BIBLIOTECA DE LAS ESCUELAS

TEXTOS DE LA PRIMERA ENSEÑANZA

POR

SATURNINO CALLEJA.

ARITMÉTICA

LIT. MATEU, MADRID.

BIBLIOTECA DE LAS ESCUELAS

ARITMÉTICA

BIBLIOTECA

DE LAS

ESCUELAS

TEXTOS DE LAS ASIGNATURAS

DE LA

ENSEÑANZA PRIMARIA SUPERIOR

ARREGLADOS AL PROGRAMA OFICIAL DE INGRESO EN LAS NORMALES

Y ESCRITOS POR

SATURNINO CALLEJA

Tomo IV

ARITMÉTICA

EDICIÓN AUMENTADA Y REFORMADA

Obra de texto aprobada por la Autoridad eclesiástica.

MADRID
SATURNINO CALLEJA, EDITOR
Calle de Valencia, núm. 28.

Establecimiento tipográfico «Sucesores de Rivadeneyra».

PRÓLOGO.

La presente obra pertenece á la BIBLIOTECA DE LAS ESCUELAS, bajo cuyo título publicamos una serie de libros destinados al grado superior de la Enseñanza Primaria, y escritos con sujeción á un plan que promete fecundos resultados.

En el *Prólogo* del primer volumen de esta colección explicamos en los términos siguientes el plan ó método didáctico y literario de la BIBLIOTECA DE LAS ESCUELAS:

«Nos han sugerido ese nuevo plan: 1.°, la comparación que hemos hecho de los diversos métodos seguidos en sus libros por los autores más reputados de España y del Extranjero; 2.°, las opiniones que hemos consultado de distinguidos pedagogos y de profesores de larga y fructuosa experiencia; 3.°, la necesidad de estimular las facultades de análisis de los niños para que éstos no cultiven solamente su memoria y se acostumbren á desentrañar el sentido de lo que leen; 4.°, la conveniencia, debidamente apreciada por Brochard, Marión y Montesinos, de que los educandos, en todo cuanto leen y estudian, se habitúen á distinguir lo que es fundamental de lo que es accesorio, ó de otra manera, el contenido substancial de cada párrafo y lo que en éste sirve de mera aclaración ó de explicación amena.

»El plan á que sujetamos la Biblioteca de las Escuelas, que con el presente libro se inicia, consiste: 1.°, en dedicar un párrafo de cada capítulo para cada asunto con sujeción á programa ó cuestionario determinado y preciso, pero sin interrumpir la lectura con la intercalación de las preguntas en el texto; 2.°, en colocar al pie de cada página las preguntas correspondientes á los párrafos de la misma página; 3.°, en poner con letra cursiva ó bastardilla en cada párrafo un extracto del mismo, ó sea la respuesta sucinta de la respectiva pregunta, y 4.°, en hacer al final de cada capítulo un resumen abreviadísimo de su contenido substancial.

»De este modo, cada libro de los que corresponden á la serie del presente contiene en sí mismo tres de diferente extensión: uno abreviado, constituído por los resúmenes de todos los capítulos; otro más completo, formado por la parte que va de letra cursiva ó bastardilla en todos los párrafos; y otro más extenso, que es el libro en toda su integridad.

»Con lo precedente queda también dicho que el presente libro puede servir de útil lectura amena, y de libro para aprender de memoria todo lo que exige el programa oficial de primera enseñanza para el ingreso en las Escuelas Normales. Luego la presente obra es educativa é instructiva; carácter que procuramos dar á todos los libros de esta casa.»

Saturnino Calleja.

ARITMÉTICA.

INTRODUCCIÓN.

1. *Aritmética es la ciencia que trata de los números y de las operaciones que con ellos pueden hacerse* para averiguar las relaciones existentes entre la unidad y la cantidad. La Aritmética se llama también Algoritmia.

2. *Entendemos por número la expresión de la cantidad;* es decir, número es la palabra con que significamos la unidad ó la reunión de unidades de una misma especie que se halla contenida en la cantidad.

3. *Cantidad es las veces que la unidad de objetos ó de seres de una misma especie se halla repetida en un grupo;* la cantidad puede estar constituída á las veces por una sola unidad; á las veces por muchas uni-

---

1. ¿Qué es Aritmética?
2. ¿Qué es número?
3. ¿Qué es cantidad?

dades; es decir, por lo *uno* repetido varias veces; toda cantidad es susceptible de aumento y de disminución.

4. *Unidad es la cantidad entera más pequeña que podemos concebir de una cosa;* es la cantidad que tomamos para comparar con ella las demás de su especie; la unidad es lo uno, como la cantidad es lo cuánto.

Veo *una* manzana; veo también un plato en el que hay *una* manzana, y *una* manzana, y *una* manzana, y *una* manzana, y *una* manzana; es decir, varias veces una manzana, ó sea una *cantidad* de manzanas compuesta de varias veces la *unidad* manzana. ¿Cómo expresaré las veces que la cantidad contiene á la unidad? Con un número; es decir, con una palabra ó con un signo que en lo hablado y en lo escrito dé á entender al que oiga ó al que lea la cantidad de cosas iguales que se han representado en mi pensamiento, y digo: «Veo una manzana, y veo también un plato en el que hay *cinco* manzanas.» *Cinco* es el *número* de veces que la *unidad* manzana está repetida en la *cantidad* de manzanas que he visto en el plato.

· Este es un punto; es una cantidad formada con la sola unidad.

·· Aquí hay una cantidad de dos puntos, ó de dos unidades.

∴ Tres es el número de veces que la unidad punto está contenida en esa cantidad.

∷ Aquí hay una cantidad formada por la unidad repetida cuatro veces.

⁙ Cinco es el número de veces que la unidad punto está contenida en esa cantidad de puntos.

5. *Toda cantidad se puede contar y expresarse por números;* y como lo que se cuenta está sujeto á cuen-

---

4. ¿Qué es unidad?
5. ¿Cuál es la propiedad de toda cantidad?

tas, por eso se dice vulgarmente que la Aritmética enseña las cuentas: es decir, enseña á contar, á combinar y á relacionar las unidades en la cantidad, las cantidades entre sí, y la cantidad respecto de la unidad.

Hay cantidades que se miden; pero aun esas mismas unidades de medida forman cantidades que se cuentan y se expresan por números. Una circunferencia tiene grados que se pueden contar y expresar por números; son 360 grados: un ángulo recto es el espacio comprendido entre dos líneas perpendiculares que se tocan en un punto, y ese espacio se puede graduar y expresar por números; tiene 90 grados: la distancia desde un punto á otro, la longitud de una línea, la longitud y la latitud de un plano, todo eso puede medirse con arreglo á una unidad, y reducirse á cantidades que igualmente se pueden expresar por números; y así, decimos: desde Madrid á El Escorial hay cuarenta kilómetros; el área del piso de esta habitación en que escribo ahora es de cinco por cuatro metros, es decir, veinte metros; y su volumen es de cinco por cuatro por cinco y medio, es decir, ciento diez metros.

6. *El número, por su relación con la unidad, puede ser entero, quebrado, mixto, abstracto, concreto, homogéneo, heterogéneo, simple ó dígito, compuesto ó polidígito, complejo é incomplejo.*

Número entero es el que representa unidades completas: como uno, dos, cuatro, veinte; seis melones, ocho naranjas, treinta kilómetros.

Número quebrado es el que expresa una parte ó varias partes de la unidad; como un tercio, tres quintas partes, media peseta, tres cuartas partes de naranja.

Número mixto es el que se compone de un número

---

6. ¿Qué clasificaciones se hacen del número?

entero y de un quebrado; como tres melones y medio, cinco pesetas y veinte céntimos, ó cinco pesetas y veinte centésimas partes de una peseta.

Número abstracto es el que expresa unidades que no se refieren á especie alguna; como dos, tres, seis.

Número concreto es el que expresa unidades que se refieren á especie determinada; como dos hombres, tres pesetas, seis casas.

Números homogéneos son dos ó más números iguales ó diferentes, que se refieren á unidades de la misma especie; como dos hombres, tres hombres, seis hombres.

Números heterogéneos son los números iguales ó diferentes que expresan unidades de diversa especie; como dos hombres, tres casas, seis árboles.

Número simple ó dígito es el que expresa cantidades que se pueden contar con los dedos; y son uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve. Aunque son diez los dedos de las dos manos, el número diez no se considera dígito.

Números compuestos ó polidígitos son todos los números desde diez en adelante.

Números complejos son los números concretos que se refieren á varias subdivisiones de la misma unidad de medida ó peso; como dos kilómetros, tres hectómetros y cuatro metros, que equivalen á dos mil trescientos cuatro metros.

Números incomplejos son los números concretos referentes á una misma unidad de medida ó peso, y expresados sin subdivisiones, como trescientos veinte céntimos de peseta.

7. *El modo de expresar de palabra, y de representar en la escritura todos los números que podamos concebir, se llama numeración.* La numeración constituye un arte, porque arte es el conjunto de reglas

---

7. ¿Qué entendemos por numeración?

para hacer bien una cosa, y la numeración está sujeta á reglas.

8. *La numeración puede ser hablada ó escrita.* La numeración hablada es el conjunto de palabras de que nos valemos para expresar las cantidades. La numeración escrita es el conjunto de signos que, combinados entre sí, nos sirven para representar en la escritura de un modo breve y sencillo todas las cantidades que imaginemos y todas las combinaciones que con ellas queramos hacer.

9. *Las combinaciones que podemos hacer con las cantidades se llaman operaciones aritméticas;* también se llaman Algoritmia.

10. *Las operaciones que se hacen con los números*, y, por tanto, con las cantidades que aquéllos expresan, *son cuatro principales*, *llamadas suma* ó adición; *resta* ó substracción; *multiplicación y división; y dos secundarias*, *que son: potenciación y radicación.*

Resumen de la Introducción.

Aritmética es la ciencia de los números.

Número es la expresión de la cantidad, y cantidad es una unidad ó varias unidades de una misma especie formando un grupo.

El número admite varias divisiones con relación á la unidad: puede ser entero, quebrado, mixto, etc.

La manera de expresar todos los números y también de representarlos por escrito, se llama numeración hablada y numeración escrita.

Y las combinaciones que se hacen con los números se lla-

---

8. ¿De cuántos modos es la numeración?
9. ¿Cómo se llaman las combinaciones con los números?
10. ¿Cuántas son y cómo se llaman las operaciones que se hacen con los números?

man operaciones; éstas son seis: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

El arte de hacer las operaciones con los números se llama Algoritmia.

CAPÍTULO PRIMERO.

NUMERACIÓN.

1. *Se da el nombre de Nomenclatura aritmética al conjunto de palabras que sirven para expresar todas las cantidades imaginables.* La Nomenclatura aritmética es, pues, lo mismo que Numeración hablada.

2. *La nomenclatura aritmética es la siguiente:* A un objeto cualquiera se llama *uno* ó unidad; á la reunión de uno y uno, *dos;* á la reunión de dos y uno, *tres;* á la de tres y uno, *cuatro;* cuatro y uno son *cinco;* cinco y uno son *seis;* seis y uno son *siete;* siete y uno son *ocho;* ocho y uno son *nueve;* nueve y uno son *diez.*

Al número diez se considera unidad de segundo orden con el nombre de *decena;* una decena y uno, valen *once;* una decena y dos, valen *doce;* una decena y tres, valen *trece;* una decena y cuatro, valen *catorce;* una decena y cinco, valen *quince;* una decena y seis, ó siete, ú ocho, ó nueve, valen *diez y seis, diez y siete, diez y ocho, diez y nueve;* dos decenas equivalen á *veinte;* á esa palabra se añaden uno, dos, tres, etc., para formar los números *veintiuno, veintidós, veintitrés,* etc.; tres decenas son *treinta;* cuatro *cuarenta;* cinco *cincuenta;* seis *sesenta;* siete *setenta;* ocho *ochenta;* nueve *noventa.*

---

1. ¿Qué entendemos por Nomenclatura aritmética?
2. ¿Cuáles son las palabras que forman la Nomenclatura aritmética ó Numeración hablada?

Diez decenas constituyen una unidad de tercer orden, llamada *centena* ó *ciento;* á esta última palabra se agregan todas las anteriores, según los casos, para expresar los números *ciento uno*, *ciento dos*, etc.; dos centenas equivalen á *doscientos;* tres á *trescientos*, y así sucesivamente, *cuatrocientos*, *quinientos*, *seiscientos*, *setecientos*, *ochocientos*, *novecientos*.

Diez centenas valen una unidad de cuarto orden ó unidad de millar, que se lee *mil;* á esta última palabra se añaden, según los casos, todas las anteriores para formar los números *mil uno*, *mil dos*, *mil tres*, *mil ciento*, etc.; el orden de millar se cuenta por unidades, decenas y centenas de millar, desde mil uno hasta novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve.

Mil veces mil equivalen á un *millón;* en el grupo del millón se cuentan unidades de millón, decenas de millón, centenas de millón, unidades de millar de millón, decenas de millar de millón, centenas de millar de millón; y con esa combinación de palabras se expresan las cantidades comprendidas desde un millón una unidades, hasta novecientos noventa y nueve mil millones, novecientos noventa y nueve mil novecientas noventa y nueve unidades.

Un millón de millones equivale á un *billón*.

Un millón de billones equivale á un *trillón*.

Un millón de trillones equivale á un *cuatrillón*.

Y de esta manera se continúa para expresar los números sucesivos.

3. *Se llama Sistema de numeración décupla el ordenado mecanismo de la numeración que empleamos, y en cuya virtud cada diez unidades de un orden inferior constituyen una unidad del orden superior;* de tal modo, que diez unidades simples forman una decena; diez decenas forman una centena; diez centenas

---

3. ¿Qué entendemos por Sistema de numeración décupla?

forman una unidad de millar; diez unidades de millar forman una decena de millar; diez decenas de millar forman una centena de millar; diez centenas de millar forman un millón; y así sucesivamente.

4. *Para representar en la escritura todas las cantidades* de la numeración hablada *nos valemos de diez* signos, *cifras* ó guarismos, cuya ordenada y metódica colocación constituye la Numeración escrita.

5. *Las diez cifras* ó guarismos *de la numeración escrita* y sus valores y nombres respectivos *son* los siguientes:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
cero	uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve

Estas cifras se llaman arábigas porque su invención se atribuye á los árabes. A todas, menos al cero, se da el calificativo de cifras *significativas*.

6. *Para escribir las cantidades conviene tener en cuenta que cada cifra tiene dos valores: uno absoluto y otro relativo;* el valor absoluto es el que tiene toda cifra cuando se halla sola ó cuando ocupa entre otras el primer lugar de la derecha; entonces 1 vale uno, 2 vale dos; 3 vale tres, y así sucesivamente. El valor relativo es el que tiene toda cifra según el lugar que ocupa con relación á las otras, consideradas de derecha á izquierda; las unidades de cada cifra valen diez veces más que la inmediata de la derecha y diez veces menos que la inmediata de la izquierda del lector.

7. *El primer lugar de la derecha es el de las uni-*

---

4. ¿Cómo se representan en la escritura todas las cantidades?
5. ¿Cuáles son las diez cifras de la numeración escrita?
6. ¿Cuántos valores tienen las cifras de la numeración escrita?
7. ¿Qué lugar ocupan en la escritura las unidades, las decenas, etc.?

dades; el segundo el de las decenas, y en este lugar el 1 vale diez; 2 vale veinte; 3 vale treinta; 4 vale cuarenta; 5 vale cincuenta; 6 vale sesenta; 7 vale setenta; 8 vale ochenta; 9 vale noventa; *el tercer lugar, contando de derecha á izquierda, es el de las centenas*, y en este lugar 1 vale ciento; 2 doscientos; 3 trescientos, y así sucesivamente; *el cuarto lugar es el de las unidades de millar*, y el 1 vale mil; 2 dos mil; 3 tres mil, etc.; *el quinto lugar corresponde á las decenas de millar; el sexto á las centenas de millar; el séptimo á las unidades de millón*, etc.

8. *El cero* (0) *es una cifra que por sí sola no tiene valor, pero que sirve para ocupar en la escritura el lugar de una cantidad que falte de cualquier orden;* de este modo, si queremos escribir diez, veinte ó treinta, es decir, una decena, dos decenas ó tres decenas, como las decenas deben ocupar el segundo lugar, colocaremos un 0 en el primer lugar, y escribiremos 10, 20, 30.

Ejercicios prácticos:

6	vale seis unidades.
26	vale veintiséis unidades.
326	vale trescientas veintiséis unidades.
4.326	vale cuatro mil trescientas veintiséis unidades.
54.326	vale cincuenta y cuatro mil trescientas veintiséis unidades.
754.326	vale setecientas cincuenta y cuatro mil trescientas veintiséis unidades.
1.754.326	vale un millón setecientas cincuenta y cuatro mil trescientas veinte y seis unidades.

10	vale diez.
100	vale ciento.
1.000	vale mil.
10.000	vale diez mil.
100.000	vale cien mil.
1.000.000	vale un millón.

---

8. ¿Cuál es el oficio del *cero?*

9. *Para leer un número compuesto de muchos guarismos se divide en secciones de tres cifras, comenzando por la derecha: la primera sección es* de unidades, decenas y centenas *de unidades; la segunda sección es* de unidades, decenas y centenas *de millares; la tercera sección es* de unidades, decenas y centenas *de millones; la cuarta sección es* de unidades, decenas y centenas *de millares de millones; la quinta sección es* de unidades, decenas y centenas *de billones*, y así sucesivamente.

Ejercicios prácticos:

7. 5 3 6

Siete mil	quinientas	treinta	y seis unidades.

1. 8 9 7. 4 0 7

Un millón	ochocientas	noventa	y siete mil	cuatrocientas	siete unidades.

