



ARITMÉTICA COMPLETA

POR

. E. WHITE



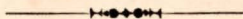
TRADUCIDA DEL INGLÉS

POR

DERMIDIO CARREÑO

PROFESOR RECIBIDO EN LA ESCUELA NORMAL DEL PARANÁ

38544



BUENOS AIRES

LITOGRAFIA, IMPRENTA Y ENCUADERNACION DE G. KRAFT

1888.

120 x 179

ADVERTENCIA.

Convendrá con nosotros el lector, que tenemos muchas Aritméticas escritas en nuestro idioma, sin que haya llegado ninguna de ellas á satisfacer por completo las necesidades de la enseñanza, á tal punto, que el Maestro y los alumnos se ven en el caso de ocurrir á diversos autores ó á dictados especiales, que dificultan sobremedida el método en el aprendizaje, alejando el éxito.

Antes de resolverme á emprender la traduccion de la obra que hoy ofrezco, he pesado aquella circunstancia, he consultado la opinion de mis Maestros y condiscípulos de la Escuela Normal del Paraná, hasta afianzar bien mi conviccion de que la Aritmética del eminente educacionista norte-americano D. E. E. White, puede aplicarse con muy positivas ventajas en nuestros Establecimientos de educacion, á los grados superiores de las Escuelas Graduadas y á los cursos de los Colegios Nacionales y Escuelas Normales.

Por lo que hace á los Preceptores y demás personal auxiliar de las Escuelas Comunes, encontrarán con seguridad en este libro, un verdadero director que les simplificará en mucho la tarea de la enseñanza de la Aritmética, sujiéndoles procedimientos sencillos y graduales.

Aparte de la concision y del método en el desarrollo de la exposicion, de la novedad y graduacion de los problemas, de la forma mental y escrita empleada para incrustar en la mente del educando, si así puede decirse, los conocimientos,—aparte de esas ventajas indisputables se destaca el tino admirable del señor White al realizar el propósito de escribir una obra que sea igualmente aplicable, segun la ampliacion de sus ejercicios, á los cursos de una Escuela Graduada como á los Normales ó Preparatorios, raro mérito que basta por sí solo para recomendar esta Aritmética á la aceptacion de las personas que se ocupan de enseñar y á las que persiguen el fin de aprender.

En la traduccion, he procurado conservar toda la brevedad de los términos y las formas gráficas que se emplean en el original inglés. He variado solamente, las denominaciones de algunos problemas substituyendo los ejemplos en que se tomaba el sistema inglés de pesas y medidas como base de cálculos por ejemplos análogos aplicando el sistema métrico decimal, en el que deben ejercitarse con preferencia los alumnos de nuestros establecimientos de enseñanza y que el original inglés emplea de una manera secundaria.

El capítulo destinado á la moneda norte-americana, tambien está substituido por otro relativo á nuestra moneda.

En una palabra, he procurado conservar la sustancia del texto adoptándolo en ciertas formas y detalles á las necesidades de nuestra enseñanza, sin aventurarme en modificaciones fundamentales.

Dejo librado este trabajo al buen criterio del personal docente de la República, con la esperanza de que lo acojerán despues de apreciar el grado de utilidad que ofrece su aplicacion en la enseñanza del importante ramo de la Aritmética.

EL TRADUCTOR.

PREFACIO.

Esta obra se titula *Aritmética Completa*, por que contiene todas las materias que conciernen propiamente á una clase de aritmética, y porque trata esta materia analítica é inductivamente. Está destinada á ser un libro de texto completo para alumnos que han pasado los elementos de los números.

La obra es descrita en la misma forma que los libros inferiores de la série, á saber:

1. *Combina la Aritmética Mental y Escrita de un modo práctico y filosófico.* Esto se hace para presentar los ejercicios mentales como preparatorios de los escritos; y así estas dos clases de ejercicios, que han sido tan largo tiempo y tan sin razon separados, se unen *como complemento esencial uno de otro.*

2. *Incorporar fielmente el método de enseñanza inductiva.* Los métodos escritos son precedidos por el análisis de problemas mentales y tanto los métodos escritos como los principios que ellos envuelven, se sacan inductivamente del procedimiento analítico. Los pasos sucesivos de un procedimiento á otro son conocidos por el discípulo por medio de la solución de problemas, en los que es requerido á deducir y fijar las reglas anteriormente comparadas con la generalización del autor. Todas las definiciones que son deducibles de los procedimientos, y, con pocas excepciones, todos los principios y reglas, están colocadas despues de los problemas, forma peculiar á estas séries.

3. *Se adapta especialmente, tanto en la materia como en el método, al grado de alumnos para el cual ha sido designado.* La mayor parte de la obra se aplica á un progresivo y completo tratamiento de asuntos no comprendidos en los libros inferiores, arreglo que especialmente se adapta á las necesidades de las Escuelas Graduadas. No mas de veinte páginas son en cualquier sentido una repetición. Las materias repetidas consisten en definiciones, principios y reglas, siendo nuevos todos los problemas. Los asuntos antes tratados son no solamente examinados concisamente, sino con la mayor exactitud. De las veinte y cuatro páginas destinadas á las reglas fundamentales, ocho presentan nuevos métodos abreviados, y de las veinte y ocho páginas destinadas á los Números Denominados, simples y compuestos, mas de diez y seis examinan tópicos nuevos. Una diferencia semejante se observa en el tratamiento de las Fracciones Comunes, Fracciones Decimales, Moneda Argentina, etc. Entre los artículos agregados que merecen especial mención, están los que tratan de Fracciones Denominadas, Sistema Métrico, Longitud y Tiempo.

En el número de problemas, el autor ha querido ponerse en el conveniente medio entre la escasez y el exceso, tomándose el mayor trabajo para hacerlos suficientemente progresivos, variados y dificultosos, para llenar el requisito del ejercicio y la práctica. En lugar de ensayar problemas viejos, con sus datos incorrectos y términos desusados, ha ocurrido á la ciencia y la historia por informaciones estadísticas de importancia práctica, pretendiendo presentar los valores corrientes, términos, formas y usos de los negocios de América. Los problemas mentales se encuentran tan difíciles y comprensivos como los que constituyen la última mitad de las Aritméticas Mentales modelo, y son bastante numerosos para llenar completamente los ejercicios del análisis.

La esplanacion de los problemas escritos no son destinados á servir como modelo á los discípulos, para recordarlo y repetirlos. Ellos son propuestos como suplemento al análisis. En algunos casos se da un análisis formal; en otros se deduce ó demuestra un principio; y en otros, el procedimiento es descrito ó sus principios determinados. Ni al maestro, ni al discípulo le es negado el privilegio de determinar sus propias esplanaciones.

Otra forma característica de esta obra es la distincion que se hace á los *principios*. La comprension clara de los principios de aritmética es esencial para su perfecto dominio, y su induccion, ensayo é ilustracion son ejercicios mentales de gran valor. Hasta el discípulo puede pasar inductivamente del procedimiento al principio, sin tener un perfecto conocimiento de los números. En esta obra los principios son concisamente y en toda forma establecidos en coneccion con las reglas que están basadas en ellas.

El autor llama especialmente la atencion á la seccion que trata del *tanto por ciento, razones y proporciones, y potencias y raices*. Mas de ochenta páginas están dedicadas al tanto por ciento y sus aplicaciones, y por consiguiente es de creerse que en su tratamiento se encontrará que es no solo ámplio y completo, sino de una gran importancia práctica. El estudiante que domine estas páginas tendrá ciertamente un perfecto conocimiento de la naturaleza, leyes y usos de los negocios del país. La introduccion de fórmulas, tan deseada, probará la utilidad del procedimiento.

El completo tratamiento de las *razones* antes que las *proporciones*, y de estas antes que sus aplicaciones á la solucion de problemas, hará fácil el conocimiento de esta materia. El tratamiento de las *potencias y raices* no eludirá conocimientos. Las esplanaciones geométricas de la *raiz cuadrada y cúbica* son al contrario de las que generalmente se dan, y pienso que son nuevas. Ellas son simples y sencillas.

Los asuntos inútiles y desusados se han omitido, y solamente aquellos de interés y mayor ventaja para los estudiantes y maestros se han presentado en un apéndice. La tipografía y las ilustraciones son excelentes y apropiadas.

La Aritmética Completa es sometida á los maestros americanos en la confianza de que la encuentren no solamente nueva en el plan general y en muchos de sus métodos y detalles, sino que la consideren eminentemente adaptada á las costumbres presentes y condiciones de los *Sistemas de Instruccion Graduada*.

SUGESTION A LOS MAESTROS.

1. Los *problemas mentales* serian un completo ejercicio en análisis; pero, como la facultad del raciocinio no se ejercita por mera charlalógica, la solución debiera ser concisa y simple. Ellos debieran tambien hacerse como introduccion á los procedimientos escritos de los cuales son ellos á menudo una completa elucidacion. Los correspondientes problemas en las dos clases de ejercicios deben ser recitados tan bien en coneccion, como separadamente.

2. Todos los *problemas escritos* deben ser resueltos por los alumnos en pizarra ó papel, y las soluciones llevadas á la recitacion para la inspeccion y critica del maestro. De tres á cinco minutos al principio de la recitacion bastarán para certificarse de la exactitud y limpieza del trabajo de cada discípulo. Las esplanaciones de los procedimientos escritos dadas por los alumnos, deben ser analíticas é inductivas. Los problemas mentales deben tambien resolverse como los escritos. Esto aumentará el número de los problemas escritos, y la induccion de los procedimientos escritos segun los mentales hará un paso fácil.

3. Las *definiciones* deben ser deducidas y fijadas por los discípulos bajo la direccion del maestro, y esto puede hacerse generalmente en coneccion con la solución de los problemas. (Véase la Introd. de la Arit. pág. V, Sug. 3a). Cuando las definiciones se dan antes que los problemas, como en las aplicaciones del tanto por ciento, deben ser estudiadas por los discípulos, pero sus recitaciones pueden retardarse hasta que los problemas sean resueltos y los procedimientos bien comprendidos.

4. Los *principios* deben enseñarse inductivamente, cuando sea posible, y cada uno debe ser probado é ilustrado, ó ambas cosas, por los alumnos. El dominio completo de cada principio es una condicion esencial para el progreso de los discípulos. La recitacion debe asegurar una constante aplicacion de los principios conocidos y una clara comprension de todo.

5. Las *reglas* deben tambien ser deducidas y fijadas por los alumnos. El órden verdadero es el siguiente: Dominio del procedimiento. 2. Reconocimiento de los pasos sucesivos en su órden, y un resumen de cada uno. 3. Combinacion de estos varios resúmenes en uno general. 4. Comparacion de esta generalizacion con la regla del autor. 5. Encomendar á la memoria la regla aprobada. — (Véase Int. de la Arit., pág. V).

6. Cuando se dan dos ó mas métodos ó soluciones, la *preferida debe aprenderse perfectamente*. Es un bien que los discípulos comprendan diferentes procedimientos y esplanaciones, pero deben familiarizarse con uno de ellos.

7. Antes de dejar un asunto, los discípulos deben ser requeridos á hacer un análisis del tópicó de las definiciones, principios y reglas, y este mismo debe ser recitado con cuidado y brevedad.

ÍNDICE.

SECCION I A VI. — REGLAS FUNDAMENTALES.

	<i>Pág.</i>		<i>Pág.</i>
Notacion y Numeracion.....	2	Multiplicacion.....	15
Adicion.....	6	Métodos abreviados.....	18
Adicion de dos Columnas.....	9	Division.....	22
Sustraccion.....	11	Procedimientos abreviados.....	26

SECCION VII. — PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS.

Divisores y Factores.....	31	Máximo Comun Divisor.....	36
Cancelacion.....	34	Mínimo Comun Múltiplo.....	39

SECCION VIII. — FRACCIONES.

Notacion y Numeracion.....	43	Division de Fracciones.....	65
Reduccion de Fracciones.....	46	Fracciones Complejas.....	70
Adicion de Fracciones.....	55	Números que son partes de otros números.....	70
Sustraccion de Fracciones.....	57	Revista de Fracciones.....	72
Multiplicacion de Fracciones..	60		

SECCION IX. — FRACCIONES DECIMALES.

Numeracion y Notacion.....	78	Sustraccion de Decimales.....	90
Reduccion de Decimales.....	85	Multiplicacion de Decimales....	91
Adicion de Decimales	89	Division de Decimales.....	93

SECCION X. — MONEDA DE LA REPÚBLICA ARGENTINA.

Definiciones Preliminares.....	97	Métodos Abreviados.....	102
Adicion y Sustraccion.....	99	Partes Alicuotas.....	104
Multiplicacion y Division.....	101	Facturas ó Conocimientos.....	107

SECCION XI. — MEDICION.

Superficies.....	110	Sólidos	116
------------------	-----	---------------	-----

SECCION XII. — NÚMEROS DENOMINADOS.

Reduccion de denominados enteros y números mixtos.....	119	Sistema Métrico Decimal.....	134
Reduccion de Fracciones Denominadas.....	123	Tablas Métricas.....	136

SECCION XIII. — NÚMEROS COMPUESTOS.

	<i>Pág.</i>		<i>Pág.</i>
Adicion y Sustraccion.....	142	Longitud y Tiempo.....	150
Multiplicacion y Division.....	146		

SECCION XIV. — PERCENTAGE.

Percentage.....	155	Método General.....	201
Los cuatro casos del Percentage.	158	Método del seis por Ciento	205
Revista de los cuatro casos....	167	Método por Dias.....	209
Aplicaciones del Percentage...	169	Pagos Parciales.....	212
Ganancias y Pérdidas.....	169	Cinco Problemas de Interés....	217
Comision y Corretaje.....	174	Revista de los Cinco Problemas.	223
Capital y Fondos Públicos....	180	Valor actual y Descuento.....	225
Seguros.....	186	Descuento de Banco.....	227
Seguros sobre la Vida.....	190	Pagarés y Libramientos.....	233
Impuestos.....	191	Bonos	239
Derechos de Aduanas ó de Puer-		Interés Anual.....	240
tos.....	196	Interés Compuesto.....	244
Bancarota.....	198	Ecuacion de Pagos.....	247
Interés	200	Ecuacion de Cuentas.....	252

SECCION XV. — RAZONES Y PROPORCIONES.

Razon	257	Compañía.....	275
Proporcion	262	Compañía Simple.....	276
Proporcion Simple.....	264	Compañía Compuesta.....	278
Proporcion Compuesta.....	270	Problemas por Análisis.....	280

SECCION XVI. — POTENCIAS Y RAICES.

Elevacion á Potencia....	289	Esplanacion Geométrica.....	301
Otro Método de Elevacion á Po-		Raiz Cúbica.....	302
tencia.....	292	Esplanacion Geométrica.....	309
Extraccion de Raices.....	293	Aplicaciones	311
Raiz Cuadrada.....	295		

SECCION XVII. — REVISTA GENERAL.

Ensayo de Problemas.....	317	Ensayo de Cuestiones.....	334
--------------------------	-----	---------------------------	-----

APÉNDICE.

Notacion	339	Progresiones Geométricas.....	349
Prueba por exceso de nueve...	339	Aligacion.....	352
Decimales Periódicos.....	342	Duodecimales.....	356
Tablas de Números Denomina-		Permutaciones	358
dos.....	343	Reglas de Medicion.....	359
Progresiones Aritméticas.....	346		

Aritmética Completa.

Seccion I.

Definiciones Preliminares.

Art. 1. Aritmética es la ciencia de los números y el arte de calcular numéricamente.

Como *ciencia*, la Aritmética trata de las relaciones, propiedades y principios de los números; y como *arte*, aplica la ciencia de los números á sus cálculos.

2. Una **unidad** es una cosa de cualquiera clase.

3. **Número** es una unidad ó coleccion de unidades.

4. Un **entero** es un número compuesto del todo ó unidades íntegras; como 5, 12, 20.

5. Los números son *concretos* ó *abstractos*.

Número concreto se llama á una cosa ó cantidad particular; como 4 estrellas, 6 horas.

Cuando un número concreto espresa las unidades denominadas de tiempo, peso ó medida, se llama *número denominado*.

Número abstracto es el que no se aplica á cosa ó cantidad particular; como 4, 6, 20.

Un número concreto se compone de unidades concretas, y un número abstracto de unidades abstractas.

6. Problema es una cuestion propuesta á resolver.

7. Ejemplo es un problema que se usa para ilustrar un procedimiento ó un principio.

8. Regla es la descripcion general de un procedimiento.

9. Signo aritmético es un signo que denota la operacion que se ha de ejecutar con los números, ó la relacion entre ellos.

10. En la solucion mental de un problema, los pasos sucesivos se determinan mentalmente y los resultados se retienen en la mente.

En la **solucion escrita** de un problema, el resultado se escribe en un papel ó pizarra.

Seccion II.

Notacion y Numeracion.

Ejercicios Mentales.

1. Cuántas centenas, decenas y unidades hai en 368? 427? 549? 608?

2. Cuántas centenas de mil, decenas de mil y unidades de mil hai en 456048? 607803? 680435? 700450?

3. Léase el período de los miles en 3045; 40607; 150482; 405360; 920400; 600060.

4. Léase primeramente el período de los miles y en seguida el de las unidades en 65671; 120408; 400750; 650400; 80008.

5. Léase 45037406; 520600480; 138405050.

6. Léase 50008140; 600650508; 805000030.

7. Léase 5308008450; 35006060600; 120500408080.

8. Léase 7008360004; 302000860060; 500080800008.

9. Espresar en cifras los números compuestos de 5 unidades de mil, 7 decenas y 3 unidades; 4 decenas de mil, 6 centenas y 4 unidades.

10. Espresar en cifras 50 mil, 40 unidades; 406 mil, 30 unidades; 700 mil, 7 unidades.

Espresar en números las siguientes cantidades:

11. Cinco millones cinco mil quinientos.

12. Sesenta millones sesenta mil sesenta unidades.

13. Setecientos millones setecientos mil setecientas unidades.

14. Quinientos seis millones sesenta y ocho mil unidades.

15. Cuatro billones cuarenta millones cuarenta y cinco mil.

16. Sesenta y cinco billones seis mil cinco unidades.

17. Trescientos cincuenta billones cuarenta y nueve millones.

18. Diez y siete trillones setenta billones setecientas mil cuatrocientas unidades.

19. Cincuenta y seis trillones diez y seis millones noventa unidades.

20. Siete cuatrillones ochenta y cinco billones dos mil cuatro unidades.

Definiciones y Principios.

Art. 11. Hai tres modos de espresar los números:

1. Por *palabras*; como cinco, cincuenta, etc.
2. Por *letras*, llamado método *romano*.
3. Por *cifras*, llamado método *arábiga*.

12. Notacion es el arte de espresar los números por cifras ó letras.

13. Numeracion es el arte de leer los números espresados por cifras ó letras.

NOTA. — Notacion puede definirse, el arte de *escribir* los números, y numeracion, el arte de *leer* los números. En Aritmética, el término notacion se usa para denotar el método arábigo.

14. En la Notacion Romana, los números se espresan por medio de siete *letras principales*, á saber: I, V, X, L, C, D, M.

La I representa uno; la V cinco; la X diez; la L cincuenta; la C cien; la D quinientos; la M mil. Todos los otros números se espresan por repeticiones ó combinaciones de estas letras.

15. En la Notacion Arábica, los números se espresan por medio de diez caractéres, llamados cifras, á saber: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

El primero de estos caractéres, 0, se llama *cero*. El denota nada, ó la ausencia de número.

Los otros nueve caractéres se llaman *cifras significativas*. Cada una de ellas espresa una ó mas unidades. Llevan tambien el nombre de *digitos*.

16. Las cifras sucesivas que espresan un número, denotan el *orden de unidades* sucesivas. Una cifra en el lugar de las unidades, *unidades del primer orden*; en el lugar de las decenas, *unidades del segundo orden*; en el lugar de las centenas, *unidades del tercer orden*,

y así sucesivamente: — el término *unidades* se usa para espresar los *unos* de cualquier orden.

17. Las cifras tienen dos valores, llamados *simple* y *local*.

El valor *simple* de una cifra es el que tiene cuando está en el lugar de las unidades. Es llamado tambien valor *absoluto*.

El valor *local*, llamado tambien *relativo*, de una cifra depende del orden en que está colocada. El valor local de una cifra es diez veces mayor en el orden de las centenas que en el de las decenas.

18. El valor local de cada una de las cifras sucesivas que espresa un número, se llama *término*. Los términos de 325 son 3 *centenas*, 2 *decenas* y 5 *unidades*.

19. Cuando las cifras denotan los órdenes sucesivos de unidades, se dividen en grupos de tres cifras cada uno, llamados *períodos*. El primer período de la derecha se llama de las *unidades*; el segundo, de los *miles*; el tercero, de los *millones*; el cuarto, de los *billones*; el quinto de los *trillones*; el sexto, de los *cuatrillones*; el sétimo, *quintillones*; el octavo, *sestillonnes*; el noveno, *septillonnes*; el décimo, *octillonnes*; el undécimo, *novillonnes*; y el duodécimo, *decillonnes*, etc.

NOTA.—La division de los órdenes en períodos de tres cifras cada uno es el método francés. En el método inglés, los períodos tienen seis órdenes, siendo el nombre del primer período *unidades*; el segundo, *millones*; el tercero, *billones*, etc.

20. Los tres órdenes de cualquier período, contando de la derecha, denotan respectivamente *unidades*, *decenas* y *centenas* de aquel período. Ellos deben leerse brevemente, llamando al primer orden con el nombre del período, y uniendo las palabras *decena* y *centena* en

cada uno de dichos períodos despues del primero, con los nombres respectivos de ellos.

Así, los órdenes del período de los miles debe leerse *miles, decenas de mil, centenas de mil*; los órdenes del período de los millones se leerán *millones, decenas de millon, centenas de millon*, etc.

21. PRINCIPIOS.—1° Diez unidades del primer orden hacen una unidad del segundo, diez unidades del segundo hacen una unidad del tercero, y, en general, *diez unidades de cualquier orden hacen una unidad del orden inmediato superior.* — Luego,

2° *El valor de los órdenes sucesivos de cifras aumenta diez veces de derecha á izquierda.*

3° *El valor de una cifra se aumenta diez veces por cada remocion de un orden á la izquierda, y disminuye otras tantas por cada remocion á la derecha.*

Seccion III.

Adicion.

Problemas Mentales.

1. Agregar 6 desde 1 á 73, así: 1, 7, 13, 19, 25, etc.
2. „ 7 „ 3 á 73; de 6 á 90.
3. „ 8 „ 5 á 77; de 7 á 95.
4. „ 9 „ 4 á 76; de 8 á 98.
5. Las edades de cinco niños son respectivamente 12, 10, 9, 8 y 7 años: cuál es la suma?

6. A. caminó 45 kilómetros el primer día, 42 kilómetros el segundo y 38 kilómetros el tercero: cuánta distancia anduvo por todo?

SUJESTION. — Súmense primeramente las decenas y despues las unidades de cada par, así: $45 + 40 = 85$, $85 + 2 = 87$; $87 + 30 = 117$, $117 + 8 = 125$. — O nómbrense los resultados solamente, así: 45, 85, 87; 117, 125 (Art. 22).

7. Un criador de ganado compró 37 carneros á un estanciero, 44 á otro, 48 á otro y 27 á otro: cuántos carneros habia comprado?

8. La clase superior de un colegio tiene 27 estudiantes, la que sigue 34, la penúltima 38 y la de principiantes 46: cuántos estudiantes tiene el colegio?

9. Un almacenero vendió 18 kilos de harina el Lunes, 23 el Mártes, 27 el Miércoles, 24 el Juéves, 35 el Viérnes y 37 el Sábado: cuántos kilos vendió durante la semana?

10. Una señora pagó \$ 36 por una carpeta, \$ 34 por un escritorio, \$ 16 por una bañadera, \$ 28 por un armazon de cama y \$ 42 por sillas: cuánto pagó por todo?

11. Un hombre pagó \$ 85 por un caballo y \$ 17 por que lo cuiden; en seguida lo vendió ganando \$ 15: por cuánto vendió el caballo?

12. Dos hombres salen del mismo punto y viajan en direcciones opuestas, el uno anduvo 54 kilómetros en un día y el otro 48 kilómetros en el mismo tiempo: cuánta distancia se apartaron al fin del segundo día?

Problemas Escritos.

13. Súmense 347, 4086, 7080, 29408 y 67736.

14. $667 + 3804 + 45608 + 304867 + 87609$
= qué?

15. Sumar cuatro mil cincuenta y seis; sesenta y tres mil setecientos; siete millones nueve mil noventa y nueve; y cincuenta y seis millones novecientos setenta y ocho.

16. Sumar ocho millones ochenta mil ocho cientos; setecientos mil siete; cinco millones ochenta y seis mil setecientos ocho; y sesenta millones seis cientos mil setenta.

17. Un comprador de granos habia comprado trigo del modo siguiente: el Lunes 2480 kilos, el Mártes 788, el Miércoles 1565, el Juéves 2684, el Viérnes 985, el Sábado 3867: cuántos kilos habia comprado durante la semana? †

18. La superficie parcial de las Provincias que componen la República Argentina es como sigue:— Buenos Aires tiene 310307 kilómetros cuadrados; Salta, 136000; Córdoba, 133600; Catamarca, 97900; Corrientes, 81300; Rioja, 79900; San Juan, 76400; Entre-Rios, 67300; Mendoza, 61800; Jujuy, 55800; San Luis, 54100; Santa Fé, 48700; Santiago del Estero, 46000; y Tucuman, 31500:—Cuál es el área total de estas Provincias?

19. La poblacion de estas Provincias, segun el Censo de 1882, fué como sigue:—Buenos Aires tenia 612000 habitantes; Córdoba, 320000; Corrientes, 204000; Entre-Rios, 188000; Santa-Fé, 187000; Tucuman, 178000; Salta, 167000; Santiago del Estero, 158000; Mendoza, 99000; San Juan, 91000, Rioja, 87000; San Luis, 76000; y Jujuy, 66000:—Cuál fué la poblacion total de las catorce Provincias en aquella época?

18. Ohio tiene 39964 kilómetros cuadrados; Indiana, 33809; Illinois, 55409; Michigan, 56243; Wisconsin,

53954; Minnesota, 83531; Jowa, 55045; y Missouri, 65350: cuál es el area total de estos ocho Estados?

