


Fig. 44.

primero el centro de gravedad del sistema formado por los dos tenedores, el tapón y la punta no coincide con ningún punto material del sistema. En ambos el centro de gravedad que está, en la posición de reposo, sobre la vertical que pasa por los puntos de suspensión está relativamente lejos de éste hacia abajo; lo que hace más seguro el equilibrio. Ya veremos lo que esto quiere decir.

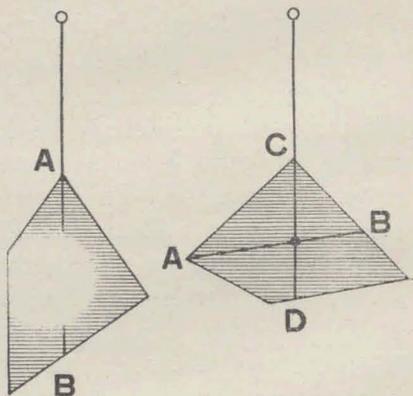


Fig. 45.

## 12. Determinación experimental del centro de gravedad. —

Si suspendemos un cuerpo de forma cualquiera (fig. 45), de un punto A mediante un hilo, en la posición de equilibrio estable, tendrá su centro de gra-

vedad sobre la vertical que pasa por  $A$ . La vertical es la del mismo hilo que, si es suficientemente largo y lleva un peso en su extremo, señala en el cuerpo la dirección  $AB$  de aquella línea, que puede marcarse sobre el mismo. Si se hace análoga operación suspendiendo al cuerpo de otro punto  $C$ , se obtiene otra dirección  $CD$  que contiene al punto que buscamos. El *centro de gravedad*  $C$  del cuerpo estará, pues, en la intersección de las líneas  $AB$  y  $CD$ .

13. Equilibrio de un cuerpo apoyado. — Si se tiene un

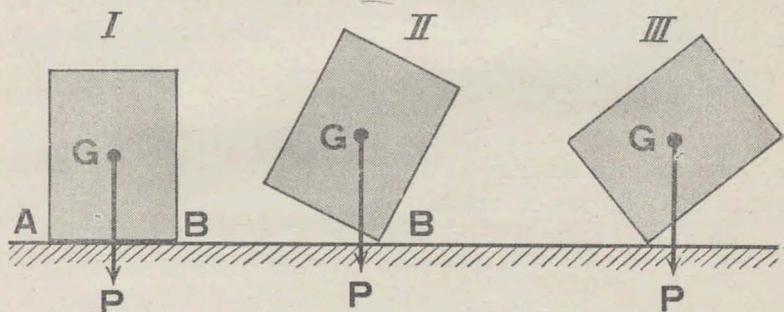


Fig. 46.

cuerpo apoyado (fig. 46)), tal como indica la I, está en

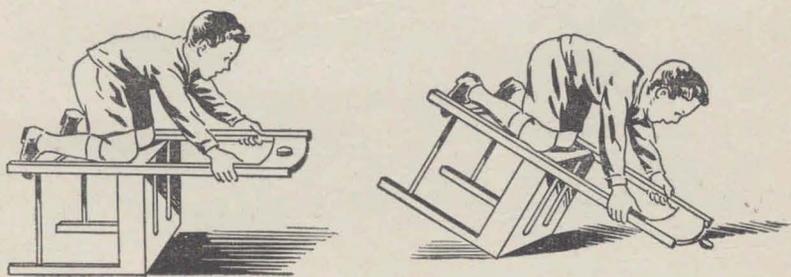


Fig. 47.

equilibrio estable. Si se lo gira en torno de un eje que pase por  $B$ , mientras que la vertical que pasa por el cen-

tro de gravedad, en cuya dirección obra el peso  $P$ , caiga dentro de la base de sustentación, tal como en la posición *II* el cuerpo, bajo la acción del propio peso, recuperará la posición que tenía al principio. Si, en cambio, aquella vertical cae fuera de esa base, como en la posición *III*, por

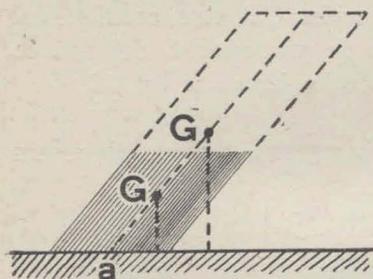


Fig. 48.

obra misma del peso, el cuerpo caerá hacia la derecha.

Si una persona, un niño, p. ej., situado sobre una silla en la posición que enseña la figura 47, quiere alcanzar con la boca una moneda situada sobre el respaldo, caerá, sin lograrlo, por cuanto el centro de gravedad del

sistema total constituido por su cuerpo y la silla cae fuera de la base de sustentación.

El cilindro de la figura 48 se mantiene en equilibrio

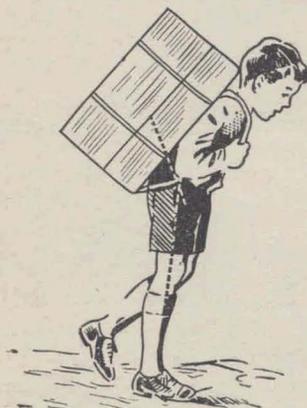


Fig. 49.



Fig. 49 a.

mientras está formado por la parte inferior solamente. Si se le superpone la otra parte, el cuerpo cae.

Por la misma razón, para guardar el equilibrio, si llevamos una carga en la espalda, nos inclinamos hacia adelante (fig. 49), y si es en la mano donde la llevamos, nos inclinamos hacia el otro lado (fig. 49 a). De ese modo logramos que la vertical que pasa por el centro de gravedad del sistema que constituye el cuerpo y la carga, caiga dentro de la base de sustentación que determinan nuestros pies.

Si por la inclinación del suelo la vertical que pasa por el centro de gravedad de un sistema constituido por un carrito y un niño que marcha en él cae fuera de la base de sustentación (fig. 50), el carrito se da vuelta.



Fig. 50.

#### D. — EL MOMENTO DE LAS FUERZAS. EQUILIBRIO DE LA PALANCA

##### 14. Momento de una fuerza. Ley de equilibrio de la palanca.

— La instalación de la figura 34, que se refiere al equilibrio de fuerzas paralelas, puede disponerse de otro modo enteramente equivalente. En lugar de suspender la barra de un hilo se la puede dotar de un eje, como enseña la figura 51, donde se la ha dibujado esquemáticamente. Supondremos que el eje es fijo. Se tiene así una *palanca*, entendiéndose como tal a una barra rígida que puede girar alrededor de un eje o *punto* fijo que se llama punto de apoyo. Puesto que las fuerzas son las de antes y lo mismo las distancias, el sistema seguirá estando en equili-

brío. La fuerza que debía soportar el hilo en la instalación de la figura 34, que es igual a  $F_1 + F_2 = 10$ , debe soportarla ahora el eje que se ha colocado. El eje debe ser capaz de *reaccionar* con un fuerza  $R = F_1 + F_2$ . Debe ser también, según ya sabemos,

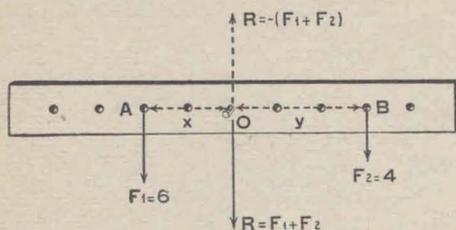


Fig. 51.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{y}{x}$$

o, lo que es lo mismo,

$$F_1 \cdot x = F_2 \cdot y$$

Observemos que  $x$  e  $y$  son, respectivamente, las distancias del punto  $O$ , por donde pasa el eje, a las fuerzas. Se llaman *brazos* de la palanca. Los miembros de la última expresión son los productos de las fuerzas por sus respectivas distancias al eje de giración. A productos semejantes se les da el nombre de *momentos*.

Repitémoslo presentando la definición bajo un aspecto más general. Se llama *momento de una fuerza  $F$  con respecto a un punto  $O$* , (fig.

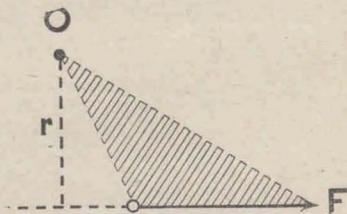


Fig. 52.

52), al producto de su intensidad por su distancia  $r$  al punto.

En la palanca, pues, que representa la figura 51, los momentos de las fuerzas son iguales. Como los momentos  $F_1 \cdot x$  y  $F_2 \cdot y$  tienden a hacer girar la palanca en sentidos opuestos, se dice que son iguales y de signos contrarios.

Hagamos resaltar que en el equilibrio de la palanca se cumplen dos condiciones:

1. QUE LA REACCIÓN  $R$  DEL EJE ES IGUAL Y OPUESTA A LA RESULTANTE DE LAS FUERZAS  $F_1$  Y  $F_2$ . ES DECIR, QUE LAS TRES FUERZAS QUE OBRAN, QUE SON  $F_1$ ,  $F_2$  Y  $R$ , SE ANULAN, POR LO QUE SE DICE QUE SU SUMA ES CERO.

2. QUE LOS MOMENTOS DE LAS FUERZAS  $F_1$  Y  $F_2$  SON IGUALES Y DE SENTIDO OPUESTO, DE MODO QUE SU SUMA ES TAMBIÉN CERO.

En la palanca tenemos un medio para multiplicar la fuerza. Un cuerpo  $C$  de mucho peso (fig. 53), puede ser fácilmente movido por un solo hombre mediante ese instrumento. El punto de apoyo está en  $O$ ; la fuerza que aplica el hombre, que es el que ejerce la acción,

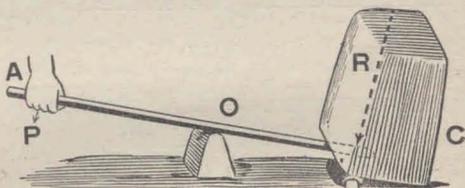


Fig. 53.

por lo que esa fuerza se llama *potencia*, es  $P$ . La fuerza que opone el cuerpo a ser movido, por lo que se llama la *resistencia*, es  $R$ . El brazo de palanca de la potencia es  $OA$  y el de la resistencia es  $OB$ . Se tiene:

$$P \cdot \overline{OA} = R \cdot \overline{OB}$$

Si  $OB$  es diez veces menor que  $\overline{OA}$  con una potencia de 50 Kgs. se aplica al cuerpo una fuerza de 500 Kgs. Con un “cortafierro” se levanta, sin mayores

dificultades, la tapa de un cajón (fig. 54), venciendo la resistencia de los clavos.

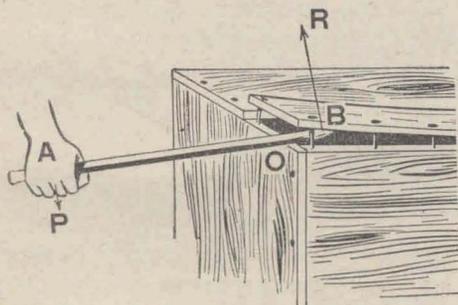


Fig. 54.

Un vagón de ferrocarril es movido también con relativa facilidad (fig. 55), con una palanca.

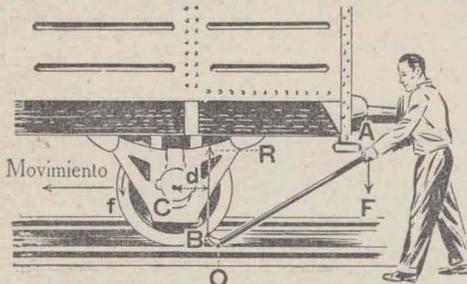


Fig. 55.

El eje en torno del cual giran las hojas, pasa por el *punto de apoyo*  $O$ . La mano aplica la potencia  $P$ ; la resistencia  $R$  el cordón que se corta.

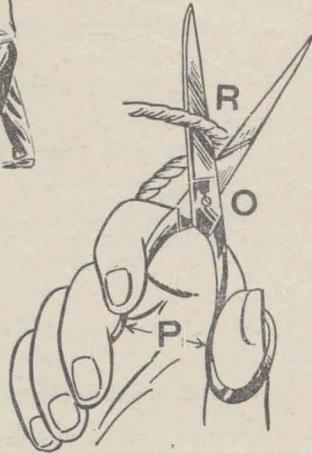


Fig. 56.

Otra aplicación muy útil de la ley de la palanca lo constituye la llamada balanza romana, que está representada en la figura 57, que no requiere mayores explicaciones, con la cual se

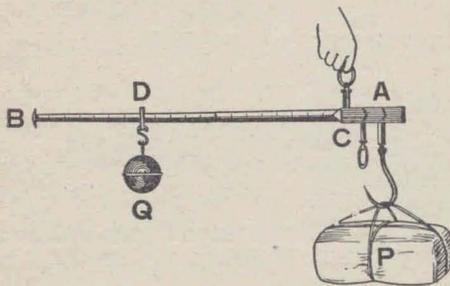


Fig. 57.

pesan, fácilmente, las reses en el mercado. Tiene, por lo común, más de un gancho de suspensión de la carga, de modo que puede operarse con *brazos de la resistencia* diferentes, lo que da a la balanza diversos alcances.

En los casos que hemos considerado, el punto de apoyo se encuentra entre la potencia y la resistencia. Palancas

con esas características se llaman de primer género.

### 15. Generalización de la ley de equilibrio de la palanca.

— Nosotros hemos encontrado las leyes de equilibrio actuando dos fuerzas, una de cada lado del punto

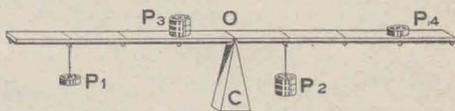


Fig. 58.

de apoyo. La instalación de la figura 58, que se presta mucho para los experimentos, hace ostensible que esas leyes siguen valiendo aun cuando se trate de más fuerzas.

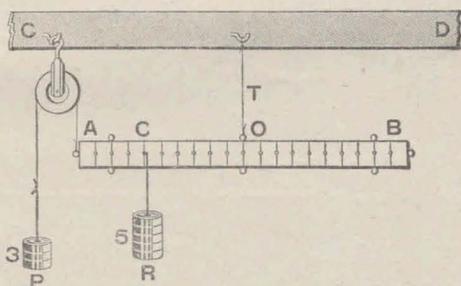


Fig. 59.

$P_1$  y  $P_2$  se equilibran entre sí y lo mismo  $P_3$  y  $P_4$ . El soporte debe reaccionar en O con una fuerza igual a la resultante de esas cuatro fuerzas que es paralela a ellas e igual a su suma y la suma de los momentos de las mismas con respecto a O es también cero.

En la instalación de la figura 59, el hilo que está atado en el punto O de la barra soporta una tensión  $T$ , de acuerdo con la ley de equilibrio de las fuerzas paralelas, dada por las expresiones

$$P + T = R$$

$$T \cdot \overline{OC} = P \cdot \overline{AC}$$

La barra  $AB$  puede girar en torno del punto  $O$  que es, a los efectos de la rotación, fijo, de suerte que *constituye una palanca*. Este caso es idéntico al que representa

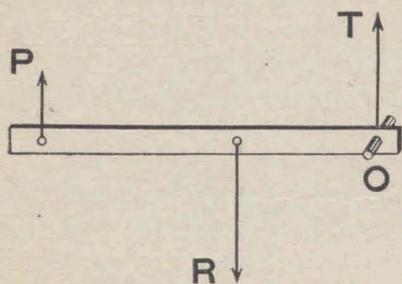


Fig. 60.

la figura 60, donde la barra gira alrededor de un eje que pasa por  $O$ . La fuerza  $T$  es la *reacción* del eje.

Si en la segunda expresión de más arriba introducimos el valor de  $T$  que es  $R - P$ , se tiene

$$(R - P) \cdot \overline{OC} \doteq P \cdot \overline{AC}$$

o

$$R \cdot \overline{OC} = P(\overline{AC} + \overline{OC})$$

es decir, que

$$R \cdot \overline{OC} = P \cdot \overline{AO}$$

de modo que los momentos de la resistencia  $R$  y de la potencia  $P$ , con respecto al punto de apoyo  $O$ , son aquí también iguales y de sentido contrario.

Este caso se presenta en el cascanueces y en la válvula de seguridad que tienen las calderas (fig. 61). La fuerza  $R$ , proveniente de la presión del vapor, se aplica en  $A$ . Su brazo de palanca es  $OA$ . La potencia es el peso  $P$  y su brazo  $OB$ . La válvula permanece cerrada mientras es

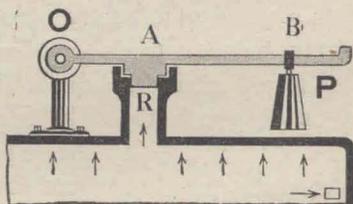


Fig. 61.

$$P \times OB \approx R \times OA.$$

Está claro que si la barra no es recta, como sucede en el caso de la figura 62, valen, para el estado de equilibrio,

las mismas reglas enunciadas más arriba. El eje que pasa por el punto fijo  $O$  reacciona con una fuerza igual y opuesta a la resultante de  $F_1$  y  $F_2$  y, además, debe ser

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Las distancias  $r_1$  y  $r_2$  son aquí los *brazos de la palanca*. Lo mismo sucede si las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  (fig. 63), no son

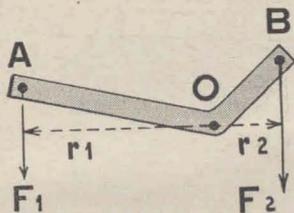


Fig. 62.

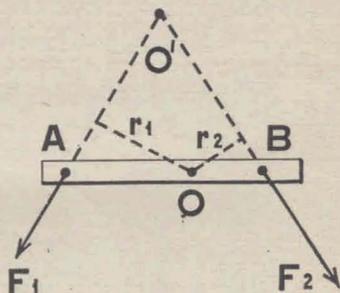


Fig. 63.

paralelas. Cuando el sistema está en equilibrio, la reacción del eje que pasa por  $O$  es igual y opuesta a la resultante de  $F_1$  y  $F_2$  que es la diagonal del paralelogramo construido sobre las mismas. Su dirección es, evidentemente, la que pasa por  $O$  y  $O'$ . Debe cumplirse, también, la condición.

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2.$$

**16. El equilibrio del cuerpo suspendido.**  
— Ya nos hemos ocupado de esta cuestión en el N.º 11 de este mismo capítulo. Volvemos sobre ella para hacer resaltar el papel del momento de la fuerza actuante, que es el peso.

Si se tiene un cuerpo suspendido (fig. 64), el momento del peso  $P$  es  $P \cdot r$ , el cual se anula para la posición de



Fig. 64.

equilibrio. Es fácil ver que cuanto mayor sea la distancia de  $G$  a  $O$ , y cuanto mayor sea el peso  $P$ , tanto mayor será el momento  $P \cdot r$  para el mismo ángulo de desviación  $\alpha$ . Esto puede hacerse notorio gráficamente.

17. La balanza. — I. DESCRIPCIÓN. — Por medio de la balanza pueden compararse los pesos de los cuerpos. Las balanzas de precisión consisten (figs. 65, 66 y 67), en una

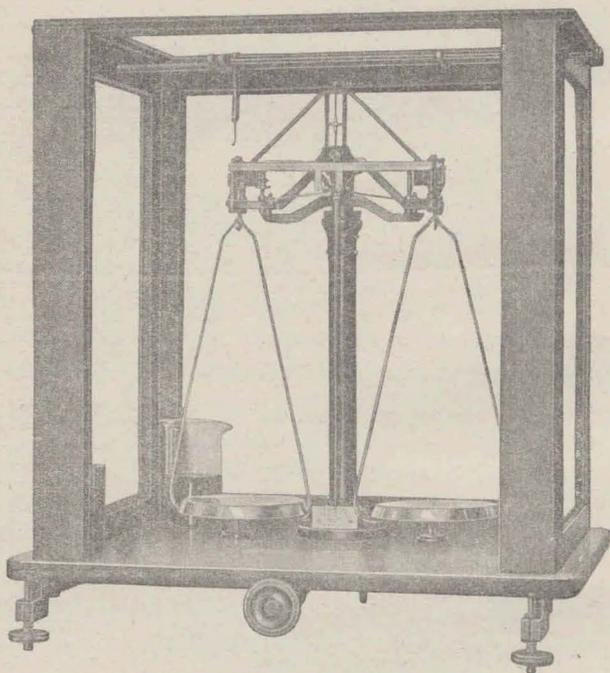


Fig. 65.

palanca de primer género denominada *cruz*, girable alrededor de su punto medio y que soporta en sus extremos, por una suspensión apropiada, los platillos en que han de colocarse, el cuerpo y las pesas.

A fin de obtener una rigidez conveniente, es decir, para disminuir en lo posible las flexiones elásticas, sin aumentar demasiado su peso, lo que sería inconveniente, la cruz se construye, en general, calando una pieza continua por cortes que determinan tramos rectos de sección rectangular, los cuales se continúan así, unos en otros, sin soldaduras de ninguna especie (fig. 66); se distribuyen de ese modo las tensiones en forma conveniente.

La cruz (fig. 66), lleva tres prismas de ágata, de aristas horizontales muy vivas; el del medio con una arista hacia abajo y los otros dos con una arista hacia arriba. La arista del prisma central descansa sobre un plano horizontal de ágata, situado en la parte superior de una columna metálica que sirve de soporte a toda la suspensión; el roce no se hace sentir así mayormente en la giración de la palanca.

La suspensión de los platillos consta de dos partes: *la horquilla* y *el platillo*. La horquilla lleva una placa de ágata cuyo plano horizontal mira hacia abajo, apoyándose sobre la arista del prisma del extremo de la cruz. El platillo puede girar con respecto a la horquilla alrededor de un eje situado en un plano perpendicular al plano en que gira la horquilla alrededor de la arista en que se apoya. El platillo tiene así la posibilidad de girar alrededor de dos ejes de dirección ortogonal, de tal manera que cualquiera que sea la posición de la carga sobre el plato, éste se orienta de tal modo que el centro de gravedad de toda la suspensión (cuerpo, plato, horquilla), se encuentre sobre la vertical que pasa por la arista del prisma. La longitud del brazo correspondiente al peso total de la suspensión con la carga no dependerá así de la posición de la carga sobre el platillo.

La cruz lleva también un índice vertical terminado en punta, que permite acusar sus desviaciones sobre una pequeña escala horizontal que lleva la columna en su parte

inferior; y en la parte superior una reglilla dividida sobre la cual puede desplazarse una pequeña pesa (caballete) que, por lo general, tiene un peso de un centígramo. Colocada esta pesa en la división 10 de la reglilla es como si se hubiera agregado en el platillo del mismo lado el peso de un centígramo; pero si dicha pesa se coloca en la división uno equivaldrá a una carga de un milígramo colocada en el platillo, si en las tres a tres miligramos, etc.

La caja de la balanza está provista de tornillos que per-

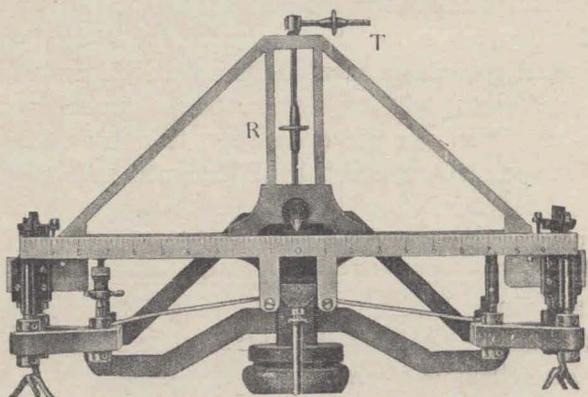


Fig. 66

miten, utilizando un nivel de aire, *nivelar la balanza*; el índice pasará así, aproximadamente, por la división media de la escala.

II. EXACTITUD Y SENSIBILIDAD. — Las condiciones de exactitud de una balanza son:

A. *Que sus brazos sean exactamente iguales.* Esto sucede si la distancia de las aristas de los prismas de los extremos de la cruz a la arista del prisma central son iguales. Si esta condición se cumple cargando los platillos con pesas iguales la cruz debe quedar tan horizontal como cuando los platillos están descargados. Mediante el

tornillo *T* que se ve arriba de la cruz, puede corregirse cualquier apartamiento de esta condición.

B. *Que el equilibrio de la balanza sea estable.* De acuerdo con la regla del equilibrio de un cuerpo suspendido, para que esa condición se satisfaga es necesario que el centro de gravedad de la cruz (fig. 66), esté situado por debajo del punto de suspensión. Se trata, en realidad, no de un punto sino de un eje, pues la cruz gira alrededor de la línea de contacto de la arista del prisma central de ágata con una placa del mismo cuerpo. Por desplazamiento del tornillo *R* puede desplazarse verticalmente el centro de gravedad de la cruz, lo que permite satisfacer esa condición.

Decimos que una balanza es *sensible* cuando pequeños excesos de pesos en uno de los platillos originan desviaciones perfectamente perceptibles de la aguja del fiel sobre la escala.

Se llama *sensibilidad* de una balanza para una carga dada al número de divisiones de la escala en que se desplaza el fiel, si se agrega en uno de los platillos, 1 gramo, 1 centigramo o 1 miligramo. En las balanzas de precisión como la de la fig. 67, hay que operar con 1 miligramo. Una balanza así acusa una desviación ya para la quinta parte de un miligramo.

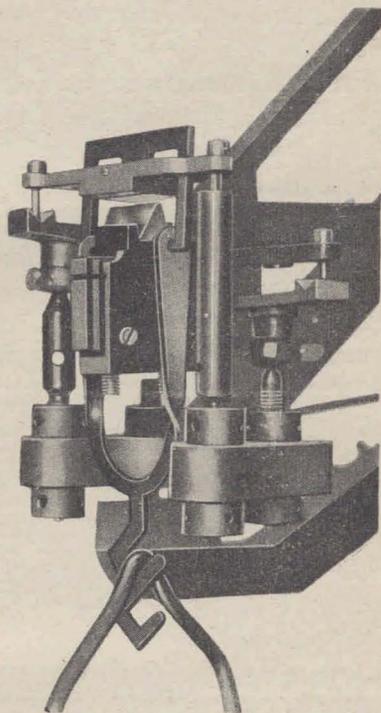


Fig. 67.

La sensibilidad es tanto mayor cuanto menor es la distancia que existe entre el centro de gravedad de la cruz y su eje de giración (véase el N.º 16), y cuanto menor es la longitud de los brazos y el peso total de la cruz. La afirmación que se hace en muchos textos de que la sensibilidad es tanto mayor cuanto mayor es la longitud de los brazos es la consecuencia de un estudio deficiente. Obsérvese, por otra parte, que las balanzas modernas de precisión son de brazos muy cortos.

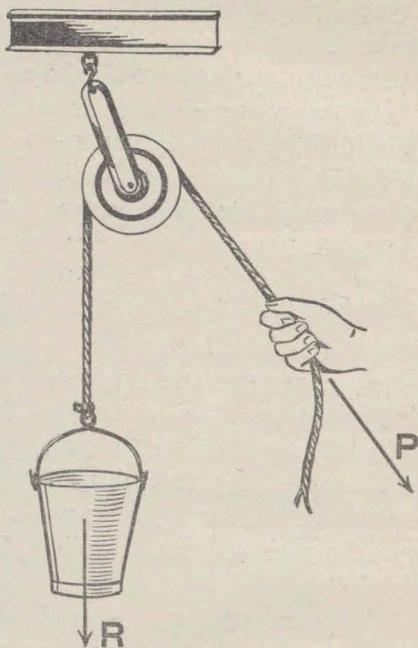


Fig. 68 a.

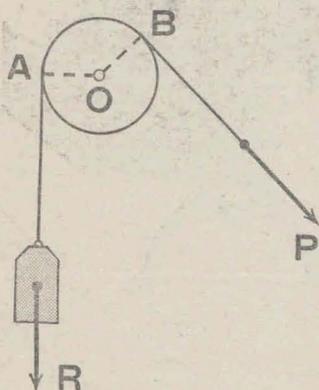


Fig. 68 b.

E. — EL EQUILIBRIO EN ALGUNAS OTRAS MÁQUINAS SIMPLES. — NOCIÓN DE CUPLA. — PRINCIPIO DE LA IGUALDAD DE LA ACCIÓN Y DE LA REACCIÓN.

### 18. Equilibrio de la polea fija.

— Un disco circular de periferia acanalada que puede girar con entera facilidad alrededor de un eje horizontal situado normalmente en su punto medio se designa con el nombre de polea siendo su uso muy frecuente en instalaciones de

toda índole (figs. 68 *a* y 68 *b*). Cuando el eje de giración no puede desplazarse se dice que la polea es fija; cuando sucede lo contrario, que es móvil.

En el caso de la figura todo sucede como si la *resistencia*  $R$  estuviese aplicada en  $A$  y la potencia  $P$  en  $B$  (fig. 68 *b*), de modo que en estado de equilibrio el eje  $O$  debe ser capaz de reaccionar con una fuerza igual y contraria a la resultante de  $P$  y  $R$ , que se obtiene por la regla del paralelogramo y los momentos de estas fuerzas con respecto al eje  $O$  de giración deben ser iguales. Como los brazos  $OA$  y  $OB$  son iguales deben serlo también las fuerzas, es decir que

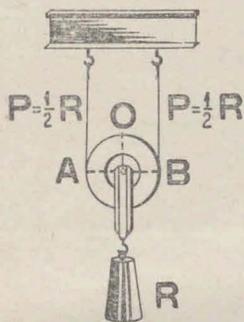


Fig. 69.

$$P = R.$$

Empleando una polea fija no se “ahorra”, pues, fuerza; lo que se logra es cambiar el sentido de acción de la fuerza proporcionándose mayor comodidad.

**19. Equilibrio de la polea móvil. Trocta. Aparejo.** — Si la polea (fig. 69), está suspendida de dos hilos paralelos e indicamos con  $R$  el peso total de la carga y del material de aquella, cada hilo tiene que soportar la acción

de una fuerza  $P = \frac{1}{2} R$ , pues los hilos

no solamente son paralelos a la fuerza  $R$  sino que están colocados simétricamente a uno y otro lado ya que se tiene  $AO = OB$ . Si se fija únicamente uno de los extremos del hilo, será necesario, para mantener el equilibrio, aplicar en el otro extremo una fuerza igual a  $\frac{1}{2} R$ . Eso es lo que sucede en la instalación de la

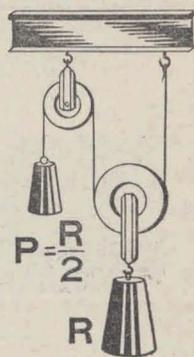


Fig. 70.

fig. 70, que consta de una polea móvil y de una fija. En una instalación como la representada en la fig. 71 que se designa con el nombre de *trocla*, el equilibrio se produce cuando se cumple la igualdad

$$P = \frac{R}{2^n},$$

donde  $n$  es el número de poleas móviles. En el caso de la figura se tiene  $n = 3$  y, por consiguiente,

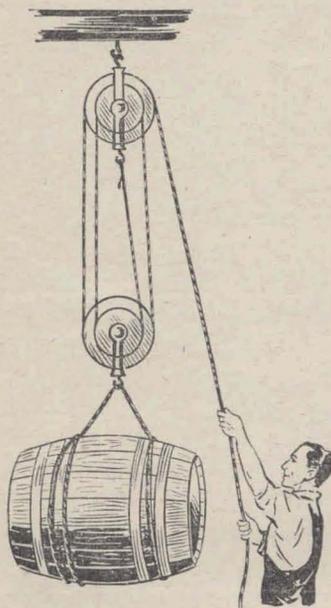


Fig. 72.

esta última tensión. La instalación de la fig. 72 en la cual el número  $n$  de poleas móviles es igual al de poleas fijas recibe el nombre de *aparejo*. La fuerza se reparte

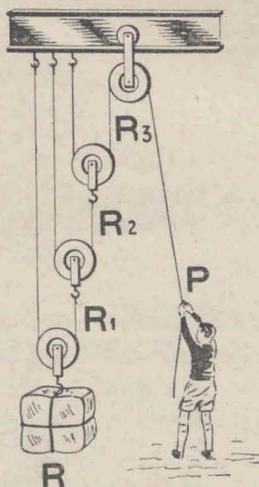


Fig. 71.

$$P = \frac{R}{2^3} = \frac{R}{8}.$$

En efecto en el hilo  $R_1$  sólo hay que aplicar una fuerza igual a la mitad de  $R$ ; en el hilo  $R_2$ , la mitad de la tracción en  $R_1$ , es decir, la cuarta parte de  $R$ ; en el  $R_3$ , la mitad de la tensión de  $R_2$ , esto es, la octava parte de  $R$ . Como la polea restante es fija,  $P$  es igual a

en un número de cordones igual al doble del número total de poleas que es  $2n$ . Se tendrá, por consiguiente, para el estado de equilibrio.

$$P = \frac{R}{2n}$$

20. **Equilibrio del torno.** — El torno consiste (fig. 73), en un cilindro, comúnmente de madera, provisto de un eje que coincide con el de la figura y que se hace girar en cojinetes

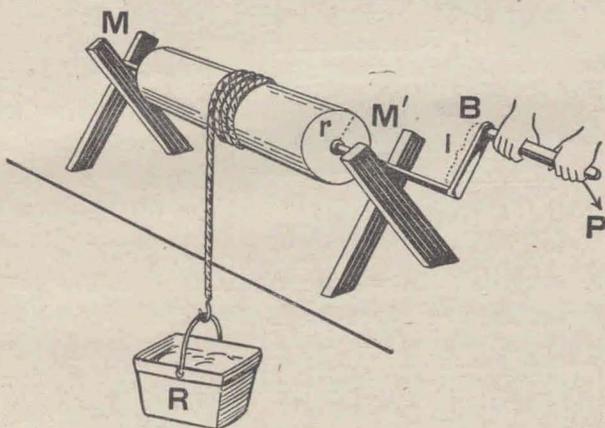


Fig. 73.

que llevan los montantes  $MM'$ , por la acción de una fuerza aplicada en el manubrio del brazo  $B$ . Una cuerda fija por uno de sus extremos en el torno, sostiene, en el otro, el cuerpo que se desea desplazar, esto es, la resistencia  $R$ . Por la giración del manubrio, el cuerpo sube a medida que la cuerda se va arrollando.

La condición de equilibrio se obtiene aplicando la regla de los momentos. Si se indica con  $P$  la potencia, con  $l$  el largo del brazo  $B$  y con  $r$  el radio del cilindro, debe ser

$$P \cdot l = Rr$$

o

$$\frac{P}{R} = \frac{r}{l}$$

es decir: *la potencia es a la resistencia como el radio del cilindro es a la longitud del manubrio.*

21. **Equilibrio en el plano inclinado.**— Un plano rígido que forma con otro horizontal un ángulo agudo recibe el nombre de *plano inclinado*.

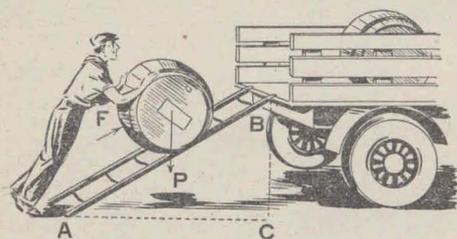


Fig. 74.

La tabla inclinada AB de la fig. 74 y la rampa de la fig. 75 constituyen planos inclinados. Gráficamente se representa por la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

La longitud  $AB = l$  de aquélla se llama *longitud* del plano inclinado y al cateto  $BC = a$  *altura* del mismo.

Supongamos que sobre un plano inclinado (fig. 75), se encuentra un cuerpo que puede moverse sobre él con entera facilidad, lo que significa suponer que el roce o frotamiento es nulo. El cuerpo, abandonado a sí mismo se desliza sobre el plano hacia abajo.

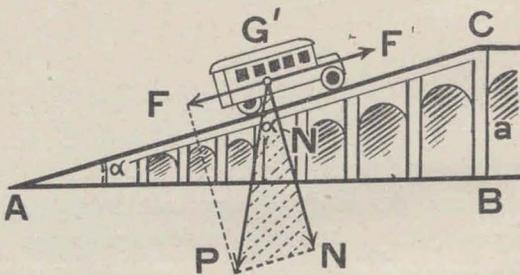


Fig. 75.

Para comprender lo que sucede descompongamos el peso  $P$  del cuerpo en dos componentes: una  $F$  paralela al plano y la otra  $N$  normal al mismo. La fuerza que hace caer al

cuerpo es  $F$ ; la otra componente del peso  $N$ , es la que apreta al cuerpo contra el plano y es anulada por una reacción de éste igual y de sentido contrario.

Para que el cuerpo quede en reposo sobre el plano, es necesario aplicar sobre él una fuerza  $F'$  igual y opuesta

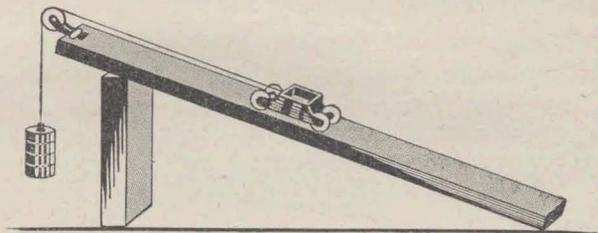


Fig. 76.

a  $F$ . La magnitud de esta resulta de la semejanza de los triángulos  $ABC$  y  $GPN$ , pues se tiene

$$\frac{F}{P} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{l}.$$

Si el cuerpo fuese un vehículo cargado, por ejemplo, el motor o los caballos tendrían que hacer una fuerza por lo menos igual a  $F$ . Esta sería la potencia y el peso  $P$  la resistencia. La condición de equilibrio del plano inclinado puede, entonces, enunciarse así: *la potencia es a la resistencia como la altura es a la longitud*. Esa

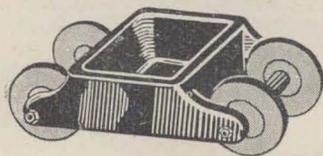


Fig. 76 a.

ley de equilibrio puede comprobarse experimentalmente mediante una instalación como la que enseña la fig. 76.

F. — PAR DE FUERZAS O CUPLA. — PRINCIPIO DE LA IGUALDAD DE LA ACCIÓN Y DE LA REACCIÓN

22. Par de fuerzas. — Dos fuerzas paralelas, iguales y de sentido contrario aplicadas a dos puntos  $A$  y  $B$  (figu-

ra 77) de un cuerpo rígido recibe el nombre de *par de fuerzas* o *cupla*. Cuando accionamos sobre una prensa aplicamos un par de fuerzas. .

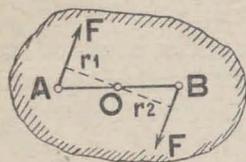


Fig. 77.

Si dos obreros están haciendo una perforación con el dispositivo que se ve en la fig. 78, y hacen fuerzas iguales, se tiene, también, el caso a que nos acabamos de referir.

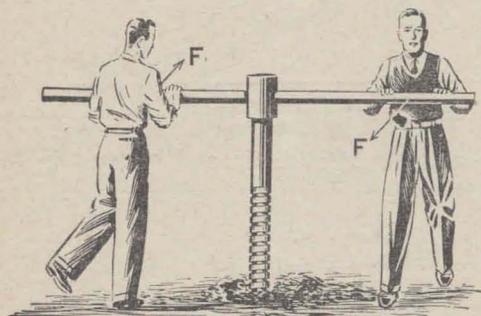


Fig. 78.

En una palanca (fig. 79), el punto de apoyo  $O$  debe reaccionar con una

fuerza igual y opuesta a la resultante de  $P$  y  $R$ , que las suponemos paralelas, según ya lo hicimos notar. Esa reacción está aplicada en  $O$ , es paralela a las fuerzas dadas y de inten-

sidad  $P + R$ . En la figura las dibujamos  $-P$  y  $-R$  donde los signos menos indican que son de sentido opuesto a las fuerzas dadas. Las fuerzas  $P$ ,  $R$ ,  $-P$  y  $-R$  se equilibran. Ese sistema consiste en realidad, en dos pares de fuerzas que son: uno el formado por las dos fuerzas  $P$  aplicadas en  $A$  y  $O$  y el otro el constituido por las  $R$  aplicadas en  $O$  y  $B$ .

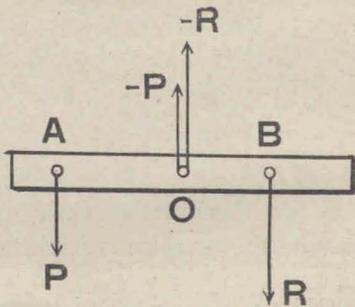


Fig. 79.

Un par de fuerzas no puede reducirse a otro sistema más sencillo, pues constituye, por sí un sistema simple.

Si suponemos que en el punto  $O$  del cuerpo (fig. 77) existe un eje, el momento de las fuerzas del par con respecto a ese punto es  $Fr_1 + Fr_2 = F \cdot r$ , si  $r = r_1 + r_2$  es la distancia entre las fuerzas. Esta distancia se llama brazo del par de fuerzas. Es fácil demostrar que cualquiera que sea el punto  $O$ , la suma de los momentos de  $F$  tiene el mismo valor  $F \cdot r$ . Por eso se dice que  $F \cdot r$  es el momento de la cupla.

### 23. Principio de la igualdad de la acción y de la reacción.

— En el número 5 del apartado B de este capítulo introducimos, por primera vez, las fuerzas de reacción y establecimos el principio que la *reacción* era igual y opuesta a la *acción*.

Luego aplicamos ese principio en los números 11, 13, 14 y 19.

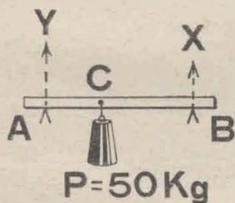
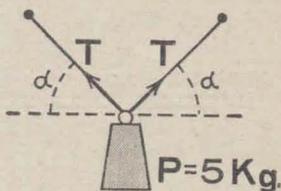
## PROBLEMAS

1. Un peso de 5 Kgs. pende de dos cables (fig. 80), que forman con la horizontal ángulos de  $30^\circ$ . ¿Qué tensión  $T$  soportan los cables?

Resultado:  $T = 5$  Kgs.

2. El mismo problema anterior suponiendo que el ángulo que forman los cables con la horizontal es de  $60^\circ$ .

Resultado  $T = 5 : \sqrt{3}$ .



3. Determinar gráficamente esa tensión cuando aquel ángulo es de  $10^\circ$ .

4. Una barra rígida (fig. 81), cuyo peso supondremos nulo, se apoya en dos soportes A y B que están a la distancia de 2 metros. A los 0,80 metros de A pende de la barra una carga  $P$  de 50 Kgs. ¿Cuáles son las intensidades de las fuerzas de reacción  $X$  e  $Y$  de los apoyos?

Resultado:  $X = 20$  Kgs.;  $Y = 30$  Kgs.

5. Dos jóvenes llevan, mediante una barra (fig. 81 a), una

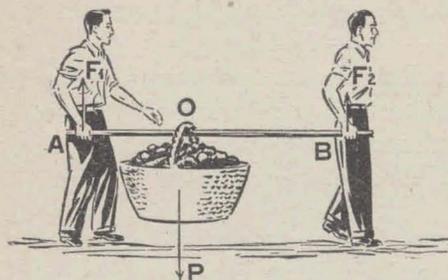


Fig. 81 a.

carga de 80 Kgs. La distancia  $AB$  entre los lugares en que llevan la barra tomada de una mano es de dos metros. La carga dista 0,8 m. del punto  $A$ . ¿Qué fuerza  $F_1$  hace el de atrás y qué fuerza  $F_2$  hace el de adelante?

Respuesta:

$$F_1 = 48 \text{ Kgs.}; F_2 = 32 \text{ Kgs.}$$

6. La tabla  $AB$  (fig. 82), de una mesa cuyo peso es de 30 Kgs. tiene una longitud  $AB = 2,40$  metros y la distancia  $OO_1$  de sus patas de 1,60 metros. ¿Qué fuerza  $F$  es menester aplicar en su extremo  $B$  para levantarla?

Resultado:  $F = 12$  Kgs.

7. Una carretilla con su carga, excluida la rueda (fig. 83), pesa 60 Kgs. ¿Qué fuerza  $F$  es necesario aplicar en  $S$  para tenerla

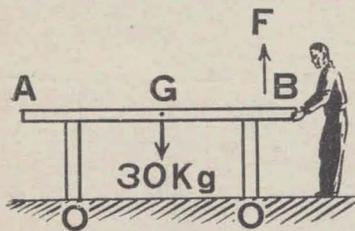


Fig. 82.

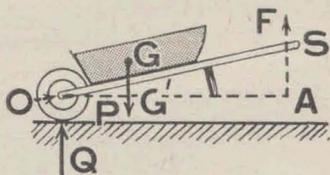


Fig. 83.

levantada si es  $OG' = 0,5$  metros y  $OA = 1,20$ ? ¿Cuál es la fuerza  $Q$  de reacción del piso sobre la rueda?

Respuesta:  $F = 25$  Kgs. ;  $Q = 35$  Kgs.

8. Una barra rígida, cuyo peso suponemos despreciable, está apoyada por uno de sus extremos en un soporte  $O$ , fijo (fig. 84), en torno del cual puede girar y por el otro está suspendida en el punto  $B$ , que dista 2 metros de  $O$  de una polea móvil y lleva

a la distancia de 1,10 m. de  $O$  una carga de 100 Kgs. ¿Cuál es la carga  $P$  con que se mantiene el equilibrio del sistema?

Resultado:  $P = 27,5$  Kgs.

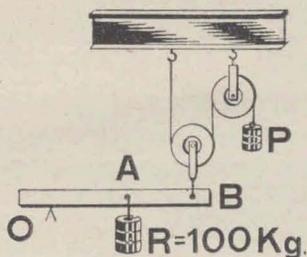


Fig. 84.

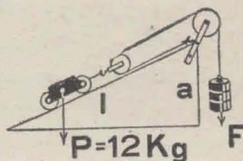


Fig. 85.

9. En la instalación de la figura 85, que no requiere mayores explicaciones, si es  $P = 12$  Kgs.,  $a = 0,30$  m. y  $l = 0,90$  m. ¿Cuál es la fuerza  $F$  necesaria para mantener el equilibrio?

Resultado:  $F = 2$  Kgs.



## CAPÍTULO IV

### LOS PRINCIPIOS DE NEWTON O PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA

#### A. — MOVIMIENTO. MOVIMIENTO VARIADO

##### 1. Movimiento de un cuerpo. Traslación. Rotación. —

Se dice que un cuerpo está en movimiento cuando cambia de lugar respecto a otros que se suponen en estado de quietud. Decimos, p. ej., que un buque parte, que se mueve, cuando lo vemos separarse del murallón del dique que consideramos en reposo. El capitán en su puesto de mando está en reposo en relación al barco de su mando, pero se mueve también con respecto al atracadero.

Los puntos del cuerpo que se mueven describen líneas en el espacio que se denominan *trayectorias*.

El movimiento de un cuerpo se llama de *traslación* si la recta  $AB$  (fig. 86), que une dos cualesquiera de sus puntos se mantiene durante el desplazamiento paralela a sí misma. Todos

los puntos recorren caminos iguales en la misma dirección.

Se dice que un movimiento es de *rotación* cuando todos los puntos del cuerpo describen arcos de círculos situados en planos normales a cierta línea recta sobre la que se encuentran sus centros, línea que se llama *eje de rotación*.

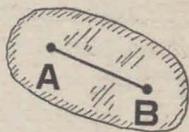
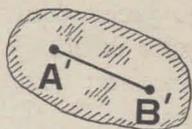


Fig. 86.

**2. Medida del tiempo.** — La idea de tiempo está implícita en la de movimiento o cambio. Para medir el tiempo se recurre al movimiento de rotación de la tierra que se considera uniforme.

Se llama *día sideral* al tiempo transcurrido entre dos pasajes sucesivos de una estrella fija por el meridiano. Ese es, ni más ni menos, el tiempo que tarda la Tierra en efectuar una rotación, es decir, una vuelta alrededor de su eje.

El *día solar* es, en cambio, el tiempo comprendido entre dos pasajes consecutivos del Sol por un mismo meridiano.

A causa de que la Tierra gira en torno del Sol, aquellos dos días no son iguales siendo el primero mayor que el segundo. Es:

$$1 \text{ día solar} = 1 \text{ día sideral} + \frac{1}{365,2422} \text{ día sideral.}$$

Por diversas razones, en la vida civil y en la física se ha definido como unidad de tiempo un tercer intervalo de tiempo que se denomina *día solar medio* y que es el término medio de las duraciones de los días solares que abarcan un largo lapso que comprende un número entero de años.

El día solar medio se divide en 24 partes iguales que se llaman *horas*, éstas en 60 partes iguales que se denominan *minutos*, y los minutos en 60 partes que son los segundos.

El *segundo* es, pues, la 86.400 avaparte del día solar medio.

Más adelante veremos cómo, mediante las propiedades del péndulo, se construyen relojes que permiten medir el tiempo con mucha exactitud.

**3. El movimiento uniforme.** — I. DEFINICIONES. LEYES. — Cuando un cuerpo se mueve recorriendo caminos iguales

en tiempos también iguales, se dice que su movimiento es uniforme. Si, además, describe una línea recta el movimiento se denomina *rectilíneo y uniforme*.

Se llama *velocidad* al camino que recorre el cuerpo en la unidad de tiempo. La velocidad suele expresarse en kilómetros por hora, en metros por hora, en metros por segundo y en centímetros por segundo. Cuando decimos que nuestro automóvil marchó a 80 kilómetros por hora, significamos que en cada hora recorrió 80 Kms.

Si se indica con  $e$  el camino recorrido en el tiempo  $t$ , con movimiento uniforme, la velocidad  $v$  está dada, de acuerdo con su definición, por la igualdad

$$V = \frac{e}{t} \quad [1]$$

o

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Espacio}}{\text{Tiempo}}$$

Por el hecho de que la velocidad resulta dada por el cociente del espacio y el tiempo, se dice que la *dimensión* de la velocidad es longitud sobre tiempo.

Está claro que *en un movimiento uniforme el número que mide la velocidad es constante*, pues solamente así puede el cuerpo recorrer caminos iguales en tiempos iguales. La *velocidad* es, según ya vimos, un vector. Su dirección en un instante dado es la de la línea que en ese momento está describiendo. Por ej., si el cuerpo  $C$  se mueve sobre un círculo (fig. 87), la dirección de la velocidad es siempre la de la tangente al círculo en el lugar en que se encuentra. Si el cuerpo recorre sobre el círculo caminos iguales en tiempos iguales, el vector velocidad tiene módulo

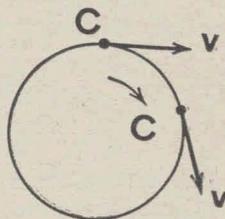


Fig. 87.

constante, por lo que se le ha representado en la figura con longitud invariable. La [1] da solamente el valor absoluto o módulo de la velocidad.

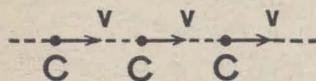


Fig. 88.

El *véctor velocidad* es constante, porque no cambia ni de módulo, ni de dirección, ni de sentido cuando el movimiento es *rectilíneo y uniforme* (fig. 88).

En la tabla que sigue, están consignadas algunas velocidades en metros por segundo.

Cuerpo que se mueve o fenómeno que se propaga	Velocidad en metros por segundo
Un hombre caminando .....	1.5
„ „ corriendo .....	7
Ciclista rápido .....	15
Caballo de carrera, en carrera .....	14 - 16
Palomas mensajeras .....	40
Tren rápido! ( $72 \frac{\text{Km.}}{\text{hora}}$ ).....	20
Punto del Ecuador, por la rotación de la Tierra .....	463
La Tierra, en su traslación .....	393.200
Sonido, en el aire .....	332
Luz, en el aire .....	300.000.000

De la [1] resulta

$$e = Vt \quad [2]$$

es decir,

$$\text{Espacio} = \text{Velocidad por tiempo.}$$

II. EJERCICIOS.—1. Un ciclista ha recorrido sobre la Avenida Alvear, con movimiento uniforme, 5.400 metros

en 6 minutos. ¿Cuál fué su velocidad en metros por segundo?

$$6 \text{ minutos} = 6 \times 60 \text{ segundos} = 360 \text{ seg.}$$

$$V = \frac{e}{t} = \frac{5.400 \text{ m.}}{360 \text{ seg.}} = 15 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

2. ¿Cuántos metros ha recorrido un tren en 20 minutos, si durante ese lapso su velocidad constante fué de 72 kilómetros por hora?

$$v = 72 \frac{\text{Km.}}{\text{hora}} = \frac{72.000 \text{ metros}}{3.600 \text{ seg.}} = 20 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

$$t = 20 \text{ minutos} = 20 \times 60 \text{ seg.} = 1.200 \text{ seg.}$$

$$e = V \cdot t = 20 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}} \cdot 1.200 \text{ seg.} = 24.000 \text{ m.}$$

#### 4. Representación gráfica de la ley del movimiento uniforme.

En la figura 89 las rectas  $Ov$  y  $Ot$  constituyen un sistema de ejes cartesianos ortogonales. El primer eje representa la *velocidad* y el segundo el *tiempo*.

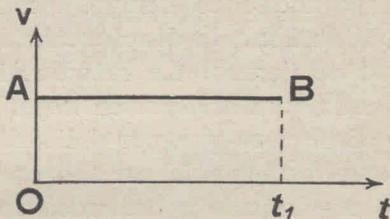


Fig. 89.

Puesto que en el movimiento uniforme la velocidad es constante, su representación gráfica será

una recta  $AB$  paralela al eje del tiempo. A partir del instante en que comenzamos a observar el movimiento, instante que denominamos *inicial* y que corresponde a  $t = 0$ , esto es, al punto  $O$  que es el origen de los ejes, la velocidad conserva, en el transcurso del tiempo, el valor  $OA$ .