1 2 6. 4 0 0. 3 2 0

Ciento	veinte	y seis millones	cuatrocientas	mil	trescientas	veinte	unidades.

6. 7 9 8. 6 4 3. 2 4 3. 4 5 6. 7 8 9

Seis mil	setecientos	noventa	y ocho billones	seiscientos	cuarenta	y tres mil	doscientos	cuarenta	y tres millones	cuatrocientas	cincuenta	y seis mil	setecientas	ochenta	y nueve unidades.

10. *Se llama numeración romana el arte de representar los números al estilo de los antiguos romanos, con las siete letras siguientes:*

---

9. ¿Cómo se lee un número compuesto de muchas cifras?
10. ¿Qué entendemos por numeración romana?

	I	V	X	L	C	D	M
cuyos valores respectivos son	1	5	10	50	100	500	1.000

Para representar con esas letras una cantidad cualquiera se escriben de izquierda á derecha, empezando por la de mayor valor, y teniendo en cuenta que toda letra de menor valor antepuesta á otra mayor rebaja á ésta el valor de aquélla. También conviene saber que las unidades simples pasan á ser unidades de millar si se les pone por encima una raya horizontal ó una *m*. Las cantidades desde 1 hasta 10.000 se escribirán, pues, del siguiente modo:

1... I	11... XI	30... XXX	400... CD
2... II	12... XII	40... XL	500... D
3... III	13... XIII	50... L	600... DC
4... IV	14... XIV	60... LX	700... DCC
5... V	15... XV	70... LXX	800... DCCC
6... VI	16... XVI	80... LXXX	900... CM
7... VII	17... XVII	90... XC	1.000... M
8... VIII	18... XVIII	100... C	2.000... MM ó bien $\overline{\text{II}}$
9... IX	19... XIX	200... CC	5.000... $\overline{\text{V}}$
10... X	20... XX	300... CCC	10.000... $\overline{\text{X}}$

Resumen del capítulo I.

La nomenclatura aritmética es el conjunto de palabras que, combinadas entre sí, nos sirven para expresar todas las cantidades imaginables de la numeración hablada: estas palabras son veintiséis, á saber: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, ciento, mil ó millar y millón.

La numeración escrita consta de las diez cifras ó guarismos que siguen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; las cuales, combinadas entre sí, nos sirven para representar todos los números.

Al ordenado mecanismo de nuestra numeración se da el nombre de Sistema de numeración décupla, porque su base es diez, y en diez aumentan y disminuyen unos números respecto de los que les preceden y siguen.

La numeración romana consiste en representar como los antiguos romanos todas las cantidades por medio de las siete letras I, V, X, L, C, D, M, que valen, respectivamente, 1, 5, 10, 50, 100, 500 y 1.000.

CAPÍTULO II.

SUMA Ó ADICIÓN.

1. *Suma ó adición es la operación de reunir varias cantidades homogéneas, llamadas sumandos, en una sola, llamada suma total*, que las contenga á todas; como 10 es la suma total de 4, de 3, de 2 y de 1.

En la definición que hemos dado de la suma se comprende: 1.°, que las cantidades que se dan para sumar se llaman *sumandos;* 2.°, que el resultado de la operación se llama *suma total;* 3.°, que solamente se pueden sumar ó reunir en una cantidad aquellas cantidades que sean de la misma especie, como naranjas y naranjas; ó bien pesetas y pesetas; pero no se podrá sumar una cantidad de naranjas con otra de pesetas.

2. *Para indicar que varios números se han de sumar*, ó reunir en un solo número, *se emplea un signo compuesto de dos líneas que se cruzan* perpendicular-

---

1. ¿Qué es suma ó adición?
2. ¿Cuáles son los signos que se emplean en la adición?

mente (+), *y que se lee más:* este signo se coloca entre los sumandos. *El resultado de la suma se separa de los sumandos con otro signo, llamado signo de igualdad*, formado de dos líneas horizontales y paralelas (=), que se lee *igual á.*

Ejemplos:

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

$$7 + 3 + 5 + 9 = 24$$

3. *Se llaman «igualdades» las cantidades unidas por el signo = (igual á):* lo que está antes del signo = se denomina primer miembro de la igualdad, y lo que está después segundo miembro: cada miembro de una igualdad puede tener varios términos.

Ejemplos de igualdad de suma:

$$4 + 6 = 8 + 2$$
$$3 + 5 + 2 = 10$$
$$2 + 7 + 9 = 6 + 8 + 4$$

4. *Cuando se trata de sumar números de varias cifras*, para hacer la operación cómodamente *se colocan los unos debajo de los otros* de manera que se correspondan todos los del mismo orden; es decir, las unidades con las unidades, las decenas con las decenas, las centenas con las centenas, y así sucesivamente.

---

3. ¿Qué entendemos por *igualdades?*
4. ¿De qué manera se colocan las cifras para sumar números de varios guarismos?

Ejemplos:

Decenas de millar.	Unidades de millar.	Centenas	Decenas.	Unidades.
	1.	8	9	7
1	2.	5	0	4
	3.	8	1	8
		1	2	5
2	1.	1	8	0
			1	4

Unidades de millón.	Centenas de millar.	Decenas de millar.	Unidades de millar.	Centenas.	Decenas	Unidades.
				8	8	8
	4	1	0.	2	4	7
						9
				5	3	6
					1	5
6.	5	1	7.	3	0	0

Decenas de millar.	Unidades de millar.	Centenas	Decenas.	Unidades.
				6
1	2.	3	1	5
		8	9	7
	1.	0	0	2
		4	0	3

Unidades de billón.	Centenas de millar de millón.	Decenas de millar de millón.	Unidades de millar de millón.	Centenas de millón.	Decenas de millón.	Unidades de millón.	Centenas de millar.	Decenas de millar.	Unidades de millar.	Centenas.	Decenas.	Unidades.
			2.	3	5	7.	9	0	2.	4	6	8
								1	3.	5	3	4
2.	4	6	8.	0	1	3.	5	7	9.	0	2	4
		3	6.	9	2	4.	8	0	5.	7	3	1
	2	6	8.	4	8	2.	6	5	7.	1	4	5
8.	0	0	6.	3	2	4.	1	0	0.	0	6	8

5. *Para efectuar la operación de la suma* de algunas cantidades compuestas de varias cifras *se reunen*

---

5. ¿Cómo se efectúa la suma de cantidades de varias cifras?

primeramente en una sola cantidad las unidades simples de todos los sumandos; debajo de la columna correspondiente se escribe el resultado si se compone de unidades, y si consta de unidades y decenas se escriben solamente las unidades, *y á seguida las decenas se suman con la columna de las decenas; después se suman las centenas; luego las unidades de millar,* etcétera; *pero siempre se tiene en cuenta que las cantidades de un orden superior, resultantes de la suma de un orden inferior, deben agregarse á la columna inmediata correspondiente.*

La suma de las cantidades anteriores es la siguiente:

1.897	888	6	2. 357. 902.468
12.504	410.247	12.315	13.537
3.818	9	897	2^{2}.468. 013. 579.024
125	536	1.002	36. 924. 805.731
21.180	15	403	268. 482. 657.145
14	6.517.300		8^{2}.006. 324. 100.068
39.538	6.928.995	14.623	10^{2}.782. 103^{1}. 057.973

6. *Se llaman propiedades de una operación las cualidades ó condiciones inherentes á esa operación;* de tal manera que, si la operación se hace, forzosamente han de haberse cumplido aquellas propiedades ó condiciones.

7. *Las propiedades de la suma son tres:* 1.ª *La suma total* de varios sumandos *ha de contener* todas y cada una de las unidades de *todos* y cada uno de *los sumandos;* de tal modo, que si queremos sumar $4 + 3 + 2 + 1$,

---

6. ¿Qué entendemos por propiedades de una operación?
7. ¿Cuáles son las propiedades de la suma?

como cuatro es igual á	=	4
tres es igual á . . .	=	3
dos es igual á . .	=	2
uno es igual á .	=	1
la suma será igual á	=	10

—2.ª Propiedad de la suma. *El orden de los sumandos no altera la suma;* porque si ésta es la reunión de las unidades de los sumandos, lo mismo da que se consideren éstos antes que aquéllos ó aquéllos antes que éstos. 3.ª *Si un sumando aumenta, disminuye ó desaparece, la suma aumentará ó disminuirá, ó perderá el* aumento, disminución *ó valor del referido sumando;* porque la suma ha de contener todas las unidades de los respectivos sumandos, pero no puede contener más ni contener menos que éstos.

8. De la tercera propiedad de la suma se desprende la prueba de la operación de sumar. *Llamamos prueba de una operación el procedimiento que debemos seguir para cerciorarnos de que la operación está bien hecha. La prueba de la operación de sumar consiste en una segunda suma*, en la cual no intervenga uno de los sumandos; si á la suma que resulte se agrega el sumando suprimido, resultará otra suma total igual á la que produjo la suma de todos los sumandos.

Ejemplo de la prueba de sumar:

14 +		
20 +	14 +	
15 +	15 +	Suma anterior. . . . . 67 +
38	38	Sumando suprimido. 20
= 87	= 67	Suma total igual á la primera. . 87

8. ¿Qué entendemos por prueba de una operación, y cuál es la prueba de la suma?

9. *Se llama «problema» toda* cuestión ó *proposición de carácter práctico que se trata de resolver*: en todo problema hay términos conocidos llamados «datos», y un término desconocido llamado «incógnita».

Plantear un problema de Aritmética *es indicar por medio de signos las operaciones que deben hacerse para averiguar el valor de la incógnita:* la incógnita se figura, regularmente, por una (x) equis.

Ejemplo: Quiero saber el número de días que tienen tres semanas. Datos: una semana tiene siete días; tres semanas tendrán tres veces siete días. El problema se plantea así:

$$7 + 7 + 7 = x.$$

Resolver un problema es hacer las operaciones indicadas y sustituir la incógnita por su valor.

En el problema anterior, después de hecha la operación de sumar indicada por el signo +, hallaremos que

$$x = 21.$$

Luego tres semanas tienen 21 días.

10. *Varios problemas de suma ó adición.*

1.° Un niño tiene 3 libros; otro tiene 15; otro 8, y otro 12: ¿cuántos libros reunen los cuatro niños?

Planteo del problema:

$$3 + 15 + 8 + 12 = x.$$

Resolución del problema:

$$x = 38.$$

Luego los cuatro niños reunen 38 libros.

2.° Juan escribió 3 planas el lunes; 2 el martes; 4 el miércoles; 1 el jueves; 3 el viernes, y una el sábado: ¿cuántas planas escribió en toda la semana?

---

9. ¿Qué es problema, y plantear y resolver un problema?
10. Problemas de suma ó adición.

Planteo del problema:

$$3 + 2 + 4 + 1 + 3 + 1 = x.$$

Resolución del problema:

$$x = 14.$$

Luego Juan escribió 14 planas en la semana.

3.° Una niña compró: 5 céntimos de agujas; 10 céntimos de hilo; un dedal, que le costó 10 céntimos; 20 céntimos de seda; 5 céntimos de corchetes; un metro de tela, que le costó un real, ó sea 25 céntimos de peseta, y un metro de cordón de 15 céntimos: ¿cuánto dinero gastó la niña?

Planteo y resolución del problema:

$$\begin{array}{r} 5 + \\ 10 + \\ 10 + \\ 20 + \\ 5 + \\ 25 + \\ 15 \\ \hline \end{array}$$

Luego la niña gastó... 90 céntimos de peseta.

Resumen del capítulo II.

Suma ó adición es la operación de reunir varias cantidades homogéneas en una sola; se indica la suma por medio del signo + (más); los términos se llaman sumandos y el resultado suma total; se separa el total de los sumandos por el signo = (igual á).

El orden de los sumandos no altera la suma: la suma aumenta ó diminuye si aumenta ó diminuye el valor de los sumandos.

TABLA DE SUMAR.

1	+ 1	= 2	1	+ 2	= 3	1	+ 3	= 4
2	1	3	2	2	4	2	3	5
3	1	4	3	2	5	3	3	6
4	1	5	4	2	6	4	3	7
5	1	6	5	2	7	5	3	8
6	1	7	6	2	8	6	3	9
7	1	8	7	2	9	7	3	10
8	1	9	8	2	10	8	3	11
9	1	10	9	2	11	9	3	12
1	+ 4	= 5	1	+ 5	= 6	1	+ 6	= 7
2	4	6	2	5	7	2	6	8
3	4	7	3	5	8	3	6	9
4	4	8	4	5	9	4	6	10
5	4	9	5	5	10	5	6	11
6	4	10	6	5	11	6	6	12
7	4	11	7	5	12	7	6	13
8	4	12	8	5	13	8	6	14
9	4	13	9	5	14	9	6	15
1	+ 7	= 8	1	+ 8	= 9	1	+ 9	= 10
2	7	9	2	8	10	2	9	11
3	7	10	3	8	11	3	9	12
4	7	11	4	8	12	4	9	13
5	7	12	5	8	13	5	9	14
6	7	13	6	8	14	6	9	15
7	7	14	7	8	15	7	9	16
8	7	15	8	8	16	8	9	17
9	7	16	9	8	17	9	9	18

CAPÍTULO III.

RESTA Ó SUSTRACCIÓN.

1. *Resta ó sustracción es la operación de averiguar la diferencia que hay entre dos números homogéneos desiguales;* ó bien es la operación de hallar un número que, sumado con otro dado, nos dé la suma también dada: como 10 menos 6 es igual á 4; ó bien 10 es igual á 6 más 4.

2. *Los datos de la resta ó sustracción son dos:* la suma conocida, que se nombra *minuendo*, y el sumando dado, que se llama *sustraendo:* el *resultado* de la operación, ó el sumando que se busca, se llama *resto*, residuo *ó diferencia. La operación de restar se indica con el signo* — (*menos*), colocado entre el minuendo y el sustraendo; el resultado va regularmente precedido del signo = (igual á).

Ejemplos:

10 (minuendo) — 6 (sustraendo) = 4 (diferencia).
25 — 9 = 16

Otros ejemplos:

15 — 8 = 7 82 — 31 = 51 90 — 35 = 55

3. *En la operación de restar se trata*, como en la suma, *de establecer una igualdad*, para la cual se desconoce un término:

---

1. ¿Qué es resta ó sustracción?
2. ¿Cómo se llaman los términos de la resta? ¿Cuál es el signo de la resta?
3. ¿Puede establecerse una igualdad entre los términos de la resta?

Ejemplos:

$$\begin{array}{rcl} 10 - 6 = x & \quad & x = 4 \\ x - 6 = 4 & & x = 10 \\ 10 - x = 4 & & x = 6 \\ 4 = 10 - x & & x = 6 \\ 4 = x - 6 & & x = 10 \end{array}$$

4. *Cuando se quiere restar números compuestos de varias cifras, se escribe el minuendo y debajo el sustraendo*, de modo que se correspondan, como en la suma, las unidades simples del sustraendo con las unidades simples del minuendo; las decenas del uno con las decenas del otro; las centenas con las centenas, y así sucesivamente: debajo de los datos se traza una raya.

Ejemplos:

Minuendo....	756 —	Minuendo....	1897 —
Sustraendo...	415	Sustraendo...	742
Diferencia...	x	Diferencia...	x

5. *Para restar un número de otro se averigua la diferencia que hay entre las unidades del sustraendo y las del minuendo*, y el resultado se escribe debajo de la columna de las unidades; *después se restan las decenas de las decenas, las centenas de las centenas, y así sucesivamente:* el resultado será la diferencia que hay entre el minuendo y el sustraendo.

Ejemplos:

Minuendo....	756 = 7 centenas	5 decenas	6 unidades.
Sustraendo...	415 = 4 »	1 »	5 »
Diferencia...	341 = 3 »	4 »	1 »

---

4. ¿Cómo se escriben números de varias cifras para hacer la resta?

5. ¿Cómo se efectúa la resta?

Minuendo....	1.897 =	1 unidad de millar 8 cent. 9 dec. 7 unid.
Sustraendo...	742 =	7 » 4 » 2 »
Diferencia...	1.155 =	1 » 1 » 5 » 5 »

Minuendo....	2.496 —	Minuendo....	7.895 —
Sustraendo...	1.110	Sustraendo...	152
Diferencia...	1.386	Diferencia...	7.743

Minuendo....	15.485 —
Sustraendo...	4.372
Diferencia...	11.113

6. *Cuando un número del sustraendo es mayor que el correspondiente del minuendo, se añade á éste una unidad del orden superior inmediato, y luego se considera á este último con una unidad menos.*

Ejemplo:

7.346 — 5.642

Para efectuar esta resta consideramos los números divididos de esta manera;

7.346 =	6 unid. de millar 13 cent. 4 dec. 6 unid.
— 5.642 =	5 » 6 » 4 » 2 »

Y hacemos la resta diciendo:

6 — 2 = 4 unidades,
4 — 4 = 0 decenas,
13 — 6 = 7 centenas,
6 — 5 = 1 unidad de millar,

ó sea............. 1.704.

---

6. ¿Qué se hace cuando un número del sustraendo es mayor que el correspondiente del minuendo?

Otros ejemplos:

2.432 —	1.000 —	6.031 —
1.814	897	4.978
= 618	= 103	= 1.053

El minuendo 2.432 ha de ser considerado como 1 unidad de millar, 14 centenas, 2 decenas y 12 unidades. El minuendo 1.000 ha de ser considerado como 9 centenas, 9 decenas y 10 unidades.

El minuendo 6.031 es igual á 5 unidades de millar, 9 centenas, 12 decenas y 11 unidades.