21. La poblacion de estos Estados en 1860 fué como sigue: Ohio, 2339511; Indiana, 1350428; Illinois, 1711951; Michigan, 756890; Wisconsin, 778714; Minnesota, 189923; Jowa, 674913; Missouri, 1182012: cuál fué su poblacion total?

22. Los territorios de Estados Unidos han sido adquiridos del modo siguiente:

	Millas eds.
Territorio cedido por Inglaterra en 1783	815615
Louisiana, como adquirido de la Francia, en 1803	930928
Florida, como adquirido de España, en 1821	59268
Texas, como admitido á la Union, en 1845	237504
Oregon, como agregado por tratados, en 1846	280425
California, etc., como conquistado de Méjico, en 1847	649762
Arizona, como adquirido de Méjico, por tratados, en 1854	27500
Alaska, como adquirido de Rusia por compra, en 1867	577390
Cuál es el área total de los Estados Unidos?	

Adicion de dos Columnas.

Art. 22. Es una práctica muy ventajosa el sumar de dos columnas en una operacion. Algunos contadores agregan tres ó mas columnas, de este modo:

23. Sumar 67, 58, 43, 36 y 54.

PROCEDIMIENTO:

67 Agregar así: $54 + 30 = 84$, $+ 6 = 90$; $90 + 40$
 58 $= 130 + 3 = 133$; $133 + 50 = 183$, $+ 8 =$
 43 191 ; $191 + 60 = 251$, $+ 7 = 258$.
 36 O tambien, nombrando los resultados solamente:
 54 $54, 84, 90; 130, 133; 183, 191; 251, 258$.

 258

NOTA.—El procedimiento consiste en sumar [primero las decenas de cada par y en seguida las unidades. Si se prefiere, pueden sumarse las unidades primero y despues las decenas. Una práctica suficiente facilitará al contador la suma de dos columnas sin separar los números en decenas y unidades.

24. Sumar 37, 40, 63, 84, 67, 22 y 70.
25. Sumar 95, 46, 77, 66, 88, 63, 33 y 44.
26. Sumar 67, 76, 45, 54, 38, 83, 27 y 72.
27. Sumar 68, 86, 97, 79, 86, 68, 78 y 87.
28. Sumar 45, 60, 57, 86, 83, 76, 49, 58 y 84.
29. Sumar 56, 75, 83, 96, 69, 73, 37, 38 y 205.
30. Sumar 27, 72, 33, 88, 69, 96, 75, 57 y 336.
31. Sumar 235, 88, 77, 66, 55, 44, 33, 22 y 11.
32. Sumar 405, 56, 43, 47, 74, 36, 73, 75 y 66.
33. Sumar 46, 67, 72, 38, 99, 87, 65, 74 y 88.
34. Sumar 73, 86, 47, 56, 69, 65, 58, 33, 52 y 94.

Definiciones y Principios.

23. Adicion es el procedimiento que se sigue para encontrar la suma de dos ó mas cantidades.

La **Suma** de dos ó mas números contiene tantas unidades como todas las de ellos, tomadas conjuntamente. Á este resultado se le llama *Suma Total*.

24. El **Signo de adicion** es una linea corta vertical cortada por otra línea igual y horizontal, así: $+$. Este se llama *mas*.

25. El Signo de igualdad es dos líneas cortas horizontales y paralelas, así: $=$. Este se lee *igual* ó *es igual á*. Así $7 + 8 = 15$ se lee, 7 mas 8 igual 15, ó es igual á 15.

26. Números semejantes son los que se componen de unidades de la misma clase. Así: 4 balas y 8 balas ó 4 libros y 8 libros, ó 4 y 8, son números semejantes.

27. PRINCIPIOS—1°. *Solo se pueden sumar números semejantes.*

2°. *Solo se pueden sumar órdenes semejantes de cifras.*

3°. *La suma es de la misma especie ú orden de los números sumados.*

4°. *La suma es la misma cualquiera que sea el orden en que los números están sumados.*

NOTA.—Véase el apéndice para ensayar el modo de quitar los 9^{os} en la prueba de esta operacion.

Sección IV.

Sustraccion.

Problemas Mentales.

1. Contar disminuyendo 4 desde 61 á 1, así: 61, 57, 53, etc.
2. Contar disminuyendo 6 desde 53; desde 74 á 2.
3. " " 7 " 66; " 85 á 1.
4. " " 8 " 75; " 94 á 6.
5. " " 9 " 73; " 96 á 6.

6. Un almacenero tenia un cierto número de kilos de harina; compró 48 kilos mas y vendió 33, habiéndole quedado 34 kilos: cuántos tuvo al principio?

7. Un hombre vendió un caballo por \$ 95, que eran \$ 28 mas que lo que costó: cual fué el costo del caballo?

8. Dos hombres partieron una vez del mismo punto y viajaron en la misma direccion, caminando uno 52 kilómetros al dia, y el otro 39: qué distancia se apartaron al fin del segundo dia?

9. Un hombre ganaba \$ 85 mensualmente, y pagaba \$ 18 por alquiler de casa y \$ 35 por otros gastos: cuánto economizaba en cada mes?

10. Habiendo sido preguntado un caballero cuál era su edad, dijo que si viviera 27 años mas, tendria tres veces 20 y 10 años mas: cuál era su edad?

11. De una pieza de alfombra que tenia 68 méetros, un comerciante vendió 27 méetros á un hombre y 18 á otro: cuántos méetros de la pieza le quedaron?

12. Un hombre compró un carruaje por \$ 135, gastó \$ 21 en su reparacion y lo vendió entónces por \$ 170: cuánto habia ganado?

13. Un muchacho ganó 65 cts. y su padre le dió 33 cts.; él gastó 45 cts. en una aritmética y 18 cts. en una pizarra: cuánto le habia quedado?

14. En tres campos hai 85 carneros: 36 hai en el primer campo y 28 en el segundo: cuántos carneros habia en el tercer campo?

15. Juan tenia 33 castañas y Cárlos 25; Juan dió á Cárlos 14 y éste dió á su hermana tantas como las que entónces tenia mas que Juan: cuántas recibió la hermana?

Problemas Escritos.

16. Un arquitecto se contrató para edificar una casa para escuela por \$ 25460 y le costó la obra \$ 21385: cuánto habia ganado?

17. La distancia de la tierra al sol es 95.274.000 millas y la de Marte al sol es de 145.168.136 millas: cuánto mas distante está Marte del sol que la tierra?

18. La poblacion de Illinois en 1860 fué 1711951 habitantes y en 1865 fué de 2141510 habitantes: cuál fué el aumento de poblacion en cinco años?

19. La poblacion de Massachusetts en 1860 fué de 1231066 y en 1865 fué de 1267031 habitantes: cuál fué el aumento de poblacion en cinco años?

20. El área del Imperio Chino es de 4695334 millas cuadradas y la de los Estados Unidos es de 3578392 millas cuadradas: Cuánto mas grande es China que Estados Unidos?

21. El área de la Europa es de 3781280 millas cuadradas: Cuánto es mayor Europa que Estados Unidos? El Imperio Chino que la Europa?

22. En 1866, Ohio produjo 99766822 fanegas granos é Illinois 155844350 fanegas: cuántas fanegas produjo Illinois mas que Ohio?

23. Un hombre compró una estancia por \$ 5867, edificó una casa que le costó \$ 1850, y entonces la vendió por \$ 7250: cuánto perdió en la venta?

24. Una hacienda de un valor de \$ 13450 fué dividida entre una viuda y dos niños: la viuda recibió \$ 6340, el hijo \$ 1560 ménos que la viuda y la hija recibió el resto: cuánto recibió esta última?

25. Un hombre depositó en un banco en un tiempo \$ 850, en otro \$ 367 y en otro \$ 670; despues sacó

\$ 480 y \$ 375: qué cantidad de dinero habia dejado en el banco?

26. Un hombre compró una estancia por \$ 6450, dando en cambio una casa de un valor de \$ 4500, un pagaré por \$ 1150 y el resto en dinero: qué cantidad en dinero habia pagado?

27. Un comprador de granos compró 15640 kilos trigo y vendió primeramente 3465 kilos, despues 4205 y en seguida 1080 kilos: cuántos kilos le quedaron?

28. A. tiene 320 leguas de terreno; B. 65 mas que A; C. 124 ménos que A. y B. juntos; y D. tantas como A. y C. ménos el número de leguas poseidas por B.: cuántas leguas tienen B., C. y D. respectivamente? Cuántas leguas son por todas?

29. De las cantidades 45003 y 13478, tómese su diferencia.

Definiciones y Principios.

Art. 28. **Sustraccion** es el procedimiento que se sigue para encontrar la diferencia entre dos números.

La **Diferencia** es el número que se encuentra tomando un número de otro. Esta se llama tambien *resta*.

Minuendo es el número disminuido ó de quien se disminuye.

Sustraendo es el número sustraído ó que se disminuye ó sustrae.

29. El **signo de sustraccion** es una linea corta horizontal, hecha así: —. Este se llama *ménos*. Así 12—5 se lee 12 ménos 5.

30. **PRINCIPIOS.**—1°. *El minuendo, sustraendo y diferencia son números semejantes.*

2°. *El minuendo es la suma del sustraendo y de la diferencia.*

3°. *Si el minuendo y sustraendo aumentan igualmente, la diferencia no altera.*

4°. *Agregando 10 á un término del minuendo y 1 al término inmediato superior del sustraendo, aumentan igualmente sustraendo y minuendo.*

Seccion V.

Multi p l i c a c i o n .

Problemas Mentales.

1. Un dia tiene 24 horas: cuántas horas hai en 7 dias? En 9 dias? En 11 dias?

2. La hora tiene 60 minutos: cuántos minutos hai en 8 horas? En 12 horas? En 15 horas?

3. Si un hombre gana \$ 63 al mes y gasta \$ 48, cuánto ahorrará en 12 meses?

4. Si 12 hombres hacen una obra en 15 dias, un hombre cuántos dias empleará?

5. Si 8 caballos comen 35 fanegas avena en 25 dias, en qué tiempo las comerá un caballo?

6. Dos hombres parten del mismo punto y viajan en direcciones opuestas, caminando uno 28 kilómetros al dia y el otro 32: qué distancia se separarán al fin de 5 dias?

7. Dos hombres están distante uno de otro 450 kilómetros y ambos caminan á juntarse, andando uno

30 kilómetros al día y el otro 35: qué distancia los separará después de 6 días?

8. Un depósito de agua tenía dos caños, uno descargaba 90 litros de agua en una hora y el otro 75 litros en el mismo tiempo: cuántos litros de agua le sacaron al depósito al fin de 12 horas?

9. A. tiene \$ 24, B. cuatro veces tanto como A, menos \$ 16 y C. dos veces tanto como A. y B. juntos, mas \$ 17: cuánto dinero tienen B. y C. separadamente?

10. Un estanciero vendió á un almacenero 15 kilos manteca á 30 cts. el kilo y compró 8 kilos azúcar á 15 cts. el kilo y 9 kilos café á 20 cts. cada uno: cuánto le quedó debiendo?

Problemas Escritos.

11. Multiplicar 624 por 45; por 405; por 4005.

12. Multiplicar 38400 por 27; por 607; por 6007.

13. Multiplicar 7863 por 69; por 6900; por 64000.

14. Multiplicar 48000 por 760; por 7600000.

15. Una milla tiene 5280 piés: cuántos piés habrá en 608 millas? En 3300?

16. La tierra anda 1092 millas por minuto: que distancia andará en 1440 minutos ó un día?

17. Una milla cuadrada tiene 640 acres, y el estado de Ohio tiene, en números redondos, 40000 millas cuadradas: cuántos acres tiene el estado?

18. Si una guarnicion de 380 soldados consume 56 sacas harina en 75 días, á cuántos soldados ascenderá la guarnicion para que consuman la misma cantidad de harina en un día?

19. Un hombre compró una estancia que tenia 472 kilómetros cuadrados de superficie, á \$ 24 el kilómetro y despues invirtió \$ 3450 en mejoras, vendiéndola en seguida á razon de \$ 33 el kilómetro: ganó ó perdió en el negocio, y cuánto?

Definiciones y Principios.

Art. 31. Multiplicacion es el procedimiento que se sigue para tomar un número tantas veces como unidades tiene otro.

El **multiplicando** es el número tomado ó multiplicado.

El **multiplicador** es el número que indica cuántas veces se ha tomado el multiplicando.

El **producto** es el número que se obtiene de la multiplicacion.

El multiplicando y multiplicador son *factores* del producto, y éste es un *múltiplo* de cada uno de sus factores.

32. El signo de multiplicacion es dos líneas oblicuas cruzadas, hecho así: $\times$. Este se lee *multiplicado por*.

Cuando se pone entre dos números, indica que ellos deben multiplicarse; y como el orden de los factores no altera el producto, cada número puede ser multiplicador. El multiplicador se escribe generalmente despues del signo.

33. El producto puede obtenerse sumando el multiplicando mismo tantas veces como unidades tenga el multiplicador, ménos una. Luego, *la multiplicacion es un método abreviado para encontrar la suma de varios números iguales*.

34. PRINCIPIOS. — 1°. *El multiplicando puede ser cualquier número concreto ó abstracto.*

2°. *El multiplicador debe considerarse como abstracto.*

3°. *El producto y el multiplicando son números semejantes.*

4°. *El producto no se altera cambiando el orden de los factores.*

5°. *El multiplicando es igual al producto dividido por el multiplicador.*

6°. *El multiplicador es igual al producto dividido por el multiplicando.*

7°. *Dividiendo el multiplicando ó multiplicador por un número cualquiera, el producto queda dividido por aquel número.*

Métodos Abreviados.

Caso I.

El Multiplicador 10, 100, 1000, etc.

1. La semana tiene siete dias: cuántos dias hai en 10 semanas? En 100 semanas?

2. El dia tiene 24 horas: cuántas horas hai en 10 dias? En 100 dias?

3. Si un tren anda 30 kilómetros por hora, qué distancia andará en 10 horas? En 1000 horas?

4. Si un wagon lleva á flete 18 cabezas de ganado, cuántas llevarian 10, 100, 1000 wagones?

5. El año tiene 12 meses, cuántos meses hai en 100 años? En 1000 años?

Problemas Escritos.**6. Multiplicar 648 por 100.**

PROCEDIMIENTO : $648 \times 100 = 64800$. La agregación de un cero á un número hace correr la cifra significativa un lugar á la izquierda y entonces aumenta 10 veces su valor ; la agregación de dos ceros hace correr las cifras significativas dos lugares á la izquierda y aumenta 100 veces su valor. Luego, con la agregación de dos ceros á la derecha de 648, queda éste multiplicado por 100.

7. Multiplicar 456 por 10; por 10000.

8. Multiplicar 3050 por 100; por 100000.

9. Multiplicar 347000 por 1000; por 1000000.

10. Multiplicar 889000 por 10000; por 100.

35. PRINCIPIO. — *El cambio de orden de una cifra hácia la izquierda, aumenta 10 veces su valor.*

36. REGLA. — Para multiplicar por 10, 100, 1000, etc., agréguese á la derecha del multiplicando tantos ceros como haya en el multiplicador.

Caso II.**Cuando el Multiplicador es una parte conveniente de 10, 100, 1000, etc.**

NOTA. — Si la clase no está suficientemente preparada en las fracciones, debe omitirse este caso.

11. Una mano de papel tiene 24 pliegos; cuántos pliegos hai en $2 \frac{1}{2}$ manos? En $3 \frac{1}{2}$ manos?

12. Una hora tiene 60 minutos: cuántos minutos hay en $3 \frac{1}{2}$ horas? En $12 \frac{1}{2}$ horas?

13. Si un trabajador gana \$ 40 al mes, cuánto ganará en $2 \frac{1}{2}$ meses? En $12 \frac{1}{2}$ meses?

14. A 30 cts. yarda, cuál será el costo de 25 yardas paño? De $33 \frac{1}{3}$ yardas?

15. A 24 centavos docena, cuál será el costo de $12 \frac{1}{2}$ docenas huevos? De $16 \frac{2}{3}$ docenas?

Problemas Escritos.16. Multiplicar 459 por $33 \frac{1}{3}$.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 3) \ 45900 \\ \underline{15300} \text{ Prod.} \end{array}$$

Si $33 \frac{1}{3}$ es $\frac{1}{3}$ de 100, $33 \frac{1}{3}$ veces $459 = \frac{1}{3}$ de 100 veces $459 = \frac{1}{3}$ de 45900. O multiplicar el multiplicando por 100 y dividir el producto por 3.

17. Multiplicar 486 por $3 \frac{1}{3}$; por $33 \frac{1}{3}$.
 18. " 1688 por $12 \frac{1}{2}$; por 25; por 50.
 19. " 40648 por $16 \frac{2}{3}$; por $33 \frac{1}{3}$; por $333 \frac{1}{2}$.
 20. " 3468 por 25; por 125; por 250.
 21. " 4086 por $16 \frac{2}{3}$ por $166 \frac{2}{3}$; por $333 \frac{1}{3}$.
 22. " 10366 por 50; por $33 \frac{1}{3}$; por $66 \frac{2}{3}$.

37. PRINCIPIO.—*Si el multiplicador se aumenta un número de veces y el producto resultante se divide por el número de veces que ha sido aumentado, el cociente será el producto verdadero.*

38. REGLA.—Para multiplicar por una parte conveniente de 10, 100, 1000, etc., *multiplíquese por 10, 100, 1000, etc., y divídase el producto por el número de veces que el multiplicador ha sido aumentado.*

Caso III.

Cuando el Multiplicador es un poco menor que 10, 100, 1000, etc.

23. Multiplicar 467 por 98.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 46700 \\ \cdot 934 \\ \hline 45766 \text{ Prod.} \end{array}$$

Como $98 = 100 - 2$, el producto de 467 por 98 $= 467 \times 100 - 467 \times 2$, ó $46700 - 934$. Al multiplicarse por 100 el multiplicando se ha tomado dos veces mas de lo que debía ser.

24. Multiplicar 5672 por 99; por 999.
 25. " 40863 por 97; por 997.
 26. " 8679 por 998; por 9998.
 27. " 618734 por 95; por 99995.

39. REGLA.—Para multiplicar por un número un poco menor que 10, 100, 1000, etc., *multiplíquese por 10, 100, 1000, etc., y réstese del producto el multiplicando multiplicado por la diferencia entre el multiplicador y 10, 100, 1000. etc., según el caso.*

Caso IV.

**Siendo el Multiplicador 14, 15, 16, etc.
 ó 31, 51, 61, etc.**

28. Multiplicar 7856 por 14; por 41.

1er. PROCEDIMIENTO.

$$7856 \times 14$$

$$31424$$

109984 Producto.

2º. PROCEDIMIENTO.

$$7856 \times 41$$

$$31424$$

322096 Producto.

NOTA. — El estudio de cada procedimiento sugerirá su esplanacion. — El segundo producto parcial no es necesario escribirlo, puesto que los términos sucesivos pueden agregarse mentalmente al término propio del primer producto parcial.

29. Multiplicar 38407 por 13; por 15; por 17.
 30. " 4960 por 16; por 18; por 19.
 31. " 360978 por 31; por 51; por 71.
 32. " 48706 por 61; por 81; por 91.
 33. " 34087 por 17; por 71; por 18.

40. REGLAS.—1ª. Para multiplicar por 13, 14, 15, etc., *multiplíquese por el término de las unidades y agréguense los productos sucesivamente después del primero, que son las unidades, á los términos sucesivos del multiplicando.*

20. El dividendo 2185750 y el cociente es 250: cuál es el divisor?

21. El producto es 1123482 y el multiplicador es 246: cuál es el multiplicando?

22. Cuántos coches de \$ 2450 cada uno, pueden comprarse con \$ 100450?

23. Una milla tiene 5280 piés y la altura del monte Everet, en Asia, es de 29100 piés: cuál es su altura en millas?

24. Una hora tiene 3600 segundos: cuántas horas hai en 738000 segundos?

25. Dividir el producto de 480 y 256 por su diferencia.

Definiciones y Principios.

41. Division es el procedimiento que se sigue para encontrar cuántas veces un número está contenido en otro; ó, es el procedimiento para encontrar una de las partes iguales de un número.

Dividendo es el número que se divide.

Divisor es el número por el cual se divide el dividendo.

Cociente es el número de veces que el divisor está contenido en el dividendo.

Resíduo es la parte del dividendo que no se puede dividir por el divisor.

42. El Signo de Dividir es una línea corta horizontal colocada entre dos puntos, así: $\div$ Este se lee *dividido por*. Así, $16 \div 4$ se lee 16 *dividido por* 4.

La division se espresa tambien escribiendo el dividendo arriba y el divisor debajo de una línea corta horizontal. Así, $\frac{18}{3}$ se lee 18 dividido por 3.

43. Hai dos métodos para dividir, llamados *division corta* y *division larga*.

En la **Division corta** los dividendos y productos parciales no se escriben, pero se tienen en la memoria.

En la **Division larga** se escriben los dividendos y productos parciales.

44.—1. Un número está contenido en otro tantas veces como sea necesario tomarse para producirlo. Luego, *la division es la inversa de la multiplicacion*.

2. Un número está contenido en otro tantas veces como las que pueden tomarse de él. Luego, *la division es un método abreviado para encontrar las veces que un número puede sustraerse de otro*.

45. PRINCIPIOS.—1°. *El divisor y cociente son factores del dividendo*.

2°. Cuando en la division se encuentra las veces que un número está contenido en otro, *el divisor y dividendo son números semejantes y el cociente es un número abstracto*.

3°. Cuando en la division se encuentra una de las partes iguales de un número, *el divisor es un número abstracto y el dividendo y cociente son números semejantes*.

4°. *Multiplcando el dividendo y divisor por un mismo número, el cociente no altera su valor*.

5°. *Dividiendo el dividendo y divisor por un mismo número, el cociente no altera su valor*.

Procedimientos Abreviados.

Caso I.

El Divisor 10, 100, 1000, etc.

1. Un décimo de peso vale 10 centavos: cuántos décimos de peso hai en 80 cts.? En 120 cts.?

2. Un peso fuerte vale 10 reales: cuántos pesos hai en 70 reales? En 250 rls.? En 2500 rls.?

3. Un peso vale 100 centavos: cuántos pesos hai en 800 cts.? En 2400 cts.? En 7500 cts.?

4. Una saca harina vale \$ 10: cuántas sacas se pueden comprar con \$ 90? Con \$ 150?

5. A \$ 100 cabeza, cuántos caballos se pueden comprar con \$ 12000? Con \$ 2500? Con \$ 45000?

Problemas Escritos.

6. Dividir 450 por 10.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 450} \\ 45, \text{ Cociente.} \end{array}$$

7. Dividir 3852 por 100.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 38 \overline{) 3852} \\ 38, \text{ Cociente.} \\ 52, \text{ Residuo.} \end{array}$$

La esplanacion de estos métodos es obvia. La separacion de la cifra de la derecha cambia ó remueve las otras cifras un lugar á la derecha, y así disminuye su valor diez veces. La separacion de dos cifras, remueve á las otras cifras dos lugares á la derecha y disminuye su valor cien veces. Las cifras cortadas denotan el residuo.

- | | | | | | | |
|-----|---------|----------|-----|--------|-----|----------|
| 8. | Dividir | 356000 | por | 100; | por | 1000. |
| 9. | “ | 46035 | por | 100; | por | 1000. |
| 10. | “ | 384602 | por | 1000; | por | 10000. |
| 11. | “ | 95000000 | por | 10000; | por | 1000000. |

46. PRINCIPIO.—*La remocion de una cifra á la derecha disminuye su valor diez veces.*

47. REGLA.—*Para dividir por 10, 100, 1000, etc., córtense tantas cifras de la derecha del dividendo cuantas sean los ceros que hai á la derecha del divisor. Las cifras cortadas denotan el residuo.*

Caso II.

Quando el Divisor termina en uno ó mas ceros.

12. Una resma tiene 20 manos de papel: cuántas resmas hai en 80 manos? En 160 manos?

13. Un cuatro vale 50 centavos: cuántos cuatros ó medios pesos hai en 150 cts.? En 350 cts.?

14. La hora tiene 60 minutos: cuántas horas hai en 240 minutos? En 720 minutos?

15. Una barrica con carne pesa 200 kilos: cuántas barricas harán un peso de 1200 kilos?

Problemas Escritos.

16. Dividir 71400 por 3400.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 45|00)714|00(21 \\ \underline{68} \\ 34 \\ \underline{34} \\ 0 \end{array}$$

Dividase primeramente dividendo y divisor por 100, lo cual se hace cortando las dos cifras de la derecha. Entónces se divide 714, nuevo dividendo, por 34, nuevo divisor.

17. Dividir 58864 por 4500.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 45|00)588|64(13 \\ \underline{45} \\ 138 \\ \underline{135} \\ 3 \end{array}$$

Se divide primeramente dividendo y divisor por 100, el cual, en el caso del dividendo, deja un residuo de 64. La segunda division 588 por 45, deja un residuo de 3, que son 3 *cientos* puesto que el dividendo (588) son cientos. El primer residuo es de 64 unidades que, agregadas á las 300, dá 364, residuo *verdadero*.

Residuo 364.

18. Dividir 63200 por 7900; por 7000.
 19. “ 116000 por 2500; por 4800.
 20. “ 172800 por 14400; por 18000.
 21. “ 129600 por 4800; por 64000.

48. PRINCIPIO.—*Dividiendo el dividendo y divisor por un mismo número, el cociente no cambia su valor.*

49. REGLA.—Para dividir por un número seguido de uno ó mas ceros:

1^a. *Córtense á la derecha del divisor los ceros que hayan y un número igual de cifras á la derecha del dividendo.*

2^a. *Divídase el nuevo dividendo así formado por el nuevo divisor y el cociente será el resultado buscado.*

3^a. *Agréguese las cifras cortadas del dividendo al residuo, si lo hubiese, y el resultado será el residuo verdadero.*

Caso III.

Cuando el Divisor es una parte conveniente de 10, 100, 1000, etc.

22. A $3 \frac{1}{3}$ centavos cada uno: cuántos limones pueden comprarse con 90 cts.? Con 240 cts.?

SUGESTION. — Puesto que 10 es 3 veces $3 \frac{1}{3}$, multiplíquese el dividendo por 3 y divídase el producto por 10.