El espacio  $e$  recorrido por el cuerpo en movimiento en  $t_1$  segundos, está representado por el área del rectángulo  $OABt_1$ , cuyo valor es el producto de la velocidad  $OA$  por el tiempo  $Ot_1 = t_1$ .

**5. Movimiento variado.**—El movimiento de un cuerpo se dice *variado* cuando su velocidad no es constante. Si ésta aumenta se llama *acelerado*, y si disminuye, *retardado*.

Es acelerado el movimiento de un tren al partir y retardado al detenerse; es acelerado el movimiento de un cuerpo que cae y retardado el de un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba. La más simple observación hace notorio lo que terminamos de decir.

**6. Movimiento uniformante variado.**—I. DEFINICIÓN.—Se dice que el movimiento de un cuerpo es *uniformemente variado* si su velocidad aumenta o disminuye en una misma cantidad en cada unidad de tiempo. Cuando la velocidad aumenta el movimiento se llama *uniformemente acelerado* y en el caso opuesto, *uniformemente retardado*.

Se llama *aceleración* el aumento de la velocidad en cada unidad de tiempo. Análogamente se puede llamar *retardación* a la disminución de la velocidad en cada unidad de tiempo. La *retardación* es, matemáticamente hablando, una *aceleración negativa*.

Está claro que, por definición, decir que un movimiento es uniformemente variado es lo mismo que decir que es un movimiento a *aceleración constante*.

II. LA VELOCIDAD DEL MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.—Supongamos que un cuerpo se mueve con movimiento uniformemente acelerado y que es  $a$  la *aceleración*, es decir, el incremento que experimenta la velocidad en cada unidad de tiempo. Su velocidad en un instante que elegimos como inicial de nuestra observación, la representamos con la letra  $V_0$  y preguntamos qué ve-

locidad  $V$  tendrá  $t$  unidades de tiempo después. De acuerdo con lo que se ha dicho, se tendrá lo siguiente:

Instante de tiempo	Velocidad $V$
Inicial ..... $t = 0$	$V = V_0$
Una unidad de tiempo después.. $t = 1$	$V = V_0 + a$
Dos unidades de tiempo después . $t = 2$	$V = V_0 + 2a$
Tres unidades de tiempos después $t = 3$	$V = V_0 + 3a$
$t$ unidades de tiempo después .. $t = t$	$V = V_0 + at$

Es, pues,

$$V = V_0 + at \quad [3]$$

*La velocidad en el instante  $t$  es, por lo tanto, igual a la velocidad inicial más el producto de la aceleración por el tiempo.*

III. LA VELOCIDAD DEL MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE RETARDADO. — Puesto que en este movimiento la velocidad disminuye en la misma cantidad  $a$  en cada unidad de tiempo, la velocidad estará dada por la expresión

$$V = V_0 - at. \quad [4]$$

En lo que sigue supondremos, para facilitar el lenguaje, que la unidad de tiempo es el segundo.

IV. EL ESPACIO RECORRIDO EN EL MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.—El cuerpo animado de movimiento uniformemente variado recorrerá en  $t$  segundos un espacio igual al que recorrería en igual tiempo otro cuerpo animado de movimiento uniforme con una velocidad igual a su velocidad media.

El primer cuerpo tiene la velocidad  $V_0$  en el instante inicial y la  $V = V_0 + at$  en el instante final  $t$  y, por lo tanto, su velocidad media  $V_m$  es

$$V_m = \frac{V_0 + V}{2} = \frac{V_0 + V_0 + at}{2} = V_0 + \frac{1}{2} at.$$

Esta velocidad  $V_m$  es la que debe asignarse al segundo cuerpo que se mueve con movimiento uniforme. En  $t$  segundos recorrerá el espacio

$$e = V_m t = \left( V_0 + \frac{1}{2} at \right) t$$

de donde resulta:

$$e = V_0 t + \frac{1}{2} at^2. \quad [5]$$

*En el movimiento uniformemente acelerado el espacio recorrido es, pues, igual al producto de la velocidad inicial por el tiempo más la mitad de la aceleración por el cuadrado del tiempo.*

Ilustremos lo que terminamos de decir.

V. UN EJERCICIO ILUSTRATIVO.—Un cuerpo está animado en el instante que elegimos como origen de nuestras observaciones con la velocidad de 5 centímetros por segundo ( $5 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$ ). Su movimiento es uniformemente acelerado, siendo la aceleración de 2 cms. por segundo al cua-

drado ( $2 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2}$ ). ¿Cuáles son las velocidades y los caminos recorridos al fin de cada uno de los cinco primeros segundos? ¿Cuál es la velocidad media en ese lapso y qué camino habría recorrido en esos 5 segundos un cuerpo que se hubiese movido uniformemente con esa misma velocidad?

En el cuadro que sigue están consignados todos los resultados.

Cuerpo con movimiento uniformemente variado			Cuerpo con movimiento uniforme
Instante	Velocidad $V = V_0 + at$ cm.:seg.	Espacio $e = V_0t + \frac{1}{2} at^2$ cm.	
$t = 0$	$V_0 = 5$	$e = 0$	Velocidad media en cm./seg.: $V_m = \frac{5 + 15}{2} = 10$ ; Espacio recorrido en 5 seg.: $e = V_m t = 10 \times 5 = 50$
$t = 1$	$V = 7$	$e = 6$	
$t = 2$	$V = 9$	$e = 14$	
$t = 3$	$V = 11$	$e = 24$	
$t = 4$	$V = 13$	$e = 36$	
$t = 5$	$V = 15$	$e = 50$	

VI. EL ESPACIO EN EL MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE RETARDADO. — El mismo razonamiento anterior enseña que el espacio será

$$e = V_0t - \frac{1}{2} at^2. \quad [6]$$

7. Representación gráfica del movimiento uniformemente variado.

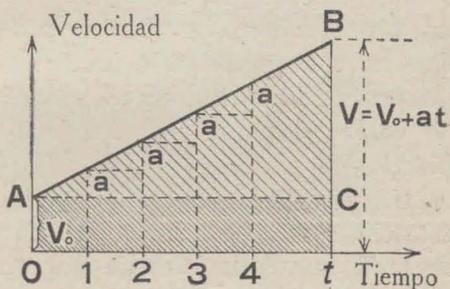


Fig. 90.

— Si en la figura 90 el eje vertical es el de la velocidad

y el horizontal el del tiempo, la línea recta  $AB$  representa la velocidad. Que esto es así, resulta del hecho de que sus puntos dan valores de la velocidad que aumentan en la misma cantidad  $a$  en cada unidad de tiempo. El valor de  $a$ , que es la aceleración, está dada por los cortos segmentos verticales de línea punteada. La velocidad inicial es  $OA = V_0$ , la velocidad en el instante  $t$  es  $Bt = V = V_0 + at$ .

El rectángulo sombreado tiene el área  $V_0t$  y el triángulo sombreado el área  $\frac{1}{2}AC \cdot CB = \frac{1}{2}at^2$ . El espacio recorrido está representado, por consiguiente, por toda el área sombreado, cuyo valor es

$$e = V_0t + \frac{1}{2}at^2.$$

## B. — CAÍDA DE LOS CUERPOS EN EL VACÍO

**8. Todos los cuerpos caen en el vacío con la misma aceleración.** — El descubrimiento de las leyes de la caída se debe a Galileo Galilei, quien nació en Pisa en el año 1564 y murió, ciego y sordo, en el año 1642. Aristóteles sostenía que si no actuase sobre ellos la resistencia del aire, los cuerpos caerían con movimiento uniforme y que los más pesados lo harían más rápidamente porque las partes de arriba empujan a las de abajo. Un cuerpo de doble peso que otro caería, según él, con doble velocidad.

Un amigo de Galileo ha dejado el testimonio de que éste observando un día, en el año 1853, que dos lámparas de la Catedral de Pisa de diferentes tamaños, pero de la misma longitud, oscilaban en tiempos iguales, infirió que cuerpos de diferentes peso caen al mismo tiempo, lo que contradecía las ideas de Aristóteles. Para comprobarlo

dejó caer cuerpos de diferente peso del Campanile de la Catedral antes citada (fig. 91). Comprobó que cuando las superficies de los mismos no eran muy grandes en relación a sus pesos, *todos caían con la misma velocidad.*

Galileo prosiguió su investigación, realizando otros experimentos que citaremos en el número siguiente, llegando a la conclusión que *el movimiento de caída es uniformemente acelerado y que la aceleración tiene el mismo valor para todos los cuerpos, con independencia de su tamaño y de su naturaleza.*

La velocidad de la caída aumenta en cada segundo la misma cantidad, ya se trate de 1 gramo de oro que de 1 Kg. del mismo metal, o que 1 gramo o 1 Kg. de plomo, cinc, plata, cuarzo, cobre, etc.

En La Plata la aceleración de la caída en el vacío que se representa con la letra  $g$  es

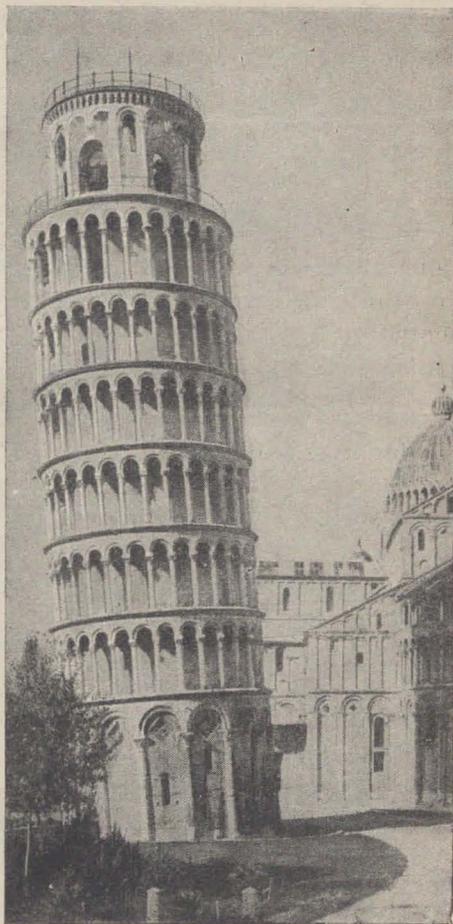


Fig. 91.

$$g = 9,796 \frac{m.}{seg.^2},$$

es decir, que la velocidad aumenta en 9,796 metros por segundo en cada segundo. En París, cuya latitud es  $45^\circ$ , su valor es

$$g = 9,806 \frac{m.}{seg.^2}.$$

De acuerdo con esos hechos, si abandonamos en un momento dado un cuerpo a la libre acción de la gravedad sin imprimirle ninguna velocidad inicial y medimos el tiempo a partir de ese mismo instante,  $t$  segundos después tendrá la velocidad.

$$V = gt \quad [7]$$

y habrá recorrido en su caída, durante el mismo lapso, el espacio

$$e = \frac{1}{2} gt^2 \quad [8]$$

La [7] y [8] resultan, en seguida, de las [3] y [5] teniendo en cuenta que, por lo dicho, es, en este caso,  $V_0 = 0$  y  $a = g$ .

Si mediante la [8] expresamos los espacios  $e_1$  y  $e_2$  recorridos en tiempos diferentes  $t_1$  y  $t_2$ , se tiene

$$e_1 = \frac{1}{2} gt_1^2$$

$$e_2 = \frac{1}{2} gt_2^2$$

y por división

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \quad [9]$$

Este último resultado enseña que *los espacios recorridos por un cuerpo que cae bajo la acción de la gravedad, en tiempos diferentes, están entre sí como los cuadrados de los tiempos.*

**9. Las comprobaciones experimentales.** — Como veremos en el capítulo VI, la comprobación rigurosa de las leyes de la caída se ha logrado mediante el péndulo.

Como experimento de curso es muy recomendable, en primer lugar, el del tubo de Newton (fig. 92). Dentro de un tubo provisto de una pieza metálica que lleva una llave se han situado dos o tres trozos de metales diferentes y una pluma. Mientras existe aire dentro del tubo, al invertirlo, los cuerpos caen separados. Si se hace un buen vacío caen simultáneamente.

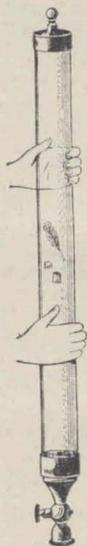


Fig. 92.

Si se atan en un hilo (fig. 93), pequeñas esferillas de plomo, cuyas distancias a la de abajo están entre sí como los cuadrados de los números 1, 2, 3, 4, etc., al dejarlos caer sobre un piso duro o sobre una lámina de mármol, el oído percibe los instantes de los choques separado por intervalos iguales de tiempo.

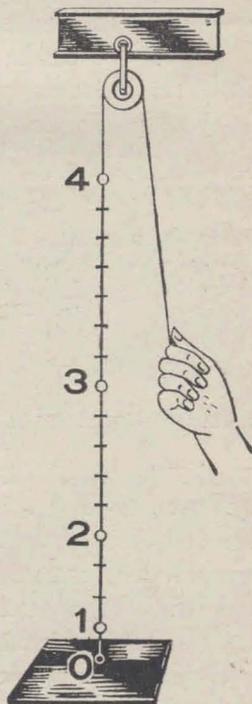


Fig. 93.

Galileo estudió el movimiento de que nos ocupamos, mediante un plano inclinado. Hacía caer sobre un canal practicado en el mismo una esferilla bien pulimentada. Según vimos en el N.º 20 del capítulo

III, la fuerza que hace caer al cuerpo sobre el plano es

$$F = P \frac{a}{l}$$

donde,  $a$  es la altura,  $l$  la longitud del plano y, en este caso,  $P$  sería el peso de la esferilla.

Variando  $a$  en relación a  $l$  se modifica la inclinación del plano y con ella la fuerza  $F$ . Se tiene así un medio sencillo para hacer caer a un mismo cuerpo bajo la acción de fuerzas diferentes. Además, el movimiento es más lento que en el de la caída vertical, lo que facilita mucho las observaciones.

Si se miden los caminos que recorre la esferilla en 1,

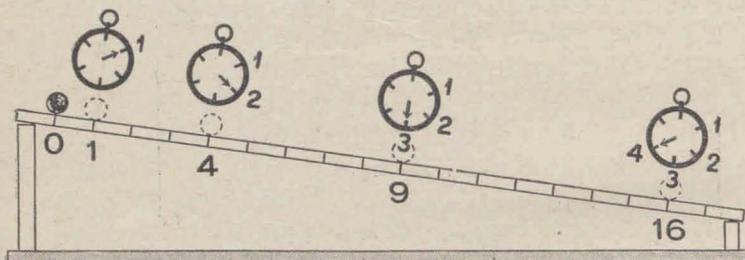


Fig. 94.

2, 3, etc., unidades de tiempo, a partir de la posición inicial  $O$  donde se la abandona a sí misma en un instante que coincide con el origen del tiempo, se comprueba, tal como está representado en la figura 94, que están entre sí como los cuadrados de 1, 2, 3, etc.

En los experimentos de curso puede usarse un metrónomo. La unidad de tiempo es el intervalo entre dos de sus golpes. La suelta de la esferilla en  $O$ , se hace coincidir con uno de ellos. Ese es el instante inicial, es decir,  $t=0$ .

Muy ilustrativo es, también, el experimento que enseña la figura 95. La esferilla cae sobre un plano inclinado

a la vez que, por la forma curva de la sección transversal del mismo, tiene un movimiento oscilatorio transversal. Si se pone sobre el plano un delgado papel y encima uno de calcar, queda "la huella" de la esferilla. Las distancias



Fig. 95.

en que corta a la línea axial del plano se hace más y más grande.

**10. Cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba.** — Si se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con la velocidad inicial  $V_0$ , sube cada vez con mayor lentitud, alcanza una altura máxima  $h$ , en cuyo instante su velocidad es nula, y luego vuelve hacia abajo (fig. 96). Durante la subida el movimiento es uniformemente retardado y, por lo tanto, la velocidad en un instante cualquiera  $t$  estará dada por la expresión [4] y el espacio recorrido en el mismo lapso por la [6] de este mismo capítulo, en las cuales en lugar de  $a$  débese poner  $g$ . Se tiene, pues,

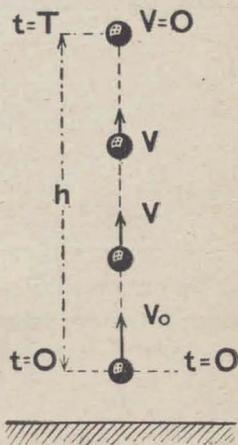


Fig. 96.

$$V = V_0 - gt \quad [10]$$

$$e = V_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \quad [11]$$

La determinación de la altura máxima en función (1) de  $V_0$  y  $g$  es muy sencilla. Cuando el cuerpo alcanza la altura máxima su velocidad  $V$  es cero y el camino que ha recorrido es  $e = h$ . Si indicamos con  $T$  el tiempo que ha empleado en llegar a esa posición, la [10] y [11] se convierten en

$$0 = V_0 - gT \quad [12]$$

$$h = V_0T - \frac{1}{2}gT^2 \quad [13]$$

De la [12] resulta

$$T = \frac{V_0}{g} \quad [14]$$

valor que introducido en la [13] da

$$h = \frac{V_0^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{g} \quad [15]$$

la cual hace notorio que dado  $V_0$  y teniendo presente que  $g$  es una constante conocida, se puede calcular la altura máxima que alcanzará el cuerpo.

Es muy fácil hacer notorio que si un cuerpo cae, partiendo del reposo, en el camino  $h$  su velocidad es

$$V = \sqrt{2gh}$$

**11. Ejercicios.** — 1. Una locomotora pasó, con movimiento uniformemente acelerado, de la velocidad  $V_1 = 18 \frac{\text{Km.}}{\text{hora}}$  a la velocidad  $V_2 = 70 \frac{\text{hora}}{\text{Km.}}$  en 10 minutos. ¿Cuál fué su aceleración en metros por segundo al cuadrado?

(1) Deliberadamente usamos este lenguaje. Este sencillo caso permite familiarizar con el mismo al alumno.

Puesto que la aceleración es el aumento que experimenta la velocidad en cada unidad de tiempo es

$$a = \frac{V_2 - V_1}{t},$$

donde  $t$  es aquí igual a 10 minutos.

Es menester ahora escribir a  $V_2$  y  $V_1$  en metros por segundo y a  $t$  en segundos. Se tiene

$$V_2 = 72 \frac{\text{Km.}}{\text{hora}} = \frac{72.000 \text{ m.}}{3.600 \text{ seg.}} = 20 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

$$V_1 = 18 \frac{\text{Km.}}{\text{hora}} = \frac{18.000 \text{ m.}}{3.600 \text{ seg.}} = 5 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

$$t = 10 \text{ minutos} = 10 \times 60 \text{ seg.} = 600 \text{ seg.}$$

Resulta

$$a = \frac{(20 - 5) \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}}{600 \text{ seg.}} = \frac{15 \text{ m.}}{600 \text{ seg.}^2} = 0,025 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}.$$

La velocidad ha aumentado, pues, 0,025 metros por segundo, en cada segundo, o, lo que es igual, dos centímetros y medio por segundo en cada segundo.

2. Se ha hecho un disparo con un rifle contra una tabla de madera. La bala llegó con una velocidad  $V_1 = 100 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$  y salió con una velocidad  $V_2 = 80 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$ . Tardó en atravesarla un vigésimo de segundo. Supongamos que el movimiento fué uniformemente retardado, ¿cuál fué la *retardación*?

Es

$$a = \frac{V_1 - V_2}{t} = \frac{(100 - 80) \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}}{1/20 \text{ seg.}} = 400 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}.$$

3. De un globo se ha soltado una piedra. ¿Cuánto tiempo debe caer para que su velocidad sea de  $50 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$ ?

Es

$$V = gt \quad \therefore \quad t = \frac{V}{g}$$

donde

$$V = 50 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}} \quad \text{y} \quad g = 9.80 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}$$

y, por consiguiente

$$t = \frac{50 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}}{9.80 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}} = 5,1 \text{ segundos.}$$

4. ¿Qué camino recorre un cuerpo que ha sido abandonado a la acción de la gravedad, sin velocidad inicial, en 5 segundos?

Es

$$e = \frac{1}{2} gt^2$$

y, por lo tanto,

$$e = \frac{1}{2} \times 9,80 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \times 5^2 \text{ seg.}^2 = 122,5 \text{ m.}$$

5. ¿Con qué velocidad se debe arrojar hacia arriba una piedra para que alcance a una cornisa que está a 25 metros de altura?

Se tiene,

$$h = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{g}$$

de donde

$$V_0 = \sqrt{2gh}$$

y, por consiguiente,

$$V_0 = \sqrt{2 \times 9,80 \times 25} \cdot \frac{\text{m.}}{\text{seg.}} = 22,1 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

**12. Problemas.** — 1. Hágase una tabla de los valores de las velocidades de un cuerpo que cae partiendo del reposo al cabo de 1, 2, 3, 4 y 5 segundos, y otra de los espacios recorridos en los mismos lapsos.

2. Si se dispara verticalmente hacia arriba una bala de máuser, cuya velocidad inicial  $V_0$  es de 600  $\frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$ , ¿a qué altura ascendería si

no existiese el aire?. R.: 18.367 metros.

3. De una gotera de una cúpula cae una gota cada  $\frac{1}{5}$  de segundo. ¿A qué distancia están entre sí las cinco gotas que caen por segundo en el momento en que se desprende la última?. R.: Las distancias a la última gota son: 3,14; 1,76; 0,784 y 0,196 metros.

C. — PRINCIPIO DE INERCIA. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTO. PRINCIPIO DE MASA. PRINCIPIO DE LA IGUALDAD DE LA ACCIÓN Y DE LA REACCIÓN

**13. Principio de inercia.** — La experiencia diaria nos enseña que un cuerpo que está en reposo no abandona por sí mismo su estado de quietud y que toda vez que un cuerpo se pone en movimiento se descubre que ello es debido a la acción de otros cuerpos, esto es, a que ha actuado sobre él una fuerza. Podemos, pues, decir que un cuerpo que está en reposo perdura indefinidamente en ese estado si no

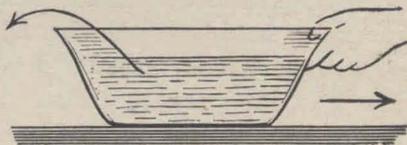


Fig. 97.

obra sobre él una fuerza. A esa propiedad se la llama *inercia*.

Si se tira bruscamente de una vasija (fig. 97), que contiene agua, ésta se derrama. Lo que sucede es que el agua, *por inercia*, queda en su sitio, mientras la vasija es alejada del que tenía. Una moneda (fig. 98), queda sobre el dedo que está debajo, por la misma razón, mientras que la tarjeta es arrojada.

Si estando de pie sobre un tren en reposo, éste se pone bruscamente en marcha, caemos hacia atrás, pues, *por inercia*, nuestro cuerpo tiende a permanecer en reposo.

Un cuerpo *M*, suspendido como enseña la figura 99, queda momentáneamente en reposo si el soporte es desplazado bruscamente, p. ej., en dirección de la flecha *F*. Un lápiz *L* cuyo carbón apoya suavemente en un papel situado sobre la base, traza una línea *ab* que representa el desplazamiento. En esto se fundan los aparatos destinados a registrar los temblores de tierra.

La experiencia enseña, también, que los cuerpos tratan de conservar el estado de movimiento, en que se encuentran. Un jinete puede ser despedido por su cabalgadura, si ésta, yendo al galope, se detiene repentinamente, lo que ocurre cuando "se espanta" y "pega una sentada". Si un tren dis-

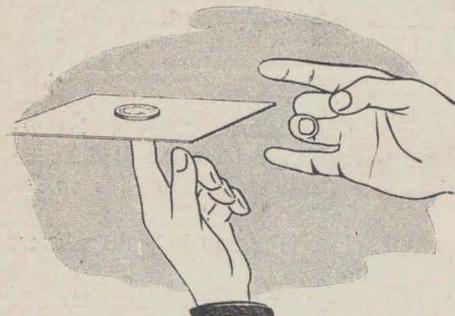


Fig. 98.

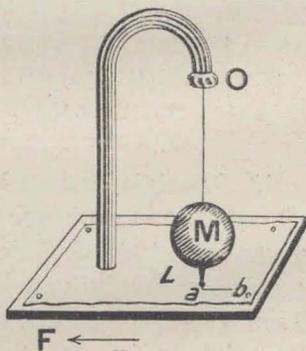


Fig. 99.

minuye bruscamente su velocidad los pasajeros son arrojados hacia adelante.

Los cuerpos del jinete y de los pasajeros tienden a conservar la velocidad que tenían. Para no caer o, más precisamente, para quedar firmes sobre el caballo o en el lugar del tren en que se encuentran, deben apretar las piernas, asirse de la montura o de barrotes u otros sostenes de los coches. Así la velocidad que llevaban sufre los mismos cambios que la del caballo o el tren. El asirse significa aplicar una fuerza: la fuerza con que tiramos de los sostenes o empujamos de ellos.

Podemos ahora precisar más el significado de la *inercia*. La experiencia pone de manifiesto que para alterar el estado de reposo de un cuerpo o la magnitud o la dirección de su velocidad, si está en movimiento, es necesario que actúe sobre él una fuerza.

Para acelerar un tren hay que aumentar la fuerza del vapor sobre los cilindros, para disminuir su velocidad hay que oponer una fuerza, que es el roce en los frenos.

La piedra de una honda describe un círculo y sentimos que los hilos tiran de nuestra mano. Si soltamos uno de los hilos la piedra "se escapa por la tangente", es decir, que sigue, *por inercia*, la dirección que tenía en ese instante la velocidad.

De ese conjunto de hechos y de otros que hemos de estudiar más adelante, dedujo Galileo el llamado principio de inercia que expresaremos en la forma que lo ha hecho el inolvidable sabio inglés Isaac Newton, que es ésta:

*Un cuerpo sobre el cual no actúa ninguna fuerza se encuentra en reposo o animado de un movimiento rectilíneo y uniforme.*

**14. El principio de superposición de los movimientos.**  
— I. ENUNCIADO. EXPERIMENTOS. — La experiencia hace notorio que si un cuerpo cumple simultáneamente dos o más

movimientos, cada uno de ellos se cumple como si los demás no estuviesen. Este es el contenido del llamado principio de la independencia de los movimientos o de superposición.

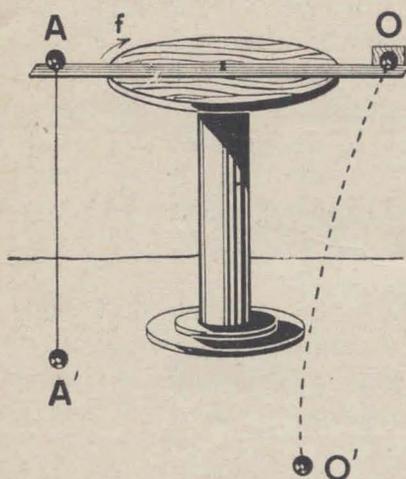


Fig. 100.

Si en el dispositivo de la figura 100 se hace girar, repentinamente, en el sentido de la flecha  $f$  a la barra que sostiene a las esferillas  $A$  y  $O$ , la primera de éstas cae verticalmente, mientras que la segunda es arrojada con una velocidad horizontal, comenzando, al mismo tiempo a caer bajo la acción de la gravedad. Esto

no obstante, ambas llegan al piso al mismo tiempo, puesto que se oyen los choques contra el mismo simultánea-

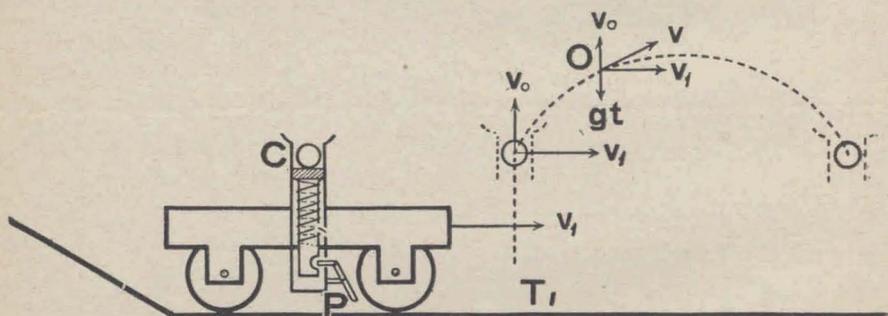


Fig. 101.

mente. La caída vertical de  $O$  se ha cumplido como si la esferilla tuviese sólo ese movimiento.

Una experiencia muy ilustrativa y convincente es la que sigue: un carrito (fig. 101), provisto de cuatro ruedas

que pueden girar sin roce sensible, está provisto de un cañoncito vertical  $C$  a resorte, el cual se pone en juego presionando sobre la palanca  $P$ . Como proyectil se utiliza una pequeña esferilla de vidrio o de marfil.

Se pone el carrito en movimiento sobre rieles horizontales, dejándolo caer, p. ej., por un trayecto inclinado de la vía. Un tope  $T$ , colocado entre aquéllos, acciona el resorte y la esferita es lanzada hacia arriba con cierta velocidad  $V_0$ , mientras que el carro continúa, por inercia, con la velocidad  $V_1$  que tenía en el momento del disparo. Sucede que el proyectil cumple en el aire un movimiento curvo y va a caer, precisamente, en la boca del cañón.

Discutamos ese hecho. La esferita va animada de la misma velocidad horizontal  $V_1$  del carrito, de tal manera que en el preciso momento del disparo el proyectil posee esa velocidad  $V_1$ , horizontal, y la  $V_0$ , vertical, que le imprime el resorte hacia arriba. Al mismo tiempo comienza a actuar la gravedad superponiéndosele, así, un tercer movimiento que es el de la caída, de tal manera que en cierto instante  $t$  la bolilla tiene la velocidad horizontal  $V_1$ , la vertical  $V_0$  hacia arriba y la vertical  $gt$  hacia abajo. Este experimento no sólo corrobora el principio de inercia, pues  $V_1$  se ha conservado, sino, también, el de independencia de los movimientos, ya que el movimiento horizontal de velocidad  $V_1$  se ha cumplido como si los otros dos no existiesen.

II. LA REGLA DEL PARALELOGRAMO DE LAS VELOCIDADES. — De acuerdo con lo que precede si un cuerpo cumple dos movimientos, uno en la dirección  $OA$  de velocidad  $V_1$  y otro en la dirección  $OB$  de velocidad  $V_2$  (fig. 102), la posición en que estará el cuerpo, transcurrido cierto tiempo, si en el instante inicial estaba en  $O$ , la obtendremos hacién-

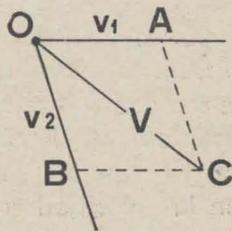


Fig. 102.

dole cumplir un movimiento después del otro. Con el primer movimiento pasará, p. ej., en la unidad de tiempo, de  $O$  a  $A$ , siendo  $OA = V_1$ . El otro movimiento lo trasladará en una dirección paralela a  $OB$ , hasta el punto  $C$ , siendo  $OC = V_2$ . Es decir, que los movimientos se *superponen*. El cuerpo hubiese alcanzado esa misma posición  $C$  si actuando los dos movimientos a la vez, éstos equivaliesen a uno solo cuya velocidad  $V$  estuviese dada en magnitud y dirección por  $OC$ .

Esto significa que *las velocidades se componen por la regla del paralelogramo*. La resultante de dos velocidades  $V_1$  y  $V_2$  es la diagonal del paralelogramo construido sobre las mismas.

III. PRINCIPIO DE INDEPENDENCIA DE LAS FUERZAS. — Este principio que se enuncia diciendo que *si sobre un cuerpo obran simultáneamente varias fuerzas, cada una de ellas actúan como si las otras no estuviesen*, no es sino el de la independencia de los movimientos. Esto se hace comprensible si se piensa que son las fuerzas las que cambian la magnitud o la dirección de la velocidad de los cuerpos.

Ya vimos, por otra parte, que las fuerzas se componen por la regla del paralelogramo, lo que es, también, una consecuencia del principio que terminamos de enunciar.

**15. Aplicaciones del principio de superposición.** — I. CUERPO LANZADO HACIA ABAJO O HACIA ARRIBA. — Supongamos, por un momento, que no existe la gravitación y que arrojamos verticalmente, hacia abajo, un cuerpo con la velocidad inicial  $V_0$ . Por inercia, el cuerpo se moverá sobre la vertical con la velocidad constante  $V_0$ . Para la velocidad  $V_1$  en un instante cualquiera  $t$  y el espacio  $e_1$  recorrido en el lapso  $t$  se tiene

$$V_1 = V_0$$

$$e_1 = V_0 t$$

Consideremos ahora la gravitación. Si al cuerpo se le abandona a sí mismo, sin velocidad inicial, en el tiempo  $t$ , su velocidad  $V_2$  y el espacio recorrido  $e_2$  estarán dados por las expresiones

$$V_2 = gt$$

$$e_2 = \frac{1}{2}gt^2$$

Si actuando la gravitación lanzamos el cuerpo hacia abajo con la velocidad inicial  $V_0$  los movimientos *se superponen, cada uno se cumple como si el otro no estuviese*, y, por lo tanto, la velocidad  $V$  y el espacio  $e$  recorrido en el tiempo  $t$  se obtienen sumando las expresiones anteriores. Se tendrá, pues,

$$V = V_0 + gt \quad [15]$$

$$e = V_0t + \frac{1}{2}gt^2.$$

Si el cuerpo hubiese sido lanzado hacia arriba sería

$$V = V_0 - gt \quad [16]$$

$$e = V_0t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Estas fórmulas no son sino las [3], [4], [5] [6], si en lugar de  $a$  se pone  $g$ .

II. CUERPO ARROJADO OBLICUAMENTE. — El principio de superposición permite hallar, fácilmente, la trayectoria de un cuerpo que es lanzado (fig. 103), formando cierto ángulo  $\alpha$  con la horizontal. Si no actuara la gravedad, el cuerpo se movería según la línea recta  $OD$  recorriendo en cada segundo los caminos iguales  $OA = AB = BC = CD$ , etc.

Pero la acción de aquella fuerza se hace sentir y en

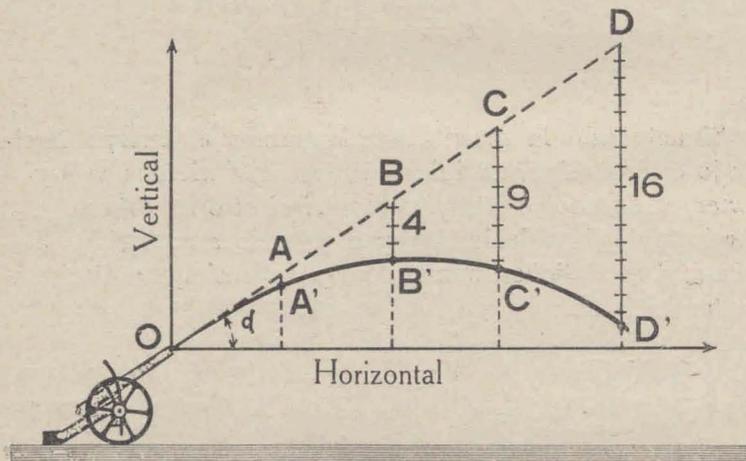


fig. 103.

el tiempo de 1 segundo en que el cuerpo recorrería el camino  $OA$  con la sola velocidad del arrojamiento, lo hace caer verticalmente el camino  $AA'$ ; en 2 segundos, tiempo en que recorrería con el otro movimiento el espacio  $OB$  lo hace caer el camino  $BB' = 4AA'$ ; en 3 segundos el camino  $CC' = 9AA'$ ; en 4 segundos el camino  $DD' = 16AA'$ , etc., pues, según ya sabemos los espacios recorridos durante el movimiento están entre sí como los cuadrados de los tiempos empleados en recorrerlos.

III. MOVIMIENTO COMPUESTO SOBRE UN PLANO INCLINADO. — Si sobre un plano inclinado, como el que indica la figu-

ra 104, cuya dirección  $OX$  es horizontal y que lleva un papel blanco recubierto con uno de calcar, se arroja una esferilla metálica en aquella dirección, en  $O$ , como desde ese mismo instante obra la gravitación y comienza a caer en la dirección  $OY$ , describe una trayectoria curva, que es un arco de parábola, cuya huella queda sobre el papel. Esa huella permite comprobar la naturaleza del movimiento de caída sobre un plano inclinado de la que ya se habló en el N.º 9.

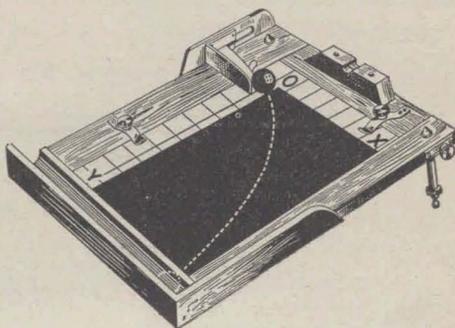


Fig. 104.

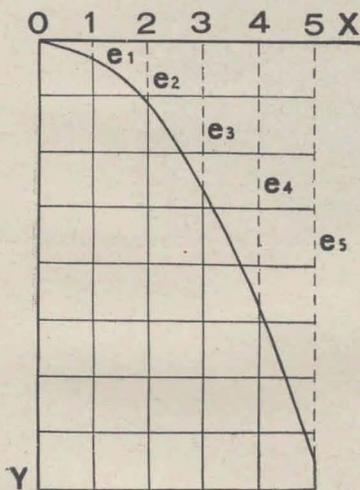


Fig. 105.

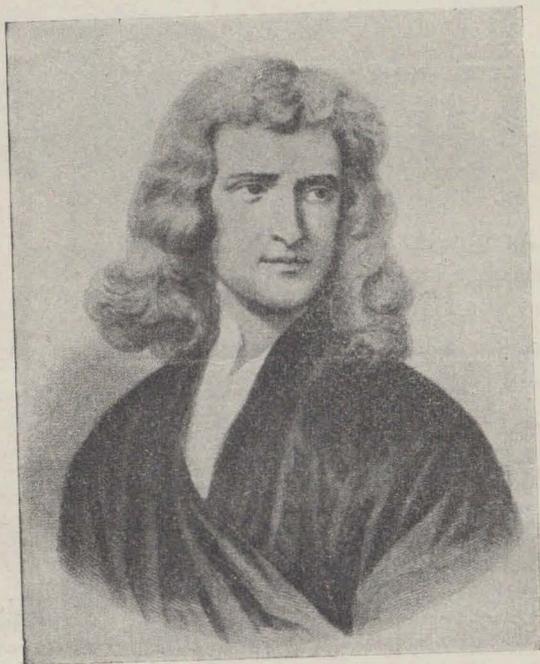
Puesto que el movimiento en dirección  $OX$  es uniforme (fig. 105), espacios iguales corresponden a tiempos iguales. Los caminos recorridos en dirección  $OY$  en 1, 2, 3, 4, 5 unidades de tiempo son  $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 \dots$ . Las mediciones enseñan que, p. ej., es

$$\frac{e_5}{e_4} = \frac{5^2}{4^2} ; \quad \frac{e_4}{e_3} = \frac{4^2}{3^2}$$

### 16. El principio de masa o segundo principio de Newton.

— De acuerdo con lo que se explicó en el N.º 9 de este capítulo se puede hacer caer a un mismo cuerpo por un

plano inclinado bajo la acción de fuerzas diferentes variando su inclinación. La experiencia enseña que, en todos los casos, el movimiento es *uniformemente acelerado* y que si  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$  representan las fuerzas que han



Isaac Newton.

actuado sucesivamente sobre el cuerpo y  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  las aceleraciones que han engendrado en él resulta que

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \dots = \frac{F_n}{a_n} = \text{const.} \quad [17]$$

Si el cuerpo cae libremente en cuyo caso la fuerza que lo mueve es el peso  $P$  y la aceleración la de la gravedad  $g$ , el cociente  $P: g$  tiene ese mismo valor constante.

Es notorio que esa relación entre la fuerza que obra sobre un cuerpo y la aceleración que determina en él no depende ni de la fuerza, ni de la aceleración, ni de la velocidad, por lo tanto, sino del cuerpo mismo.

La experiencia enseña, además, que para un cuerpo dado ese cociente se conserva constante cualquiera sea la naturaleza de la fuerza que obra sobre aquél. Se le considera, por eso, una magnitud invariable y medible del cuerpo y se le denomina *masa* del mismo. La masa sería la medida de una cualidad de la materia, pues, en ella no interviene, en forma alguna, la naturaleza de los cuerpos.

El principio de masa o segundo principio de Newton puede, pues, enunciarse así:

*La relación entre la fuerza F que obra sobre un cuerpo y la aceleración a que determina en él, es una magnitud invariable que se llama masa del cuerpo. Matemáticamente*

$$\frac{F}{a} = \text{constante} = m. \quad [18]$$

También puede decirse, que *la fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración*, esto es,

$$F = ma \quad [18']$$

o que *la aceleración que toma un cuerpo es proporcional a la fuerza que la imprime y está en razón inversa de la masa del mismo*, es decir,

$$a = \frac{F}{m} \quad [18'']$$

La primera forma es la más rigurosa si se tiene en cuenta lo psicológico, porque en las dos formas restantes,

se admite, implícitamente, que ya se posee el concepto de masa, lo que, en realidad, hace, precisamente, el principio.

Galileo ya había advertido que, por sus experimentos del plano inclinado, si la fuerza se hacía doble, triple, etc., la aceleración se hacía doble, triple, también, pero no llegó a establecer el principio, lo que significa que no descubrió el concepto de masa lo cual fué la obra de Newton.

Si se mide la fuerza en kilogramos y la aceleración en metros por segundo y por segundo, un cuerpo que pesa 9,80 Kgs. tiene una masa igual a la unidad, pues cae libremente, bajo la acción de su peso, con la aceleración de  $9,80 \text{ m/seg.}^2$  y, por consiguiente,

$$m = \frac{P}{g} = 1.$$

Para obtener la masa de un cuerpo en este sistema de unidad basta, por lo tanto, dividir el peso, expresado en kilogramos, por 9,80.

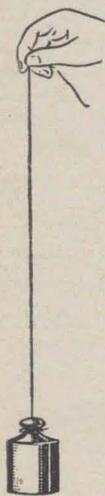


Fig. 106.

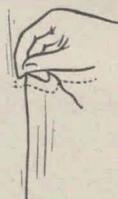


Fig. 107.

### 17. Experimentos y hechos de observación. —

Un hilo de coser puede sostener, sin romperse (fig. 106), un peso de 1 Kg., mientras que se corta si suspendiéndole una pesa de 50 gramos, p. ej. (fig. 107), se le da un tirón en dirección vertical hacia arriba. La razón es que si es  $m$  la masa del cuerpo y  $a$  la aceleración que se le quiere imprimir, la fuerza y, por lo tanto, la tensión que debe soportar el hilo es  $F = ma$  y si  $a$  se hace muy grande no puede resistirla y se corta.

Un experimento análogo puede hacerse con la instala-

ción de la figura 108, que consiste en una esfera de plomo suspendida. Si se da un tirón del hilo de abajo se corta, mientras que si se tira aumentando lentamente la tensión se corta el hilo de arriba, porque sobre él actúa, además, el peso de la esfera de plomo.

Un niño de muy pocos años, que apenas puede mantenerse de pie, logra cerrar una puerta mientras que el proyectil de un arma de fuego la perfora sin moverla sensiblemente. La bala llega con una gran velocidad. Si la puerta la siguiese, su aceleración sería enorme y con ella la fuerza. La madera no puede resistirla y el proyectil la atraviesa.

Un choque contra un cuerpo rígido, si se va corriendo, es muy doloroso, porque la retardación es muy grande y con ella la fuerza que obra sobre nuestro cuerpo.

En los vehículos se disminuyen las aceleraciones *verticales* mediante los elásticos, así las fuerzas del choque son menores. Sin elásticos el mismo cambio de velocidad vertical, al pasar por un pozo, se realizaría en un tiempo muy corto, lo que significa que la retardación sería grande y los pasajeros sentirían la fuerza que esa retardación origina.

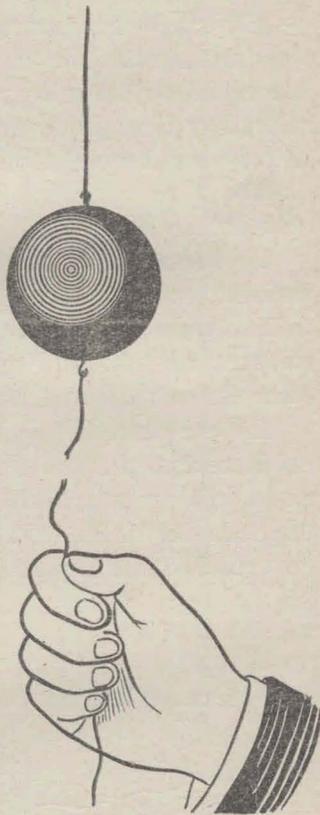


Fig. 108.

**18. Consecuencias del 2.<sup>o</sup> principio de Newton.** — El segundo principio de la mecánica contiene, en cierto

sentido, al primero que es el de inercia, pues, siendo

$$F = ma$$

si la fuerza es nula ( $F = 0$ ) no pudiendo serlo  $m$  lo es  $a$ , lo que sucede tanto cuando el cuerpo está en reposo como animado de un movimiento rectilíneo y uniforme.

El principio de inercia nos dice que tanto cuando cambia la magnitud de la velocidad como cuando cambia la dirección de la misma, ha actuado una fuerza sobre el cuerpo; y el segundo principio permite determinar la magnitud y la dirección de ésta. Estos hechos obligan a considerar a la velocidad y, por lo tanto, a la aceleración y a la fuerza como vectores.

La fuerza tiene siempre la dirección del cambio de velocidad, es decir, de la aceleración. Por ej.: en el movimiento tratado en el N.º 15, II (fig. 103), el cuerpo describe un arco de parábola que corta a la vertical, pero la aceleración es vertical como la fuerza.

En ese mismo problema, decir que el movimiento de caída se cumple como si el otro movimiento no existiese, es lo mismo que decir que la acción de la gravedad no depende del mismo. Este hecho está contenido, en toda su generalidad, en el principio de masa, pues en la expresión

$$F = ma$$

no figura la velocidad, lo que significa que la acción de una fuerza sobre un cuerpo, que se manifiesta en la aceleración que le comunica, es independiente de la velocidad de que ese cuerpo está animado. La aceleración de la caída, p. ej., es siempre  $g$ , lo mismo en el primer segundo, que algunos segundos después en que la velocidad se ha hecho muy grande.

Para terminar, diremos que el principio de la independencia de los movimientos o de la fuerza está contenido esencialmente en el principio de masa.

**19. La máquina de Atwood.** — La máquina de Atwood se presta cómodamente a la comprobación de los principios enunciados en este capítulo. Consiste (fig. 109), en una polea montada sobre un eje horizontal que se apoya en otras dos poleas y que puede girar, debido a la pequeñez del roce, con entera facilidad. Situada exactamente debajo de ella se encuentra una regla vertical dividida, dotada de dos pequeñas repisas  $N$ , corredizas, de las cuales una tiene en su parte media una abertura circular.

De los extremos de un hilo delgado que pasa por la garganta de la polea penden dos masas  $M$  iguales. El sistema así formado se mantiene en reposo. Si se agrega en uno de los lados una sobrecarga de masa  $m$  se inicia un movimiento que consiste en un desplazamiento de conjunto de las masas  $M$ ,  $M$  y  $m$  ligadas por el hilo.

**I. COMPROBACIÓN DEL PRINCIPIO DE INERCIA.** — Se coloca sobre la masa  $M$  de la izquierda una masa  $m$  pequeña, de forma alargada, a fin de que la repisa con abertura cilíndrica pueda detenerla. El movimiento de caída se inicia en el momento que se desee, dejando caer la repisa girable  $I$ , sobre la cual se apoya la masa con la sobrecarga.

Ésta es detenida por la repisa citada más arriba y, a partir de ese momento, el movimiento se continúa por inercia.

Se mide con un cronómetro el tiempo transcurrido entre el instante en que la sobrecarga es abandonada y

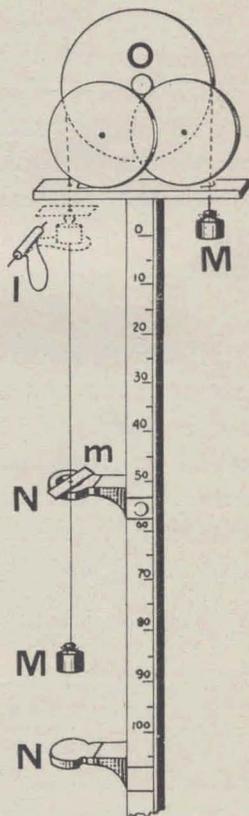


Fig. 109.

aquél en que la masa choca con la repisa inferior. Situando ésta a distancias doble, triple, etc. aquel tiempo también se duplica, triplica, etc.

En las experiencias de curso conviene usar un metrónomo y disponer las cosas de manera que iniciándose el movimiento en el preciso instante de uno de los golpes, el abandono de la sobrecarga coincida con el golpe siguiente y la llegada a la plataforma inferior con el tercero o el cuarto, etc. Las distancias entre las repisas serán doble, triple, etc. Está claro que, aunque muy pequeño, el roce existe y aparta un poco los resultados de los que corresponden al caso ideal en que la fuerza es nula.

II. COMPROBACIÓN DEL PRINCIPIO DE MASA. — Que mientras actúe la sobrecarga  $m$  el movimiento es uniformemente acelerado, puede comprobarse situando la repisa con la abertura circular a distancias tales de la repisa girable  $I$  que iniciándose el movimiento en el preciso instante de uno de los golpes del metrónomo, la sobrecarga sea retenida en el segundo, tercero, etc., golpe. Resulta que esas distancias están entre sí como  $1^2$ ,  $2^2$ ,  $3^2$ , etc.

Para comprobar el principio de masa se toman tres pequeñas sobrecargas iguales y se colocan, en un primer experimento dos sobre la masa  $M$  de la derecha y uno sobre la de la izquierda y en un segundo experimento las tres sobre la masa  $M$  de la izquierda. Así, en ambos casos, la masa que se mueve es la misma, pero la fuerza que produce el movimiento es en el primero el peso de una de las sobrecargas, es decir,  $mg$ , y en el otro el peso de las tres que son iguales, esto es,  $3 mg$ , vale decir, triple que en el otro.

Midiendo en cada uno de los experimentos los espacios recorridos en tiempos iguales, a contar del instante en

que se inicia la caída, resulta que, cuando la fuerza es triple, el espacio es tres veces mayor, lo que significa que la aceleración, es en el segundo caso, tres veces mayor, también, que en el primero, pues, por las leyes del movimiento de caída, los espacios recorridos en tiempos iguales están entre sí como las aceleraciones.

El cociente de dividir la fuerza por la aceleración ha permanecido invariable, como lo exige el principio de Newton.

III. LA ACELERACIÓN EN LA MÁQUINA DE ATWOOD. — El sistema de masas inicia su movimiento uniformemente acelerado, cuando se agrega la sobrecarga de masa  $m$ . Es, pues, el peso  $mg$  de esta masa la fuerza que determina la aceleración  $a$  del sistema. La masa total que se mueve aceleradamente por obra de esa fuerza  $mg$  es  $M + M + m = 2M + m$ ; se tiene, puesto que, por el segundo principio de Newton, es

$$\text{Fuerza} = \text{Masa} \times \text{Aceleración},$$

$$mg = (2M + m) \cdot a$$

de donde

$$a = \frac{m}{2M + m} g. \quad [19]$$

20. El principio de la igualdad de la acción y de la reacción o tercer principio de la mecánica. — En el N.º 23 del capítulo anterior expusimos este principio, que se debe también a Newton, refiriéndolo a cuerpos en equilibrio. Lo formularemos ahora de modo completamente general diciendo: *Si un cuerpo aplica a otro cierta fuerza (acción), este úl-*

timo aplica, a su vez, al primero una fuerza igual y de sentido contrario (reacción).

De este modo comprende no sólo los cuerpos en reposo sino también los cuerpos en movimiento. De acuerdo con él si el Sol atrae a la Tierra con cierta fuerza, recíprocamente, la Tierra atrae al Sol con una fuerza igual y opuesta. Si un imán [véase el N.º 1 del capítulo III], atrae a un trozo de hierro con cierta fuerza, éste atrae, a su

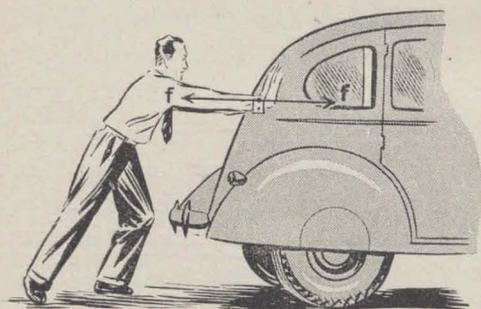


Fig. 110.

vez, al primero con una fuerza igual y opuesta.

Si una persona empuja un cuerpo, un automóvil, p. ej. (fig. 110), sobre un piso horizontal, con la fuerza  $f$ , el cuerpo reacciona con una fuerza igual y con-

traria  $f'$  de acuerdo con el principio del cual nos estamos ocupando. Está claro que no se puede empujar sino con una fuerza igual y opuesta al roce de nuestro cuerpo (de los pies) contra el piso. El valor absoluto de esa fuerza es  $f$ , que es la que empuja al coche. Si esa fuerza es mayor que la del roce del mismo contra el piso será puesto en movimiento.