7. *Las propiedades de la resta ó sustracción son tres:* 1.ª *Si aumenta ó disminuye el minuendo* de una sustracción un cierto número de unidades, *la diferencia aumentará ó disminuirá* el mismo número de unidades; porque si la diferencia entre el minuendo y sustraendo es lo que falte al sustraendo para ser igual al minuendo, es evidente que al aumentar el minuendo faltará más al sustraendo para igualarse con él; y si el minuendo disminuye, su diferencia con el sustraendo será menor.

2.ª *Si aumenta ó disminuye el sustraendo* en un cierto número de unidades, *la diferencia disminuirá ó aumentará* en el mismo número de unidades; porque si aumenta el sustraendo le faltará menos para llegar al minuendo; y si disminuye el sustraendo le faltará más para igualarse al minuendo.

3.ª *Si el minuendo y el sustraendo aumentan ó disminuyen en una misma cantidad, la diferencia no se altera;* porque todo lo que haya aumentado al aumentar el minuendo habrá disminuido al aumentar el sustraendo; y todo lo que haya disminuído al disminuir el minuendo habrá aumentado al disminuir el sustraendo.

---

7. ¿Cuáles son las propiedades de la resta?

8. *Es evidente que* si la diferencia ó residuo de una sustracción es la cantidad que falta al sustraendo para igualarse con el minuendo, *la prueba de la resta se hallará sumando la diferencia con el sustraendo*, pues el resultado de esa suma será igual al minuendo.

Ejemplos:

Minuendo.......	4.362 —	Minuendo.......	70.001 —
Sustraendo......	1.897	Sustraendo......	15.987
Diferencia... =	3.465	Diferencia... =	54.014
Suma de prueba.	4.362	Suma de prueba.	70.001

9. *Problemas de resta y de suma y resta.*

1.º ¿Qué edad tiene en el año 1898 un hombre que nació en el año 1848?

Planteo del problema.

$$\begin{array}{r} 1898 - \\ 1848 \\ \hline = x \end{array}$$

Resolución del problema.

$x = 50$ años.

2.º Miguel de Cervantes Saavedra murió en el día 23 de Abril de 1616: deseamos saber cuánto tiempo hará, en el 30 de Junio de 1898, que murió Cervantes.

Planteo del problema:

	Día 30 del	mes 6 del	año 1898 —
	Día 23 del	mes 4 del	año 1616
Resolución..	7	2	282

8. ¿Cuál es la prueba de la resta?
9. Problemas de resta, y de suma y resta.

Luego en el día 30 de Junio de 1898 hará 282 años, 2 meses y 7 días que murió Cervantes.

3.° Si un niño que tenía una peseta, que se divide en cien céntimos, gastó 20 céntimos en papel, 15 en plumas, 10 en lápices, 20 en un cuaderno y 25 en una pelota, ¿cuántos céntimos le quedan?

Planteo del problema:

$$100 - \left\{\begin{array}{l} 20 + \\ 15 + \\ 10 + \\ 20 + \\ 25 \end{array}\right\} = x$$

Los sumandos importan 90 céntimos; rebajándolos de 100, resulta que $x = 10$; luego al niño del problema le quedan todavía 10 céntimos.

Resumen del capítulo III.

Resta ó sustracción es la operación de hallar la diferencia entre dos números desiguales homogéneos, llamados minuendo el mayor y sustraendo el otro.

La manera más cómoda de efectuar la resta entre dos números, es colocando el menor debajo del mayor de manera que se correspondan las unidades, las decenas, etc., y buscando luego un número que, sumado con el sustraendo, nos dé el minuendo: de modo que la resta más sencilla es la que se hace por medio de la suma.

TABLA DE RESTAR.

1 —	1 =	0	2 —	2 =	0	3 —	3 =	0
2	1	1	3	2	1	4	3	1
3	1	2	4	2	2	5	3	2
4	1	3	5	2	3	6	3	3
5	1	4	6	2	4	7	3	4
6	1	5	7	2	5	8	3	5
7	1	6	8	2	6	9	3	6
8	1	7	9	2	7	10	3	7
9	1	8	10	2	8	11	3	8
10	1	9	11	2	9	12	3	9
4 —	4 =	0	5 —	5 =	0	6 —	6 =	0
5	4	1	6	5	1	7	6	1
6	4	2	7	5	2	8	6	2
7	4	3	8	5	3	9	6	3
8	4	4	9	5	4	10	6	4
9	4	5	10	5	5	11	6	5
10	4	6	11	5	6	12	6	6
11	4	7	12	5	7	13	6	7
12	4	8	13	5	8	14	6	8
13	4	9	14	5	9	15	6	9
7 —	7 =	0	8 —	8 =	0	9 —	9 =	0
8	7	1	9	8	1	10	9	1
9	7	2	10	8	2	11	9	2
10	7	3	11	8	3	12	9	3
11	7	4	12	8	4	13	9	4
12	7	5	13	8	5	14	9	5
13	7	6	14	8	6	15	9	6
14	7	7	15	8	7	16	9	7
15	7	8	16	8	8	17	9	8
16	7	9	17	8	9	18	9	9

CAPÍTULO IV.

MULTIPLICACIÓN

1. *Multiplicación es la operación de hacer un número tantas veces mayor como unidades tenga otro:* cuando decimos 4 multiplicado por 3, damos á entender que 4 se ha de hacer tres veces mayor, ó que 4 se ha de repetir tres veces: el número que se quiere repetir ó aumentar se denomina *multiplicando*, y aquel que indica las veces que el otro se ha de repetir se llama *multiplicador:* el resultado de la operación se designa con el nombre de *producto:* el multiplicando y el multiplicador juntos reciben la denominación de *factores del producto.*

A las veces son tres ó cuatro ó más los factores del producto: si decimos 4 multiplicado por 3 por 5 por 6, damos á entender que 4 se ha de multiplicar por 3, y el producto por 5 y el nuevo producto por 6.

2. *La multiplicación se indica por el signo* $\times$ *(multiplicado por) y el producto* se separa de los factores *por el signo* $=$ *(igual á)*: el ejemplo anterior se indicará:

$$4 \times 3 \times 5 \times 6 =$$

Muchas veces los factores se separan entre sí únicamente *por un punto* que equivale también á «*multiplicado por*». La multiplicación anterior puede indicarse de este modo:

$$4 . 3 . 5 . 6 =$$

---

1. ¿Qué entendemos por multiplicación; por multiplicando, multiplicador, producto y factores del producto?
2. ¿Cuál es el signo de la multiplicación?

3. *La multiplicación es una suma abreviada*, y para efectuarla se necesita saber de memoria el resultado de sumar los números dígitos con ellos mismos hasta diez veces; de esta manera: 2, sumado dos veces, = 4; 2, sumado tres veces, = 6; 2, sumado cuatro veces, 8; 2, sumado diez veces, = 20; ó bien:

$$2+2=4+2=6+2=8+2=10+2=12+2=14$$
$$+2=16+2=18+2=20$$

La Tabla Pitagórica ó de Pitágoras, matemático griego del siglo VI antes de Jesucristo, nos da la suma repetida de cada número: consiste en un cuadro dividido por líneas horizontales y verticales en cien casillas: en la primera fila de diez casillas se escriben los diez primeros números; en la segunda las sumas de estos números con ellos mismos; en la tercera las sumas de los de la segunda con los de la primera; en la cuarta línea aparecen las sumas de los números de la tercera con los números de la primera; y así sucesivamente.

La Tabla Pitagórica, aun siendo de suma, resulta la más completa y sencilla tabla de multiplicación que puede concebirse: cada una de sus casillas contiene el producto de dos factores, que son los correspondientes de la primera línea vertical y de la primera horizontal del cuadro.

---

3. ¿Qué relación tiene la multiplicación con la suma? Tabla pitagórica.

TABLA PITAGÓRICA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

4. *En la multiplicación pueden ocurrir tres casos:* multiplicar un número dígito ó simple por otro dígito; multiplicar un número compuesto por otro simple, y multiplicar un número compuesto por otro compuesto.

5. PRIMER CASO.—*Para multiplicar un número*

---

4. ¿Cuántos casos ocurren en la multiplicación?
5. ¿Cómo se multiplica un número simple por otro simple?

simple por otro simple basta saber de memoria la tabla de multiplicar.

Ejemplos:

$4 \times 3 = 12 \quad 3 \times 4 = 12 \quad 7 \times 8 = 56$

Se llama *duplo* de un número el producto de ese número por 2; *triplo* el producto por 3; *cuádruplo* el producto por 4; *quíntuplo* el producto por 5, y en general, *múltiplo* de un número es el producto de ese número por otro; ó, lo que es lo mismo, el número que contiene á otro un número exacto de veces; 6 es duplo de 3; 15 es triplo de 5, ó quíntuplo de 3; 40 es múltiplo de 2, de 4, de 5, de 8 y de 10, porque contiene á 2 veinte veces, á 4 diez veces, á 5 ocho veces, á 8 cinco veces y á 10 cuatro veces.

6. SEGUNDO CASO.—*Para multiplicar un número compuesto por otro simple se multiplica este último por las unidades del compuesto; después por las decenas, luego por las centenas*, y se agrega al producto de las decenas las decenas que resulten de multiplicar las unidades; al producto de las centenas las que resulten de multiplicar las decenas, y *así se continúa*. Para facilitar la operación se escribe como multiplicando el número mayor, debajo el multiplicador, y el producto se escribe debajo de los factores y separado de éstos por una raya.

Ejemplos:

4324 multiplicando.	61234	5347
× 7 multiplicador.	× 5	× 3
= 30268 producto.	= 306170	= 16041

7. TERCER CASO.—*Para multiplicar un número*

---

6. ¿Cómo se multiplica un número compuesto por otro simple?
7. ¿Cómo se multiplica un número compuesto por otro compuesto?

compuesto de varias cifras por otro compuesto, se escribe el número mayor como multiplicando, y debajo el multiplicador, de modo que las cifras se correspondan empezando por la derecha; *se multiplica cada una de las cifras del multiplicador por todas las del multiplicando*; se escriben los productos en su lugar correspondiente, *y la suma de todos los productos parciales será el producto total*. Conviene advertir que el producto de las unidades da unidades; el producto de las decenas da decenas, etc.

Ejemplos:

7938	multiplicando.
× 456	multiplicador.
47628	productos parciales.
396900	
3174200	
3618728	producto total.

357901
× 2468
2863208
21474060
143160400
715802000
883299668

8. El tercer caso de la multiplicación ofrece las variantes que siguen:

Para multiplicar un número por la unidad seguida de ceros, basta añadir al multiplicando tantos ceros como haya en el multiplicador, y el resultado será el producto pedido.

Ejemplos:

$346 \times 10 = 3460.$ $\qquad$ $346 \times 1000 = 346000.$

Para multiplicar un número por cualquiera cifra seguida de ceros, basta multiplicar el número dado por la cifra significativa del multiplicador y añadir al producto tantos ceros como tenga ese multiplicador.

---

8. ¿Cómo se multiplica un número por la unidad seguida de ceros, ó por cualquiera cifra seguida de ceros? ¿Cómo se multiplican varios números entre sí?

Ejemplos:

$$22 \times 30 = 660. \qquad 483 \times 400 = 193200.$$

Para multiplicar varios factores, ó para hallar el producto de varios factores *se multiplica el primero por el segundo, y el producto de estos dos por el tercero*, y el producto por el cuarto, etc.

Ejemplos:

$$4 \times 3 \times 5 \times 6 = 360,$$

$$\text{porque } 4 \times 3 = 12;\ 12 \times 5 = 60;\ 60 \times 6 = 360.$$

$$13 \times 10 \times 82 \times 100 = 1066000,$$

$$\text{porque } 13 \times 10 = 130;\ 130 \times 82 = 10660;$$
$$10660 \times 100 = 1066000.$$

9. *La prueba de la multiplicación se obtiene* de varios modos; pero entre éstos el más sencillo es invertir el orden de los factores, *tomando el multiplicador por multiplicando y el multiplicando por multiplicador*.

Ejemplos:

$$43 \times 12 = 516. \qquad 12 \times 43 = 516.$$

10. *Problemas de multiplicación, y de suma, resta y multiplicación de números enteros:*

1.º ¿Cuánto valdrán 56 metros de tela, si cada metro vale 5 pesetas?

Planteo del problema:

$$56 \times 5 = x.$$

Resolución del problema:

$$x = 280.$$

Luego los 56 metros valen 280 pesetas.

---

9. ¿Cuál es la prueba de la operación de multiplicar?
10. Problemas de multiplicación, y de suma, resta y multiplicación.

2.º Si un carpintero construye dos mesas en un día, ¿cuántas mesas hará en siete días?

Planteo y resolución:

$$2 \times 7 = 14.$$

Luego hará 14 mesas.

3.º Un comerciante recibió tres remesas de café: la 1.ª de 230 kilogramos; la 2.ª de 312; la 3.ª de 500 kilogramos á 5 pesetas el kilogramo; abonó á cuenta mil pesetas: ¿cuánto debe?

Planteo del problema:

$$(230 + 312 + 500) \times 5 = x - 1000$$

Resolución.

$$\begin{array}{rl} 230 & + \\ 312 & + \\ 500 & \\ \hline 1042 & \text{kilogramos.} \\ \times 5 & \text{pesetas.} \\ \hline 5210 & \text{pesetas.} \\ -1000 & \\ \hline 4210 & \text{pesetas.} \end{array}$$

Luego el comerciante debe 4.210 pesetas.

Resumen del capítulo IV.

Multiplicación es la operación de hacer un número llamado multiplicando tantas veces mayor como unidades tenga otro número llamado multiplicador. El signo de la operación de multiplicar se forma de dos líneas diagonales que se cortan ($\times$), y se lee *multiplicado por*.

En la multiplicación pueden ocurrir tres casos: multiplicar un número simple por otro simple, ó un compuesto por un simple, ó dos números compuestos.

La multiplicación se emplea siempre que se desee saber el valor de muchas unidades conociendo el valor de una.

TABLA DE MULTIPLICAR.

0 ×	1	=	0	0 ×	2	=	0	0 ×	3	=	0
1	1		1	1	2		2	1	3		3
2	1		2	2	2		4	2	3		6
3	1		3	3	2		6	3	3		9
4	1		4	4	2		8	4	3		12
5	1		5	5	2		10	5	3		15
6	1		6	6	2		12	6	3		18
7	1		7	7	2		14	7	3		21
8	1		8	8	2		16	8	3		24
9	1		9	9	2		18	9	3		27
0 ×	4	=	0	0 ×	5	=	0	0 ×	6	=	0
1	4		4	1	5		5	1	6		6
2	4		8	2	5		10	2	6		12
3	4		12	3	5		15	3	6		18
4	4		16	4	5		20	4	6		24
5	4		20	5	5		25	5	6		30
6	4		24	6	5		30	6	6		36
7	4		28	7	5		35	7	6		42
8	4		32	8	5		40	8	6		48
9	4		36	9	5		45	9	6		54
0 ×	7	=	0	0 ×	8	=	0	0 ×	9	=	0
1	7		7	1	8		8	1	9		9
2	7		14	2	8		16	2	9		18
3	7		21	3	8		24	3	9		27
4	7		28	4	8		32	4	9		36
5	7		35	5	8		40	5	9		45
6	7		42	6	8		48	6	9		54
7	7		49	7	8		56	7	9		63
8	7		56	8	8		64	8	9		72
9	7		63	9	8		72	9	9		81

CAPÍTULO V.

DIVISIÓN.

1. *División es la operación de averiguar las veces que un número dado contiene á otro también dado.* El número mayor se nombra *dividendo*, el menor se llama *divisor* y el que se busca se denomina *cociente; el dividendo y el divisor se separan por medio del signo* : *(dividido por)*, y el resultado de la división ó cociente se escribe á continuación del signo = (igual á).

Ejemplos:

Dividendo, 40; divisor, 8; cociente, 5, son datos de una operación de dividir que se indica así:

$$40 : 8 = 5.$$

2. *La división se clasifica en exacta é inexacta: la división es exacta cuando el dividendo contiene al divisor un número exacto de veces;* entonces el cociente multiplicado por el divisor es igual al dividendo.

En el ejemplo anterior

$40 : 8 = 5$, porque $5 \times 8 = 40$; $36 : 9 = 4$, porque $4 \times 9 = 36$.

La división se llama inexacta cuando el dividendo no contiene al divisor un número exacto de veces; entonces el cociente, multiplicado por el divisor, y el

---

1. ¿Qué entendemos por división? Términos y signos de la división.
2. ¿De cuántas maneras se clasifica la división? ¿Qué es división exacta? ¿Cuándo es inexacta la división?

producto sumado con el resto sobrante, da el dividendo; ese resto de la división se llama *residuo.*

Ejemplo:

41 : 8 = 5 y resta 1, porque $8 \times 5 = 40 + 1 = 41$.

Otros ejemplos de división inexacta:

38 : 9 = 4 y resta 2, porque $9 \times 4 = 36 + 2 = 38$.
59 : 8 = 7 y resta 3, porque $8 \times 7 = 56 + 3 = 59$.

El residuo puede añadirse al cociente en forma de quebrado.

Ejemlos:

$$38 : 9 = 4 \frac{2}{9}$$
$$59 : 8 = 7 \frac{3}{8}$$

3. *En la operación de dividir pueden ocurrir tres casos:* 1.°, dividir un número dígito ó simple por otro simple; 2.°, dividir un número compuesto por otro simple; 3.°, dividir un número compuesto por otro compuesto. El caso en que el dividendo se compone de dos cifras, la primera de las cuales es menor que el divisor, se considera incluído en la división de dos números dígitos.

4. Primer caso.—*Para dividir un número simple por otro simple basta saber de memoria la tabla de multiplicar*, y averiguar por su medio un número que multiplicado por el divisor produzca el dividendo ó se le aproxime.

---

3. ¿Cuántos casos pueden ocurrir en la división?
4. ¿Qué se necesita para saber dividir un número simple por otro simple?