23. A $12 \frac{1}{2}$ centavos la yarda, cuántas yardas de paño pueden comprarse con 75 cts.? Con 225?

24. A $16 \frac{2}{3}$ centavos cuartilla, cuántas cuartillas de carbon de piedra pueden comprarse con 150 cts.? Con 550 cts.?

25. A $33 \frac{1}{3}$ pesos una vaca, cuántas se pueden comprar con \$ 200? Con \$ 1200?

Ejercicios Escritos.

26. Dividir 4375 por 125. 27. Dividir 13600 por $333 \frac{1}{3}$

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 4375 \\ 8 \\ \hline 35 \overline{)000} \\ 35, \text{ Cociente.} \end{array}$$

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 13600 \\ 3 \\ \hline 40 \overline{)800} \\ 40 \text{ Cociente.} \\ 800 \div 3 = 266 \frac{2}{3} \text{ Residuo.} \end{array}$$

28. Dividir 6250 por $33 \frac{1}{3}$; por 50.
 29. " 4365 por 250; por $166 \frac{2}{3}$.
 30. " 15300 por $16 \frac{2}{3}$; por $333 \frac{1}{3}$.

50. PRINCIPIO.—*Multiplicando dividendo y divisor por un mismo número, el cociente no altera su valor.*

51. REGLA.—Para dividir por una parte conveniente de 10, 100, 1000, etc., *multiplíquese el dividendo por el número que denota las veces que el divisor está contenido en 10, 100, 1000, etc., y divídase el producto por 10, 100, 1000, etc.*

Caso IV.**Cuando el Divisor es un Número Compuesto.**

31. Dividir 18315 por 45.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{l} 45 = 5 \times 9 \\ 5) 18315 \\ 9) 3663 \\ 407, \text{ Cociente.} \end{array}$$

PROCEDIMIENTO ILUSTRADO.

$$\begin{array}{l} 5) 18315 \div 45 = 3663 \div 9 \\ 9) 3663 \div 9 = 407 \div 1 \\ 407 \div 1 = 407 \end{array}$$

Puesto que $45 = 5 \times 9$, el cociente que se obtiene dividiendo 18315 por 5, es 9 veces mayor, entónces el cociente de 3663 dividido por 9, es el cociente verdadero.

La operacion de dividir sucesivamente por los factores del divisor es la misma en principio que la division de dividendo y divisor por esos factores sucesivamente, lo cual (Art. 48) no cambia su valor al cociente. — Véase el "Procedimiento Ilustrado".

7. Cuáles son los divisores primos de 6? 15? 18? 21? 30? 45? 50? 54?

8. Cuáles son los factores primos de 12? 24? 35? 39? 42?

9. Cuáles son los factores primos de 27? 36? 49? 56? 63? 66? 72? 84?

10. De qué números son 2 y 5 factores primos? 2, 3 y 5? 2, 5 y 7? 3, 5 y 7?

11. De qué números son 2, 2 y 3 factores primos? 2, 3, 3 y 5? 2, 3, 5 y 5?

12. Qué factor primo es comun á 9 y 12? 15 y 25? 18 y 30? 21 y 28?

13. Qué factor primo es comun á 24 y 27? 35 y 42? 44 y 77? 35 y 50?

Ejercicios Escritos.

14. Cuáles son los factores primos de 126?

PROCEDIMIENTO

$$\begin{array}{r} 2) \ 126 \\ 3) \ \underline{63} \\ 3) \ \underline{21} \\ \quad 7 \end{array}$$

$$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7.$$

Dividase 126 por 2, un divisor primo; en seguida dividase el cociente 63 por 3, otro divisor primo; y despues el cociente 21 por 3, otro divisor primo. Los factores primos son 2, 3, 3 y 7.

Cuáles son los factores primos de:

- | | | | |
|----------|----------|----------|-----------|
| 15. 160? | 18. 325? | 21. 462? | 24. 748? |
| 16. 175? | 19. 330? | 22. 490? | 25. 693? |
| 17. 256? | 20. 420? | 23. 594? | 26. 1155? |

Qué factores primos son comunes á:

- | | | |
|--------------|----------------|----------------|
| 27. 45 y 63? | 29. 96 y 256? | 31. 175 y 325? |
| 28. 50 y 80? | 30. 200 y 250? | 32. 144 y 180? |

Definiciones, Principios y Reglas.

54. Divisor de un número es cualquier número que lo divide exactamente.

55. Los números son *primos* ó *compuestos*.

Un número **primo** no tiene otro divisor que él mismo y uno.

Un **Número compuesto** tiene otros divisores además de él mismo y uno.

Todo número compuesto es el producto de dos ó mas números llamados *factores*.

56. Dos ó mas números son *primos entre sí*, ó *relativamente primos*, cuando no tienen un divisor comun, excepto 1. Así, 9 y 16 son primos entre sí.

Todos los números primos son primos entre sí. Los números [compuestos pueden ser relativamente primos, como 9 y 10; 16 y 25.

57. Un Factor de un número es su divisor.

Un **Factor primo** de un número es su divisor primo.

Los términos divisor y factor difieren solamente en su uso; el primero implica division y el segundo multiplicacion. Un divisor ó un factor de un número se llama tambien su *medida*.

58. Cuando un número es un factor de cada uno de dos ó mas números, se llama **Factor comun**. Así, 5 es un factor comun de 15 y 20.

59. Todos los números son *pares* ó *impares*.

Un **Número par** es exactamente divisible por 2; como 2, 4, 6, 8, 10 etc.

Un **Número impar** no es exactamente divisible por 2; como, 1, 3, 5, 7, 9, 11, etc.

Todos los números pares escepto 2 son compuestos. Algunos de los números impares son compuestos y otros primos.

60. PRINCIPIOS.—1°. *Un factor de un número es un factor de cualquier número de veces aquel factor.*

2°. Un factor comun de dos ó mas números es un factor de su suma.

3°. Un número compuesto es el producto de todos sus factores primos.

4°. Si un número compuesto de dos factores se divide por uno de ellos, el cociente será el otro factor.

5°. Si un número compuesto se divide por un factor, ó por el producto de cualquier número de sus factores, el cociente será el producto de los factores restantes.

61. REGLAS.—1ª. Para descomponer un número en sus factores primos, divídase por cualquier divisor primo y el cociente por cualquier divisor primo, y así continúese hasta obtener un cociente que sea un número primo. Los varios divisores y el último cociente son los factores primos.

2ª. Para encontrar los factores comunes de dos ó mas números, descompónganse los números dados en sus factores primos y sáquense los factores que se hayan encontrado en todos los números.

Cancelacion.

33. Dividir el producto de 4, 7, 9 y 12 por el producto de 4, 7 y 9.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{l} \text{Dividendo} \quad 4 \times 7 \times 9 \times 12 \\ \text{Divisor} \quad \quad 4 \times 7 \times 9 \end{array} = 12.$$

En vez de formar los productos, indíquese la multiplicacion con sus propios signos y escribase el divisor debajo del dividendo. Puesto que dividiendo dividendo y divisor por un mismo número el cociente no altera su valor (Art. 48), divídase cada uno por 4, 7 y 9. Esto debe hacerse cancelando, como está indicado en la operacion. El cociente es 12.

34. Multiplicar 4×7 por 12 y dividir el producto por 4 veces 12.

35. Dividir $6 \times 8 \times 20$ por 4×20 .

36. “ $5 \times 7 \times 11 \times 13 \frac{1}{2}$ por $7 \times 13 \frac{1}{2}$.

37. “ $12 \times 16 \times 28$ por $9 \times 24 \times 21$.

PROCEDIMIENTO.

$$\frac{12 \times 16 \times 28}{9 \times 24 \times 21} = \frac{8 \times 4}{9 \times 3} = \frac{32}{27} = 1 \frac{5}{27}$$

$\begin{array}{cc} 8 & 4 \\ 2 & 3 \end{array}$

Como dividiendo el factor de un número queda dividido dicho número, cáncélese 12 en el dividendo y divídase 24 en el divisor por 12, lo que dá 2. Cáncélese 2 y divídase 16 en el dividendo por 2 y nos dá 8.

Divídase el 28 en el dividendo y 21 en el divisor, cada uno por 7, lo que nos dá 4 y 3. Los factores no cancelados del dividendo son 8 y 4 y los del divisor son 9 y 3. El cociente es $32 : 27 = 1 \frac{5}{27}$

38. Dividir $24 \times 27 \times 12 \frac{1}{2}$ por $18 \times 54 \times 50$.

39. Dividir $28 \times 30 \times 100$ por $21 \times 15 \times 33 \frac{1}{3}$.

40. $40 \times 22 \times 35 \times 16 \frac{2}{3} \div 20 \times 44 \times 50 \times 49 =$ qué?

41. Un almacenero cambió 12 barricas de manzanas, conteniendo cada una 3 fanegas, á 75 centavos fanega, por 25 sacas papas, con dos fanegas cada una: cuánto costó la fanega de papas?

42. Si 9 hombres pueden hacer un trabajo en 16 dias, trabajando 10 horas al dia: cuántos hombres podrán hacerlo en 20 dias, trabajando 8 horas al dia?

Definicion, Principios y Regla.

62. Cancelacion es la *supresion* de uno ó mas de los factores iguales del dividendo y divisor.—Este procedimiento se usa cuando dividendo y divisor contienen uno ó mas factores iguales, para abreviar la division.

63. PRINCIPIOS.—1°. *Cancelando uno de los factores de un número, queda dividido el número por el factor cancelado.*

2°. *Cancelando factores iguales del dividendo y divisor, quedan divididos por el mismo número, entonces el cociente no altera su valor.*

3°. *Dividiendo uno de los factores compuestos de un producto, queda dividido el producto.*

64. REGLA.— *Indíquense las multiplicaciones por el propio signo y escríbase el divisor debajo del dividendo. Cancellense los factores comunes del dividendo y divisor y divídase el producto de los factores del dividendo por el producto de los del divisor.*

NOTA.— Cuando todos los factores expresados del dividendo y divisor se cancelan, queda 1 como factor.

Máximo Comun Divisor.

1. Cuáles son los divisores de 15? 28? 45? 53? 75? 90? 91? 108?

2. Cuál es el comun divisor de 15 y 35? 42 y 56? 63 y 72? 64 y 80?

3. Cuál es el comun divisor de 27 y 36? 18, 30 y 42? 36, 54 y 72?

4. Cuál es el mayor número que divide exactamente 32 y 48? 45 y 90? 60 y 96?

5. Cuál es el máximo comun divisor de 36 y 60? 45, 60 y 75? 18, 54 y 90?

6. Cuál es el máximo comun divisor de 24, 48 y 72? 16, 48 y 80? 20, 31 y 45?

7. Demostrar que cada divisor comun de 12 y 16 es un divisor de 28, su *suma*.

8. Demostrar que un divisor comun de dos números cualesquiera, es un divisor de su *suma*.

9. Demostrar que cada divisor comun de 16 y 28, es un divisor de 12, su *diferencia*.

10. Demostrar que un divisor comun de dos números cualesquiera es un divisor de su *diferencia*.

Ejercicios Escritos.

11. Cuál es el máximo comun divisor de 126 y 210?

PROCEDIMIENTO POR FACTORES.

$$\begin{array}{r} 126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline 2 \times 3 \times 7 = 42, \text{ M. C. D.} \end{array}$$

comunes á 126 y 210 será su máximo comun divisor.

Descompónganse 126 y 210 en sus factores primos. Como cada divisor de un número es un factor primo, ó el producto de dos ó mas factores primos, el producto de todos los factores primos co-

Cuál es el máximo comun divisor de:

12. 60 y 84? 15. 112, 140 y 168?

13. 63 y 126? 16. 84, 126 y 210?

14. 144 y 192? 17. 128, 256 y 1280?

18. Cuál es el máximo comun divisor de 288 y 528?

PROCEDIMIENTO POR DIVISION.

$$\begin{array}{r} 288) 528 \quad (1 \\ \underline{288} \\ 240) 288 \quad (1 \\ \underline{240} \\ 48) 240 \quad (5 \\ \underline{240} \\ 48 = \text{M. C. D. de } 288 \text{ y } 528 \end{array}$$

Divídase 528 por 288, y 288 por el primer residuo 240, y 240 por el segundo residuo 48; y, no habiendo otro residuo, 48 es el máximo comun divisor de 288 y 528.

Si 48, que es el mayor divisor de sí mismo, es un divisor de 240, él será el *máximo* comun divisor de 48 y 240. Si 48 es un divisor de

48 y 240, lo será de 288, su *suma*, y como el máximo comun divisor de dos números es un divisor de su *diferencia*, 48 será el máximo comun divisor de 240 y 288. Si 48 es el máximo comun divisor de 240 y 288, será un divisor de 528, su *suma*; y como el máximo comun divisor de dos números es un divisor de su *diferencia*, lo será de 48. Luego, 48 es el máximo comun divisor de 288 y 528.

NOTA. — Demuéstrese á los alumnos, de esta manera, que el último divisor, en la solucion de cada uno de los siguientes problemas, es el máximo comun divisor buscado.

Cuál es el máximo comun divisor de:

- | | |
|-----------------|--------------------------|
| 19. 196 y 1728? | 27. \$ 260 y \$ 416? |
| 20. 336 y 576? | 28. \$ 1815 y \$ 3465? |
| 21. 407 y 888? | 29. 2145 kl. y 3471 kl.? |

22. 326 y 807? 30. 175, 225 y 275?
 23. 756 y 1764? 31. 240, 360 y 480?
 24. 1064 y 1274? 32. 144, 216 y 648?
 25. 768 y 5184? 33. 140, 308 y 819?
 26. 741 y 1938? 34. 240, 336 y 1768?
 35. Cuál es el máximo comun divisor de 1065, 1730 y 2845?
 36. Cuál es el máximo comun divisor de 156, 585, 442 y 1287.
 37. Cuál es el máximo comun divisor de 2731 y 3120?

Definiciones, Principios y Reglas.

65. Divisor de un número es el número que lo divide exactamente.

Comun divisor de dos ó mas número es un número que divide exactamente á cada uno de ellos.

Máximo comun divisor de dos ó mas números es el mayor número que divide exactamente á cada uno de ellos.

66. PRINCIPIOS. — 1°. *Todo factor primo y todo producto de dos ó mas factores primos de un número, son divisores de aquel número. Inversamente :*

2°. *Todo divisor de un número es un factor primo ó el producto de dos ó mas de sus factores primos.*

3°. *El producto de todos los factores primos comunes á dos ó mas números es su máximo comun divisor.*

4°. *El divisor de un número es un divisor de cualquier número de veces aquel número.*

5°. *Un divisor comun de dos números es un divisor de su suma ó de su diferencia.*

6°. *Cualquier divisor comun de cada uno de dos números y su diferencia es un divisor comun de los dos números.*

67. REGLAS — 1°. Para encontrar el máximo comun divisor de dos ó mas números por medio del factorreo, descompónganse los números dados en sus factores primos y sepárense los factores que sean comunes. El producto de los factores comunes será el máximo comun divisor.

2°. Para encontrar el máximo comun divisor de dos números por medio de la division, divídase el mayor número por el menor y el divisor por el residuo y el segundo divisor por el segundo residuo y así sucesivamente, hasta que no haya residuo. El último divisor será el máximo comun divisor.

NOTA.— Cuando se den tres ó mas números, encuéntrase primeramente el máximo comun divisor de dos de ellos y despues el M. C. D. del primer resultado y el tercer número y así sucesivamente.

Mínimo Comun Múltiplo.

1. Qué número dividirá exactamente á 16? 25? 30? 45?

NOTA.— Un número dividirá exactamente á sus múltiplos.

2. Qué número es un múltiplo de 15? 24? 32? 54? 75? 100? 120? 150? 200?

3. Cuántos múltiplos tiene todo número?

4. Qué número dividirá exactamente á 8 y 10? á 9 y 12? á 20 y 25?

5. Qué número es un comun múltiplo de 5 y 12? de 15 y 30? de 25 y 50?

6. Cuántos comunes múltiplos tienen dos ó mas números?

el menor número que puede dividirse exactamente por cada uno de ellos.

NOTA. — Las siguientes definiciones pueden ser preferidas por algunos maestros.

Múltiplo de un número es el producto que resulta de tomarlo dos ó mas veces.

Comun múltiplo de dos ó mas números es un múltiplo de cada uno de ellos.

Mínimo comun múltiplo de dos ó mas números es el menor múltiplo de cada uno de ellos.

69. PRINCIPIOS. — 1°. *Cada múltiplo de un número contiene todos sus factores primos.*

2°. *Un múltiplo comun de dos ó mas números contiene todos sus factores primos.*

3°. *El mínimo comun múltiplo de dos ó mas números contiene á sus factores primos y no á otros factores.*

4°. *El mínimo comun múltiplo de dos ó mas números contiene á cada uno de sus factores primos el mayor número de veces que esté contenido en cada número.*

70. REGLAS. — 1ª. Para encontrar el mínimo comun múltiplo de dos ó mas números por medio del factorreo, descompóngase cada uno de los números en sus factores primos y sepárense todos los factores diferentes, tomando de cada uno el mayor número de veces que se encuentre en cualquier número. El producto de los diferentes factores, así separados, será el mínimo comun múltiplo.

2ª. Para encontrar el mínimo comun múltiplo de dos ó mas números por medio de la division, escríbanse los números en una misma linea horizontal y divídanse por un divisor primo de dos ó mas de ellos, escribiendo debajo de estos los cocientes y los números indivisibles. Divídanse estos números resultantes por un

divisor primo de dos ó mas de ellos y así se sigue procediendo hasta que por lo ménos dos de los números resultantes no tengan un comun divisor primo. El producto de los divisores y los últimos números resultantes será el mínimo comun múltiplo buscado.

Seccion VIII.

Fracciones.

Numeracion y Notacion.

1. Si una cosa se divide en dos piezas iguales, qué parte del todo será una pieza?

2. Si un objeto consta de 4 piezas iguales, qué parte del todo será una pieza? Dos y tres piezas?

3. Cuántas mitades hai en una cosa ó unidad? Cuántos cuartos?

4. Cuál es mayor, una mitad ó un cuarto de unidad? Cuántos cuartos hai en una mitad?

5. Qué se entiende por un tercio de una unidad? Dos tercios? Un sexto? Tres sextos? Dos quintos? Cuatro quintos?

71. Las partes tales de la unidad como un medio, dos tercios, tres cuartos, etc., se llaman *fracciones*. Una fraccion debe espresarse en cifras, escribiendo la cifra que denota el número de partes iguales en que

está dividida la unidad, debajo de una línea corta horizontal ($\frac{\quad}{\quad}$), y la cifra que denota el número de partes iguales tomadas, sobre la misma línea ($\frac{\quad}{\quad}$). Así, $\frac{5}{6}$ indica cinco sextos de una unidad.

6. Qué representa $\frac{5}{7}$? Qué denota la cifra 7 debajo de la línea? Qué la cifra 5 sobre la línea?

Léanse las siguientes fracciones y decir, en cada caso, qué denota cada cifra:

7. $\frac{3}{5}$	9. $\frac{6}{7}$	11. $\frac{6}{9}$	13. $\frac{7}{10}$	15. $\frac{8}{15}$	17. $\frac{15}{24}$
8. $\frac{5}{6}$	10. $\frac{5}{8}$	12. $\frac{7}{6}$	14. $\frac{5}{12}$	16. $\frac{9}{20}$	18. $\frac{27}{40}$

Escríbanse las siguientes fracciones en cifras:

19.	20.	21.
Dos quintos.	Siete doceavos.	Veinte y cuatro cuarentavos.
Siete novenos.	Diez treintavos.	Treinta y cinco cincuentavos.
Diez novenos.	Viénte setentavos.	Cuarenta cincuenta y cinco avos.

22. La fracción $\frac{3}{4}$ es mayor ó menor que 1? Por qué?

23. $\frac{5}{4}$ es mayor ó menor que la unidad? Por qué?

Compárese el valor de cada una de las siguientes con una unidad ó 1:

24. $\frac{5}{7}$	26. $\frac{10}{9}$	28. $\frac{9}{9}$	30. $\frac{41}{45}$
25. $\frac{8}{5}$	27. $\frac{7}{12}$	29. $\frac{12}{12}$	31. $\frac{33}{20}$

32. Deducir de los ejemplos anteriores una relación general del valor de las fracciones comparadas con una unidad ó 1.

Definiciones y Principios.

72. Fraccion es una ó mas de las partes iguales de la unidad.

La unidad dividida se llama la *unidad de la fraccion*; y una de las partes iguales en que está dividida se llama *unidad fraccionaria*. Un entero se compone de unidades enteras y una fraccion de unidades fraccionarias.

73. Una **Fraccion comun** se espresa en cifras por medio de dos números, escritos uno sobre el otro y separados por una línea horizontal.

NOTA. — Las fracciones decimales son una variacion de las fracciones comunes.

El número colocado sobre la linea se llama *numerador* y el que está debajo de la linea *denominador*.

El **denominador** de una fraccion denota el número de partes iguales en que está dividida la unidad.

El **numerador** de una fraccion denota el número de partes iguales que se han tomado de ella.

El numerador y denominador se llaman *términos* de la fraccion.

74. PRINCIPIO.—El valor de una fraccion es menor que 1, cuando el valor de su numerador es menor que el de su denominador; igual á 1, cuando el numerador es igual al denominador; y mayor que 1 cuando el numerador es mayor que su denominador.

75. Las fracciones comunes son *propias ó impropias*.

Fraccion propia es aquella cuyo numerador es menor que su denominador; como, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$.

Fraccion impropia es aquella cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador; como, $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{4}$.

El valor de una fraccion propia es menor que uno y el valor de una fraccion impropia es igual ó mayor que 1 y por esto es que se considera como impropia la fraccion de una unidad.

76. Las fracciones son *simples, compuestas ó complejas*.

Fraccion simple es una fraccion que no está unida con otra y cuyos términos son enteros; como, $\frac{5}{6}$.

Fraccion compuesta es una fraccion de fraccion; como $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{5}$ de $3\frac{1}{3}$.

Fraccion compleja es aquella que tiene una fraccion en uno ó en ambos términos; como $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$, $3\frac{1}{2}$.

Número mixto es un entero y una fraccion unidos; como $5\frac{1}{2}$, $16\frac{1}{2}$.

77. La fraccion $\frac{3}{5}$ debe considerarse como que está espresando 3 quintos de 1 unidad, ó 1 quinto de 3 unidades; y por esto es que el numerador de una fraccion denota el número de unidades á dividirse y el denominador el número de partes en que el numerador se ha de dividir. Así: $\frac{5}{6}$ puede leerse 5 sestos, ó 1 sesto de 5, ó 5 dividido por 6.—Luego,

Una fraccion espresará una division no ejecutada, denotando el numerador el dividendo, el denominador el divisor y la fraccion misma el cociente.

Reduccion de Fracciones.

Caso I.

Números enteros ó mixtos reducidos á fracciones impropias.

1. Cuántos tercios hai en una manzana? En 4, 7, 10, 20 manzanas?
2. Cuántos quintos hai en 3 melones? En 5, 8, 12, 15 melones?
3. Cuántos sestos hai en 1? 5? 12? 8? 20?
4. Cuántos cuartos de pulgada hai en 2 y 1 cuarto pulgada? En $3\frac{1}{4}$.
5. Cuántos quintos hai en $3\frac{1}{5}$? En $4\frac{2}{5}$? $12\frac{3}{5}$? $16\frac{4}{5}$?
6. Cuántos décimos hai en $5\frac{1}{10}$? $8\frac{7}{10}$? $12\frac{3}{10}$? $15\frac{9}{10}$?

Problemas Escritos.

7. Reducir 225 á sétimos:

225 $\frac{5}{7}$ á sétimos:

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 225 \\ 7 \\ \hline 1575, \text{ Respuesta.} \\ 7 \end{array}$$

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} 225 \frac{5}{7} \\ 7 \\ \hline 1580, \text{ Respuesta.} \\ 7 \end{array}$$

8. Reducir 324 á novenos. 324 $\frac{7}{9}$ á novenos.
 9. “ 48 $\frac{11}{15}$ á 15 avos. 65 $\frac{13}{15}$ á 15 avos.
 10. “ 54 $\frac{7}{20}$ á 20 avos. 135 $\frac{11}{30}$ á 30 avos.
 11. “ 63 $\frac{7}{12}$ á una fraccion impropia.
 12. “ 74 $\frac{11}{15}$ á “ “ “
 13. “ 206 $\frac{7}{30}$ á “ “ “
 14. “ 145 $\frac{3}{40}$ á “ “ “

Reducir á fraccion impropia:

15. 137 $\frac{8}{25}$. 16. 408 $\frac{9}{50}$. 17. 600 $\frac{13}{41}$.
 18. 365 $\frac{7}{24}$. 19. 208 $\frac{11}{35}$. 20. 607 $\frac{5}{12}$.

78. REGLAS.—1ª. Para reducir un entero á una fraccion, *multiplíquese el entero por el denominador dado y escríbase el denominador debajo del producto.*

2ª. Para reducir un número misto á fraccion, *multiplíquese el entero por el denominador de la fraccion, agréguese al producto el numerador y escríbase el denominador debajo del resultado.*

Caso II.**Reducir las fracciones impropias á números enteros ó mixtos.**

21. Cuántos pesos hai en 8 medios pesos? En 16 medios pesos? En 30 medios pesos?

22. Cuántos frascos hai en 9 tercios de frasco? En 15 tercios de frasco? En 33 tercios de frasco?

23. Cuántos dias hai en 20 quintos de dia? En 35 quintos de dia? En 45 quintos de dia?

24. Cuántas unidades hai en 36 novenos? En 63 novenos? En 75 novenos?

25. Cuántas unidades hai en $\frac{28}{7}$? $\frac{56}{7}$? $\frac{65}{7}$? $\frac{72}{7}$?

26. Cuántas unidades hai en $\frac{93}{10}$? $\frac{87}{12}$? $\frac{104}{25}$? $\frac{203}{50}$?

Problemas Escritos.

27. Reducir $\frac{256}{16}$ á un número entero:

PROCEDIMIENTO: $\frac{256}{16} = 256 \div 16 = 16$, Respuesta.