Dos carritos de masas  $m_1$  y  $m_2$ , dispuestos como enseña la figura 111, están "empujados" por fuerzas iguales y opuestas que

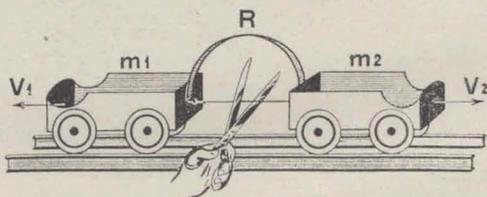


Fig. 111.

aplica el resorte  $R$ . Este para empujar el carro de la derecha se apoya en el de la izquierda y viceversa. Si se corta

el hilo los carros son puestos en movimiento en sentidos opuestos. *La acción del resorte sobre ambos dura el mismo tiempo que indicaremos con  $t$  y durante todo ese lapso las fuerzas que los impelen son iguales y opuestas entre sí.*

Si al fin de ese intervalo  $t$  de tiempo las velocidades son  $V_1$  y  $V_2$ , respectivamente, siendo al principio nulas, se sigue que las aceleraciones de los carros han sido

$$a_1 = \frac{V_1}{t} \quad \text{y} \quad a_2 = \frac{V_2}{t}.$$

Como las fuerzas que las han producido son iguales y opuestas se sigue, por el principio de masa, que

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

y, por consiguiente,

$$m_1 V_1 = m_2 V_2 \quad [20]$$

que puede escribirse, también,

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad [20']$$

de modo que las velocidades que fuerzas iguales y opuestas que se ejercen entre dos masas  $m_1$  y  $m_2$  están en razón inversa de éstas.

Al hacer un disparo de fusil o de escopeta recibimos en el hombro un "culatazo". La fuerza  $-f$  (fig. 112), que se aplica sobre nuestro cuerpo es igual y opuesta a la fuerza  $f$  con que es impelido el proyectil. Si éste pesa 20 gra-

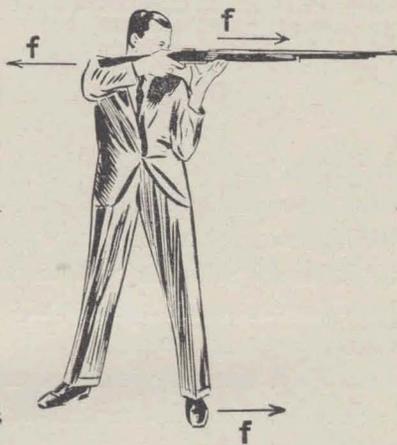


Fig. 112.

mos y nosotros 60 Kgs., nuestra masa es 3.000 veces mayor que la de aquél, de modo que la velocidad que comunicaría el disparo a nuestro cuerpo, hacia atrás, sería 3.000 veces menor que la del proyectil. Pero, además, no podemos ser desplazados libremente, pues, disparamos, por lo común, sobre un piso áspero. Sobre éste aplicamos una fuerza —  $f$  y, a su vez, el piso reacciona con una fuerza igual y opuesta.

Las larvas acuáticas de ciertos insectos, como las libélulas y los alguaciles (fig. 113), se mueven por la fuerza

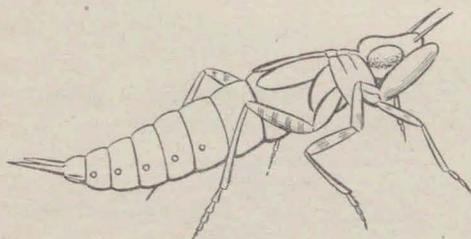


Fig. 113.

de reacción. Estos animalitos viven en el agua y tienen respiración bronquial. Sus bronquios están dentro del intestino recto. El agua, cuyo aire en disolución respiran, entra en el

recto por unas aberturas valvulares y después de bañar las branquias es expulsada. La larva puede expulsar a voluntad esta agua con gran violencia y entonces la reacción impulsa rápidamente al animalito hacia adelante. Algo parecido ocurre con los pulpos y demás moluscos del género, los cuales cuando quieren marchar en el agua a gran velocidad, lanzan violentamente un chorro de su tinta característica, mediante una brusca contracción de la bolsa que la contiene.

**21. Ejercicios.**— Un vagón de ferrocarril cargado pesa 10.000 Kgs. y está moviéndose con una velocidad de  $0,6 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$ . Tres obreros lo empujan en la dirección y sentido de su movimiento, aplicando cada uno una fuerza de 60 Kgs. ¿Qué aceleración imprimen al vagón?

¿Cuál es la velocidad de éste a los veinte segundos?

$$\text{Masa } m \text{ del vagón} = \frac{\text{Peso en Kg.}}{g \frac{m.}{\text{seg.}^2}}$$

$$\therefore m = \frac{10.000}{9,80} = 1.020.$$

Fuerza F: La de los tres obreros.

$$\therefore F = 3 \times 60 \text{ Kgs.} = 180 \text{ Kgs.}$$

$$\text{Aceleración } a = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Masa}}$$

$$\therefore a = \frac{180}{1.020} = 0,176 \frac{m.}{\text{seg.}^2}$$

*Velocidad = Velocidad inicial + Aceleración por tiempo*

o, matemáticamente,

$$V = V_0 + at$$

$$\therefore V = 0,6 \frac{m.}{\text{seg.}} + 0,176 \frac{m.}{\text{seg.}^2} \times 20 \text{ seg.} = 4,12 \frac{m.}{\text{seg.}}$$

22. Problemas. — 1. Un tren de 150 toneladas es acelerado por una fuerza de 10 toneladas. ¿Cuál es la aceleración  $a$ ? ¿Qué camino recorrerá en 1 minuto?

$$\text{R: } a = 0,653 \frac{m.}{\text{seg.}^2} ; e = 1.175,4 \text{ m.}$$

2. La velocidad de un proyectil de 20 gramos se reduce de  $\frac{m.}{seg.} 600$  a  $300 \frac{m.}{seg.}$ , en el lapso de 1 segundo de recorrido en el

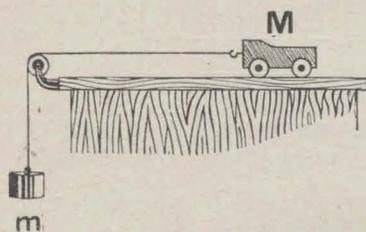


Fig. 114.

aire. ¿Cuál es la fuerza media resistente que éste le ha opuesto?

R: 0,612 Kgs.

3. Un carro  $M$  que pesa 5 Kgs. (fig. 114), se encuentra sobre una vía horizontal. ¿Qué aceleración  $a$  le imprime un peso de 100 gramos que obra en

la forma que indica el dibujo? ¿Qué camino recorre en 2 segundos, partiendo del reposo?

$$R: a = 0,192 \frac{m.}{seg.^2} ; \quad e = 0,384 m.$$

#### D. — SISTEMA CEGESIMAL (C. G. S.) DE UNIDADES

23. El sistema práctico. — Hasta ahora nosotros hemos usado como unidad de *longitud* el metro, de *tiempo* el segundo y de *fuerza* al kilogramo. De ese modo una velocidad resulta dada en *metros por segundo* ( $m: seg.$ ), una aceleración en *metros por segundo por segundo* o, lo que es igual, en metros sobre segundo al cuadrado. Como, por otra parte, de acuerdo con el principio de masa se tiene

$$F = m \cdot a$$

resulta definida por  $F$  y  $a$  la unidad de masa, pues, como ya vimos si  $F = a$  es  $m = 1$ . Tal acaece con un cuerpo de 9,8 kilogramos cuando cae libremente ya que la aceleración de la caída es  $9,80 m./seg.^2$ . Por eso, en este sistema que se llama práctico y que hemos aplicado en los ejercicios que hemos resuelto, la masa de un cuerpo se obtiene

dividiendo el peso del mismo en kilogramos por la aceleración de la caída libre en metros por segundo y por segundo.

24. El sistema C. G. S. (centímetro, gramo, segundo). — En este sistema se elige como unidad de longitud al *centímetro*, y de tiempo al *segundo*. Además, en lugar de elegir la unidad de fuerza, primeramente, para deducir del 2.º principio de Newton y de las dos unidades anteriores la unidad de masa, se elige, lo que es más racional, primero la unidad de masa, entendiéndolo como tal la de un gramo. Es decir, que en este sistema la unidad de masa, que se llama *gramo*, es la que corresponde a la milésima parte de la masa de platino e iridio depositada en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, sobre la cual la tierra ejerce una fuerza de atracción (peso), que se llama 1 kilogramo.

Un cuerpo tendría la unidad de velocidad si recorriese un centímetro en un segundo, lo que se escribe  $1 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$ , y la unidad de aceleración si su velocidad aumentase en un centímetro por segundo en cada segundo ( $1 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2}$ ).

Por el principio de Newton, que escribimos una vez más,

$$F = ma,$$

fijadas las unidades de masas y de aceleración, queda definida la unidad de fuerza. Esta unidad se llama *dina*.

Por el principio de masa, *la unidad de fuerza del sistema C. G. S., esto es, la dina, es una fuerza que obrando sobre un gramo le imprime una aceleración de un centímetro por segundo al cuadrado.*

Como la fuerza que la tierra aplica a 1 gramo, fuerza que es 1 *gramo peso*, le comunica una aceleración de

$9,806 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}$  o  $980,6 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2}$ , se sigue que ella es igual a 980,6 dinas. Repitémoslo:

$$1 \text{ gramo - peso} = 980,6 \text{ dinas}$$

-0

$$1 \text{ dina} = 1,0198 \text{ miligramos - peso.}$$

25. Ejercicio. — Calcular el ejercicio del N.º 21 con las unidades C. G. S.

## CAPÍTULO V

### LA ENERGÍA

1. El trabajo mecánico. — I. DEFINICIÓN. — La experiencia enseña que por medio de las fuerzas es posible producir los más variados cambios en el estado de los cuerpos. Así, nosotros podemos comunicar una velocidad a un cuerpo que está en reposo, levantar un peso, deformar una espiral, calentar un cuerpo frotándolo con otro. En todos esos casos el punto de aplicación de la fuerza ha cambiado de posición recorriendo cierto camino. Si el punto de aplicación queda en reposo no se pueden producir ninguna de esas u otras modificaciones, lo que sugiere la necesidad de que se fije la atención no solamente en la magnitud de la fuerza sino también en el desplazamiento de su punto de aplicación.

Se ha llegado así a la introducción de un concepto, que se designa con el nombre de *trabajo*, en el que se considera la fuerza y el desplazamiento del punto en que se aplica. *Se dice que una fuerza hace trabajo sobre un cuerpo si su punto de aplicación se desplaza.* El trabajo está medido por el producto de la fuerza por el desplazamiento en su misma dirección del punto en que se aplica.

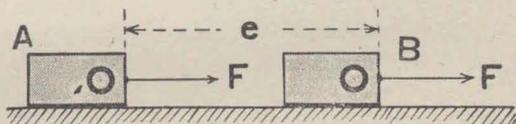


Fig. 115.

Si la fuerza  $F$  (fig. 115), ha trasladado el cuerpo

de la posición  $A$  a la  $B$ , el trabajo, que representaremos con  $A$ , es

$$A = F \cdot e \quad [1]$$

porque  $e$  es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza  $F$ , en su misma dirección. Si la fuerza  $P$ , que es *la potencia* (figura 116), ha llevado el cuerpo  $M$ , de peso  $R$ , que es *la resistencia*, desde  $A$  hasta  $B$ , el trabajo de  $P$  es

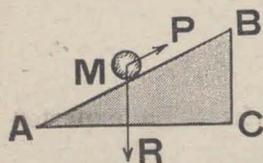


Fig. 116.

$$P \cdot \overline{AB} = P \cdot l,$$

porque  $\overline{AB} = l$ , longitud del plano, es el desplazamiento del punto de aplicación de  $P$  en su misma dirección, es decir que le es paralelo, y por la misma razón

$$R \cdot \overline{BC} = R \cdot a,$$

donde  $\overline{BC} = a$  es la altura del plano inclinado, es el trabajo de la resistencia  $R$ .

Si una persona (figura 117), marcha subiendo una cuesta, con una carga, hace trabajo para levantar a ésta y a su mismo cuerpo en contra de la acción de la gravedad. El punto de aplicación del peso total, que es una fuerza vertical, se ha desplazado verticalmente en un camino igual a  $BC$ . Luego el trabajo es el peso total por el desplazamiento vertical  $BC$ .

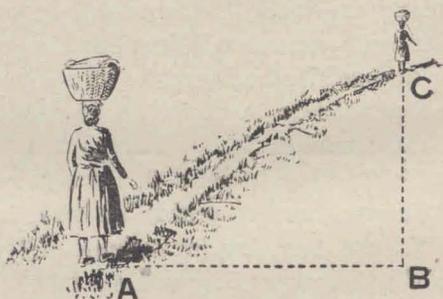


Fig. 117.

Si un carro (fig. 118), sube una pendiente tirado por caballos, éstos hacen trabajo para elevar sus cuerpos, el peso del carro y de la carga en el camino vertical  $BC$

y el que corresponde a la fuerza de frotamiento del vehículo sobre el pavimento.

II. UNIDADES DE TRABAJO. — En el sistema *práctico* o *técnico* la unidad de trabajo es el que realiza una fuerza de un kilogramo si su punto de aplicación se desplaza un metro, en la dirección de aquélla. A esa unidad se la llama *kilográmetro* y se la indica escribiendo *kgm*.

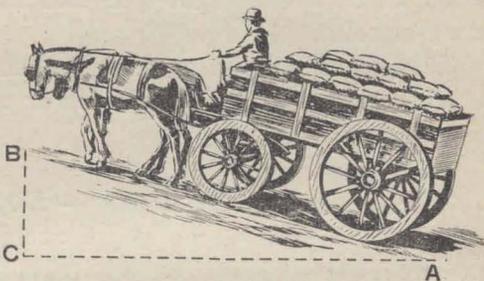


Fig. 118.

Concretamente: efectuamos un trabajo de 1 kilográmetro si levantamos un 1 Kg. a un metro de altura.

En el sistema C. G. S. la unidad de trabajo es el que realiza *una dina* si su punto de aplicación se desplaza *un centímetro*. A esa unidad se la designa *erg*. Como el *erg* es una unidad muy pequeña se ha introducido, con el nombre de *Joule* una cantidad diez millones de veces ( $10^7$ ) veces mayor. Es decir, que

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg.}$$

Para encontrar la relación entre el *kilográmetro* y el *erg* o, lo que es equivalente, entre el kilográmetro y el Joule, no debemos sino recordar que 1 gramo-peso son 980,6 dinas. Resulta

$$1 \text{ Kgm} = 1 \text{ Kg. } 1 \text{ m} = 1.000 \text{ gramos-peso} \times 100 \text{ cms.}$$

de donde

$$1 \text{ Kgm.} = 980,6 \text{ dinas} \times 1.000 \times 100 \text{ cms.}$$

∴

$$1 \text{ Kgm.} = 9,806 \times 10^7 \text{ erg} = 9,806 \text{ Joule.}$$

**2. La conservación del trabajo.** — En el ejemplo del plano inclinado (fig. 116), el trabajo de la resistencia  $R$  es igual al trabajo de la potencia  $P$ . Este es un hecho general. En la polea móvil, p. ej., la potencia es la mitad de la resistencia, pero el camino que ésta recorre es el doble que el de aquélla.

Si el trabajo de la potencia lo llamamos trabajo motor, la ley general es: *El trabajo motor es igual al trabajo resistente.*

**3. Potencia.** — I. DEFINICIÓN. — Desde el punto de vista práctico, utilitario, es de importancia el tiempo que tarda una máquina en realizar un trabajo dado, razón por la cual se ha introducido el concepto de *potencia*. Se llama *potencia* al trabajo que se efectúa en la unidad de tiempo.

II. UNIDADES. — En la práctica es muy usada la unidad denominada *caballo vapor*, que se la indica con las letras *H.P.* Se dice que una máquina tiene una potencia de *un caballo vapor* si es capaz de efectuar un trabajo de 75 kilográmetros por segundo. Esto equivale al trabajo que se gasta levantando 75 Kgs. a 1 metro de altura.

También se usa mucho, sobre todo en los dominios de la electricidad, el *watt* o *vatio*. Cuando se dice que una máquina tiene una potencia de 1 wat, se significa que es capaz de efectuar un trabajo de 1 *Joule por segundo*.

Un kilowatt son, como lo indica la palabra misma, mil watt. Tiene una potencia de 1 kilowatt, p. ej., una máquina que es capaz de realizar un trabajo de 1.000 Joule en un segundo.

**4. Kilowatt - hora.** — Esta es la unidad de trabajo que se emplea en la venta de energía eléctrica. Se llama *kilowatt - hora* al trabajo que realiza una máquina cuya potencia es de un kilowatt en una hora.

Decir que la potencia es de 1 kilowatt, es expresar que entrega por segundo 1.000 Joule y como la hora tiene 3.600 segundos, se sigue que:

$$1 \text{ kilowatt} - \text{hora} = 3.600.000 \text{ Joule}$$

o, lo que es equivalente,

$$1 \text{ kilowatt} - \text{hora} = \frac{3.600.000}{9,806} \text{ Kgm.}$$

**5. La energía.** — Cuando un cuerpo ejecuta trabajo lo hace bajo la presión o tracción de otros, de modo que se puede hablar del trabajo que un cuerpo ejecuta sobre otro. Así, p. ej., el vapor hace trabajo sobre el pistón del cilindro de una locomotora; los gases provenientes de una explosión en los pistones del motor de un automóvil; un peso que cae o un resorte tendido mueven la maquinaria de un reloj.

La observación atenta de esos fenómenos enseña que *un cuerpo no puede jamás efectuar un trabajo sin sufrir cambios tales que lo hacen cada vez menos capaz de seguir produciéndolo*. Así, un peso que realiza un trabajo moviendo, p. ej., el mecanismo de un reloj, cae, y a medida que se acerca al suelo va perdiendo la capacidad de realizarlo, pues, una vez en él no podrá seguir moviéndolo; si es un resorte el que produce la marcha, su tensión va desapareciendo y con ello llegará un momento en que no podrá realizar trabajo alguno.

Se puede afirmar que en todos los casos *un cuerpo puede realizar solamente una cantidad limitada de trabajo*. Se llama *energía del cuerpo a esa capacidad de trabajo*, es decir, que *la energía del cuerpo es igual al trabajo que es capaz de realizar*. Si ejecuta trabajo su energía disminuye en una cantidad igual al trabajo realizado.

**6. La energía cinética.** — El trabajo que es capaz de producir un cuerpo en virtud de su estado de movimiento es su *energía cinética*. El hombre aprovecha, p. ej., el movimiento del agua para producir trabajo moviendo molinos o máquinas hidroeléctricas y el movimiento del aire para impulsar navíos o elevar el agua a cierta altura. Un tren en movimiento requiere la acción de los frenos para ser detenido en cierto espacio; la energía de movimiento se consume en el trabajo de la fricción de aquéllos y del roce de las ruedas sobre los rieles.

El cuerpo en movimiento entrega un trabajo que tiene almacenado. Ese trabajo no es sino el que ha recibido al pasar de la velocidad cero a la velocidad que posee, pues, por el principio de masa, esa variación sólo puede producirla una fuerza que obre sobre el cuerpo.

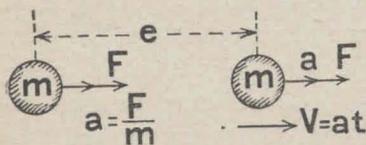


Fig. 119.

Para calcular ese trabajo se puede, por lo tanto, suponer que un cuerpo de masa  $m$  (fig. 119), ha pasado en el tiempo  $t$  de la velocidad cero a la  $V$  bajo la acción de una fuerza constante  $F$ . Ésta produce, según sabemos, una aceleración  $a$  dada por la ecuación  $F = ma$ . Sea, además,  $e$  el camino recorrido en aquel lapso.

El trabajo de la fuerza  $F$  al desplazar su punto de aplicación en el camino  $e$ , es

$$T = F \cdot e = mae,$$

y, puesto que por las leyes del movimiento uniformemente variado, se tiene

$$e = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{y} \quad V = at,$$

resulta

$$T = \frac{1}{2} ma^2t^2$$

o

$$T = \frac{1}{2} mV^2 \quad [2]$$

Esta es la expresión que buscábamos. En palabras: *La energía cinética de un cuerpo es igual a la mitad del producto de su masa por el cuadrado de la velocidad de que está animado.*

Por ej.: un cuerpo que pesa 1.000 Kgs. y va animado de una velocidad de 40 kilómetros por hora tiene almacenado un trabajo

$$T = \frac{1}{2} \times \frac{1000}{9,806} \times \left( \frac{40.000}{3.600} \right)^2 \text{ Kgm.}$$

es decir,

$$T = 6292 \text{ Kgms.}$$

Es por demás notorio que si la velocidad de un cuerpo aumenta, aumenta su energía cinética y que este incremento no es sino el trabajo gastado por la fuerza que lo acelera; y que si su velocidad disminuye, disminuye su energía cinética y que esta disminución es igual al trabajo de una fuerza que se opone a su marcha, es decir, de una fuerza resistente. Supongamos, p. ej., que se hace un disparo sobre una tabla de madera

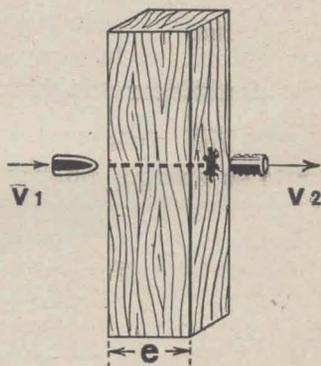


Fig. 120.

de espesor  $e$ . Sea  $m$  la masa del proyectil (fig. 120), y  $v_1$  la velocidad con que incide sobre aquélla. La madera se

opone a su movimiento, es decir, le ofrece una fuerza resistente que indicaremos con  $F$  y, como consecuencia de ello, la bala pierde velocidad al atravesarla saliendo de la misma con una velocidad  $v_2$  menor que la  $v_1$ .

La energía cinética que tiene el proyectil al llegar es  $\frac{1}{2}mv_1^2$  y al salir la energía menor  $\frac{1}{2}mv_2^2$ .

La diferencia es la energía gastada en el trabajo  $F \cdot e$  efectuado en contra de la fuerza resistente  $F$ . Es decir, que se tiene

$$F \cdot e = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2. \quad [3]$$

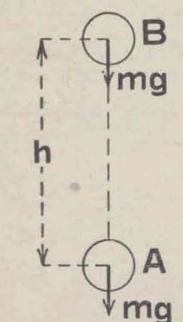


Fig. 121.

**7. La energía potencial.** — Si se levanta un cuerpo de masa  $m$  de una posición  $A$  a otra  $B$  (fig. 121), entre las cuales existe la distancia vertical  $h$ , se gasta el trabajo  $mgh$ , pues,  $mg$  es la fuerza, el peso, y  $h$  el camino recorrido. Si el cuerpo cae después libremente, recorriendo el camino  $h$  en sentido contrario,

al llegar a la posición primitiva  $A$  tiene la velocidad  $V = \sqrt{2gh}$  [véase el N.º 10 del capítulo IV], y por lo tanto su energía cinética es:

$$T = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gh})^2,$$

es decir,

$$T = mgh. \quad [4]$$

El cuerpo posee, pues, una energía cinética igual al trabajo que se gastó en levantarlo. Si hubiese quedado indefinidamente en reposo en la posición  $B$  esa energía

no se habría puesto de manifiesto. El trabajo gastado para llevar al cuerpo de una posición a otra queda almacenado bajo una nueva forma que no se manifiesta en movimiento sino en el cambio de posición con respecto a la tierra. Esta nueva forma de energía se llama *energía potencial* o *de posición*.

El resultado que expresa la fórmula [4] ya lo teníamos, pues, de acuerdo con lo que estudiamos en el número anterior, el aumento de la energía cinética al pasar de *B* a *A*,

durante la caída, que es  $\frac{1}{2}mV^2$ , debe ser igual al trabajo

de la fuerza que obra sobre el cuerpo en el mismo camino, el cual es *mgh*.

Si se lanza un cuerpo de masa *m* verticalmente hacia arriba con la velocidad inicial *V*, de modo que quede bajo la acción exclusiva de la gravedad, su energía cinética disminuye continuamente a medida que sube; para la altura máxima la velocidad es cero y la energía cinética ha desaparecido totalmente. La energía existente primitivamente en el cuerpo, en forma de energía cinética, no ha dejado de existir sino que ha tomado otra forma proveniente del cambio de posición con respecto a la tierra, se ha convertido en *energía potencial*.

*Las dos formas de energía que acabamos de conocer, que son la energía cinética y la energía potencial, se convierten, pues, una en otra, como si fuesen manifestaciones distintas de una misma cosa.*

Esta conversión se aprovecha, p. ej., en el *martinete*, mediante el cual se pueden introducir en la tierra pilotes que servirán de sostén a un edificio, a un muro de contención, etc. Varios obreros levantan, mediante poleas, un gran peso. Cuando éste ha alcanzado cierta altura, se

desengancha y cae. La energía potencial se convierte en cinética. Cuando el cuerpo choca contra la viga se gasta en el trabajo que requiere el enterramiento de parte de aquélla en contra de la fuerza resistente de la tierra.

El trabajo que se gasta en deformar un resorte queda también almacenado en éste en forma de energía potencial.

### 8. Otras formas de la energía. El principio de conservación.

— La experiencia enseña que gastando trabajo se produce calor. Es lo que hacemos nosotros cuando nos calentamos las manos frotándolas, lo cual consiste en desplazarlas relativamente en contra de la fuerza resistente del roce.

Los hombres primitivos encendían fuego frotando rocas. La estela luminosa de los aerolitos proviene del calor que se produce por su roce en el aire engendrando un proceso de combinación con el oxígeno. Golpeando continuamente con un martillo un cuerpo puesto sobre un yunque se calienta. El trabajo de nuestros músculos se convierte en energía cinética del martillo y ésta se extingue sobre el cuerpo en que cae, convirtiéndose en calor.

Por la explosión de la pólvora es posible comunicar a un cuerpo (proyectil) una gran velocidad, lo que significa dotarlo de una gran energía cinética. Esta energía se ha puesto en libertad durante el proceso químico de la explosión. Existe, pues, *energía química*.

La energía cinética, la energía potencial, la energía química, la energía eléctrica pueden convertirse una en otra. La energía se transforma pero no se destruye, es constante.

9. Problemas. — 1. Una persona de 60 Kgs. de peso que va corriendo con la velocidad 5 metros por segundo, ¿qué energía cinética lleva?

R.: 764,8 Kgm.

2. Si la persona del problema anterior, choca con otra que está en reposo y después de recorrer 40 cms. quedan ambas en esa última condición, ¿cuál es la fuerza media del choque?

R.: 1912 Kg.

3. ¿Qué trabajo será menester gastar para detener un tren de diez vagones que pesa, comprendiendo la locomotora, 50 toneladas que va animado de una velocidad de 72 kilómetros por hora?

R.: 1.019.682 Kgm.



## CAPÍTULO VI

### EL PENDULO. EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. LA FUERZA CENTRÍFUGA

#### A. — EL PÉNDULO

1. Definición. Juego de la energía. — Se da el nombre de *péndulo* a un cuerpo cualquiera que puede oscilar en torno a un eje fijo bajo la acción exclusiva de la gravedad.

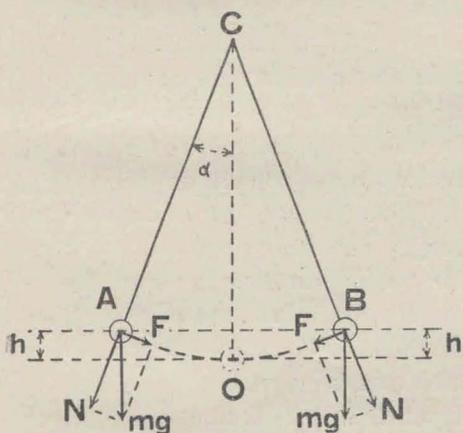


Fig. 122.

Se puede reducir el péndulo a la forma más simple posible, idealizándolo a tal grado de suponerlo constituido por un cuerpo sumamente pequeño, por un *punto material*, suspendido de un hilo *inextensible y sin peso*. A este péndulo se le llama *ideal* o *matemático*. Su consideración simplifica el estudio del movimiento pendular.

Una pequeña esfera metálica de masa  $m$  (fig. 122), suspendida de un hilo delgado lo representa, prácticamente, de un modo que puede calificarse de satisfactorio. Su peso  $mg$  será la única fuerza que actúa si, como supo-

nemos, el del hilo es completamente despreciable. Si se la aparta de la posición  $O$  de reposo hasta una posición  $A$ , p. ej., y se la abandona a la acción de la gravedad se le ve caer hasta  $O$ , en un plano, y luego subir hasta una posición  $B$  simétrica de la  $A$  respecto a la posición  $O$  de quietud. El proceso se repite en sentido contrario, moviéndose la esferilla de  $B$  hacia  $O$  y de este punto hacia  $A$  y así sucesivamente, por lo que se dice que *el péndulo oscila*. Ese *movimiento oscilatorio* se explica sin dificultad. Al peso  $mg$  se lo puede descomponer en dos componentes: una, la  $N$ , que tiene la dirección del hilo y la otra, la  $F$ , normal a aquélla y, por consiguiente, tangencial al círculo que describe la masa. La fuerza  $N$  origina una tensión del hilo que se anula por la reacción del punto de suspensión  $C$ ; la  $F$  hace mover el péndulo. Durante su pasaje de  $A$  a  $O$  cae en el camino  $h$  y su velocidad aumenta. La velocidad que tiene en  $O$ , que es el punto más bajo que puede alcanzar, siendo, por esto, la *velocidad máxima*, le permite, por *inercia*, continuar su marcha y ascender hasta  $B$ .

Al llevar la esferilla desde  $O$  hasta  $A$  se gasta el trabajo  $mgh$  que queda almacenado en forma de *energía potencial*. Al caer desde  $A$  hasta  $O$  toda esa energía potencial se convierte en energía cinética y ésta nuevamente en aquélla mientras sube verticalmente, en el mismo camino  $h$ , al pasar de  $O$  a  $B$ . Si, como en realidad se ha supuesto, no existiesen pérdidas de energía por roce y otras causas el péndulo oscilaría indefinidamente.

Se llama *longitud del péndulo* la distancia entre el punto  $C$  de suspensión y el centro de la esferilla, supuesta ésta muy pequeña, y *período* o *tiempo de oscilación* al empleado por el péndulo durante el pasaje de  $A$  a  $B$  y de  $B$  a  $A$ . A esta oscilación se le llama *doble*, llamándose simple a la que consiste en el pasaje de  $A$  a  $B$ , solamente, p. ej. El tiempo de una oscilación simple es la mitad del de una oscilación doble. Se denomina *amplitud* al ángulo  $\alpha$  que

forma el péndulo en una de sus posiciones extremas con la de reposo.

**2. Leyes del péndulo.** — I. LEY DEL ISOCRONISMO. — Si se hace oscilar un mismo péndulo, sucesivamente, con amplitudes diferentes, pero que no pasen de unos  $6^\circ$  y se miden los tiempos de oscilación, resulta que son iguales. Podemos, pues, decir que todas las oscilaciones de un péndulo dado tienen la misma duración, es decir, son *isócronas*. Esta ley se cumple con suficiente aproximación si, como hemos dicho más arriba, todas las oscilaciones son de pequeña amplitud.

II. LEY DE LAS MASAS. — La figura 122 hace ostensible que la caída vertical de la masa del péndulo al pasar de la posición *B* a la *O*, es *h*. Sin profundizar en la ley matemática del péndulo, es evidente que si se construyen péndulos de la misma longitud, pero cuyas esferillas sean de cuerpos diferentes, se podrá comprobar si todos caen simultáneamente, apartándolos en ángulos iguales y abandonándolos a la acción de la gravedad al mismo tiempo.

Ya hemos mencionado una *observación* de Galileo en el N.º 8 del capítulo IV. Digamos ahora que el primero en realizar un *experimento* de esa especie fué Newton, quien, a propósito del mismo, dice: “Hace ya mucho tiempo que ha sido observado por otros que cuerpos de la más variada naturaleza caen a la tierra desde alturas iguales en tiempos iguales. Se puede comprobar, con mucha exactitud, la igualdad de los tiempos con el auxilio de péndulos. Yo lo comprobé con oro, plata, plomo, vidrio, arena, sal común, madera y trigo. Me proveí para ello de dos cajas de madera esféricas e iguales. Llené una con madera y suspendí en el centro de la otra, tan exactamente como me fué posible, igual peso de oro.

“Esas cajas suspendidas de hilos iguales de once pies.

de largo formaban un par de péndulos enteramente iguales en peso y figura, y a los cuales oponía el aire la misma resistencia. Puestos en movimiento al mismo tiempo uno al lado del otro, observé que marchaban juntos, hacia adelante y hacia atrás, durante mucho tiempo. Sus tiempos de oscilación eran, pues, iguales”.

Ya veremos que el astrónomo alemán Bessel, en el año 1830, hizo la misma comprobación, en realidad, de modo extremadamente exacto.

La experiencia enseña que esos tiempos siguen siendo iguales aun cuando los pesos y, por lo tanto, las masas, sean diferentes.

Podemos, pues, decir que *el tiempo de oscilación de un péndulo es independiente de la naturaleza y de la masa del mismo*, y que esta ley es trasunto del hecho de que todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

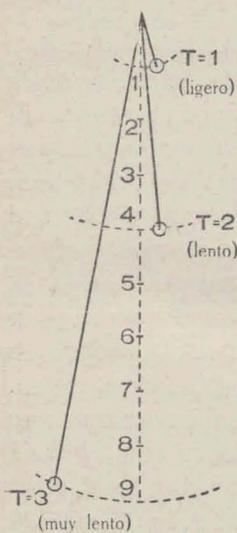


Fig. 123.

III.. LEY DE LAS LONGITUDES. — La experiencia enseña que las oscilaciones de un péndulo son tanto más lentas cuanto mayor es su longitud y que el tiempo se hace doble, triple, etc., si las longitudes se hacen cuatro, nueve, etc., veces más grandes, lo cual se ha representado en la figura 123. De esos hechos se induce que *los tiempos de oscilación de dos péndulos de diferente longitud están entre sí como las raíces cuadradas de los longitudes de los mismos*.

**3. Fórmula del péndulo.** — Por la aplicación del principio de masa se ha encontrado teóricamente que el tiempo  $T$  de una oscilación doble de un péndulo, cuan-

do la amplitud es pequeña, está dada por la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad [1]$$

donde  $l$  es su longitud y  $g$  la aceleración de la gravedad. Esa expresión permite, midiendo  $T$  y  $l$ , calcular  $g$ . El astrónomo Bessel determinó, con suma exactitud, en el año 1830, el valor de  $g$  para hierro, plomo, latón, plata, oro, mármol y cuarzo encontrando que era exactamente el mismo, lo que demuestra que la tierra no tiene predilección por ninguna substancia.

Introduciendo este hecho experimental y teniendo presente que en la [1] no figura la masa, podemos decir que en aquella expresión están contenidas las tres leyes enunciadas en el número anterior. Las oscilaciones son *isócronas* porque, no figurando la amplitud, el período  $T$  depende sólo de  $l$  que es constante para un péndulo dado y  $g$  también tiene ese mismo carácter en un lugar dado de la tierra; el tiempo  $T$  no depende ni de la masa ni de la naturaleza del cuerpo que la constituye porque aquélla no figura en la fórmula y todos los cuerpos caen con la misma aceleración  $g$  y, finalmente, es notorio que el período es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud.

El tiempo de oscilación varía, también, en razón inversa de la aceleración  $g$ , la cual no tiene el mismo valor en los diferentes lugares de la tierra. Un péndulo que en París, (latitud  $48^{\circ} 50'$ ) tiene un tiempo de oscilación de 1 segundo, es decir, que *bate el segundo*, lo que significa que efectúa 86.400 oscilaciones por día en Cayena (latitud  $4^{\circ} 46'$ ), cumple, en números redondos, 150 oscilaciones más por día, lo que quiere decir que adelanta alrededor de dos minutos y medio por día. Este hecho fué observado por el astrónomo Richter en el año 1672 y *constituye la primera observación de la variación de  $g$  con la latitud.*

Huygens y Newton explicaron el hecho diciendo que, teniendo en cuenta la ley de atracción de las masas, era necesario admitir que la forma de la Tierra no era esférica. Ambos habían establecido, además, ya antes, que puesto que primitivamente la Tierra debería haberse encontrado en estado pastoso, la rotación tenía que haber producido un achatamiento en los polos y abultamiento en

el Ecuador. Ese achatamiento debería revelarse por mediciones directas, pues, en ese caso, la longitud de arcos de meridiano de un grado aumentaría del Ecuador hacia los polos.

Para la investigación de esa cuestión la Academia Francesa mandó dos comisiones encargadas de medir la longitud del arco de meridiano de un grado: una a Perú y otra a Suecia. Estas expediciones realizaron sus medidas entre los años 1735 y 1736. Sus resultados confirmaron plenamente las suposiciones de Newton y Huygens.

**4. Aplicación del péndulo a los relojes.** — En la antigüedad se medía el tiempo con relojes de Sol y agua. Estos últimos, denominados *clepsídras*, consisten en un recipiente que deja efluir el agua que contiene por un orificio de

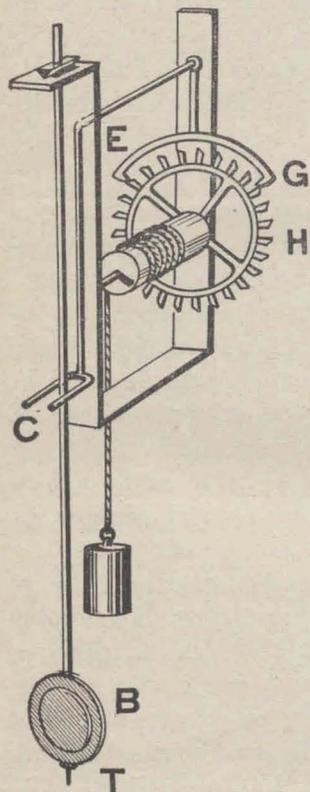


Fig. 124 a.

pequeño diámetro practicado en su fondo.

Los relojes hidráulicos fueron substituídos, a partir de los siglos XI y XII por relojes mecánicos.

La idea de aprovechar el isocronomismo del movimiento del péndulo, que se atribuye a Galileo, tropezó con el inconveniente del amortiguamiento de las oscilaciones. Transcurrido un tiempo relativamente breve el péndulo cesa de moverse.

Christian Huygens superó esa dificultad construyendo, en el año 1657, el primer reloj a péndulo. Williams Clement lo perfeccionó construyendo, en el año 1680, el reloj con péndulo a *escape de áncora* (figs. 124 a y 124 b). El péndulo *B* imprime al escape de áncora *EG*, al oscilar, mediante la palanca *C*, un movimiento oscilatorio como el propio. La rueda

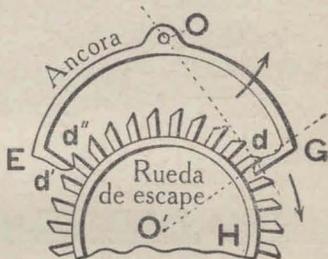


Fig. 124 b.

*H*, lleva en su eje un hilo arrollado del cual pende un peso *P* que tiende a comunicarle un movimiento continuo. La acción del escape impide que esto suceda. En cada oscilación simple se encuentran con un diente de la rueda *H* y la detiene momentáneamente. Uniendo el eje de *H* con un

sistema de ruedas dentadas, es fácil hacer girar una o más agujas cuyas posiciones sucesivas sobre un disco indican el tiempo.

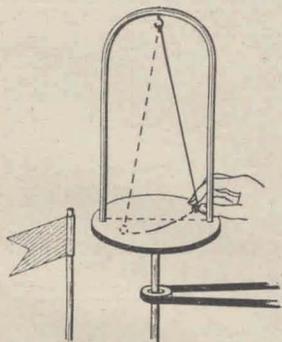


Fig. 125.

**5. Comprobación del movimiento de rotación de la Tierra mediante el péndulo.** — Un péndulo conserva su plano de oscilación en el espacio, aun cuando gire el soporte del cual pende, lo que se puede poner de manifiesto con el dispositivo que enseña la figura 125. Fundado en ese hecho, Foucault fué el primero en comprobar, en el año 1850, la rotación de

la Tierra haciendo oscilar un péndulo de gran longitud y de una masa relativamente grande, suspendido en la cúpula del Panteón de París.

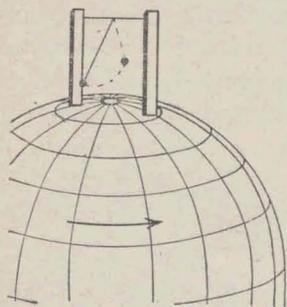


Fig. 126.

Si un péndulo (fig. 126), está suspendido en el polo  $N$ , p. ej., el observador ve girar al plano del péndulo en  $360^\circ$  en 24 horas. La realidad es que la Tierra gira en ese ángulo en el mismo tiempo. Lo análogo ocurre en otras latitudes, pero cuanto más cerca del Ecuador está el péndulo, tanto más tiempo

tarda en dar una vuelta.

## B. — EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

### 5. Definición. Velocidad. Velocidad lineal y angular. —

Si un cuerpo se mueve sobre un círculo recorriendo arcos iguales en tiempos iguales, se dice que el movimiento es *circular uniforme*.

La velocidad que posee el cuerpo en un instante dado, tiene, como es notorio (fig. 127), la *dirección* de la tangente al círculo que describe; sobre ésta el *sentido* que indica el movimiento y la *magnitud* o *módulo* dada por el camino recorrido en la unidad de tiempo. La velocidad queda representada, en el momento en que el cuerpo está en  $P$ , por el vector  $PV$ , que designaremos simplemente con  $V$ .

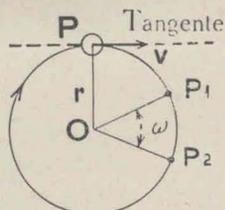


Fig. 127.

La velocidad que se ha definido es la *velocidad lineal* o *tangencial*, entendiéndose por *velocidad angular* al ángulo descrito por el radio  $r$  en la unidad de tiempo. Si el cuerpo, p. ej., ha pasado en un segundo de la posición  $P_1$

a la  $P_2$ , el camino  $P_1P_2$  es el módulo de la velocidad lineal  $V$  y el ángulo  $P_1OP_2 = \omega$  es la velocidad angular. Por la geometría elemental sabemos que

$$P_1P_2 = \omega r$$

y, por lo tanto,

$$V = \omega r \quad [2]$$

es decir, que la *velocidad lineal es igual al producto de la velocidad angular por el radio*.

Si indicamos con  $T$  el tiempo que tarda el cuerpo en dar una vuelta, la velocidad lineal está dada por la expresión

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

que es el cociente entre el camino recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo, y la angular por

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

pues, si el ángulo descrito por  $r$  en  $T$  segundos es  $2\pi$ , en un segundo el ángulo descrito será  $T$  veces menor.

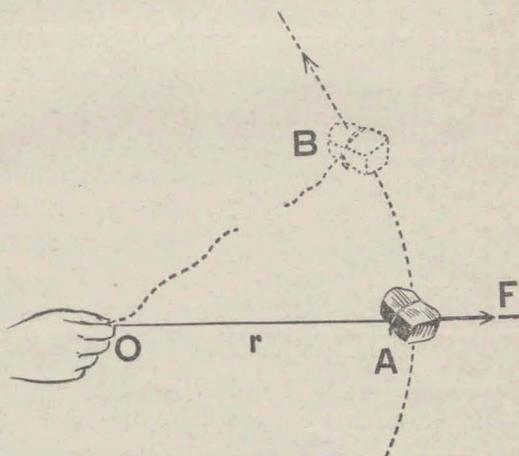


Fig. 128.

**6. Un experimento. La aceleración. La fuerza centrífuga.** Algunos hechos que caracterizan a ese movimiento se ponen de manifiesto por un experimento muy simple. Si atamos una piedra a un hilo (fig. 128), y la “revoleamos”

sobre nuestra cabeza, podremos hacerle describir un movimiento de aquella especie. Advertiremos una tracción sobre nuestra mano; notaremos que la piedra tira a lo largo del hilo y que la fuerza con que lo hace es tanto mayor cuanto más rápido es el movimiento.

La fuerza con que tira la piedra en dirección del hilo se llama *fuerza centrífuga* y la igual y de sentido opuesto con la cual la contrarresta nuestra mano *fuerza centripeta*. Aquella fuerza y, por lo tanto, ésta provienen del cambio continuo que experimenta la dirección de la velocidad, de acuerdo con el principio de masa.

La tracción de la fuerza centrífuga puede cortar el hilo y si esto sucede la piedra sigue, *por inercia*, moviéndose en la dirección en que lo hacía en el momento de la ruptura.

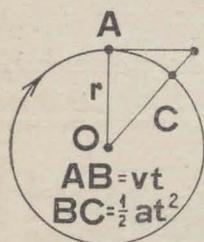


Fig. 129.

Calculemos ahora la aceleración y la fuerza. Supongamos (fig. 129), que un cuerpo de masa  $m$  se mueve con la velocidad  $v$  sobre el círculo de radio  $r$ . Puesto que la dirección de la velocidad cambia continuamente, lo que significa que existe una aceleración, obrará con-

tinuamente una fuerza, de acuerdo con el principio de masa.

La fuerza que obliga al cuerpo a moverse sobre el círculo es la que tira de él o lo atrae hacia el centro, es decir, la fuerza centripeta. Está claro que la aceleración está, también, dirigida hacia el centro.

Lo que precede puede hacerse ostensible mediante la aplicación del principio de superposición de los movimientos. Si el cuerpo no estuviese sometido a la acción de ninguna fuerza recorrería el camino  $AB = vt$  en el tiempo  $t$ . Pero, en realidad, en ese mismo lapso el cuerpo llega a  $C$ , lo que significa que en ese intervalo  $t$  de tiempo

ha caído hacia el centro, bajo la acción de la fuerza centrípeta, en el camino  $BC = \frac{1}{2}at^2$ , donde  $a$  es la aceleración. Como esa caída es continua debemos suponer a  $C$  muy próximo de  $A$ . De la geometría se sabe que

$$\overline{AB}^2 = BC (BC + 2r) = 2r \cdot BC,$$

pues, por lo dicho,  $BC$  es muy pequeño con respecto al diámetro  $2r$  del círculo. De esa expresión se obtiene para la aceleración, reemplazando los valores de  $AB$  y  $BC$ ,

$$a = \frac{v^2}{r} \quad [3]$$

Por el segundo principio de Newton la fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración y, por lo tanto, la fuerza centrípeta está dada por la expresión

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad [4]$$

Introduciendo en esta expresión el valor de  $v$  que da la [2], se tiene

$$F = m \omega^2 r. \quad [5]$$

*La fuerza centrífuga es, pues, igual al producto de la masa por el cuadrado de la velocidad angular por el radio.*

**7. Experimentos.** — Para los experimentos se emplea la llamada máquina centrífuga (fig. 130), que está provista de varios accesorios que se adaptan a su eje de rotación.

Un anillo elástico es deformado por un movimiento de

rotación (fig. 131, I), achatándose en las vecindades del eje, pues, teniendo la velocidad angular el mismo valor para todos los elementos de masa de los anillos, la fuerza

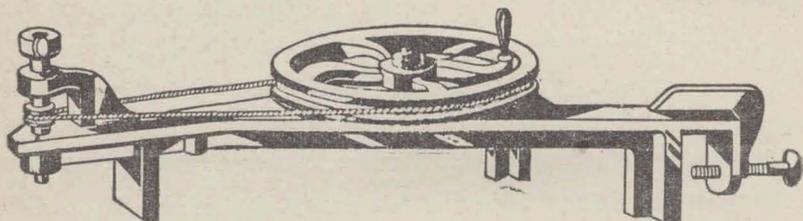


Fig. 130.

centrífuga es mayor para los elementos más alejados del eje de rotación. Dos esferas  $m_1$  y  $m_2$ , unidas por un hilo, (fig. 131, II), de masas diferentes tales, p. ej., que  $m_2 = 2m_1$ , se mantienen en reposo para cualquier velocidad angular si la mayor está a una distancia del eje igual a la mitad de lo que está la otra. Esferillas situadas dentro de un hemisferio de vidrio (fig. 131, III), suben por sus paredes cuando se hace girar a éste. Dos líquidos, mercurio y agua, contenidos en un recipiente como el que enseña la figura 131, IV, toman la distribución que allí mismo se ve: el agua, que es más liviana, queda más hacia el eje de giración. Un pequeño vehículo que lleva dentro un hombrecillo (fig. 131, V), se mueve sobre un carril circular, situado verticalmente sin perder, en ningún momento, contacto con las vías.

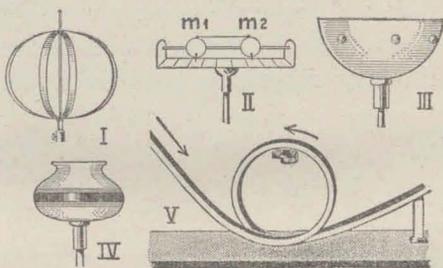


Fig. 131.

**8. Aplicaciones.** — I. EL REGULADOR DE WATT. — Este aparato está representado en la fig. 132. Las masas  $m$

se separan tanto más del árbol de rotación cuanto mayor es la velocidad angular. Por el mecanismo que hace notorio el dibujo es posible regular así el pasaje de vapor por el conducto *C*. Se dice que Watt, siendo un joven de pocos años, estando al cuidado de una máquina a vapor, ideó este dispositivo que regulaba su funcionamiento automáticamente, lo que le permitía distraerse algunos momentos con sus juegos.

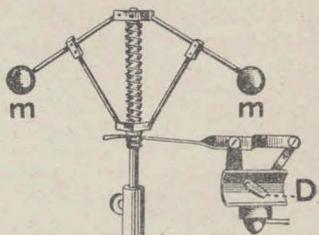


Fig. 132.

II. SEPARACIÓN DE SUBSTANCIAS DE DIFERENTE DENSIDAD EN MEZCLAS LÍQUIDAS. — En los laboratorios se procede a la

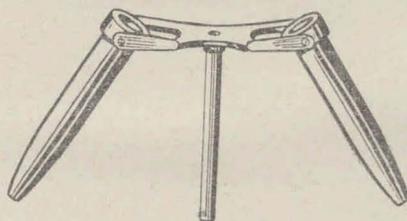


Fig. 133.

separación que indica el título, centrifugando la mezcla en dos tubos dispuestos como enseña la figura 133. Para distancias iguales, ya que la velocidad angular es la misma para todos los elementos, la fuerza centrífuga

es mayor para aquellos de mayor peso específico, por lo que son precipitados hacia el fondo del tubo.

En las refinерías, el azúcar se envía a recipientes que giran a gran velocidad en torno a ejes verticales. El agua con que se la mezcla para lavarla, sale por conductos axiales, mientras que los cristales de aquélla es precipitada hacia la periferia sobre las paredes de los recipientes.



## CAPÍTULO VII

### EL MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS. LA LEY DE GRAVITACION DE NEWTON

**1. Reseña histórica.** — Debido al movimiento de rotación de la Tierra de Occidente a Oriente, las estrellas parecen girar todas en sentido contrario, con la misma velocidad angular, alrededor de un eje que no es sino el eje de la Tierra. Se dice, por esto, que la *bóveda celeste* tiene un movimiento de conjunto de rotación en torno del *eje del mundo*, que no es sino la prolongación ideal del citado más arriba.

El movimiento de los planetas, que había dado lugar a complicadas hipótesis, fué explicado satisfactoriamente por Copérnico, suponiendo al Sol fijo y a la Tierra y demás planetas girando a su alrededor.

El dinamarqués Tycho Brae (1545-1601), hizo en Praga gran número de observaciones astronómicas, muchísimas de ellas referentes al movimiento de los planetas, pero no dedujo de ellas sus leyes a causa de que no aceptaba el sistema de Copérnico.

**2. Las leyes de Kepler.** — Si se refieren sus posiciones en el espacio al Sol supuesto fijo, los planetas se mueven de acuerdo con las siguientes leyes, que fueron deducidas por Kepler de las observaciones de Tycho Brae:

PRIMERA LEY. — Cada uno de los planetas se mueve sobre una *elipse*, en uno de cuyos focos se encuentra el Sol. En la figura 134 este astro rey está en *S* y  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  son posiciones diferentes del planeta.

La forma de una elipse está determinada por su excentricidad, es decir, por

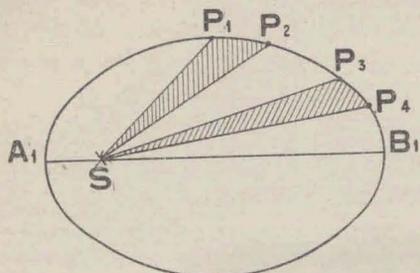


Fig. 134.

la relación entre la distancia que separa a los focos y el eje mayor. La excentricidad en el caso de Marte es alrededor de 0,09; en la órbita de Mercurio es mayor, pero en los demás planetas muchísimo más pequeña.

En el movimiento de los planetas se puede, por lo tanto, substituir, con buena aproximación, las órbitas elípticas por órbitas circulares en cuyo centro se encuentra el Sol. Los radios de esos círculos y los tiempos de revolución a su alrededor están dados en el cuadro que sigue, donde se ha tomado como unidad de distancia la que separa a la Tierra del Sol, cuyo valor es  $r = 148,65 \cdot 10^6$  Kms.