5. SEGUNDO CASO.—*Para dividir un número compuesto por otro dígito, se divide cada una de las cifras del dividendo por el divisor*, empezando por las de orden superior; cada cifra que vaya resultando para el cociente se multiplica por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial; al lado del residuo se coloca la cifra siguiente del dividendo y se continúa la operación; si un dividendo parcial es menor que el divisor se escribe cero en el cociente, y se considera como residuo todo el dividendo parcial. Un residuo nunca puede ser mayor que el divisor.

Ejemplos:

Dividendo, 4836; divisor, 4=1209, cociente exacto.

4836 : 6 = 806, cociente exacto, porque 806 × 6 = 4836.

4836 : 8 = 604 + 4 de resto, cociente inexacto, porque 604 × 8 = 4832 + 4 = 4836.

6. TERCER CASO.—*Para dividir un número compuesto de varias cifras por otro también compuesto, se separan de la izquierda del dividendo tantas cifras como tenga el divisor, ó una más si las primeras no contienen al divisor; las cifras separadas se dividen* por el divisor, y *el resultado será la primera cifra del cociente;* se multiplica esa cifra por el divisor y el producto se resta del dividendo parcial; á la derecha del residuo se escribe la cifra siguiente del dividendo, *y se continúa la división*. El número formado por todos los cocientes parciales será el cociente total. Es evidente que si el producto de un cociente parcial por el divisor es igual exactamente á un dividendo par-

---

5. ¿Cómo se divide un compuesto por un simple?
6. ¿Cómo se divide un número compuesto por otro compuesto?

cial, se hará la división con la cifra siguiente, colocando cero en el cociente.

Ejemplos:

Dividendo.............	4 7 7 3 5	: Divisor, 38 = 1 2 5 6, cociente total.
Producto de 1×38.....	3 8	Cocientes parciales.
Diferencia de 47 y 38 y dividendo parcial...	9 7	
Producto de 2×38.....	7 6	
Diferencia de 97 y 76 y dividendo parcial...	2 1 3	
Producto de 5×38....	1 9 0	
Diferencia y última cifra del dividendo...	2 3 5	
Producto de 6×38.....	2 2 8	
Residuo final.........	7	

	1 7 5 9 8 7 6	: 8 9 7 5 = 1 9 6
	8 6 2 3 7	
	5 4 6 2 6	
Residuo..	7 7 6	

7. *Todo número es exactamente divisible por* 2, ó es múltiplo de 2 *cuando termina en cero ó en cifra par:* son cifras pares: 2, 4, 6, 8; y cifras impares: 1, 3, 5, 7 y 9.

Todo número es divisible por 3 *cuando el valor absoluto de sus cifras da* 3 *ó un múltiplo de* 3.

Ejemplo:

2871 es divisible por 3, ó es múltiplo de 3, porque $2+8+7+1=18$, y $18=3.6$.

Todo número es exactamente divisible por 4, ó es múltiplo de 4, *cuando sus dos últimas cifras componen un total múltiplo de* 4.

---

7. Reglas de la divisibilidad de los números: ¿cuándo es un número divisible por 2? ¿Y por 3, por 4, por 5, por 6, por 8, por 9 y por 10?—Números primos.

Ejemplo:

1836 es divisib'e por 4 porque se compone de $1800 + 36$; todo número terminado en dos ceros es múltiplo de 100, y $100 = 25 \times 4$; y $36 = 9 \times 4$; luego 1836 es divisible por 4.

Todo número es exactamente divisible por 5, ó e múltiplo de 5, *cuando termina en cero ó en cinco.*

Ejemplos:

$10 = 2 . 5$; 2000 es divisible por 10; luego es divisible por 5.
$1.835 = 1830 + 5$; luego es divisible por 5.

Un número es divisible por 6 *cuando lo es por* 2 *y por* 3.

Ejemplo:

1.890 es divisible por 3 porque el valor absoluto de sus cifras nos da una suma que es múltiplo de 3; y es múltiplo de 2 porque termina en cero; luego es múltiplo de 6.

Un número es divisible por 8 *cuando termina en tres ceros, ó sus tres últimas cifras son divisibles por* 8.

Ejemplo:

4144 es divisible por 8, porque se compone de $4000 + 144$; $4000 = 500 \times 8$; y $144 = 18 \times 8$.

Un número es divisible por 9 *cuando la suma del valor absoluto de sus cifras es* 9 *ó un múltiplo de* 9.

Ejemplo:

123012 es múltiplo de 9, porque $1 + 2 + 3 + 0 + 1 + 2 = 9$.

Un número es divisible por 10 *cuando termina en cero.*

El número que no es exactamente *divisible más que por sí mismo y por la unidad se llama número primo;* son números primos: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, etc.

8. *Las propiedades de la división son tres:* 1.ª, si aumenta ó disminuye el dividendo de una división, aumentará ó disminuirá el cociente; 2.ª, si aumenta ó disminuye el divisor, disminuirá ó aumentará el cociente; 3.ª, si el dividendo y el divisor aumentan ó disminuyen en un mismo número, el cociente no se altera.

Ejemplos:

$$20 : 5 = 4, (20 \times 2) : 5 = 4 \times 2; \qquad 20 : (5 \times 2) = 2.$$
$$(20 \times 2) : (5 \times 2) = 4.$$

9. *La prueba de la operación de dividir se obtiene multiplicando el cociente por el divisor, y añadiendo al producto el residuo* si la división es inexacta; porque la división es la operación inversa de la multiplicación, y, por tanto, el cociente multiplicado por el divisor más el resto, si lo hay, es igual al dividendo.

10. *Problemas de división, y de suma, resta, multiplicación y división.*

1.° Veinte libros iguales han costado sesenta pesetas: ¿cuánto vale cada libro?

Planteo y resolución del problema:

$$60 : 20 = 3.$$

Luego un libro vale 3 pesetas.

2.° Un depósito de agua de mil litros de cabida se llena en hora y media por un surtidor: ¿cuántos litros arroja ese surtidor cada minuto?

Planteo del problema:

$$x = 1.000 \text{ litros} : 90 \text{ minutos}.$$

---

8. ¿Cuáles son las propiedades de la división?
9. ¿Cuál es la prueba de la división?
10. Problemas de división, y de suma, resta, multiplicación y división.

Resolución del problema:

$$x = 11 \text{ litros y una pequeña cantidad};$$

luego el surtidor produce algo más de 11 litros por minuto.

3.° Un padre ha dejado al morir 700.000 pesetas, y en su testamento había dispuesto que á cuatro servidores que tenía se repartan cuatro mil duros; que se paguen varias deudas, importantes 40.036 reales; que se gasten en su entierro y limosnas 400 pesetas, y que el resto se lo repartan sus tres hijos á partes iguales: ¿cuánto heredó cada uno de sus hijos?

Planteo del problema: todas las cantidades se reducen á pesetas; la suma de todo lo que hay que pagar se resta de las 700.000 pesetas, y la cantidad que resulte se divide por 3; luego

$$x = 700.000 - (20000 + 10009 + 400) : 3$$

Resolución:

$$x = 223.187 \text{ pesetas},$$

que es la cantidad correspondiente á cada hijo.

Resumen del capítulo V.

División es la operación de distribuir una cantidad en partes iguales; sus términos son dividendo, divisor y cociente; su signo es : (dividido por).

La división es exacta cuando el producto del cociente por el divisor es igual al dividendo; y es inexacta cuando el dividendo no contiene exactamente al divisor, y de la operación de dividir sobra un resto que se llama residuo.

En la operación de dividir ocurren tres casos: dividir un número simple por otro simple; dividir un compuesto por un simple y dividir un compuesto por otro compuesto.

TABLA DE DIVIDIR.

0 : 1 = 0	0 : 2 = 0	0 : 3 = 0
1 1 1	2 2 1	3 3 1
2 1 2	4 2 2	6 3 2
3 1 3	6 2 3	9 3 3
4 1 4	8 2 4	12 3 4
5 1 5	10 2 5	15 3 5
6 1 6	12 2 6	18 3 6
7 1 7	14 2 7	21 3 7
8 1 8	16 2 8	24 3 8
9 1 9	18 2 9	27 3 9
0 : 4 = 0	0 : 5 = 0	0 : 6 = 0
4 4 1	5 5 1	6 6 1
8 4 2	10 5 2	12 6 2
12 4 3	15 5 3	18 6 3
16 4 4	20 5 4	24 6 4
20 4 5	25 5 5	30 6 5
24 4 6	30 5 6	36 6 6
28 4 7	35 5 7	42 6 7
32 4 8	40 5 8	48 6 8
36 4 9	45 5 9	54 6 9
0 : 7 = 0	0 : 8 = 0	0 : 9 = 0
7 7 1	8 8 1	9 9 1
14 7 2	16 8 2	18 9 2
21 7 3	24 8 3	27 9 3
28 7 4	32 8 4	36 9 4
35 7 5	40 8 5	45 9 5
42 7 6	48 8 6	54 9 6
49 7 7	56 8 7	63 9 7
56 7 8	64 8 8	72 9 8
63 7 9	72 8 9	81 9 9

CAPÍTULO VI.

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN.

1. *La potenciación es la operación de multiplicar un número por sí mismo tantas veces como indica otro:* esta operación se llama también elevación á potencias.

2. *El número que se ha de multiplicar por sí mismo se denomina base; el número que indica las veces que otro se ha de multiplicar se llama exponente, y el resultado se llama potencia.* Para indicar la elevación á potencia se escribe la base, y á continuación, hacia la parte superior de la derecha y con una cifra muy pequeña, se escribe el exponente; el producto ó potencia se escribe á continuación del signo = (igual á). Ejemplo:

$$3^2 = 9, \text{ porque } 3 \times 3 = 9.$$

3. *Las potencias se clasifican en grados:* la potencia de primer grado de un número es el mismo número; *la potencia de segundo grado se llama también cuadrado*, y es el producto del número ó base multiplicado por sí mismo; *la potencia de tercer grado se llama también cubo*, y es el producto de la base tomada tres veces por factor; la potencia de cuarto grado es el producto de la base tomada cuatro veces por factor, y así sucesivamente. El ejemplo anterior $3^2 = 9$, se lee: 3, elevado al cuadrado, es igual á 9.

---

1. ¿Qué entendemos por potenciación ó elevación á potencias?
2. ¿Qué entendemos por base, exponente y potencia de un número?
3. ¿Cómo se clasifican las potencias, y qué entendemos por cuadrado y por cubo?

Otros ejemplos:

$7^4 = 2401$, se lee: 7, elevado á la cuarta potencia, es igual á 2.401.

$5^3 = 125$, se lee: 5, elevado al cubo, es igual á 125.

4. *No es lo mismo «exponente» que «coeficiente» de un número. El exponente es el número que indica las veces que otro se ha de multiplicar por sí mismo*, y se escribe siempre á la derecha y en la parte superior de ese otro, que es la base de una potencia; *mientras que se llama coeficiente el número que indica las veces que otro se ha de sumar*, se escribe á la izquierda y en la misma línea de ese.

En el ejemplo $2 . 4 = 8$, el 2 es coeficiente de 4.

En el ejemplo $4^2 = 16$, el 2 es exponente de 4.

5. *El cuadrado y el cubo de los números dígitos son* los siguientes:

Números......	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrados.....	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Números.....	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cubos.......	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

6. *Radicación ó extracción de raíces* es la operación inversa de la potenciación, y *tiene por objeto hallar una cantidad que, multiplicada por sí misma un número dado de veces, nos dé otra cantidad conocida.*

Si el cuadrado de 4 es 16, la raíz cuadrada de 16 es 4.
Si el cubo de 5 es 125, la raíz cúbica de 125 es 5.

---

4. ¿Es lo mismo exponente que coeficiente de un número?
5. ¿Cuáles son el cuadrado y el cubo de los números dígitos?
6. ¿Qué entendemos por radicación ó extracción de raíces?

7. La cantidad conocida ó potencia se llama *radicando;* el exponente dado se llama *índice*, y el resultado ó cantidad que se busca se llama raíz. *Para significar la extracción de raíces se escribe un signo* $\sqrt{}$ *que se denomina radical;* entre sus ramas se escribe el índice, cuando es mayor de 2, y debajo de la rayita horizontal del signo se escribe el radicando ó número cuya raíz se busca. Si ese número es 125 y el índice es 3, ó bien si es 81 y el índice es 2, se escribirá así:

$$\sqrt[3]{125} = 5; \quad \sqrt{81} = 9;$$

y se leerá:

Raíz cúbica de 125 es igual á 5; raíz cuadrada de 81 es 9, porque $5 \times 5 \times 5 = 125$, y porque $9^2 = 81$.

8. *Se llama raíz cuadrada de un número á otro número que, elevado al cuadrado, produce el propuesto*; así

$$\sqrt{36} = 6; \text{ porque } 6^2 = 36.$$

Se llama raíz cúbica de un número á otro número que, elevado al cubo ó tercera potencia, da el número propuesto; así

$$\sqrt[3]{343} = 7; \text{ porque } 7^3 = 343.$$

9. *Es evidente que no todos los números tienen raíz exacta*, como no todos los números tienen cociente exacto; pero la diferencia entre la raíz resultante y la verdadera siempre ha de ser menor que la unidad, y podrá expresarse muy aproximadamente con un número fraccionario.

---

7. ¿Cuál es el signo de la raíz?
8. ¿Cuál es la raíz cuadrada y la raíz cúbica de un número?
9. ¿Tienen raíz exacta todos los números?

Siendo el cuadrado de $8 = 64$
y el cuadrado de $9 = 81$,

no tiene duda que la raíz cuadrada de todos los números que median entre 64 y 81 es mayor que 8 y menor que 9;

de igual modo, siendo el cubo de $8 = 512$
y el cubo de $9 = 729$,

la raíz cúbica de todos los números mayores de 512 y menores de 729, ha de ser mayor que 8 y menor que 9; esa cantidad menor que una unidad, es un número quebrado ó fraccionario. (Los números fraccionarios se estudian en el capítulo siguiente.)

10. *Problemas de elevación á potencias y de extracción de raíces.*

1.° Si el suelo de una habitación cuadrada tiene 6 metros de lado, ¿cuántos metros tendrá de largo y de ancho?

Planteo y resolución del problema:

$$6^2 = 36 \text{ metros.}$$

2.° Si esa misma habitación tiene igual altura que anchura, ¿cuál será su capacidad cúbica?

Planteo y resolución del problema:

$$6^3 = 216 \text{ metros.}$$

3.° ¿Cuál será la capacidad cúbica de un salón que tiene 8 metros de largo, 4 de ancho y 5 de altura?

Planteo y resolución:

$$8 \,.\, 4 \,.\, 5 = 160 \text{ metros.}$$

4.° Si un metro tiene 10 decímetros, ¿cuántos decímetros cuadrados tendrá un metro cuadrado?

---

10. Problemas de potenciación y de radicación.

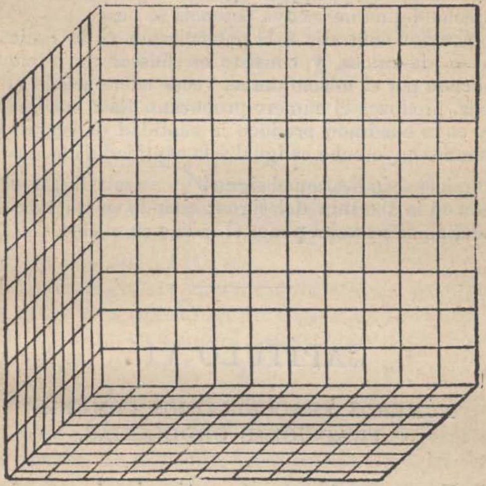
Planteo y resolución del problema:

$$10^2 = 100 \text{ decímetros cuadrados.}$$

5.° ¿Cuántos decímetros cúbicos tendrá un metro cúbico?

Planteo y resolución:

$$10^3 = 1000 \text{ decímetros cúbicos.}$$



Metro cuadrado.

Metro cúbico.

6.° Si un vagón del ferrocarril tiene 5 y medio metros de largo, 3 de ancho y 4 de altura, ¿cuál será su raíz cúbica?

Planteo del problema:

$$x=\sqrt[3]{5\,{}^1/_2 \,.\, 3 \,.\, 4}=\sqrt[3]{66}$$

Resolución del problema:

$$x = 4 \text{ metros próximamente.}$$

Resumen del capítulo VI.

La operación de multiplicar un número por sí mismo varias veces, se llama potenciación ó elevación á potencias: el producto de tomar á un número dos veces por factor, se llama *cuadrado*, y el producto de tomarlo tres veces por factor, se llama *cubo*. La elevación á potencias se indica mediante un número de tamaño muy reducido que se coloca (de este modo: 5^3) á la derecha del número cuya potencia se busca.

La operación contraria á la potenciación es la radicación ó extracción de raíces, y consiste en buscar un número que, multiplicado por sí mismo tantas veces como señale el índice de la raíz, produzca el número propuesto. Raíz cuadrada es el número cuyo cuadrado produce la cantidad dada; raíz cúbica es el número cuyo cubo es igual á la cantidad dada. La extracción de raíces se indica con el signo $\sqrt{}$ (raíz de), y el índice se coloca en la abertura del signo; cuando se trata de la raíz cuadrada, no se necesita poner el índice en el signo.

CAPÍTULO VII.

NÚMEROS FRACCIONARIOS COMUNES Ó FRACCIONES ORDINARIAS.