28. Reducir á números enteros ó mixtos:

29. $\frac{324}{12}$	31. $\frac{705}{18}$	33. $\frac{720}{80}$	35. $\frac{1340}{35}$	37. $\frac{4260}{39}$	39. $\frac{2388}{45}$
30. $\frac{265}{15}$	32. $\frac{636}{32}$	34. $\frac{1128}{64}$	36. $\frac{2304}{50}$	38. $\frac{4000}{333}$	40. $\frac{42351}{21}$

79. REGLA.—Para reducir una fraccion impropia á número entero ó mixto, *divídase el numerador de la fraccion por el denominador.*

Caso III.

Reducir las fracciones simples á términos menores.

41. Cuántos cuartos de pulgada hai en 2 octavos de pulgada? En 4, en 6 octavos?

42. Cuántos sestos hai en 2 doceavos? En 4, en 8, en 10 doceavos?

43. Cuántos sétimos hai en 4 catorceavos? En 6, en 8, en 12 catorceavos?

44. Cuántos octavos hai en $\frac{6}{16}$? En $\frac{10}{16}$? En $\frac{14}{16}$?
En $\frac{20}{16}$?

45. Cuántos décimos hai en $\frac{9}{30}$? En $\frac{15}{30}$? En $\frac{24}{30}$?
En $\frac{33}{30}$?

46. Reducir á quintos cada una de las fracciones
 $\frac{9}{15}$, $\frac{12}{20}$ y $\frac{18}{30}$.

47. Reducir á sextos cada una de las fracciones
 $\frac{10}{30}$, $\frac{28}{42}$ y $\frac{35}{60}$.

48. Dividir ambos términos de $\frac{9}{12}$ por 3, y demostrar que el valor de la fraccion no altera.

49. Demostrar que la division de ambos términos de una fraccion por un mismo número no altera su valor.

Problemas Escritos.

50 Reducir $\frac{105}{140}$ á sus menores términos.

PROCEDIMIENTO.

$$\frac{105 \div 5}{140 \div 5} = \frac{21}{28} \quad \frac{21 \div 7}{28 \div 7} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Tambien } \frac{105 \div 35}{140 \div 35} = \frac{3}{4} \text{ Resp.}$$

por 35, su máximo comun divisor y queda reducido á $\frac{3}{4}$.

Dividiendo ambos términos de $\frac{105}{140}$ por 5 queda reducido á $\frac{21}{28}$, ahora, dividiendo ambos términos de $\frac{21}{28}$ por 7, queda reducido á $\frac{3}{4}$. Como $\frac{3}{4}$ no puede reducirse á términos menores, esta será la fraccion buscada. Tambien pueden dividirse ambos términos de $\frac{105}{140}$

Reducir á sus menores términos:

$$\begin{array}{llllll} 51. \frac{81}{189} & 53. \frac{216}{414} & 55. \frac{360}{576} & 57. \frac{693}{792} & 59. \frac{288}{1720} & 61. \frac{891}{1485} \\ 52. \frac{195}{210} & 54. \frac{264}{480} & 56. \frac{567}{783} & 58. \frac{720}{1125} & 60. \frac{480}{1248} & 62. \frac{2700}{3780} \end{array}$$

63. Espresar el cociente de 195 dividido por 105 en su forma mas simple. Resp. $\frac{13}{7}$.

64. Espresar el cociente de 462 dividido por 441 en su forma mas simple: $128 \div 256$. $360 \div 288$.

65. Espresar el cociente de 576 dividido por 432 en su forma mas simple: $216 \div 324$. $828 \div 506$.

Definiciones, Principio y Reglas.

80. Reducir una fraccion á sus menores términos es convertirla en otra equivalente y de términos menores.

Una fraccion está en sus *menores términos*, cuando estos son primos entre sí.

81. PRINCIPIO.—*Dividiendo ambos términos de una fraccion por un mismo número no altera su valor.*

82. REGLAS.—1^a. Para reducir una fraccion á sus menores términos, *dividanse ambos términos de la fraccion por un divisor comun; en seguida dividanse ambos términos de la fraccion resultante por un comun divisor; y así sucesivamente hasta que los términos de la fraccion resultante no tengan un comun divisor, excepto 1.* O tambien,

2^a. *Dividanse ambos términos de la fraccion por su máximo comun divisor.*

Caso IV.

Reducir las fracciones á sus mayores términos y á un comun denominador.

66. Cuántos octavos de pié hai en un cuarto de pié? En 2 cuartos? En 3 cuartos?

67. Cuantos doceavos hai en 3 sestos? En 4 sestos? En 5 sestos?

68. Cuántos quinceavos hai en $\frac{2}{3}$? En $\frac{2}{5}$? En $\frac{4}{5}$?

69. Cambiar $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ cada uno en doceavos.
 70. “ $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{10}$ “ “ “ cuarentavos.
 71. “ $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{15}$ “ “ “ sesentavos.
 72. “ $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{10}$ “ “ “ treintavos.
 73. “ $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{8}$ y $\frac{11}{20}$ “ “ “ cuarentavos.

74 Multiplicar ambos términos de $\frac{2}{3}$ por 4 y demostrar que el valor de la fraccion no ha alterado.

75. Demostrar que multiplicando ambos términos de una fraccion por un mismo número no altera su valor.

Problemas Escritos.

76. Reducir $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ y $\frac{11}{12}$ á fracciones equivalentes que tengan un comun denominador:

PROCEDIMIENTO.

$$\frac{5}{6} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{11}{12}$$

$$\frac{20}{24} \quad \frac{21}{24} \quad \frac{22}{24}$$

Redúzcanse las fracciones á veinte y cuatro avos del modo siguiente:

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}; \quad \frac{7}{8} = \frac{21}{24}; \quad \frac{11}{12} = \frac{22}{24}.$$

Redúzcanse á un comun denominador:

$$\begin{array}{lll} 77. \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{6}. & 80. \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{7}{16}. & 83. \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{15} \quad \frac{11}{30}. \\ 78. \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{7}{12}. & 81. \quad \frac{1}{8} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{9}. & 84. \quad \frac{4}{5} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{13}{20} \quad \frac{11}{40}. \\ 79. \quad \frac{2}{7} \quad \frac{5}{14} \quad \frac{1}{2}. & 82. \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8}. & 85. \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{4}{21}. \end{array}$$

86. Reducir $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{11}{24}$ y $\frac{21}{32}$ á fracciones equivalentes que tengan el menor comun denominador:

PROCEDIMIENTO.

$$\frac{5}{8} \quad \frac{7}{16} \quad \frac{11}{24} \quad \frac{21}{32}$$

$$\frac{60}{96} \quad \frac{42}{96} \quad \frac{44}{96} \quad \frac{63}{96}$$

El minimo comun múltiplo de 8, 16, 24, y 32 es 96, luego 96 es el menor comun denominador. Cambiando las fracciones en 96 avos tendremos:

$$\frac{5}{8} = \frac{60}{96}; \quad \frac{7}{16} = \frac{42}{96}; \quad \frac{11}{24} = \frac{44}{96}; \quad \frac{21}{32} = \frac{63}{96}.$$

Reducir al menor comun denominador:

$$\begin{array}{lll} 87. \quad \frac{4}{9} \quad \frac{11}{12} \quad \frac{17}{36} \quad \frac{23}{24}. & 89. \quad \frac{7}{10} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{11}{20} \quad \frac{13}{30}. & 91. \quad \frac{2}{5} \quad \frac{11}{12} \quad \frac{11}{20} \quad \frac{29}{30} \quad \frac{31}{60}. \\ 88. \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{8}. & 90. \quad \frac{7}{12} \quad \frac{8}{21} \quad \frac{11}{28} \quad \frac{17}{42}. & 92. \quad \frac{5}{9} \quad \frac{14}{35} \quad \frac{22}{45} \quad \frac{12}{63} \quad \frac{101}{115}. \end{array}$$

Definiciones, Principio y Reglas.

83. Una fraccion está reducida á *términos mayores* cuando se cambia en una equivalente de términos mayores.

84. Varias fracciones están reducidas á un *comun denominador* cuando se cambian en otras equivalentes, con el mismo denominador.

Cuando el comun denominador de varias fracciones es el menor denominador que pueden tener en comun, se llama su *mínimo comun denominador*.

85. PRINCIPIO.—*La multiplicacion de ambos términos de una fraccion por un mismo número no altera su valor.*

86. REGLAS.—1^a. Para reducir una fraccion á *términos mayores*, *divídase el denominador dado por el denominador de la fraccion y multiplíquense ambos términos por el cociente.*

2^a. Para reducir fracciones al menor comun denominador, *divídase el mínimo comun múltiplo de los denominadores por el denominador de cada fraccion y multiplíquese ambos términos por el cociente.*

Caso V.

Reducir fracciones compuestas á simples.

93. Cuánto es la mitad de un tercio de una pera?
1 mitad de 1 cuarto de pera?

94. Un padre dividió igualmente entre tres muchachos $\frac{1}{2}$ de piña: Qué parte de la piña recibió cada muchacho?

95. Cuánto es $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$? $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{8}$?
 96. “ “ $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{8}$?
 97. “ “ $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{5}$ de $\frac{2}{3}$? $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$?
 98. “ “ $\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{9}$? $\frac{1}{7}$ de $\frac{5}{9}$? $\frac{3}{7}$ de $\frac{5}{9}$?
 99. “ “ $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$? $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$? $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{8}$?
 100. “ “ $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{5}$? $\frac{3}{7}$ de $\frac{5}{8}$? $\frac{5}{6}$ de $\frac{7}{12}$?
 101. “ “ $\frac{1}{3}$ de $12\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$ de $12\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$ de $13\frac{1}{2}$?

SOLUCION.— $\frac{1}{3}$ de $13\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ de 12 , que es 4 , + $\frac{1}{3}$ de $1\frac{1}{2}$ ó $\frac{3}{2}$, que son $\frac{3}{2}$ ó $\frac{1}{2}$. $4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$. Luego $\frac{1}{3}$ de $13\frac{1}{2}$ es $4\frac{1}{2}$.

102. Cuánto es $\frac{1}{4}$ de $17\frac{1}{2}$? $\frac{1}{4}$ de $21\frac{3}{4}$? $\frac{1}{4}$ de $33\frac{1}{2}$?
 103. “ “ $\frac{2}{5}$ de 12 ? $\frac{2}{5}$ de $12\frac{1}{2}$? $\frac{3}{5}$ de $16\frac{1}{2}$?
 104. “ “ $\frac{3}{7}$ de $22\frac{1}{3}$? $\frac{5}{8}$ de $25\frac{1}{3}$? $\frac{7}{9}$ de $37\frac{1}{2}$?
 105. “ “ $\frac{5}{8}$ de $33\frac{1}{3}$? $\frac{3}{8}$ de $42\frac{1}{3}$? $\frac{7}{12}$ de $62\frac{1}{2}$?

Problemas Escritos.

106. Reducir $\frac{5}{9}$ de $\frac{3}{15}$ de $7\frac{1}{2}$ á una fraccion simple.

PROCEDIMIENTO:

$$\frac{5}{9} \text{ de } \frac{3}{15} \text{ de } 7\frac{1}{2} = \frac{5 \times 3 \times 15}{9 \times 15 \times 2} = \frac{225}{270} = \frac{5}{6} \text{ Resp.}$$

$$\text{O tambien: } \frac{5}{9} \text{ de } \frac{3}{15} \text{ de } 7\frac{1}{2} = \frac{5 \times 3 \times 15}{9 \times 15 \times 2} = \frac{5}{6}$$

Reducir á fraccion simple:

107. $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$. 111. $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{9}$ de $\frac{6}{7}$ de $3\frac{1}{3}$.
 108. $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{7}$ de $2\frac{1}{2}$. 112. $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{15}$ de $\frac{6}{7}$ de $4\frac{2}{3}$.
 109. $\frac{5}{7}$ de $\frac{14}{15}$ de $1\frac{7}{8}$. 113. $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{7}$ de $2\frac{5}{8}$ de $2\frac{1}{2}$.
 110. $\frac{4}{5}$ de $\frac{6}{7}$ de $2\frac{1}{3}$. 114. $\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{10}$ de $\frac{7}{12}$ de $3\frac{1}{2}$.

87. REGLAS.—1ª. Para reducir una fraccion compuesta á simple, multiplíquense los numeradores entre sí para un numerador, y los denominadores del mismo modo para un denominador.

2ª. Indíquese la multiplicacion continua de los numeradores y tambien de los denominadores, y redúxcase la fraccion que resulte á sus menores términos por medio de la cancelacion.

Revista de Problemas.

115. Reducir 16 á una fraccion que tenga 8 por denominador.

116. Cambiar $35 \div 21$ en una fraccion y en sus menores términos.

117. Cuántos 15 avos de galon hai en $33 \frac{1}{3}$ galones?

118. Reducir $\frac{304}{24}$ á número mixto, dejando la fraccion en sus menores términos.

119. Reducir \$ $\frac{90}{15}$, $\frac{137}{25}$, \$ $\frac{485}{60}$ y \$ $\frac{700}{11}$ cada uno á entero ó número mixto.

120. Reducir $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{11}{15}$ á quebrados que tengan por denominador 30.

121. Reducir $12 \frac{1}{2}$, $18 \frac{3}{4}$ y $33 \frac{1}{3}$ á quebrados que tengan por denominador 12.

122. Reducir $\frac{2}{15}$ de $\frac{1}{12}$ de $2 \frac{1}{13}$ de 24 á fraccion simple.

123. Reducir $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{12}$ á un comun denominador.

124. Reducir $\frac{5}{6}$, $5 \frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{9}$ á su mínimo comun denominador.

SUGESTION.—Primeramente se reducen $5 \frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{9}$ á fracciones simples.

125. Reducir $\frac{4}{9}$, $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$ y $\frac{4}{5}$ de $6 \frac{2}{3}$ á su mínimo comun denominador.

126. Reducir $\frac{1}{2}$ de $2 \frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ de 3 y $\frac{3}{7}$ de $\frac{7}{9}$ de $6 \frac{1}{4}$ á su mínimo comun denominador.

127. Reducir $\frac{3}{4}$ de $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{6}$ de $2\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$ de $13\frac{1}{8}$ á su mínimo comun denominador.

128. Reducir $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{7}$ de $5\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$ de $3\frac{1}{3}$ y $2\frac{3}{10}$ á su mínimo comun denominador.

Adicion de Fracciones.

1. Una persona gasta $\frac{4}{9}$ de su sueldo en alimento, $\frac{1}{9}$ en ropa y $\frac{1}{9}$ en otros gastos: Qué parte de su sueldo es la que gasta?

2. Cuántos novenos hai en $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{9}$ y $\frac{1}{9}$?

3. Un hombre anda $\frac{1}{3}$ de su viaje en el primer dia y $\frac{1}{4}$ de él en el segundo dia: Qué parte de la jornada caminó en los dos dias?

4. Cuántos doceavos hai en $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$? $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$?

5. A tiene $\frac{2}{3}$ en una embarcacion, B $\frac{3}{8}$ de ella: Qué parte del buque tienen ambos?

6.Cuál es la suma de $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$? $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{8}$?

7. $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{12}$? $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{12}$? $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{9}$? $\frac{5}{12}$ y $\frac{7}{8}$?

8. $\frac{4}{5}$ y $\frac{4}{7}$? $\frac{3}{7}$ y $\frac{4}{9}$? $\frac{5}{7}$ y $\frac{9}{14}$? $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{9}$?

9. $\frac{1}{3}$ y $5\frac{1}{2}$? $2\frac{1}{6}$ y $6\frac{1}{2}$? $5\frac{1}{2}$ y $6\frac{1}{4}$? $8\frac{1}{3}$ y $9\frac{2}{5}$?

SUGESTION. — Primero se suman las fracciones y despues los enteros.

10. Demostrar que las fracciones teniendo un comun denominador espresan unidades fraccionarias semejantes, y que solamente unidades fraccionarias semejantes se pueden sumar.

Problemas Escritos.

11.Cuál es la suma de $\frac{9}{23}$, $\frac{16}{23}$ y $\frac{10}{23}$?

PROCEDIMIENTO: $\frac{9}{23} + \frac{16}{23} + \frac{10}{23} = \frac{9+16+10}{23} = \frac{35}{23} = 1\frac{12}{23}$, Resp.

12.Cuál es la suma de $\frac{11}{18}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{17}{18}$ y $\frac{7}{18}$?

13. Cuál es la suma de $\frac{13}{45}$, $\frac{23}{45}$, $\frac{31}{45}$ y $\frac{37}{45}$?

14. Cuál es la suma de $\frac{141}{160}$, $\frac{97}{160}$ y $\frac{153}{160}$?

15. Cuál es la suma de $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{11}{16}$?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{11}{16} = \\ \frac{30}{48} + \frac{28}{48} + \frac{33}{48} = \\ \frac{91}{48} = 1 \frac{43}{48}, \text{ Resp.} \end{array}$$

Puesto que las unidades fraccionarias que no son semejantes no se pueden sumar, se reducen las fracciones $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{11}{16}$ á un comun denominador y entónces se suman las fracciones.

16. Sumar $\frac{4}{5}$ y $\frac{11}{14}$.

17. $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{9}{16}$.

18. $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$ y $\frac{13}{18}$.

25. Sumar $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$ y $\frac{1}{30}$.

19. $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{13}{15}$.

20. $\frac{9}{14}$, $\frac{20}{21}$ y $\frac{31}{42}$.

21. $\frac{9}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{23}{30}$ y $\frac{41}{60}$.

26. Sumar $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ y $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de $2 \frac{1}{3}$.

22. $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{11}{15}$ y $\frac{17}{30}$.

23. $\frac{13}{18}$, $\frac{15}{27}$, $\frac{50}{81}$ y $\frac{2}{3}$.

24. $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{18}$ y $\frac{7}{24}$.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \text{ de } \frac{5}{8} \text{ de } \frac{7}{3} = \frac{5}{8} \\ \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{8} = \frac{30}{40} + \frac{16}{40} + \frac{25}{40} = 1 \frac{31}{40}. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Como } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ y } \frac{3}{4} \text{ de } \frac{5}{8} \text{ de } \\ 2 \frac{1}{3} = \frac{5}{3}, \text{ la suma de } \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \text{ de } \\ \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \text{ de } \frac{5}{8} \text{ de } 2 \frac{1}{3} = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{8}. \end{array}$$

27. Sumar $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{13}$ de $2 \frac{1}{6}$ y $\frac{7}{8}$.

28. “ $\frac{4}{5}$ de $2 \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{9}$ y $\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{3}$ de 6.

29. “ $\frac{3}{14}$, $\frac{1}{7}$ de 5 y $\frac{6}{7}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{5}{8}$.

30. “ $\frac{3}{15}$ de 2, $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{12}$ y $3 \frac{1}{3}$.

31. “ 33 $\frac{1}{3}$, 37 $\frac{1}{2}$, 55 $\frac{3}{4}$ y 66 $\frac{2}{3}$.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 33 \frac{1}{3} \quad \frac{4}{12} \\ 37 \frac{1}{2} \quad \frac{6}{12} \\ 55 \frac{3}{4} \quad \frac{9}{12} \\ 63 \frac{2}{3} \quad \frac{8}{12} \\ \hline 193 \frac{1}{4} \text{ Resp.} \end{array}$$

La suma de 33 $\frac{1}{3}$, 37 $\frac{1}{2}$, 55 $\frac{3}{4}$ y 66 $\frac{2}{3}$ es igual á la suma de $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ agregada á la suma de 33 + 37 + 55 + 66. $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = 2 \frac{2}{12}$ ó $2 \frac{1}{4}$. Escribáse $\frac{1}{4}$ debajo de las fracciones y agréguense las 2 unidades á los enteros. La suma es, pues, 193 $\frac{1}{4}$.

32. Sumar 39 $\frac{1}{3}$, 56 $\frac{3}{4}$, 88 $\frac{1}{6}$ y 104 $\frac{5}{12}$.

33. “ 45, 87 $\frac{3}{4}$, 66 $\frac{2}{3}$ y 75 $\frac{1}{2}$.

34. “ 12 $\frac{1}{2}$, 16 $\frac{2}{3}$, 18 $\frac{3}{4}$, 30 $\frac{1}{4}$, 33 $\frac{1}{3}$ y 62 $\frac{1}{2}$.

35. “ $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, 16 $\frac{2}{3}$ y 48 $\frac{1}{6}$.

36. “ \$ 5.12 $\frac{1}{2}$, \$ 3.18 $\frac{3}{4}$, \$ 8.25 y \$ 3.81 $\frac{1}{4}$.

37. “ $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{3}{7}$ de 5 $\frac{1}{4}$ y 65 $\frac{5}{21}$.

38. “ $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{5}{12}$ de 2 $\frac{2}{5}$.

Principios y Reglas.

88. PRINCIPIOS. — 1°. Solo se pueden sumar unidades fraccionarias semejantes.

2°. Las fracciones deben tener un comun denominador para que puedan sumarse.

89. REGLAS. — 1ª. Para sumar fracciones, redúzcanse las fracciones á un comun denominador, sùmense los numeradores de las nuevas fracciones y debajo de la suma escríbase el denominador comun.

2ª. Para sumar números mixtos, sùmense las fracciones y los enteros separadamente y júntense los resultados.

NOTAS. — 1. Para que puedan sumarse las fracciones compuestas deben antes reducirse á simples.

2. Cuando los números mixtos son pequeños, deben reducirse á fracciones impropias y entónces sumarlos.

Sustraccion de Fracciones.

1. Un muchacho gasta $\frac{3}{8}$ de su dinero en una pizarra; Qué parte de su dinero le queda?

2. Cuánto es $\frac{8}{8}$ menos $\frac{3}{8}$? $\frac{8}{8}$ menos $\frac{5}{8}$? $\frac{8}{8}$ menos $\frac{7}{8}$?

3. Cuánto es $\frac{11}{12}$ menos $\frac{3}{12}$? $\frac{11}{12}$ menos $\frac{5}{12}$? $\frac{11}{12}$ menos $\frac{9}{12}$?

4. A compró $\frac{3}{4}$ fanegas de semillas de trébol y vendió $\frac{1}{3}$ de ellas á B: Qué parte de la fanega le quedó á A?

SUGESTION. — Redúzcanse $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{3}$ á doceavos.

5. Cuánto es $\frac{3}{4}$ menos $\frac{1}{3}$? $\frac{3}{4}$ menos $\frac{2}{3}$? $\frac{3}{3}$ menos $\frac{1}{4}$?

6. $\frac{5}{6}$ menos $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{4}$ menos $\frac{2}{5}$? $\frac{4}{5}$ menos $\frac{3}{4}$? $\frac{2}{5}$ menos $\frac{1}{3}$?

7. $\frac{4}{7}$ menos $\frac{3}{5}$? $\frac{2}{3}$ menos $\frac{2}{7}$? $\frac{6}{7}$ menos $\frac{3}{4}$? $\frac{2}{5}$ menos $\frac{1}{7}$?

8. $\frac{5}{8}$ menos $\frac{1}{2}$? $\frac{7}{8}$ menos $\frac{3}{5}$? $\frac{4}{7}$ menos $\frac{3}{8}$? $\frac{5}{7}$ menos $\frac{1}{2}$?

9. $\frac{7}{12}$ menos $\frac{1}{3}$? $\frac{11}{12}$ menos $\frac{3}{4}$? $\frac{5}{8}$ menos $\frac{1}{12}$? $\frac{5}{6}$ menos $\frac{5}{8}$?

10. $5\frac{1}{2}$ menos $3\frac{1}{4}$? $6\frac{2}{3}$ menos $4\frac{1}{2}$? $9\frac{3}{4}$ menos $7\frac{1}{3}$?
 $12\frac{1}{2}$ menos $6\frac{1}{4}$?

11. Porqué no puede sustraerse $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ sin reducir primeramente las fracciones á un comun denominador?

Problemas Escritos.

12. Sustraer $\frac{19}{35}$ de $\frac{27}{35}$:

PROCEDIMIENTO: $\frac{27}{35} - \frac{19}{35} = \frac{27-19}{35} = \frac{8}{35}$, Resp.

13. Sustraer $\frac{37}{90}$ de $\frac{56}{90}$; $\frac{37}{85}$ de $\frac{75}{85}$; $\frac{49}{88}$ de $\frac{73}{88}$.

14. Sustraer $\frac{7}{15}$ de $\frac{17}{15}$:

PROCEDIMIENTO: $\frac{17}{15} - \frac{7}{15} = \frac{85}{90} - \frac{42}{90} = \frac{43}{90}$, Resp.

15. Cuánto es $\frac{14}{15} - \frac{5}{9}$?

16. $\frac{13}{18} - \frac{7}{12}$? 18. $\frac{33}{50} - \frac{11}{20}$? 20. $\frac{7}{12} - \frac{4}{15}$? 22. $\frac{23}{36} - \frac{17}{54}$?

17. $\frac{16}{27} - \frac{5}{18}$? 19. $\frac{19}{21} - \frac{11}{14}$? 21. $\frac{10}{33} - \frac{9}{44}$? 23. $\frac{29}{60} - \frac{13}{45}$?

24. De $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{5}$ tómese $\frac{2}{4}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{2}{3}$:

PROCEDIMIENTO: $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{7}{30}$, Resp.

25. De $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{9}$ tómese $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{9}$.

26. De $\frac{4}{5}$ de 7 tómese $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de 7.

27. De $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{3}{4}$ tómese $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$.

28. De $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{4}$ de $2\frac{1}{2}$ tómese $\frac{3}{11}$.

29. De $340\frac{2}{5}$ tómese $247\frac{3}{4}$.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 340\frac{2}{5} \quad \frac{8}{20} \\ 247\frac{3}{4} \quad \frac{15}{20} \\ \hline 92\frac{13}{20} \end{array} \quad \text{Resp.}$$

bajo de las fracciones y se agrega 1 ($\frac{20}{20}$) á las 7 unidades primeras y se sustraen ó restan los enteros.