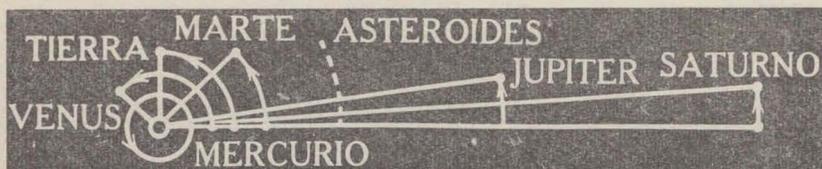


Fig. 135.

Planeta	Radio de la Órbita	Tiempo de Revolución
Venus .....	0,723	325 días
La Tierra .....	1	365 días = 1 año
Marte .....	1,524	1 año 322 días
Júpiter .....	5,203	11 años 315 días
Saturno .....	9,54	29 años 167 días

En la figura 135 están representadas las distancias de esos cuerpos.

SEGUNDA LEY. — *El segmento de recta que une al Sol con el planeta — radio vector — describe áreas iguales en tiempos iguales.* Si el planeta ha tardado, p. ej., tiempos iguales en recorrer los arcos de elipse  $P_1P_2$  y  $P_3P_4$  respectivamente, las áreas sombreadas son iguales.

TERCERA LEY — *El cociente de dividir el cubo del eje mayor de la elipse por el cuadrado del tiempo de revolución, tiene el mismo valor para todos los planetas.* Puesto que, en casi todos los casos, la órbita es circular, en lugar de los ejes mayores se puede hablar de los diámetros de las órbitas circulares. Está claro que el cociente entre el cubo del radio de la órbita y el cuadrado del tiempo de revolución, también es constante.

Veamos cómo se cumple esta ley tomando los datos que corresponden a la Tierra y Marte. Los resultados están consignados en el cuadro que va a continuación. Se representan en él con  $r_1$  y  $T_1$  ;  $r_2$  y  $T_2$ , respectivamente, sus radios y tiempos de revolución.

Planeta	Radio de la órbita en Kms.	Radio de la órbita en cms.	Tiempo de Revolución	Cociente entre el cubo de radio y el el cuadrado del tiempo de revolución
Marte.	$r_1 = 226.5 \cdot 10^6$	$2.265 \cdot 10^{13}$	686,98 días $5.9355 \cdot 10^7$ seg.	$\frac{r_1^3}{T_1^2} = 3,2985 \cdot 10^{24}$
Tierra .	$r_2 = 148,65 \cdot 10^6$	$1,4865 \cdot 10^{13}$	365,25 días $3.1558 \cdot 10^7$ seg.	$\frac{r_2^3}{T_2^2} = 3,2982 \cdot 10^{24}$

La ley se cumple, pues, con una exactitud muy grande.

3. **La ley de gravitación de Newton.** — Puesto que los planetas describen órbitas curvas, con mucha aproximación circulares, debe actuar sobre ellos una fuerza centrípeta que compense en todo punto la acción de la fuerza centrífuga.

Newton tuvo el pensamiento de que esa fuerza centrípeta proviene de una atracción del Sol sobre los planetas y de que esa atracción era de la misma naturaleza que la que determina la caída de los cuerpos en la tierra.

Aplicando los tres principios de la mecánica establecidos por él mismo, Newton pone de manifiesto, mediante las leyes de Kepler, que la fuerza de atracción que ejercería el Sol sobre la unidad de masa de diferentes planetas, supuestos colocados a iguales distancias, sería exactamente la misma, es decir, que *el Sol no tiene favoritos entre sus satélites, sino que los atrae a todos en la misma forma*. Esto corresponde a nuestra experiencia terrestre, según la cual todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

En cuanto a la magnitud de la fuerza de atracción, Newton descubre, de la misma manera, que *todos los cuerpos se atraen con una fuerza que es proporcional a sus*

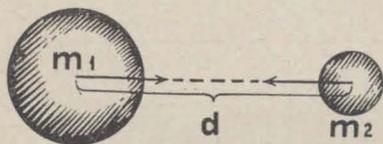


Fig. 136.

*masas y que está en razón inversa del cuadrado de la distancia que las separa*. Es decir (fig. 136), que si se tienen dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  a la distancia

$d$ , la fuerza  $F$  de atracción es

$$F = k \frac{m_1 m_2}{d^2}.$$

Esa fuerza es tanto aquélla con que  $m_1$  atrae a  $m_2$ , como la fuerza con que ésta atrae a la primera, pues, por el principio de la igualdad de la acción y reacción son iguales y opuestas.

La constante  $k$  representa la fuerza con que se atraen dos masas iguales a la unidad, situadas a la unidad de distancia. Las determinaciones a que nos referimos más adelante enseñan que dos masas de un

gramo situadas a la distancia de un centímetro se atraen con una fuerza

$$k = 0,000000066664 \text{ dinas.}$$

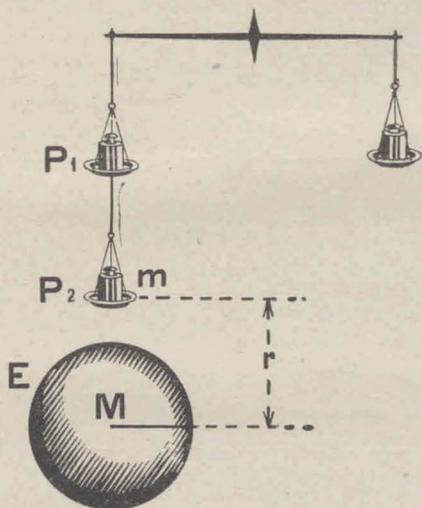


Fig. 137.

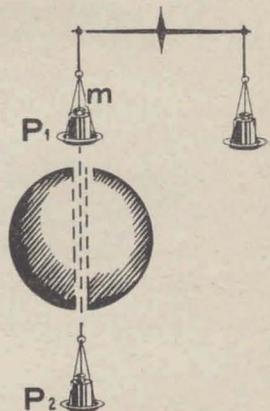


Fig. 138.

#### 4. Las determinaciones de $k$ . —

Cavendish fué el primero en hacer notoria, en el año 1798, la atracción entre las masas por un experimento de laboratorio y en determinar el valor de  $k$ .

En época relativamente reciente Jolly puso de manifiesto aquella atracción y determinó el valor de  $k$  de este modo: determinaba el peso de una masa  $m$ , sometida, además de la atracción de la Tierra, a la de una esfera  $E$  de plomo de 1.000 kilogramos (fig. 137), una vez colo-

cándola en el platillo  $P_1$ , situado bastante lejos de la esfera  $E$  y otra vez en el platillo  $P_2$  muy próxima a ella. La diferencia da la fuerza de atracción entre la esfera  $E$  y la masa  $m$ .

Richarz y Krigar Menzel emplearon en lugar de una esfera de plomo de 1.000 kilogramos, una de 100.000 kilogramos, provista de un agujero diametral (fig. 138). Pesando una masa  $m$  una vez en el platillo  $P_1$  y otra en el  $P_2$ , la diferencia que se obtiene es igual al doble de la fuerza con que se atraen la esfera y la masa  $m$ .

## CAPÍTULO VIII

### HIDROSTÁTICA

#### A. — LA PRESIÓN. EL TEOREMA GENERAL DE LA HIDROSTÁTICA

1. **Concepto de fluido.** — Llámense fluidos a los líquidos y a los gases. Por poco que se mueva el recipiente que contiene a un líquido, éste se agita. Se tiene la impresión de que las masas líquidas se mueven unas sobre otras y cambian de forma con suma facilidad, es decir, que la fuerza de roce entre ellas es muy pequeña. Eso sucede en realidad. En los líquidos las fuerzas necesarias para producir un deslizamiento de una porción sobre otra son minúsculas y lo mismo sucede en los gases. Debido a esa propiedad es que los fluidos toman la forma del vaso que

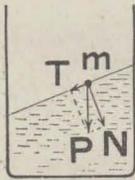


Fig. 139.

los contiene y que la superficie libre de masas en reposo son horizontales. Para que una masa líquida  $m$  (fig. 139), pudiese permanecer en reposo sobre una superficie inclinada sería necesario que una fuerza de roce anulara la componente tangencial  $T$  del peso  $P$  de aquella. Como, por lo dicho, el roce es nulo, la fuerza  $T$  hace caer a la masa  $m$  sobre la superficie inclinada. El equilibrio se produce solamente cuando aquella componente  $T$  se hace cero, lo que acontece cuando la superficie libre del líquido es horizontal (fig. 140), en cuyo

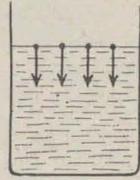


Fig. 140.

caso la fuerza que obra sobre una masa cualquiera de la superficie, que es su propio peso, es normal a ésta.

Los líquidos y los gases tienen, pues, la propiedad común de no ofrecer resistencia al cambio de forma, pero se advierte en ellos diferencias muy notorias. Pequeñas variaciones de las fuerzas que obran sobre ellos determinan en los gases variaciones apreciables de volumen, por lo que se dice que son muy *compresibles*; para hacer variar el volumen de un líquido son necesarias, en cambio, fuerzas muy grandes: los líquidos son, prácticamente, *incompresibles*.

**2. Presión.**— En la mecánica de los flúidos el concepto de *presión* es de una importancia extraordinaria. A él está ligada la diferencia entre el comportamiento mecánico de los sólidos y de los flúidos.

*Se denomina presión a la fuerza que obra por unidad de superficie, perpendicularmente a la misma.*

Si un peso de 4 Kgs. p. ej., descansa sobre una mesa horizontal, abarcando el área de 8 cm.<sup>2</sup> (fig. 141), la presión *p* es



8 cm.<sup>2</sup>

Fig. 141.

$$p = \frac{4 \text{ Kg.}}{8 \text{ cm.}^2} = 0.5 \frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^2}$$

es decir, que sobre cada centímetro cuadrado obra una fuer-



20 cm.<sup>2</sup>

Fig. 142.

za de medio kilogramo o, lo que es lo mismo, de 500 gramos. En el caso de la figura 142 la presión es también de 500 gramos por centímetro cuadrado.

En general, si la fuerza *F* actúa normalmente sobre la superficie *S*, la presión *p* está dada por la relación

$$p = \frac{F}{S} \quad [1]$$

**3. Principio de Pascal.** — Este principio se anuncia diciendo: *los líquidos transmiten íntegramente la presión que se ejerce sobre ellos en todos sentidos.* Si mediante el pistón que está en la abertura A (fig. 143), cuya sección es de un centímetro cuadrado, aplicamos sobre el líquido contenido en el recipiente R una fuerza de 10 Kgs., para mantener el equilibrio, es menester aplicar en las aberturas B, C y D, cuyas secciones son 1 cm.<sup>2</sup>, 3 cms.<sup>2</sup> y 0,5 cms.<sup>2</sup>, respectivamente, fuerzas de 10 Kgs., 30 Kgs. y 5 Kgs., pues, así se tiene

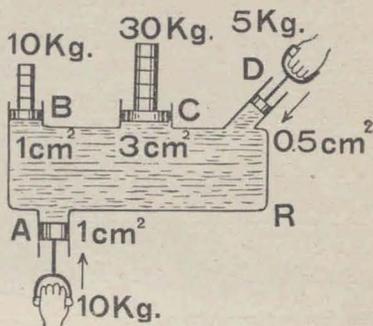


Fig. 143.

$$\text{Presión en A: } 10 \frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^2}$$

$$\text{Presión en B: } 10 \frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^2}$$

$$\text{Presión en C: } \frac{30 \text{ Kg.}}{3 \text{ cm.}^2} = 10 \frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^2}$$

$$\text{Presión en D: } \frac{5 \text{ Kg.}}{0,5 \text{ cm.}} = 10 \frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^2}$$

de suerte que la presión que se ha ejercido en A se ha transmitido íntegramente a B, C y D.

Este principio fué enunciado por Pascal en una obra que publicó en el año 1653 diciendo: “Si un vaso lleno de

agua, cerrado por todas partes, tiene dos aberturas, la una cien veces mayor que la otra, poniendo en cada una un pistón que ajuste bien, un hombre haciendo fuerza sobre el pistón pequeño equilibrará la acción de cien hombres que presionen sobre el otro, cuya sección es cien veces mayor, y podrá vencer a 99”.

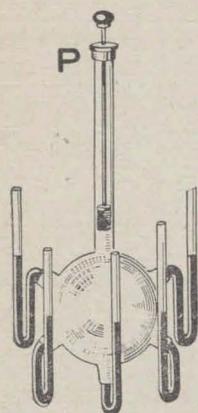


Fig. 144.

Como experimento de curso es recomendable el que se realiza con el aparato que enseña la figura 144. Los tubos en U laterales, llevan mercurio y el recipiente esférico se llena de agua. Haciendo presión en ésta con el pistón P, se advierte que se produce en las superficies libres del mercurio de aquellos tubos diferencias iguales de nivel.

#### 4. Prensa hidráulica.—

El principio que terminamos de exponer se aplica en la prensa hidráulica (figura 145). Un pistón E, de sección pequeña s, es accionado mediante el dispositivo que enseña el dibujo complementario. Cuando sube, la válvula  $V_1$  se abre y penetra agua al recinto I, cuando baja aquélla se cierra y el fluido es comprimido, siendo impelido hacia el recinto II, al que pene-

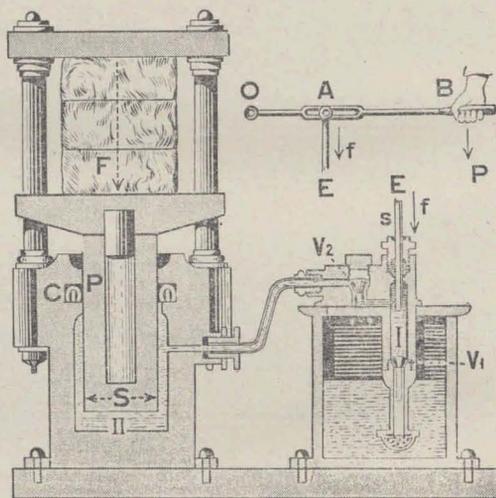


Fig. 145.

tra abriendo la válvula  $V_2$ . Cuando el pistón  $E$  sube nuevamente, el agua del último recinto no puede volver porque la válvula  $V_2$  cierra el paso.

Si es  $f$  la fuerza que se trasmite al líquido en el recinto I, por el pistón  $E$ , y  $F$  la que se ejerce, en el estado de equilibrio, sobre el émbolo grande  $P$ , de sección  $S$ , se tiene:

$$\frac{f}{s} = \frac{F}{S},$$

es decir,

$$F = f \frac{S}{s},$$

de modo que si  $S$  es cien veces mayor que  $s$ ,  $F$  es 100 veces mayor que  $f$ . Por otra parte, si un hombre hace en  $B$  la fuerza  $P$ , la fuerza  $f$  que transmite al pistón  $E$  la palanca  $OB$ , que gira alrededor de  $O$ , que es un eje fijo, está dada por la expresión

$$P \cdot OB = f \cdot OA$$

de donde

$$f = P \cdot \frac{OB}{OA},$$

de modo que  $f$  es mayor que  $P$  el mismo número de veces que  $OB$  es mayor que  $OA$ .

La pieza  $C$ , que se ve en la figura, es de cuero. El mismo líquido la apreta contra el émbolo  $P$ , engendrando así un cierre hermético.

### 5. Diferencia en el comportamiento entre líquidos y sólidos.

— La diferencia a que nos referimos está patente en los hechos que hemos expuesto en los números anteriores. Sin embargo, es conveniente hacerla resaltar más. Tengamos

p. ej., una instalación como la que indica la figura 146, en la que dos pistones de secciones  $S$  y  $s$  están rigidamente unidos por una barra  $B$ . Si sobre uno de ellos se aplica la fuerza normal  $F$ , para mantener el equilibrio hay que

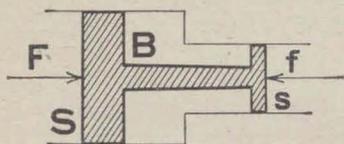


Fig. 146.

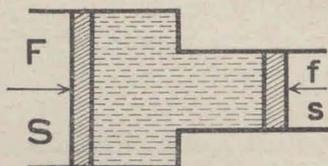


Fig. 147.

aplicar sobre el otro una fuerza  $f$  paralela e igual y opuesta a  $F$ . En cambio, si como muestra la figura 147, los pistones están separados por un fluido, si actúa normalmente a  $S$  la fuerza  $F$ , debe aplicarse sobre el otro, de acuerdo con el principio de Pascal, una fuerza  $f$  tal que las presiones tengan el mismo valor, es decir, que:

$$\frac{f}{s} = \frac{F}{S}.$$

*En suma, un cuerpo sólido transmite la fuerza en su misma dirección, mientras que un fluido transmite integralmente la presión en todos los sentidos.*

Ese comportamiento de los flúidos puede ponerse en evidencia, en forma interesante, por medio de una instalación como la que muestra la figura 148. Una bolsa de goma  $B$  que se continúa por

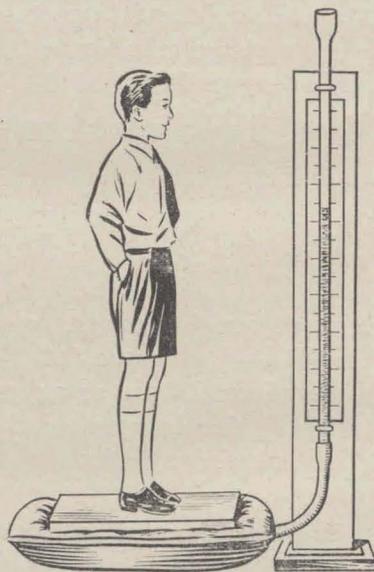


Fig. 148.

un tubo de la misma substancia, termina en un tubo de vidrio que se mantiene vertical con un soporte.

Si se llena la bolsa de agua y se la comprime con un peso relativamente elevado, mediante una tabla de madera, el nivel del líquido sube en el tubo vertical tan sólo unos decímetros, pues lo que se transmite es la presión que está dada, en este caso, por el cociente de dividir el peso aplicado por la extensión de la superficie de contacto entre la tabla y la bolsa. Supongamos que esa superficie sea de 600 cms.<sup>2</sup> (30 cms.  $\times$  20 cms.) y la carga de 45 Kgs. La presión será  $45 \text{ Kgs.}/600 \text{ cms.}^2 = 75 \text{ grs./cms.}^2$ , y el agua ascenderá en el tubo 75 cms.

**6. Presión en el seno de un líquido.** — Supongamos que se tiene en un recipiente (fig. 149), una masa líquida en equilibrio. Podemos imaginarla dividida en dos partes I y II por la superficie  $S$ . Está claro que la I apreta a la II y que ésta reacciona con fuerzas iguales y opuestas. Consideremos las fuerzas con que la I apreta a la II. Esas fuerzas tienen que ser perpendiculares a la superficie  $S$ , pues, si esas tienen componentes tangenciales, el fluido se movería, no estaría en reposo, a causa de que, como se dijo en el N.º 1, las masas líquidas se mueven unas sobre otras con entera facilidad. Podemos ahora decir que *los flúidos están caracterizados por el hecho de que las fuerzas con que se apretan las masas en contacto son perpendiculares a la superficie que las separa.*

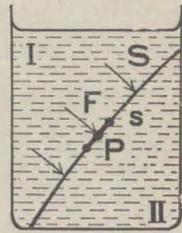


Fig. 149.

La presión  $p$  en un punto como el  $P$  se obtiene de este modo: Si es  $F$  la fuerza total con que la porción I apreta sobre el elemento  $s$  de superficie que pasa por  $P$ , es

$$p = \frac{F}{s}$$

Si en lugar de dividir el líquido por la superficie  $S$  la dividimos por otra  $S'$  (fig. 150), la presión en  $P$  es la misma de antes. Es decir, que *la presión en un punto de una masa fluida no depende de la dirección.*

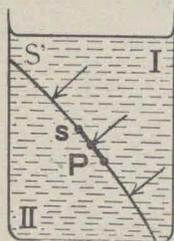


Fig. 150.

Lo que terminamos de decir puede comprobarse experimentalmente con el dispositivo que enseña la figura 151. Una cápsula metálica lleva obturada una abertura anular, relativamente grande, que posee por una delgada membrana  $M$  de goma. Frente a ésta tiene una pequeña abertura cilíndrica a la que se adapta un tubo de goma que va unido a un tubo vertical de vidrio  $S$ . La cápsula y el tubo se llenan de agua hasta cierta altura.

Si se introduce la cápsula en el seno de un líquido, la presión de éste deforma la membrana y hace desplazar el nivel  $N$ . Si la presión aumenta la superficie libre del

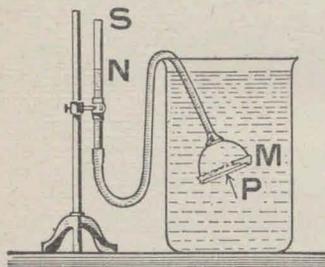


Fig. 151 a.

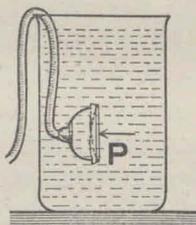


Fig. 151 b.

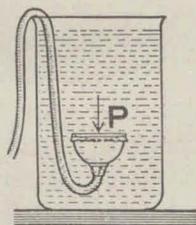


Fig. 151 c.

líquido en el interior del tubo  $S$  sube y si la presión disminuye descende.

Si se da a la cápsula, en torno a un mismo punto, las posiciones que muestran las figuras 151 a, b, c, el nivel  $N$  queda invariado.

En el *Ludion* (fig. 152), se aprovecha de la presión que se puede transmitir a las masas del líquido. Un muñequillo

está flotando en el fluido. Su interior, hueco, no está totalmente lleno de agua, sino que tiene una cámara de aire. Si se comprime toda la masa líquida desde el exterior, la presión se transmite íntegramente y en todas las direcciones en la misma con lo que el aire de la cámara es comprimido, penetrando más agua al interior del muñequillo, cuyo peso aumenta así, descendiendo, por eso, en el fluido.

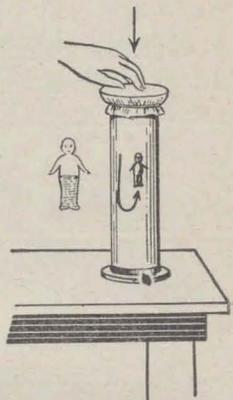


Fig. 152.

7. La diferencia de presión entre dos puntos de una masa fluida o teorema general de la hidrostática. — Consideremos la masa fluida contenida dentro del paralelepípedo rectángulo de aristas horizontales y verticales que se ve en la figura 153, de altura  $h$  y sección  $S$ , que forma parte de una masa mayor en equilibrio. El resto del fluido apreta sobre sus caras

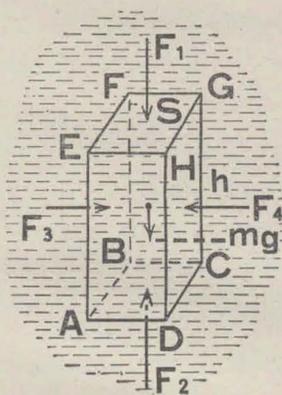


Fig. 153.

con fuerzas exclusivamente perpendiculares  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$ . No dibujamos las que corresponden a la dirección que va de adelante hacia atrás para no complicar el dibujo. Además de estas fuerzas actúa únicamente el peso  $mg$  en dirección vertical y hacia abajo.

Si el paralelepípedo líquido está en reposo, lo que significa que no se desplaza ni de derecha a izquierda o viceversa, ni de adelante hacia atrás o al revés, ni hacia arriba ni hacia abajo, es porque las fuerzas que obran, respectivamente, en esas

direcciones se anulan. Debe ser, pues,

$$F_3 = F_4 \quad [2]$$

y también iguales y opuestas la fuerza que obra sobre la cara  $BCGH$ , hacia adelante, y la que apreta sobre la que está enfrente  $ADHE$  y en la dirección vertical

$$F_1 + mg = F_2$$

o

$$F_2 - F_1 = mg. \quad [3]$$

Si la presión sobre la cara de arriba  $EFGH$  es  $p_1$  y sobre la de abajo  $p_2$ , se tiene por la definición de presión [ver N.º 1], ya que la sección es  $S$ ,

$$F_1 = p_1 S \quad \text{y} \quad F_2 = p_2 S. \quad [4]$$

Además, como el volumen del paralelepípedo es  $Sh$  si indicamos con  $\delta$  al peso de la unidad de volumen, se tiene

$$mg = \delta Sh. \quad [5]$$

Introduciendo las expresiones [4] y [5] en la [3] resulta

$$p_2 - p_1 = \delta h. \quad [6]$$

La expresión [2] y la análoga que no hemos escrito dicen que la presión no varía en la dirección horizontal y la [6] que *la diferencia de presión entre dos puntos situados en el seno de un líquido es igual al producto del peso específico de éste por la distancia vertical de aquéllos.*

Ilustremos estas consideraciones. Si se tiene un recinto como el de la fig. 154 lleno de un líquido de la densidad  $\delta$  la diferencia de presión entre el punto  $A$  y un punto cualquiera  $P_1, P_2$  de la superficie horizontal  $S_1$  tiene un valor constante igual a  $\delta h_1$  y la diferencia entre la presión en  $A$  y en uno

cualquiera de los puntos  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ , etc., de la superficie horizontal  $S_2$  del fondo es, también constante y de valor  $\delta h_2$ .

Sobre la superficie libre del líquido la presión es la atmosférica, que representaremos con la letra  $p_0$ , y, por lo tanto, la presión  $p$  en un punto  $B$  situado a la distancia vertical  $h$  está dado por la expresión

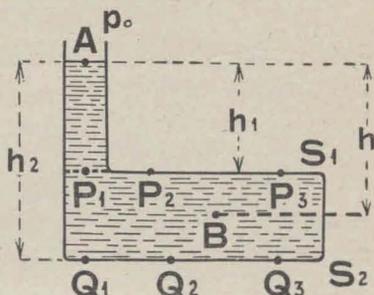


Fig. 154.

$$p - p_0 = \delta h$$

o

$$p - p_0 = \delta h$$

8. La presión en un punto de un fluido no depende de la dirección. — Este hecho ya se ha comprobado experimentalmente.

Si consideramos el pequeño cubo de líquido de aristas horizontales y verticales (fig. 155), perteneciente a una masa mayor en equilibrio, es, según sabemos, si  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$  son las fuerzas que obran sobre las caras:

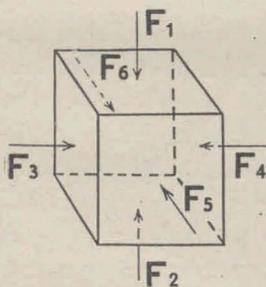


Fig. 155.

$$F_3 = F_4 \quad , \quad F_5 = F_6$$

y entre  $F_1$  y  $F_2$  existe una diferencia que es igual al peso del mismo. Si

el cubo se hace más y más pequeño su peso disminuye continuamente hasta hacerse despreciable, en cuyo caso también se tiene  $F_1 = F_2$ . Siendo iguales las fuerzas y las áreas sobre las que en ellas se aplican las presiones también lo son, con lo que queda demostrada la afirmación del título.

9. Presión en el fondo de un recipiente con líquido. — La presión que ejerce un líquido en un punto cualquiera de la vasija que lo contiene no depende de la forma de ésta ni de la cantidad de aquél.

Por los resultados del número 7, esa presión depende, para un líquido dado, exclusivamente de la distancia vertical entre el fondo y la superficie.

Esta consecuencia puede ser comprobada experimentalmente con el aparato que enseña la figura 156. Cuatro recipientes de formas muy diferentes pueden atornillarse en la misma pieza metálica *C* que está provista, por debajo, de una abertura circular plana. Esta abertura puede obturarse por

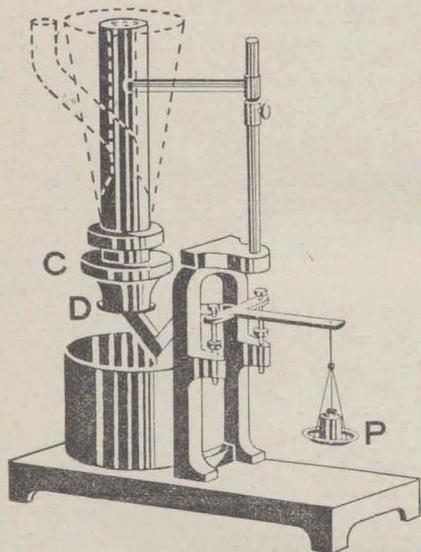


Fig. 156.

medio de un disco metálico *D* montado en el extremo de una palanca, para lo cual es necesario colocar en el platillo del otro extremo una carga conveniente *P*.

Si se coloca uno de los recipientes y se determina la altura del líquido en el instante que, para cierto peso *P*, comienza a derramarse por debajo, se observará que con los otros vasos y para la misma carga *P* el derrame comienza exactamente a la misma altura.

Las fuerzas aplicadas sobre el mismo fondo han sido, según esto, iguales en los tres vasos y, por consiguiente, las presiones fueron del mismo valor.

Este resultado, según el cual la fuerza total sobre el fondo de un recipiente no depende de la cantidad total del

líquido, en contradicción con lo que la lógica vulgar admitiría, constituye la llamada paradoja hidrostática.

10. La presión en las paredes. — El fondo forma parte, está claro, de las paredes. Aquí se considera otro hecho que el tratado en el número anterior.

La presión que un fluido en equilibrio ejerce sobre un punto cualquiera de las paredes del recipiente que lo contiene es normal a la superficie del mismo. En B, p. ej. (fig. 157), la presión que es igual que en A y de valor

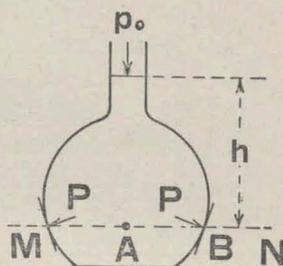


Fig. 157.

$$p = p_0 + \delta h,$$

se ejerce sobre la pared en dirección de su normal, pues, si así no fuese, la componente tangencial pondría el líquido en movimiento, que no estaría en equilibrio, en contra de lo supuesto.

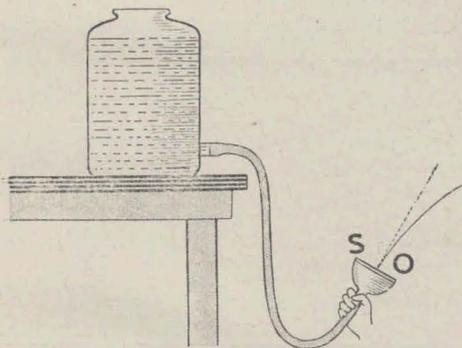


Fig. 158.

El dispositivo que enseña la figura 158 permite comprobar experimentalmente este resultado, pues, el chorro sale, impedido por aquella presión, por el orificio

practicado en la superficie plana S, perpendicularmente a ésta.

11. La presión de abajo hacia arriba. — En la figura 159 C es un cilindro de vidrio abierto en sus dos extremos; las

aberturas son planas y perpendiculares a las generatrices de aquél. Una de esas aberturas se obtura por medio de un disco plano  $D$  que se mantiene por la tensión de un hilo. Si se introduce en el seno de un líquido, en la forma que indica el esquema, queda adherido al cilindro sin necesidad de tirar de aquél.

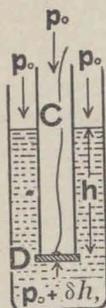


Fig. 159.

La presión normal que ejerce el líquido de abajo hacia arriba, sobre el disco  $D$ , es igual a la existente en todos los puntos del fluido que están a esa altura. Si, como suponemos, el disco está situado horizontalmente a la distancia vertical  $h$  de la superficie libre, la presión sobre él es

$$p = p_0 + \delta h,$$

donde  $p_0$  es la presión atmosférica y  $\delta$  el peso específico del líquido. Sobre el lado de arriba actúa solamente la presión  $p_0$ , de modo que como presión resultante queda una presión hacia arriba igual a  $\delta h$ . Que esto es así,

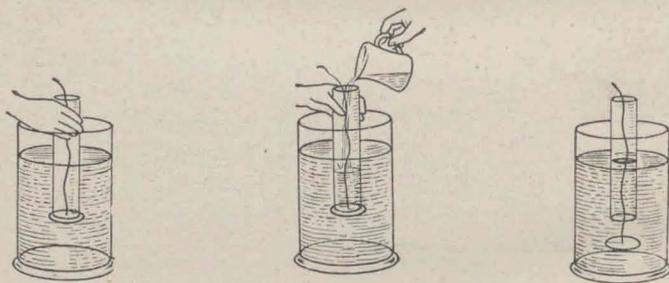


Fig. 160.

lo prueba el hecho de que si se vierte líquido (fig. 160), en el interior del tubo, el disco  $D$  se desprende cuando su nivel en el interior es igual al que tiene en la vasija, pues cuando esto sucede la presión agregada es  $\delta h$ .

**12. Vasos comunicantes.**— Si en una serie de vasos comunicantes se vierte un líquido cualquiera, las superficies libres del líquido en los diferentes vasos deben estar a un mismo nivel. Esto resulta del hecho de que en el seno de una masa flúida en equilibrio se puede imaginar, sin que el equilibrio se altere (fig. 161), superficies rígidas abiertas o cerradas. El nivel del líquido de la vasija estará en todos sus puntos sobre un mismo plano horizontal, existan o no las superficies rígidas, indicadas con líneas punteadas y que forman un sistema de vasos comunicantes; las superficies libres *A*, *B* y *C* en estos vasos estarían sobre un mismo plano.

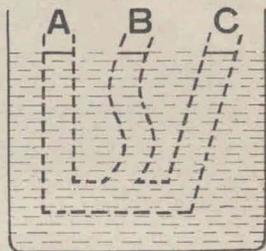


Fig. 161.

Si se vierte, en cambio, en un tubo doblado en U, dos líquidos no mezclables, agua y mercurio, p. ej., la distribución de los mismos es la que indica la figura 162. La presión es, como siempre, constante sobre un mismo plano horizontal, tal, p. ej., como el *CB* que pasa por la superficie de separación de los flúidos. Las diferencias de nivel  $h_1$  y  $h_2$  están relacionados en forma simple. La presión sobre el plano horizontal *CB*, está dada en *B*, por la expresión

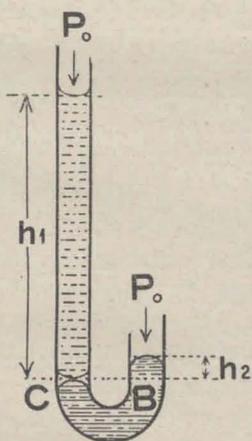


Fig. 162.

$$p_0 + \delta_2 h_2,$$

$$P = \rho g h$$

si  $\delta_2$  es el peso específico del líquido existente en *B* y en *C* por

$$p_0 + \delta_1 h_1,$$

donde  $\delta_1$  es el peso específico del líquido contenido en la rama de la izquierda.

Puesto que esas presiones son iguales, se tiene

$$\delta_1 h_1 = \delta_2 h_2$$

o

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\delta_2}{\delta_1}, \quad [7]$$

la cual dice que las diferencias de nivel de los líquidos están entre sí como la razón inversa de sus pesos específicos.

**13. Manantiales de agua.** — Los manantiales situados en las laderas de las montañas suelen provenir del agua de la lluvia que se acumula en cavidades subterráneas que pueden ser muy grandes. Esas masas de agua pueden también quedar depositadas entre dos capas de terreno impermeable.

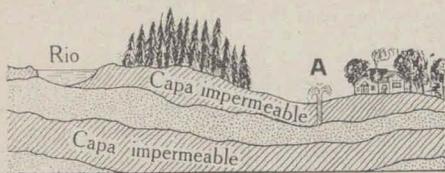


Fig. 163.

en cuyo caso si se hace una perforación en el valle, el agua emerge alcanzando, como es natural, un nivel mayor que el del suelo (fig. 163).

B. — EMPUJE HACIA ARRIBA EN UN CUERPO TOTALMENTE SUMERGIDO EN UN FLÚIDO

**14. El principio de Arquímedes.** — Si se pesa un cuerpo en el aire y luego sumergido en un líquido, agua, p. ej., (fig. 164), se pone de manifiesto que, en este último caso, pesa aparentemente menos. El cuerpo de la figura es un cubo de aluminio de 5 cms. de arista que en el aire pesa 202 gramos y sumergido en agua 127, de modo que experimenta una pérdida aparente de peso de 75 gramos.

La experiencia enseña que *un cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje vertical, de abajo hacia arriba, igual al peso del volumen del líquido que desaloja.*

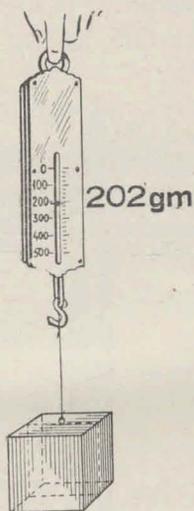


Fig. 164 a.

Ese principio se debe a Arquímedes, de Siracusa, (287 - 212 a. J.), y se puede comprobar, cómodamente, mediante los dos cilindros que enseña la figura 165, de los cuales uno, que es macizo, enchufa exactamente en el otro. Si se suspenden, como muestra la figura 166, se equilibra la balanza y luego se hace adentrar el cilin-

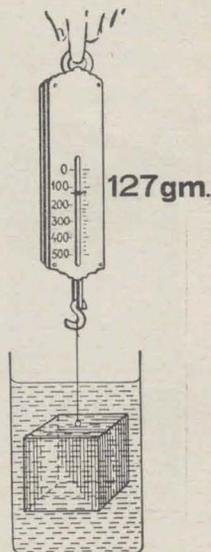


Fig. 164 b.

dro inferior, que es el macizo, en un líquido, agua, p. ej., el equilibrio se rompe. Si se llena luego del mismo fluido el cilindro superior, hueco, el equilibrio se restablece.

También puede comprobarse pesando un cuerpo cualquiera, primero en el aire y luego sumergido en agua. La diferencia de peso da el empuje. Si se determina el volumen del cuerpo por el método del vaso de derrame que se expuso en el capítulo I, se comprueba que el número de gramos que expresa el empuje es igual al número que expresa el volumen del cuerpo en centímetros cúbicos. Recordemos que 1 cm.<sup>3</sup> de agua pesa un gramo. En el experimento con el cubo de aluminio el volumen de éste es conocido: 75 cms.<sup>3</sup> y el empuje es igual a 75 gramos.

15. Aplicación del principio de Arquímedes a la determinación de pesos específicos. — PESO ESPECÍFICO Y DENSIDAD. —

Ya hemos visto que se entiende por peso específico de un cuerpo al peso de la unidad de volumen del mismo y

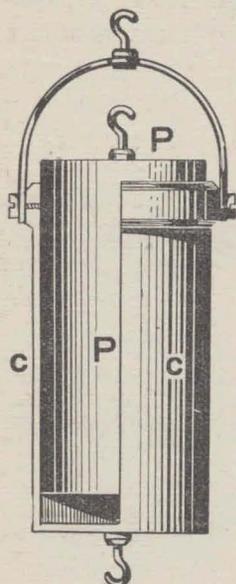


Fig. 165.

que, ordinariamente, se expresa en gramos por centímetro cúbico. De acuerdo con eso, si  $P$  es el peso de un cuerpo y  $V$  su volumen, su peso específico  $\delta$  estará dado por la relación

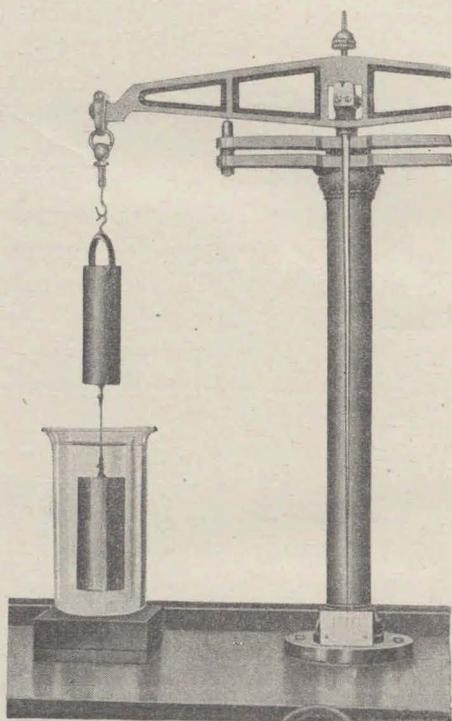


Fig. 166.

$$\delta = \frac{P}{V}. \quad [8]$$

Se llama densidad a la *masa* de la unidad de volumen.

Si la representamos con  $\mu$  se tiene, si  $M$  es la masa total del cuerpo y  $V$  su volumen,

$$\mu = \frac{M}{V}. \quad [9]$$

Como el peso  $P$  es igual a  $Mg$ , resulta que el peso específico y la densidad están ligados por la expresión

$$\delta = \mu g. \quad [10]$$

Como en el sistema centígramo, gramo, segundo (C. G. S.) la masa se expresa en gramos, resulta que el número que expresa el peso específico en el sistema práctico expresa, a la vez, la densidad en el sistema C. G. S.

I. SÓLIDOS. — El volumen del cuerpo puede obtenerse, fácilmente, determinando el empuje que experimenta en el agua, pues su valor es igual al peso del líquido que desaloja y tiene un volumen igual al suyo propio. Si ese volumen pesa  $n$  gramos, tratándose de agua, es de  $n$  centímetros cúbicos.

Si es:

$P_1$  el peso, en gramos, del cuerpo en el aire y

$P_2$  " " " " " " " sumergido en agua,

$P_1 - P_2$ , que es el empuje, da el volumen  $V$  en cms.<sup>3</sup>,

y, por consiguiente,

$$\delta = \frac{P_2}{P_1 - P_2}.$$

En el caso del cubo de aluminio, mencionado en el N.º 14, se tiene

$$\delta = \frac{202}{202-127} = \frac{202}{75} = 2,7$$

de modo que el peso específico del aluminio es 2,7, es

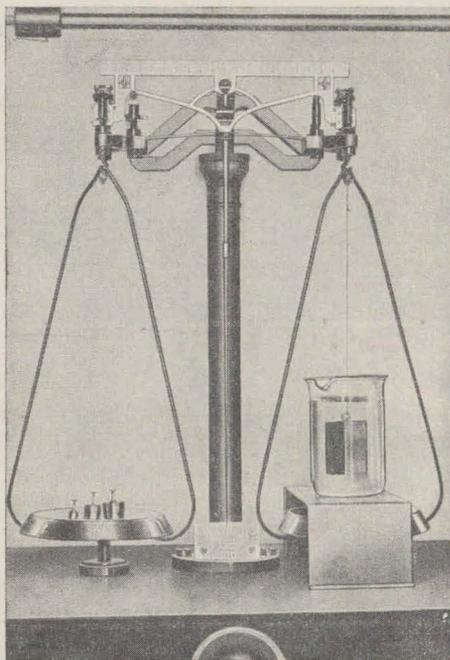


Fig. 167.

decir, que un centímetro cúbico de ese metal pesa dos gramos siete decigramos.

Para la determinación exacta del peso específico puede emplearse una balanza de precisión, mediante el dispositivo que enseña la figura 167, que permite pesar al cuer-

po sumergido en agua, sin perturbar el libre movimiento del platillo.

II. LÍQUIDOS. — Este mismo método puede aplicarse en la determinación del peso específico de un líquido. Basta, para ello, pesar un cuerpo sólido cualquiera en el aire, sumergido en el líquido y en el agua. Sea:

$P_1$  el peso del cuerpo en el aire

$P_2$  „ „ „ „ sumergido en el líquido

$P_3$  „ „ „ „ „ „ agua

El volumen del cuerpo es,

$$V = P_1 - P_3$$

y el peso  $P$  de un volumen igual del líquido

$$P = P_1 - P_2$$

y, por lo tanto, el peso específico del líquido es

$$\delta = \frac{P_1 - P_2}{P_1 - P_3}.$$

Por ejemplo, si el cubo de aluminio antes citado se pesa sumergido en alcohol, se encuentra que su peso aparente es  $P_3 = 142$  gramos, siendo [véase el N.º 14]  $P_1 = 202$  gramos y  $P_2 = 127$  gramos, de modo que se tiene

$$\delta = \frac{202 - 142}{202 - 127} = \frac{60}{75} = 0,8$$

de modo que 1 cm.<sup>3</sup> de alcohol pesa ocho decigramos.

**16. La flotación.** — Un cuerpo abandonado en la superficie libre de un líquido en reposo se irá a fondo o flotará total o parcialmente sumergido, de acuerdo con el principio de Arquímedes, según que el empuje, esto es el peso del volumen del líquido que pueda desalojar sea menor, igual o mayor que su propio peso o, en otras palabras, según que su densidad sea mayor, igual o menor que la del líquido.

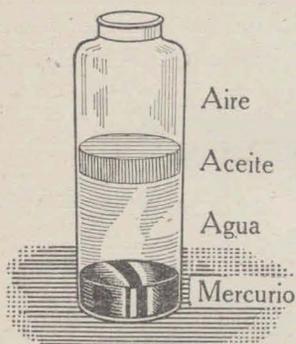


Fig. 168.

Estos resultados son aplicables a líquidos que no se mezclan. De acuerdo con ellos, si se vierten en un mismo recipiente varios líquidos de diferente densidad, como mercurio, agua y aceite, se dispondrán como enseña la figura 168, por orden decreciente de densidad de abajo hacia arriba.

El peso del cuerpo está aplicado en el centro de gravedad  $G$  del cuerpo (fig. 169) y el empuje en un punto  $E$  del mismo que coincide con el centro de gravedad de la masa flúida desalojada, punto que se denomina *centro de empuje*. Cuando el cuerpo flo-

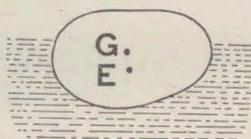


Fig. 169.

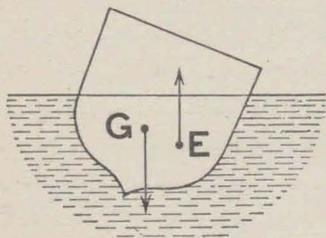


Fig. 170.

ta, esas fuerzas son iguales e impiden que se desplace verticalmente, pero pueden hacerlo girar y "darlo vuelta". Está claro que en la posición de reposo esos dos puntos deben estar sobre la misma vertical para que eso no suceda. Pero la cuestión es saber cuál es la naturaleza de ese equi-

librio; lo que sucede si se le aparta un poco de esa posición.

En los navíos aquellas fuerzas (fig. 170), tienden a restituirlo a su posición, cuando se inclinan.

**17. Ejercicios.** — 1. ¿Cuál es el peso aparente de 1 Kg. de aluminio sumergido en el agua y cuánto el de 1 Kg. de cinc? El peso específico del aluminio es  $\delta = 2,7$  y el del cinc  $\delta = 7,1$ .

El volumen de un Kg. de aluminio es, por consiguiente,

$$V = \frac{1.000}{2,7} = 370,4 \text{ cms.}^3$$

y el empuje que experimenta 370,4 gramos.

*Luego, el peso aparente de 1 Kg. de aluminio en el seno del agua es*

$$P = 1.000 - 370,4 = 629,6 \text{ gramos.}$$

El volumen de un Kg. de cinc es

$$V = \frac{1.000}{7,1} = 140,8 \text{ cms.}^3$$

y el empuje que experimenta 140,8 gramos.

*El peso aparente de 1 Kg. de cinc en el seno del agua es, pues,*

$$P = 1.000 - 140,8 = 859,2 \text{ gramos.}$$

2. ¿Si el volumen que se ve sobre la superficie del mar de una montaña de hielo flotante (iceberg), es de 2.000 metros cúbicos, cuántos metros cúbicos tiene la parte sumergida y cuántas toneladas pesa toda la montaña? El

peso específico del hielo es  $\delta_h = 0,92$  y el del agua de mar  $\delta_a = 1,025$ .

Sean  $V_1$  y  $V_2$  los volúmenes flotante y sumergido. El peso total de la montaña es  $(V_1 + V_2)\delta_h$  y el empuje que lo equilibra  $V_2\delta_a$ . Es decir, que

$$(V_1 + V_2)\delta_h = V_2\delta_a$$

de donde resulta, por sencillísimas transformaciones,

$$V_2 = V_1 \frac{\delta_h}{\delta_a - \delta_h}$$

*El volumen de la parte sumergida es, por lo tanto,*

$$V_2 = 2.000 \frac{0,92}{1,025 - 0,92} = 17.520 \text{ m.}^3.$$

*El volumen total del iceberg es*

$$V = V_1 + V_2 = 19.520 \text{ m.}^3.$$

y como un metro cúbico de hielo pesa 920 Kgs.,  
*el peso de la montaña es*

$$P = 17.958.400 \text{ Kgs.}$$

18. Problemas. — 1. Un hombre que pesa 65 Kgs. y tiene un volumen de 67 decímetros cúbicos, ¿se hundirá en agua de mar, cuyo peso específico es 1,025?

R.: No se hundirá.

Una caja de madera pesa 50 gramos, siendo sus dimensiones  $20 \times 10 \times 3$  cms. ¿Cuántas municiones de un decigrama habrá que situar en su interior para que se sumerja hasta las dos terceras partes de su altura en el seno del agua?

R.: 3.500 municiones.

3. Una balanza está instalada en el seno del agua y se ha colocado en uno de los platillos 1 Kg. de aluminio. ¿Cuántos gramos de cinc habrá que colocar en el otro platillo para que aquella se encuentre en equilibrio?

R.: 732,20 gramos.

4. Un submarino (fig. 171), por deterioro de su maquinaria, se ha ido al fondo en un lugar donde el océano tiene una profundidad de 300 metros. ¿Cuál es la presión que debe soportar? El peso específico del agua de mar es 1,025.

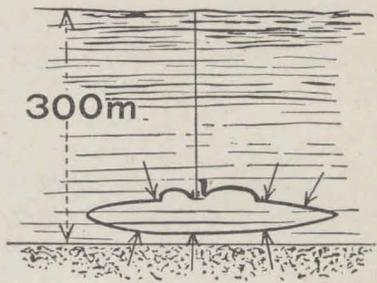


Fig. 171.

R.: 30,75 Kgs./cm.<sup>2</sup>.

#### C. — NOCIONES SOBRE TENSIÓN SUPERFICIAL Y CAPILARIDAD

**19. Hechos. Experimentos.** — La experiencia enseña que la superficie de los líquidos, que está en contacto con el aire, se encuentra en un estado de tensión semejante al de las membranas elásticas ordinarias extendidas. En la superficie libre de un líquido, agua, p. ej., se pueden hacer sobrenadar cuerpos de masa pequeña, de densidad mucho mayor que la del fluido, tales como agujas (figura 172), anillos metálicos muy livianos, etc. Estos cuerpos son mantenidos por la superficie del



Fig. 172.

líquido de la misma manera que una membrana elástica tendida sostiene pesos de consideración: la membrana

cede en los lugares en que se apoyan aquéllos, pero su tensión los mantiene.

Debido a ese mismo fenómeno, algunos insectos pueden descansar sobre un líquido sin sumergirse (fig. 173). Sus patas defor-

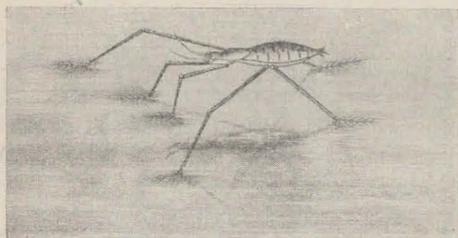


Fig. 173.

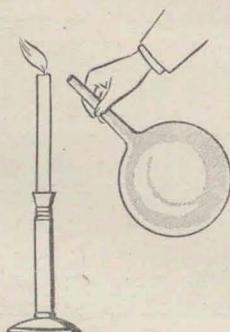


Fig. 174.

man la capa superficial que se mantiene, eso no obstante, intacta.

Una pompa de jabón (fig. 174), se contrae expulsando el aire de su interior de la misma manera que lo hace un globito de goma.

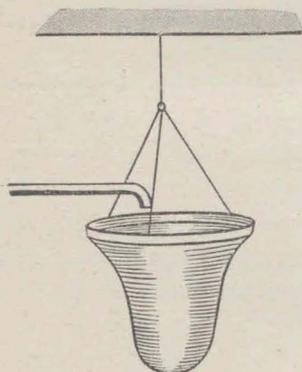


Fig. 175.

La analogía indicada puede ponerse de manifiesto, de un modo muy interesante, mostrando que la forma que adquiere una membrana delgada de goma, tendida en un marco circular (figura 175), bajo la acción de una carga líquida, agua, p. ej., que se va agregando paulatinamente, es exactamente igual a la de una gota que pende de un tubo circular del mismo diámetro

metro que el marco antes citado.

**20. Definición de la tensión superficial.** — Supongamos que se tiene un armazón rectangular metálico  $a b c d$  (fig. 176),

sobre el cual puede deslizarse un delgado cilindro metálico rectilíneo  $ef$ , que está provisto de un resorte que lo vincula al mismo en la forma que enseña el dibujo.

Sumergiéndolo en una solución de agua y jabón (1), se recubre de una delgada lámina líquida.

Si se destruye ésta en la región  $efcd$ , se observa que el tramo movable  $ef$  se desplaza hacia arriba, lo que prueba que la lámina líquida ejerce una tracción en ese sentido. La posición de equilibrio se alcanza cuando la tensión  $F$  del resorte es igual y de sentido contrario que la tensión total que aplica la membrana líquida sobre  $ef$ .