1. *Se llama quebrado, fracción ó número fraccionario, el número que expresa una ó varias partes de la unidad;* como un octavo de naranja, dos tercios de manzana, cuatro céntimos de peseta. En todo quebrado hay siempre que considerar dos cosas: el número de partes en que la unidad está ó se supone dividida, y el número que se toma de esas partes en que

---

1. ¿Qué es número fraccionario? ¿Qué es numerador y qué es denominador?

se divide la unidad; cuando decimos «un octavo de naranja», entendemos que la unidad está dividida en 8 partes, y que de esas ocho tomamos una; cuando decimos «cuatro céntimos de peseta», consideramos que la unidad está dividida en cien partes, y de ellas tomamos cuatro. *Luego el número fraccionario es una división indicada, en la que el dividendo se llama numerador y el divisor denominador:* un octavo es lo mismo que 1 : 8, y lo mismo que $\frac{1}{8}$; cuatro céntimos es lo mismo que 4 : 100, ó $\frac{4}{100}$, ó 0,04.

2. *Hay dos clases de números quebrados ó fraccionarios:* unos llamados quebrados *ordinarios* ó comunes, *y* otros llamados fraccionarios *decimales. Los quebrados ordinarios se refieren á la unidad dividida en cualesquiera partes iguales.* Los quebrados decimales se refieren siempre á la unidad dividida en 10 partes iguales, en 100, en 1.000, etc.

Los números fraccionarios comunes se escriben de una de estas tres maneras: en forma de división indicada (3 : 5), ó *separando el numerador del denominador por medio de una rayita horizontal, estando el numerador encima del denominador* $\left(\frac{3}{5}\right)$, ó bien trazando entre el numerador y el denominador una línea inclinada, de derecha á izquierda ($^3/_5$). *Se lee primeramente el numerador, y á continuación el denominador:* cuando el denominador es 2, se denomina *mitad* ó medio; cuando es 3, *tercios;* cuando es 4, *cuartillos;* desde 5 hasta 10, toma la terminación de los numerales ordinales; desde 11 en adelante, el denominador recibe la terminación *avo;* así los quebra-

---

2. ¿Cuántas clases hay de números fraccionarios? ¿Cuáles son los quebrados ordinarios ó comunes, y cómo se escriben y leen?

dos $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{2}{14}$, etcétera, se leen un medio, dos tercios, dos cuartillos, dos quintos, dos sextos, dos séptimos, dos octavos, dos novenos, dos décimos, dos onceavos, dos doceavos, dos treceavos, dos catorceavos, etc.

3. *Es evidente que* el quebrado cuyos términos sean iguales, valdrá una unidad; así, cada uno de estos quebrados $\frac{1}{1}$, ó $\frac{2}{2}$, ó $\frac{3}{3}$, ó $\frac{4}{4}$, ó $\frac{5}{5}$, ó $\frac{6}{6}$, ó $\frac{7}{7}$, ó $\frac{8}{8}$, ó $\frac{9}{9}$, ó $\frac{10}{10}$, etc., valdrá una unidad, porque si el denominador indica las partes en que la unidad se divide y el numerador las partes que se toman de esas divisiones, es patente que, cuando el numerador es igual al denominador, indica que se toman todas las partes en que la unidad está dividida, y, por consiguiente, la unidad entera. De igual modo, el quebrado valdrá más cuanto más aumente su numerador ó disminuya su denominador, y valdrá menos cuanto más aumente su denominador ó disminuya su numerador; pero el quebrado cuyos términos aumenten ó disminuyan en un mismo número, no altera su valor.

La regla para fijar el valor de cualquier quebrado, es ésta: *el quebrado vale respecto de la unidad lo que el numerador valga respecto del denominador;* si en el quebrado $\frac{1}{2}$ el numerador es la mitad del denominador, evidentemente el quebrado vale la mitad de la unidad; si en el quebrado $\frac{7}{21}$, 7 es la tercera parte de 21, es innegable que $\frac{7}{21}$ es la tercera parte de la unidad.

4. *Cuando el numerador es mayor que el denominador, el quebrado se llama impropio.* Todo quebrado

---

3. ¿Cuál es el valor de todo quebrado común?
4. ¿Cuál es el quebrado *impropio?*

impropio es igual al cociente de su numerador dividido por su denominador. Así, $\frac{20}{5} = 4$; $\frac{18}{5} = 3 + \frac{3}{5}$.

5. *Simplificar un quebrado es reducir este quebrado á otro de menores términos, pero de igual valor;* porque ya sabemos que cuando el numerador y denominador de un quebrado se multiplican ó se dividen por un mismo número, el quebrado no altera su valor. *Para simplificar un quebrado basta dividir sus dos términos por un mismo número.*

Ejemplos:

$\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$; porque se han dividido sus dos términos primeramente por 2 y luego por 3;

$\frac{46}{92} = \frac{1}{2}$; porque los dos términos se han dividido por 46.

El quebrado cuyos dos términos no tengan un divisor común, no es simplificable. Se dice que dos números son primos entre sí cuando no tienen un divisor común.

Ejemplos:

El quebrado $\frac{5}{8}$ no es simplificable porque sus dos términos son primos entre sí; 8 se puede dividir por 2, por 4 y por 8; pero 5 solamente se puede dividir por 5; el quebrado $\frac{9}{20}$ no se puede simplificar, porque el denominador es múltiplo de 2, de 5, de 4, de 10 y de 20, pero el numerador sólo es múltiplo de 3 y 9.

6. *Reducir varios quebrados á otros equivalentes de*

---

5. ¿Qué entendemos por simplificar un quebrado, y cómo se simplifica un quebrado?

6. ¿Qué es reducir quebrados á otros de un mismo denominador, y cómo se reducen?

un denominador común á todos, *es multiplicar* todos *los referidos quebrados de tal modo* que resulten los dos términos de cada uno multiplicados por los mismos factores, y *que el denominador de todos sea uno solo y el mismo. Para reducir varios quebrados á otros de un mismo denominador, se multiplica el numerador de cada uno por los denominadores de todos los demás y se obtendrán los respectivos numeradores; y luego se multiplican todos los denominadores entre sí, y el producto será el denominador común.*

Con esta operación los quebrados no variarán de valor, aunque sí de aspecto, porque los dos términos de cada quebrado resultarán multiplicados por los denominadores de los demás.

La reducción de quebrados á otros de un mismo denominador es necesaria: 1.°, para apreciar á simple vista, ó á la simple enunciación, el respectivo valor de cada quebrado; pues de varios quebrados que tengan un mismo denominador, será mayor el que tenga mayor numerador; 2.°, para sumar quebrados; 3.°, para restarlos.

Ejemplos:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{1}{9},$$

Multiplicando los dos términos de $\frac{2}{3}$ por 5 y por 9, resultará $\frac{2.5.9}{3.5.9} = \frac{90}{135}$.

Multiplicando los dos términos de $\frac{3}{5}$ por 3 y por 9, resultará $\frac{3.3.9}{5.3.9} = \frac{81}{135}$.

Multiplicando los dos términos de $\frac{1}{9}$ por 3 y por 5, resultará $\frac{1.3.5}{9.3.5} = \frac{15}{135}$.

Los quebrados no habrán variado de valor porque sus dos términos han sido multiplicados por los mismos números; y se ha obtenido, además, un mismo denominador para todos, porque el denominador resultante es el producto de los tres denominadores, 3, 5 y 9.

Luego los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{9}$, reducidos á otros de un denominador común, son iguales á $\frac{90}{135}$, $\frac{81}{135}$, $\frac{15}{135}$.

7. *Para sumar quebrados se reducen todos á un mismo denominador si lo tienen diferente; se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador común.* Hay que notar cuatro casos:

1.° Todos los sumandos quebrados.

Ejemplos:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{1}{8}=\frac{90+81+15}{135}=\frac{186}{135}$$

$$=1+\frac{51}{135}=\frac{5}{8}+\frac{1}{3}=\frac{15+8}{24}=\frac{23}{24}.$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{4}{8}+\frac{2}{5}+\frac{6}{8}=\frac{12}{8}=2+\frac{1}{2}$$

2.° *La suma de un entero y un quebrado se llama incorporación. Para incorporar un quebrado con un entero se multiplica el entero por el denominador*, al producto se suma el numerador, y se le pone por denominador el denominador del quebrado.

Ejemplos:

$$7+\frac{3}{5}=\frac{33}{5};\ 2\ \frac{1}{3}=\frac{7}{3};\ 1\ \frac{2}{9}=\frac{11}{9};\ 3\ \frac{3}{4}=\frac{15}{4}.$$

---

7. ¿Cómo se suman quebrados? ¿Cómo se incorporan enteros y quebrados?

3.° *Para sumar números mixtos se incorporan los enteros con los quebrados y se suman como tales quebrados,* ó bien se suman primero los enteros y luego los quebrados.

Ejemplos:

$$7\frac{3}{5}+2\frac{5}{8}+1\frac{2}{3}=\frac{38}{5}+\frac{21}{8}+\frac{5}{3}=\frac{912+315+200}{120}$$

$$=\frac{1427}{120}=11\frac{107}{120}$$

$$7\frac{3}{5}+2\frac{5}{8}+1\frac{2}{3}=10+\frac{72+75+80}{120}=10+\frac{227}{120}$$

$$=11\frac{107}{120}$$

4.° *Cuando los quebrados que se suman con los enteros tienen por denominador* 2 *ó* 4, *se efectúa la suma sin dificultad alguna,* sumando primeramente los quebrados y añadiendo á los enteros las unidades que resulten.

Ejemplos:

	$21\ {}^3/_4$	$12\ {}^1/_2$
$4\ {}^1/_2$	$+\ 12\ {}^1/_2$	$+\ 3\ {}^1/_4$
$+\ 5\ {}^1/_4$	$+\ 15\ {}^1/_2$	$+\ 4\ {}^3/_4$
$+\ 7\ {}^1/_2$	$+\ 10$	$+\ 32\ {}^1/_2$
$+\ 8$	$+\ 8\ {}^1/_4$	$+\ 5\ {}^1/_4$
$=25\ {}^1/_4$	$=68$	$=58\ {}^1/_4$

8. *Para restar quebrados se reducen á un mismo*

---

8. ¿Cómo se restan dos quebrados; un quebrado de un entero; dos números mixtos; un entero de un mixto, y un mixto de un entero?

denominador; si los tienen diferentes se restan los numeradores, y á la resta se pone por denominador el denominador común. Pueden ocurrir cuatro casos:

1.° *Restar un quebrado de otro quebrado.*

Ejemplos:

$$\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}; \quad \frac{7}{9} - \frac{5}{8} = \frac{56 - 45}{72} = \frac{11}{72}$$

2.° *Restar un quebrado de un entero.* El entero se reduce á quebrado multiplicándolo por el denominador del quebrado, y poniéndole por denominador el del quebrado. Es evidente que si una unidad tiene, por ejemplo, ocho octavos, dos unidades tendrán $2 \times 8 = 16$ octavos, y tres unidades $3 \times 8 = 24$ octavos; luego $7 - \frac{3}{8} = \frac{56}{8} - \frac{3}{8} = \frac{53}{8} = 6\,\frac{5}{8}$.

3.° *Restar dos números mixtos*, reduciéndolos previamente á quebrados.

Ejemplos:

$$5\,\frac{2}{3} - 3\,\frac{5}{6} = \frac{17}{3} - \frac{23}{6} = \frac{102 - 69}{18} = \frac{34 - 23}{6}$$

$$= \frac{11}{6}\;1\,\frac{5}{6}$$

$$7\,\frac{5}{8} - 4\,\frac{3}{5} = \frac{61}{8} - \frac{23}{5} = \frac{305 - 184}{40} = \frac{121}{40} = 3\,\frac{1}{40}$$

4.° *Restar un número entero de un número mixto, ó un mixto de un entero.*

Ejemplos:

$$7\,\frac{3}{11} - 5 = 2\,\frac{3}{11}; \quad 4\,\frac{1}{2} - 2 = 2\,\frac{1}{2}$$

$$7 - 5\,\frac{3}{11} = 6\,\frac{11}{11} - 5\,\frac{3}{11} = 1\,\frac{8}{11}$$

9. *Para multiplicar dos quebrados se multiplican los numeradores, y el producto se coloca por numerador; se multiplican después los denominadores, y el producto se pone por denominador del resultado.*

Ejemplos:

$$\frac{7}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{40}; \quad \frac{9}{11} \times \frac{3}{7} = \frac{27}{77}$$

Para multiplicar un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero, se multiplica el entero por el numerador, y al producto se pone por denominador el denominador del quebrado.

Ejemplos:

$$3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}; \quad \frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5}$$

Para multiplicar números mixtos se reducen á quebrados y se multiplican como éstos.

Ejemplos:

$$4\frac{2}{3} \times 3\frac{4}{5} = \frac{14}{3} \times \frac{19}{5} = \frac{14 \times 19}{3 \times 5} = \frac{266}{15} = 17\frac{11}{15}$$

10. *Para dividir dos quebrados se invierten los términos del divisor, y luego se multiplica el dividendo por el divisor invertido.*

Ejemplos:

$$\frac{8}{9} : \frac{3}{7} = \frac{8}{9} \times \frac{7}{3} = \frac{8.7}{9.3} = \frac{56}{27} = 2\frac{2}{27}$$

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$$

---

9. ¿Cómo se multiplican dos quebrados; un entero por un quebrado y números mixtos?

10. ¿Cómo se dividen dos quebrados y números mixtos?

Para dividir números mixtos se reducen á quebrados y se dividen como éstos; pero si el dividendo ó el divisor fuese un número entero se le consideraría como quebrado cuyo denominador fuera la unidad.

Ejemplos:

$$2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{5} = \frac{7}{3} : \frac{16}{5} = \frac{7 \times 5}{3 \times 16} = \frac{35}{48} = \frac{7}{9}$$

$$4 : \frac{2}{3} = \frac{4}{1} : \frac{2}{3} = \frac{4.3}{2} = \frac{12}{3} = 6$$

$$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} : \frac{4}{1} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

11. *Para elevar á potencias una fracción ordinaria se elevan sus dos términos á la misma potencia.*

Ejemplos:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{5.5}{7.7} = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{5.5.5}{7.7.7} = \frac{5^3}{7^3} = \frac{125}{743}$$

12. *Para extraer la raíz de una fracción ordinaria se extrae la raíz de sus dos términos.*

Ejemplos:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

---

11. ¿Cómo se eleva á potencias una fracción ordinaria?
12. ¿Cómo se extrae la raíz de una fracción ordinaria?

Resumen del capítulo VII.

El número que expresa parte de la unidad, se llama fraccionario, quebrado, ó sencillamente fracción. El quebrado es una división indicada, en la cual el dividendo se llama numerador, y el divisor denominador. El número quebrado puede ser ordinario ó decimal: se llama decimal cuando el denominador es 10, 100, 1.000, ó, en general, la unidad seguida de ceros.

El quebrado común ó fracción ordinaria se escribe en dos partes, separadas con una línea horizontal ó inclinada, de este modo: $\frac{2}{3}$ ó bien $^2/_3$.

Los quebrados ordinarios se suman, se restan, se multiplican y se dividen, se elevan á potencias, y de ellos se extraen las raíces mediante operaciones especiales sujetas á este principio general: «La operación que se hace con el numerador queda hecha con el quebrado; pero la operación que se hace con el denominador queda hecha *á la inversa* con el quebrado.»

La operación más sencilla, más útil y más adecuada que puede hacerse con las fracciones ordinarias, es reducirlas á fracciones decimales y proceder con ellas como verdaderas fracciones decimales.

CAPÍTULO VIII.

NÚMEROS FRACCIONARIOS DECIMALES.

1. Ya se ha dicho que *número fraccionario es el número que expresa una* ó *varias partes iguales de la unidad;* y *número fraccionario decimal es el quebrado* ó la fracción *que expresa* una ó *varias partes de una unidad, dividida precisamente en diez partes,* ó *en ciento,* ó *en mil,* ó en diez mil, *etc.*

---

1. ¿Qué es número fraccionario decimal?

2. *Cuando la unidad entera se divide en diez partes, cada una de éstas se denomina décima; cuando en cien, centésima; cuando en mil, milésima;* cuando en diez mil, cien mil, un millón, cada una se denomina *diezmilésima, cienmilésima, millonésima.* Es evidente que así como la unidad tiene diez décimas, ó cien centésimas, ó mil milésimas, etc., cada décima vale diez centésimas; cada centésima diez milésimas; cada milésima tiene diez partes, llamadas diezmilésimas, y así sucesivamente De estos principios se deduce que *los números decimales pueden escribirse como los enteros, colocando las décimas á la derecha de las unidades, las centésimas á la derecha de las décimas, etc.;* pero hay que separar las cantidades decimales de las unidades con una coma, y cuando no haya enteros se pondrá un cero en su lugar; *la denominación que corresponde al quebrado decimal es la de la última cifra decimal*, pues es innegable que si la fracción decimal tiene 4 décimas y 5 centésimas, como ya hemos dicho que cada décima vale diez centésimas, las 4 décimas valdrán 40 centésimas, y, por tanto, 4 décimas y 5 centésimas serán 45 centésimas; de igual modo 4 décimas, 5 centésimas y 7 milésimas serán 457 milésimas, y 4 décimas y 7 milésimas serán 407 milésimas.

Ejercicios:

5	enteros y	4	décimas se escriben	5,4
5	»	45	centésimas........	5,45
5	»	457	milésimas.........	5,457
5	»	407	milésimas.........	5,407
5	»	7	milésimas.........	5,007
		7	milésimas.........	0,007

---

2. ¿Cómo se llama cada una de las partes de la unidad, cuando ésta se divide en diez partes, en cien, en mil, etc.? ¿Cómo se escribe y cómo se lee un número decimal?