Primeramente sustraiganse las fracciones y despues los enteros. Ahora, como $\frac{15}{20}$ es mayor que $\frac{8}{20}$, agreguemos $\frac{20}{20}$ á esta última y tendremos $\frac{28}{20}$; sustrayendo ahora $\frac{15}{20}$ de $\frac{28}{20}$, quedan $\frac{13}{20}$ de diferencia, que se escriben de-

30. $93\frac{3}{4} - 46\frac{1}{8} = ?$

31. $56\frac{3}{5} - 37\frac{1}{2} = ?$

32. $108\frac{2}{4} - 90\frac{2}{3} = ?$

33. $241\frac{7}{8} - 153\frac{5}{12} = ?$

34. $\$ 2.33\frac{1}{3} - \$ 1.62\frac{1}{2} = ?$

35. $\$ 3.12\frac{1}{2} - \$ 2.48\frac{3}{4} = ?$

36. Qué fraccion sumada con $\frac{3}{2}$ dará $\frac{11}{12}$?

37. Qué número sumado con $6\frac{3}{4}$ dará $16\frac{2}{3}$?

38. De la suma de $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$ tómese su diferencia.

39. De $\frac{5}{8} + \frac{3}{5}$ tómese $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$.

40. De $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{7}{10}$ tómese $\frac{3}{7}$ de $1\frac{1}{6}$.

41. De $\frac{7}{9} + \frac{3}{4}$ tómese $\frac{7}{12} - \frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$.

42. De un tonel que contiene $45\frac{1}{2}$ galones de jabe, un almacenero vendió á un marchante $16\frac{3}{4}$ galones y á otro $21\frac{3}{8}$ galones: Cuántos galones no se vendieron?

43. Un hombre legó $\frac{3}{10}$ de sus propiedades á su esposa, $\frac{5}{10}$ á sus hijos y el resto á un cólega suyo por su gran talento: Qué parte de sus propiedades recibió el cólega?

44. Un hombre era dueño de $\frac{3}{3}$ de una casa de gremio y vendió $\frac{2}{5}$ de su porcion: Qué parte de la factoria ó casa de gremio le quedó?

45. Dos novenos de un mástil están en tierra, $\frac{9}{7}$ de él en el agua y el resto en el aire: Qué parte del mástil está en el aire?

46. La parte de un mástil quebrado por el viento era $\frac{5}{8}$ de todo él y $\frac{3}{5}$ de la parte pequeña estaba en su lugar á la vista: Qué parte no era visible?

Principios y Reglas.

90. PRINCIPIOS.—1°. *El minuendo y sustraendo deben denotar unidades fraccionarias semejantes. Luego,*

2°. *Las fracciones deben tener un comun denominador, para que se pueda encontrar su diferencia.*

91. REGLAS.—1°. *Para restar fracciones, redúxanse las fracciones á un comun denominador, réstese*

el numerador del sustraendo del numerador del minuendo y debajo de esta diferencia escríbase el denominador comun.

2ª. Para restar números mixtos, réstense primeramente las fracciones y despues los enteros, y únense los resultados.

NOTAS. — 1. Las fracciones compuestas deben reducirse á simples antes de ser sustraídas.

2. Cuando los números mixtos son pequeños, deben reducirse á fracciones impropias y entónces restarse.

Multiplicacion de Fracciones.

Caso I.

Multiplicacion de fracciones por enteros.

1. Cuánto es dos veces 2 novenos de pulgada? 4 veces 2 novenos de pulgada?

2. Si un canasto tiene $\frac{3}{4}$ de fanegas, cuántas fanegas tendrán 8 canastos? 10 cts.?

3. Cuánto es 8 veces $\frac{3}{4}$? 10 veces $\frac{3}{4}$? 20 veces $\frac{3}{4}$?

4. 6 veces $\frac{5}{7}$? 8 veces $\frac{7}{9}$? 9 veces $\frac{7}{11}$? 12 veces $\frac{7}{8}$?

5. 7 veces $\frac{11}{12}$? 9 veces $\frac{4}{15}$? 8 veces $\frac{11}{20}$? 11 veces $\frac{8}{9}$?

6. 6 veces $5\frac{1}{2}$? 9 veces $6\frac{2}{3}$? 7 veces $12\frac{1}{2}$? 10 veces $7\frac{3}{5}$?

7. 8 veces $12\frac{1}{2}$? 6 veces $16\frac{2}{3}$? 5 veces $33\frac{1}{3}$? 7 veces $30\frac{1}{4}$?

8. Porqué multiplicando el numerador de $\frac{4}{15}$ por 3, queda multiplicada la fraccion por 3?

9. Porqué dividiendo el denominador de $\frac{4}{15}$ por 3 queda multiplicada la fraccion por 3?

10. De cuántos modos puede multiplicarse una fraccion por un entero?

Problemas Escritos.

11. $\frac{8}{15}$ por 9. 15. $\frac{25}{144}$ por 12. 19. $62\frac{1}{2}$ por 36.
 12. $\frac{13}{24}$ por 10. 16. $\frac{47}{256}$ por 16. 20. $45\frac{3}{5}$ por 80.
 13. $\frac{5}{21}$ por 24. 17. $\frac{31}{360}$ por 60. 21. \$ $5.18\frac{3}{4}$ por 32.
 14. $\frac{11}{63}$ por 45. 18. $\frac{111}{625}$ por 25. 22. \$ $66\frac{2}{3}$ por 52.

Principio y Reglas.

92. PRINCIPIO.—Una fraccion se multiplica, multiplicando su numerador ó dividiendo su denominador.

93. REGLAS.—1ª. Para multiplicar una fraccion por un entero, multiplíquese el numerador ó divídase el denominador.

2ª. Para multiplicar un número mixto por un entero, multiplíquese la fraccion y el entero separadamente y júntense los productos.

Caso II.**Multiplicacion de enteros por fracciones.**

23. Si una tonelada de heno cuesta \$ 16, cuánto costará $\frac{1}{4}$ de tonelada? $\frac{3}{4}$ de tonelada?

24. Un acre de terreno vale \$ 50, cuánto costará $\frac{1}{5}$ de acre? $\frac{4}{5}$ de un acre?

25. Cuánto es $\frac{1}{6}$ de 42? $\frac{5}{6}$ de 42? $\frac{7}{6}$ de 42?

26. " " $\frac{3}{7}$ de 56? $\frac{5}{7}$ de 56? $\frac{7}{8}$ de 56?

27. " " $\frac{5}{9}$ de 63? $\frac{7}{12}$ de 84? $\frac{7}{11}$ de 99? $\frac{7}{9}$ de 56?

SUGESTION.— $\frac{1}{9}$ de 56 = $6\frac{2}{9}$, y $\frac{7}{9}$ de 56 = 7 veces $6\frac{2}{9}$ = $43\frac{5}{9}$.

28. Cuánto es $\frac{5}{8}$ de 66? $\frac{7}{9}$ de 66? $\frac{5}{12}$ de 66? $\frac{6}{7}$ de 74?

29. Cuánto es $16 \times \frac{3}{4}$? $50 \times \frac{4}{5}$? $42 \times \frac{5}{6}$?

SUGESTION N.—Como $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ de 1. $16 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ de $16 \times 1 = \frac{3}{4}$ de $16 = 12$.

30. Cuánto es $57 \times \frac{5}{8}$? $75 \times \frac{5}{9}$? $87 \times \frac{7}{12}$? $95 \times \frac{7}{10}$? $76 \times \frac{6}{7}$?

31. Cuánto es $47 \times \frac{5}{9}$? $68 \times \frac{7}{8}$? $75 \times \frac{5}{6}$? $83 \times \frac{9}{10}$? $100 \times \frac{5}{12}$?

32. Demostrar que el producto de un entero por una fracción es igual al de la fracción por el entero.

Problemas Escritos.

33. Multiplicar 654 por $\frac{7}{12}$:

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 12) \ 654 \\
 \underline{54 \frac{1}{2}} \\
 7 \\
 387 \frac{1}{2} \text{ Resp.}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{Tambien:} \\
 12) \ 4578 \\
 \underline{381 \frac{1}{2}}
 \end{array}$$

Como $\frac{7}{12} = 7$ veces $\frac{1}{12}$ ó $\frac{1}{12}$ de 7, el producto de $654 \times \frac{7}{12} = 7$ veces $\frac{1}{12}$ de 654 ó $\frac{1}{12}$ de 7 veces 654.

34. 66 por $\frac{7}{9}$. 36. 92 por $\frac{7}{22}$. 38. 648 por $\frac{25}{26}$.

35. 58 por $\frac{13}{15}$. 37. 784 por $\frac{13}{40}$. 39. 564 por $\frac{33}{40}$.

40. 757 por $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$. 41. 908 por $\frac{3}{4}$ de $2 \frac{1}{2}$.

42. Multiplicar 588 por $\frac{4}{15}$ de $3 \frac{1}{3}$.

43. Multiplicar 256 por $27 \frac{5}{8}$. 406 por $33 \frac{5}{6}$.

SUGESTION. — Como $256 \times 27 \frac{5}{8} = 256 \times 27 + 256 \times \frac{5}{8}$, multiplíquese primeramente por el entero y despues por la fracción y júntense los productos.

44. 6 por $8 \frac{2}{3}$. 47. 645 por $12 \frac{3}{4}$. 50. 745 por $60 \frac{2}{3}$.

45. 72 por $9 \frac{5}{8}$. 48. 465 por $18 \frac{3}{5}$. 51. 385 por $45 \frac{4}{15}$.

46. 96 por $8 \frac{5}{12}$. 49. 406 por $33 \frac{1}{3}$. 52. 708 por $60 \frac{3}{8}$.

Principio y Reglas.

94. PRINCIPIO. — *El producto de un entero por una fracción es igual al de la fracción por el entero.*

95. REGLAS. — 1ª. Para multiplicar un entero por una fracción, *divídase el entero por el denominador y multiplíquese el cociente por el numerador.* O tambien, *multiplíquese el entero por el numerador y divídase el producto por el denominador.*

2ª. Para multiplicar un entero por un número mixto, multiplíquese por el entero y la fracción separadamente y júntense los productos.

Caso III.

Multiplicacion de fracciones por fracciones.

53. Cuánto es $\frac{1}{3}$ de $4\frac{1}{4}$? $\frac{1}{3}$ de $3\frac{3}{4}$? $\frac{2}{3}$ de $3\frac{3}{4}$?

54. Cuánto es $\frac{3}{4}$ de $5\frac{5}{6}$? $\frac{2}{3}$ de $5\frac{5}{6}$? $\frac{5}{6}$ de $7\frac{7}{8}$? $\frac{3}{8}$ de $5\frac{5}{9}$?

55. Cuánto es $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$? $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$? $\frac{7}{9} \times \frac{5}{4}$? $\frac{7}{10} \times \frac{3}{14}$?

SUGESTION. $-\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$ de $\frac{3}{4}$, etc.

56. Cuánto es $\frac{5}{9} \times \frac{9}{11}$? $\frac{6}{7} \times \frac{14}{15}$? $\frac{7}{12} \times \frac{5}{4}$? $\frac{4}{5} \times \frac{10}{11}$? $\frac{7}{9} \times \frac{9}{14}$?

57. Cuánto es $\frac{1}{3}$ de $12\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$ de $13\frac{1}{4}$? $\frac{2}{3}$ de $13\frac{1}{4}$?

SOLUCION. $-\frac{1}{3}$ de $13\frac{1}{4} = \frac{1}{3}$ de $12 + \frac{1}{4}$ de $1\frac{1}{4} = 4 + \frac{5}{12} = 4\frac{5}{12}$; y $\frac{2}{3}$ de $13\frac{1}{4} = 2$ veces $4\frac{5}{12} = 8\frac{5}{6}$.

58. Cuánto es $\frac{3}{4}$ de $16\frac{2}{3}$? $\frac{4}{5}$ de $22\frac{1}{2}$? $\frac{5}{8}$ de $42\frac{1}{3}$? $\frac{7}{10}$ de $62\frac{2}{3}$?

59. Cuánto es $\frac{7}{6}$ de $37\frac{1}{6}$? $\frac{5}{6}$ de $42\frac{2}{3}$? $\frac{7}{9}$ de $65\frac{1}{4}$?

60. Demostrar que $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$ de $\frac{3}{4}$.

Problemas Escritos.

61. Multiplicar $\frac{13}{15}$ por $\frac{3}{4}$:

PROCEDIMIENTO:

$$\frac{13}{15} \times \frac{3}{4} = \frac{13 \times 3}{15 \times 4} = \frac{13}{20}, \text{ Resp.}$$

Como $\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ de 3, el producto de

$$\frac{13}{15} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ de } 3 \text{ veces } \frac{13}{15} = \frac{1}{4} \text{ de } \frac{13 \times 3}{15} = \frac{13 \times 3}{15 \times 4} = \frac{13}{20}.$$

62. $\frac{13}{16}$ por $\frac{11}{11}$.

66. $\frac{3}{4}$ por $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$.

70. $2\frac{1}{2}$ por $3\frac{1}{3}$.

63. $\frac{10}{11}$ por $\frac{22}{27}$.

67. $\frac{7}{8}$ de $\frac{4}{21}$ por $\frac{3}{10}$.

71. $4\frac{1}{2}$ por $5\frac{1}{2}$.

64. $\frac{9}{25}$ por $\frac{15}{38}$.

68. $\frac{3}{4}$ por $\frac{5}{6}$ por $\frac{7}{8}$.

72. $6\frac{1}{4}$ por $3\frac{2}{3}$.

65. $\frac{10}{13}$ por $\frac{39}{40}$.

69. $2\frac{1}{4}$ por $\frac{3}{10}$ de $\frac{15}{21}$.

73. $10\frac{1}{2}$ por $2\frac{2}{3}$.

74. Cuánto costarán $\frac{7}{8}$ yarda de paño á \$ $\frac{5}{6}$ la yarda? A \$ $\frac{7}{12}$ la yarda?

75. Cuánto costarán $5\frac{1}{2}$ kilos de harina á $4\frac{1}{2}$ centavos el kilo? A $6\frac{1}{4}$ cts. el kilo?

76. Cuánto costarán $2\frac{1}{2}$ kilos de té á \$ $1\frac{3}{4}$ el kilo? A \$ $1\frac{1}{3}$ el kilo?

77. Cuál es el costo de 35 barriles harina á \$ $6\frac{1}{3}$ el barril? A \$ $7\frac{1}{4}$ el barril?

78. Un hombre tenia $\frac{7}{12}$ partes en un buque, el cual fué vendido por \$ 13250: qué parte de este dinero le tocó á él?

79. Cuál es el producto de $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{3}$ de $2\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ de $\frac{7}{10}$ de $\frac{20}{21}$ y $2\frac{1}{3}$?

80. Cuánto costarán $12\frac{1}{2}$ kilos manteca á $18\frac{3}{4}$ centavos el kilo? A $22\frac{1}{2}$ cts. el kilo?

Principio y Reglas.

96. PRINCIPIO. — *El producto de una fraccion por otra es igual á la fraccion de la fraccion.*

97. REGLAS. — 1ª. Para multiplicar una fraccion por otra, *multiplíquense los numeradores entre sí y los denominadores del mismo modo.*

2ª. Para multiplicar un número mixto por otro mixto, *reduzcanse los números mixtos á fracciones impropias y procédase como antes.*

NOTAS. — 1. Los números mixtos pueden multiplicarse juntos, *multiplicando primero los enteros; despues cada entero por la fraccion unida al otro entero; en seguida las dos fracciones, y entónces sumar los cuatro productos.* Así, $18\frac{3}{4} \times 12\frac{1}{2} = 18 \times 12 + 18 \times \frac{1}{2} + 12 \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$. Pero en la mayor parte de los casos es mas breve reducir los números mixtos á fracciones impropias.

2. Los casos I y II deben incluirse en el caso III por cambiarse los enteros á la forma de fraccion. Así, $\frac{3}{8} \times 5 = \frac{3}{8} \times \frac{5}{1}$, y $8 \times \frac{3}{5} = \frac{8}{1} \times \frac{3}{5}$.

3. Los procedimientos para multiplicar fracciones deben abreviarse por medio de la cancelacion. Las fracciones compuestas necesarias no deben reducirse á simples, como $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ de $\frac{10}{11} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{10}{11}$.

Division de Fracciones.

Caso I.

Division de fracciones por enteros.

1. Si un hombre puede hacer $\frac{6}{7}$ de una obra en 3 dias, cuánto podrá hacer en un dia?

2. Un hombre dividió igualmente $\frac{8}{9}$ de una estancia entre 4 hijos: qué parte de la estancia recibió cada uno?

3. Si 5 yardas muselina cuestan $\frac{4}{5}$ de peso, cuánto costará una yarda?

4. Si 10 naranjas cuestan $\frac{5}{8}$ de peso, cuánto costará una naranja?

5 Si 8 fanegas de avenas cuestan \$ 2 $\frac{1}{3}$, cuánto costará una fanega?

6. Si $\frac{10}{11}$ de un melon se dividen en 5 partes iguales, cuánto será cada parte?

7. Porqué dividiendo el numerador de $\frac{8}{9}$ por 4, se divide la fraccion por 4?

8. Porqué multiplicando el denominador de $\frac{8}{9}$ por 4, queda dividida la fraccion por 4?

9. De cuántos modos puede dividirse un fraccion por un entero?

Problemas Escritos.

10. Dividir $\frac{12}{25}$ por 6:

PROCEDIMIENTO:

$$\frac{12}{25} \div 6 = \frac{12 \div 6}{25} = \frac{2}{25} \text{ Resp.}$$

$$\text{O, } \frac{12}{25} \div 6 = \frac{12}{25 \times 6} = \frac{2}{25}$$

Como $\frac{12}{25} \div 1 = \frac{12}{25}$, $\frac{12}{25} \div 6 = \frac{1}{6}$
de $\frac{12}{25} = \frac{12 \div 6}{25}$ ó tambien, como
para dividir un número por 6
se busca $\frac{1}{6}$ de él, $\frac{12}{25} \div 6 = \frac{1}{6}$ de
 $\frac{12}{25} = \frac{12 \div 6}{25}$ ó $\frac{12}{25 \times 6}$.

Dividir:

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 11. $\frac{16}{21}$ por 8. | 14. $\frac{45}{47}$ por 15. | 17. $2\frac{1}{3}$ por 8. |
| 12. $\frac{14}{23}$ por 7. | 15. $\frac{60}{61}$ por 20. | 18. $5\frac{1}{2}$ por 12. |
| 13. $\frac{33}{40}$ por 11. | 16. $\frac{75}{77}$ por 25. | 19. $6\frac{2}{3}$ por 10. |

Principio y Reglas.

98. PRINCIPIO. — *Una fraccion se divide dividiendo su numerador ó multiplicando su denominador.*

99. REGLAS. — 1ª. Para dividir una fraccion por un entero, *divídase el numerador ó multiplíquese el denominador.*

2ª. Para dividir un número mixto por un entero, (1) *redúxcase el número misto á fraccion impropia y divídase como antes, ó (2) divídase la parte entera y despues la fraccion y únense los cocientes.*

Caso II.

Division de enteros por fracciones.

20. Cuántas veces están contenidos $\frac{2}{5}$ de centavo en 4 centavos?

SOLUCION. — En cuatro centavos hai $\frac{20}{5}$ de centavos y $\frac{2}{5}$ de centavos estan contenidos en $\frac{20}{5}$ de centavos, 10 veces.

21. Si una jarra contiene $\frac{3}{4}$ de galon, en cuántas jarras entrarán 6 galones? 12 galones? 18 galones?

22. Si con $\frac{5}{8}$ yarda de un género de seda se hace un chaleco, cuántos chalecos se harán con 5 yardas? Con 7 yardas? Con 10 yardas?

23. Si un metro de paño cuesta \$ $\frac{5}{6}$, cuántos metros pueden comprarse con \$ 10? Con \$ 15? Con \$ 20?

24. Cuántas veces están contenidos $\frac{3}{4}$ en 8? $\frac{3}{4}$ en 12? $\frac{2}{3}$ en 9? $\frac{2}{3}$ en 15?

25. Cuántas veces están contenidos $\frac{3}{8}$ en 12? $\frac{7}{8}$ en 15?

26. Demostrar que $8 \div \frac{3}{5} = \frac{8 \times 5}{3}$.

Problemas Escritos.

27. Cuál es el cociente de $25 \div \frac{7}{8}$?

PROCEDIMIENTO: $25 \div \frac{7}{8} = \frac{25 \times 8}{7} = 28\frac{4}{7}$, Resp.

NOTA.—Se notará que el entero es multiplicado por el denominador de la fraccion y el producto dividido por su numerador.

Cuál es el cociente de:

28. $21 \div \frac{7}{12}$? 31. $100 \div \frac{39}{37}$? 34. $75 \div 6\frac{1}{4}$?

29. $42 \div \frac{14}{15}$? 32. $96 \div \frac{17}{30}$? 35. $120 \div 3\frac{1}{3}$?

30. $72 \div \frac{24}{25}$? 33. $125 \div \frac{21}{50}$? 36. $225 \div 5\frac{1}{2}$?

100. REGLAS.—1ª. Para dividir un entero por una fraccion, *multiplíquese el entero por el denominador de la fraccion y divídase el producto por el numerador.* O tambien,

2ª. *Divídase el entero por el numerador y multiplíquese el cociente por el denominador.*

Caso III.

Division de fracciones por fracciones.

37. Cuántas veces están contenidos $\frac{2}{5}$ de pulgada en $\frac{4}{5}$ de pulgada? $\frac{2}{5}$ de pulgada en $\frac{6}{5}$ de pulgada?

38. Cuántas veces están contenidos $\frac{3}{8}$ en $\frac{6}{8}$? $\frac{3}{8}$ en $\frac{9}{8}$? $\frac{5}{8}$ en $\frac{10}{8}$?

39. Cuántas veces están contenidos $\frac{4}{9}$ en $\frac{8}{9}$? $\frac{4}{9}$ en $\frac{12}{9}$? $\frac{5}{7}$ en $\frac{10}{7}$? $\frac{6}{11}$ en $\frac{13}{11}$?

40. Cuántas veces está contenido $\frac{1}{3}$ en $\frac{3}{4}$? $\frac{1}{4}$ en $\frac{2}{3}$?

SUGESTION. — Redúzcanse las fracciones á doceavos.

41. Cuántas veces están contenidos $\frac{2}{3}$ en $\frac{5}{6}$? $\frac{3}{5}$ en $\frac{3}{4}$?
 $\frac{1}{3}$ en $\frac{7}{8}$? $\frac{2}{7}$ en $\frac{9}{14}$?

42. $\frac{3}{10}$ en $\frac{4}{5}$? $\frac{3}{8}$ en $\frac{7}{12}$? $\frac{3}{10}$ en $\frac{11}{15}$? $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{7}$? $\frac{2}{5}$ en $\frac{5}{8}$?

43. Demostrar que el cociente de dos fracciones que tienen un comun denominador, es igual al cociente de sus numeradores.

Problemas Escritos.

44. Dividir $\frac{7}{8}$ por $\frac{3}{5}$.

PROCEDIMIENTO: $\frac{7}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{8 \times 3} = \frac{35}{24} = 1 \frac{11}{24}$, Resp.

Como $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 5}{40}$ y $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 8}{40}$, $\frac{7}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{40} \div \frac{3 \times 8}{40} = \frac{7 \times 5}{3 \times 8}$.

Se vé así, que invirtiendo los términos del divisor y haciendo el producto de los numeradores por numeradores y denominadores por denominadores, es lo mismo que reducir las fracciones á un comun denominador y dividir el numerador del dividendo por el numerador del divisor.

NOTA. — Que $\frac{7}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{8 \times 3}$ debe explicarse así: $\frac{3}{5} = 3$ veces $\frac{1}{5}$, y como $\frac{7}{8} \div \frac{1}{5} = \frac{7 \times 5}{8}$, $\frac{7}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$ de $\frac{7 \times 5}{8} = \frac{7 \times 5}{8 \times 3}$.

Cuál es el cociente de:

45. $\frac{7}{10} \div \frac{14}{15}$? 49. $3\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3}$? 53. $\frac{7}{12} \div \frac{4}{5}$ de $\frac{15}{16}$?
 46. $\frac{12}{13} \div \frac{8}{11}$? 50. $5\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{4}$? 54. $\frac{5}{6}$ de $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8}$ de 4?
 47. $\frac{9}{20} \div \frac{18}{25}$? 51. $6\frac{2}{3} \div 12\frac{1}{2}$? 55. $\frac{7}{11}$ de $3\frac{2}{3} \div \frac{2}{9}$ de $2\frac{1}{4}$?
 48. $\frac{18}{25} \div \frac{9}{10}$? 52. $16\frac{2}{3} \div 3\frac{1}{3}$? 56. $\frac{12}{13} \div \frac{1}{9}$ de $\frac{5}{6}$ de $3\frac{2}{5}$?

57. Una familia gasta $\frac{4}{9}$ de una barrica de harina en un mes, qué tiempo le durarán $2\frac{1}{2}$ barricas?

58. Si una fanega de trigo cuesta \$ $\frac{5}{8}$, cuántas fanegas se pueden comprar con \$ $6\frac{1}{2}$? con $9\frac{3}{4}$?

59. Si 13 metros seda cuestan \$ $17\frac{1}{3}$, cuántos metros pueden comprarse con \$ $48\frac{4}{5}$? con $62\frac{1}{2}$?

$\frac{3}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$
 Si un hombre anda $3\frac{3}{10}$ kilómetros en una hora, en cuántas horas andará $20\frac{1}{4}$ kilómetros?

61. A \$ $33\frac{1}{3}$ el acre, cuántos acres de terreno pueden comprarse con \$ $841\frac{2}{3}$?

62. Por qué número debe multiplicarse $\frac{3}{5}$ para que el producto sea $26\frac{2}{3}$?

63. Dividir el producto de $6\frac{1}{2}$ multiplicado por $3\frac{1}{3}$ por el cociente de $4\frac{1}{2} \div 5\frac{1}{3}$?

Principios y Reglas.

101. PRINCIPIOS.—1°. *El cociente de dos fracciones que tienen un comun denominador, es igual al cociente de sus numeradores.*

2°. *Multiplicando dividendo y divisor por un mismo número el cociente no altera su valor.*

102. REGLAS.—1ª. Para dividir una fraccion por otra, redúzcanse las fracciones á un comun denominador y divídase el numerador del dividendo por el numerador del divisor.—O tambien,

2ª. *Inviértanse los términos del divisor y multiplíquense los numeradores para un nuevo numerador y los denominadores para un nuevo denominador.—O tambien,*

3ª. *Multiplíquense dividendo y divisor por el mínimo comun múltiplo de los denominadores de las fracciones y divídase el resultado del dividendo por el del divisor.*

NOTAS.—1. La tercera regla depende de la segunda principalmente; y como multiplicando dos fracciones por su mínimo comun múltiplo se cambian en enteros, el nuevo dividendo y divisor serán tambien enteros. Así, multiplicando ambas fracciones por 24, el m. c. m. $\frac{5}{8} \div \frac{7}{12} = 15 \div 14 = 1\frac{1}{14}$; multiplicando por 6, el m. c. m. $6\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{2} = 40 \div 33 = 1\frac{7}{33}$. Las fracciones compuestas deben reducirse ante todo á simples.