Si se representa con  $T$  la fuerza que la membrana líquida aplica por unidad de longitud sobre  $ef$ , de cada lado, pues, esa fuerza o tensión se manifiesta sobre las dos caras que son superficies libres de la membrana en contacto con el aire, se tiene

$$F = 2Tl$$

si  $l$  es la longitud del cilindro movable. La magnitud  $T$  es la *tensión superficial*.

**21. La tensión superficial tiene el mismo valor en todas las direcciones.** — Esto puede comprobarse mediante un sencillo experimento. Si en una membrana líquida, mantenida por un marco de alambre (fig. 177), p. ej., se sitúa un pequeño lazo de hilo delgado de coser, quedará en la posición y con la forma inicial mientras la lámina líquida continúe en su interior. Si se la destruye en la región

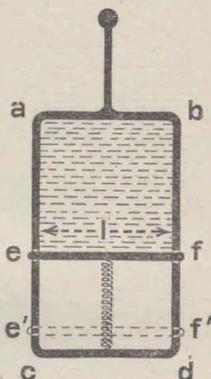


Fig. 176.

(1) Conviene usar la solución de Plateau, que se compone mezclando dos volúmenes de glicerina y tres de una solución de jabón de Marsella en 40 veces su peso de agua.

encerrada por el lazo, éste se convierte en un círculo (figura 178).

Por la misma razón gotas líquidas muy pequeñas, situadas sobre superficies que no mojan, toman forma esférica. Las grandes se deforman un poco a causa de la presión del peso que viene a agregarse a la tensión superficial.

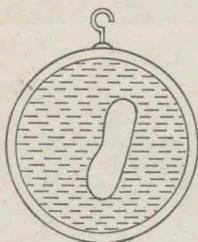


Fig. 177.

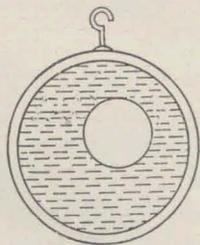


Fig. 178.

22. El petróleo y el aceite, etc., se extienden sobre el agua a causa de la tensión superficial. — La experiencia enseña que si se pone una gota de aceite o de petróleo, p. ej., en un punto de una extensa superficie libre de agua, se extiende sobre ella hasta cubrirla por completo. La explicación de ese hecho

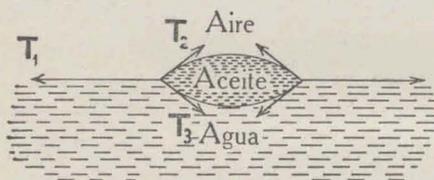


Fig. 179.

es la siguiente. Se tienen tres superficies de contacto que son: agua aire; aceite aire y aceite agua (fig. 179), a cada una de las cuales corresponde una tensión que se han representado

respectivamente, con las letras  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$ . La fuerza  $T_1$  es mayor que la suma de las otras dos.

23. **Capilaridad.** — Si se sumerge un tubo capilar en un líquido, se observará que éste asciende o desciende en el interior de aquél adquiriendo un nivel mayor o menor que el de la superficie libre. La figura 180 corresponde al agua y la 181 al mercurio. Esos fenómenos constituyen la *capilaridad*.

En el caso del agua, la altura a que sube el fluido sobre la superficie libre del recipiente, es inversamente

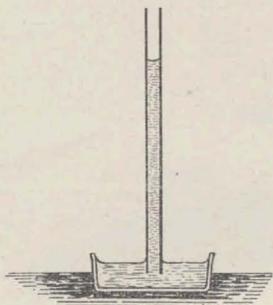


Fig. 180.

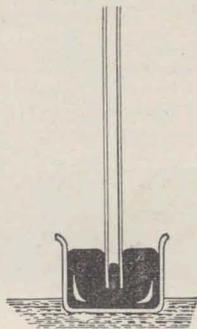


Fig. 181.

proporcional a su peso específico y al radio del capilar, y directamente proporcional a la tensión superficial.



## CAPÍTULO IX

### PRESIÓN ATMOSFÉRICA. COMPRESIBILIDAD DE LOS GASES. BOMBAS

#### A. — PRESIÓN ATMOSFÉRICA

1. Los gases son pesados. Peso específico del aire. — La idea de que los gases son pesados se remonta hasta una época muy lejana. Aristóteles, p. ej., no sólo consideraba al aire como un cuerpo pesado, sino que hasta intentó determinar experimentalmente su peso. Galileo, en sus "*Diálogos de la nueva ciencia*", lo da como una verdad experimental, por el hecho comprobado de que un recipiente en el cual se ha comprimido aire se hace más pesado.

En nuestros días, esa comprobación se hace a la inversa. Se toma un balón de vidrio (fig. 182), de regulares dimensiones y se le pesa en una balanza de precisión primero lleno de aire bien seco y luego de haber efectuado en él, con una bomba neumática, un vacío elevado. La diferencia entre las dos pesadas

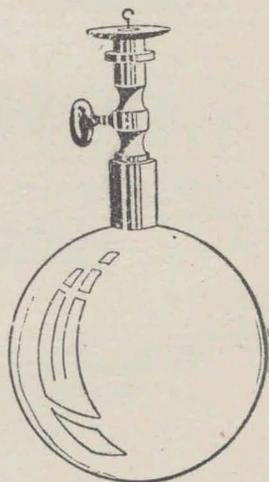


Fig. 182.

es igual al peso del aire que contenía el balón. El volumen de éste se determina pesándolo lleno de agua. El peso del agua que lo llena, expresado en gramos, da el volumen de aquél en centímetros cúbicos, que se reduce a litros. Dividiendo el peso de la masa de aire por su volumen, en litros, se obtiene el peso de un litro de aire. De esa manera se ha encontrado que el peso de un litro de aire a la temperatura de fusión del hielo ( $0^{\circ}\text{C}$ ) y a la presión de una atmósfera es de 1,293 gramos. Es decir, que en esas condiciones, que se llaman normales, se tiene:

$$\text{Peso de 1 litro de aire} = 1,293 \text{ gramos.}$$

**2. El principio de Arquímedes en los gases.** — La experiencia enseña que el principio de Arquímedes es aplicable

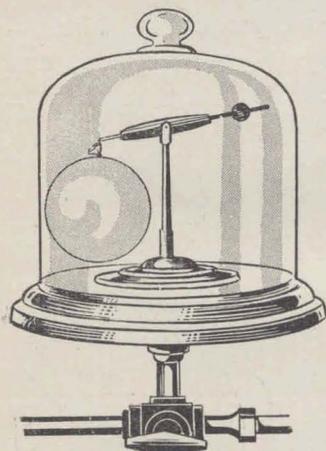


Fig. 183.

a los gases. Por medio del dispositivo que enseña la figura 183, se comprueba la existencia de un empuje hacia arriba. Una pequeña palanca lleva suspendida en una de sus extremos un globito de vidrio y en el otro una pequeña masa metálica desplazable sobre un tornillo, lo que permite establecer el equilibrio a la presión atmosférica ambiente. Situándola así sobre la platina de una máquina neumática y encerrándolo en una campana se observa, al hacer el

vacio, que la palanca se inclina del lado que pende el globo de vidrio.

La ascensión de los globos desprovistos de motor es debida a que el empuje hacia arriba del aire es mayor que el peso de ellos.

### 3. La atmósfera. Composición del aire atmosférico. —

La Tierra está rodeada por una enorme masa de aire que constituye un verdadero océano gaseoso que se denomina *atmósfera*. El aire se enrarece con la altura, pero posee una densidad apreciable todavía a 80 kilómetros de altura (fig. 184).

El análisis químico y físico del aire atmosférico ha revelado que está compuesto por nitrógeno, oxígeno, argón, hidrógeno y pequeñas cantidades de helio, de acuerdo con las proporciones siguientes:

Gas	Contenido en 1 litro de aire en cms. <sup>3</sup>
Nitrógeno . . . .	781,3
Oxígeno . . . . .	209,2
Argón . . . . .	9,37
Hidrógeno . . . .	0,033

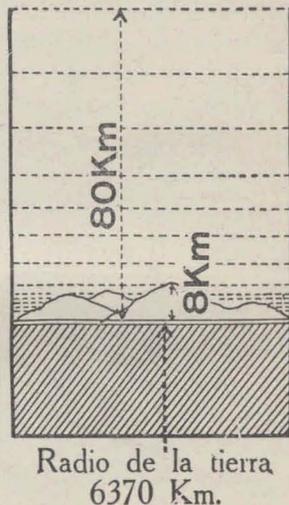


Fig. 184.

**4. La presión atmosférica.** — En el seno de esa masa de aire que rodea la Tierra, es decir, en la atmósfera, se observa una presión análoga a la que se manifiesta en el seno de un líquido y que proviene, como en éste, de su peso. Esta presión tiene en un punto dado el mismo valor en todas las direcciones porque el aire es un fluido.

La existencia de una presión semejante se pone en evidencia por el experimento de Torricelli (1624). Se toma un tubo de vidrio de unos ochenta y cinco centímetros de largo, cerrado en uno de sus extremos, y, llenándolo con mercurio, se le invierte sumergiendo el extremo abierto en un baño de mercurio (fig. 185). Éste baja en el interior del tubo hasta un nivel que se encuentra, más

o menos, a 76 centímetros por encima del nivel existente en la cubeta. Esa diferencia de nivel hace patente que sobre la superficie libre del mercurio de esta última se ejerce una *presión* que está medida por la que corresponde a la columna de mercurio, pues, en el seno de un fluido, sobre un mismo plano horizontal la presión es constante. Esa presión es debida al peso de las masas del océano gaseoso

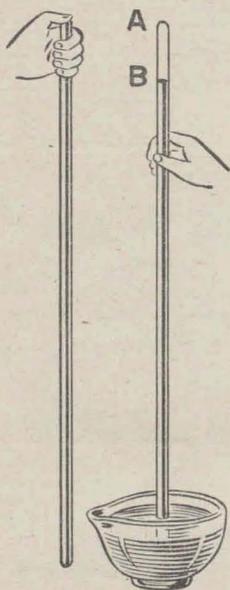


Fig. 185.

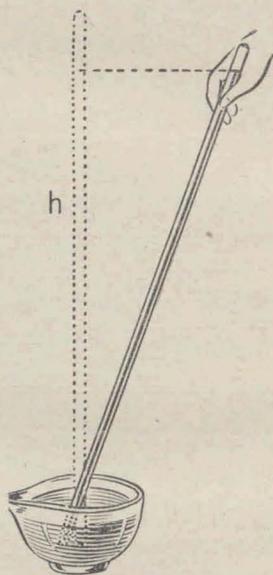


Fig. 186.

que nos envuelve, por lo que se la llama *presión atmosférica*.

La altura de la columna mercurial debe medirse verticalmente, pues, la diferencia de presión en dos puntos de una masa fluida depende de la distancia vertical entre los mismos. Esto puede comprobarse, por otra parte, experimentalmente, inclinando el tubo (fig. 186). Se observa que el espacio vacío disminuye, lo que prueba que entra

mercurio de la cubeta; pero la altura vertical  $h$  queda constante.

Se denomina *presión normal* o *una atmósfera*, a la presión que corresponde a una columna de mercurio de 76 centímetros de altura a la temperatura de 0° C; es, aproximadamente, la presión media que se observa en la tierra al nivel del mar. *Una atmósfera* es, pues, igual al peso de una columna de mercurio, a 0° C, de 76 centímetros de altura y de una sección de un centímetro cuadrado, es decir, de 76 cms.<sup>3</sup> de mercurio. Como un centímetro cúbico de mercurio pesa, en números redondos, 13,6 gramos, se tiene que

$$1 \text{ atmósfera} = 76 \times 13,6 \frac{\text{grs.}}{\text{cms.}^3} = 1.033 \frac{\text{grs.}}{\text{cms.}^3}.$$

5. Algunos experimentos ilustrativos. — I. ROMPE VEJIGAS. CORTA MANZANAS. — Si se extrae el aire de un vaso herméticamente cerrado por un trozo de vejiga, éste se rompe (fig. 187).

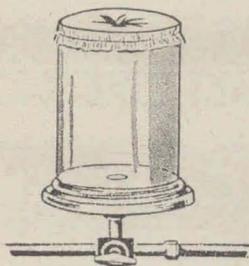


Fig. 187.

Si en lugar de la vejiga se pone una membrana de goma, al hacer el vacío es absorbida por el vaso. Colocando una manzana sobre el borde superior metálico de canto afilado de un recipiente (fig. 188), al extraer el aire, aquella, empujada por la fuerza proveniente de la presión atmosférica, se corta.



Fig. 188.

II. LOS HEMISFERIOS DE MAGDEBOURG. — Otto de Guericke nació en Magdebourg en el año 1602 y murió en Hamburgo

en el año 1686. Inventó la máquina neumática en el año 1650, con la cual hizo diversos experimentos que no hacían sino corroborar la existencia de la presión atmosférica. De entre ellos cabe destacar el de los llamados hemisferios de Magdebourg, de cuya ciudad fué intendente.

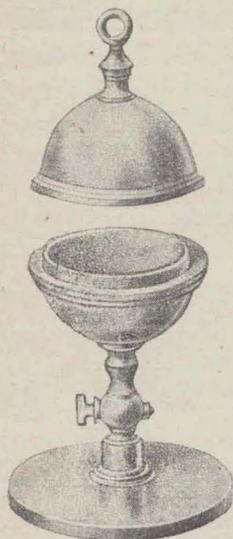


Fig. 189.

Dos hemisferios metálicos huecos (figs. 189 y 190), se adaptan por sus bordes perfectamente, limitando un espacio esférico. Uno de los hemisferios está provisto de una prolongación tubular que lleva una llave y que termina en un tornillo cuyo paso corresponde al de la rosca de que está dotado el orificio de la platina de la máquina neumática. Esto hace posible fijar en la platina a los hemisferios, extraer el aire y, luego, cerrando la llave, retirarlos.

Si se unen los hemisferios dejando el aire contenido en su interior, no costará ningún esfuerzo separarlos, pues, tanto en el interior como en el exterior

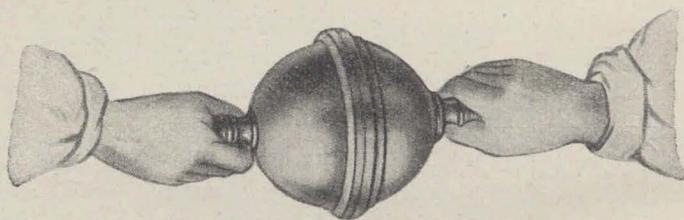


Fig. 190.

la presión del gas es la misma. Si se extrae el aire se requieren, en cambio, fuerzas muy grandes para separarlos.

III. OTRO EXPERIMENTO. — Citemos, todavía el conocido experimento de la inversión de un vaso lleno de agua

(fig. 191), tapado con un pedazo de papel, que se adapta a su borde y a la superficie del líquido. Si resta muy poco aire o nada, el agua no se derrama, porque la presión atmosférica que obra sobre la hoja de papel,

del lado exterior, es mucho mayor que la que se ejerce de su lado interior por la existencia del líquido.

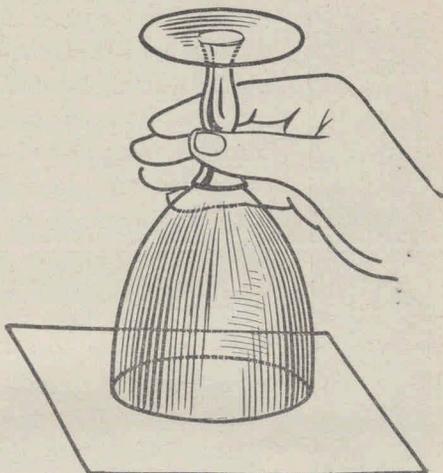


Fig. 191.

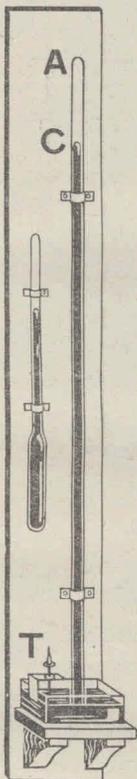


Fig. 192.

**6. El barómetro de cubeta.** — El conocimiento de la presión atmosférica es indispensable en muchísimas determinaciones físicas, químicas y meteorológicas. Por la influencia que tiene sobre el funcionamiento de los órganos de los seres vivos su medida es también de importancia en la biología. Los instrumentos destinados a medirla se llaman *barómetros*.

La mayoría de los barómetros, especialmente los mejores, no son sino dispositivos cómodos de la instalación de Torricelli. El más simple de todos está representado en la figura 192. Para determinar la altura barométrica se hace coincidir la punta inferior del tornillo *T*, de longitud conocida, con la superficie libre del mercurio de la cubeta y se mide la distancia vertical entre la extremidad superior de *T* y el nivel del mercurio

en el interior del tubo. Por una simple suma se obtiene la presión buscada.

Este dispositivo es difícilmente transportable a distancias grandes, siendo necesario prepararlo en cada uno de los lugares en que ha de usarse.

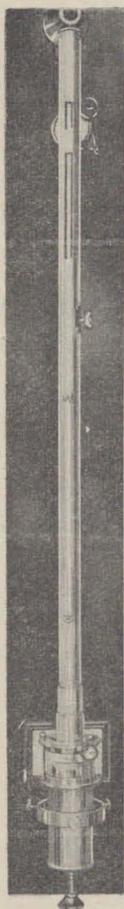


Fig. 193 a.

**7. El barómetro de Fortín.** — Este barómetro, de cuya construcción ilustran las figuras 193 a, b, c, d, es menos frágil y más seguro para el transporte y permite obtener con mucha exactitud la presión. No es sino una construcción especial de barómetro a cubeta, de fondo móvil, la cual está constituida por un

trozo de badana, que puede desplazarse por la acción del tornillo que está fijo a la base de la armadura metálica. Así se puede hacer elevar la superficie libre del mercurio

que contiene hasta que coincida con una punta de marfil que constituye el cero de la escala que lleva la cubierta metálica del instrumento. La altura barométrica se lee con un vernier.

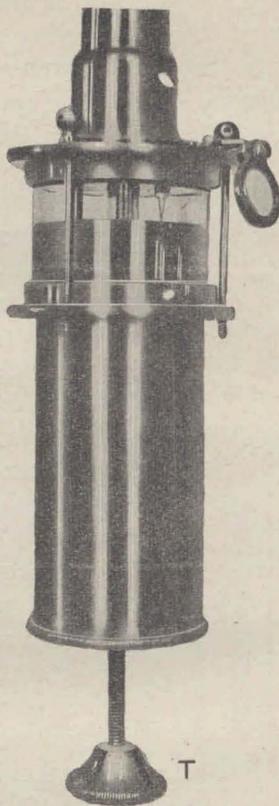


Fig. 193 b.

Para el transporte se llena completamente de mercurio el tubo y la cubeta, accionando con el tornillo T.

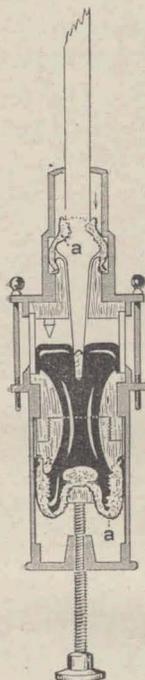


Fig. 193 d.

**8. Barómetros metálicos.** — Los barómetros metálicos consisten, esencialmente, en una pieza metálica flexible que limita un recinto en el que se hace un vacío elevado. Si varía la presión exterior, aquélla se deforma y el movimiento de que va acompañada la deformación se transmite por una combinación apropiada de palancas y resortes.

En el dispositivo de Bourdon (fig. 194), la pieza metálica flexible consiste en un sector circular  $ABC$  un poco menor que  $360^\circ$ , de un tubo metálico hueco, de sección elíptica, construido con una hoja delgada de latón. Si aumenta la presión, p. ej., el tubo metálico se arquea más; los puntos extremos  $A$  y  $C$  se acercan, lo que ocasiona, por la acción de la palanca  $ED$  y del engranaje que se ve en la figura una giración de la aguja en el sentido en que se mueven las agujas de un reloj.

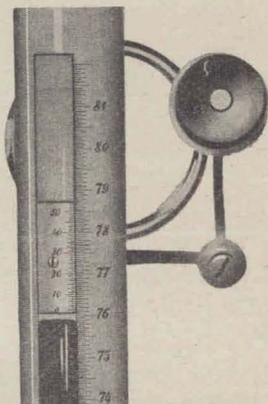


Fig. 193 c.

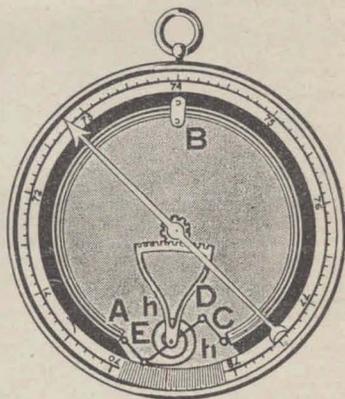


Fig. 194.

En el barómetro de Vidi, el recinto deformable consiste en una caja metálica flexible. No la describimos por cuanto, en la instrucción con que el Ministerio acompaña a los programas se dice: "se explicará brevemente el funcionamiento de los barómetros metálicos".

### B. — COMPRESIBILIDAD DE LOS GASES

9. **Un experimento.** — La expansibilidad de los gases se pone de manifiesto por un experimento ideado por Mariotte, quien se fundó en una observación de Pascal. Un globo de goma, cerrado, conteniendo a la presión atmosférica una pequeña cantidad de aire (figs. 195 *a*, *b*), se coloca en el interior de la campana de una máquina neu-

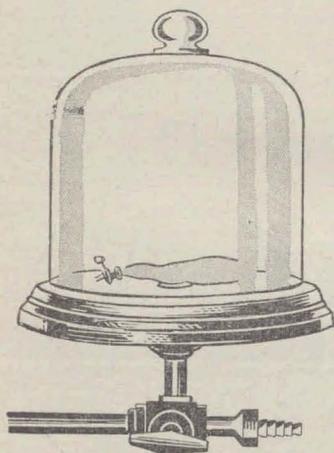


Fig. 195 *a*.

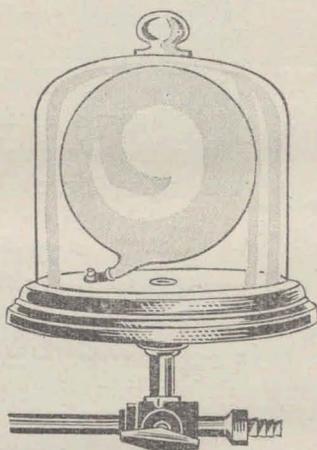


Fig. 195 *b*.

mática. Haciendo el vacío, lentamente, el volumen del globo aumenta poco a poco, adquiriendo, al fin, una forma esférica. Es decir, que el volumen del gas contenido en el

globo de goma ha aumentado al disminuir la presión que se ejerce sobre él. Estos hechos suelen expresarse diciendo que los gases ocupan todo el espacio que se les ofrece. Los líquidos, como tales, conservan, en cambio, su volumen invariado. Sin embargo, sus moléculas, por el fenómeno de la evaporación, llenan también todo el espacio que se les brinda.

**10. La ley de Boyle - Mariotte.** — La ley que representa cuantitativamente la relación de dependencia entre la presión y el volumen, fué enunciada por Boyle en el año 1661 y por el abate Mariotte en el año 1676. Esa ley dice lo siguiente: *A una misma temperatura los volúmenes ocupados por una masa gaseosa están en razón inversa de las presiones que soporta.*

Según esa ley, si la presión que soporta una masa gaseosa se hace doble, triple, etc., el volumen se reduce a la mitad, a la tercera parte, etc., siempre que la temperatura haya permanecido constante.

En el cuadro que va a continuación (fig. 196), se representa objetivamente ese hecho.

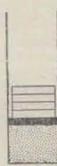
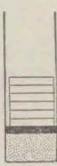
Presión	1	2	3	4
Objetivación				
Volumen	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Fig. 196.

Si se indican con  $p_1$   $v_1$  y  $p_2$   $v_2$  las presiones y volúmenes correspondientes a cierta masa gaseosa,

a la misma temperatura, se tiene por lo tanto que

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad [1]$$

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \quad [1']$$

y, puesto que lo mismo acontecerá para otros pares cualesquiera de valores de  $p v$ , se puede escribir

$$p v = \text{constante.}$$

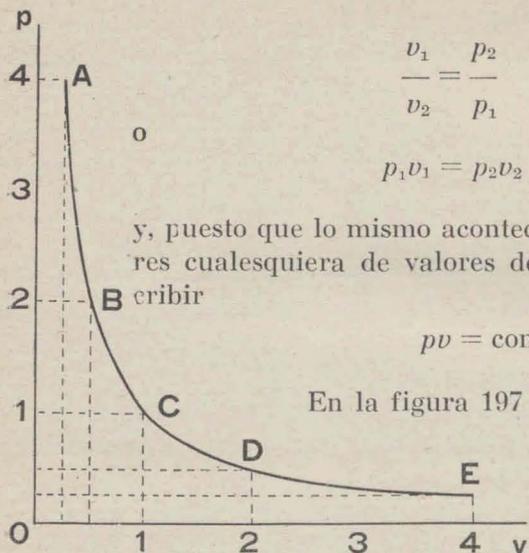


Fig. 197.

En la figura 197 se la ha representado gráficamente. Las dos rectas  $ov$  y  $op$ , que son ejes cartesianos, dan los volúmenes y las

presiones correspondientes a puntos cualesquiera  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  de la curva de trazo grueso, que representa la ley de Boyle-Mariotte, pues ha sido construida de modo que los productos de las presiones por los volúmenes correspondientes queden constantes.

**11. Comprobaciones experimentales de la ley de Boyle-Mariotte.** — Boyle y Mariotte han empleado en sus investigaciones aparatos idénticos. Dispositivos semejantes son muy usados hoy, todavía, en las comprobaciones experimentales de los cursos.

Un tubo doblado de ramas paralelas (fig. 198), una de las cuales es larga y abierta en su extremo y la otra corta y cerrada, está montado sobre un brete de madera fijo a un trípode metálico provisto de tornillos que

permiten dar posición vertical a las ramas antes citadas.

Vertiendo mercurio por la rama larga queda aprisionada en la rama corta cierta cantidad de aire. Esta operación debe realizarse de tal modo que el gas quede exento, por completo, de vapor de agua. Abriendo la llave se puede dejar escurrir el mercurio hasta que el nivel en ambas ramas sea el mismo.

En ese caso la presión de la masa gaseosa contenida en la rama corta, es la atmosférica, que vamos a suponer sea de 76 centímetros. El volumen que ocupa lo consideraremos la unidad. Si se agrega mercurio hasta que la diferencia de nivel  $BA = h$  sea de 76 cms., la masa de aire quedará sometida a la presión de dos atmósferas y se observará que su volumen

es la mitad. Si  $BA$  se hace  $2 \times 76$  cms., la presión del aire es de 3 atmósferas, comprobándose que su volumen se ha reducido a la tercera parte.

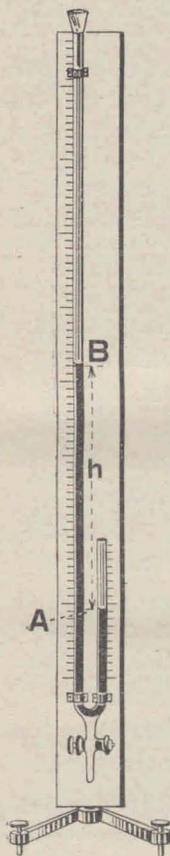


Fig. 198.

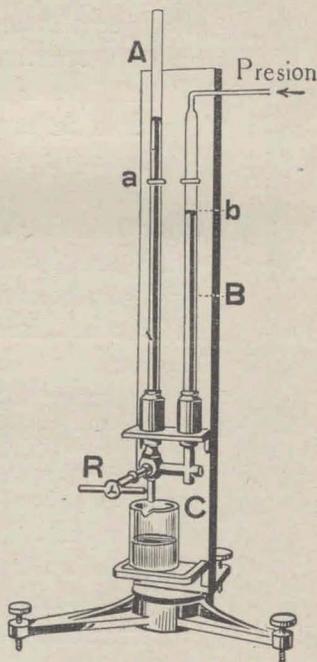


Fig. 199.

**12. Manómetros de aire libre y aire comprimido.** — Los manómetros son dispositivos destinados a la medición de las

presiones de los gases y vapores. El manómetro de Regnault (fig. 199), se dice de aire libre porque ese flúido no queda aprisionado en la rama *A*, que es abierta. Cargado el aparato con mercurio, la presión que se ejerce sobre éste en la

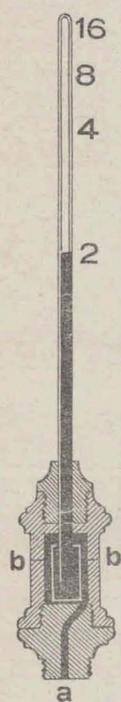


Fig. 200.

rama de la derecha es igual a la presión atmosférica más o menos la diferencia de altura entre los niveles del mercurio en las dos ramas. Corresponde el signo positivo cuando el nivel *a* está a mayor altura que el nivel *b*, y el signo negativo en caso contrario.

La llave a tres vías *R* permite variar, cómodamente, la cantidad de mercurio del aparato.

En los manómetros de aire comprimido la presión se determina por el volumen que adquiere una masa de gas encerrada en una de sus ramas. La figura 200 representa un manómetro de ese tipo, constituido por un tubo cerrado en uno de sus extremos, invertido en una cubeta con mercurio que se encuentra en una caja metálica cerrada herméticamente.

La presión se ejerce a través del tubo *a*, sobre la superficie libre del mercurio, transmitiéndose hasta la masa gaseosa, que está constituida, ordinariamente, por nitrógeno bien seco.

Si inicialmente el nivel en la caja metálica y el tubo de mercurio están al mismo nivel, el gas se encuentra a la presión de la atmósfera. Si el volumen se reduce a la mitad o la tercera parte, etc., mientras obra una presión diferente a la atmosférica sobre el mercurio de la cubeta, esa presión es de dos, tres, etc., atmósferas.

**13. Manómetros metálicos.**—La construcción de estos aparatos obedece a la misma idea aplicada en los barómetros metálicos. El barómetro de Bourdon, p. ej.,

(fig. 201), consiste en un tubo circular metálico, de sección elíptica, que termina en su extremo *a* en una cámara fija a la armadura exterior. En ella desemboca el tubo *AB* a través del cual se le comunica con la masa gaseosa cuya presión ha de medirse. La otra extremidad *c* está unida por un juego de palancas a una aguja que puede girar alrededor de un eje y cuyo movimiento regula un resorte en espiral.

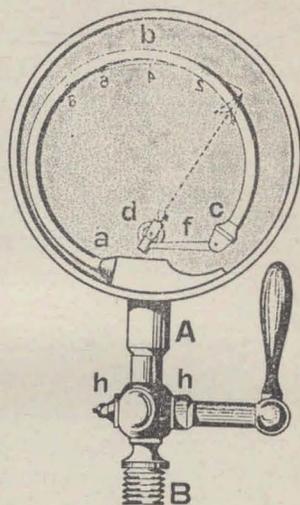


Fig. 201.

Si se sopla, p. ejm., por el tubo *BA*, la presión interior del tubo *abc* se hace mayor que la exterior, por lo que tiende a desarrollarse: el extremo *c* se aleja de *a* accionando la palanca *f* y haciendo girar la aguja en sentido contrario a las saetas de un reloj.

El aparato se calibra comparando sus indicaciones con las de un manómetro de aire comprimido.

El aparato se calibra comparando sus indicaciones con las de un manómetro de aire comprimido.



Fig. 202.

**14. Bombas hidráulicas.** — I. LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA MEDIDA CON MERCURIO Y CON AGUA. — Las bombas hidráulicas son dispositivos destinados a elevar el agua.

Si se tienen dos tubos abiertos en sus extremos y se sumergen por uno de éstos uno en mercurio y otro en agua,

(fig. 202), y luego se desplazan hacia arriba los pistones de que están dotados, que se adaptan perfectamente a sus paredes, está claro que los flúidos subirán en ambos. En el mercurio el ascenso cesará cuando la columna tenga una altura de unos 76 cms. y en el agua, que es 13,6 veces más liviana que aquél, cuando la columna sea 13,6 veces

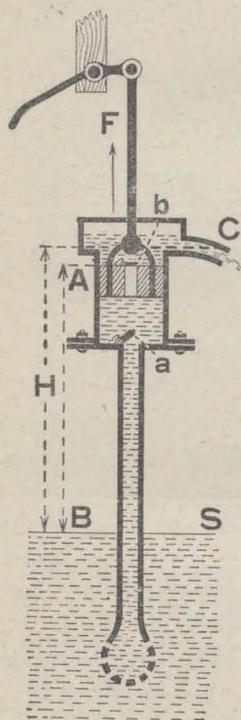


Fig. 203.

mayor, es decir, cuando tenga  $13,6 \times 76$  cms. = 10,33 metros de altura. Luego, por más que se desplacen los émbolos hacia arriba, ni el mercurio ni el agua seguirán subiendo, porque aquellas columnas equilibran la presión atmosférica  $p_0$  que se ejerce sobre la superficie libre de ellos. Con este dispositivo no es, pues, posible, levantar agua a mayor altura que 10,33 metros.

II. BOMBA ASPIRANTE. — Un cilindro metálico hueco (fig. 203), denominado *cuerpo de bomba*, cerrado en su parte superior, se prolonga hacia abajo en un tubo del mismo material, llamado de aspiración, cuya extremidad, provista de rejilla, se sumerge en el agua. Una válvula *a*, situada en el nacimiento del tubo, abre o cierra su comunicación con aquél.

Un émbolo, provisto de una abertura axial dotada de una válvula *b*, puede recorrer el interior del cilindro por la acción de una palanca.

Ambas válvulas se abren hacia arriba. El funcionamiento es el siguiente: si el émbolo se mueve hacia arriba y, si se trata de los movimientos iniciales, el aire se enrarece en el interior de la bomba y la presión atmosférica

que actúa sobre la superficie libre  $S$  del líquido hace ascender a éste por el tubo de aspiración. Esta masa flúida en movimiento abre la válvula  $a$  y llena, en parte, el cuerpo de bomba. La válvula  $b$  permanece, mientras tanto, cerrada, a causa de la menor presión interior.

Cuando el émbolo alcanza la posición extrema más alta e inicia el descenso, presiona al líquido, lo que determina el cierre de la válvula  $a$  y la apertura de la  $b$ . El flúido pasa así al otro lado del émbolo, es decir, encima de éste, y se derrama, en el desplazamiento siguiente, por el tubo lateral  $C$ .

Cuando el cuerpo de bomba está lleno de agua, un desplazamiento hacia arriba del émbolo, determina un ascenso del flúido, por cuanto no puede existir un espacio vacío mientras la columna de agua no tenga la altura que corresponde a la presión atmosférica. Esta altura sería, como ya se vió, de 10,33 metros, pero, por la imperfección de los ajustes, ocurre que, en la práctica, la máxima altura a que se puede elevar el agua, con mecanismos de este tipo, es de 8 metros más o menos. El tubo de aspiración no debe, por lo tanto, tener una longitud mayor.

La historia narra que un constructor de fuentes, de Florencia, había comunicado a Galileo de que no era posible, con bombas u otros aparatos, elevar el agua, por aspiración, a una altura mayor de diez metros. En la época de Torricelli y hasta que éste reveló la existencia de la presión atmosférica, se explicaba el funcionamiento de las bombas diciendo que “la naturaleza tenía horror al vacío”.

III. BOMBA ASPIRANTE IMPELENTE. — Esta bomba está representada en la figura 204. Su émbolo es macizo y el tubo de derrame, que nace en la parte inferior del cuerpo de bomba y que está provisto de una válvula que se abre de abajo hacia arriba, está dotado, en las buenas cons-

trucciones, de una cámara *C* de aire que mejora su funcionamiento, determinando, además, un escurrimiento continuo.

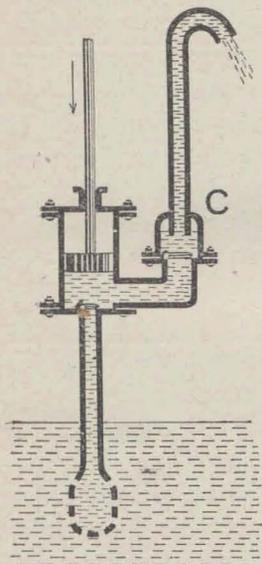


Fig. 204.

la cámara de aire y *hg* el tubo de impulsión del líquido.

Su funcionamiento salta a la vista.

En la figura 205 está representa-

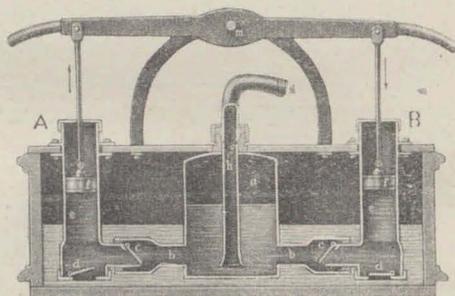


Fig. 205.

da, esquemáticamente, una bomba de incendio. Se trata de una bomba doble aspirante impelente, siendo *a*

la cámara de aire y *hg* el tubo de impulsión del líquido.

IV. BOMBAS ROTATIVA Y CENTRÍFUGA. — La bomba rota-

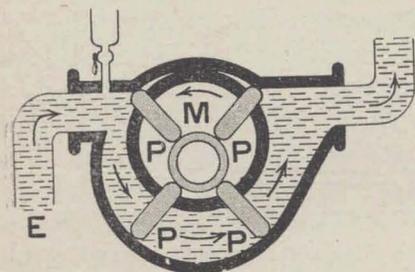


Fig. 206.

tiva (fig. 206), está constituida por una caja metálica en cuyo interior gira excéntricamente el tambor *M* que está provisto de varias aletas móviles, las que, guiadas por un anillo central, se apoyan constantemente en sus paredes. La giración del

tambor en el sentido de las flechas hace que las aletas im-

pulsan el líquido de izquierda a derecha, estableciendo una corriente en el sentido de las flechas.

La figura 207 representa una bomba centrífuga. Un árbol provisto de álabes gira en el interior de una armadura metálica cilíndrica dotada de dos aberturas. El agua entra por *E* llenando el cuerpo de bomba; las paletas la arrojan, por obra de la fuerza centrífuga, hacia la periferia, determinando así presiones suficientes como para elevar el líquido a cierta altura. Por lo común están accionadas con un motor eléctrico.

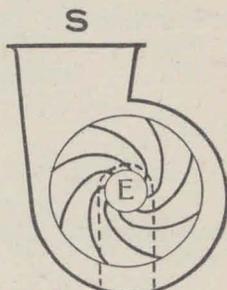


Fig. 207.

### 15. El sifón. — VASO DE TÁNTALO. APLICACIONES. — El si-

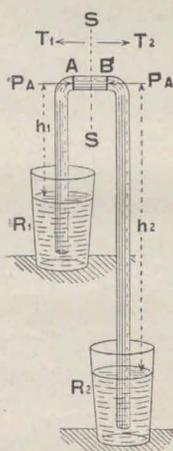


Fig. 208.

fón consiste (fig. 208), en un tubo doblado, una de cuyas ramas es más larga que la otra y que, lleno de líquido, se invierte introduciendo sus extremidades en líquidos. Suficientes recipientes con es que esto ocurra con la rama corta. El líquido se escurrirá por el interior del sifón de derecha a

izquierda de la misma manera que la cadena que pasa por la garganta de la polea (fig. 209), cae del lado en que el peso de la sog que cuelga, es mayor.

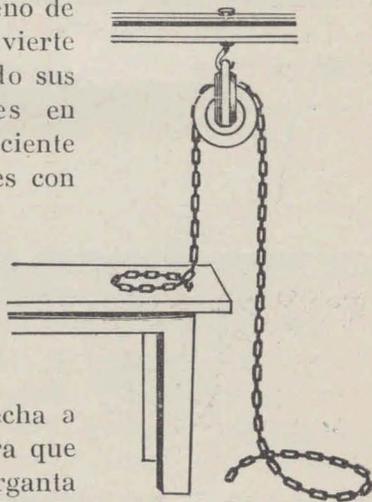


Fig. 209.

Si se indica con  $p_0$  la presión que se ejerce sobre las superficies libres del fluido en los recipientes  $R_1$  y  $R_2$ , que ordinariamente será la atmosférica, la presión en  $A$  será

$$p_a = p_0 - \delta h_1,$$

y en  $B$

$$p_b = p_0 - \delta h_2,$$

de suerte que

$$p_a - p_b = \delta(h_2 - h_1),$$

lo que determina un movimiento de la masa líquida sombreada contenida entre  $A$  y  $B$  de derecha a izquierda. Como esa diferencia de presión subsiste, el líquido se desplaza continuamente en el sentido indicado.

Debido al mismo fenómeno, si se vierte un líquido, agua, p. ej., en el dispositivo de la

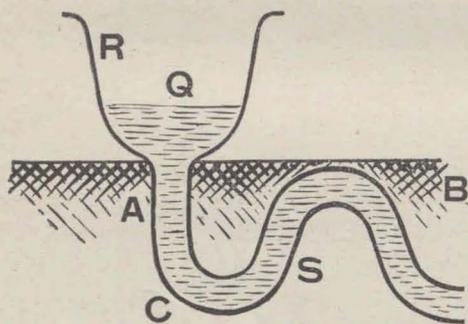


Fig. 211.

la extremidad interior del tubo.

El sifón tiene grandes aplicaciones prácticas, en las piletas, inodoros, etc.

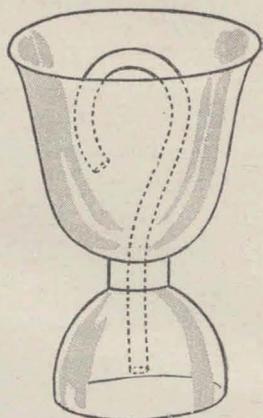


Fig. 210.

figura 210, que no es sino el vaso de Tántalo, el fluido se sale por la boca inferior del tubo, mientras su nivel en el interior del recipiente no alcance al vértice superior del sifón. A partir de ese instante el líquido se escurre por éste hasta un nivel coincidente con

En la figura 211, p. ej., mientras el nivel del líquido no sea el de la superficie *AB*, el sifón *S* no actúa, pero si se vierte agua en el recipiente *R* y ese nivel es sobrepasado, el sifón comienza a funcionar evacuando completamente todas las materias que se encuentran entre *A* y *C*.

### C.—BOMBAS NEUMÁTICAS

**16. Generalidades.** — Las máquinas neumáticas son dispositivos destinados a hacer variar la presión, dentro de grandes límites, en el seno de una masa gaseosa contenida en un recinto limitado por paredes rígidas. Si la presión ha de ser disminuída, el juego del mecanismo extrae continuamente el flúido; si ha de ser aumentada, introduce nuevas masas de gas.

El vacío es hoy de grandes aplicaciones. Las modernas ampollas de rayos X y las “lámparas” de los aparatos radiotelefónicos, p. ej., funcionan con *alto vacío*; la presión en el interior de los mismos es inferior a la millonésima parte de un milímetro de mercurio; la extracción del aire de ellas es, pues, extrema.

La primera bomba neumática fué ideada por Otto de Guericke, intendente de Magdebourg, en el año 1650.

**17. Máquina de vacío y compresión a un solo émbolo. Espacio nocivo. Límite de enrarecimiento.** — El uso de las bombas a pistón, aun de los mejores tipos, está prácticamente abandonado en los trabajos técnicos y científicos, porque se han ideado y construído mecanismos rotativos, como los que describimos en el número siguiente, que son de más fácil manejo y de muchísima mayor eficacia.

La figura 212 representa una máquina neumática de un solo cuerpo, que puede funcionar como bomba de vacío o de compresión. El émbolo está constituído, como en todas las máquinas que se fundan en el mismo principio,

por un cilindro formado por rodajas de cuero embebido en aceite, comprimido entre dos piezas metálicas. Se logra así un ajuste perfecto con las paredes del cuerpo de bomba. Las válvulas, que pueden ser de construcción variadísima, consisten, en el modelo de la figura, en dos pistoncitos horizontales  $V_1$  y  $V_2$ , uno de cuyos extremos termina en una pieza cónica que se adapta perfectamente

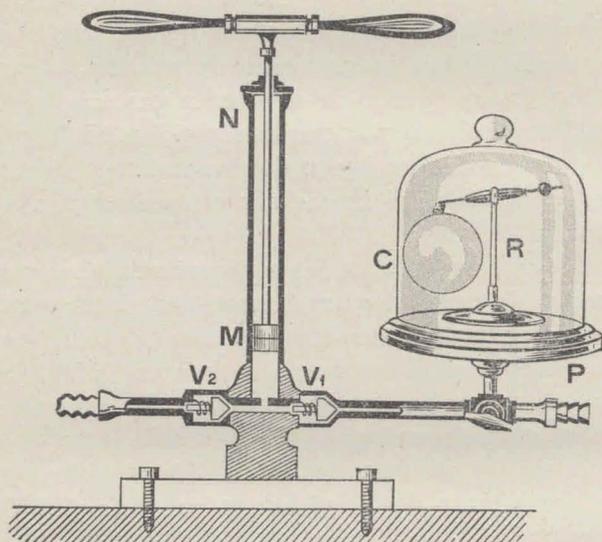


Fig. 212.

a una cavidad de forma idéntica, situadas sobre el conducto que comunica al exterior con el espacio interior de la bomba; resortes en espiral regulan la adaptación de los pistones a las cavidades. Se abren, además, en sentidos opuestos.

Supongamos que deseamos "hacer vacío" en el recinto cerrado  $R$ , que forma la campana  $C$  con la platina  $P$ . Si se desplaza el émbolo hacia arriba disminuye la presión en el pistón, de acuerdo con la ley de Boyle-Mariotte,

haciéndose menor que en  $R$ . La sobrepresión abre la válvula  $V_1$  y pasa aire de la campana a la bomba. Si después de haber recorrido todo el cilindro  $NM$  el émbolo baja, comprime el aire debajo de sí y la válvula  $V_1$  se cierra, abriéndose la  $V_2$  y el aire del cuerpo de bomba es impelido al exterior. Si se repiten de modo sucesivo y continuado estas operaciones la presión en  $R$  disminuye más y más.

El vacío que puede producirse con un mecanismo semejante está limitado por varias causas. En primer lugar, la abertura de las válvulas ha menester cierta fuerza mínima y cuando el enrarecimiento en  $R$  es muy pequeño, la fuerza que corresponde a la diferencia de presiones se encuentra, al fin, por debajo de ese límite y la válvula no se abre a partir de ese momento. Para evitar este inconveniente, en otros modelos, las válvulas de aspiración son comandadas, esto es, se abren y cierran en el momento oportuno por el movimiento mismo del mecanismo.

**18. Bomba rotativa de Gaede.** — Es éste el tipo de máquina más apropiado, por su sencillez, eficacia y rapidez para los gabinetes de enseñanza. Son muchas las casas constructoras que emplean el principio en que se funda esa máquina. Funciona tanto como máquina de compresión (hasta 2 atmósferas), como de vacío. Se obtienen con ella, en pocos minutos, presiones hasta de 0,01 mm.

La figura 213 representa un corte longitudinal de la bomba. Un cilindro  $A$  provisto de dos paletas radiales móviles, accionadas por resortes, gira excéntricamente en el interior de un espacio cilíndrico con el que se mantiene en contacto a lo largo de una de sus generatrices.

El cilindro  $A$  se adapta por sus bases, perfectamente al cuerpo de bomba y a las paletas; y éstas, comprimidas por los resortes, se aplican también sobre su cara lateral. El espacio libre entre uno y otro queda dividido de esta manera en dos regiones completamente aisladas entre sí.

El tubo *C* es el conducto de aspiración en cuyo camino se halla una camisa metálica cilíndrica *l* dotada de perforaciones muy finas, a fin de impedir el pasaje de pequeños cuerpos sólidos o de gotas de mercurio; *a* es la válvula de escape que se comunica con el espacio *D* y éste por un canal con el tubo de escape *J*, por donde el aire extraído va a la atmósfera o al recinto en que se desea comprimirlo (hasta 2 atmósferas).

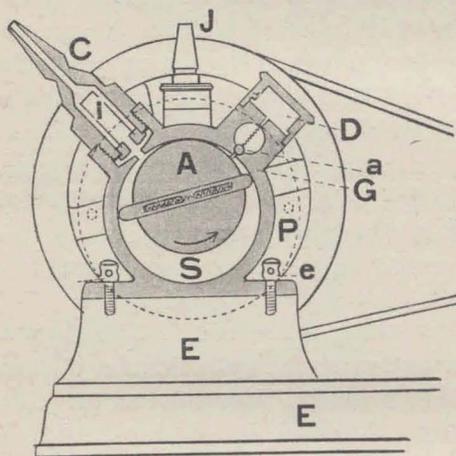


Fig. 213.

El eje en torno al cual gira el cilindro *A*, que no se ve en el corte; es lubricado continuamente con aceite especial que está en una pequeña cámara por el juego mismo del mecanismo. Ese aceite penetra en pequeñas cantidades al cuerpo bomba y asegura un cierre

hermético de las superficies en contacto.

El funcionamiento es el siguiente: si el cilindro *A* gira, en el sentido indicado por la flecha, las paletas comprimen el aire contenido en la región *G* y, abriendo la válvula *a*, lo impelen hacia el exterior. Mientras tanto la parte del cuerpo de bomba que está situada en la región que durante la giración de *A* está detrás de las paletas se llena de aire proveniente del recinto que está en conexión con *C*, en cuyo camino no existe válvula alguna. Esas masas de aire pasan en seguida por el movimiento de ro-

fación, a encontrarse en la situación en que están en el dibujo las masas que ocupan la región *G* y son expulsadas a través de la válvula *a*, como ya se dijo. Este proceso se repite continuamente mientras dura el movimiento del mecanismo.

Con una de estas bombas, accionada a mano, se alcanza, en un recipiente de 6 litros, una presión de 1 mm. de mercurio en 4 minutos de funcionamiento, y en 20 minutos la presión mínima de 0,01 de milímetro.

Acoplando dos máquinas de modo que una haga vacío en la que está en conexión con el recinto a evacuar se obtienen presiones hasta de 0,0002 mm. de mercurio.

**19. Bomba a condensación de Langmuir.** — En esta bomba el aire o gas del recinto que se evacúa es arrastrado por los choques de las moléculas de un chorro continuo de vapor de mercurio, y permite alcanzar presiones inferiores al millonésimo de milímetro de mercurio.

En la figura 214 está representada, en corte, una bomba de este tipo, que se construye ordinariamente de vidrio Pirex, el cual soporta, sin romperse, calentamientos y enfriamientos bruscos.

El vapor producido por el calentamiento del mercurio que se encuentra en *A* (con la llama de un mechero de Bunsen, una estufa eléctrica o un baño de aceite), sigue por el tubo *B* y desemboca por *L* en una ampolla *C*, sobre cuyas paredes enfriadas por agua que entra por *K<sub>2</sub>* y sale por *K<sub>1</sub>*, se condensa volviendo por *D* nuevamente a *A*.

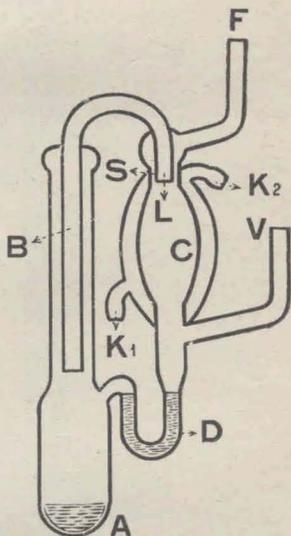


Fig. 214.

En la ampolla *C* es necesario mantener, con una bomba auxiliar conectada con el tubo *V*, una presión que oscile entre 0,1 y 0,01 milímetro de mercurio. El tubo *F* se

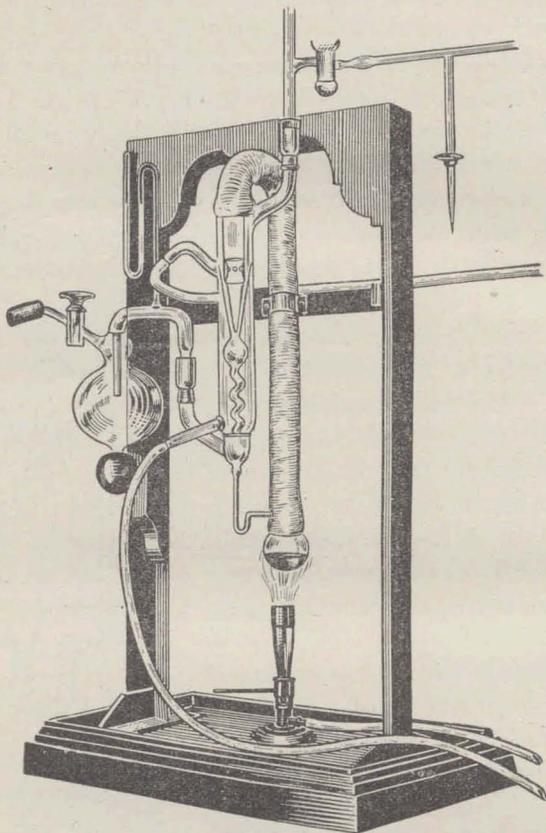


Fig. 215.

pone en comunicación con el recinto en el que ha de producirse alto vacío.

Las moléculas de mercurio que salen continuamente y en enorme número por *L*, con gran velocidad, impulsan en la dirección de su movimiento a las moléculas gasco-

sas que llegan hasta C. El vapor que llega a las paredes comprime el mercurio condensado y se condensa a su vez. Las moléculas de gas son así arrastradas y aprisionadas siendo finalmente aspiradas por V.