3. *El sistema de numeración* que está en uso *se llama décuplo decimal, porque en él aumentan* ó *disminuyen todas las cantidades de diez en diez*; en la parte décupla ó entera las decenas valen diez unidades; las centenas valen diez centenas ó cien unidades, etc.; y en la parte decimal las décimas valen diez veces menos que las unidades; las centésimas valen cien veces menos que las unidades, ó diez veces menos que las décimas, y así sucesivamente: en la parte décupla cero á la izquierda nada vale; *en la parte decimal cero á la derecha nada vale;* y así en las fracciones decimales pueden añadirse á la derecha todos los ceros que se deseen, sin que se altere en lo más mínimo su valor, porque si

0,4 vale 4 décimas,
0,40 = 4 décimas y nada de centésimas
0,400 = 4 décimas y nada de centésimas y milésimas, etc.

4. *Para sumar decimales* se reducen, si se quiere, á una denominación común, *se suman como los enteros*, y de la derecha de la suma total se separan con una coma tantas cifras decimales como haya en el sumando que tenga más cifras decimales.

Ejemplos:

4,45	=	4.450	7.4	=	7.400
3,753	=	3,753	0.51	=	0,510
2,003	=	2,003	2,3	=	2.300
0 4	=	0,400	7, 825	=	7.825
10,606	=	10,606	18,035	=	18,035

---

3. ¿Por qué se llama décuplo decimal nuestro sistema de numeración?

¿Qué valor tiene el cero en la derecha de los decimales?

4. ¿Cómo se suman decimales?

5. *Para restar números decimales se reducen el minuendo y el sustraendo á una denominación común si se quiere; se restan como los enteros, y de la derecha del residuo se separan con una coma tantas cifras decimales como haya en el término que tenga más cifras decimales.*

Ejemplos:

$$\begin{array}{rcr} 14{,}7 & = & 14{,}700\ - \\ -\ 8{,}537 & = & 8{,}537 \\ \hline 6{,}163 & = & 6{,}163 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} 12{,}4 & = & 12{,}4000\ - \\ -\ 3{,}7561 & = & 3{,}7561 \\ \hline 8{,}6439 & = & 8{,}6439 \end{array}$$

6. *Para multiplicar dos números decimales, ó un decimal por un entero, ó un entero por un decimal, se multiplican exactamente como si fueran enteros; y del producto se separan con una coma tantas cifras decimales como haya entre los dos factores.*

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 4{,}85 \\ \times 0{,}\ 5 \\ \hline 2{,}425 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47{,}85 \\ \times\ 3{,}36 \\ \hline 28710 \\ 14355 \\ 14355 \\ \hline 160{,}6760 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \\ \times 0{,}52 \\ \hline 94 \\ 235 \\ \hline 24{,}44 \end{array}$$

7. *Para dividir un quebrado decimal por otro, un*

---

5. ¿Cómo se restan decimales?

6. ¿Cómo se multiplican decimales?

7. ¿Cómo se divide un quebrado decimal por otro, un decimal por un entero, ó un entero por un decimal? ¿Cómo se aproxima á la exactitud el cociente de enteros y decimales que no tengan cociente exacto?

decimal por un entero, ó un entero por un decimal, se hacen el dividendo y el divisor de la misma denominación decimal, igualando con ceros el número de cifras decimales de dividendo y divisor, y se dividen como los enteros; cuando en un dividendo parcial éntre una cifra decimal se pone coma en el cociente, para considerar como decimales todas las cifras siguientes.

Ejemplos:

43,50 : 7.25 = 6.
41 : 5,125 = 41000 : 5125 = 8.

Cuando la división de enteros ó de decimales no sea exacta se van añadiendo á los residuos parciales tantos ceros como cifras decimales se quieran para obtener un cociente exacto ó muy aproximado á la exactitud.

Ejemplos:

25 : 7 = 3,571 = 3 enteros y 571 milésimas.
40
50
10

14 : 3,725 = 14000 : 3725 = 3,758
28250
21750
31250
1450

8. *La elevación á potencias y extracción de raíces de los números decimales se hace como la de los enteros.*

(Por medio de los números decimales podemos ave-

---

8. ¿Cómo se elevan á potencias los números decimales, y cómo se extrae de ellos las raíces?

riguar la raíz inexacta de los enteros y de los decimales con un error tan mínimo como se quiera; pero las operaciones necesarias exceden los límites de los Programas de la Primera Enseñanza.)

Ejemplos:

$$(4,25)^2 = 4,25 \times 4,25 = 17,8625.$$
$$(4,25)^3 = 4,25 \times 4,25 \times 4,25 = 76,218625.$$

$$\sqrt{64} = 8\,; \qquad \sqrt[3]{729} = 9.$$

$$\sqrt{65} = 8,062 \qquad \sqrt[3]{800} = 9,29.$$

9. *Los quebrados comunes se reducen á quebrados decimales dividiendo su numerador por su denominador;* para lo cual habrá que añadir á los residuos parciales tantos ceros como cifras decimales se deseen obtener: si el quebrado es impropio, la primera cifra del cociente será de enteros; pero si es propio, habrá que poner un cero de entero en el cociente y comenzar la división poniendo un cero al dividendo.

Ejemplos:

$$4\,\frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 14 : 3 = 4,666\,;\ \frac{4}{5} = 0,8;\ \frac{7}{9} = 0,777.$$

10. *Todas las operaciones que se hacen con los quebrados ordinarios son más breves y sencillas reduciendo éstos á decimales y haciendo las operaciones propias de los decimales;* de donde resulta que solamente en casos muy excepcionales debe acudirse á las operaciones de las fracciones ordinarias.

---

9. ¿Cómo se reducen quebrados ordinarios á decimales?
10. ¿Qué ventajas ofrece la reducción de quebrados ordinarios á decimales?

Ejemplos de suma con quebrados ordinarios reducidos á decimales:

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = 0{,}8 + 0{,}75 + 0{,}666 = 2{,}216.$$

$$3 + \frac{7}{8} = 3{,}875.$$

Ejemplos de resta con quebrados ordinarios reducidos á decimales:

$$4 - \frac{5}{9} = 4 - 0{,}555 = 3{,}445.$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = 0{,}8 - 0{,}4 = 0{,}4.$$

Ejemplos de multiplicación con quebrados ordinarios reducidos á decimales:

$$\frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{40} = 0{,}502;\ 4 \times \frac{3}{7} = \frac{12}{7} = 1{,}714.$$

Ejemplos de división con quebrados ordinarios reducidos á decimales:

$$\frac{7}{8} : \frac{3}{5} = \frac{35}{24} = 1{,}045;\ 5\,\frac{2}{3} : 2\,\frac{4}{5} = 5{,}666 : 2{,}800 = 2{,}023.$$

11. Los quebrados decimales pueden también reducirse á quebrados ordinarios, aunque esta operación no ofrezca ventaja alguna en la práctica.

Para reducir quebrados ó fracciones decimales á quebrados ordinarios, conviene saber que las fracciones decimales se dividen en fracciones exactas y fracciones inexactas; y estas últimas se subdividen en periódicas puras y periódicas mixtas.

---

11. ¿En cuántas y cuáles clases se dividen las fracciones decimales?

12. *La fracción decimal exacta es la que tiene un número limitado de cifras: se reduce á quebrado ordinario poniendo por numerador la fracción decimal y por denominador la unidad, seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga.*

Ejemplos:

$$0{,}45 = \frac{45}{100};\ 0{,}456 = \frac{456}{1000};\ 0{,}004 = \frac{4}{1000};\ 3{,}45 = 3\,\frac{45}{100}$$

La fracción decimal periódica pura es aquella en que las cifras decimales se repiten en períodos de una cifra, dos, tres ó más: se reduce á quebrado ordinario poniendo por numerador el período y por denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

Ejemplos:

$$0{,}444... = \frac{4}{9};\ 0{,}454545... = \frac{45}{99};\ 0{,}071071071... = \frac{71}{999}.$$

La fracción periódica mixta es aquella que consta de una parte no periódica, ó que no se repite, y de otra periódica: se reduce á quebrado ordinario poniendo por numerador la parte no periódica, seguida del primer período, menos la parte no periódica, y por denominador tantos nueves como cifras tenga la parte no periódica y tantos ceros como tenga la parte periódica.

Ejemplos:

$$0{,}8444... = \frac{84-8}{90} = \frac{76}{90};\ 0{,}17333... = \frac{173-17}{990} = \frac{156}{990};$$

$$0{,}34545... = \frac{345-3}{900} = \frac{342}{900}.$$

---

12. ¿Cómo se reducen á fracciones ordinarias las fracciones decimales exactas?

¿Y las fracciones decimales periódicas puras?

¿Y las fracciones decimales periódicas mixtas?

Resumen del capítulo VIII.

Número fraccionario decimal es el número que expresa una ó varias partes de la unidad, dividida en diez partes, en ciento, en mil, etc.

Con los números fraccionarios decimales pueden hacerse las mismas operaciones y de igual manera que con los números enteros, aunque conviene que todos los números que entran en una operación tengan igual número de cifras decimales; lo cual se obtiene añadiendo los ceros necesarios á la derecha del que tenga menos, porque los ceros á la derecha de los decimales no alteran en nada el valor de éstos.

Los quebrados comunes ú ordinarios se reducen á decimales dividiendo el numerador por el denominador, añadiendo previamente al numerador los ceros que se quiera, y separando en el cociente para decimales tantas cifras como ceros se hayan añadido al numerador. Las fracciones decimales se reducen también á fracciones ordinarias, pero esa reducción no tiene ninguna utilidad práctica.

CAPÍTULO IX.

SISTEMA ANTIGUO DE PESAS, MEDIDAS Y MONEDAS DE CASTILLA.

1. *Todas las cantidades* que podemos imaginar *son mensurables* ó *continuas*, ó *bien numerables* ó *discontinuas*. Las cantidades continuas son las que resultan de la medida ó del peso de los objetos, con sujeción á una unidad que se llama unidad de medida, como la longitud de un banco ó el peso de una piedra; las cantidades discontinuas son las constituídas por unidades separadas, como un ejército de soldados, el número de niños de una escuela.

2. *Las cantidades continuas se dividen en unidades de longitud, de superficie, de volumen, de capacidad, de peso, de dinero y de tiempo.* Actualmente las medidas y pesos están sujetos á un sistema cómodo, breve, útil y sencillo que constituye el Sistema Métrico Decimal; pero antiguamente se sujetaban á unas divisiones confusas que vamos á exponer brevemente.

3. *Unidades antiguas de longitud.*

La legua, que tiene.............	1.666 $^2/_5$ estadales.
El estadal......................	4 varas.
La vara (unidad fundamental)...	3 pies ó 4 cuartas.
El pie..........................	12 pulgadas.
La pulgada......................	12 líneas.
La línea........................	12 puntos.

---

1. ¿Qué entendemos por cantidades continuas y discontinuas?
2. ¿Cómo se dividen las cantidades continuas?
3. ¿Cuáles son las unidades antiguas de longitud?

4. *Unidades antiguas de superficie.*

La legua cuadrada, que tiene ($1.666\,^2/_3 \times 1.666\,^2/_3$).......	$277.777\,^7/_9$ estadales cuadrados.
El estadal cuadrado (4^2).......	16 varas cuadradas.
La vara cuadrada (unidad fundamental) (3^2).............	9 pies cuadrados.
El pie cuadrado (12^2).........	144 pulgadas cuadradas.
La pulgada cuadrada (12^2).....	144 líneas cuadradas.
La línea cuadrada (12^2).......	144 puntos cuadrados.

5. *Unidades antiguas de volumen.*

La vara cúbica (unidad fundamental), que tiene ($3 \times 3 \times 3$)...	27 pies cúbicos.
El pie cúbico (12^3)...........	1.728 pulgadas cúbicas.
La pulgada cúbica (12^3).......	1.728 líneas cúbicas.

6. *Unidades antiguas de capacidad.*

Para áridos:

El cahiz, que tiene..........	12 fanegas.
La fanega (unidad fundamental).	12 celemines.
El celemín...............	4 cuartillos.

Para líquidos, menos aceite:

El moyo......................	16 cántaras ó arrobas.
La cántara (unidad fundamental).	4 cuartillas.
La cuartilla..................	2 azumbres.
La azumbre....................	4 cuartillos.
El cuartillo..................	4 copas.

Para aceite:

La arroba...............	25 libras.
Libra (unidad fundamental)....	4 panillas.

---

4. ¿Cuáles son las unidades antiguas de superficie?
5. ¿Cuáles son las unidades antiguas de volumen?
6. ¿Cuáles son las unidades antiguas de capacidad?

7. *Unidades antiguas de peso ó pesas.*

El quintal.	4 arrobas.
La arroba.	25 libras.
La libra (unidad fundamental). . .	16 onzas.
La onza.	16 adarmes.
El adarme.	3 tomines.
El tomín..	12 granos.

8. *Monedas antiguas de España.*

De oro:

Onza..	16 duros ó pesos.
Media onza.	8 duros ó pesos.
Doblón..	4 duros ó pesos.
Escudo..	2 duros ó pesos.
Veintén ó peso.	Un duro ó 20 reales.

De plata:

Duro ó peso..	20 reales.
Medio duro ó escudo.	10 reales.
Peseta (diminutivo de peso). . . .	4 reales.
Media peseta.	2 reales.
Real (unidad fundamental).	8 $^1/_2$ cuartos.

De cobre:

Pieza de dos cuartos.	8 maravedís.
Cuarto..	4 maravedís.
Ochavo, medio cuarto ó.	2 maravedís.
Maravedí (moneda imaginaria).	

En una época remota el cuarto era cuarta parte del real, y el ochavo la octava parte. El real ó *rei* portugués, también moneda imaginaria, es algo menos que un maravedí; el *pataco* portugés valía 40 reis, equivalentes á 32 maravedís.

---

7. ¿Cuáles son las unidades de peso?
8. ¿Cuáles son las monedas antiguas de España?

9. *Unidades de tiempo.*

El siglo ó centuria, que tiene..........	100 años.
El decenio ó década...	10 años.
El lustro ó quinquenio..	5 años.
El bienio.........	2 años.
El año...........	12 meses=365 ó 366 días.
El semestre........	6 meses.
El trimestre........	3 meses.
El mes comercial.....	30 días.
El mes natural......	31 días (Enero, Marzo, Mayo, Julio, Agosto, Octubre y Diciembre). 30 días (Abril, Junio, Septiembre y Noviembre). 28 ó 29 (Febrero).
La semana........	7 días (empieza el domingo y concluye el sábado).
El día...........	24 horas.
La hora..........	60 minutos.
El minuto.........	60 segundos.

10. *El sistema antiguo de pesas, medidas y monedas tiene muchos inconvenientes:* está formado por unidades que no tienen entre sí relación; el nombre de ellas no expresa lo que significan; dificultan las relaciones comerciales porque son diferentes en cada región de la misma España, y para los cálculos mercantiles exigen operaciones complicadas. Ninguno de esos inconvenientes ofrece el Sistema Métrico Decimal, que se halla expuesto en el capítulo siguiente.

---

9. ¿Cuáles son las unidades de tiempo?
10. ¿Es inconveniente el uso del antiguo sistema de medidas, pesas y monedas?

Resumen del capítulo IX.

Las cantidades se dividen en continuas, que se pesan ó miden, y discontinuas, que se cuentan por unidades sueltas.

Las cantidades continuas se miden ó pesan con relación á unidades fundamentales: se dividen en unidades de longitud, de superficie, de volumen, de capacidad, de peso, de dinero y de tiempo.

En el antiguo sistema de pesas y medidas la unidad fundamental de las cantidades de longitud es la vara;
de superficie, la vara cuadrada;
de volumen, la vara cúbica;
de capacidad, la fanega, la cántara y la libra;
de pesas, la libra;
de monedas, el real.

CAPÍTULO X.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL DE MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS.

1. *El sistema de medidas, pesas y monedas* que actualmente se usa en España y en casi todas las naciones civilizadas del mundo, *se denomina métrico decimal porque todas sus unidades tienen por base fundamental el metro, y aumentan y disminuyen de diez en diez*

2. *En el Sistema Métrico Decimal, el nombre de los*

---

1. ¿Por qué se llama métrico decimal al sistema moderno de pesas, medidas y monedas?

2. ¿Cómo se forma el nombre de los múltiplos y divisores de la unidad fundamental?

múltiplos de la unidad fundamental se forma anteponiendo al nombre de ésta las palabras griegas

Deca,	que vale	10,	y en abreviatura se escribe		D.
Hecto,	»	100	»	»	H.
Kilo,	»	1.000	»	»	K.
Miria,	»	10.000	»	»	M.

Y el nombre de *los divisores ó medidas menores* por las latinas

Deci,	que vale	décima parte,	y se escribe	d.
Centi,	»	centésima parte	»	c.
Mili,	»	milésima parte	»	m.

3. Las unidades fundamentales son:

De longitud.................	*El metro.*
De superficie...............	*El metro cuadrado.*
» agrarias........	*El área.*
De volumen................	*El metro cúbico.*
De capacidad..............	*El litro.*
De peso.....................	*El gramo.*
» para graduar la fuerza.	*El kilográmetro.*
Unidad del sistema monetario.	*La peseta.*

El metro es la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre; luego todo el meridiano terrestre, ó línea que se supone rodea á la Tierra, pasando por los polos, tiene metros $1 \times 10.000.000 \times 4 = 40.000.000$ de metros.

---

3. ¿Cuáles son las unidades fundamentales del Sistema Métrico Decimal?

El metro cuadrado es un cuadrado que tiene un metro de lado.

El área es un cuadrado que tiene de lado diez metros.

El metro cúbico es un cubo que tiene un metro de arista.

El litro es un cubo que tiene de arista la décima parte del metro.

El gramo es el peso, en el vacío, del agua destilada á cuatro grados de temperatura, y que cabe en un cubo que tiene por arista la centésima parte de un metro.

El kilográmetro es el esfuerzo necesario para elevar á un metro de altura en un segundo de tiempo el peso de mil gramos.

La peseta es moneda de plata de 23 milímetros de diámetro y de cinco gramos de peso.