2. No es necesario que los discípulos se familiaricen igualmente con los tres métodos de dividir una fraccion por otra. El maestro debe optar por uno de ellos.

Fracciones complejas.

64. Reducir la fraccion compleja $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{6}{7}}$ á su forma mas simple.

PROCEDIMIENTO: $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{6}{7}} = \frac{4}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 6} = \frac{14}{15}$, Resp.

Reducir á su forma mas simple :

65. $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{9}{10}}$	69. $\frac{16\frac{2}{3}}{25}$	73. $\frac{\frac{5}{6} \text{ de } \frac{6}{7}}{\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{8}}$	77. $\frac{\frac{3}{8} + \frac{3}{10}}{\frac{3}{8} - \frac{3}{10}}$
66. $\frac{\frac{6}{7}}{24}$	70. $\frac{25}{16\frac{2}{3}}$	74. $\frac{\frac{2}{7} \text{ de } 2\frac{1}{3}}{5\frac{1}{2}}$	78. $\frac{\frac{5}{7} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{8}{9}}$
67. $\frac{15}{\frac{5}{9}}$	71. $\frac{12\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}}$	75. $\frac{\frac{3}{8} \text{ de } \frac{4}{9}}{\frac{5}{12}}$	79. $\frac{\frac{7}{8}}{\frac{3}{4}} \times \frac{5}{6}$
68. $\frac{2\frac{1}{3}}{3\frac{1}{2}}$	72. $\frac{\frac{5}{8}}{12\frac{1}{2}}$	76. $\frac{\frac{6}{11}}{\frac{4}{7} \text{ de } \frac{14}{33}}$	80. $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{3}{4}} \div \frac{3}{5}$

103. Una fraccion compleja espresa una division no ejecutada, siendo el numerador el dividendo y el denominador el divisor. Se reduce á su forma mas simple, *ejecutando la division como está espresada.*

NOTAS. — 1. Una fraccion compleja puede reducirse á una fraccion con términos enteros, *multiplicando ambos términos por el mínimo comun múltiplo de los denominadores de sus fracciones* (Art. 102. Nota 1). Las fracciones compuestas deben reducirse primeramente á simples.

2. Los problemas anteriores deben tambien resolverse por este método.

Números que son partes de otros números.

Problemas Mentales.

1. Si $\frac{1}{3}$ de una bolsa de harina cuesta \$ 3, cuánto costará la bolsa?

2. Si $\frac{1}{5}$ de una resma de papel cuesta 75 centavos, qué costará una resma?

3. Cárlos dió á Enrique 7 bolillas, que era $\frac{1}{8}$ de las que tenia: cuántas bolillas tenia Cárlos?

4. 15 es $\frac{1}{6}$ de qué número? 7. $16\frac{2}{3}$ es $\frac{1}{12}$ de qué número?
 5. 16 es $\frac{1}{10}$ de qué número? 8. $22\frac{2}{5}$ es $\frac{1}{9}$ de qué número?
 6. $12\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{8}$ de qué número? 9. 24 es $\frac{2}{5}$ de qué número?

SOLUCION.— Si 24 es $\frac{2}{5}$ de un número, $\frac{1}{5}$ es $\frac{1}{2}$ de 24, que es 12. Si 12 es $\frac{1}{5}$ de un número, $\frac{5}{5}$ serán 5 veces 12, ó 60. Luego, 24 es $\frac{2}{5}$ de 60.

10. 27 es $\frac{3}{8}$ de qué número?
 11. 45 es $\frac{5}{12}$ de qué número?
 12. 64 es $\frac{8}{15}$ de qué número?
 13. 27 $\frac{1}{2}$ es $\frac{3}{5}$ de qué número?
 14. 46 $\frac{2}{3}$ es $\frac{9}{10}$ de qué número?
 15. 37 $\frac{1}{2}$ es $\frac{8}{9}$ de qué número?
 16. 87 $\frac{1}{3}$ es $\frac{7}{12}$ de qué número?
 17. 45 es $\frac{5}{7}$ de cuántas veces 9?
 18. 63 es $\frac{7}{8}$ de cuántas veces 12?
 19. 80 es $\frac{8}{15}$ de cuántas veces 20?
 20. 108 es $\frac{12}{25}$ de cuántas veces 15?
 21. Qué parte de 4 es 1? Qué parte de 4 es 3?
 22. Qué parte de 6 es 5? De 9 es 8? De 12 es 6?
 23. De 11 es 7? De 16 es 12? De 20 es 15? De 18 es 12? De 30 es 15?
 24. 7 qué parte es de 21? 8 de 32? 9 de 27?
 25. 13 de 39? 16 de 72? 15 de 25? 60 de 90?
 26. $\frac{1}{4}$ qué parte es de $\frac{3}{4}$? $\frac{1}{5}$ de $\frac{4}{5}$? $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$? $\frac{5}{9}$ de $\frac{7}{9}$?
 27. $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$? $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{6}$? $\frac{4}{7}$ de $\frac{9}{14}$? $\frac{5}{6}$ de $\frac{11}{12}$?
 28. $\frac{2}{3}$ de 11? $\frac{3}{7}$ de 4? $\frac{5}{6}$ de 10? $\frac{4}{5}$ de 8? $\frac{5}{7}$ de 10?
 29. 5 $\frac{1}{2}$ de 16 $\frac{1}{2}$? 6 $\frac{2}{3}$ de 33 $\frac{1}{3}$? 12 $\frac{1}{2}$ de 37 $\frac{1}{2}$? 33 $\frac{1}{3}$ de 16 $\frac{2}{3}$?
 30. 3 $\frac{2}{3}$ de 6 $\frac{1}{2}$? 5 $\frac{1}{2}$ de 2 $\frac{3}{4}$? 2 $\frac{1}{4}$ de 3 $\frac{1}{3}$? 6 $\frac{1}{4}$ de 12 $\frac{1}{2}$?

Principio y Regla.

104. PRINCIPIO. — *Solo los números semejantes pueden ser comparados.*

105. REGLA. — *Para encontrar qué parte de un número es otro, divídase el número que denota la parte por el número que denota el todo.*

$$\frac{13}{10} + \frac{5}{7} = \frac{91}{70} + \frac{350}{490} = \frac{441}{490}$$

$$\frac{9}{10} - \frac{5}{7} = \frac{63}{70} - \frac{50}{70} = \frac{13}{70}$$

Revista de Fracciones.**Problemas Mentales.**

1. Un muchacho tenía \$ $\frac{7}{8}$ y dió \$ $\frac{2}{3}$ por un cortapluma: Qué dinero le quedó?

2. Si $\frac{5}{7}$ se agregan á una fraccion la suma será $\frac{9}{10}$: Cuál es la fraccion?

3. Un trabajador gasta $\frac{3}{5}$ de su sueldo en alimentarse y $\frac{1}{3}$ en vestirse: Qué parte le queda de economía?

4. Un hombre hace $\frac{1}{3}$ de un trabajo en el primer día, $\frac{1}{6}$ en el segundo día, $\frac{1}{6}$ en el tercer día y el resto en el cuarto día: Qué parte hizo en el cuarto día?

5. Un hombre compró una estancia, pagando $\frac{2}{3}$ del precio al tomarla, $\frac{1}{3}$ de él en el primer año; $\frac{1}{6}$ en el segundo y el resto en el tercero: Cuánto pagó en el tercer año?

6. Un hombre tiene 42 años de edad y $\frac{2}{7}$ de ella es igual á la edad de su hijo: Cuál es la edad del hijo?

7. Un hombre compró una vaca por \$ 33 ¹ y la vendió por $\frac{5}{6}$ de su costo: Cuánto perdió?

8. Si un métro de terciopelo cuesta \$ 8 $\frac{1}{3}$, cuál será el costo de $\frac{2}{3}$ de métro?

9. Juan tiene $16\frac{2}{3}$ años de edad y Maria $\frac{3}{4}$ de la edad de Juan: Qué edad tiene Maria?

10. Un hombre posee $\frac{5}{6}$ de un kilómetro y vende $\frac{2}{3}$ de su parte: Qué parte le queda?

11. Carlos compró $\frac{3}{4}$ kilo de confites y dió á su hermana $\frac{3}{8}$ kilo y á su compañero de juego $\frac{1}{8}$ de lo que le quedó: Qué parte del kilo le habia quedado?

12. Una señora tiene 35 años de edad y su edad es $\frac{5}{7}$ de la de su marido: Cuál es la edad de su marido?

13. La diferencia entre $\frac{5}{6}$ y $\frac{2}{3}$ de un número es 14: Cuál es el número?

14. Un estanciero vendió 50 carneros, los cuales eran $\frac{2}{5}$ de su majada: Cuántos carneros tenía antes de vender?

15. Cuando Carlos tenga $\frac{2}{5}$ mas de la edad que tiene ahora, tendrá 21 años: Qué edad tiene?

16. Un estanciero vendió $\frac{3}{5}$ de su estancia por \$ 1645: Dado este precio, qué valdrá la estancia?

17. Un hombre vendió $\frac{3}{4}$ de su estancia y le quedaron 64 leguas: Cuántas leguas tenia?

18. Un hombre vendió un caballo por \$ 90, lo cual era $\frac{1}{5}$ mas que lo que le costó: Cuál fué el costo del caballo?

19. Una señorita pagó \$ 30 por una capa, que era $\frac{3}{7}$ mas que lo que habia pagado por un vestido: Cuál fué el costo del vestido?

20. $\frac{3}{4}$ de 42 es $\frac{2}{11}$ de qué número?

21. Un hombre tiene 45 años de edad y $\frac{2}{5}$ de su edad son $\frac{3}{4}$ de la de su señora: Qué edad tiene su esposa?

22. Samuel tiene $\frac{3}{5}$ de la edad de Carlos, y Enrique, quien tiene 9 años de edad, tiene $\frac{3}{4}$ de la edad de Carlos: Cuál es la edad de Samuel y Carlos?

49. Cuál es el valor de una fracción propia que se le suma el mismo número á ambos términos? Sustrayendo el mismo número? (Tómese $\frac{3}{5}$ para ilustrar la cuestion).

50. Cuál es el valor de una fracción impropia mayor que 1, á la cuál se le suma el mismo número á ambos de sus términos? Sustrayendo el mismo número? (Ilústrese).

Problemas Escritos.

51. Sumar $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{10}$ de $\frac{5}{12}$ y $3\frac{1}{6}$.

52. De $\frac{2}{3}$ de $1\frac{1}{8}$ tómense $\frac{5}{7}$ de $\frac{14}{15}$.

53. De la suma de $27\frac{3}{8}$ y $20\frac{2}{3}$ tómese su diferencia.

54. Multiplicar $\frac{13}{15}$ por 35; 35 por $\frac{13}{15}$; $\frac{13}{15}$ por $\frac{10}{11}$; $3\frac{1}{2}$ por $2\frac{1}{3}$.

55. Dividir $\frac{16}{21}$ por 32; 32 por $\frac{16}{21}$; $\frac{16}{21}$ por $\frac{7}{8}$; $4\frac{1}{2}$ por $3\frac{1}{5}$.

56. $\frac{11}{12} + \frac{7}{15} =$ qué? $\frac{11}{12} - \frac{7}{15} =$ qué? $\frac{11}{12} \times \frac{7}{15} =$ qué?
 $\frac{11}{12} \div \frac{7}{15} =$ qué?

57. Multiplicar $2045\frac{3}{7}$ por 35; 806 por $84\frac{3}{5}$; $30\frac{1}{4}$ por $16\frac{2}{3}$.

58. Dividir $347\frac{5}{6}$ por 15; 692 por $21\frac{5}{8}$; $19\frac{4}{9}$ por $16\frac{2}{3}$.

59. Un estanciero tiene dividida en cinco partes su estancia, conteniendo respectivamente $21\frac{3}{4}$ Acres, $34\frac{2}{3}$ A., $45\frac{7}{8}$ A., $56\frac{5}{6}$ A. y $29\frac{1}{2}$ A.: cuántos Acres tiene la estancia?

60. Un rod cuadrado tiene $30\frac{1}{4}$ yardas cuadradas; cuántos rod cuadrados hai en $786\frac{1}{2}$ yardas cuadradas?

61. Un hombre anda $5\frac{3}{4}$ leguas por hora: que tiempo empleará para hacer una jornada de $75\frac{2}{3}$ leguas?

62. A \$ $8\frac{2}{3}$ la tonelada, cuántas toneladas de heno pueden comprarse con \$ $108\frac{1}{3}$?

63. Si $\frac{4}{15}$ de un acre de tierra cuestan \$ 68, cuánto costarán $12\frac{2}{7}$ acres?

64. Si $\frac{5}{8}$ yarda de terciopelo cuesta \$ $8\frac{4}{7}$, cuántas yardas pueden comprarse con \$ 196 $\frac{4}{7}$?

65. Si á un número se le disminuye $\frac{5}{7}$ de $\frac{12}{25}$, la diferencia será 69: cuál es el número?

66. Un viajero anduvo $\frac{5}{12}$ de su camino en el primer día, $\frac{3}{8}$ de él en el segundo día, y hasta entónces habia andado 24 kilómetros: á qué distancia fué su viaje?

67. Un hombre pagó en un año \$ 350 por alquiler de casa, que es $\frac{14}{35}$ de su renta: Cuál era su renta?

68. Un hombre legó á su esposa \$ 4860, que era $\frac{12}{35}$ de sus bienes: Cuál era el valor de todos sus bienes?

69. Una escuela mixta contiene 208 alumnos y $\frac{7}{15}$ de estos son muchachas: Cuántos varones están matriculados en la escuela?

70. Un hombre poseia $\frac{5}{9}$ en un buque y vendió $\frac{3}{4}$ de su parte por \$ 3480: A este precio, cuál sería el valor del buque?

71. A posee $\frac{3}{5}$ de una manzana de terreno y vende $\frac{2}{5}$ de su porcion á B y $\frac{1}{3}$ de lo que le queda lo vende por \$ 460 á C: Cuánto valia la manzana cuando compró C?

72. A posee $\frac{7}{12}$ de una seccion de tierra, B otra seccion de $\frac{7}{16}$ y C $\frac{3}{10}$ tanto como lo de A y B: Qué parte de una seccion tenia C?

73. A compró $\frac{2}{3}$ de una posesion por \$ 21840 y vendió $\frac{3}{7}$ de su parte á B y $\frac{2}{5}$ de ella á C: Qué parte de la posesion le quedó?

74. A y B juntos tenian 396 acres de tierra y $\frac{3}{8}$ del campo de A es igual á $\frac{3}{4}$ del de B: Cuántos acres de tierra tenia cada uno?

75. Una cantidad de muebles pertenecia á tres

dueños, A poseía $\frac{3}{8}$, B $\frac{5}{11}$ y C el resto; los muebles fueron vendidos por la cantidad de \$ 6160: Cuál fué la parte de cada uno?

76. $\frac{5}{8}$ de unos muebles fueron destruidos por el fuego y $\frac{3}{5}$ del resto se perdieron en el agua; los muebles que quedaron se vendieron por \$ 5280: Cuál fué el costo de todos los muebles al principio?

77. Un hombre pagó $\frac{2}{5}$ de su dinero por una estancia, $\frac{1}{3}$ de lo que le quedó por reparaciones, $\frac{1}{3}$ de lo que entónces le quedaba por muebles, $\frac{1}{2}$ de lo que entónces le quedó por utensilios y le quedaron todavía \$ 650: Cuánta cantidad de dinero tenia al principio?

78. Un mercader de telas tiene 65 $\frac{2}{5}$ yardas de paño, de lo que quiere cortar un número igual de sacos, pantalones y chalecos: Cuántos de cada cosa puede cortar conteniendo respectivamente 3 $\frac{3}{4}$, 2 $\frac{7}{8}$ y 1 $\frac{1}{5}$ yardas?

79. Una herencia fué dividida entre dos hermanos y una hermana; el mayor de los hermanos recibió $\frac{3}{8}$ de la herencia, el menor $\frac{3}{10}$ y la hermana el resto, que fué \$ 450 ménos que la que el hermano mayor recibió: Cuál fué el valor de la herencia? Cuál fué la parte de cada hermano?

$$\frac{3}{8} \quad \frac{3}{10} \quad 450\$ \quad \text{—————}$$

Seccion IX.

Fracciones Decimales.

Numeracion y Notacion.

1. Si una unidad se divide en diez partes iguales, cómo se llama cada parte?

2. Si un décimo de una unidad se divide en diez partes iguales, qué parte será una de ellas? Qué es $\frac{1}{10}$ de $\frac{1}{10}$?

3. Si un centésimo de una unidad se divide en diez partes iguales, qué parte será una de ellas? Qué es $\frac{1}{10}$ de $\frac{1}{100}$?

4. Qué parte de un décimo es un centésimo? Qué parte de un centésimo es un milésimo?

5. Cómo quedan las fracciones $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{3}{1000}$ comparadas con las fracciones decimales en valor? $\frac{7}{10}$, $\frac{7}{100}$ y $\frac{7}{1000}$?

106. Como las unidades fraccionarias, décimo, centésimo, milésimo, etc., disminuyen en valor *de diez veces*, se espresan en el mismo orden de los enteros en una *escala de diez*. Esto se hace para escribir los órdenes á la derecha de las unidades, llamando al primer orden fraccionario *décimos*, al segundo *centésimos*, al tercero *milésimos*, etc. Se coloca un punto á la izquierda del orden de los décimos para separarlos de los enteros. Así $\frac{5}{10}$ se escribe .5; $\frac{5}{100}$ se escribe .05; $\frac{5}{1000}$ se escribe .005, etc.

	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Copiar y leer	.4	.03	.002	.06	.07	.005
	.7	.05	.004	.006	.004	.4
	.6	.08	.006	.08	.8	.07
	.9	.09	.007	.5	.09	.009

12. Cuántos décimos y centésimos hai en .25? En .45? En .63? En .78? En .69? En .39?

13. Cuántos décimos, centésimos y milésimos hai en .325? En .246? .307? .056?

14. Cuántos décimos, centésimos y milésimos hai en .045? En .407? .008? .065? .325?

15. Cuántos centésimos hai en $\frac{15}{100}$? En $\frac{8}{100}$? .34? .42?

16. Cuántos milésimos hai en $\frac{25}{1000}$? En $\frac{125}{1000}$? .325? .65? .008? .046?

107. Cuando la cifra de la derecha de un decimal denota centésimos, todo el decimal denota centésimos, y cuando la cifra de la derecha denota milésimos, todo el decimal denota milésimos. Así, .25 se lee 25 centésimos; .325 se lee 325 milésimos.

	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
Copiar y leer	.15	.016	.245	.8	.007
	.42	.024	.354	.63	.038
	.36	.045	.403	.086	.462
	.50	.083	.587	.369	.507
	.06	.007	.067	.504	.45

108. Cuando las fracciones denotan décimos, centésimos, milésimos, etc., se espresan como los enteros, en la escala decimal y se dice que están espresados *decimalmente*.

	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)
Espresar decimalmente	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{1000}$	$\frac{45}{1000}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{18}{1000}$
	$\frac{7}{10}$	$\frac{6}{1000}$	$\frac{63}{1000}$	$\frac{43}{1000}$	$\frac{208}{1000}$
	$\frac{6}{100}$	$\frac{14}{1000}$	$\frac{215}{1000}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{355}{1000}$
	$\frac{8}{100}$	$\frac{56}{100}$	$\frac{407}{1000}$	$\frac{7}{1000}$	$\frac{43}{1000}$
	$\frac{12}{100}$	$\frac{40}{100}$	$\frac{500}{1000}$	$\frac{106}{1000}$	$\frac{5}{1000}$

27. Qué nombre tiene el tercer orden decimal? El cuarto, quinto y sexto?

28. Qué significa cada cifra de .0034? De .00275? De .03405? De .030056?

	(29)	(30)	(31)	(32)
Copiar y leer	.246	.0635	.00647	.0307
	.0246	.00635	.000647	.03007
	.708	.3464	.04056	.030007
	.0708	.03464	.004056	.034005
	.3425	.32875	.32453	.450605

109. Cuando una fraccion decimal se espresa decimalmente, las cifras de la derecha se escriben en el órden indicado por el número de decimales. Así, $\frac{325}{100000}$ se escribe .00325.

	(33)	(34)	(35)	(36)
Espresar decimalmente	$\frac{3}{100}$	$\frac{6}{10000}$	$\frac{7}{100000}$	$\frac{29}{1000000}$
	$\frac{75}{100}$	$\frac{33}{10000}$	$\frac{37}{100000}$	$\frac{609}{1000000}$
	$\frac{8}{1000}$	$\frac{405}{10000}$	$\frac{208}{100000}$	$\frac{4045}{1000000}$
	$\frac{28}{1000}$	$\frac{3042}{10000}$	$\frac{3056}{100000}$	$\frac{33033}{1000000}$
	$\frac{356}{1000}$	$\frac{5007}{10000}$	$\frac{38045}{100000}$	$\frac{204056}{1000000}$

	(37)	(38)
Espresar decimalmente	7 décimos.	42 diez milésimos.
	24 centésimos.	506 diez milésimos.
	29 milésimos.	4008 diez milésimos.
	405 milésimos.	65 cien milésimos.
	65 millonésimos.	6007 cien milésimos.
	5064 millonésimos.	54008 cien milésimos.
	40056 millonésimos.	3004 cien milésimos.

39. Ochenta y cinco milésimos. $\times$

40. Cuatro cientos siete milésimos. $\times$

41. Noventa y cinco diez milésimos. 4

42. Seiscientos cuarenta y cuatro diez milésimos.

43. Siete mil ochenta y dos diez milésimos.

44. Cincuenta y siete cien milésimos.

45. Setecientos ocho cien milésimos. 5

46. Nueve mil cuarenta y ocho cien milésimos. $\times 5$

47. Seis cientos cuatro millonésimos. 6

✕ 48. Siete mil seis cientos cuarenta y tres millonésimos. 6.

49. Cuarenta mil cincuenta y tres millonésimos.

110. Un entero y un decimal deben escribirse juntos como un solo número, como $6\frac{5}{10}$ ó 6.5 ; $25\frac{7}{100}$ ó

25.07. Cuando se leen tales números mixtos decimales el entero y el decimal se unen por medio de la conjuncion *y*. Así, 4.5 se lee 4 *y* 5 décimos.

50. Leer 45.6; 30.25; 204.045; 84.0307.

51. Leer 2005.045; 408.00075; 3040.0046; 50060.00705.

52. Leer 400.045; 500.0063; 7000.0084; 60000.00006.

SUGESTION. — En tales casos léase la parte entera como unidades; como, cuatrocientas *unidades* y cuarenta y cinco milésimos. La palabra *unidades* deberá nombrarse siempre que su omision cambie el decimal mixto en decimal puro ó haya ambigüedad.

53. Leer 5600.0084; 40508.0307; 75000.000605.

54. Leer 300000.000003; 35000000.000035.

55. Escribir decimalmente $56\frac{3}{100}$; $604\frac{35}{1000}$; $400\frac{305}{100000}$.

56. Escribir decimalmente $207\frac{35}{100000}$; $2560\frac{4056}{100000}$.

57. Trescientas unidades y trescientos cuarenta y ocho millonésimos.

Definiciones, Principios y Reglas.

111. Fraccion decimal es una fraccion cuyo denominador es alguna potencia de diez.

La palabra *decimal* se deriva de *decena*, palabra latina que significa diez. Se aplica á esta clase de fracciones porque las unidades fraccionarias sucesivas ú órdenes disminuyen de *diez en diez veces*, ó en la escala de diez.

NOTA. — Las potencias de diez son 10, 100, 1000, etc. (Art. 388).

112. Las fracciones decimales se espresan de tres modos:

1°. Por palabras; como tres décimos, doce centésimos.

117. PRINCIPIOS.—1°. *El denominador de una fraccion decimal es 1 con tantos ceros á la derecha como sean los lugares decimales en la fraccion.*

2°. *El valor de los órdenes decimales sucesivos disminuye diez veces de izquierda á derecha y aumenta diez veces de derecha á izquierda. Por tanto,*

3°. *Corriendo una cifra decimal un lugar á la derecha DISMINUYE su valor diez veces, y corriéndola un lugar á la izquierda AUMENTA su valor diez veces.*

4°. *El nombre de una cantidad decimal es el mismo que el del último orden de la derecha. Luego,*

5°. *Un decimal se lee como si estuviese espresado el denominador.*

118. REGLAS.—1ª. *Para leer un decimal, léase como si fuese entero y désele el nombre del último orden de la derecha.*

2ª. *Para escribir un decimal, escríbase como un entero con tal de que se coloque el punto decimal de modo que la cifra de la derecha esté en el orden denotado por el nombre del decimal.*

NOTA. — Cuando el número no llena los lugares decimales, se suplen con ceros decimales.

Problemas Escritos.

Esprésense decimalmente:

- / 58. Dos cientos cinco diez milésimos.
- ✕ 59. Cuatro mil treinta y cuatro millonésimos. 6
- ✕ 60. Dos mil cuatro cien milésimos. 5
- 61. Seis cientos cincuenta diez millonésimos.
- ✕ 62. Seis cientos unidades y cincuenta diez milé-
- 63. Cincuenta y cinco milésimos.

64. Tres cientos mil, tres cientos tres cien millo-
nésimos. ⁸ x
- x 65. Cinco millones ochenta y cinco diez millo-
nésimos. ⁷
- x 66. Doce cien milésimos. ⁵
- x 67. Cuatro cientos unidades y cuatro cientos se-
setenta y cinco millonésimos. ⁶
68. Veinte y cinco y veinte y cinco milésimos.
69. Quinientas unidades y cinco milésimos.
70. Tres cientos setenta y cinco y tres cientos
setenta y cinco billonésimos.
- x 71. Treinta mil cuarenta y seis cien milésimos. ⁵
72. Un millon cuarenta y cinco billonésimos.
73. Ochenta mil cuarenta y tres ciento seis diez
milésimos.
74. Quinientas unidades y cincuenta diez milésimos.
75. Setenta y cinco y quinientos cuarenta y tres
millonésimos.
76. Un millon de unidades y un millonésimo.