En la figura 215 se ve una bomba de este tipo, pero de dos etapas de condensación, construída en el taller de vidrio del Instituto de Física de la Universidad de La Plata.

Hoy día se construyen bombas en las que se emplean aceite en lugar de mercurio; el torrente de las moléculas de aceite arrastra a las gaseosas.



## CAPITULO X

### CALOR. TERMOMETRÍA

**1. Consideraciones generales.** — La intensidad de las sensaciones de calor y de frío que nos transmiten los cuerpos, las más de las veces por contacto directo con nuestra piel, son susceptibles de gradación. Merced a ello, es posible distinguir entre dos cuerpos cualesquiera o entre dos estados sucesivos del mismo cuerpo, cuál es el más caliente. Las palabras frío, tibio, templado, caliente, trasantan una serie de tales sensaciones, correspondientes a diversos estados de un cuerpo. Concebimos, en virtud de la experiencia acumulada, que un cuerpo puede variar de una manera continua desde el estado que llamamos caliente hasta el que denominamos frío, lo que significa admitir la existencia de un número indefinido de estados intermedios.

Aun cuando nuestras sensaciones son, en el fondo, medidas que nos permiten discernir lo que ocurre en la naturaleza, pues existe, sin duda alguna, una adecuación entre los medios de conocer y la realidad exterior, pueden, en ciertas circunstancias, inducirnos a error. Así, p. ej., si sumergimos una de las manos en el seno de un líquido caliente y la otra en el de uno frío, poniéndolas luego, simultánea o sucesivamente, en contacto con un líquido templado, percibimos sensaciones muy diferentes: para una mano resulta frío, para la otra caliente.

Para individualizar aquellos estados del cuerpo, esto es,

para reconocerlos, no existe otro camino que el de aprovechar los cambios de volumen que ese algo llamado calor produce en los cuerpos.

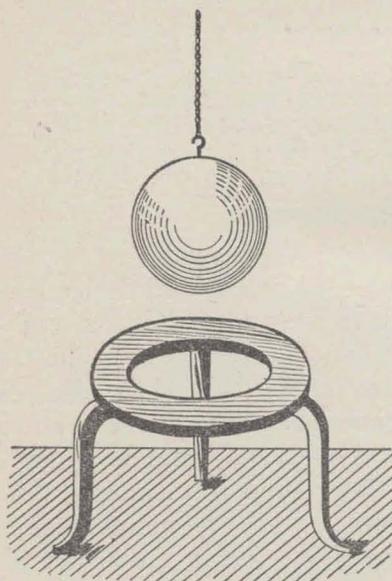


Fig. 216.

**2. Variación del volumen de los cuerpos por la acción del calor.** — Que el volumen de los cuerpos aumenta, en general, si se los calienta, puede ponerse de manifiesto por experimentos muy sencillos.

Una esfera metálica (figura 216), que se halla suspendida de una cadenita, pasa a través de un anillo circular de la misma sustancia y de diámetro casi igual al suyo, pero si se la calienta ello ya no es posible, lo cual prueba que su

volumen ha aumentado. Este experimento se debe a Gravesande.

El aumento de longitud de una varilla metálica puede hacerse ostensible con la instalación de la figura 217, que

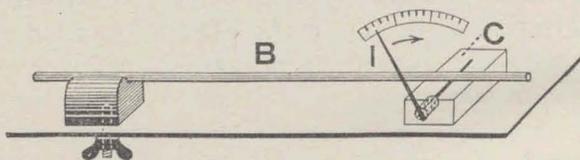


Fig. 217.

requiere medios muy sencillos. Uno de los extremos de la barra *B* es fijo; el otro se apoya sobre un delgado cilindro metálico *c*, una aguja, p. ej., en una de cuyas

puntas se fija, mediante un trocito de corcho, un índice *I*. Si se calienta la barra con una llama se observará una gi-  
ración del índice en el sentido que enseña la flecha, lo  
cual es debido a que al dilatarse aquélla  
hace girar la aguja.

La dilatación de un líquido se hace vi-  
sible llenando con él un balón y cerrándolo  
con un tapón de goma (fig. 218). Si se le ca-  
lienta con una llama se observará que el  
fluido asciende por el tubo, lo que evidencia  
que su volumen aumenta.

Conviene hacer notar que el balón tam-  
bién se dilata, de suerte que lo que se obser-  
va es la diferencia entre las dilataciones  
del líquido y del recipiente. Se habla, por  
eso, de *dilatación aparente*.

Si en lugar de calentar el balón con una llama se lo  
sumerge, repentinamente, en un baño de agua caliente,  
se verá que el líquido desciende primero y que transcurridos  
algunos minutos recién comienza a subir en el tubo. La

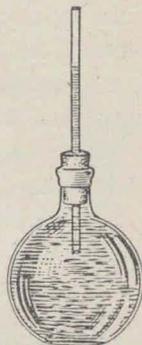


Fig. 218.

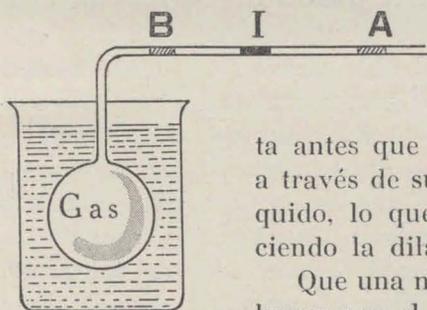


Fig. 219.

razón de eso es que en  
el primer momento se  
calienta toda la masa  
del balón que se dila-  
ta antes que el calor haya penetrado,  
a través de sus paredes, al seno del lí-  
quido, lo que sucede después, produ-  
ciendo la dilatación del mismo.

Que una masa gaseosa acrece su vo-  
lumen con el calor, puede comprobarse  
por un dispositivo como el de la figura  
219, que consiste en un bulbo de vidrio que se pro-  
longa en un tubo de pequeña sección interior, pro-  
visto de un índice *I* de mercurio. Si se pone en con-  
tacto con el recipiente que contiene el gas un cuer-

po caliente, se observará que el índice  $I$  se desplaza hacia la derecha.

**3. Concepto de temperatura.**— Los distintos estados térmicos pueden reconocerse por la dilatación que experimenta *determinada substancia* bajo la acción del calor. De esa manera podrían ordenarse numéricamente en una escala los estados térmicos en que se encuentra sucesivamente un cuerpo que pasa del estado que llamamos caliente al que denominamos frío.

Si, p. ej., el agua del baño en que se encuentra el balón de vidrio de la figura 219 está caliente, hirviendo, mientras dura la ebullición, el índice  $I$  permanece en una posición invariable,  $A$ , y si el agua comienza a enfriarse más y más, el índice va desplazándose continuamente hacia la izquierda y cuando el agua se ha convertido en hielo en fusión llega a una posición  $B$  y queda allí sin desplazarse mientras el hielo se funde.

Está claro que a cada posición del índice entre  $A$  y  $B$  le corresponde un estado térmico, que está comprendido entre el del hielo en fusión, que es un cuerpo *frío*, y el del agua en ebullición, que es un cuerpo *caliente*.

Podemos elegir un tubo de sección constante y dividirlo entre  $A$  y  $B$  en 100 partes iguales, p. ej., asignándole el *cero* a la posición  $B$  del índice que corresponde al hielo en fusión y el *cien* a la  $A$  que corresponde al agua en ebullición. Se tiene así una escala numérica. Cada uno de los estados térmicos queda singularizado por un número. Ese número se llama la *temperatura* del estado térmico en que se encuentra el cuerpo o, simplemente, *temperatura del cuerpo*, en este caso, agua.

Como entre división y división el volumen interior del tubo tiene un valor constante, *hemos aprovechado el fenómeno de la dilatación de la materia* (gas, en nuestro caso) *por el calor para definir los estados térmicos, ha-*

*ciendo corresponder a variaciones iguales del volumen de una masa dada, variaciones iguales de la temperatura.*

Los hechos de que mientras el hielo funde o el agua hierve, el índice queda en posiciones invariables, *B* en el primer proceso y *A* en el segundo, se expresan diciendo que *las temperaturas de fusión del hielo y de ebullición del agua son constantes.*

Podríase dividir el intervalo *A, B*, en otro número cualquiera de partes y, además, en lugar de agua emplear otro líquido, lo que demuestra que la escala numérica de los estados térmicos es arbitraria, pues, cualquiera que ella sea permite el logro de lo que es esencial: singularizar, reconocer, reproducir un estado térmico cualquiera.

Como si se pone en contacto un cuerpo caliente con uno frío, aquél se enfría y éste se calienta, lo que significa que pasa calor del cuerpo de mayor al de menor temperatura, podemos decir que *la temperatura de un cuerpo es su estado térmico, considerado con referencia a su poder de comunicar calor a otros cuerpos.*

#### 4. Termómetro de mercurio. — PUNTOS FIJOS. —

Los aparatos que permiten determinar el estado térmico, es decir, la temperatura de los cuerpos, reciben el nombre de *termómetros*. El dispositivo de la figura 219 es, pues, un *termómetro a gas*.

El termómetro de mercurio se construye (figura 220 *a*), tomando un tubo capilar de vidrio, de sección constante, en uno de cuyos extremos se sopla una ampolla *a*, cerrada, y en el otro un ensanchamiento *b*, abierto, que se hace terminar en una punta afilada. Calentando *a* y *b* en una llama, a fin de dilatar el aire que contienen, y sumergiendo luego la punta

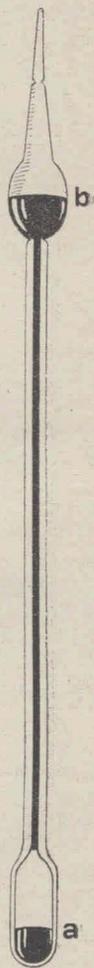
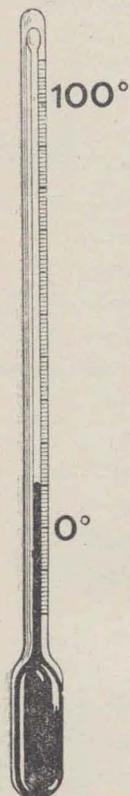


Fig. 220 *a*.

de *b* en el seno de una masa de mercurio bien puro, se le llena de este líquido hasta cierta altura, repitiendo las operaciones. Luego se le calienta hasta la ebullición del mercurio para eliminar los últimos vestigios de aire y se le cierra (fig. 220 *b*).

Fig. 220 *b*.

Para tener un verdadero método de medida de la temperatura, es decir, para poder reproducir y reconocer un estado térmico cualquiera, aun cuando un termómetro dado se destruya y poder comparar las indicaciones obtenidas en diferentes lugares y tiempos con aparatos distintos, es necesario proceder a la elaboración de la escala señalando sobre el termómetro dos posiciones o, como se dice, *puntos*, de su columna de mercurio mientras se encuentra en contacto con cuerpos que se hallan en estados térmicos, vale decir, a temperaturas constantes fácilmente reproducibles en otro tiempo y lugar y en dividir el intervalo en cierto número de partes.

Con tal objeto se han elegido las temperaturas del hielo en fusión y del vapor de agua en ebullición a la presión de 760 mm.

Los puntos que corresponden a esas temperaturas en el termómetro, se llaman *puntos fijos*.

Para determinar el primer punto se coloca el termómetro, verticalmente, en una vasija llena de pequeños trozos de hielo (fig. 221), provenientes de agua qui-

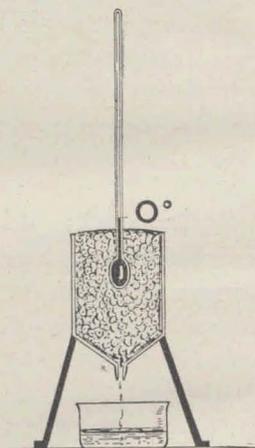


Fig. 221

micamente pura, mezclados con una cantidad de este líquido apenas suficiente para llenar los espacios dejados libres por aquéllos. El nivel del mercurio desciende, primero rápidamente, luego con lentitud, hasta alcanzar una posición en la que dura mientras el termómetro se encuentre rodeado de masas de hielo en fusión.

La invariabilidad de este último nivel significa, como ya se dijo, que la temperatura del hielo en fusión es constante. La experiencia revela, además—asunto del que hemos de ocuparnos en su oportunidad— que esa temperatura varía muy poco con la presión.

Se marca ese nivel, que corresponde al *punto de fusión*, rayando el vidrio o haciendo otra señal cualquiera.

El otro punto fijo, llamado *de ebullición*, se determina situando el termómetro en un aparato como el representado por la figura 222, de tal manera que casi toda su masa quede en el seno de los vapores del agua, que debe ser bien pura.

Si prescindimos de la pequeña dilatación del vidrio en relación al mercurio, podemos decir que *en este termómetro se hacen corresponder a variaciones iguales de volumen del mercurio, variaciones iguales de la temperatura.*

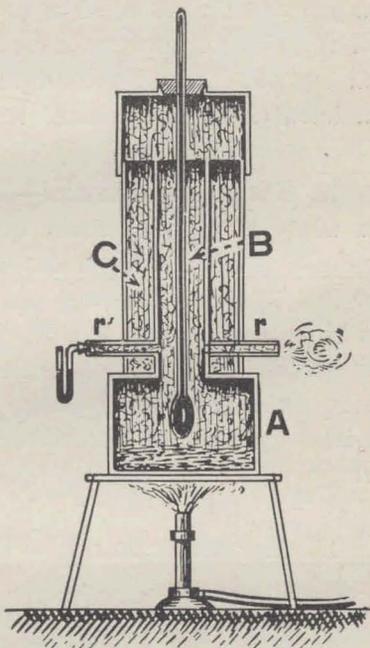


Fig. 222.

5. Las tres escalas. — I. ESCALA CELSIUS O CENTIGRADA. —

En esta escala propuesta en el año 1726 por Celsius, profesor de Astronomía de la Universidad de Upsala, y que es hoy día universalmente usada en las determinaciones científicas, se denomina *cero grado* y se escribe  $0^{\circ}$  a la temperatura de fusión del hielo y *cien grados* ( $100^{\circ}$ ) a la de ebullición del agua. El intervalo comprendido entre los dos puntos se divide en cien partes iguales, *continuándose la graduación por encima y por debajo de los puntos fijos*. El intervalo comprendido entre dos divisiones se denomina 1 grado Celsius o centigrado, que se escribe  $1^{\circ} C$ , donde la letra *C* hace referencia a la escala.

II. ESCALA FARENHEIT. — Farenheit, de Dantzig, a quien se debió el gran adelanto que tuvo en su época la termometría, hace corresponder al punto de fusión del hielo la temperatura treinta y dos, que se escribe  $32^{\circ} F$ , y al de ebullición del agua  $212^{\circ} F$ , donde la letra *F* individualiza la escala. El intervalo entre los puntos fijos queda dividido en 180 partes iguales, continuándose la división, lo mismo que en el caso precedente, hacia arriba y hacia abajo.

III. ESCALA REAUMUR. — En esta escala, hoy en desuso, aquellos puntos se denominan cero y ochenta grados, respectivamente.

IV. REDUCCIÓN DE LECTURAS DE UNA ESCALA O LAS DOS RESTANTES. — Está claro que en un mismo termómetro se pueden trazar las tres escalas, como está representado en la figura 223. Los  $100^{\circ} C$  abarcan el mismo intervalo de temperaturas que los  $180^{\circ} F$  y que los  $80^{\circ}$  Reaumur. Si la misma temperatura está expresada en esas tres escalas

por los números  $C$ ,  $F$  y  $R$ , respectivamente, se tendrán las igualdades

$$\frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180} = \frac{R}{80}$$

que permiten convertir lecturas correspondientes a una de las escalas en lecturas correspondientes a las otras dos.

6. Empleo de otras substancias termométricas. — El uso del mercurio como substancia termométrica sólo es posible dentro de ciertos límites. Su punto de solidificación es de  $-39^{\circ}\text{C}$ , por lo que no se la puede emplear en la determinación de temperaturas inferiores.

Para temperaturas superiores a 300 grados es menester, aparte de agregar nitrógeno comprimido para elevar el punto de ebullición, que es *normalmente* de  $357^{\circ}$ , dotar a la ampolla de paredes sumamente gruesas, pues la fuerza elástica del vapor de mercurio, que crece muy rápidamente a partir de aquella temperatura, hacer variar muy sensiblemente su volumen, aminorando la exactitud de las medidas. Se construyen de ese modo termómetros de mercurio que permiten determinar temperaturas hasta de  $500^{\circ}\text{C}$ .

Para temperaturas bajas se utiliza el alcohol, cuyo punto de solidificación es  $-100^{\circ}\text{C}$ . Esta substancia tiene el serio inconveniente de que el punto fijo superior no puede

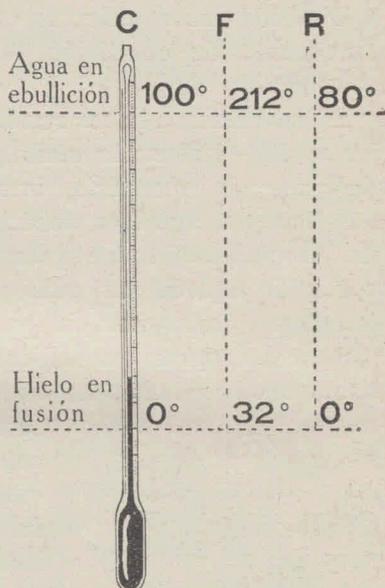


Fig. 223.

determinarse por cuanto hierve, bajo presión normal, a  $78^{\circ},3\text{ C}$ ; además, moja las paredes del tubo.

De esos inconvenientes se encuentra libre el toluol, cuyo punto de ebullición es de  $110^{\circ},8\text{ C}$  y se solidifica a  $-100^{\circ}\text{ C}$ .

Es conveniente hacer resaltar aquí que *la escala mercurial se ha establecido atribuyendo a dilataciones iguales aparentes del mercurio, intervalos iguales de temperatura*; los principiantes deben cuidarse, pues, de no incurrir, lo que es frecuente, en el absurdo de creer que se ha elegido aquella sustancia porque su dilatación es regular e igual para todos los grados.

Si se comparan las indicaciones correspondientes a un mismo estado térmico de dos termómetros contruídos con la misma clase de vidrio, pero con sustancias diferentes, mercurio y toluol, p. ej., se comprueba un hecho que es general, las indicaciones coinciden, *por definición*, en los puntos fijos, existiendo diferencias más o menos pronunciadas, en uno u otro sentido, en todo el resto de la escala.

Comparando un mercurio de toluol con uno de mercurio pueden reducirse sus lecturas a las que corresponden a un termómetro de esta última sustancia

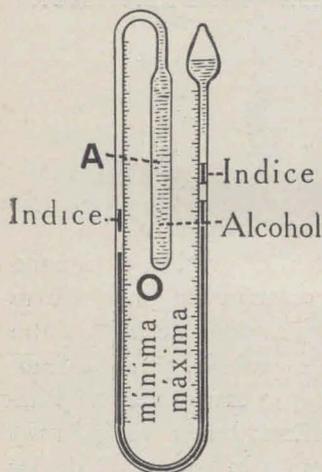


Fig. 224.

### 7. Termómetro de máxima y

*mínima.* — La figura 224 representa el termómetro a alcohol, de máxima y mínima, ideado por Six y Bellani, muy usado en la meteorología.

El recipiente cilíndrico A, que lleva el alcohol, se continúa en un tubo en U que contiene mercurio. Según

que la masa de alcohol se contraiga o se dilate, la columna de mercurio se desplaza en uno u otro sentido; uno de sus niveles asciende y el otro desciende. Las posiciones extremas quedan señaladas por dos índices de esmalte, que tienen dentro un alambre de hierro dulce. Cuando se desea hacer una nueva lectura se llevan esos índices nuevamente a contacto con el mercurio mediante un imán.

Existen también termómetros registradores que señalan, por un trazo continuo, la marcha de la temperatura con el tiempo.

**8. Termómetro clínico.** — Las termómetros clínicos no son sino termómetros de máxima. El tubo capilar tiene un estrangulamiento en la proximidad del bulbo, la cual impide que al enfriarse el termómetro, cuando se retira del cuerpo del enfermo, la columna mercurial descienda. La columna se separa de la masa del mercurio del bulbo en el estrangulamiento, conservando la máxima altura que corresponde a la temperatura del paciente. Por eso mismo, cuando es menester medir nuevamente el estado térmico del mismo enfermo o el de otro, hay que sacudir el termómetro para que el mercurio de la columna se una al del bulbo.



## CAPÍTULO XI

### DILATACIÓN DE LOS CUERPOS

#### A. — DILATACIÓN DE LOS SÓLIDOS

**1. La dilatación lineal. Coeficiente de dilatación.** — Ya hemos visto en el capítulo precedente que el volumen de los cuerpos aumenta, por lo común, cuando se los calienta. También es fácil comprobar que esferas de diferentes materiales como, p. ej., hierro, cobre, cinc, etc., conservan su forma esférica por más que se las caliente, lo que significa que se expanden igualmente en todas las direcciones (1). Para conocer la acción del calor sobre cuerpos que tienen esa propiedad, basta estudiar cómo se dilatan en una sola dirección, es decir, es suficiente investigar la *dilatación lineal* de los mismos, lo que se logra determinando el alargamiento que experimentan barras construídas con ellos para aumentos determinados de la temperatura.

Las investigaciones experimentales han enseñado que, entre 0 y 100°, no se comete un error apreciable si se hace corresponder a variaciones iguales de temperatura variaciones iguales de longitud, vale decir, que el alargamiento que corresponde a una barra dada por grado, es, con muy buena aproximación, constante. En concreto, el alargamiento es, con muy buena aproximación, igual entre 10° y 11° que entre 16° y 17°, que entre 41° y 42°, etc., p. ej.

*Se llama coeficiente de dilatación de una substancia, al alargamiento que experimenta una barra de un metro construída con ella cuando la temperatura crece en 1° C. A ese coeficiente lo representaremos con la letra  $\lambda$ .*

---

(1) En los cristales no sucede eso.

La longitud  $l_t$  que adquiere a la temperatura  $t^\circ \text{C}$  una barra que a la temperatura de  $0^\circ \text{C}$  tiene la longitud  $l_0$ , puede calcularse sin dificultad. Si expresamos  $l_0$  en metros, siendo  $\lambda$  el alargamiento por metro y por grado está claro que la barra  $l_0$  se alarga  $l_0\lambda$  metros por grado y, para  $t^\circ$ , en  $l_0\lambda t$ . La longitud final  $l_t$  es la primitiva  $l_0$  más el alargamiento y, por consiguiente, se tiene

$$l_t = l_0 + l_0\lambda t \quad [1]$$

o

$$l_t = l_0 (1 + \lambda t) \quad [1']$$

que es la fórmula de la dilatación lineal.

## 2. Determinación experimental del coeficiente de dilatación.

— La figura 225 enseña una instalación que permite deter-

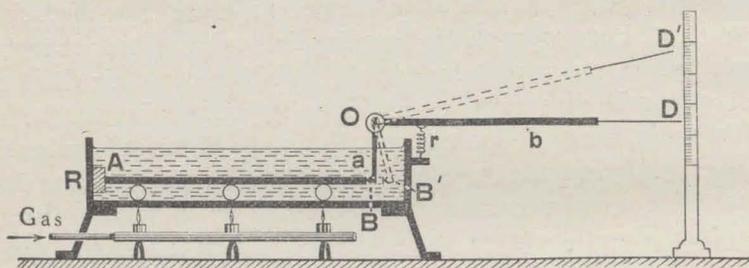


Fig. 225.

minar el alargamiento  $BB'$  de una barra  $AB$  cuando se la calienta. La barra sólo puede expandirse hacia la derecha y al hacerlo hace girar la barra doblada rígida  $BOD$  en torno de un eje  $O$ . El desplazamiento  $DD'$  de uno de sus extremos se mide con una regla situada verticalmente.

Si  $a$  es la longitud del brazo corto  $BO$  de la barra y  $b$  la del largo  $OD$ , por la semejanza de los triángulos  $OBB'$  y  $ODD'$ , se tiene

$$\frac{BB'}{a} = \frac{DD'}{b}$$

que permite calcular el alargamiento

$$BB' = \frac{a}{b} DD'$$

por la medición de  $a$ ,  $b$  y  $DD'$ .

Si ese alargamiento corresponde a un calentamiento entre  $0^{\circ}$  (hielo en fusión) y  $100^{\circ}$  (agua en ebullición), se tiene por la [1]

$$l_{100} = l_0 + l_0 \lambda \cdot 100$$

y, por consiguiente,

$$BB' = l_0 \lambda \cdot 100$$

de donde

$$\lambda = \frac{BB'}{l_0 \cdot 100}$$

Está claro que  $\lambda$  es el valor medio del coeficiente de dilatación entre  $0^{\circ}$  y  $100^{\circ}$ .

**3. Valores del coeficiente de dilatación.** — En la tabla siguiente están consignados los coeficientes de dilatación medios entre  $0^{\circ}$  y  $100^{\circ}$  de diversos cuerpos. Es decir, el alargamiento medio en metros que experimenta una barra de un metro si se la calienta en un grado.

Cuerpo	Coefficiente de dilatación
Aluminio .....	0,0000238
Hierro .....	120
Cobre .....	165
Níquel .....	131
Plata .....	197
Oro .....	145
Platino .....	090
Invar (1) .....	016
Cuarzo amorfo .....	005

(1) El invar es una aleación de 64 % de hierro y 36 % de níquel.

**4. Dilatación cúbica.**— Se entiende por coeficiente de dilatación cúbica de un cuerpo al aumento de volumen que experimenta la unidad de volumen del mismo cuando su temperatura aumenta en un grado centigrado.

La experiencia enseña que ese aumento es aproximadamente constante, de modo que puede escribirse, de acuerdo con el razonamiento del N.º 1, si  $\delta$  es el coeficiente de dilatación,

$$V_t = V_0 (1 + \delta t), \quad [2]$$

donde  $V_0$  es el volumen a 0º C, p. ej., y  $V_t$  el correspondiente a la temperatura  $t$ .

El aumento de volumen proviene de la expansión del cuerpo en todas las direcciones. La relación entre el coeficiente de dilatación de volumen  $\delta$  y el lineal  $\lambda$ , se deduce fácilmente. Consideremos un cubo de 1 cm. de arista, cuyo volumen es de 1 cm.<sup>3</sup>. Si se le calienta en 1º C, su volumen se convierte en

$$1 + \delta. \quad [3]$$

Por otra parte, como cada arista adquiere la longitud  $1 + \lambda$  el volumen anterior, dado por la [3], también está dado por la expresión

$$(1 + \lambda)^3 = 1 + 3\lambda + 3\lambda^2 + \lambda^3 \quad [4]$$

y, puesto que  $\lambda$  es muy pequeño, se tiene, con gran aproximación,

$$(1 + \lambda)^3 = 1 + 3\lambda. \quad [5]$$

Puesto que la [3] y la [5] son expresiones del mismo volumen, se tiene

$$\delta = 3\lambda \quad [6]$$

es decir: *el coeficiente de dilatación cúbica de un cuerpo es igual al triple de su coeficiente de dilatación lineal.*

**5. Aplicaciones de la dilatación.**—La exactitud de la marcha de un reloj a péndulo depende de la constancia del tiempo de oscilación de éste, vale decir, supuesto un lugar fijo de la tierra, de la invariabilidad de su longitud. Ahora bien, un péndulo de acero se alarga por grado alrededor de 0,000012 de su longitud en metros, de modo que, para una variación de temperatura de unos 20°, el alargamiento influiría de una manera sensible sobre su tiempo de oscilación.

La figura 226 representa un péndulo cuya longitud no se modifica por los cambios de temperatura. El principio de construcción fué ideado por un relojero llamado Harrison, en el año 1725. Las tres varillas no sombreadas, que se alargan hacia abajo, son de un metal cuyo coeficiente de dilatación es la mitad que el de las otras dos barras, que se extienden hacia arriba. Es claro, pues, que si la longitud de una de estas últimas es la mitad de la suma de las longitudes *ab* y *cd*, las dilataciones se compensan, por lo que el péndulo se denomina compensador.

Los péndulos modernos se construyen de invar, cuya dilatación es despreciable para las variaciones comunes de la temperatura. En los relojes ordinarios se les construye de madera, porque sus fibras se dilatan también muy poco.

En otras aplicaciones se aprovecha la tracción que una barra, previamente calentada, ejerce sobre los cuerpos que se oponen a la disminución que al enfriarse experimenta su longitud. Se enderezan de esa suerte o se mantienen en la posición alcanzada muros que llegarían quizá a derrumbarse.

Si los cuerpos se opusiesen a su alargamiento, al calentarse, es claro que ejercería sobre ellos una compresión de igual magnitud que aquella tracción.

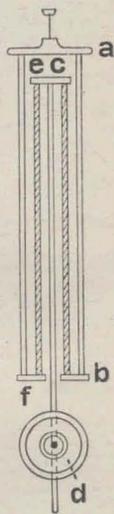


Fig. 226.

El aparato de la figura 227 permite poner en evidencia tales fuerzas. Se sitúa la barra *C* en los montantes rígidos *A* y *B* y se calienta hasta el rojo; se coloca luego un cilindro macizo *MN* de hierro, en su agujero *D*, ajustando en

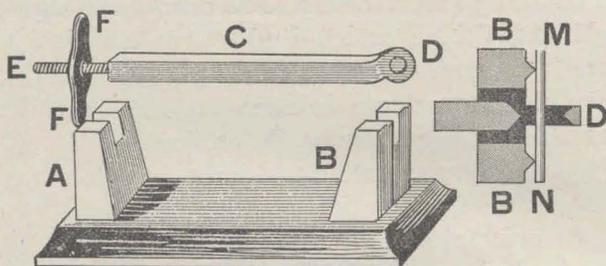


Fig. 227.

seguida el tornillo *F*. Al enfriarse la barra, lo que se acelera vertiendo agua sobre ella, su contracción produce la ruptura del cilindro metálico *MN*.

Por otra parte, puesto que una elevación de temperatura de  $100^{\circ}$  (de  $0$  a  $100^{\circ}$ ) origina en una barra de hierro una dilatación de  $0,001235$  de su longitud en metros, mientras que una tracción de  $100$  kilogramos determina en una barra del mismo material y de un centímetro cuadrado de sección, una dilatación de  $0,0000048$  se sigue que para producir en ésta aquel alargamiento, sería menester aplicarle una tracción de  $2.600$  kilogramos, aproximadamente. Para impedir, pues, el alargamiento que se produciría por aquel calentamiento, sería menester aplicar una fuerza de  $2.600$  kilogramos, e igual fuerza en sentido contrario, para impedir el acortamiento recíproco.

## B. — DILATACIÓN DE LOS LÍQUIDOS

**6. Dilatación aparente y absoluta.**— En el caso de los líquidos sólo puede hablarse de una dilatación: la cúbica, puesto que carecen de forma propia.

La dilatación de los líquidos se hace ostensible mediante el dispositivo que se indicó en el N.º 2 del capítulo anterior. Como el recipiente también se dilata, lo que se observa es la *dilatación aparente* del líquido. Para obtener su *dilatación absoluta* hay que sumar a esa dilatación aparente la dilatación del recipiente. El aumento de volumen que éste experimenta, para un calentamiento dado, puede calcularse determinando el coeficiente de dilatación lineal del material de que está hecho.

Dulong y Petit han ideado un método que permite determinar directamente el coeficiente de dilatación absoluta de un líquido (mercurio). No lo explicamos porque el programa no lo indica.

**7. Caso del agua.**—La dilatación del agua es muy singular. Las investigaciones evidencian que su *volumen específico*, es decir, el volumen de un gramo, no aumenta siempre con la temperatura como sucede en casi todos los líquidos, sino que tiene un valor mínimo muy cerca de los 4º C. Consecuencia de esto es que el peso específico del agua tiene un valor máximo a esa temperatura.

En la tabla que sigue se dan los valores de las dos magnitudes antes citadas a diferentes temperaturas.

Temperatura °C	Volumen específico cm. <sup>3</sup> por gramo	Peso específico gramo por cm. <sup>3</sup>
0º	1,000132	0,99987
1	1,000073	0,99993
2	1,000032	0,99997
3	1,000008	0,99999
4	1,000000	1,00000
5	1,000008	0,99999
6	1,000032	0,99997
7	1,000070	0,99993
8	1,000124	0,99988

En la figura 228 se ha representado gráficamente la variación del volumen específico con la temperatura.

El fenómeno que acabamos de describir se pone de manifiesto, de modo sencillo, por el ingenioso experimento.

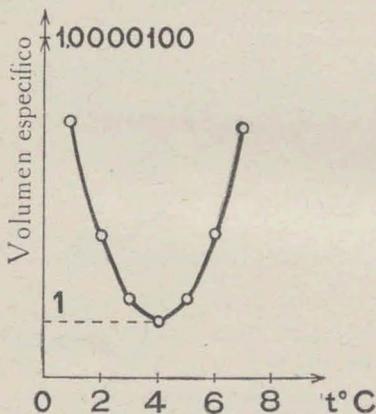


Fig. 228.

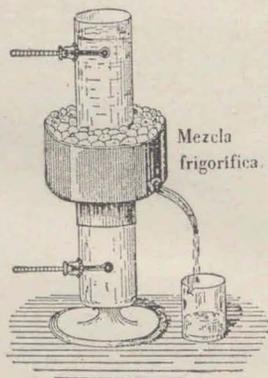


Fig. 229.

de Hope. Un recipiente cilíndrico de vidrio (fig. 229), a través de cuyas paredes y a diferente altura, se introducen dos termómetros, está circundado, en su parte media, por una plataforma que se carga con una mezcla frigorífica: trozos de hielo y sal común, p. ej. Si se llena de agua y se anotan las indicaciones de los termómetros, simultáneamente, de tiempo en tiempo, cada minuto, p. ej., se verá que al principio el termómetro superior indica temperaturas más altas que el de abajo y que luego sucede lo contrario. Esto se explica fácilmente. Cuando las masas de los líquidos tienen temperaturas superiores a  $4^{\circ}\text{C}$ , las partes más calientes van hacia arriba porque tienen menor densidad, mientras que cuando son menores que  $4^{\circ}\text{C}$  sucede lo opuesto.

## C. — DILATACIÓN DE LOS GASES

## 8. Dilatación a presión constante y a volumen constante. —

El volumen de una masa gaseosa no sólo depende de la temperatura sino también de la presión, según ya sabemos. Si se quiere estudiar cómo varía el volumen con la temperatura es necesario que la presión no varíe. Se dice, en este caso, que el gas se *dilata a presión constante*.

Análogamente, si se desea investigar el cambio que experimenta la presión con la temperatura el volumen no debe variar, por lo que se dice que el gas se *dilata a volumen constante*.



Fig. 230.

Si se tiene, p. ej., una masa de gas en un cilindro (fig. 230), provisto de un émbolo, si éste puede moverse con entera facilidad y sólo actúa la presión atmosférica, al dilatarse bajo la acción del calor lo hace a presión constante mientras que si el émbolo está fijo (fig. 231), con el crecer de la temperatura aumenta su presión solamente, es decir, se dilata a volumen constante.

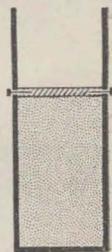


Fig. 231.

## 9. Las leyes de Gay Lussac. — FORMULACIÓN GENERAL. —

Gay Lussac dedujo de sus observaciones la siguiente ley: *Todos los gases se dilatan igualmente tanto a presión constante como a volumen constante*. Es decir, que si se tienen volúmenes iguales de aire, hidrógeno, oxígeno, nitrógeno, helio, etc., a 0° C., p. ej., a la misma presión, si ésta queda constante, esos gases se dilatan con el calor de modo que a cualquier otra temperatura, 100° C, p. ej., sus volúmenes son también iguales (fig. 232), y lo mismo acontece con las presiones si los volúmenes quedan constantes.

Aquella ley contiene, en realidad, dos leyes que pasamos a expresar matemáticamente. Supondremos que medimos la temperatura con el termómetro a gas indicado en el N.º 3 del capítulo anterior.

II. PRIMERA LEY. — Si indicamos con la letra griega  $\alpha$  al

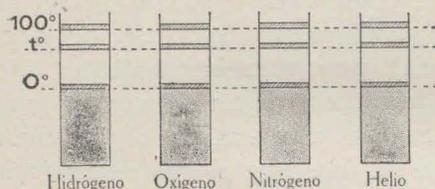


Fig. 232.

coeficiente de dilatación a presión constante, esto es, al aumento de volumen que experimenta la unidad de volumen del gas por cada grado de aumento de su temperatura, el

volumen  $V_t$  que adquiere a la temperatura  $t$  si su volumen a  $0^\circ$  es  $V_0$ , cuando la presión permanece constante, está dada por la expresión

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t) \quad [7]$$

que constituye la primera ley de Gay Lussac. La deducción es muy simple. Si  $\alpha$  es el aumento de volumen de la unidad de volumen por grado, el aumento de  $V_0$  es  $V_0\alpha$  por grado y para  $t^\circ$ ,  $V_0\alpha t$ , de suerte que el volumen se convierte en la suma del volumen inicial  $V_0$  más el aumento  $V_0\alpha t$ , lo que da el segundo miembro de la [7].

III. SEGUNDA LEY. — Análogamente si la letra griega  $\beta$  representa el coeficiente de dilatación a volumen constante, esto es, el aumento de presión que experimenta la unidad de presión de la masa gaseosa por cada grado de aumento de la temperatura, la presión  $P_t$  de aquella masa a la temperatura  $t$  será

$$P_t = P_0 (1 + \beta t), \quad [8]$$

si  $P_0$  es la presión a  $0^\circ$  C.

IV. EL VALOR DE LOS COEFICIENTES  $\alpha$  Y  $\beta$ . — Las determinaciones experimentales enseñan que, con mucha apro-

ximación se tiene:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273} = 0,003663. \quad [9]$$

**10. Gas perfecto o ideal.** — Se dice que un gas es perfecto o ideal cuando satisface las leyes de Boyle - Mariotte y de Gay Lussac sin restricción alguna, vale decir, para cualquier presión y temperatura.

Los gases verdaderos cumplen aquellas dos leyes con tanta más aproximación cuanto más lejos se encuentran de la temperatura bajo la cual se encuentran en estado líquido a la presión que soportan. (Véase el capítulo de liquefacción de gases).

**11. Cero absoluto. Temperatura absoluta.** — Si los gases cumpliesen, sin restricción alguna, las leyes de Gay Lussac, está claro que enfriándolos más y más tanto el volumen como la presión de los mismos se reduciría a cero. Esto sucedería, pues, si fuesen ideales. Se presenta, así, la pregunta de cuál es la temperatura para la cual sucedería tal cosa. Si representamos esa temperatura  $t$  por la letra griega  $\tau$ , su valor se deduce de la primera ley de Gay Lussac, escribiendo  $V_t = V_\tau = 0$  y  $t = \tau$ , es decir,

$$0 = V_0 (1 + \alpha\tau) \quad [10]$$

o, puesto que  $V_0$  es diferente de cero,

$$1 + \alpha\tau = 0 \quad [11]$$

de donde por la [9],

$$\tau = -\frac{1}{\alpha} = -273. \quad [12]$$

Es decir, que a la temperatura de  $273^{\circ}\text{C}$  bajo cero o  $-273^{\circ}\text{C}$ , tanto el volumen como la presión de un gas ideal serían nulos. A esa temperatura se llama *cero absoluto*. Es notorio que carecería de sentido hablar en una temperatura menor que ésta.

Se denomina *temperatura absoluta* y se representa con la letra  $T$ , la temperatura que se expresa midiendo a partir del cero absoluto. El punto de fusión del hielo, esto es,  $0^{\circ}\text{C}$  es  $273^{\circ}$  absolutos; el punto de ebullición del agua a la presión de una atmósfera ( $100^{\circ}\text{C}$ ), es  $373^{\circ}$  absolutos.

De modo general, una temperatura de  $t^{\circ}\text{C}$  se expresa en grados absolutos así:

$$T = 273 + t.$$

La experiencia enseña que las leyes de diversos fenómenos se expresan de modo muy sencillo si se emplea la temperatura absoluta, lo que puede interpretarse diciendo que esa temperatura tiene significación en la naturaleza.

**12. Ejercicios.** — 1. Una masa gaseosa tiene un volumen de 5 litros a la presión atmosférica y a la temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué volumen tendrá a  $30^{\circ}\text{C}$  a la presión antes citada? Se tiene

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t)$$

$$V_0 = 5 \text{ litros} \quad ; \quad \alpha = 0,003663 \quad ; \quad t = 30^{\circ}\text{C}$$

y, por lo tanto,

$$V_t = 5 (1 + 0,003663 \times 30) \text{ litros}$$

de donde

$$V_t = V_{30^{\circ}} = 5,55 \text{ litros.}$$

2. Una masa gaseosa tiene a la temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$  un volumen de  $500\text{ cms.}^3$ . ¿Qué volumen tendrá a  $100^{\circ}$ , si la presión ha quedado constante?

Es

$$V_{100^{\circ}} = 500 (1 + 0,003663 \times 100) \text{ cms.}^3$$

de donde, en números redondos,

$$V_{100^{\circ}} = 683 \text{ cms.}^3.$$

3. Una masa gaseosa tiene la presión de una atmósfera a la temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué presión tendrá a  $30^{\circ}\text{C}$  si el volumen ha quedado constante?

Se tiene

$$P_t = P_0 (1 + \beta t)$$

$$P_0 = 1 \text{ atmósfera} ; \quad \beta = \alpha = 0,003663 \text{ y } t = 30^{\circ}\text{C}$$

y, por lo tanto,

$$P_t = 1 (1 + 0,003663 \times 30) \text{ atmósferas}$$

de donde

$$P_t = P_{30^{\circ}} = 1,11 \text{ atmósferas.}$$

4. ¿Cuál es la presión  $P_t$  del problema precedente en gramos por centímetro cuadrado?

Puesto que se tiene

$$1 \text{ atmósfera} = 1033,3 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^2}$$

resulta

$$P_t = 1,11 \times 1033,3 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^2} = 1136,6 \frac{\text{gr.}}{\text{cm.}^2}$$



## CAPÍTULO XII

### CALORIMETRÍA

#### 1. Cantidad de calor. — I. HECHOS E IDEAS GENERALES. —

La experiencia enseña que con el concepto de temperatura solamente no es posible explicar todos los fenómenos calóricos. Una aguja enrojecida, p. ej., está a mayor temperatura que agua hirviendo, sin embargo, un chorro de ésta quema más que aquélla.

Si se ponen dos cuerpos en contacto a diferentes estados térmicos, la temperatura de uno aumenta y la del otro disminuye, lo que se interpreta diciendo que ha pasado calor del más caliente al más frío.

Si un cuerpo nos quema cuando lo tocamos, es porque está más caliente, a mayor temperatura que nuestro cuerpo, por lo cual hay hacia éste un pasaje de calor. El agua hirviendo quema más que la aguja enrojecida, no obstante tener menor temperatura, porque entrega más calor que ésta.

La *cantidad de calor* es una magnitud totalmente diferente que la *temperatura*.

Las cantidades de calor que masas iguales de cuerpos diferentes entregan a los cuerpos con los cuales están en contacto al enfriarse igual número de grados, son diferentes.

Este hecho puede evidenciarse por el aparato representado en la figura 233. Una serie de cilindros de diferentes substancias, de peso y volumen exterior iguales, se sitúan si-

multáneamente, a una misma temperatura, sobre el canto de una torta constituída por cera y parafina. El calor que aquéllos ceden la funden en los lugares de contacto. El proceso se continúa hasta que todos los cilindros y la torta se encuentren a una misma temperatura: la del ambiente.

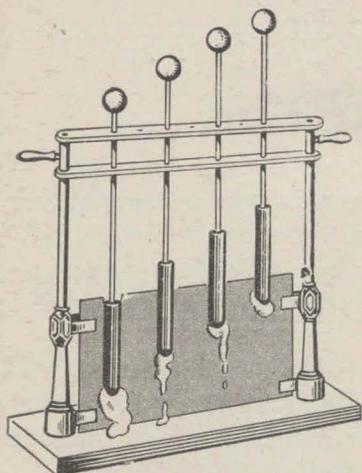


Fig. 233.

A pesar de que las masas y los enfriamientos son iguales, las cantidades de substancias fundidas por los diversos cuerpos son diferentes. Forzoso es, pues, concluir que el calor que entrega o absorbe cada unidad de masa por enfriamiento entre las mismas temperaturas, varía de una substancia a otra.

Eso puede comprobarse de modo más riguroso tomando varios recipientes de la misma substancia e igual peso, con cantidades iguales de agua, e introduciendo en ellos cuerpos diferentes tales como aluminio, hierro, cobre y estaño, p. ej., a la misma temperatura, la de ebullición del agua, p. ej., cuyas masas se eligen de modo que ocasionen iguales elevaciones de temperatura en el agua del recipiente respectivo, en cuyo caso ceden al agua cantidades iguales de calor. Se encuentra que si la masa del aluminio es de 50 gramos, p. ej., la del hierro es 96,5, la del cobre 117,5 y la del estaño 198 gramos.

En concreto, si se toman cuatro recipientes de latón de 200 gramos de peso (fig. 234), con 255 gramos de agua cada uno a la temperatura de 20° C y se echa en ellos, respectivamente, 50 gramos de aluminio, 96,5 gramos de hierro, 117,5 gramos de cobre y 198 gramos de estaño, a

100° C, la temperatura ascenderá en todos los recipientes de 20° C a 23° C.

II. CALOR ESPECÍFICO. — Los hechos que preceden señalan la necesidad de considerar la cantidad de calor que se pone en juego por gramo y por grado de variación de temperatura, la cual se denomina *calor específico*. *El calor específico de una substancia es, pues, la cantidad de calor*

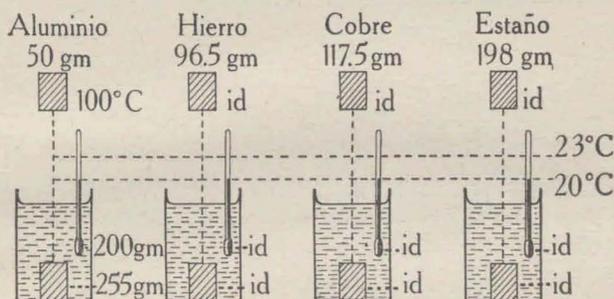


Fig. 234.

que absorbe o cede un gramo de dicha substancia, si su temperatura aumenta o disminuye en un grado centigrado.

Puesto que medir es comparar, para medir cantidades de calor y, por consiguiente, los calores específicos, es necesario idear métodos por los cuales puedan compararse las cantidades de calor que masas iguales de diferentes substancias absorben o entregan por calentamiento o enfriamiento entre las mismas temperaturas. Tales métodos constituyen la *calorimetría*.

Lo más cómodo es comparar todas las substancias con una determinada. En calidad de substancia de comparación, es decir, de *patrón*, se elige el agua.

De allí la siguiente definición: *Se define como unidad de cantidad de calor y se designa con el nombre de caloría, a la cantidad de calor que absorbe o cede un gramo de agua*

si su temperatura aumenta o disminuye en un grado centigrado.

Esa es la *caloría pequeña* o *gramo caloría*. La caloría grande o kilocaloría, es la que corresponde a un kilogramo de la substancia por grado.

De acuerdo con las anteriores definiciones, el calor específico de una substancia es la relación entre el calor que ésta absorbe o cede por gramo y por grado de calentamiento y el que absorbe o cede, por grado también, un gramo de agua.

III. VALORES NUMÉRICOS DEL CALOR ESPECÍFICO.— En el cuadro que sigue damos los calores específicos de diversas substancias, entre ellas del aluminio, hierro, cobre y estaño que hemos mencionado con motivo de algunos hechos experimentales.

Substancia	Calor específico
Agua .....	1
Aluminio .....	0,214
Hierro .....	0,111
Cobre .....	0,091
Estaño .....	0,054
Latón .....	0,093
Oro .....	0,031
Platino .....	0,032

2. Expresión de la cantidad de calor  $Q$  que absorbe o cede un cuerpo de masa  $m$  si se calienta o enfría en  $t$  grados.— De acuerdo con las definiciones, el calor específico  $c$  del cuerpo representa la cantidad de calor que absorbe o cede por gramo y por grado de calentamiento o enfriamiento y por lo tanto para  $m$  gramos el calor absorbido

será, por grado,  $mc$  y para  $t$  grados  $mct$ . Se tiene, por consiguiente,

$$Q = mct. \quad [1]$$

Si la temperatura inicial era  $t_1$  y la final  $t_2$ , es  $t = t_1 - t_2$ , y, por lo tanto,

$$Q = mc(t_1 - t_2). \quad [2]$$

Por ejemplo, si una masa de latón de 500 gramos se calienta desde  $20^\circ \text{C}$  hasta  $30^\circ \text{C}$ , se tiene:

$$m = 500$$

$$c = 0,093$$

$$t_1 - t_2 = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ \text{C}$$

y, por consiguiente,

$$Q = 500 \times 0,093 \times 10 = 465$$

calorías pequeñas.

**3. El calorímetro de las mezclas.** — Veamos ahora cómo pueden medirse los calores específicos. Ya sabemos que se trata de una comparación con el agua. El método fundamental consiste en introducir en el seno de una cantidad conocida de ese líquido, a temperatura determinada, cierta masa de la substancia que se investiga, a una temperatura superior conocida y en medir su elevación de temperatura hasta el momento en que su estado térmico sea igual al del cuerpo.

La figura 235 representa un dispositivo adecuado a tal propósito. El calorímetro propiamente dicho es el reci-

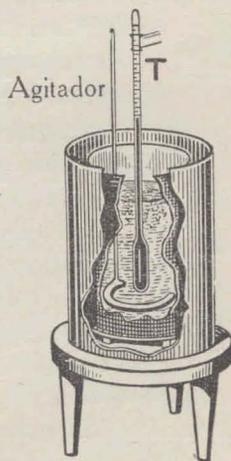


Fig. 235.

piente interior, que está situado, apoyándose sobre pies malos conductores del calor, dentro de otro recipiente que lo aísla térmicamente, casi por completo. El calor que por conducción o radiación puede entregar al exterior o recibir de él es, en las buenas construcciones, sumamente reducido.

Lleva, además, una tapa, por lo común de madera, que impide, no sólo la evaporación del agua sino, también, las corrientes de convección del aire. Un agitador y un termómetro completan el aparato.

Sea:

$m_1$  la masa de agua;

$t_1$  su temperatura inicial, que es la misma del calorímetro.

$m_2$  la masa del calorímetro y del agitador, que lo supondremos de la misma substancia, y

$c_2$  su calor específico;

$m$  la masa del cuerpo, cuya temperatura en el instante que se le introduce en el agua sea  $t$  y  $c$  su calor específico; y, finalmente,

$t_2$  la temperatura común o de equilibrio que alcanza el cuerpo, el agua y el calorímetro después de cierto tiempo.

Si llamamos  $Q$  el calor que cede el cuerpo al enfriarse desde la temperatura  $t$  hasta la  $t_2$  y  $Q_1$  y  $Q_2$ , respectivamente, las cantidades de calor ganadas por el agua y por el calorímetro deben ser

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad [3]$$

pues, la suma de  $Q_1$  y  $Q_2$  no es sino el calor entregado por el cuerpo. Hacemos uso aquí del principio de conservación de la energía.

De acuerdo con la fórmula del número anterior, se tiene:

$$Q = mc (t - t_2) \quad [4]$$

$$Q_1 = m_1 (t_2 - t_1) \quad [5]$$

$$Q_2 = m_2 c_2 (t_2 - t_1) \quad [6]$$

y, por lo tanto, de acuerdo con la [3],

$$mc (t - t_2) = (m_1 + m_2 c_2) (t_2 - t_1) \quad [7]$$

De esta última igualdad puede deducirse la magnitud buscada,  $c$ , es decir, el calor específico del cuerpo, si se conoce  $c_2$ . La magnitud  $m_2 c_2$  se denomina *equivalente en agua* del calorímetro.

Si no se conociera aún el calor específico de ninguna substancia (en cuyo caso  $c_2$  sería desconocido), a no ser la del agua fijada arbitrariamente como unidad de comparación, lo que ha ocurrido en un principio, habría que construir el calorímetro y el agitador de la misma substancia cuyo calor específico se quiere determinar. En tal caso sería  $c_2 = c$  y figuraría una sola incógnita en la ecuación.

Este método es también aplicable a líquidos.

**4. Calor específico de los gases.** — Se llama *calor específico de un gas a presión constante*, a la cantidad de calor que absorbe por gramo una masa gaseosa si su temperatura aumenta en un grado C, permaneciendo constante la presión. Esto sucede si estando el gas encerrado en un recipiente cilíndrico, p. ej., previsto de un émbolo, éste se desplaza libremente por el calentamiento en contra de la presión exterior  $p$  supuesta invariable (fig. 236).

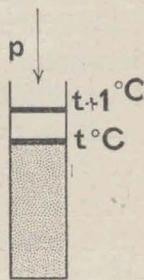


Fig. 236.

El *calor específico a volumen constante* es la cantidad

de calor que absorbe por gramo una masa gaseosa si su temperatura aumenta en un grado centígrado, permaneciendo constante el volumen. Esto sucede si en la misma instalación de la figura anterior se fija el émbolo de modo que no se desplace al calentar el gas.

La experiencia enseña que el calor específico a presión constante es mayor que el calor específico a volumen constante. Esto se explica fácilmente, pues en el calentamiento que corresponde al primer caso hay que entregar no sólo el calor necesario para calentar el gas, sino una cantidad de calor equivalente al trabajo que gasta el gas al desplazar el émbolo en contra de la presión exterior.