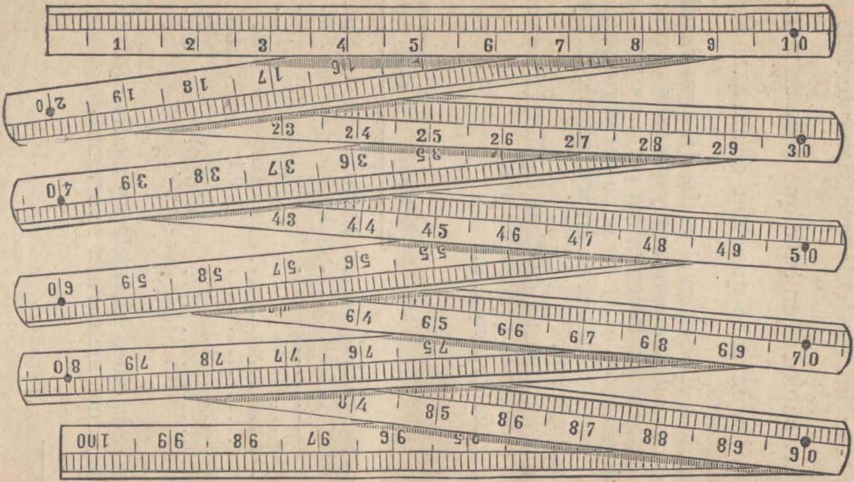
4. *Unidades de longitud.*

	Metros.	Se escribe en abreviatura.
El miriámetro, que tiene......	10.000	Mm.
El kilómetro.................	1.000	Km.
El hectómetro...............	100	Hm.
El decámetro.........	10	Dm.
El metro....................	1	m.
El decímetro................	0,1	dm.
El centímetro...............	0,01	cm.
El milímetro................	0,001	mm.

Algo más de cinco kilómetros y medio equivalen á una legua; cinco metros son seis varas.

---

4. ¿Cuáles son las unidades de longitud y cómo se escriben en abreviatura?



Metro de metal ó de marfil, articulado por cada una de sus diez divisiones representativas del decímetro.

5. *Unidades de superficie.*

	Metros cuadrados.	Se escribe en abreviatura.
El miriámetro cuadrado ó	100.000.000	Mm^2
El kilómetro cuadrado..	1.000.000	Km^2
El hectómetro cuadrado.	10.000	Hm^2
El decámetro cuadrado..	100	Dm^2
El metro cuadrado.....	1	m^2
El decímetro cuadrado..	0,01	dm^2
El centímetro cuadrado.	0,0001	cm^2
El milímetro cuadrado..	0,000001	mm^2

6. *Unidades para medir los campos,* ó *medidas agrarias.*

Hectárea cuadrada,	cuadrado	de 100	áreas, se escribe.	ha.
Área »	»	de 10	metros de lado..	a.
Centiárea »	»	de 0,01	de área........	ca.

Una hectárea equivale á una fanega y media de tierra.

Una fanega de tierra equivale á 0,64 de hectárea.

7. *Unidades de volumen.*

	Metro cúbico.	Se escribe.
El metro cúbico, que vale.....	1	m^3
El decímetro cúbico..........	0,001	dm^3
El centímetro cúbico.........	0,000001	cm^3
El milímetro cúbico..........	0,000000001	mm^2

---

5. ¿Cuáles son las unidade de superficie?

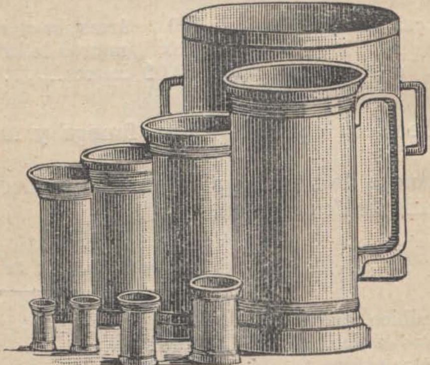
6. ¿Cuáles son las unidades agrarias ó unidades para medir las fincas rústicas?

7. ¿Cuáles son las unidades de volumen?

8. *Unidades de capacidad.*

	Litros.	Se escribe en abreviatura.
El kilolitro, que vale.........	1.000	Kl.
El hectolitro.................	100	Hl.
El decalitro.............. ...	10	Dl.
El litro......................	1	l.
El decilitro....	0,1	dl.
El centilitro................	0,01	cl.
El mililitro.................	0,001	ml.

Un litro de cualquier líquido, menos aceite, vale algo menos de dos cuartillos.

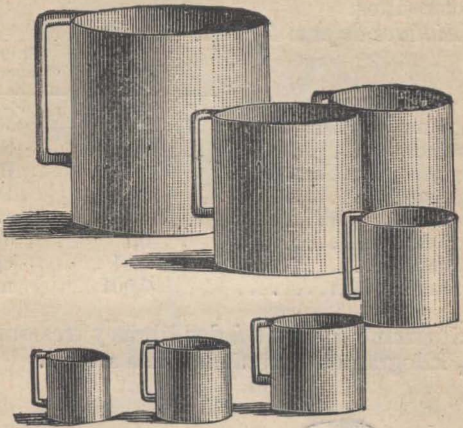


Medidas de capacidad para líquidos, menos el aceite.

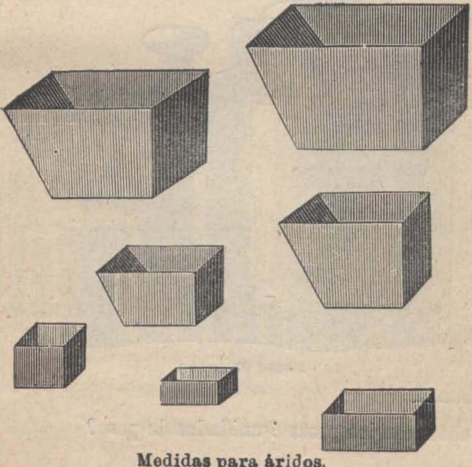
Un litro de aceite equivale próximamente á dos libras ú ocho panillas.

---

8. ¿Cuáles son las unidades de capacidad?



Medidas de capacidad para el aceite.



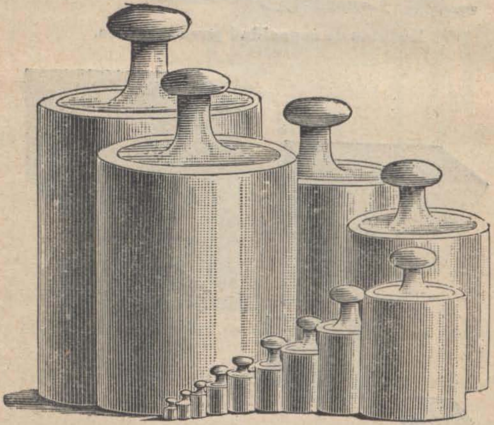
Medidas para áridos.

Tres litros de áridos ó granos equivalen á dos y medio cuartillos.

9. *Unidades de peso ó pesas.*

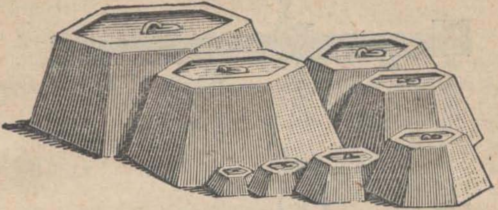
	Gramos.	Se escribe en abreviatura.
El miriagramo, que tiene......	10.000	Mg.
El kilogramo...............	1.000	Kg.
El hectogramo	100	Hg.
El decagramo..............	10	Dg.
El gramo..................	1	g.
El decigramo..............	0,1	dg.
El centigramo..............	0,01	cg.
El miligramo	0,001	mg.

Un kilogramo equivale á dos libras y tres onzas.
11 $^1/_2$ kilogramos equivalen á una arroba.

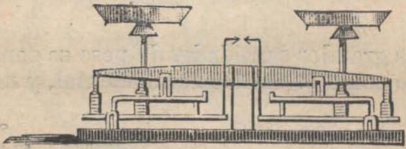


Pesas de latón.

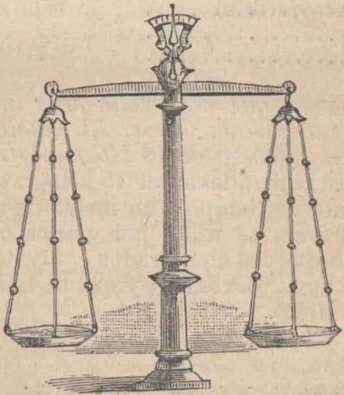
9. ¿Cuáles son las pesas ó unidades de peso?



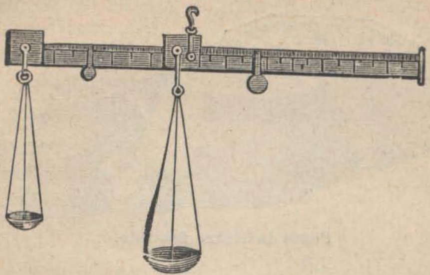
Pesas de hierro fundido.



Balanza de platillos.



Balanza de columna.



Balanza romana.

Para las grandes cantidades de peso se considera el kilogramo como la unidad fundamental, y se usan:

	Kilogramos.	Se escribe en abreviatura.
La tonelada, que tiene..........	1.000	T.
El quintal métrico.............	100	Qm.
El miriagramo.................	10	Mg.
El kilogramo..................	1	Kg.

10. *La fuerza que desarrolla una máquina se cuenta por caballos de vapor. El caballo de vapor equivale á una fuerza de 75 kilográmetros*, ó sea la fuerza necesaria para levantar 75 kilogramos de peso en un segundo de tiempo á un metro de altura.

La temperatura se mide por grados centígrados; considerando que los cien grados equivalen á la temperatura del agua hirviendo; y que 0 grado es la temperatura del hielo.

---

10 ¿Cómo se gradúa la fuerza de una máquina? ¿Qué es caballo de vapor?

El tiempo se gradúa como se ha dicho en el capítulo anterior.

11. *Sistema monetario.*

Monedas de oro:	*Monedas de plata:*	*Monedas de bronce:*
De 100 pesetas.	De 5 pesetas.	De 0,10 de peseta.
» 50 »	» 2 »	» 0,05 »
» 20 »	» 1 »	» 0,02 »
» 10 »	» 0,50 »	» 0,01 »
» 5 »	» 0,20 »	

La peseta, que se divide en cien céntimos, vale cuatro reales de la moneda antigua.

La moneda de cinco pesetas conserva el nombre de duro ó peso, y vale veinte reales.

12. *Para reducir*

Varas á metros	se multiplica por	84	y se divide por 100.
Metros á varas	»	119	»
Leguas á kilómetros	»	557	»
Kilómetros á leguas	»	18	»
Libras á kilogramos	»	46	»
Kilogramos á libras	»	217	»
Cuartillos á litros	»	51	»
Litros á cuartillos	»	198	»
Libras de aceite á litros	»	51	»
Litros de aceite á libras	»	198	»
Cuartillos de trigo á litros	»	115	»
Litros de trigo á cuartillos	»	86	»
Fanegas á hectáreas	»	64	»
Hectáreas á fanegas	»	155	»

11. ¿Cuál es el sistema monetario de España?

12. ¿Cómo reduciremos metros á varas, varas á metros, leguas á kilómetros, etc., etc.?

Y como para dividir por 100 basta separar de la cantidad dada las dos últimas cifras, éstas representarán las centésimas partes de la unidad fundamental.

Ejemplos: ¿Cuántas varas tienen 57 metros?

$$\frac{119 \times 57}{100} = 67{,}83, \text{ es decir, 67 varas y 83 centésimas de vara.}$$

¿Cuántos metros tienen 27 $^1/_2$ varas?

$$\frac{27\ ^1/_2 \times 84}{100} = 22{,}10, \text{ es decir, 22 metros y 10 centímetros.}$$

¿Cuántos kilómetros tienen 17 leguas?

$$\frac{557 \times 17}{100} = 94 \text{ kilómetros y 69 centímetros.}$$

¿Cuántas leguas tienen 100 kilómetros?

$$\frac{100 \times 18}{100} = 18 \text{ leguas.}$$

¿Cuántos kilogramos tienen 40 libras?

$$\frac{40 \times 46}{100} = 18{,}40 \text{ kilogramos.}$$

¿Cuántas libras tienen 92 kilogramos?

$$\frac{92 \times 217}{100} = 199 \text{ libras y 64 centésimas, es decir, 8 arrobas.}$$

Resumen del capítulo X.

El Sistema Métrico Decimal de pesas y medidas vigente en España está puesto en uso por el Gobierno de la nación desde el año 1849, y en la parte que se refiere á las monedas está en vigor desde 1868.

Sus unidades fundamentales son: el metro, el metro cuadrado, el área, el metro cúbico, el litro, el gramo, la peseta y el kilográmetro. Todas tienen por base el metro, que es la diezmillonésima parte de la distancia que hay desde un polo al Ecuador, ó sea la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre. Los nombres de las unidades superiores se forman anteponiendo al nombre de la unidad fundamental los prefijos *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria*, y los de las unidades inferiores se forman anteponiendo al nombre de la unidad fundamental los prefijos *deci*, *centi*, *mili*.

Todas las personas deben contribuir á que en España se generalice el Sistema Métrico Decimal, con absoluta exclusión del complicado, irregular y anticientífico sistema antiguo.

CAPÍTULO XI.

RAZONES Y PROPORCIONES.

1. *Razón de dos números es el cociente de una división indicada;* es decir, de una división que no está resuelta sino meramente figurada; por ejemplo: 8 : 4; en la cual la razón ó el cociente es 2.

2. *El primer término, ó sea el dividendo, se llama «antecedente de la razón»; y el segundo término, ó sea el divisor, se llama «consecuente de la razón».*—Como ya sabemos que una división indicada puede considerarse también como un quebrado cuyo numerador es el dividendo, y cuyo denominador es el divisor, diremos ahora que *la razón de dos números puede es-*

---

1. ¿Qué entendemos por razón de dos números?
2. ¿Cómo se llaman los términos de la razón? ¿Cómo se escribe y se lee una razón?

cribirse de dos maneras; *como una división indica la* (8 : 4), ó bien en forma de quebrado ordinario $\left(\frac{8}{4}\right)$; y se lee 8 es á 4; ó bien 8 dividido por 4.

3. *Dos números que forman una razón tienen absolutamente las mismas propiedades que la división y que el quebrado ordinario.*—Por tanto, si el antecedente de una razón aumenta, aumenta la razón en la misma cantidad:

8 : 4; razón = 2; 16 : 4; razón = 4.

Si el antecedente disminuye, también disminuye la razón:

8 : 4, razón = 2; 6 : 4, razón = 1 $\frac{1}{2}$.

Si el consecuente aumenta, disminuye la razón:

8 : 4, razón = 2; 8 : 6, razón = 1 $\frac{1}{3}$.

Si el consecuente disminuye, la razón aumenta:

8 : 4, razón = 2; 8 : 2, razón = 4.

Si aumentan ó disminuyen á la vez los dos términos, la razón no se altera:

8 : 4 = 16 : 8 = 32 : 16 = 4 : 2 = 2 : 1.

De esa última propiedad se deduce que, dada una razón, se pueden hallar otras muchas iguales multiplicando ó dividiendo á la vez sus dos términos por un mismo número.

---

3. ¿Cuáles son las propiedades de la razón de dos números?

4. *Dos razones iguales forman una proporción;* luego *entendemos por proporción la igualdad de dos razones. Decimos que cuatro números son proporcionales cuando pueden formar dos razones iguales*, como 12, 4, 6 y 2; pues el cociente que resulta de dividir 12 por 4 es el mismo que se obtiene dividiendo 6 por 2. *Los términos de la proporción se llaman «extremos y medios».*

El signo característico *de la proporción es cuatro puntos* colocados dos á dos en línea horizontal y vertical (: :) entre las dos razones que la constituyen; *ese signo se lee «como».*

Ejemplos:

12 : 4 : : 6 : 2, se lee 12 es á 4 como 6 es á 2
24 : 8 : : 3 : 1, se lee 24 es á 8 como 3 es á 1.

En la primera proporción son extremos 12 y 2, y medios 4 y 6.

En la segunda proporción son extremos 24 y 1, y medios 8 y 3.

5. *La proporción se llama «continua» cuando los términos medios son iguales, y «discreta» cuando son diferentes.* La proporción 48 : 24 : : 24 : 12 es continua, y puede escribirse de este modo:

48 : 24 : 12,

y entonces se lee:

48 es á 24 es á 12.

El término medio de la proporción continua se llama «medio proporcional».

---

4. ¿Qué es una proporción? ¿Cuándo son proporcionales cuatro números? ¿Qué son *extremos* y *medios?* ¿Cómo se escribe y cómo se lee una proporción?

5. ¿Cuándo se llama continua la proporción, y qué es término proporcional?

6. La propiedad fundamental de toda proporción es la siguiente: *El producto de los extremos es igual al producto de los medios;* y si la proporción es continua, el producto de los extremos es igual á la segunda potencia ó cuadrado del término proporcional.

En las proporciones anteriores

12 : 4 : : 6 : 2,	resulta que	$12.2 = 4.6$
24 : 8 : : 3 : 1,	»	$24.1 = 3.8$
48 : 24 : 12,	»	$48.12 = 24^2$.

7. De la propiedad fundamental de las proporciones se deducen las dos siguientes consecuencias:

1.ª *Los términos de la proporción pueden cambiar de lugar sin que la proporción se altere,* con tal de que sean siempre extremos ó medios los mismos números.