Reduccion de Decimales.

Caso I.

Reducir decimales á órdenes inferiores ó superiores.

1. Cuántos décimos hai en 6 unidades? En 15?
En 24 unidades?
2. Cuántos centésimos hai en 5 décimos? En 6?
8? 7?

3. Cuántos milésimos hai en .06? En .24? En .47?
En .55?

4. Cuántos décimos hai en .60? En .70? En .90?
En .600? En .700? En 1.15?

5. Cuántos centésimos hai en .240? En .420?
.560? .4500? .35000? .0700?

Problemas Escritos.

6. Reducir .875 á millonésimos.

PROCEDIMIENTO: $-.875 = .875000$.

7. Reducir .0674 á diez millonésimos.

8. Reducir .075 á cien milésimos.

9. Reducir 62.7 á milésimos.

10. Reducir 5.33 á diez milesimos.

11. Reducir 3. á centésimos.

12. Reducir 45. á diez milésimos.

13. Reducir .04500 á milésimos.

PROCEDIMIENTO: $.04500 = .045$.

Reducir 5.24000 á centésimos.

119. PRINCIPIOS.—1°. *Agregando ceros á una fraccion decimal se multiplican ambos de sus términos por el mismo número y por consiguiente no altera su valor.* (Art.85).

2°. *Cortando ceros á la derecha de una fraccion decimal se dividen ambos de sus términos por el mismo número y por consiguiente no altera su valor.* (Art. 81).

NOTA.—La agregacion de ceros decimales á un entero no cambia su valor. Así, $12=12.0$, ó 12.00 : que es, 12 unidades= 120 décimos= 1200 centésimos, etc.

Caso II.

Reduccion de Decimales á Fracciones Comunes.

15. Cuántos quintos hai en $\frac{4}{10}$? En $\frac{6}{10}$? En .2?
En .8?

16. Cuántos cuartos hai en $\frac{25}{100}$? En $\frac{50}{100}$? En $\frac{75}{100}$?
En .25? .50? .75?

17. Cuántos treintavos hai en $\frac{15}{100}$? En $\frac{35}{100}$? En .20?
.25? .55? .95?

Problemas Escritos.

18. Reducir .625 á fraccion comun en sus menores términos.

PROCEDIMIENTO: $625 = \frac{625}{1000} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$ Resp.

Reducir á fracciones comunes de menores términos:

19. .125	25. .004	31. 62.025
20. .75	26. .5625	32. 37.625
21. .075	27. .0125	33. 56.37 $\frac{1}{2}$
22. .0625	28. .3525	34. 247.33 $\frac{1}{3}$
23. .1625	29. 3.525	35. 16.66 $\frac{2}{3}$
24. .2250	30. 37.75	36. 214.00 $\frac{1}{4}$

120. REGLA.—Para reducir un decimal á fraccion comun, omitase el punto decimal y póngase el denominador, y despues redúzcase la fraccion comun á sus menores términos.

NOTA.—Cuando se escribe el denominador, la fraccion es decimal y comun.

Caso III.

Reducir Fracciones Comunes á Decimales.

37. Cuántos décimos hai en $\frac{1}{2}$? En $\frac{1}{5}$? $\frac{2}{5}$? $\frac{3}{5}$?
 38. Cuántos centésimos hai en $\frac{1}{4}$? En $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{5}$? $\frac{4}{5}$?
 39. Cuántos centésimos hai en $\frac{1}{20}$? En $\frac{3}{20}$? $\frac{7}{20}$? $\frac{11}{20}$?
 40. Cuántos centésimos hai en $\frac{1}{25}$? En $\frac{4}{25}$? $\frac{8}{25}$? $\frac{12}{25}$?

Problemas Escritos.

41. Convertir $\frac{3}{125}$ en un decimal.

PROCEDIMIENTO:

125) 3.00 (.024, Resp.

$$\begin{array}{r} 2\ 50 \\ \hline 500 \\ \hline 500 \\ \hline \end{array}$$

Puesto que $\frac{3}{125} = \frac{1}{125}$ de 3, y $3 = 3.000$
 (Art. 119, Nota), $\frac{1}{125}$ de 3 = $\frac{1}{125}$ de
 $3.000 = .024$. O, $\frac{3}{125} = \frac{1}{125}$ de 3 unida-
 des y 3 unidades = 3000 milésimos y
 $\frac{1}{125}$ de 3000 milésimos = 24 milési-
 mos = .024.

Reducir á fracciones decimales:

- | | | | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 42. $\frac{5}{8}$ | 46. $\frac{64}{125}$ | 50. $\frac{12}{125}$ | 54. $\frac{13}{40}$ | 58. $\frac{1}{750}$ | 62. $37\frac{13}{80}$ |
| 43. $\frac{9}{16}$ | 47. $\frac{80}{125}$ | 51. $\frac{3}{40}$ | 55. $\frac{7}{400}$ | 59. $\frac{21}{480}$ | 63. $\frac{5}{600}$ |
| 44. $\frac{3}{75}$ | 48. $\frac{32}{25}$ | 52. $\frac{7}{80}$ | 56. $\frac{23}{250}$ | 60. $12\frac{3}{20}$ | 64. $\frac{23}{300}$ |
| 45. $\frac{25}{32}$ | 49. $\frac{87}{24}$ | 53. $\frac{19}{200}$ | 57. $\frac{4}{1250}$ | 61. $25\frac{1}{125}$ | 65. $\frac{14}{111}$ |

121. REGLA—Para reducir una fraccion comun á decimal, *agréguense ceros decimales al numerador y divídase por el denominador, separando en el cociente tantos lugares decimales como sean los ceros agregados.*

NOTAS.—1. Cuando se obtiene un número suficiente de lugares, puede suprimirse el residuo, ó el cociente espresarse en decimales mistos.

2. Cuando el denominador de una fraccion comun en sus menores términos contiene otros factores primos que 2 y 5, la operacion no terminará.

3. Cuando en el cociente se repite la misma cifra ó las mismas cifras como en los problemas 63, 64 y 65, se llama *decimal repetido* ó *decimal periódico*, la cifra ó cifras repetidas se llaman *periódicas*. (Art. 431.)

Adicion de Decimales.

1. Sumar 16.25, 48.037, 90.0033 y .864.

PROCEDIMIENTO.

16.25
48.037
90.0033
.864
155.1543

Resp.

Puesto que solo órdenes semejantes pueden sumarse (Art. 27), escríbanse las cifras del mismo orden en una misma columna. Como diez unidades de cualquier orden hacen una unidad del orden inmediato superior, se suman como los números simples, principian-
do por la derecha, colocando el punto deci-
mal á la izquierda de los décimos.

2. Sumar .375, 80.06, 45.0084, .00755 y 84.635.

3. Sumar 84.08, 16.075, 2.9, 1.96, 1.003 y 5.0008.

4. Sumar \$ 15.34, \$ 65.048, \$ 9.083, \$ 12., \$ 16.66 $\frac{2}{3}$,
\$ 18.06, \$ 95.37 $\frac{1}{2}$ y \$ 35.75.

5. Sumar 26.37 $\frac{1}{2}$, 19.08 $\frac{1}{4}$, 23.042 $\frac{1}{5}$, 38.5, 6.00 $\frac{3}{4}$ y 7 $\frac{1}{12}$.

6. Sumar 256 milésimos, 3005 millonésimos, 207 diez milésimos, 34 diez millonésimos y 94 cien milésimos.

7. Sumar cincuenta milésimos, ochenta y uno diez milésimos, cincuenta y seis millonésimos, setenta diez millonésimos y doscientos cinco cien milésimos.

8. Cuántos rods de palizada entrarán en un campo cuyos cuatro lados tienen, respectivamente, 46.6 rods, 50.65 rods, 24.33 $\frac{1}{3}$ rods y 27 rods?

9. Cinco barras de plata pesan respectivamente .75 kilos, 1.15 kilos, 86 $\frac{1}{3}$ kilos, 1.34 kilos y .9 kilos: cuál es su peso total?

10. El término medio de la cantidad de agua que llueve en San Francisco en los meses de invierno es 11.25 pulgadas, en la primavera 8.81 pulgadas, en el verano .03 pulgadas y en el otoño 2.75 pulgadas: qué cantidad de agua llueve en el año?

122. REGLAS.—Para sumar decimales, 1ª. *Escri-*

banse los números de tal modo que las cifras del mismo orden estén en una misma columna.

2^a. Súmense como los enteros y colóquese el punto decimal á la izquierda del orden de los décimos en la suma total.

NOTA. — Si un decimal mixto no contiene tantos lugares decimales como cada uno de los otros números, redúzcase la fraccion comun en que termina á una decimal y continúese la division hasta el número de decimales que se quiera.

Sustraccion de Decimales.

1. De 47.625 tómense 28.7.

1er. PROCEDIMIENTO: 2º PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 47.625 \\ 28.700 \\ \hline 18.925 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47.625 \\ 28.7 \\ \hline 18.925 \end{array}$$

Redúzcanse los decimales á órdenes semejantes (Art. 119), y como las unidades pueden tomarse de unidades semejantes solamente, escribanse los números de modo que las cifras del mismo orden esten en la misma columna: y puesto que diez unidades de cualquier orden decimal hacen una unidad del orden inmediato superior, réstese como

2. De 46.7 tómense 29.825.

1er. PROCEDIMIENTO: 2º PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 46.700 \\ 29.825 \\ \hline 16.875 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 46.7 \\ 29.825 \\ \hline 16.875 \end{array}$$

en los números simples. Colóquese el punto decimal á la izquierda del orden de los décimos.

NOTA. — La comparacion de las dos operaciones demuestra que es innecesario llenar con ceros los órdenes vacantes.

3. De 4.05 tómense 2.0075.

4. De $.6\frac{1}{4}$ tómense $.0087\frac{1}{2}$.

5. De 12. tómense .0005.

6. De seis décimos tómense seis milésimos.

7. De cuarenta y cuatro milésimos tómense cuarenta y cuatro millonésimos.

8. De 301 diez milésimos tómense 4005 millonésimos.

9. De 50065 diez millonésimos tómense 1307 billonésimos.

10. Un hombre caminó 33.7 kilómetros el primer día y 28.75 el segundo día: cuánto había caminado mas el primer día que el segundo?

11. La cantidad de agua que en término medio llueve en Cincinnati en los meses de verano es de 13.7 pulgadas y en el invierno 11.15 pulgadas: cuál es la diferencia?

12. La elevacion media del barómetro en Boston es de 29.934 pulgadas y en Pekin es de 30.154 pulgadas: cuál es la diferencia?

123. REGLA.—Para restar decimales, 1^a *Escríbanse los números de modo que las cifras del mismo orden estén en la misma columna.*

2^a. *Réstense como los enteros y colóquese el punto decimal á la izquierda del orden de los décimos en la diferencia.*

Multiplicacion de Decimales.

1. Cuánto es 7 veces $\frac{1}{10}$? 7 veces $\frac{4}{10}$? 8 veces $\frac{7}{10}$?

2. Cuánto es 8 veces $\frac{1}{100}$? 8 veces $\frac{7}{100}$? 6 veces $\frac{9}{100}$?

3. Cuál es el producto de $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$? $\frac{5}{10} \times \frac{6}{10}$? $\frac{8}{10} \times \frac{9}{10}$?

4. Cuál es el producto de $\frac{1}{10} \times \frac{1}{100}$? $\frac{4}{10} \times \frac{7}{100}$?

5. Cuál es el producto de $\frac{1}{100} \times \frac{1}{100}$? $\frac{7}{100} \times \frac{5}{100}$?

6. Cuál es el denominador del producto cuando se multiplican décimos por unidades? Décimos por décimos? Décimos por centésimos? Centésimos por centésimos? Centésimos por milésimos?

7. Cuál es el denominador del producto de dos fracciones cualesquiera cuyos denominadores están en el denominador de 10?

Problemas Escritos.

8. Multiplicar .625 por .23.

PROCEDIMIENTO.

$$\begin{array}{r} .625 \\ .23 \\ \hline 1875 \\ 1250 \\ \hline .14375 \end{array}$$

Puesto que $.625 = \frac{625}{1000}$ y $.23 = \frac{23}{100}$, $.625 \times .23 = \frac{625}{1000} \times \frac{23}{100} = \frac{14375}{100000} = .14375$. Luego, $.625 \times .23 = .14375$. Ahora, como los milésimos multiplicados por los centésimos producen *cien milésimos*, el producto contiene *cinco* lugares decimales, ó tantos como tienen ambos factores.

Multiplicar:

- | | | |
|--|-------------------|-------------------------------|
| 9. 6.5 por .75 | 14. 4.36 por .27 | 19. .085 por 30. |
| 10. .043 por 6.5 | 15. 64. por .032 | 20. 2.56 por 250. |
| 11. .0432 por 5.4 | 16. 30.3 por .018 | 21. 3.24 por $.33\frac{1}{3}$ |
| 12. .048 por 24. | 17. .056 por 24 | 22. 5.75 por $8\frac{2}{5}$ |
| 13. 5.6 por .056 | 18. 50. por .08 | 23. $16\frac{3}{4}$ por .045 |
| 24. Multiplicar sesenta mil por sesenta milésimos. | | |
| 25. Multiplicar 205 millonésimos por 46 milésimos. | | |
| 26. Multiplicar 6.25 por 10. Por 100. | | |

PROCEDIMIENTO.

$$6.25 \times 10 = 62.5$$

$$6.25 \times 100 = 625.$$

Puesto que el cambio de una cifra decimal un lugar á la izquierda aumenta su valor diez veces (Art. 117, Prin. 3) el cambio del punto decimal un lugar á la derecha multiplica á 6.25 por 10, y el cambio del punto decimal dos lugares á la derecha multiplica á 6.25 por 100.

27. Multiplicar 3.406 por 100. Por 1000.
 28. Multiplicar .00048 por 1000. Por 100000.
 29. Multiplicar .0000256 por 10000. Por 1000000.

Principios y Reglas.

124. PRINCIPIOS.—1°. *El número de lugares decimales del producto es igual al número de lugares decimales de ambos factores.*

2°. *Cada cambio del punto decimal de un lugar á la derecha, multiplica el decimal por 10.*

125. REGLAS.—1ª. *Para multiplicar un decimal por otro, multiplíquese como los enteros y sepárense tantos lugares decimales en el producto como sean los que hai en el multiplicando y multiplicador.*

NOTA. — Si no hubiesen suficientes cifras decimales en el producto, súplanse las deficiencias anteponiendo ceros decimales.

2ª. *Para multiplicar un decimal por 10, 100, 1000, etc., cámbiese el punto decimal tantos lugares á la derecha como sean los ceros que hayan en el multiplicador.*

NOTA. — Si no hubiesen suficientes lugares decimales en el producto, súplanse las deficiencias con ceros.

Division de Decimales.

1. Cuántas veces 5 décimos están contenidos en 10 décimos? 7 décimos en 35 décimos?

2. Cuántas veces 7 centésimos están contenidos en 21 centésimos?

3. Cuánto es $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10}$? $\frac{27}{100} \div \frac{9}{100}$? $\frac{75}{1000} \div \frac{25}{1000}$?

4. Cuánto es $.8 \div .4$? $.21 \div .07$? $.084 \div .012$?

5. Cuánto es $\frac{3}{10} \div \frac{6}{100}$? $\frac{12}{100} \div \frac{6}{1000}$? $\frac{15}{100} \div \frac{15}{1000}$?

SUGESTION. — Redúzcanse las fracciones á un comun denominador.

6. Cuánto es $.3 \div .15$? $.25 \div .125$? $.12 \div .012$?

7. De qué orden es el cociente cuando los décimos se dividen por décimos? Centésimos por centésimos? Milésimos por milésimos?

8. De qué orden es el cociente cuando se divide un orden cualquiera por otro semejante? Cuando un número se divide por otro semejante?

Problemas Escritos.

9. Dividir 8.05 entre .35.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} .35) 8.05 \text{ (23., Resp.} \\ \underline{70} \\ 105 \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

35 centésimos están contenidos en 805 cents., un número semejante, 23 veces y por tanto $8.05 \div .35 = 23$. *El cociente es unidades.*

10. Dividir 80.5 entre .35.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} .35) 80.50 \text{ (230., Resp.} \\ \underline{70} \\ 105 \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

Agregando un cero á 80.5, con lo cual no altera su valor (Art. 119), el dividendo y divisor se convierten en números semejantes y entónces *su cociente es unidades*. $80.50 \div .35 = 230$.

11. Dividir .805 entre .35.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} .35) .805 \text{ (2.3, Resp.} \\ \underline{70} \\ 105 \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

Siendo .35 y .80, el primer dividendo parcial, números semejantes, la primera cifra del cociente (2) denota *unidades*, y si la primera cifra denota unidades, la segunda debe denotar décimos. Luego, $.805 \div .35 = 2.3$.

La puntuacion en todos los casos de division de decimales, debe tambien explicarse en el *principio* que el dividendo es el producto del divisor por el cociente, y por consiguiente *debe contener tantos lugares decimales como sean los del divisor y cociente*.

En el 9º ejemplo, el dividendo y divisor contienen un número igual de lugares decimales y por consiguiente en el cociente no hai lugares decimales.

En el 10º ejemplo, el divisor contiene un lugar decimal mas que el dividendo y por consiguiente debe agregarse un lugar decimal al dividendo para que la division sea posible.

En el 11º ejemplo, el divisor contiene dos lugares decimales y el dividendo tres, por consiguiente el cociente contiene un lugar decimal.

Dividir:

12.	32.4	por	1.8	25.	6.241	por	.0079
13.	2.56	por	.64	26.	67.5	por	.075
14.	.288	por	.036	27.	.675	por	75.
15.	82.5	por	2.75	28.	6.75	por	750.
16.	62.5	por	.025	29.	256.	por	.250.
17.	9.	por	.45	30.	.256	por	250.
18.	4.53	por	.0302	31.	.0025	por	50.
19.	3.	por	.0125	32.	25.	por	.00125.
20.	.625	por	12.5	33.	.001	por	100.
21.	.0256	por	.32	34.	100.	por	.001.
22.	17.595	por	8.5	35.	.045	por	900.
23.	3.3615	por	12.45	36.	13.50	por	.37 $\frac{1}{2}$.
24.	.031812	por	4.82	37.	12.	por	.06 $\frac{1}{4}$.

38. Dividir veinte y cuatro milésimos por sesenta millónesimos.

39. Dividir setenta y ocho por treinta y cuatro milésimos.

40. Dividir cincuenta millonésimos por seis centésimos.

41. Dividir 45.7 entre 10. Entre 100.

PROCEDIMIENTO:

$$45.7 \div 10 = 4.57$$

$$45.7 \div 100 = .457$$

Cambiando una cifra decimal un lugar á la derecha, disminuye su valor diez veces (Art. 117, Prin. 3), luego el cambio del punto decimal un lugar á la *izquierda* divide un decimal por 10, y el cambio del punto dos lugares á la izquierda lo divide por 100.

42. Dividir 483.75 entre 100. Entre 1000.

43. Dividir 54.50 entre 100. Entre 10000.

44. Dividir .005 entre 1000. Entre 100.

Principios y Reglas.

126. PRINCIPIOS. — 1°. *Como el dividendo es el producto del divisor por el cociente, él contendrá tantos lugares decimales como el divisor y cociente. Por consiguiente,*

2°. *El cociente debe contener tantos lugares decimales como sea el número de lugares decimales que excede el dividendo á los del divisor. Luego,*

3°. *Cuando el dividendo y divisor contienen igual número de lugares decimales, el cociente dá unidades.*

4°. *El dividendo debe contener tantos lugares decimales como el divisor, para que la division sea posible.*

5°. *Cada vez que se corre el punto decimal un lugar á la izquierda se divide el decimal por 10.*

127. REGLAS. — 1ª. *Para dividir un decimal por otro, divídase como los enteros y sepárense tantos lugares decimales en el cociente como sea el número de lugares decimales del dividendo que excedan á los del divisor.*

NOTAS. — 1. Cuando el divisor contenga mas lugares decimales que el dividendo, súplanse las deficiencias en el dividendo agregando ceros decimales.

2. Cuando el cociente no tiene suficientes cifras decimales, súplanse las deficiencias anteponiendo ceros decimales.

3. Cuando hai un residuo, la division debe continuarse agregando ceros; cada cero así agregado aumenta un lugar decimal al dividendo. Mucho cuidado se deberá tener para asegurar la division hasta los cuatro ó cinco lugares decimales.

2ª. *Para dividir un decimal por 10, 100, 1000, etc., córrase el punto decimal tantos lugares á la izquierda como sean los ceros que hai en el divisor.*

Revista de Problemas.

1. Reducir $\frac{3}{125}$ á un decimal.
 2. Reducir $\frac{7}{2500}$ á un decimal.
 3. Cambiar .325 en fraccion comun.
 4. Cambiar .0045 en fraccion comun.
 5. De la suma de 67.5 y .54 tomar su diferencia.
 6. De la suma de 64.5 y .015 tomar su producto.
 7. Multiplicar $6.25 + .075$ por $6.25 - .075$.
 8. Dividir .0512 entre $.032 \times .005$.
 9. De $25.6 \div .064$ tómese $32.4 \times .015$.
 10. Cuál es el valor de $\$ 5.33 \times 2.5 \div .075$?
 11. Cuánto es $.08\frac{1}{4} \times 1.2\frac{1}{2} \div .006\frac{1}{4} \times .016$?
 12. Multiplicar 15 millonésimos por 7 millones.
 13. Dividir 16 diez millonésimos por 25 milésimos.
 14. Dividir 205 millones por 41 diez milésimos.
-

Sección X. ⁽¹⁾**Moneda de la República Argentina.****Definiciones Preliminares.**

Art. 128. La moneda de la República Argentina se llama *moneda nacional ó de curso legal*, siendo el peso de oro y el de plata la unidad monetaria.

129. Las denominaciones de las monedas de plata son *pesos y centavos*: el peso vale 100 centavos, y está subdividido en monedas ó piezas de 50, 20 y 10 centavos.

(1) Nota del Traductor.— En la Aritmética norte-americana esta seccion se ocupa de la moneda de los Estados-Unidos.

Las monedas de cobre son de 2 y 1 centavos.

Las monedas de oro son: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Un Argentino que vale 5 \$} \\ \text{Medio Argentino que vale } 2\frac{1}{2} \text{ \$} \end{array} \right.$

NOTA.—El *peso de oro*, que equivale al de plata, no se incluye en esta tabla porque no se ha dado á la circulacion, tal vez por ser su tamaño demasiado pequeño.

130. Las cifras que denotan pesos se separan de las que denotan centavos por un punto llamado *punto decimal*, y son precedidos por el signo \$, llamado *signo de pesos*.

Las primeras dos cifras de la derecha de los pesos ó del punto decimal denotan centavos y la tercera milésimos de peso, pudiendo leerse las tres juntas como milésimos de peso.

NOTAS.—1. La liga que se hace en el oro y la plata es para hacer la moneda mas firme y durable. Por esto las monedas de oro tienen 9 partes de este metal por una de cobre, encontrándose en esta misma proporcion las monedas de plata. Las monedas de cobre tienen 95 partes de cobre por 4 de estaño y 1 de zinc.

2. El peso de un *peso* de oro es..... 1 gramo 6129 diez milésimos.

Entónces el peso de un Argentino es 8 " 0645 " "

El peso de medio Argentino es..... 4 " 0322½ " "

El peso de un *peso* de plata es $\left\{ \begin{array}{l} \text{Una moneda de 50 cts. pesa 12.500 gr.} \\ \text{de 25 gramos y el de las demás piezas en relacion áeste, es el siguiente:} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{" " " 20 " " 5.000 "} \\ \text{" " " 10 " " 2.500 "} \\ \text{" " " 5 " " 1.250 "} \end{array} \right.$

El peso de una pieza de cobre de 2 centavos es de 10 gramos y la de un centavo es de 5 gramos.

3. Existen, además de las monedas de *oro, plata y cobre*, BILLETES emitidos por los Bancos que representan, respectivamente, quinientos, doscientos, cien, cincuenta, veinte, diez, cinco, dos y un peso;—cincuenta, veinte, diez y cinco centavos.

131. Notacion y Reduccion.

1. Espresar en palabras, \$ 75.50; \$ 105.08; \$ 1000.45; \$ 15080; \$ 0.87; \$ 0.375; \$ 5.

2. Espresar en palabras, \$ 37.507; \$ 250.075; \$ 80.005; \$ 0.075; \$ 2080.375; \$ 100.058; \$ 0.065.

3. Leer decimalmente, \$ 70.25; \$ 140.05; \$ 387.60; \$ 560.09; \$ 84.37; \$ 0.08.

4. Leer decimalmente, \$ 0.255; \$ 16.455; \$ 300.056; \$ 475.005; \$ 1005.375; \$ 240.061; 0.005.

Problemas Escritos.

5. Escribir, en cifras, diez pesos cincuenta centavos.

6. Escribir cuarenta pesos sesenta centavos.

7. Escribir 100 pesos 37 centavos.

8. Escribir 430 pesos 5 centavos; 25 \$5 milésimos.

9. Escribir 75 centavos 6 milésimos; 65 milésimos.

10. Escribir 10 milésimos; 104 milésimos.

11. Cuántos centavos hai en \$ 25? En \$ 100?

12. Cuántos milésimos hai en \$ 47? En \$ 150?

En \$ 165?

13. Cuántos milésimos hai en \$ 0.75? En \$ 0.625?

En 0.017?

14. Cuántos centavos hai en \$ 5.37? En \$ 16.85?

En \$ 40.08?

15. Cuántos milésimos hai en \$ 0.37 $\frac{1}{2}$? En \$ 4.62 $\frac{1}{2}$? En \$ 10?

16. Reducir 1500 centavos á pesos.

17. Reducir 15000 milésimos á pesos.

18. Reducir 450 milésimos á centavos.

19. Reducir \$ 25.08 á milésimos.

20. Reducir \$ 100.01 á centavos; á milésimos.

Adicion y Sustraccion.

1. Un hombre pagó \$ 7.50 por un par de botas y \$ 5.50 por un sombrero: cuánto pagó por todo?

2. Una señorita pagó \$ 15 por un chal, \$ 7.75 por un sombrero, \$ 2.25 por un par de guantes y \$ 4 por un par de polainas: cuál fué la suma total de sus gastos?