En esa idea se fundó, precisamente, Roberto Mayer, en el año 1847, al calcular el equivalente mecánico del calor. Fué ese el primer cálculo. Ya habíamos dicho que el calor es una forma de la energía; que equivalía a trabajo.

Experimentalmente se determina directamente el calor específico a presión constante, que se representa con la letra  $C_p$ , haciendo circular una masa grande de gas a presión constante, por el interior de un serpentín que está contenido en un calorímetro de agua, cuya temperatura es mayor que la inicial del gas. Si se mide la temperatura de entrada y de salida del gas, la masa de agua del calorímetro y del serpentín y la temperatura inicial y final del sistema, se puede calcular cuanto calor ha absorbido la masa gaseosa que ha circulado y, por lo tanto, el calor específico  $C_p$ .

Conocido  $C_p$  el calor específico a volumen constante, que se indica con la letra  $C_v$ , se calcula midiendo el cociente  $C_p$ :  $C_v = k$ .

Damos a continuación los valores de  $C_p$  y de  $C_v$  correspondientes a diversos gases en calorías pequeñas por gramo.

Gas	Calor específico a presión constante	Calor específico a volumen constante
Aire .....	0,241	1,71
Nitrógeno .....	0,249	1,78
Oxígeno .....	0,218	1,55
Helio .....	1,25	0,900
Hidrógeno .....	<b>3,41</b>	2,41



## CAPÍTULO XIII

### EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

1. Transformación del trabajo en calor y viceversa. Equivalente mecánico del calor. — Ya hemos afirmado, corroborando la afirmación con hechos, que el trabajo puede convertirse en calor; que éste es una de las formas de *la energía*. Mencionamos el calentamiento de las manos al frotarlas entre sí y dijimos que el calor provenía del trabajo que se gastaba para desplazarlas en contra de la fuerza del roce. Ese mismo fenómeno puede ponerse de manifiesto frotando un lápiz de madera en el guardapunta metálico. Este se calienta de modo notorio si el frotamiento se prolonga. Éter contenido en un tubo metálico (fig. 237), se vaporiza por el calor que se produce al frotar a éste en una pinza de madera. Si se cierra

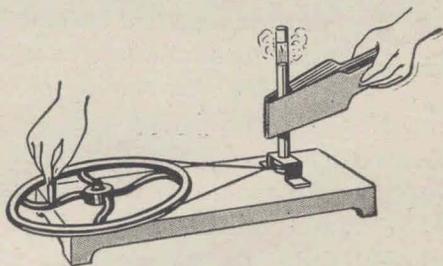


Fig. 237.

el tubo con un tapón, la fuerza elástica del vapor del éter arroja a éste hacia arriba. Se tienen aquí las dos transformaciones, pues, primero se produce calor por el trabajo del roce y luego el cambio inverso de calor en el trabajo mecánico de la elevación del corcho a cierta altura.

Otro experimento muy ilustrativo es el siguiente: si se comprime violentamente aire contenido en un recipiente cilíndrico, mediante un pistón que se le adapta perfectamente, se calienta lo suficiente para encender un trozo de yesca contenido en su interior. Es éste el experimento del eslabón neumático (fig. 238).



Fig. 238.

El trabajo mecánico puede convertirse en energía cinética y ésta desaparecer por choque convirtiéndose en calor. Tal acontece con el trabajo muscular que se gasta para impulsar al martillo con que se bate una pieza sobre el yunque. Mediante golpes continuados puede enrojecerse así un trozo de hierro.

Al hablar del calor específico de los gases dijimos, también, que el calor específico a presión constante es mayor que el calor específico a volumen constante, porque en el primer caso había que entregar calor no sólo para calentar el gas sino también el calor equivalente al trabajo que gasta el mismo al dilatarse en contra de la presión exterior.

*La experiencia enseña, pues, que el calor es una de las formas de la energía; que el trabajo puede convertirse en calor y el calor en trabajo. Enseña, además, que cualquiera sea el procedimiento empleado para transformar trabajo en calor, a una cantidad dada de trabajo corresponde siempre la misma cantidad de calor.*

Se llama equivalente mecánico del calor al número de kilográmetros que es menester gastar para producir una caloría grande o kilocaloría.

De las determinaciones experimentales resulta que es necesario gastar, en números redondos, 427 kilográmetros para producir un kilocaloría. Se tiene, pues,

$$427 \text{ Kgms. } < > 1 \text{ kilocaloría.}$$

El signo  $< >$  es, como es sabido, el de equivalente.

## 2. Medida del equivalente mecánico por el método de Joule.

— Describiremos aquí, de entre los distintos métodos utilizados por Joule, el de la fricción en líquidos mediante una rueda a paletas, con el cual realizó determinaciones del equivalente en los años 1845, 1847 y 1850. Los datos y resultados que daremos a continuación se refieren a sus observaciones de la última fecha, que fueron las más cuidadosas y perfectas.

La figura 239 representa esquemáticamente el aparato. El calorímetro *AB* era de una capacidad de 7 a 8 litros; los pesos *c* fueron en una determinaciones de 4,5 kilogramos y en otras de 13 kilogramos, aproximadamente. La

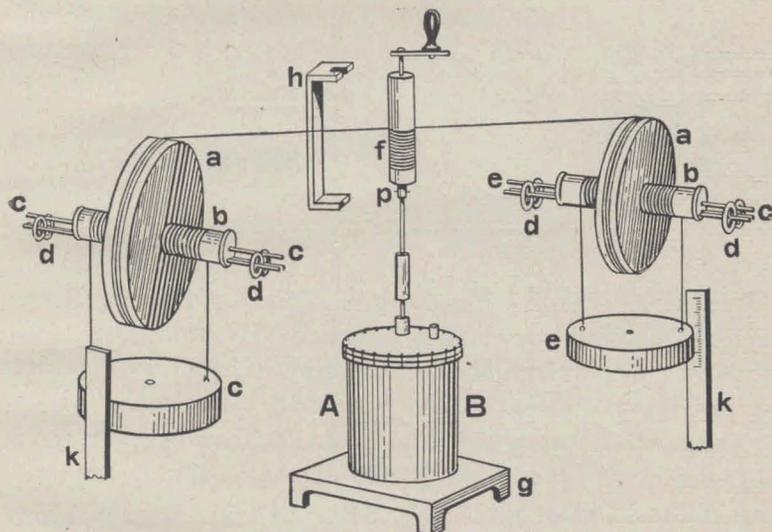


Fig. 239.

caída — de un poco más de 1,6 metros — se determinaba retirando la pieza *h*. Se reproduce así la giración del tornillo *f* que está acoplado a la rueda a paletas, visible en la figura 239 *a* lo mismo que el interior del calorímetro.

Para levantar nuevamente los pesos hasta la posición inicial, que es la que enseña el esquema, se hace girar el torno  $f$  en sentido conveniente, después de desacoplarle el calorímetro, lo que se logra desplazando el pequeño cilindro metálico  $p$ .

La fricción que el movimiento de la rueda origina en el seno del líquido genera calor, a costa del trabajo de la caída de las pesas. Si éstas llegasen al suelo con una velocidad nula, todo el trabajo de las fuerzas de la gravedad se habría consumido en aquel frotamiento; si eso no ocurre es menester descontar del trabajo de caída la energía cinética almacenada. En las determinaciones a que nos referimos, la velocidad de llegada fué en unas de  $8 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$  y en otras  $3,6 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$ , más o menos.

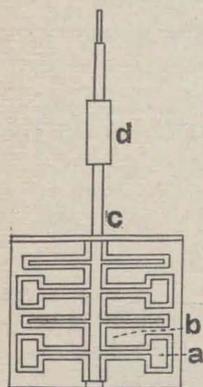


Fig. 239 a.

Joule midió, con el auxilio de un termómetro de mercurio, la elevación de temperatura que originaban veinte caídas sucesivas, que abarcaban, en total,

alrededor de treinta y cinco minutos. Por cuidadosas observaciones preliminares había reducido, en sumo grado, las pérdidas por conducción. Las determinó, lo mismo que las de radiación, mediante observaciones especiales.

Conocida la masa del líquido y el equivalente en agua del calorímetro se calcula, por la elevación de la temperatura, introducidas las correcciones de conducción y radiación, el calor desarrollado, que es el equivalente de trabajo gastado en las veinte caídas menos la energía cinética de llegada.

Joule empleó agua y también mercurio, utilizando en este caso un calorímetro de hierro.

\* **3. Otras determinaciones.** — Medidas exactísimas del equivalente mecánico del calor fueron realizadas por el físico americano Rowland por un procedimiento cuyo fundamento es el de Joule, en los años 1877 y 1878. Por métodos eléctricos, que no podemos explicar aquí, han hecho determinaciones, entre otros, Joule, Dieterici (1888), Griffiths (1893-1895), Chuster y Ganon (1894), Callendar (1902) y Callendar y Barnes (1902).

Cabe también recordar las determinaciones de Hirn, cuyo método consistía en medir el calor que se producía por la desaparición por choque de la energía cinética de una masa que hacía caer desde cierta altura y que estaba suspendida de hilos. Su movimiento de caída semejábese a la de un péndulo.

Quedan sin mencionar muchas otras determinaciones, pues, nos hemos limitado a las más importantes.

**3. El valor del equivalente mecánico.** — Repitamos. El calor es una de las formas de la energía puesto que puede convertirse en trabajo o ser generado por éste. Cualquiera que sea el sentido de la transformación, es decir, se trate de la conversión de calor en trabajo o de trabajo en calor, existen entre las cantidades de ambas magnitudes que se corresponden una relación invariable.

De acuerdo con las mejores mediciones se tiene,

$$1 \text{ kilocaloría} < > 427,22 \text{ Kgms.}$$

**4. Conservación de la energía.** — Ya hemos tratado este lema con la amplitud que le corresponde en el N.º 7 del capítulo V. Es ésta la oportunidad para releerlo nuevamente.



## CAPÍTULO XIV

### CONDUCCIÓN DEL CALOR

**1. Propagación por conducción, convección y radiación.** — Si un cuerpo, que no tiene la misma temperatura en todas partes, se abandona a sí mismo, alcanza, transcurrido cierto tiempo, un estado en el cual aquélla tiene el mismo valor en todas partes. Los lugares más calientes se enfrían y los más fríos se calientan. Esto es debido a que el calor pasa de los lugares de mayor a los de menor temperatura.

Cuando ese proceso no va acompañado de desplazamientos relativos de las porciones de materia que constituyen al cuerpo, de modo que el calor pasa de molécula a molécula, se dice que el calor se propaga por *conducción*. En caso contrario, la propagación se denomina por *convección*.

En los sólidos el calor se propaga siempre de la primer manera, mientras que en los líquidos y en los gases la forma más frecuente de propagación es la segunda. Cuando se calienta un líquido (fig. 240), las masas del fondo del recipiente suben en el seno del fluido por su menor densidad, mientras que las de arriba, que están más frías, descenden por la razón inversa. Se establece así una circulación de las masas fluidas, las cuales al mezclarse igualan sus temperaturas.

El calor se propaga, además, por *radiación*. Como tal se entiende el proceso mediante el cual los cuerpos calientes



Fig. 240.

emiten energía en forma de rayos de la misma naturaleza que los de la luz en el espacio que los rodea y que se propagan en el espacio vacío. Esos rayos al incidir en un cuerpo penetran en parte y lo calientan. Así recibimos el calor del Sol y, en parte, de una estufa frente a la cual nos encontramos. Si interponemos una pantalla entre ella y nosotros sentimos menos calor porque interceptamos la radiación. Sin embargo, con esa operación no hemos alterado la temperatura del ambiente.

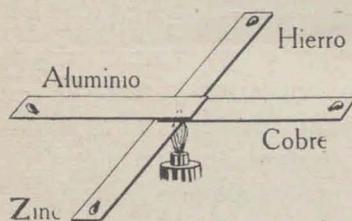


Fig. 241.

que en otros, por lo que se dice que existen buenos y malos conductores del calor. Si hacemos, por ejemplo, una cruz de ramas iguales, con cuatro metales diferentes (figura 241), cobre, aluminio, cinc y hierro y la calentamos en la parte central con una llama, se advierte que fósforos colocados a igual distancia de ese punto se encienden en instantes diferentes: primero el que está sobre el cobre, luego el del aluminio, le sigue el del cinc, siendo el último en estallar el del hierro. El cobre es, pues, mejor conductor que los tres metales restantes, el aluminio mejor que los otros dos y así siguiendo.

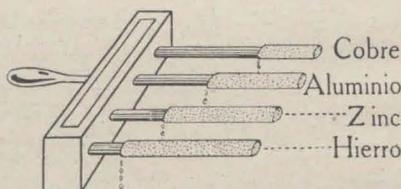


Fig. 242.

La figura 242 enseña un dispositivo que permite hacer notorio el mismo hecho de una manera más precisa. Cuatro varillas de aquellos mismos metales están adentradas

por uno de sus extremos en un recipiente en el cual se mantiene agua en ebullición. El calor que se propaga en ellas por conducción funde la cera de que se las recubre antes de calentar el agua. La rapidez con que avanza la fusión de la cera decrece de una varilla a otra, supuestas en el siguiente orden: cobre, aluminio, cinc y hierro.

El mejor conductor es la plata, luego siguen en orden de conductibilidad decreciente cobre, oro, aluminio, wolfran, molibdeno, cinc, hierro, etc.

La lana es muy mala conductora del calor, por cuya razón nos vestimos y nos abrigamos en invierno particularmente con telas y colchas de ese material. Así disminuye bastante el calor que pasa de nuestro cuerpo al medio exterior que está a temperatura mucho más baja.

Por esa misma razón las tuberías de vapor se recubren con material aislante.

Cuando se quiere repartir rápidamente el calor de una llama, a fin de calentar con mayor uniformidad un recipiente en que se calienta un cuerpo, se la hace actuar a través de una tela metálica. El efecto de ésta se hace notorio en los siguientes experimentos (fig. 243):

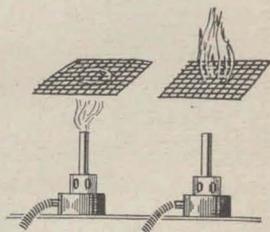


Fig. 243.

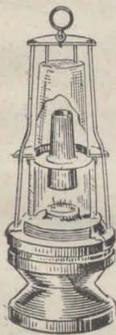


Fig. 244.

Si el gas se enciende debajo de ella, la llama no pasa a la parte superior, porque las masas de gas se enfrían en los hilos metálicos lo suficiente para no arder y con mayor razón no se inflama el gas debajo de la tela cuando se le enciende arriba de la misma.

Ese efecto de las telas metálicas tiene una aplicación muy importante en la lámpara de seguridad de los mineros de Davy, que está representada en la figura 244. El gas grisú que existe en el

ambiente de la mina y que está presente, como es natural, en el lugar de la lámpara se inflama dentro de ésta, pero la tela metálica impide que se propague la combustión fuera de ella.

II. EN LOS LÍQUIDOS. — Los líquidos son muy malos conductores del calor. Para comprobar esto es menester experimentar de modo de que no se produzca convección. Un experimento muy sencillo es el siguiente: si mediante un resorte se mantiene en el fondo de un tubo de ensayo lleno de agua, (fig. 245), un trozo de hielo, se puede hacer hervir aquel líquido en la parte superior del recipiente sin que el hielo funda.

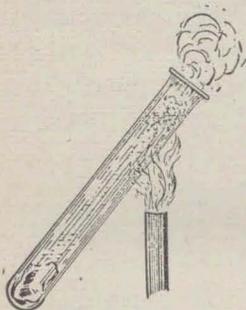


Fig. 245.

III. EN LOS GASES. — La desigual conductibilidad de los gases puede ponerse de manifiesto con el aparato representado en la figura 246. Conviene comparar, p. ej., aire con hidrógeno o sino aire con gas de alumbrado. Lleno el tubo del primer gas,



Fig. 246.

lo que sucede por sí mismo en las condiciones ordinarias, se hace pasar una corriente eléctrica por el delgado hilo de platino que lleva tendido a lo largo de su eje, y se regula su intensidad, de suerte que se enrojezca en forma lo suficientemente visible. Luego, al mandar una corriente de hidrógeno a su interior, se observará que la luminosidad del hilo decrece hasta desaparecer. El hilo pierde, según eso, por conducción a través del hidrógeno, mucho más calor que a través del aire.

### 3. Fenómenos de convección sobre la superficie de la Tierra.

— I. BRISA MARINA Y TERRESTRE. — Mientras irradia el Sol la tierra se calienta más que el mar, lo que origina en las costas de los países templados, entre las nueve y las diez de la mañana, un ascenso de aire caliente que es substituído por aire más frío procedente del mar. A esta corriente se la llama brisa marina. Por la noche la tierra se enfría más rápidamente que el mar, lo que produce una corriente de aire de sentido opuesto a la antes citada, que se denomina brisa terrestre.

II. VIENTOS ALISIOS. — El ascenso del aire caliente en las regiones del Ecuador determinan una corriente de aire que las reemplaza, proveniente de regiones más frías, esto es, más próxima a los polos. Esas corrientes reciben el nombre de vientos *alisios*.

La rotación de la Tierra de Oeste a Este hace que el viento alisio del hemisferio Boreal sea un viento N.E., en vez de ser N., y el del hemisferio Austral sea S.E. en lugar de S.

4. La radiación. — Ya hemos dicho en qué consiste la propagación por radiación. Digamos dos palabras, de paso, sobre el proceso mismo de la emisión de los rayos, aun cuando, en rigor, no corresponde a este capítulo.

La emisión de un cuerpo se realiza a toda temperatura. No es menester que esté en incandescencia ni siquiera al rojo sombra. La energía total que irradia, eso sí, crece muy rápidamente con la temperatura, siendo proporcional a la cuarta potencia de la misma.

Los cuerpos oscuros absorben, por lo común, mejor los rayos que los de color claro. Los cuerpos que absorben más a la radiación, de que nos ocupamos, tienen a la vez mayor poder de emisión.

$$Q = \sigma \frac{t_e + t_s}{m g}$$



## CAPÍTULO XV

### CAMBIOS DEL ESTADO DE AGREGACIÓN DE SUBSTANCIAS PURAS

#### A. — FUSIÓN

**1. Generalidades.** — El calor no sólo origina en los cuerpos elevación de temperatura y variaciones de volumen y de presión, sino también cambios en los que se hacen ostensibles modificaciones más íntimas. Da lugar, p. ej., a transformaciones alotrópicas, como el pasaje del azufre rómbico al azufre monoclinico, a fenómenos de disociación (separación de los átomos que constituyen la molécula), procesos en los cuales la constitución de la molécula varía.

Nos proponemos ahora estudiar transformaciones menos fundamentales; procesos en los que el edificio molecular no sufre, por lo menos en apariencia, cambio alguno, tales como la *fusión*, *volatilización* y *vaporización*.

**2. Leyes de la fusión.** — La experiencia enseña que si se calienta un cuerpo cualquiera se alcanza una temperatura a la cual comienza a licuarse, fenómeno que se llama fusión, y que mientras dura la transformación, aquella temperatura permanece invariable, si la presión no varía.

Las leyes de la fusión son, pues, las siguientes:

1. *Toda substancia funde a una temperatura perfectamente determinada, que depende de la presión.*
2. *Mientras dura la fusión, la temperatura permanece constante.*

Se llama punto de fusión la temperatura de fusión cuando la presión es la atmosférica.

En los cuerpos puros el proceso es muy bien definido; pasan de modo bien manifiesto del estado sólido al líquido. En materias que no son puras, tales como cera, vidrio, etc., no ocurre lo mismo; se ablandan primero, lentamente a veces, poniéndose pastosas, antes de aparecer francamente en estado líquido.

Los fenómenos de fusión pueden observarse fácilmente en hielo, parafina, naftalina y plomo, p. ej.

Las leyes de la *solidificación* son las mismas que las de la fusión. En las substancias puras el punto de fusión es el de solidificación.

En la tabla que sigue damos los puntos de fusión de diversas substancias.

Substancia	Punto de fusión en °C	Substancia	Punto de fusión en °C
Agua .....	0°	Plata .....	960,5
Cesio .....	29°	Oro .....	1063,0
Rubidio .....	38,7	Cobre .....	1083
Potasio .....	62,5	Platino .....	1770
Sodio .....	97,5	Iridio .....	2340
Estaño .....	231,8	Wolfram .....	3400
Bismuto .....	271	Carbón .....	3800
Plomo .....	327,4		
Cinc .....	419,4	Cuarzo .....	1700
		Parafina .....	46
		Naftalina .....	80

**3. Cambios de volumen durante la fusión.** — Por lo común el peso específico de una substancia en estado sólido es mayor que en estado líquido, lo que significa que la masa de un cuerpo tiene mayor volumen en el primer estado que en el segundo, es decir, que su volumen aumenta al fundirse. Existen cuerpos en los cuales sucede lo contrario. El agua brinda el caso más notorio, pues al solidificarse aumenta de volumen, razón por la cual el hielo flota sobre el agua. Es decir, que el volumen de un gramo de agua, esto es, el volumen específico es mayor en estado sólido que en estado líquido. Un litro de agua al solidificarse se convierte, aproximadamente, en 1.09 litros, de modo que su volumen aumenta, en números redondos, en 90 cms.<sup>3</sup> por litro.

**4. Sobrefusión.** — Si se calienta un sólido hasta la temperatura de fusión, este proceso se inicia inmediatamente. Lo recíproco no acaece, en cambio, en los líquidos cuando se les enfría hasta la temperatura de solidificación. Sucede, a veces, que conservan ese estado de agregación para temperaturas situadas muy por debajo de ese punto. Se dice en tal caso, que la substancia se encuentra *sobrefundida*. El agua, p. ej., puede mantenerse flúida hasta a  $-20^{\circ}$  C. El aparato representado en la figura 247 se presta admirablemente a tal propósito. Se trata de un termómetro cuya ampolla se halla circundada por un recipiente cerrado que contiene agua bien pura. Si se la enfría lentamente, sin agitarla en lo más mínimo, situando el dispositivo en una mezcla frigorífica, se verá que se conserva en estado líquido aun cuando la temperatura descienda muy por debajo del cero. Si se la sacude — y a veces sin ello, cuan-

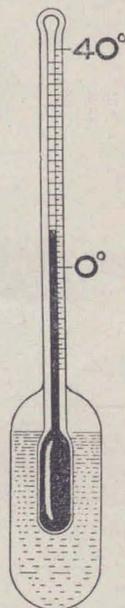


Fig. 247.

do el enfriamiento es grande — se solidifica repentinamente; al mismo tiempo el termómetro vuelve a cero.

El líquido se encuentra en tales condiciones en un estado de equilibrio *inestable*.

En tubos capilares el agua se mantiene fácilmente en estado de sobrefusión; esto defiende la vegetación de los fríos.

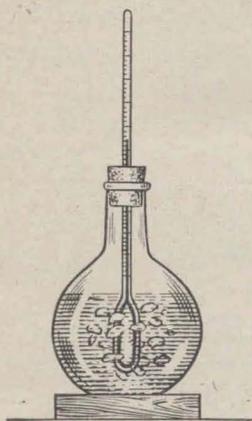


Fig. 248.

Un fenómeno muy interesante y visible de sobrefusión se produce en el hiposulfito de soda cristalizado, sal que funde a  $48^{\circ},1$  C. Si se licúa cierta cantidad en el interior de un balón provisto de termómetro (fig. 248), es posible luego enfriar el líquido, sin que se solidifique, muy por debajo de aquella temperatura. Si, mientras dura la sobrefusión — lo que puede ocurrir durante un tiempo bastante largo — se agita el recipiente o si se deja caer en su interior un pequeño cristal

de la substancia, la solidificación se produce en seguida.

**5. Calor de fusión.** — La experiencia revela que alcanzado el punto de fusión es menester seguir entregando calor al cuerpo durante todo el cambio de estado.

Si el proceso se realiza en sentido inverso, el cuerpo entrega al exterior, durante la solidificación, una cantidad de calor exactamente igual a la que absorbió durante la fusión. La energía interna de un cuerpo aumenta, pues, durante la fusión y disminuye, en una cantidad igual, al solidificarse. La variación está medida por el calor que absorbe o desprende mientras se realiza la transformación.

*Se llama calor de fusión de una substancia a la cantidad de calor necesaria para fundir un gramo de la misma.*

El calor de fusión del hielo es de 80 gramocaloría, lo que significa que son necesarias 80 pequeñas calorías para convertir un gramo de hielo a  $0^{\circ}\text{C}$  en un gramo de agua a la misma temperatura. El calor de fusión del cinc es de 28 gramocaloría, es decir, que cuando un gramo de cinc a la temperatura de fusión ( $419,4^{\circ}\text{C}$ ), se convierte en líquido a la misma temperatura, absorbe 28 pequeñas calorías.

Si  $m$  gramos de un cuerpo funden y es  $r$  su calor de fusión, la cantidad de calor que absorbe es  $mr$  calorías. Si el líquido se calienta, además, por encima de la temperatura de fusión es porque ha absorbido calor para ello. Por.

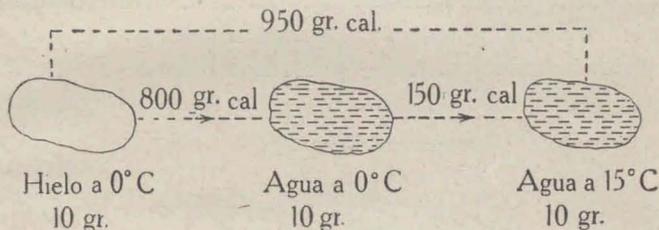


Fig. 249.

ej., si 10 gramos de hielo a  $0^{\circ}\text{C}$  se convierten en 10 gramos de agua a  $15^{\circ}\text{C}$ , han absorbido  $80 \times 10 = 800$  pequeñas calorías para convertirse en agua a  $0^{\circ}\text{C}$  y 150 para calentarse de  $0^{\circ}\text{C}$  a  $15^{\circ}\text{C}$  (fig. 249), de modo que en total ha absorbido 950 gramos calorías.

**6, Medida del calor de fusión del hielo.** — Como ejercicio calorímetro es de provecho el que consiste en determinar el calor de fusión del hielo. El agua sólida absorbe por gramo, al fundirse, una cantidad muy apreciable de calor, y, además, su punto de fusión se encuentra por debajo de la temperatura ambiente. Ofrece, pues, varias ventajas. El cálculo es, por otra parte, típico para todas las transformaciones de esta misma naturaleza.

La manipulación se realiza como sigue: se toma un

trozo de hielo y secándolo rápidamente se introduce en un calorímetro con agua.

Sea:

$m_1$  la masa de agua del calorímetro,

$m_2$  „ „ de este último, y

$t_1$  „ temperatura común de ambos.

El hielo comienza a fundirse. Agitando continuamente, con suavidad, se lee la temperatura, periódicamente, de 30 en 30 segundos, p. ej. Primero desciende continuamente, alcanza un mínimo y luego comienza a crecer. La temperatura mínima corresponde — prescindiendo de las pérdidas y de la inercia del termómetro, — al momento en que todo el hielo se ha fundido. Sea:

$t_2$  esa temperatura mínima.

Pesando nuevamente el calorímetro se obtiene.

$m$ , masa del hielo.

Sea

$r$  el calor de fusión

$c$  el calor específico del calorímetro.

La cantidad de calor absorbido por los  $m$  gramos de hielo para convertirse en  $m$  gramos de agua a la temperatura  $t_2$  es

$$Q_1 = mr + mt_2,$$

pues el hielo absorbe calor para fundirse y el agua que de él proviene para calentarse de  $0^\circ$  hasta  $t_2$  y el calor específico del agua es la unidad. Esa cantidad de calor no

es sino la entregada por el agua y por el calorímetro, que está expresada por

$$Q_2 = m_1 (t_1 - t_2) + m_2 c (t_1 - t_2) = (m_1 + m_2 c) (t_1 - t_2).$$

Se tiene, por consiguiente,

$$(m_1 + m_2 c) (t_1 - t_2) = mr + mt_2$$

expresión que permite calcular  $r$  midiendo  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m$ ,  $t_1$  y  $t_2$  y conociendo  $c$ .

### 7. Dependencia de la temperatura de fusión de la presión.

— Como ya se advirtió, la temperatura de fusión depende de la presión. La experiencia revela que la temperatura de fusión aumenta con la presión si el volumen de la unidad de masa del cuerpo en estado sólido es menor que en el de fluido y que disminuye si ocurre lo contrario. Esto último acaece, p. ej., en el bismuto y en el agua. En esta última substancia la temperatura de fusión disminuye en  $0,0075^\circ$  por atmósfera. Esto fué comprobado experimentalmente por Lord Kelvin mediante la instalación que enseña la figura 250, en la que una mezcla de hielo y agua, juntamente con un termómetro y un manómetro, se encuentra en el interior de un recipiente metálico rígido en el cual puede variarse la presión accionando un pistón. Es posible así aumentar la presión hasta un valor cualquiera, dentro de ciertos límites, y determinar la temperatura de la mezcla que es la de fusión. A 1.000 atmósferas la temperatura de fusión del agua es de  $-7,5^\circ \text{C}$  y recíprocamente agua que a esa

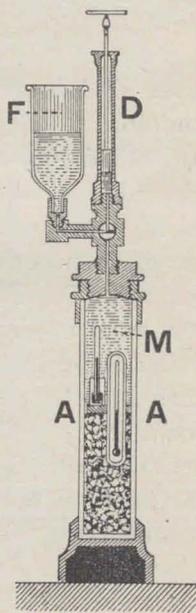


Fig. 250.

temperatura es flúida debe ejercer una presión de 1.000 atmósferas.

Ese punto se evidencia, en forma muy interesante, llenando de agua libre de aire una esfera hueca de hierro fundido (bomba), y situándola en una mezcla frigorífica. Al cabo de algunos minutos explota.

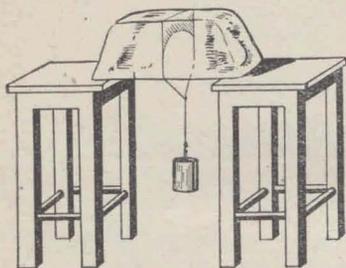


Fig. 251.

Un experimento muy ingenioso, debido a Tyndall, es el siguiente: de un hilo metálico que, formando un lazo, abraza una barra de hielo (figura 251), se hace pender un

peso. El hilo va penetrando lentamente en el hielo, cortándolo, hasta que pasa a su través, pero la barra queda sin solución de continuidad: por encima del hilo se ha ido soldando nuevamente. La explicación es simple. Debajo del hilo la presión es muy elevada, de suerte que el hielo que está en contacto con él funde a una temperatura inferior a  $0^{\circ}\text{C}$ . El agua de fusión que es impelida hacia arriba del hilo, se halla, exclusivamente, a la presión atmosférica y a temperatura menor que  $0^{\circ}\text{C}$  por lo que se solidifica. Este fenómeno se designa con el nombre de *rehielo*.

De la misma manera se explica la formación de un solo pan por pequeños trozos de hielo comprimidos (fig. 252). La formación de las *montañas de hielo* (iceberg), obedecen a esa misma causa.

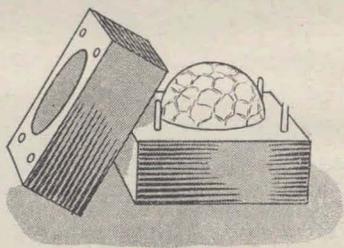


Fig. 252.

## B. — VAPORIZACIÓN.

8. **Los hechos fundamentales.** — La experiencia enseña que, en general, de toda masa líquida se desprenden vapores que tienden a ocupar el espacio libre de su contorno. Si el espacio es limitado, como sucede si se encuentra en un recinto cerrado, el vapor ejerce sobre las paredes de éste una *presión*. El vapor tiene, pues, una *presión*, una *fuerza elástica* o *tensión*.

En un espacio así el proceso se continúa hasta que la masa de vapor contenido en cada unidad de volumen y su fuerza elástica alcanzan valores máximos bien determinados que dependen, aparte de la naturaleza de la substancia, únicamente de la temperatura. En tal caso se dice que el vapor está *saturado*.

Tales hechos pueden hacerse ostensibles de manera muy sencilla operando en el vacío de Torricelli. Si dispuesto un dispositivo barométrico, como uno de los que enseña la figura 253, se hace penetrar al tubo, con el auxilio de una pipeta de punta doblada, una pequeña

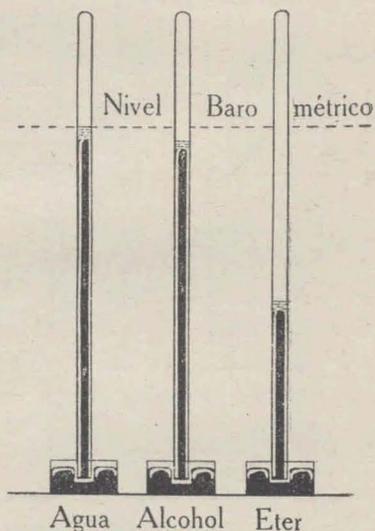


Fig. 253.

cantidad de un líquido, alcohol, p. ej., éste asciende, por su menor densidad, a través del mercurio y, a medida que llega al vacío barométrico, se evapora hasta que por fin se observa la aparición del líquido. La fuerza elástica o tensión del vapor, que se hace notoria por el descenso del

nivel del mercurio, alcanza en ese momento su valor máximo.

En la figura 253 se han representado, en su debida proporción, los descensos de los niveles barométricos que determinan las fuerzas elásticas del agua, del alcohol y del éter a la temperatura de 20° C que son 17,4 milímetros de mercurio; 45,5 mm. y 533,3 milímetros, respectivamente.

Si se introducen nuevas cantidades de líquido se observa, tan sólo, un incremento de la masa que se encuentra en ese estado en el interior de los tubos y que los niveles de las columnas de mercurio permanecen invariables.

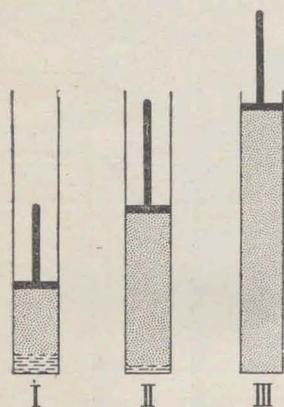


Fig. 254.

Que la presión depende de la temperatura, se hace ostensible calentando con una llama uno cualquiera de los recintos: se verá descender al nivel del mercurio del tubo correspondiente.

**9. Vapor saturado y sobre calentado.** — Supongamos que en un cilindro provisto de un pistón (figura 254), se tiene un líquido, agua, p. ej. El espacio entre la superfi-

cie libre de ésta y el pistón estará ocupado por vapor del mismo fluido. Suponemos, como debe ser, que no existe allí aire ni ningún otro gas. Si se desplaza el pistón hacia arriba se observa que la cantidad de líquido va disminuyendo hasta desaparecer totalmente; que la *tensión del vapor* no varía mientras existe líquido siempre que la temperatura quede constante y que sólo comienza a decrecer a partir del instante en que todo el fluido ha pasado al estado de vapor.

Si la masa de agua disminuye cuando se desplaza el pistón, es porque va pasando al estado de vapor. El hecho de que la fuerza elástica o tensión permanece constante mientras hay líquido, si la temperatura no varía, indica que, como lo dijimos al principio, el pasaje al estado de vapor se continúa hasta que la masa de vapor contenida en cada unidad de volumen y su fuerza elástica alcanzan un valor máximo que dependen, aparte de la naturaleza de la substancia, de la temperatura. La posibilidad de que esos valores máximos sean alcanzados existe, precisamente, mientras hay líquido. Cuando un vapor alcanza la fuerza elástica máxima que corresponde a una temperatura dada se dice, como ya lo expresamos, que está saturado. *La presencia de líquido es la prueba más sencilla y decisiva de la saturación.*

El experimento que acabamos de describir se efectúa de modo muy sencillo mediante un largo tubo barométrico provisto de una cubeta profunda (fig. 255 a y b). La presión queda medida por la columna de mercurio y se tiene así la posibi-

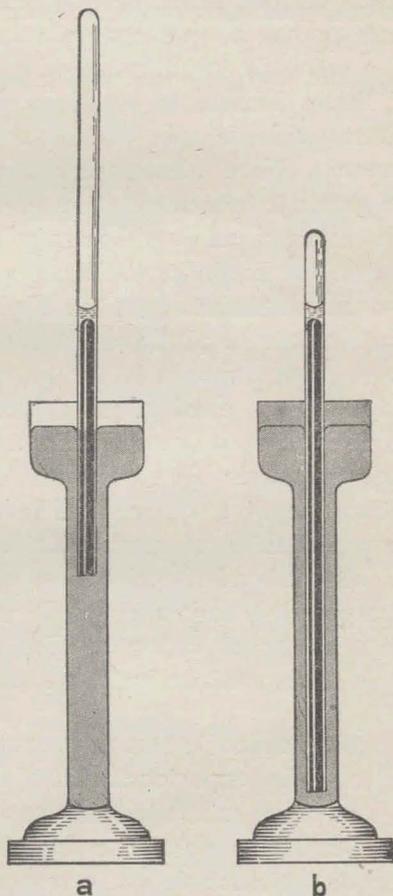


Fig. 255.

bilidad de medir la presión y de tener así la posibi-

lidad de ofrecer a la misma masa flúida espacios variables dentro de grandes límites. Si, p. ej., a partir del estado representado en la figura 255 *a* introducimos el tubo en la cubeta, se observa si, como suponemos, la temperatura no varía, que aumenta la cantidad de líquido y que el vértice de la columna de mercurio no cambia de nivel.

Estos hechos se explican suponiendo, lo que aparece como evidente, que las masas de vapor que ocupaban el espacio "libre" desaparecido se han condensado, yendo a engrosar la porción líquido del flúido. La masa de vapor en cada unidad de volumen y, por lo tanto, la presión, queda de ese modo constante.

Si se saca, luego, poco a poco, el tubo, disminuye continuamente la cantidad del líquido y se observa que mientras existe substancia en tal estado, por pequeña que sea su cantidad, el nivel del mercurio no se altera; lo que en el fondo no es sino el mismo fenómeno anterior. Aquí el nuevo espacio libre es ocupado por vapor que se desprende del líquido. A partir del instante en que éste desaparece por completo, el comportamiento del vapor es diferente. Si aumenta el espacio libre, la cantidad de vapor que corresponde a cada unidad de volumen es menor que la de saturación; el vapor se dice *no saturado* o, por razones que se expondrán en breve, *sobrecalentado*.

**10. Tensión del vapor saturado. La tensión del vapor de agua.**—La experiencia enseña que el comportamiento de los vapores saturados está regido por la siguiente ley:

*La fuerza elástica o tensión de un vapor saturado depende únicamente de su temperatura.*

Vapor de agua saturado, p. ej., a la temperatura de 110° C tiene siempre, una fuerza elástica de 1074,5 mm. de mercurio; vapor de alcohol etílico saturado a la temperatura de 50° C tiene siempre la presión de 133,7 milímetros de mercurio.

Con el crecer de la temperatura crece, primero lenta y luego rápidamente, la tensión de los vapores saturados y la densidad de los mismos.

En el cuadro (fig. 256), que va a continuación se dan los valores de la presión en milímetros de mercurio y en Kg. por  $\text{cm}^2$  y la densidad del vapor saturado de agua para tres temperaturas diferentes.

Representación			
Temperatura O° C	110°	150°	200°
Presión	10745 mm Hg 1,4608 Kg/cm <sup>2</sup>	3569 mm Hg 4,852 Kg/cm <sup>2</sup>	11650 mm Hg 15,84 Kg/cm <sup>2</sup>
Peso de un litro	0,827 gramos	2,550 gramos	7,84 gramos

Fig. 256.

**11. Representación gráfica de la tensión del vapor de agua saturada.** — Si en la dirección del eje  $OP$  se llevan las tensiones y en la del  $ot$  las temperaturas que les corresponden, se obtiene la curva que enseña la figura 257, que da la tensión del vapor de agua saturado entre 40° y 180° C.

Hagamos notar que si una masa flúida de agua que se encuentra a una temperatura cualquiera  $t_1$  está a la presión que corresponde al punto  $P$  de la curva, está parte en estado líquido y parte en estado de vapor, pues esa presión corresponde al vapor saturado. Si en cambio está a la presión mayor que corresponde al punto  $P'$  estaría total-

mente en estado líquido y si la presión fuese la del punto  $P''$  en estado de vapor.

Es decir, los puntos de la curva representan vapor saturado, es decir, vapor en

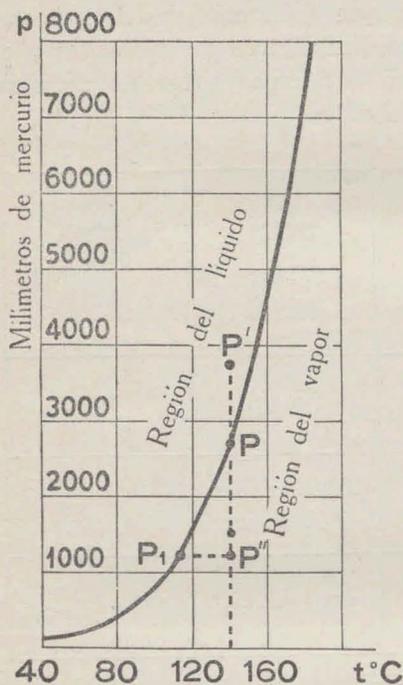


Fig. 257.

contacto o en equilibrio, como se dice, con su líquido, a diferentes temperaturas; los puntos situados arriba de la curva como  $P'$  representan estados líquidos y los de abajo de vapor solamente.

**12. Destilación.** — Si en un ambiente cualquiera donde existe un líquido y vapor del mismo, la temperatura no es uniforme, aquél se evaporará en los lugares más calientes y el vapor se condensará en los más fríos donde su tensión es menor, pues, es evidente que la fuerza elástica del vapor en un

recinto cerrado tiene que ser única y su valor no puede ser sino el del vapor saturado a la temperatura más baja. Este es el principio de la *pared fría*.

A eso se debe que en las calles de las ciudades, en las mañanas de invierno, las aceras en que da la sombra, aparezcan húmedas, mientras que las otras están secas.

Ese fenómeno se aprovecha para obtener líquidos puros, libres de las sales que suele tener en disolución. Se utilizan con tal propósito dispositivos como el que re-

presenta la figura 258, que reciben el nombre de *alambiques*. El vapor que se produce en *D* se condensa en el serpentín *S* que es enfriado constantemente por una corriente de agua fría. El líquido destilado se recoge en *A*.

También pueden separarse por destilación líquidos que están mezclados y que tienen diferente tensión de vapor. En tal caso se habla de *destilación fraccionada*.

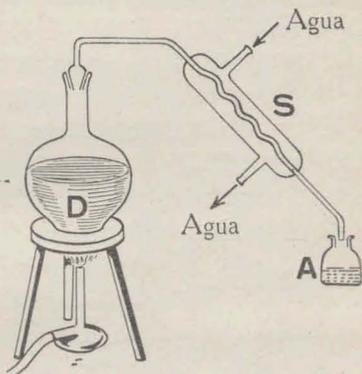


Fig. 258.

### 13. Tensión en los vapores recalentados.

— El nombre de sobrecalentados que se les da proviene del hecho de que a ese estado puede ser conducida una masa flúida elevando su temperatura. Si se calienta un recinto en el que se encuentra vapor saturado, aumenta la presión de éste y, a la vez, nuevas masas de líquido, con el que le suponemos en contacto, se vaporizan, aun cuando el volumen de aquél sea invariable. Aumentado el calentamiento se logrará, pues, que todo el flúido se evapore y deje de ser saturado.

La experiencia enseña que los vapores no saturados obedecen, con bastante aproximación, a las leyes de los gases, esto es, a las leyes de Boyle-Mariotte y de Gay Lussac.

### 14. Ebullición.

— Si se calienta un líquido contenido en un recipiente se alcanza, en general, una temperatura característica de la substancia, para la cual se desprenden de su seno borbotones de burbujas de vapor. Cuando eso sucede, se dice que el líquido *hierve*, que está *en ebulli-*

ción. Las leyes de la ebullición son las siguientes, de las cuales la primera está ya contenida en lo que se termina de decir.

1.<sup>a</sup> LEY: *Todo líquido tiene una temperatura fija de ebullición.*

2.<sup>a</sup> LEY: *Mientras dura la ebullición la temperatura permanece constante, siempre que la presión no varíe.*

3.<sup>a</sup> LEY: *La temperatura de ebullición aumenta si la presión crece.*

La tercera ley puede formularse de otra manera más profunda. Para que una burbuja se forme en el seno de una masa líquida (figura 259), es evidente que la tensión elástica del vapor que la constituye debe ser, por lo menos, igual a la presión que se ejerce sobre la superficie libre de aquélla (3.<sup>a</sup> ley de ebullición). *Es decir, que un líquido hierve a una temperatura para la cual la tensión de su vapor saturado es igual a la presión que soporta.* De acuer-

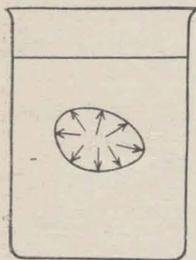


Fig. 259.

do con esto, *la dependencia entre la presión que se ejerce sobre un líquido y su temperatura de ebullición, es la misma que entre la tensión de su vapor saturado y la temperatura.* La curva análoga a la de la figura 257, p. ej., permite, pues, dada una presión cualquiera, determinar la temperatura correspondiente de ebullición del líquido.

La dependencia entre la temperatura de ebullición y la presión se demuestra en los cursos de física experimental calentando agua en un balón hasta unos ochenta grados, más o menos, y después de esperar algunos minutos, a fin de que sea desalojado el aire por los vapores invirtiéndolo y enfriando su base con agua (fig. 260). Los vapores se condensan así rápidamente y, a causa de la disminución de la presión que esto origina, el líquido comienza a hervir intensamente.

El incremento de la tensión del vapor con la temperatura puede mostrarse mediante una marmita de Papin (fig. 261). Consiste en una caldera de cobre de gruesas paredes en cuya tapa superior, que se fija con tornillos, lleva una llave, una válvula de seguridad y un tubo cerrado que penetra hacia su interior. En éste se vierte cierta cantidad *a* de mercurio y se ubica un termómetro. Ordinariamente, van provistas, además, de un manómetro metálico.

Si se introduce cierta cantidad de agua y cerrando la llave se la calienta, la tensión del vapor aumenta con la temperatura, con mucha rapidez pasados los 100 °C, hasta que su valor se hace igual

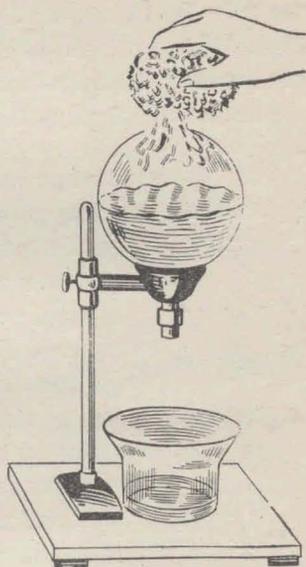


Fig. 260.

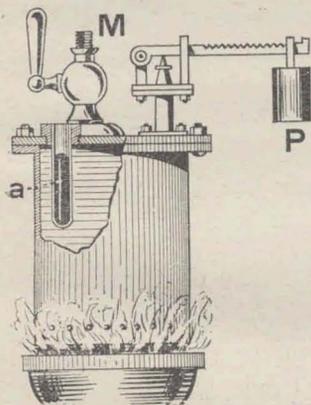


Fig. 261.

al de la válvula. Ésta se levanta entonces, y el escape de vapor origina una disminución de la temperatura. El fenómeno se repite sucesivamente oscilando el valor de la tensión en torno de la presión que se ejerce sobre la válvula.

Si cuando la temperatura es bastante superior a 100° C, se abre la llave, con lo que la masa flúida de la caldera queda sometida a la presión atmosférica se ve salir un potente chorro flúido: vapor bastante *seco* en la boca de salida; mezcla

de vapor y de gotas de agua a algunos centímetros de allí. No es sólo la masa del vapor de la caldera el que se precipita sino también el líquido que se vaporiza rápidamente, porque a la temperatura en que se encuentra y a la presión de una atmósfera, sólo puede estar en estado de vapor.

**15. Calor de vaporización.** — La experiencia enseña que cuando un líquido se vaporiza absorbe calor. Ese hecho

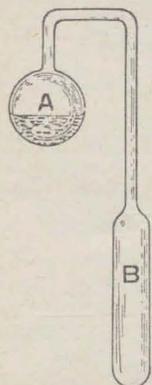


Fig. 262.

puede ponerse en evidencia mediante el recipiente representado en la figura 262, que se denomina crióforo. Si se mantiene el recipiente *B* en una mezcla frigorífica, el fluido que se encuentra en *A* se evapora continuamente, condensándose en el primero. Se trata, pues, de una destilación. El proceso se favorece privando por completo de gases al recinto. Transcurrido cierto tiempo se ve aparecer en la superficie del líquido contenido en *A* una delgada lámina de hielo cuyo espesor aumenta, luego, poco a poco. El fluido que se evapora absorbe el calor que ha

menester de las masas líquidas restantes, las que enfriándose se congelan.

Para que la evaporación se produzca a una temperatura determinada, es necesario, por lo tanto, que el sistema reciba del exterior una cantidad de calor exactamente igual a la que requieren las masas que se evaporan.

Se denomina *calor de vaporización de un líquido a la temperatura t*, a la cantidad de calor que absorbe un gramo del mismo, para convertirse en vapor saturado a la misma temperatura.

Particularmente importante es el caso del agua por la aplicación que ésta tiene en las máquinas a vapor.

El calor de vaporización del agua es a 20° C de 585 gramos calorías, a 50° C, 568, y a 100° C, 538,7.

### 16. Determinación del calor de vaporización de un líquido.

— El calor de vaporización de los líquidos, puede determinarse mediante el calorímetro de agua.

La figura 263 representa el dispositivo calorimétrico ideado por Berthelot. El líquido contenido en  $D$  se vaporiza calentándolo con las llamas del mechero circular  $B$  a través de la tela metálica  $MM'$ . Los vapores pasan por el conducto  $ab$  y se condensan en el tubo espiral  $s$  que se encuentra en el seno del agua del calorímetro, ocupando el líquido la ampolla  $R$ . La masa del vapor condensado se determina pesando el tubo  $sR$  antes y después de la experiencia.

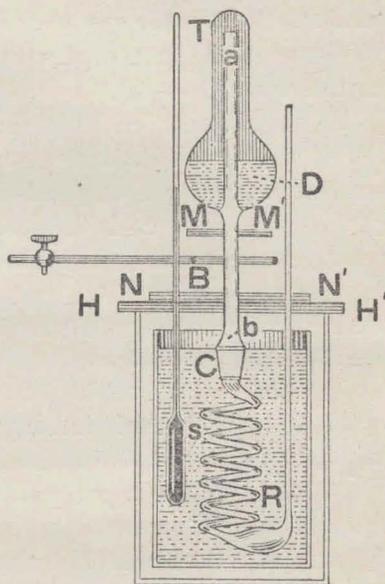


Fig. 263.

El calorímetro está protegido de la radiación proveniente del mechero y del recipiente  $D$  por una tapa aisladora  $HH'$  y una lámina  $NN'$  de cartón.

Si es:

- $m$ , la masa del vapor condensado;
- $r$ , el calor de vaporización;
- $c$ , el calor específico del líquido, y
- $t_e$ , su temperatura de ebullición a la presión  $p$ ;
- $m_1$ , la masa de agua del calorímetro;
- $m_2$ , el equivalente en agua del calorímetro, incluso el de la espiral  $sR$ ;
- $t_i$ , la temperatura inicial del sistema calorímetro, y
- $t_f$ , la temperatura final,

se tiene análogamente al caso de la fusión,

$$(m_1 + m_2) (t_f - t_i) = mr + mc(t_e - t_f),$$

pues, el vapor pone en libertad al condensarse a la temperatura  $t_e$  el calor  $mr$  y el líquido que de él proviene al enfriarse desde la temperatura  $t_e$  hasta la  $t_f$  desprende la cantidad  $mc(t_e - t_f)$ .

El equivalente en agua  $m_2$  es, como se sabe, la suma de los productos de las masas de las diversas partes del calorímetro por sus respectivos calores específicos.

La presión  $p$  es la atmosférica. El calor  $r$  de vaporización corresponde a la temperatura a que hierve el líquido a la presión  $p$ . Si se tratase de agua, esa temperatura sería aproximadamente  $100^\circ \text{C}$ ;  $100^\circ$ , exactamente, si fuese  $p = 760 \text{ mm}$ .

**17. Estado higrométrico. Higrómetro de Daniell.** — El estado higrométrico está definido, con suficiente aproximación, por la relación  $p' : p$  entre la tensión  $p'$  del vapor de agua tal cual se encuentra en el ambiente y la tensión  $p$  del vapor saturado a la misma temperatura. Dada ésta, que indicaremos con  $t'$  el valor de  $p$ , se obtiene en seguida de la curva de la tensión del vapor de agua. El de  $p'$  se determina teniendo presente que si se enfría una pequeña región de la atmósfera, la tensión del vapor no varía, de modo que el punto representativo de su estado, en el plano presión - temperatura (fig. 257), se desplaza paralelamente al eje de esta última magnitud, desde su posición inicial  $P''$ , p. ej., hasta la  $P_1$  que se alcanza para aquella temperatura bajo la cual se tiene vapor saturado a la tensión  $p'$ . Se hace así evidente que la fuerza elástica del vapor saturado que corresponde a la temperatura, para la cual un recipiente que se enfría a la libre atmósfera se recubre de rocío, es igual a la tensión del vapor tal cual se encuentra en ésta.