En efecto: la proporción 8 : 4 : : 12 : 6 se puede convertir en estas otras:

8 : 4 : : 12 : 6
8 : 12 : : 4 : 6
12 : 6 : : 8 : 4
12 : 8 : : 6 : 4
6 : 12 : : 4 : 8
6 : 4 : : 12 : 8
4 : 8 : : 6 : 12
4 : 6 : : 8 : 12.

2.ª *Si falta un término de la proporción, puede hallarse del siguiente modo: Si el término desconocido es*

---

6. ¿Cuál es la propiedad fundamental de toda proporción?
7. ¿Cuáles son las consecuencias que se deducen de la propiedad fundamental de las proporciones?

un extremo, se multiplican los medios y el producto se divide por el extremo conocido:

$$8 : 4 :: 12 : x; \qquad x = \frac{4 : 12}{8} = 6.$$

$$x : 4 :: 12 : 6; \qquad x = \frac{4 : 12}{6} = 8.$$

Si el término desconocido es un medio, se multiplican los extremos y el producto se divide por el medio conocido:

$$8 : 12 :: x : 6; \qquad x = \frac{8.6}{12} = 4.$$

$$8 : x :: 4 : 6; \qquad x = \frac{8.6}{4} = 8.$$

Si la proporción es continua y se desconoce un extremo, *se eleva al cuadrado el medio proporcional* y el producto se divide por el extremo conocido:

$$48 : 24 : x; \qquad x = \frac{24^2}{48} = \frac{576}{48} = 12.$$

Si el término desconocido de la proporción continua *es el medio proporcional, se averigua la raíz cuadrada* del producto de los extremos, y el resultado será el medio proporcional que se busca:

$$48 : x : 12; \qquad x = \sqrt{48 . 12} = \sqrt{576} = 24.$$

8. *Para que cuatro números concretos formen proporción es necesario que los cuatro sean homogéneos, ó*

---

8. ¿Qué condición han de tener los números concretos para que formen proporción?

que lo sean de dos en dos. Si decimos: 20 metros de tela cuestan 50 pesetas, 4 metros costarán 10; esos números forman la proporción siguiente:

$$20 : 50 : : 4 : 10,$$

ó bien

$$20 : 4 : : 50 : 10.$$

Cuando los términos sean homogéneos de dos en dos, es conveniente que cada dos términos homogéneos formen una razón. La proporción anterior, si tuviera un término desconocido y éste fuera el último, se plantearía del modo siguiente:

20 metros = 50 pesetas.
4 » = x »

Y la proporción

$$20 : 4 : : 50 : x$$

se resolvería así:

$$x = \frac{4.50}{20} = 10.$$

9. *Las proporciones se clasifican en directas é inversas.*—Son proporciones directas aquellas cuyos consecuentes aumentan si aumentan los antecedentes respectivos, y disminuyen si disminuyen los respectivos antecedentes.

Proporciones inversas son aquellas en que el consecuente de la segunda razón aumenta si el antece-

---

9. ¿De cuántas maneras se clasifican las proporciones? ¿Cuáles son las proporciones directas? ¿Cuáles son las inversas?

dente disminuye, y disminuye si el antecedente aumenta.

En la proporción directa ocurre que

el antecedente de la 1.ª razón es al antecedente de la 2.ª como el correspondiente de la 1.ª es al correspondiente de la 2.ª

En la proporción inversa sucede que

el antecedente de la 1.ª razón es al antecedente de la 2.ª como el correspondiente de la 2.ª es al correspondiente de la 1.ª;

y, por tanto, la incógnita cambia de lugar.

Ejemplo: 6 libros valen 18 pesetas; ¿cuánto valdrán 10 libros iguales?

Si el número de libros aumenta, aumentará el valor; porque mientras más libros, más dinero; luego *la proporción es directa*, y se planteará así:

$$6 : 10 :: 18 : x$$

$$x = \frac{18.10}{6} = \frac{180}{6} = 30.$$

Otro ejemplo: Un ejército sitiado dispone de ración completa para 15 días; pero no recibirá auxilio hasta los 20 días; ¿qué ración deberá tomar cada hombre?

Evidentemente, mientras más días menos ración; luego *la proporción es inversa;* si consideramos la ración completa = 1, la incompleta será x; luego

$$15 : 20 :: x : 1$$

$$x = \frac{15}{20} = \frac{3}{4};$$

es decir, corresponde á cada hombre tres cuartas partes de ración; ó de otro modo, cada tres raciones deben repartirse entre cuatro hombres.

Otros ejemplos: 6 piedras muelen 150 hectolitros de grano; ¿cuántos molerán 8 piedras? Mientras más piedras más molienda; luego *la proporción es directa:*

$$6 : 8 : : 150 : x; \quad x = \frac{150.8}{6}; \quad x = 200.$$

Doce hombres hacen una obra en 5 días; 20 hombres, ¿en cuántos días la harán? Mientras más hombres menos días; luego *la proporción es inversa:*

$$12 : 20 : : x : 5$$

$$x = \frac{5.12}{20} = \frac{60}{20} = \frac{6}{2} = 3.$$

10. *Por medio de las proporciones se resuelven casi todos los problemas que puedan ocurrir en las relaciones sociales*, porque en todos esos problemas se trata de averiguar un término que es la incógnita, mediante tres datos conocidos.

La dificultad consiste únicamente en el planteo de la operación; para vencer esa dificultad hay que atender á la naturaleza de los datos y á colocarlos en proporción directa ó en proporción inversa.

Casi todos los problemas de fácil solución mediante las proporciones se reducen á los grupos siguientes:

1.° Problemas de regla de tres.
2.° Problemas de regla de interés.
3.° Problemas de regla de compañía.

---

10. ¿Cuáles son los problemas que se pueden resolver mediante las proporciones?

Resumen del capítulo XI.

Razón de dos números es el cociente de una división indicada: sus términos se llaman antecedente y consecuente.

La igualdad de dos razones constituye una proporción: las dos razones iguales se separan con cuatro puntos en línea vertical y horizontal dos á dos, de este modo:

$a : b : : c : d$; y se lee así: a es á b como c es á d.

La propiedad fundamental de toda proporción es que el producto de los términos medios es igual al producto de los términos extremos.

Las proporciones pueden ser directas é inversas. En la proporción directa, el primer término es al segundo como el dato correspondiente al primero es al correspondiente al segundo. En la proporción inversa, el primer término es al segundo como el dato correspondiente al segundo es al primero.

Proporción directa: $a : b : : c : x$.

Proporción inversa: $a : b : : x : c$.

Por medio de las proporciones se resuelven casi todos los problemas que ocurren en las relaciones sociales.

CAPÍTULO XII.

REGLAS DE PROPORCIÓN.

1. REGLA DE TRES.—*Tiene por objeto resolver los problemas por medio de una ó de varias proporciones: si es por una sola se llama «simple», y si es por dos ó más, «compuesta».*

---

1. ¿Cuál es el objeto de la regla de tres?—Problemas.

Problema 1.º—¿Cuánto valdrán 20 kilogramos de una mercancía, sabiendo que 5 valen 22 pesetas?

Planteo del problema:

5 kilogramos = 22 pesetas.
20 » = x »

La proporción es directa y resulta:

$$5 : 20 :: 22 : x.$$

$$\text{Resolución: } x = \frac{20.22}{5} = \frac{440}{5} = 85.$$

Luego: $x = 85$ pesetas.

Problema 2.º—Si 2 surtidores llenan un estanque en 14 horas, ¿en cuántas horas lo llenarán 5 surtidores iguales?

Planteo del problema:

2 surtidores = 14 horas.
5 » = x »

La proporción es inversa, y resulta:

$$2 : 5 :: x : 14$$

$$\text{Resolución: } x = \frac{14.2}{5} = \frac{28}{5} = 5\ \frac{3}{5}$$

$x = 5$ horas y $\frac{3}{5}$ de hora, que multiplicado por 60 minutos es igual á 36 minutos.

Luego $x = 5$ horas y 36 minutos.

Problema 3.º—Si 7 máquinas en 15 días muelen 1.000 hectolitros de trigo, ¿cuántos molerán 13 máquinas iguales en 20 días?

Planteo del problema:

7 máquinas, 15 días = 1000 hectolitros.
13 » 20 » = x hectolitros.

La proporción es compuesta de dos directas:

1.ª $7 : 13 :: 1000 : x$
2.ª $15 : 20 :: x : z$

Resolución:

Se multiplican ordenadamente las dos proporciones, y resulta esta otra:

$$7.15 : 13.20 :: 1000x : x.z.$$

Se dividen los dos últimos términos por el factor común x, y resulta:

$$7.15 : 13.20 :: 1000 : z.$$

Se efectúan las operaciones indicadas:

$$z = \frac{13.20.1000}{7.15} = \frac{260000}{105} = 2476{,}19.$$

Luego $z = 2476^{Hl}, 19^{l}$, es decir, 2476 hectolitros 19 litros.

Problema 4.º—Para hacer una obra, 15 hombres, trabajando 8 horas diarias, han empleado 7 días; ¿en cuántos días hubieran hecho la misma obra 20 hombres trabajando 10 horas diarias?

Planteo del problema:

15 hombres, 8 horas = 7 días.
20 » 10 » = x días.

Resolución: La proporción se compone de dos inversas:

$$15 : 20 :: z : 7$$
$$8 : 10 :: x : z$$

que reducidas á una sola, resulta:

$$15 . 8 : 20 . 10 :: x : 7$$

$$x = \frac{15.8.7}{20.10} = \frac{840}{200} = \frac{84}{20} = 4\frac{4}{20} = 4\frac{1}{5}.$$

Luego $x = 4$ días y 2 horas, porque $\frac{1}{5}$ de un día de 10 horas,

$$= \frac{10}{5} = 2 \text{ horas.}$$

2. Regla de interés. – *Tiene por objeto hallar el interés que produce un capital* dado á préstamo, *con la condición de que* 100 *unidades de dinero produzca al año cierta cantidad, llamada tanto por ciento*, ó rédito.

Los problemas de esta clase están sujetos á la siguiente proporción:

100 : capital : : tanto por 100 : interés.

Desde luego conviene afirmar que por medio de esa proporción puede hallarse cualquiera de los datos, no solamente el interés, sino también el capital y el tanto por ciento.

---

2. ¿Cuál es el objeto de la regla de interés?—Problemas.

Problema 5.º—Si llevo al Banco 15.000 pesetas, ¿cuánto rédito me producirán anualmente, sabiendo que el Banco paga el 6 por 100?

Planteo del problema:

$$100 : 15000 :: 6 : x.$$

$$\text{Resolución}: x = \frac{15000 \times 6}{100} = 150 . 6 = 900.$$

Luego $x = 900$ pesetas anuales.

Problema 6.º—¿Qué cantidad debo depositar en el Banco para disfrutar una renta anual de 4.000 pesetas?

Planteo del problema:

$$100 : x :: 6 : 4000.$$

$$\text{Resolución}: x = \frac{4000 \times 100}{6} = 60000 \text{ pesetas.}$$

Problema 7.º—Si 25.000 pesetas producen á ciertos avaros prestamistas una renta de 3.000 duros, ¿qué tanto por ciento cobran?

Planteo del problema, reduciendo previamente los duros á pesetas:

$$100 : 25000 :: x : 15000$$

$$\text{Resolución}: x = \frac{15000 \times 100}{25000} = \frac{1500}{25} = 60.$$

Luego $x = 60.$

3. *A las veces ocurre que el capital* prestado ó el dinero tomado á préstamo *produce un interés mensual; pero el problema se resuelve de igual modo:* el número de años ó el de meses que ha durado el préstamo se multiplica por el interés.

También ocurre frecuentemente *que*, estando *el capital prestado* á interés anual, *se tiene menos de un año.* En este caso se multiplica 100 por los meses ó los días que tiene un año, y el capital por los meses ó los días en que haya durado el préstamo.

Problema 8.º—Un usurero ha prestado á un labrador la suma de 1.000 pesetas al 5 por 100 mensual: ¿cuánto habrá tenido que pagar el labrador, por razón de interés, en 8 meses?

Planteo del problema;

$$100 : 1000 : : 5 \times 8 : x.$$

$$\text{Resolución: } x = \frac{5.8.1000}{100} = \frac{40000}{100} = 400.$$

$$x = 400.$$

Problema 9.º—3.000 pesetas al 8 por 100 anual, ¿cuánto habrán producido en 7 meses?

Planteo del problema. Se multiplica 100 por 12 (meses del año), y el capital por 7 (meses en que ha durado el préstamo).

$$100 \times 12 : 3000 \times 7 : : 8 : x.$$

$$\text{Resolución: } x = \frac{3000 \times 7 \times 8}{100.12} = \frac{168000}{1200} = \frac{1680}{12} = 140.$$

Luego $x = 140$ pesetas.

---

3. Problemas de regla de interés cuando se refiere á tiempo diferente de un año.

Problema 10.—3.000 pesetas al 8 por 100 anual, ¿cuánto habràn producido en 25 días?

Planteo:

$$100 \times 360 : 3000 \times 25 :: 8 : x.$$

$$\text{Resolución: } x = \frac{3000.25.8}{100.360} = \frac{600000}{36000} = \frac{600}{36} = 16{,}66.$$

$$x = 16 \text{ pesetas y } 66 \text{ céntimos.}$$

En el comercio, para los cálculos, se considera que todos los meses tienen 30 días y que el año tiene 360 días.

4. Regla de compañía.—*Tiene por objeto averiguar la ganancia ó pérdida que corresponde á cada uno de varios individuos que ponen su capital en un fondo.*

Pueden ocurrir cuatro casos: 1.º Que los capitales de los asociados sean iguales é igual el tiempo en que todos los asociados hayan estado reunidos en la empresa (problema 11). 2.º Que el tiempo sea el mismo y diferentes los capitales (problema 12). 3.º Que los capitales sean iguales y el tiempo diferente (problema 13). 4.º Que sean diferentes los tiempos y los capitales (problema 14).

En todos los casos resultará que

Capital general es al capital particular, como la ganancia total es á la ganancia particular.

Problema 11.—*A.*, *B.* y *C.* constituyeron un capital de 75.000 pesetas para un negocio que produjo de be-

---

4. ¿Cuál es la regla de compañía?—Problemas.

neficio 6.000 pesetas: ¿cuánto ganó cada uno? El problema se resuelve con una simple operación de dividir.

$$6000 : 3 = 2000.$$

Problema 12.—*A.*, *B.* y *C.* constituyeron una sociedad para explotar un negocio; *A.* puso 30.000 pesetas; *B.* 20.000; *C.* 25.000: ganaron 6.000 pesetas: ¿cuántas corresponden á cada uno?

Planteo y resolución del problema:

Para el 1.° $30000 + 20000 + 25000 : 30000 :: 6000 : x$

$$x = \frac{30000 \times 6000}{75000} = \frac{180000000}{75000} = \frac{180000}{75} = 2.400.$$

Para el 2.° $75000 : 20000 :: 6000 : x$

$$x = \frac{120000}{75} = 1600.$$

Para el 3.° $75000 : 25000 :: 6000 : x$

$$x = \frac{150000}{75} = 2000.$$

Luego corresponden: á *A.*, 2.400 pesetas; á *B.*, 1.600 y á *C.*, 2.000.

Problema 13.—*A.*, *B.* y *C.* constituyeron una sociedad mercantil, poniendo entre los tres 75.000 pesetas: el 1.°, por 3 años; el 2.°, por 2 años; el 3.°, por 5 años; perdieron 6.000 pesetas: ¿cuál es la pérdida de cada uno?

Planteo y resolución del problema:

Tiempo total (10 años) es al tiempo de cada uno como la pérdida de todos es á la pérdida de cada uno.

Para el 1.° $10 : 3 :: 6000 : x \qquad x = \frac{18000}{10} = 1800$

Para el 2.° $10 : 2 :: 6000 : x \qquad x = \frac{12000}{10} = 1200$

Para el 3.° $10 : 5 :: 6000 : x \qquad x = \frac{30000}{10} = 3000$

Problema 14.—*A.*, *B.* y *C.* constituyeron una sociedad mercantil, y perdieron 6.000 pesetas; habían puesto:

el 1.°	20.000	pesetas por	3 años	=	60.000
el 2.°	35.000	»	2	=	70.000
el 3.°	15.000	»	5	=	75.000
					205.000

¿Cuánta es la pérdida de cada uno?

Planteo y resolución del problema:

Suma del producto de los capitales por su tiempo respectivo es al capital de cada uno por su tiempo, como la ganancia ó pérdida de todos es á la ganancia ó pérdida de cada uno.

Para el 1.° $205000 : 60000 :: 6000 : x$

$$x = \frac{60000 \times 6000}{205000} = 1756{,}10$$

Para el 2.° $205000 : 70000 :: 6000 : x$

$$x = \frac{70000 \times 6000}{205000} = 2048{,}78$$

Para el 3.° $205000 : 75000 :: 6000 : x$

$$x = \frac{75000 \times 6000}{205000} = 2195{,}12$$

6000 pesetas.

5. *Hay otras reglas* llamadas *de obligación, conjunta, de descuento* y de falsa posición, que, como las anteriores, tratan de hallar el valor de un término desconocido mediante ciertos datos conocidos; y *todas se resuelven en virtud de una proporción ó de varias proporciones* directas ó inversas.

Resumen del capítulo XII.

Las proporciones se aplican á la resolución de problemas que frecuentemente ocurren en el comercio, en la industria y en la vida económica de las familias.

Es conveniente que los alumnos se apliquen á resolver problemas, porque las operaciones de cálculo aritmético entretienen agradablemente á los niños y ayudan al desarrollo de la inteligencia de éstos: los datos que necesariamente hay que aportar para la resolución de esos problemas dan conocimientos útiles á los alumnos, cuya atención estimulan.

---

5. Además de la regla de tres, de interés y de compañía, ¿hay otras que también se resuelven por medio de proporciones?

FIN.

ÍNDICE.