Los instrumentos que permiten determinar la *temperatura de rocío* se denominan *higrómetros*.

La figura 264 representa la construcción de Daniell.

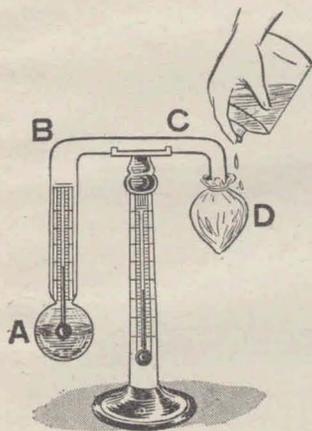


Fig. 264.

El éter contenido en el bulbo A se hace destilar hacia D, enfriando a éste por la evaporación de éter que se vierte sobre una funda de algodón que lo recubre. Aquel recinto se enfría así de una manera continua. Transcurridos algunos minutos comienza a empañarse su superficie, una zona de la cual es dorada en las buenas construcciones. La temperatura  $t$  correspondiente a ese instante se lee en el termómetro que lleva en su interior. Conviene observar, además, la desaparición del rocío adoptando como temperatura de ese punto el valor medio de ambas.

### C. — VOLATILIZACIÓN

**18. Los hechos.**— La experiencia enseña que los cuerpos sólidos se encuentran, en determinadas condiciones, en equilibrio con sus vapores. El pasaje de uno a otro estado se realiza sin que aparezca el estado líquido, proceso que se designa con el nombre de volatilización. Este hecho se observa fácilmente calentando cristales de yodo en el interior de un tubo cerrado (fig. 265), en el cual se ha hecho el vacío. Los vapores violáceos que de ellos se desprenden, se condensan en las regiones frías de las paredes del recinto.

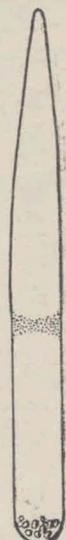


Fig. 265.

Si se dejan, en cambio, masas gaseosas en el interior, a fin de que la presión tenga cierto valor, el yodo no se volatiliza sino que se funde.

La volatilización del agua puede hacerse ostensible mediante el dispositivo representado por la figura 266.

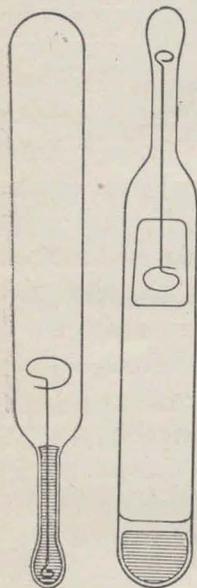


Fig. 266.

El tubo, que ha sido privado de aire, se sumerge, en la posición *a*, en una mezcla frigorífica, lo que ocasiona la congelación de la masa de agua, que está limitada hacia abajo por mercurio, en la forma que muestra el esquema. Invirtiéndolo, luego, se logra, mediante un calentamiento suave y uniforme (por inmersión en agua caliente), que la masa sólida se desprenda de sus paredes, quedando suspendida del dispositivo metálico existente al efecto.

Enfriando nuevamente el recipiente por el otro extremo, a fin de que disminuya la tensión de los vapores, el hielo se sublima; sin que se note la presencia del líquido, el volumen del trozo de agua sólida disminuye, aumentando, en cambio, la de la masa que se encuentra en el fondo del tubo, sobre el mercurio.

El comportamiento del vapor en contacto con un sólido es, por otra parte, enteramente análogo al de un vapor en presencia de su líquido.

## CAPÍTULO XVI

### CONTINUIDAD DE LOS ESTADOS LÍQUIDO Y GASEOSO. FENÓMENOS CRÍTICOS. LIQUEFACCIÓN DE GASES

1. **Generalidades.** — Supongamos (fig. 267), que se tiene vapor no saturado de un líquido en un cilindro provisto de un pistón. Si se desplaza a éste hacia abajo la tensión del vapor aumenta porque su volumen disminuye. Recuérdese (véase el N.º 13 del capítulo anterior), que los vapores no saturados obedecen a

la ley de Mariotte y de Gay Lussac. Con el descenso del pistón la tensión del vapor sigue aumentando hasta que llegado aquél a cierta posición (fig. 267, II), en cuyo instante aparece líquido, alcanza un valor máximo que es la *tensión de saturación*, que se conserva constante hasta que todo el vapor ha pasado al estado líquido (fig. 267, III).

Convertido todo el vapor en líquido, para seguir bajando el pistón, es decir, para disminuir el volumen del líquido, son necesarias presiones muy grandes, porque los líquidos son muy poco compresibles. Si se representa gráficamente la presión en función del volumen se obtiene la curva que enseña la figura 268, que es la *isoterma* del líquido y su vapor. Isooterma porque corresponde al caso que la temperatura no

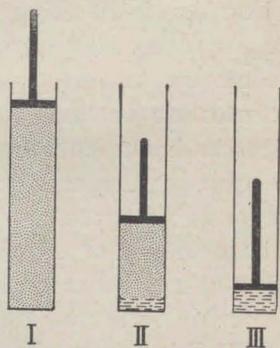


Fig. 267.

ha variado durante el proceso, lo que hemos supuesto implícitamente.

La porción *AB* de la curva corresponde al vapor sobrecalentado o no saturado,

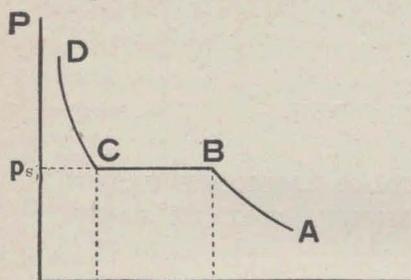


Fig. 268.

que es, aproximadamente, una hipérbola equilátera; la *BC* es la parte representativa del vapor saturado, siendo  $p_s$  la tensión de saturación. Desde *C* hacia *D* corresponde al líquido sólo; para comprimir a éste

es necesario aumentar muchísimo la presión.

## 2. Los experimentos de Andrews. La temperatura crítica.

—Fue Andrews el primero en descubrir en el año 1863 que los fenómenos que acabamos de describir en el número anterior, se observan también si en lugar de un vapor no saturado se tiene en el cilindro ácido carbónico, considerado hasta entonces como un gas permanente, siempre que la temperatura fuese inferior a  $31^{\circ}\text{C}$ . Es decir, que si la temperatura es mayor que  $31^{\circ}\text{C}$  por más que se haje el pistón el gas no aparecerá nunca en estado líquido. Su presión aumentará siempre de acuerdo con la ley de Mariotte. Si, en cambio, la temperatura es menor que  $31^{\circ}\text{C}$  bajando el pistón, esto es, comprimiendo el gas, llega un momento en que se licúa.

La experiencia ha enseñado que lo análogo ocurre con todos los gases: con oxígeno, nitrógeno, hidrógeno, helio, etc. El hecho observado primeramente en el ácido carbónico es, pues, general. *Para que un gas pueda aparecer en estado líquido es condición ineludible que su temperatura sea inferior a una temperatura característica, propia, que se llama temperatura crítica.* Si la temperatura del

gas está muy próxima a la crítica, la presión en que aparece en estado líquido se llama *presión crítica*.

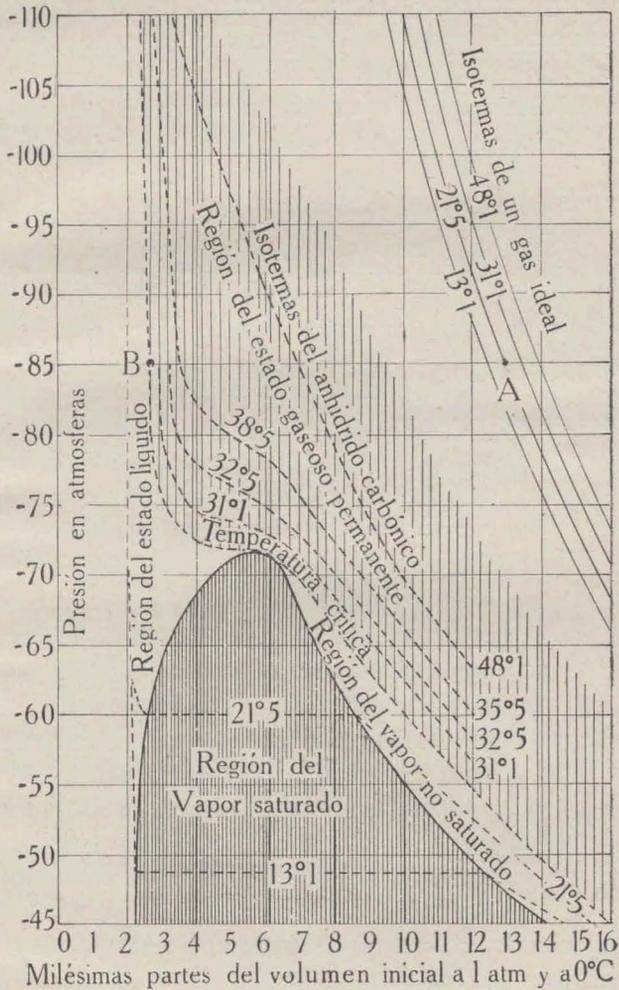


Fig. 269.

La temperatura crítica del ácido carbónico es 31° C; la del oxígeno — 119° C; la del nitrógeno — 147° C; la del

hidrógeno —  $240^{\circ}\text{C}$ ; la del helium —  $268^{\circ}\text{C}$ ; la del aire —  $141^{\circ}\text{C}$ .

Es decir, que para poder licuar aire, p. ej., es necesario que la temperatura sea de  $141$  grado centigrado bajo cero. A esto se debieron las dificultades que se tuvieron al principio para licuarlo. Mayor es la dificultad aun en el caso del hidrógeno y del helio, que han sido licuados también.

En la figura 269 aparecen las curvas isotermas correspondientes al ácido carbónico. Se observa allí que si la temperatura es menor que  $31^{\circ}\text{C}$  y el fluido se halla en estado gaseoso, para disminuir su volumen es menester aumentar la presión hasta que, reduciéndose de ese modo el espacio que ocupa, aparece en estado líquido. A partir de ese momento el volumen disminuye sin que la presión

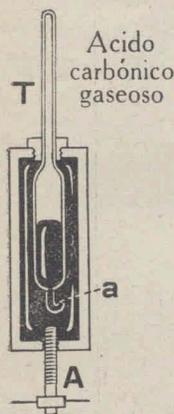


Fig. 270.

varíe: el "gas" se comporta idénticamente que un vapor saturado hasta que toda la masa fluida se encuentra en estado líquido. Llegado a este punto, una ulterior reducción del volumen requiere incrementos considerables de la presión. Se ve que cuanto menor es la temperatura del gas en relación a la crítica, menor es la presión necesaria para licuarlo; a  $21,5$  se licúa a  $60$  atmósferas y a  $13,1$  a  $48$  atmósferas.

Los fenómenos mismos observados por Andrews en el ácido carbónico pueden realizarse mediante el dispositivo que enseña la figura 270.

Introduciendo el tornillo A, se impele mercurio a través de la abertura a, al interior del tubo de vidrio T, de gruesas paredes. Así se comprime el ácido carbónico que éste contiene. Observando por proyección se ve, de modo muy nítido, la aparición del líquido.

**3. Continuidad de los estados líquido y gaseoso. Los fenómenos críticos.**—Los experimentos de Andrews evidencian *que se puede conducir una masa flúida del estado líquido al estado gaseoso o viceversa sin que advierta la transición.* Ese hecho significa que *existe continuidad entre los estados líquido y gaseoso.*

Supongamos, p. ej., que se tiene ácido carbónico líquido a la presión de 85 atmósferas y a la temperatura de 21°, 5, estado que representa el punto A de la figura 269. Manteniendo constante la presión, si se aumenta la temperatura, el punto representativo se desplaza sobre la línea AB y el pasaje del estado líquido al de vapor se efectuará en la intersección de esa línea recta horizontal AB con la isoterma correspondiente a la temperatura crítica sin que se advierta discontinuidad.

Este fenómeno puede enseñarse experimentalmente con el dispositivo que enseña la figura 271. Un tubo de vidrio, de paredes muy gruesas, lleno hasta la mitad de ácido carbónico líquido, se encuentra en un baño de agua contenido en otro tubo. Si se calienta a ésta el ácido carbónico líquido se dilata poco a poco y la concavidad de su menisco disminuye hasta tomar el aspecto de un delgado disco plano que, haciéndose más y más tenue, desaparece al fin. En ese instante toda la masa flúida se encuentra en estado gaseoso. Por otra parte, es claro que las densidades del líquido y del vapor saturado convergen hacia un mismo valor, la del primero disminuyendo y la del segundo aumentando con la tempe-

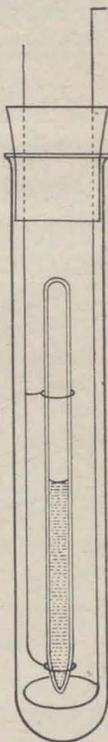


Fig. 271.

ratura. Si se le enfría, luego, lentamente, se ve que el fluido se enturbia, en diversos lugares a veces, formándose "nubes" densas, tras las cuales, que se desvanecen, aparece el líquido.

#### 4. Liquefacción de los gases, Producción de nieve carbónica.

— De acuerdo con los hechos que se han descrito en los números anteriores, un gas puede aparecer en estado líquido a la presión atmosférica si se enfría lo suficiente por debajo de su temperatura crítica. Un procedimiento cómodo para enfriarlos es el de la expansión. La experiencia enseña que si se comprime un gas a una presión bastante elevada y se le quita el calor que produce el trabajo gastado en esa compresión y luego, ya frío, se le deja expandir, se enfría muchísimo, aun cuando durante su

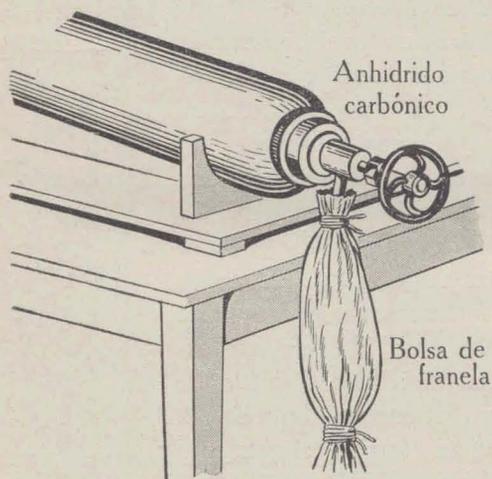


Fig. 272.

expansión no entregue trabajo al exterior. Esto es debido a que al estar muy aproximadas las moléculas, cuyas distancias han disminuído así mucho, se atraen entre sí de modo que al expandirse el gas consume trabajo para vencer esas fuerzas de atracción.

La nieve carbónica se obtiene dejando expandir en una bolsa de franela (fig. 272) gas comprimido a unas 60 atmósferas, más o menos, presión a que está ordinariamente en los cilindros que circulan en el comercio. El enfriamiento que así se produce, en virtud de las causas consignadas en el párrafo anterior, es

tal, que el gas se solidifica bajo la presión atmosférica. Su aspecto es, en ese estado, semejante al de la nieve ordinaria, pero de una albura más pronunciada. Actualmente se la usa industrialmente con el nombre de *hielo seco*. Si se la encierra en un tubo de vidrio, en cantidad suficiente, aparece en estado líquido a la temperatura ambiente, supuesto que sea inferior a 31° C.

Faraday obtuvo en estado líquido bajo la presión atmosférica, entre otros gases, al cloro, al ácido sulfúrico y al amoníaco, mandándolos al interior de un tubo de vidrio cerrado por uno de sus extremos y enfriándolo por inmersión en la mezcla antes citada.

El amoníaco se licúa también por este procedimiento, que es el mismo de Faraday. En una de las ramas de un tubo de vidrio, cerrado, doblado en V, se coloca cloruro de plata saturado de amoníaco a la temperatura de 0° C, lo que constituye un compuesto químico bien definido, de fórmula  $\text{AgCl} \cdot 3\text{NH}_2$ , que se disocia fácilmente en sus componentes originarios bajo la acción del calor. Si se le calienta a una temperatura vecina a 50° C, mientras que la otra rama se mantiene en una mezcla frigorífica, el amoníaco que se desprende adquiere pronto la tensión que corresponde a su vapor saturado a la temperatura de la mezcla frigorífica, y, dado que la producción de gas continúa, parte de los vapores se condensan, apareciendo la substancia en estado líquido. En este método actúan, a la vez, el enfriamiento y la compresión.

Faraday logró licuar, en el año 1823, todos los gases que se conocían en su época, enfriándolos en una mezcla de éter y nieve carbónica, cuya temperatura de ebullición es —79° C, con excepción de los seis siguientes: oxígeno, nitrógeno, bióxido de nitrógeno, metano, óxido de carbono e hidrógeno, que fueron denominados, por esa razón, gases permanentes.

Cailletet logra licuar, en el año 1879, al oxígeno, al nitrógeno y al óxido de carbono comprimiéndolos a presiones comprendidas entre 200 y 300 atmósferas y dejándolos expandir bruscamente. Independientemente de Cailletet, y al mismo tiempo, logra Pictet la licuación de esos gases por un procedimiento muy ingenioso. Hace hervir, a presiones muy bajas, anhídrido sulfuroso y obtiene así una temperatura de ebullición de  $-70^{\circ}\text{C}$ . Enfriando a esta temperatura obtiene, a presiones reducidas, ácido carbono y protóxido de nitrógeno líquidos. Por el mismo procedimiento obtiene con el primero temperaturas próximas a  $-100^{\circ}\text{C}$  y con el segundo próximas a  $-140^{\circ}\text{C}$ . Enfriados a esas temperaturas bióxido de nitrógeno y oxígeno los obtiene en estado líquido.

De la misma manera se logran con oxígeno líquido temperaturas de  $-210^{\circ}\text{C}$ , más o menos, lo que hace posible licuar el nitrógeno cuya temperatura crítica es de  $-147^{\circ}\text{C}$ .

Olszewsky logra, en el año 1895, licuar el hidrógeno comprimiéndolo a

190 atmósferas, quitándole el calor de compresión, dejándolo expandir luego libremente, a la vez que lo enfriaba en oxígeno hirviendo a baja presión. Por esa misma época licúa Dewar todos los gases hasta entonces conocido con excepción del hidrógeno,

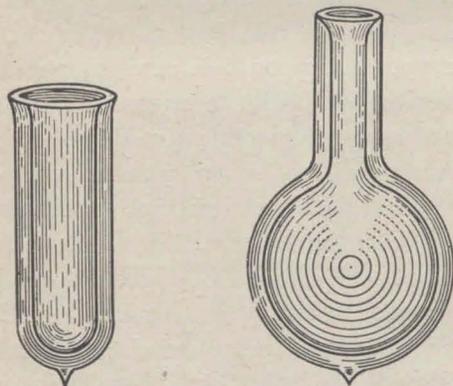


Fig. 273.

que licúa, en el año 1898, e inventa el vaso que lleva su nombre (fig. 273). Hoy día se les designa, vulgarmente,

*termos*. Kammerlingh Onnes licúa el helio en el año 1911, por expansión y enfriamiento en hidrógeno hirviendo. El helio líquido, a la presión atmosférica, hierve a la temperatura de  $-269^{\circ}$  C, es decir, a 4 grados absolutos.

**5. La máquina de Linde.** — En la máquina de Linde se aprovecha el efecto de Tohmson - Joule en una forma ingeniosa, que ha sido ideada y empleada casi al mismo tiempo, entre los años 1894 y 1895, por Linde, Dewar, Hamson y Kammerlingh Onnes.

El gas (fig. 274), se comprime mediante un compresor que lo impele, a la vez, a través de un sistema de tubos. Pasa primeramente por *A*, que está mantenido en agua continuamente renovada, la que le absorbe el calor que le produce la compresión. Penetra luego en el *MN* que está envuelto por otro tubo *B*. Abriendo el robinete *R* el gas se expande en el vaso *V*, que es el de recolección. El gas

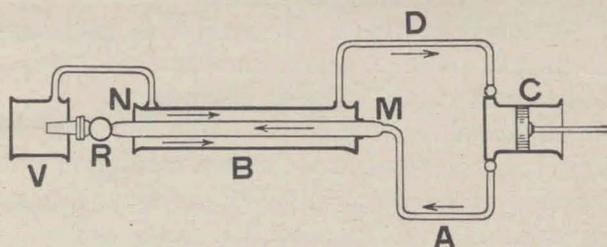


Fig. 274.

se enfría por la expansión y todo o parte de él, según el instante que se considere, sigue por *B*, enfriando así al tubo por donde viene el gas comprimido. Éste llega, pues, a *V* a la temperatura que tenía en *B*, que es la de las masas gaseosas antes expandidas, y al dilatarse, a su vez,

su temperatura disminuye, lo que ocasiona un nuevo enfriamiento de *B*. La temperatura decrece así continuamente, hasta que, por fin, se alcanza el estado térmico para el cual la tensión del vapor saturado del fluido es la reinante en *V*, en cuyo instante aparece en estado líquido. Por este procedimiento, que permite alcanzar temperaturas de  $-200^{\circ}\text{C}$ , se obtienen fácilmente grandes cantidades de aire líquido.

#### 6. Algunas experiencias de curso con aire líquido. —

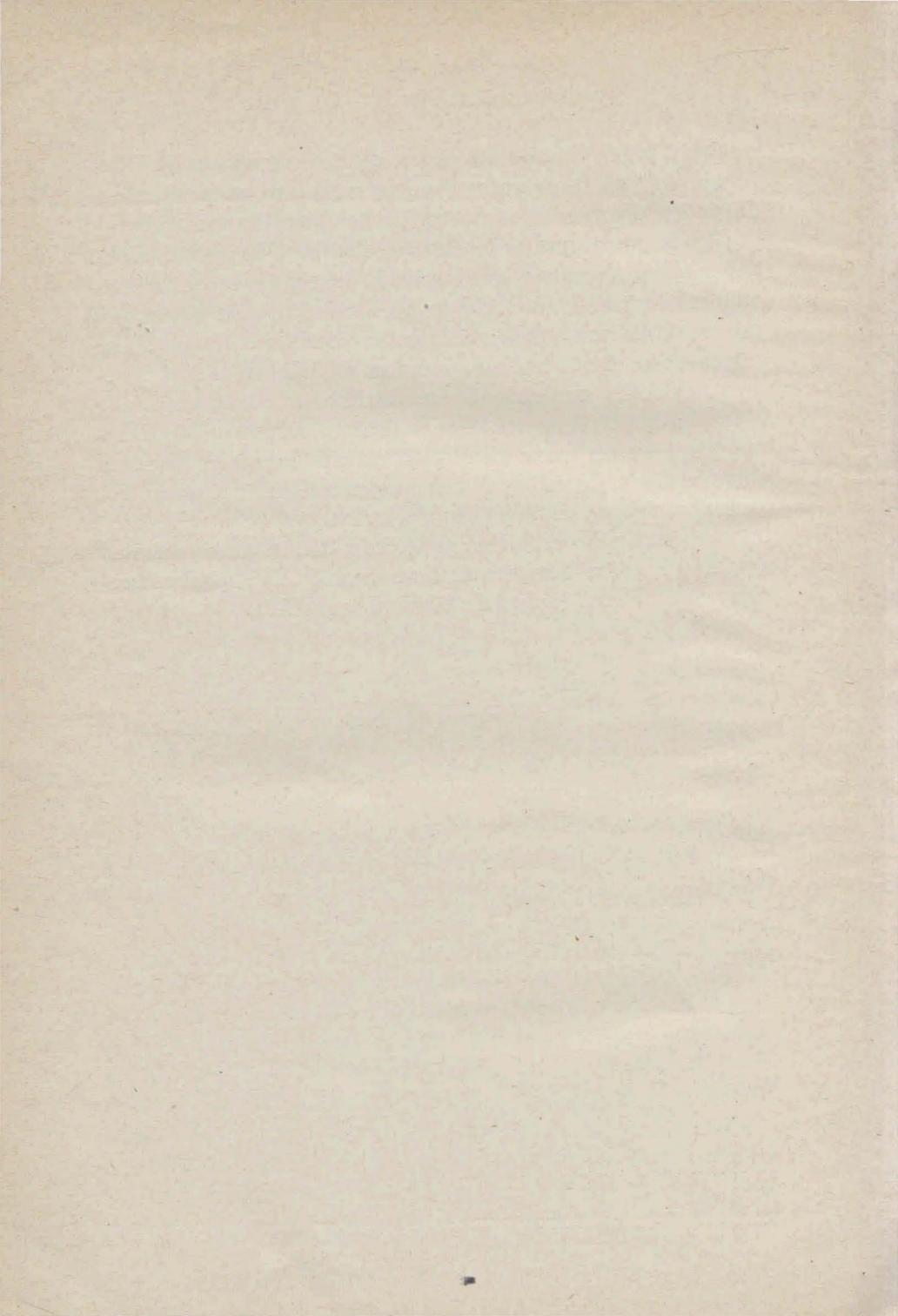
El aire líquido hierve bajo la presión atmosférica a  $-198^{\circ}\text{C}$ , temperatura a la cual cuerpos tales como carne, goma, etc., adquieren una rigidez vítrea. Golpeados con un martillo sobre un yunque se pulverizan. Una espiral de plomo enfriada en su seno soporta pesos muy superiores a los que es capaz de sostener, sin deformarse, a la temperatura ambiente. Con mercurio contenido en un tubo de ensayo, en el que se mantiene el extremo de una varilla de madera, se obtiene, por enfriamiento en aire líquido, un martillo apto para clavar en maderas blandas.

Aire líquido contenido en un recipiente metálico situado sobre un pan de hielo hierve intensamente; se ven salir por las aberturas densos chorros de vapor.

Vertiéndolo sobre la superficie libre de una masa de agua, se observa, transcurridos algunos minutos, que algunas porciones descienden en el interior de éstas, retornando en seguida a la superficie. El fluido que toma parte en tal movimiento es, en su mayor parte, oxígeno. De acuerdo con los datos de más arriba, prescindiendo de los gases raros, primeramente se vaporiza el hidrógeno y luego el nitrógeno, cuyas densidades son, por otra parte, menores que las del agua; lo que al último resta es oxígeno, cuya masa específica es superior a la de aquel fluido, por lo que desciende en su seno. Las masas de oxígeno líquido vuelven hacia arriba porque se vapo-

rizan en parte. Está claro, pues, que en virtud de las diferencias de las temperaturas de ebullición, es posible separar los diversos gases, a partir del aire líquido.

Puede mostrarse, además, la disminución de la resistencia eléctrica o, por mejor decir, el aumento de la conductibilidad de los metales con el disminuir de la temperatura. Una lamparilla eléctrica, cuyo filamento no se enrojece bajo cierta tensión, a causa de haberle sido conectada, en serie, una resistencia, de hilo de constantan, por ejemplo, brilla si se sumerge a ésta en aire líquido. Kamerlingh Onnes ha realizado, en épocas recientes, diversas experiencias e investigaciones que a este fenómeno se refieren, mediante el helio líquido, cuya temperatura absoluta de ebullición es, como se vió, de 4°3. Algunos metales adquieren a esa temperatura un estado de supraconducción para el cual la ley de Ohm no es válida.



## CAPÍTULO XVII

### DIFUSIÓN. ÓSMOSIS. PRESIÓN OSMÓTICA

#### A. — DIFUSIÓN

**1. Difusión entre gases.** — La experiencia enseña que si los recipientes en que se encuentran gases diferentes, que están a la misma presión y temperatura, se ponen en comunicación entre sí, éstos se mezclan por completo, homogéneamente, transcurrido cierto tiempo. Es decir, que cada uno de los gases ocupa todo el espacio limitado por el conjunto de los recintos. A este fenómeno se le denomina *difusión*.

Ese hecho fué comprobado, entre otros, por Berthelot, llenando dos balones (fig. 275), uno con hidrógeno y otro con ácido carbónico y poniéndolos en comunicación entre sí en tal posición que el que contenía el gas más liviano quedase a mayor altura que el otro y situándolos en un recinto a estado térmico invariable (en los sótanos del Observatorio de París), con cuyas precauciones quedaban eliminadas la acción de la gravedad y la de diferencias de temperatura. El análisis químico reveló la homogeneidad de la mezcla.

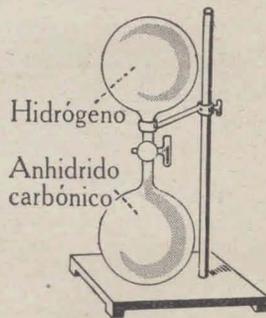


Fig. 275.

La velocidad con que dos gases se difunden entre sí es proporcional a una constante que es propia de ellos y a la diferencia de sus pesos específicos.

**2. Pasaje de gases a través de cuerpos porosos.** — Nos referimos aquí a gases mantenidos a una presión mayor que la reinante del otro lado del cuerpo poroso.

Si los poros son pequeños en relación al grosor del cuerpo, sin serlo excesivamente, constituyen pequeños canales a través de los cuales el gas se mueve como en un tubo capilar.

En los dos casos considerados el fluido no varía de composición si está constituido por la mezcla de varios gases; es decir, se mueve como si fuera uno solo, de modo que no se trata de un proceso de difusión.

Si los poros son sumamente finos, como sucede, por ejemplo, en la espuma de mar y en grafito en polvo comprimido, el volumen que pasa a través es, según los estudios de Graham, proporcional a la raíz cuadrada del peso molecular. Si se trata de una mezcla de gases cada uno de ellos actúa como si estuviese solo, de suerte que la composición de aquella se altera. El proceso de la separación de gases de esta manera se denomina *atmólisis*.

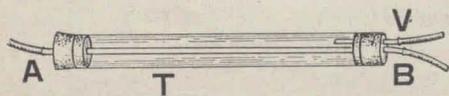


Fig. 276.

Graham ha construido con ese fin el dispositivo representado en la figura 276. El conducto *AB*, que está

contenido dentro de un tubo *T*, es de espuma de mar; por él se hace pasar la mezcla de gases. Aspirando por *V* se recoge el gas que pasa a través del cuerpo poroso.

**3. Difusión en los líquidos.** — Si se ponen en contacto dos líquidos capaces de mezclarse en cualquier proporción, agua y alcohol, por ejemplo, cada uno de ellos se difunde

lentamente en el seno del otro, formándose así, transcurrido cierto tiempo, una mezcla homogénea. Lo mismo acaece entre un líquido y un sólido que en él se disuelve; las moléculas de este último se desplazan en el seno del solvente, poco a poco, hasta que su concentración tiene el mismo valor en todos los puntos de la masa flúida.

Ese fenómeno puede observarse vertiendo agua pura sobre una solución concentrada de sulfato de cobre, con tal cuidado que la superficie de separación de ambos flúidos quede bien definida. Aun cuando se deje, luego, al sistema así formado en la mayor quietud y la temperatura sea la misma en todas partes, con lo que se eliminan las corrientes de convexión, se ve que el color azul de la solución invade lentamente la masa incolora del agua pura. Después de varios días el color de la masa flúida es uniforme, lo que revela que la concentración del sulfato es igual en todas partes.

La velocidad de la difusión obedece a una ley análoga que la mencionada, en términos muy generales, a propósito de la difusión de gases.

## B. — Ó S M O S I S

**4. Mezcla física. Soluciones. Concentración.** — Bajo el nombre de *mezcla física se comprende a todo complejo formado por dos o más substancias que sea física y químicamente homogéneo en todas sus partes.*

Exceptuando a los complejos de esa naturaleza formados por gases, en todos los demás casos se habla de *solución*: solución de un gas en un líquido; solución de un líquido en otro; solución de un sólido en un líquido; solución de un sólido en otro. Los complejos sólidos se denominan *aleaciones*, y cuando interviene el mercurio, *amalgama*.

Nos limitaremos, en lo sucesivo, a mezclas formadas por dos substancias solamente.

Aun cuando, en realidad, cada una de las substancias se halla disuelta en la otra, se habla de *solvente* y de *substancia disuelta*.

Solamente los gases se mezclan en cualquier proporción. Los líquidos entre sí y los sólidos y éstos con aquéllos se disuelven, por lo común, en proporciones limitadas, que dependen, aparte de la naturaleza de las substancias, de la presión y de la temperatura; de ésta sobre todo. Conocido es, p. ej., el fenómeno de *saturación* que se observa al disolver un sólido en un líquido.

En los líquidos y en los sólidos el volumen de la mezcla no es, en general, igual a la suma de los volúmenes de los componentes. Se produce, por lo común, una contracción o una dilatación. Las mezclas de alcohol y agua, para citar un caso, se contraen mucho.

Se llama *concentración al número de gramos de la substancia disuelta que contiene cada centímetro cúbico de la solución*. Por ej., si se han disuelto 10 gramos de azúcar en agua destilada y el volumen de la solución es de 100 cms.<sup>3</sup>, la concentración es de 0,1 gramo por centímetro cúbico.

**5. Difusión a través de membranas: ósmosis.** — Los líquidos y las substancias disueltas se difunden también a través de membranas de origen orgánico, animal o vegetal, y de otras formadas por precipitación de coloides o por compuestos químicos.

La primera experiencia relativa a esa suerte de fenómenos, que se denominan de ósmosis, fué la realizada por el abate Nollet en el año 1748. Si se coloca una vejiga conteniendo alcohol en el seno de una masa de agua pura, comienzan a difundirse ambos líquidos a través de sus pa-

redes; el agua penetra en su interior, mientras que el alcohol sale al exterior invadiendo el agua.

Por otra parte, la vejiga se infla, lo que demuestra que en el mismo tiempo el volumen de agua que penetra a su interior es mayor que el volumen de alcohol que sale de ella, o, en otros términos, la velocidad de difusión del agua a través de la membrana es mayor que la del alcohol.

El proceso se continúa hasta que la mezcla tiene la misma composición en ambas regiones.

Los fenómenos de ósmosis pueden observarse en forma cómoda mediante el endosmómetro de Dutrochet (fig. 277), que está constituido por un pequeño recipiente *R*, cerrado por su base mediante una membrana *M* de pergamino o de vejiga de cerdo y a través de cuya abertura superior, estrecha, pasa ajustado herméticamente por un tapón, un tubo de sección interior pequeña. Si se llena de una solución, de sulfato de cobre, p. ej., y se le introduce en el seno de una masa de agua contenida en otro recipiente, se observa que el nivel del líquido asciende lenta y continuamente en el tubo del endosmómetro hasta alcanzar una altura máxima y que el agua exterior se colorea de azul.

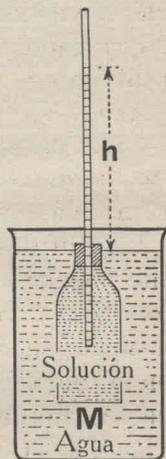


Fig. 277.

Estos hechos evidencian que tanto las moléculas del sulfato como las del agua se difunden a través de la membrana; con mayor rapidez las de la última substancia.

En general, el tejido de pergamino o de vejiga es permeable para líquidos y sales. Existen, en cambio, membranas a través de las cuales pueden difundirse las moléculas de líquidos pero no las de muchas sales; esas membranas se denominan *semipermeables*. Así, por ejemplo, una membrana de ferrocianuro de cobre — que se obtiene poniendo en contacto una solución de sulfato de cobre con

otra de ferrocianuro de potasio — permite el pasaje del agua pero es impermeable al sulfato de cobre, al azúcar, etc.

Graham, fundándose en sus experiencias de difusión a través de pergamino y de vejiga de cerdo, dividió las sustancias en dos clases: *cristaloides y coloides*. Lo característico de los coloides sería la pequeñísima velocidad de difusión a través de tales membranas; los cristaloides, en cambio, gozan de la propiedad de difundirse con mucha mayor rapidez. Pertenecen a la primera clase: los ácidos minerales y las sales; y a los segundos, las gomas, la albúmina, el vidrio y muchísimos tejidos orgánicos.

**6. La presión osmótica.** — Así como un gas llena todo el espacio que se le brinda, una sustancia disuelta se extiende en todo el espacio ocupado por el flúido que la disuelve.

La difusión sería incomprensible sin la existencia de una presión de la sustancia disuelta. Esa presión, por otra parte, *no puede revelarse sino dentro mismo* de la masa flúida, y para que se manifieste, será menester, por lo tanto, la existencia de una pared en su propio seno que sea permeable al solvente, pero impermeable a la materia disuelta, es decir, de una membrana semipermeable. Esa presión, que se denomina *osmótica*, puede hacerse ostensible por un experimento muy sencillo debido a Tammán. Si se sumerge un pequeño cristal de sulfato de cobre mojado en agua en una solución de ferrocianuro de potasio se forma en su superficie una membrana de ferrocianuro de cobre, que es, como ya se dijo, semipermeable; la presión osmótica de las moléculas de sulfato de cobre disueltas en su interior la tiende al mismo tiempo que penetra agua; la membrana, no pudiendo resistirla, se rompe, pero como en lugar de la ruptura se forma una nueva membrana que se suelda a la existente, el proceso ofrece la apariencia de un aumento continuo del volumen del saco primitivo. El fenómeno puede observarse por proyección.

El desnivel  $h$  que se observa en el endosmómetro de Dutrochet, entre la solución y el solvente exterior, no es sino la medida de la presión osmótica.

En las soluciones diluídas la presión osmótica está dada por la siguiente ley debida a J. H. van T. Hoff. *La presión osmótica de una solución diluída tiene el mismo valor que la presión que ejercería la substancia disuelta si, a la temperatura de la experiencia, fuese gaseosa y ocupase un volumen igual al de la solución.*



## CAPÍTULO XVIII

### LA MÁQUINA A VAPOR

**1. Funcionamiento.** — Hablaremos muy someramente de la máquina a vapor, en armonía con la naturaleza de este curso. Nos limitaremos a la explicación suscita de su funcionamiento. La máquina a vapor es un dispositivo de funcionamiento *cíclico* que convierte calor en trabajo mecánico. Es *cíclico* porque las piezas, el agua que se emplea en ella y el vapor del mismo fluido retoman periódicamente las mismas posiciones y estado.

La experiencia enseña que para convertir mediante un dispositivo de funcionamiento periódico calor en trabajo, son necesarias dos fuentes de calor, una a mayor temperatura que la otra. En la máquina a vapor la fuente a alta temperatura es la masa de agua de la caldera y la otra el condensador. De cierta cantidad  $Q_1$  de calor de la primera, una parte se convierte en trabajo y el resto  $Q_2 < Q_1$  es entregado a la segunda.

En la figura 278 se ha representado esquemáticamente una máquina semejante. Si la caldera está a la temperatura de  $200^\circ \text{C}$ , la tensión de su vapor será de 15,84 kilogramos por centímetro cuadrado y si el condensador está a  $50^\circ \text{C}$ , la tensión de su vapor será de 0,125 Kgs. por centímetro cuadrado, presión que podemos despreciar frente a la otra, pues, es menos que la centésima parte de la misma.

Si se abre la llave 1 el vapor de la caldera se precipita a través del tubo  $T$  sobre el cilindro del lado izquierdo y desplaza el émbolo de izquierda a derecha. Por razones que veremos en seguida, la llave 3 debe, también, estar abierta. Mientras la llave 1 permanece abierta el vapor conserva

la temperatura de la caldera y el trabajo que entrega al exterior es el equivalente de cierta cantidad de calor  $Q_2$  que recibe de la misma.

Si cuando llega el émbolo a su posición extrema de la derecha se cierran las llaves 1 y 3 y se abren las 2 y 4,

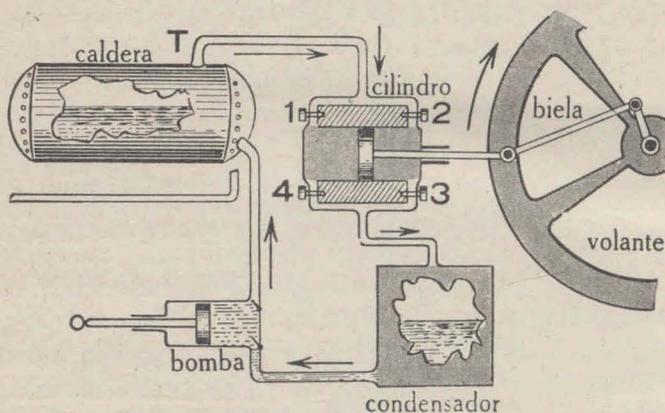


Fig. 278.

la caldera se comunicará con el otro lado del cilindro y el émbolo se moverá de derecha a izquierda. Durante este proceso sucede lo mismo que en el desplazamiento anterior. Calor de la caldera es convertido en trabajo.

Tanto cuando el pistón se mueve de derecha a izquierda como cuando lo hace en sentido opuesto, el vapor que está del lado opuesto de la caldera se condensa en el condensador. Éste recibe cierta cantidad de calor menor que  $Q_2$ .

Mediante una bomba que acciona el mismo mecanismo, el agua del condensador se hace volver a la caldera. Esto es más económico que reponer el líquido que pierde la caldera echándole agua fría.

El movimiento de vaivén del émbolo se transforma en uno de rotación mediante una biela.

# INDICE

Página

Prólogo .....	I
<b>CAPÍTULO I. — ALGUNOS CONCEPTOS GENERALES.</b> — Propiedades generales de los cuerpos. — I. Extensión. — II. Impenetrabilidad. — III. Inercia. — La materia. — Fenómenos. — Observación y experimentación. — Leyes. Principios. — Hipótesis. Teorías. — Constitución de la materia.	1
<b>CAPÍTULO II. — MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES. EL METRO. UNIDADES DE SUPERFICIE Y DE VOLUMEN.</b> — Magnitudes escalares y vectoriales. — El metro. Unidades de superficie y de volumen. — El Vernier. — Medidas de volumen .....	9
<b>CAPÍTULO III. — ESTÁTICA.</b> — A. Las fuerzas. Representación gráfica. Peso. Peso específico. Unidades. — La fuerza. — Representación gráfica de una fuerza. — Peso. — Peso específico. — B. Composición y descomposición de fuerzas. — Fuerzas iguales y opuestas aplicadas a un mismo punto. — La regla del paralelogramo. — El polígono de las fuerzas. — Descomposición de fuerzas. — Fuerzas aplicadas en diferentes puntos de un mismo cuerpo. — I. Fuerzas iguales y opuestas. — II. Fuerzas concurrentes. — III. Fuerzas paralelas del mismo sentido. — IV. Comprobación experimental de la regla de composición de fuerzas paralelas del mismo sentido. — V. Resultante de fuerzas paralelas de sentidos opuestos. — C. El centro de gravedad. Equilibrio de cuerpos suspendidos. — Centro de gravedad. — Equilibrio de un cuerpo suspendido. Equilibrio estable, inestable e indiferente. — Determinación experimental del centro de gravedad. — El equilibrio de un cuerpo apoyado. — D. El momento de las fuerzas. Equilibrio de la palanca. — Momento de una fuerza. Ley de equilibrio de la palanca. — El equilibrio del cuerpo suspendido. — La balanza. — I. Descripción. — II. Exactitud y sensibilidad. — E. El equilibrio en algunas otras máquinas simples. Noción de cupla. Principio de la igualdad de la acción y de la reacción. — Equilibrio de la polea fija. — Equilibrio de la correa móvil. Trocla. Aparejo. — Equilibrio del torno. — Equilibrio en el plano inclinado. — F. Par de fuerzas o cupla. Principio de la igualdad de la acción y de la reacción. — Par de fuerzas. — Principio de la igualdad de la acción y de la reacción. — Problemas ....	19
<b>CAPÍTULO IV. — LOS PRINCIPIOS DE NEWTON O PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA.</b> — A. Movimiento. Movimiento variado. — Movimiento de un cuerpo. Traslación. Rotación. — Medida del tiempo. — El movimiento uniforme. — I. Definiciones. Leyes. — II. Ejercicios. — Representación gráfica de la ley del movimiento uniforme. — Movimiento variado. Movimiento uniformemente variado. — I. Definición. — II. La velocidad del movimiento uniformemente acelerado. — III. La velocidad del movimiento uniformemente retardado. — IV. El espacio recorrido en el movimiento uniformemente acelerado. — V. Un ejercicio ilustrativo. — VI. El espacio en el movimiento uniformemente retardado. — Representación gráfica del movimiento uniformemente variado. — B. Caída de los cuerpos en el vacío. — Todos los cuerpos caen en el vacío con la misma aceleración. — Las comprobaciones experimentales. — Cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba. — Ejercicios. — Problemas. — C. Principio de inercia. Principio de superposición. Composición de movimiento. Principio de masa. Principio de la igualdad de la acción y de la reacción. — Principio de inercia. — El principio de superposición de los movimientos. — I. Enunciado. Experimentos. — II. La regla del paralelogramo de las velocidades. — III. Principio de independencia de las fuerzas. — Aplicaciones del principio de superposición. — I. Cuerpo lanzado hacia abajo o hacia arriba. — II. Cuerpo arrojado oblicuamente. — III. Movimiento compuesto sobre un plano inclinado. — El principio de masa o segundo principio de Newton. — Experimentos y hechos de observación. — Consecuencias del 2.º principio de Newton. — La máquina de Atwood. — I. Comprobación del principio de inercia. — Comprobación del principio	

de masa. — III. La aceleración en la máquina de Atwood. — El principio de la igualdad de la acción y de la reacción o tercer principio de la mecánica. — Ejercicios. — Problemas. — D. Sistema cegesimal (C. G. S.) de unidades. — El sistema práctico. — El sistema C. G. S. (centímetro, gramo, segundo). — Ejercicio .....	61
<b>CAPÍTULO V. — LA ENERGÍA.</b> — El trabajo mecánico. — I. Definición. — II. Unidades de trabajo. — La conservación del trabajo. — Potencia. — I. Definición. II. Unidades. — Kilowatt-hora. — La energía. — La energía cinética. — La energía potencial. — Otras formas de la energía. El principio de conservación. — Problemas .....	103
<b>CAPÍTULO VI. — EL PÉNDULO. EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. LA FUERZA CENTRÍFUGA.</b> — A. El péndulo. — Definición. Juego de la energía. — Leyes del péndulo. — I. Ley del isocronismo. — II. Ley de las masas. — Ley de las longitudes. — Fórmula del péndulo. — Aplicación del péndulo a los relojes. — Comprobación del movimiento de rotación de la Tierra mediante el péndulo. — B. El movimiento circular uniforme. — Definición. Velocidad. Velocidad lineal y angular. — Un experimento. La aceleración. La fuerza centrífuga. — Experimentos. — Aplicaciones. — I. El regulador de Watt. — II. Separación de substancias de diferente densidad en mezclas líquidas .....	115
<b>CAPÍTULO VII. — EL MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS. LA LEY DE GRAVITACIÓN DE NEWTON.</b> — Reseña histórica. — Las leyes de Kepler. — Primera ley. — Segunda ley. — Tercera ley. — La ley de gravitación de Newton. — Las determinaciones de $K$ .....	129
<b>CAPÍTULO VIII. — HIDROSTÁTICA.</b> — A. La presión. El teorema general de la hidrostática. — Concepto de fluido. — Presión. — Principio de Pascal. — Prensa hidráulica. — Diferencia en el comportamiento entre líquidos y sólidos. — Presión en el seno de un líquido. — La diferencia de presión entre dos puntos de una masa fluida o teorema general de la hidrostática. — La presión en un punto de un fluido no depende de la dirección. — Presión en el fondo de un recipiente con líquido. — La presión en las paredes. — La presión de abajo hacia arriba. — Vasos comunicantes. — Manantiales de agua. — B. Empuje hacia arriba en un cuerpo totalmente sumergido en un fluido. — El principio de Arquímedes. — Aplicación del principio de Arquímedes a la determinación de pesos específicos. — Peso específico y densidad. — I. Sólidos. — II. Líquidos. — La flotación. — Ejercicios. — Problemas. — C. Nociones sobre tensión superficial y capilaridad. — Hechos. Experimentos. — Definición de la tensión superficial. — La tensión superficial tiene el mismo valor en todas las direcciones. — El petróleo y el aceite, etc., se extienden sobre el agua a causa de la tensión superficial. — Capilaridad .....	135
<b>CAPÍTULO IX. — PRESIÓN ATMOSFÉRICA. COMPRESIBILIDAD DE LOS GASES. BOMBAS.</b> — A. Presión atmosférica. — Los gases son pesados. Peso específico del aire. — El principio de Arquímedes en los gases. — La atmósfera. Composición del aire atmosférico. — La presión atmosférica. — Algunos experimentos ilustrativos. — I. Rompe vejigas. Corta manzanas. — II. Los hemisferios de Magdebourg. — III. Otro experimento. — El barómetro cubeta. — El barómetro de Fortín. — Barómetros metálicos. — B. Compresibilidad de los gases. — Un experimento. — La ley de Boyle-Mariotte. — Comprobaciones experimentales de la ley de Boyle-Mariotte. — Manómetros de aire libre y aire comprimido. — Manómetros metálicos. — Bombas hidráulicas. — I. La presión atmosférica medida con mercurio y con agua. — II. Bomba aspirante. — III. Bomba aspirante impelente. — IV. Bombas rotativa y centrífuga. — El sifón. — Vaso de Tántalo. Aplicaciones. — C. Bombas neumáticas. — Generalidades. Máquina de vacío y compresión a un solo émbolo. Espacio nocivo. Límite de enrarecimiento. — Bomba rotativa de Gaede. — Bomba a condensación de Langmuir .....	165

**CAPÍTULO X. — CALOR. TERMOMETRÍA.** — Consideraciones generales. — Variación del volumen de los cuerpos por la acción del calor. — Concepto de temperatura. — Termómetro de mercurio. — Las tres escalas. — I. Escala Celsius o centígrada. — II. Escala Fahrenheit. — III. Escala Reamur. — IV. Reducción de lecturas de una escala o las dos restantes. — Empleo de otras substancias termométricas. — Termómetro de máxima y mínima. — Termómetro clínico ..... 193

**CAPÍTULO XI. — DILATACIÓN DE LOS CUERPOS.** — A. Dilatación de los sólidos. — La dilatación lineal. Coeficiente de dilatación. — Determinación experimental del coeficiente de dilatación. — Valores del coeficiente de dilatación. — Dilatación cúbica. — Aplicaciones de la dilatación. — B. Dilatación de los líquidos. — Dilatación aparente y absoluta. Caso del agua. — C. Dilatación de los gases. — Dilatación a presión constante y a volumen constante. — Las leyes de Gay Lussac. — I. Formulación general. — II. Primera ley. — III. Segunda ley. — IV. El valor de los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$ . — Gas perfecto o ideal. — Cero absoluto. Temperatura absoluta. — Ejercicios ..... 205

**CAPÍTULO XII. — CALORIMETRÍA.** — Cantidad de calor. I. Hechos e ideas generales. — II. Calor específico. — III. Valores numéricos del calor específico. — Expresión de la cantidad de calor  $Q$  que absorbe o cede un cuerpo de masa  $m$  si se calienta o enfría en  $t$  grados. — El calorímetro de las mezclas. — Calor específico de los gases ..... 219

**CAPÍTULO XIII. — EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.** — Transformación del trabajo en calor y viceversa. Equivalente mecánico del calor. — Medida del equivalente mecánico por el método de Joule. — Otras determinaciones. — El valor del equivalente mecánico. — Conservación de la energía ..... 229

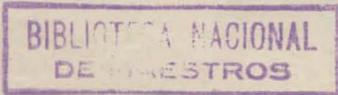
**CAPÍTULO XIV. — CONDUCCIÓN DEL CALOR.** — Propagación por conducción, convección y radiación. — Propagación por conducción. — I. En los sólidos. — II. En los líquidos. — III. En los gases. — Fenómenos de convección sobre la superficie de la Tierra. — I. Brisa marina y terrestre. — II. Vientos alisios. — La radiación ..... 235

**CAPÍTULO XV. — CAMBIOS DEL ESTADO DE AGREGACIÓN DE SUBSTANCIAS PURAS.** — A. Fusión. — Generalidades. — Leyes de la fusión. — Cambios de volumen durante la fusión. — Sobrefusión. — Calor de fusión. — Medida del calor de fusión del hielo. — Dependencia de la temperatura de fusión por la presión. — B. Vaporización. — Los hechos fundamentales. — Vapor saturado y sobre calentado. — Tensión del vapor saturado. La tensión del vapor de agua. — Representación gráfica de la tensión del vapor de agua saturada. — Destilación. — Tensión en los vapores recalentados. — Ebullición. — Calor de vaporización. — Determinación del calor de vaporización de un líquido. — Estado higrométrico. Higrometro de Daniell. — C. Volatilización. — Los hechos ... 241

**CAPÍTULO XVI. — CONTINUIDAD DE LOS ESTADOS LÍQUIDO Y GASEOSO. FENÓMENOS CRÍTICOS. LIQUEFACCIÓN DE GASES.** — Generalidades. Los experimentos de Andrews. La temperatura crítica. — Continuidad de los estados líquido y gaseoso. Los fenómenos críticos. — Liquefacción de los gases. Producción de nieve carbónica. — La máquina de Linde. — Algunas experiencias de curso con aire líquido ..... 263

**CAPÍTULO XVII. — DIFUSIÓN. ÓSMOSIS. PRESIÓN OSMÓTICA.** — A. Difusión. — Difusión entre gases. — Pasaje de gases a través de cuerpos porosos. — Difusión en los líquidos. — B. Ósmosis. — Mezcla física. Soluciones. Concentración. — Difusión a través de membranas: ósmosis. — La presión osmótica ..... 275

**CAPÍTULO XVIII. — LA MÁQUINA A VAPOR.** — Funcionamiento ..... 283



BIBLIOTECA NACIONAL  
DE MAESTROS

INV. 49964

24. IV. 86

Precio: \$ 4.65