3. Un estanciero compró vacas á \$ 36.50 y las vendió á \$ 40 cabeza: cuánto ganó en cada una?

4. Un hombre compró un saco por \$ 24.25 y un chaleco por \$ 4.50, y entregó al comerciante tres billetes de \$ 10: cuánto debía recibir de vuelto?

5. Un artesano ganaba \$ 20 por semana y gastaba \$ 16.75 en el mismo tiempo: cuánto ahorra?

6. Un librero compró una série de mapas por \$ 17 y otra série de cartas por \$ 6.50 y vendió ambas séries por \$ 28.50: cuánto ganó en la venta?

Problemas Escritos.

7. Cuál es la suma de \$ 0.65, \$ 15.44, \$ 60.62 $\frac{1}{2}$, \$ 100, \$ 94.05 y \$ 0.87 $\frac{1}{2}$?

8. De \$ 100.15 tómense \$ 62.37 $\frac{1}{2}$.

9. A la suma de \$ 308.60 y \$ 190.125 agréguese su diferencia.

10. De la suma de \$ 2750 y \$ 1680.62 $\frac{1}{2}$ tómese su diferencia.

11. La venta de un comerciante en una semana fué como sigue: Lunes, \$ 125.60; Martes, \$ 98.50; Miércoles, \$ 190.30; Jueves, \$ 215; Viérnes, \$ 175.80; Sábado, \$ 247.90: cuál fué la suma total de sus ventas en la semana?

12. Un hombre cambió tres lotes de tierra avaluados respectivamente en \$ 900, \$ 1200 y \$ 750 por una estancia avaluada en \$ 3075, dando la diferencia en dinero: cuánto fué el dinero que entregó?

13. Un hombre ganaba un salario de \$ 1600 al año y pagaba \$ 325 por alquiler de casa, \$ 450.80 por víveres, \$ 200.60 por ropa y \$ 245 por otros gastos: cuánto ahorra al año?

14. Un hombre depositó en un Banco, en distintas épocas, \$ 75, \$ 230.80, \$ 180.40, y \$ 95 y sacó \$ 40,

\$ 87.50, \$ 331.45, \$ 20.15 y \$ 18.60: cuál sería el balance en el Banco, suponiendo que no se pagaron intereses?

132. REGLA. — Para sumar ó restar cantidades de dinero, *escribanse las unidades de la misma denominacion en la misma columna, sùmense ó réstense como los números simples, sepárense los pesos de los centavos por un punto y prefijese el signo de pesos.*

Multiplicacion y Division.

1. Un artesano gana \$ 2.50 al dia, cuánto ganará en 6 dias? En 10 dias?

2. Cuánto costarán 8 barricas harina á \$ 7.25 cada una? A \$ 6.50 la barrica?

3. Cuánto costarán 20 metros alfombra á \$ 1.75 el metro? A \$ 2.25 el metro?

4. Un criador de ovejas pagó \$ 38.70 por 9 carneros: cuánto costó cada uno?

5. Un hombre pagó \$ 42 por 8 toneladas de cal: cuál fué el costo de cada una?

6. Si un hombre gana \$ 39 en 6 dias, cuánto ganará en 10 dias? En 20 dias?

7. A 25 centavos docena, cuántas docenas de huevos pueden comprarse con \$ 4.50?

Problemas Escritos.

8. Un estanciero vendió 45 cerdos á \$ 22.45 cado uno: cuánto recibió por ellos.

9. Un molinero vendió 237 libras harina á razon de \$ 7.62 $\frac{1}{2}$ la barrica: cuánto dinero recibió, considerando que una barrica tiene 196 libras?

10. Un hombre vendió una estancia de 260 acres á \$ 33 $\frac{1}{3}$ el acre: cuánto recibió por todo?

11. Una estancia de 125 acres fué vendida por \$ 5093.75: cuál fué el precio de un acre?

12. Cuántos carros, á \$ 125 cada uno, pueden comprarse con \$ 8000? Con \$ 7500?

13. A \$ 12.37 $\frac{1}{2}$ la tonelada, cuántas toneladas de heno pueden comprarse con \$ 4653? Con \$ 1163.25?

14. Un estanciero vendió tres cerdos que pesaban respectivamente 278, 309 y 327 kilos, á \$ 0.07 $\frac{1}{2}$ el kilo: cuánto dinero sacó de ellos?

15. Un estanciero vendió en un año 536 kilogramos manteca, á 30 centavos kilogramo; 1200 kilogramos queso, á 16 $\frac{2}{3}$ kilogramo y 19 miriágramos de heno, á \$ 8.75 cada uno: cuánto fué el dinero que recibió por todo esto?

16. Un almacenero compró 540 libras café por \$ 81 y 420 libras té por \$ 525; él vendió el café á 8 centavos libra y el té á \$ 1.60 libra: cuánto fué lo que ganó?

133. REGLAS. — 1ª. Para multiplicar ó dividir sumas de dinero por un número abstracto, *multiplíquese ó divídase como los números simples, separando los pesos de los centavos en el resultado con un punto y anteponiendo el signo de los pesos.*

2ª. Para dividir una suma de dinero por otra, *reduzcanse ambos números á la misma denominacion y divídase como los números simples.*

Métodos Abreviados.

Columnas del Libro Mayor.

134. El Libro Mayor es aquel en que los hombres de negocios tienen el resúmen de sus cuentas.

Estos hacen frecuentemente sobre una página del mismo libro largas columnas de cifras, las cuales se suman con el mayor cuidado.

135. Hágase sumar á los discípulos las siguientes columnas del libro Mayor, agregando dos ó mas columnas á la vez y teniendo especial cuidado de obtener resultados exactos, como si estuviesen en negocios actuales. — (Véase el Art. 22).

(1)	(2)	(3)	(4)
\$1.25	\$19.50	\$75.50	\$1912.88
8.14	20.00	184.30	806.40
2.75	12.45	111.10	1000.00
0.65	14.52	43.95	1250.86
0.75	24.48	263.55	943.82
8.37	40.50	100.00	607.55
12.50	8.60	90.00	400.33
4.65	9.35	7.15	148.67
0.83	.65	13.48	249.50
7.16	.73	2.75	2040.00
10.28	.84	52.30	4508.70
1.20	12.10	900.25	3406.30
0.95	.86	625.80	1280.75
0.48	.93	314.87	1300.00
13.47	2.95	64.50	877.77
23.00	14.63	49.87	620.14
3.08	9.82	302.58	8.60
6.15	12.60	10.10	7.45
24.92	19.30	100.98	13.33
0.83	22.33	78.60	286.45
0.92	9.81	44.50	1300.00
0.45	8.78	77.88	1440.00
14.86	12.57	320.65	986.70
5.80	18.19	19.10	87.80
7.26	7.63	8.50	137.40
12.00	14.60	436.75	1500.00
5.00	4.85	135.20	885.73
4.37	9.63	44.88	236.40
6.45	12.83	65.90	13483.86
17.83	18.10	6.01	11456.20
2.65	7.63	7.83	88.00
1.50	2.20	4.22	24.30
0.85	0.35	3.25	16.50
12.20	0.75	0.85	9.85
4.65	8.50	0.62	100.00
8.15	4.65	1.25	40.60

SUGESTION. — Las sumas parciales obtenidas de cada resumen deben escribirse sobre un pedazo de papel separado. Esto permitirá volver á sumar cualquiera columna ó serie de columnas, como sea el caso, sin confundirse en la re-suma de las columnas precedentes; y se evitará así borrar de la página con raspaduras ó correcciones.

Partes Alícuotas.

136. Cuando el precio de un artículo es una parte alícuota de un peso, el costo de un número dado de ese artículo se puede encontrar mas fácilmente que por medio de la multiplicacion.

137. Las partes alícuotas de un peso, comunmente usadas en el comercio, son:

50 cts. = $\frac{1}{2}$ de \$ 1.00	12 $\frac{1}{2}$ cts. = $\frac{1}{8}$ de \$ 1.00
25 cts. = $\frac{1}{4}$ de \$ 1.00	6 $\frac{1}{4}$ cts. = $\frac{1}{16}$ de \$ 1.00
20 cts. = $\frac{1}{5}$ de \$ 1.00	33 $\frac{1}{3}$ cts. = $\frac{1}{3}$ de \$ 1.00
10 cts. = $\frac{1}{10}$ de \$ 1.00	16 $\frac{2}{3}$ cts. = $\frac{1}{6}$ de \$ 1.00

Las partes alícuotas de partes alícuotas de un peso, que se usan frecuentemente, son las siguientes:

25 cts. = $\frac{1}{2}$ de 50 cts.	16 $\frac{2}{3}$ cts. = $\frac{1}{2}$ de 33 $\frac{1}{3}$ cts.
12 $\frac{1}{2}$ cts. = $\frac{1}{4}$ de 50 cts.	12 $\frac{1}{2}$ cts. = $\frac{1}{2}$ de 25 cts.
6 $\frac{1}{4}$ cts. = $\frac{1}{8}$ de 50 cts.	6 $\frac{2}{3}$ cts. = $\frac{1}{4}$ de 25 cts.

Problemas Mentales.

1. Cuánto costarán 56 kilos azúcar á 12 $\frac{1}{2}$ cts. el kilo ?

SOLUCION.—A \$ 1 el kilo, 56 kilos costarán \$ 56, y á 12 $\frac{1}{2}$ cts. el kilo, que es $\frac{1}{8}$ de \$ 1, costarán 56 kilos $\frac{1}{8}$ de \$ 56, que son \$ 7.

2. Que costarán 120 educandos, á 25 centavos cada uno ? A 33 $\frac{1}{3}$ centavos cada uno ?

3. Cuál es el costo de 96 docenas de huevos, á 16 $\frac{2}{3}$ centavos la docena ? A 20 centavos ? A 25 centavos ?

5. A 16 $\frac{2}{3}$ centavos la docena, cuántas docenas de huevos pueden comprarse con \$ 15 ?

SOLUCION.—A 16 $\frac{2}{3}$ cts. una docena, con \$ 1 se comprarán 6 docenas y con \$ 15 se comprarán 15 veces 6 docenas ó 96 docenas.

6. A $12\frac{1}{2}$ centavos el kilo, cuántos kilos de manteca se pueden comprar con \$ 12? Con \$ 25?

7. Cuántos kilos de manteca, á $33\frac{1}{3}$ centavos kilo, pueden comprarse con \$ 15? Con \$ 33?

8. A $6\frac{1}{4}$ centavos el litro, cuántos litros de gresella pueden comprarse con 30 litros de licor de cereza, á 10 centavos el litro?

Problemas Escritos.

9. Cuánto costarán 348 yardas alfombra, á \$ $1.62\frac{1}{2}$ centavos la yarda?

$$\text{PROCEDIMIENTO: } \left\{ \begin{array}{l} \$ 1.62\frac{1}{2} = \$ 1 + 50 \text{ cts.} + 12\frac{1}{2} \text{ cts.} \\ \$ 348 = \text{costo á } \$ 1 \text{ la yarda} \\ \frac{1}{2} \mid 174 = \text{costo á } 50 \text{ cts. la yarda} \\ \frac{1}{4} \mid 43.50 = \text{costo á } 12\frac{1}{2} \text{ cts. la yarda} \\ \hline \$ 565.50 = \text{costo á } \$ 1.62\frac{1}{2} \text{ cts. la yarda.} \end{array} \right.$$

10. Cuál es el costo de 1600 fanegas de avena, á $37\frac{1}{2}$ centavos fanega? A 45 centavos fanega? A $62\frac{1}{2}$ centavos?

11. Cuál es el costo de 2464 arrobas de trigo, á \$ 1.25 la arroba? A \$ $1.37\frac{1}{2}$? A \$ $1.62\frac{1}{2}$?

12. Cuál es el costo de 1250 yardas de tripe, á \$ $1.37\frac{1}{2}$ la yarda? A \$ 1.50? A \$ $1.87\frac{1}{2}$?

13. Cuál es el costo de 640 botes de tinta á $81\frac{1}{2}$ centavos cada uno? A $62\frac{1}{2}$ centavos? A 75 centavos?

14. A 25 centavos docena, cuántas docenas de huevos pueden comprarse con \$ 42? Con \$ 60.50?

15. A $33\frac{1}{3}$ centavos vara, cuántas varas de paño pueden comprarse con \$ 750? Con \$ 120?

16. Cuál es el costo de 5 libras 10 onzas de manteca, á 35 centavos libra?

$$\text{PROCEDIMIENTO.} \left\{ \begin{array}{l} \$.35 = \text{costo de 1 libra.} \\ \$ 1.75 = \text{costo de 5 libras.} \\ .175 = \text{costo de 8 onzas } (\frac{1}{2} \text{ lb.}) \\ .044 = \text{costo de 2 onzas } (\frac{1}{8} \text{ lb.}) \\ \$ 1.969 = \text{costo de 5 libras 10 onzas.} \end{array} \right.$$

17. Cuál es el costo de 9 libras 13 onzas de queso, á 15 centavos la libra? A 18 centavos? A 20 cts.?

18. Cuál es el costo de 16 galones 3 cuartas de de jarabe, á \$ 1.75 el galon? A \$ 1.62½? A \$ 1.90?

19. Cuál es el costo de 7 fanegas, 3 galones, 4 cuartas de cerezas, á \$ 4.25 la fanega? A \$ 3.50? A \$ 4.50?

20. Cuál es el costo de 2 galones, 7 cuartas de nueces, á \$ 3.50 la fanega? A \$ 2.75? A \$ 2.62½? A \$ 3.12½?

NOTA.—1 fanega = 4 galones, 1 gal. = 8 cuartas. (Medidas Inglesas).

Definiciones y Reglas.

138. Parte Alícuota de un número es un número entero ó mixto que lo divide exactamente.

139. REGLAS.—1ª. Para encontrar el costo de un número de artículos cuando el precio es una parte alícuota de un peso, *búsquese el costo á \$ 1, y tómense las partes alícuotas del resultado.*

2ª. Para encontrar el número de artículos que pueden comprarse con una suma de dinero dada; cuando el precio es una parte alícuota de un peso, *búsquese el número de artículos que pueden comprarse con \$ 1 y multiplíquese el resultado por la suma de dinero dada.*

Facturas ó Conocimientos.

140. Cada una de las siguientes facturas será cuidadosamente hecha en un papel, en su propia forma, y con su recibo correspondiente.

(1)

CINCINNATI, Enero 1 de 1870.

TOMAS KNIGHT.

1869

Comprado á BAKER, SMITH & C^o.

Nov.	18,	48	lbs.	Jabon de Castilla, á 16 $\frac{2}{3}$ cts.	
				la libra.....	\$ 8.00
"	"	25	"	Almidon á 6 $\frac{1}{4}$ cts. la libra..	1.56
"	30,	65	"	Azúcar á 15 cts. la libra...	9.75
"	"	33	gls.	Vinagre á 20 cts. el galon..	6.60
Dic.	12,	16	lbs.	Café á 23 cts. la libra.....	3.68
"	"	5	"	Velas estearina, á 20 cts. la lib.	1.00
"	"	56	"	Manteca á 33 $\frac{1}{3}$ cts. la libra.	18.67
"	15,	10	"	Queso á 15 cts. la libra....	1.50
					\$ 50.76

*Recibí su importe.*BAKER, SMITH & C^o.

(2)

SAN LUIS, Marzo 3 de 1870.

JAIME COOPER & HNOS.

Á CARLOS CAMP & C^o, *Debe.*

Por	37	bolsas	harina, á \$ 4.50 cada una.....	\$
"	23	"	" fina, á \$ 5.25 c/u.....	
"	25	"	manzanas verdes, á \$ 2.12 $\frac{1}{2}$ c/u.	
"	14	cajas	limones, á \$ 7.50 c/u.....	
"	5	"	pasas, á \$ 4.75 c/u.....	
				\$

Recibí su importe.

Cuál es la suma total debida?

(3)

CLEVELAND, Nov. 24 de 1869.

DN. GUILLERMO JONES.

Á CÁRLOS C. WILHELM, *Debe.*

Por 24 dias de trabajo, á \$ 2.75 el dia.....	\$
„ 21 kilos clavos, á \$ 6 $\frac{1}{4}$ uno.....	
„ 540 tablas pino, á \$ 4.50 el ciento.....	
„ 4 caños de fierro, á \$ 8.33 $\frac{1}{3}$ uno.....	
	<u>\$</u>

Acreedor.

Por dinero en efectivo, Oct. 16.....	\$	25
„ „ „ „ „ 23.....	“	44
„ „ „ „ „ servicio médico		
hasta la fecha.....	„	<u>15</u>
	<u>\$</u>	

Recibí el importe del saldo.

CÁRLOS C. WILHELM.

Cuál es el saldo de la cuenta ?

4. Enrique Smith compró á Juan Clarke, de Luisville, como sigue: Marzo 10 de 1870, 7 pares botas, á \$ 7.75 par; 6 pares botines á \$ 3.25 par; 10 pares zapatos á \$ 1.75 par; Abril 1^o, 12 pares botas á \$ 3.12 $\frac{1}{2}$ par; 6 pares botines á \$ 3.30 par; Abril 12, 7 pares chinelas á \$ 1.33 $\frac{1}{3}$ par; 3 pares botas á \$ 5.62 $\frac{1}{2}$ par. Hágase una cuenta y recibo de esta factura como tenedor de libros de Juan Clarke.

5. Roberto Sterns & C^o. compraron á Dudley & Hnos. de Michigan, Dic. 20 de 1869, como sigue: 5 docenas tinteros, á \$ 2.12 $\frac{1}{2}$ uno; 9 cajas plumas, á \$ 87 $\frac{1}{2}$ una, 8 resmas papel, á \$ 3.50 una; 5 docenas silabarios, á \$ 2.33 $\frac{1}{3}$ uno; 2 docenas libros, á \$ 1.80 uno. Dudley

Hnos. vendieron 3 colecciones de mapas, á \$ 8.25 una y les pagaron \$ 15 en dinero. Hágase esta cuenta y recibo por el saldo.

6. Mr. C. B. Jones compró á Cole, Steele y C^o., de Indianapoli, como sigue: Nov. 12 de 1869, 23 metros percal á \$ 16 $\frac{2}{3}$ métro; 45 yardas satin, á 20 cts. yarda; Dic. 7, 12 varas seda, á \$ 1.62 $\frac{1}{2}$ vara; 8 pañuelos á \$ 45 uno; 2 pares medias, á \$ 1.87 $\frac{1}{2}$ par. Hágase la cuenta y recibo de esta factura.

Definiciones.

141. Cuenta es un registro de negocios convenidos entre dos partes, con especificacion de créditos y débitos.

La parte que está especificada en el debe se llama *Deudor*, y la parte á quien se debe, se llama *Acreedor*.

142. Factura es un estado escrito de una cuenta. Esta es abierta por el acreedor al deudor y señala el tiempo y lugar de la transacion y el nombre de las partes.

Cuando el deudor ha hecho pagos por la cuenta ó tiene cargos contra el acreedor, tales pagos ó cargos se llaman *créditos*. Estos se asientan en la cuenta en la misma forma que la factura. 3.

143. El recibo del valor de una factura se dá escribiendo al fin de ella "Recibí su importe" y poniendo su firma el acreedor. Esto debe hacerse por el acreedor, ó por un dependiente, agente ó cualquiera otra persona autorizada.

Si el deudor no tiene cómo pagar una factura ó cuenta que se le presenta, debe aceptarla escribiendo la palabra "Aceptada" en medio de la página del papel, con la fecha, su sello y firma. Cuando la factura

se abona con un pagaré ó se tiene dado algo á cuenta, debe agregarse el hecho á las palabras “*Recibí su importe*”, como en la cuenta 3^a.

144. Una *factura de géneros* es un estado escrito de las mercaderías vendidas con el importe y precio de cada artículo y el costo total. Esta se llama tambien *factura* simplemente.

Cuando las ventas se hacen en diferentes tiempos, la fecha debe escribirse á la izquierda, como en la factura 1^a.

Seccion XI.

Medicion.

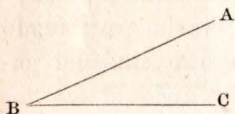
I. SUPERFICIES. — Definiciones.

145. Línea es una sucesion de puntos ————

146. Línea recta es la que tiene todos sus puntos en la misma direccion —————

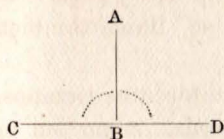
NOTA. — La palabra *línea* se usa comunmente para denotar una línea recta.

147. Ángulo es la divergencia de dos líneas desde un punto comun. El punto de contacto se llama *vértice*.



Así, la divergencia de las líneas BA y BC es el ángulo ABC y el punto B es el vértice.

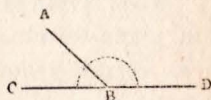
148. Cuando una línea corta á otra formando dos ángulos adyacentes iguales, cada ángulo es un *ángulo recto* y la primera línea es *perpendicular* á la segunda.



Así, los dos ángulos adyacentes iguales ABC y ABD son ángulos rectos y la línea AB es perpendicular á la línea CD .

149. El *ángulo obtuso* es mayor que el ángulo recto y el *ángulo agudo* es menor que el ángulo recto.

Así, el ángulo ABD es un ángulo obtuso, y el ángulo ABC es un ángulo agudo. La línea AB es una *línea oblicua*.



150. Superficie es aquello que tiene largo y ancho, pero no espesor ni profundidad.

151. *Superficie plana* es una superficie tal que tocando todas las líneas rectas posibles dos puntos de ella, se unan totalmente dentro de la superficie los puntos de cada línea. Esto tambien se llama *plano*.

NOTA. — Para determinar si la superficie de una tabla es un plano, tómese una regla recta y aplíquese á la superficie en distintas direcciones. Si la regla coincide uniformemente sobre la superficie, es un plano.

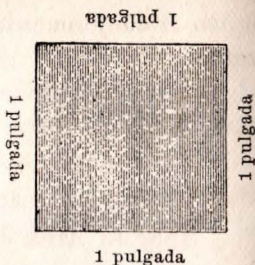
152. Rectángulo es una figura plana terminada por cuatro líneas rectas y que tiene cuatro ángulos rectos.



153. Cuadrado es un rectángulo con sus cuatro lados iguales.

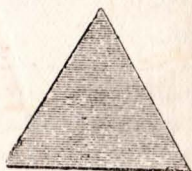
Una *pulgada cuadrada* es un cuadrado en que cada lado tiene una pulgada de largo.

La figura representa un cuadrado de una pulgada de lado.

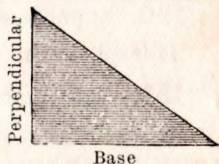


Un *metro cuadrado*, un *pie cuadrado*, una *yarda cuadrada*, un *rod cuadrado*, etc., son cuadrados cuyos lados tienen respectivamente 1 metro, 1 pie, 1 yarda, 1 rod, etc., de lado.

154. Triángulo es una figura plana terminada por tres líneas rectas y que tiene tres ángulos.

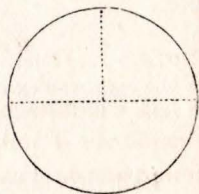


155. Triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto. Uno de los lados incluidos en el ángulo recto se llama *base* y el otro lado *perpendicular* ó *altura*.



156. Círculo es una porción de un plano terminada por una línea curva cerrada, todos los puntos de la cual están igualmente distante de un punto interior llamado centro.

La línea curva que limita el círculo es su *circunferencia*.



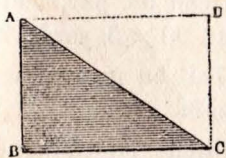
La mitad de una circunferencia se llama *semi-circunferencia*; la cuarta parte es un *cuadrante*, y cualquiera otra porción de ella es un *arco*.

157. *Diámetro* de un círculo es una línea recta que pasa por el centro y termina en ambos lados de la circunferencia. La mitad del diámetro se llama *radio*.

Todos los diámetros de un círculo son iguales, como tambien todos los radios.

La circunferencia de un círculo es 3.1416 (aproximadamente $3\frac{1}{7}$) veces el diámetro.

158. El *Área* de una figura plana es la estension de su su perficie. Se espresa por algunas unidades de medida como una pulgada cuadrada, un pié cuadrado, etc.



159. El área de un triángulo rectángulo es la mitad de el área de un rectángulo de la misma base y altura. El triángulo A B C es la mitad del rectángulo A B C D.

160. El área de un círculo es igual al producto de la circunferencia por la mitad del radio.

NOTA.—Esto debe ilustrarse dividiendo un círculo por diámetros en ocho partes y considerando á cada una como un *triángulo*.

Problemas Mentales.

1. Cuántas pulgadas cuadradas hai en un pedazo de papel de 4 pulgadas de largo y una de ancho? De 4 pulgadas de largo y dos pulgadas de ancho?

2. Cuántos piés cuadrados hai en una chapa de zinc de 4 piés de largo y 3 de ancho? De 4 piés de largo y 4 piés de ancho?

3. Cuántos centímetros cuadrados tiene un cuadro de vidrio de 12 decímetros cuadrados? Cuántas pulgadas cuadradas tiene un pié cuadrado?

4. Cuántos piés cuadrados tiene un corte de paño de 7 piés de largo y 3 de ancho?

5. Cuántos piés cuadrados tiene una yarda cuadrada?

6. Cuántos metros cuadrados tiene el piso de un patio de 20 por 15 metros? De 30 por 24?

NOTA.—Las dimensiones de una figura plana se espresan generalmente escribiendo la palabra “por” ó el signo $\times$, entre las cifras que denotan el largo y el ancho.

7. Cuántas yardas cuadradas tiene un pavimento de 40 por 5 yardas? 50×4 yardas? 80×5 yardas?

8. Cuántos metros cuadrados hai en una villa y su distrito de 5 kilómetros cuadrados?

9. Cuántas pulgadas cuadradas tiene un triángulo rectángulo cuya base es de 8 pulgadas y cuya altura es de 6 pulgadas?

10. El diámetro de un círculo es de 10 varas: cuál es la circunferencia?

Problemas Escritos.

11. Cuántos piés cuadrados tiene un pavimento de $37\frac{1}{2}$ por 23 piés?

12. Cuántas yardas cuadradas tiene un pasadizo de 124.5 por 3.25 yardas?

13. Cuántos piés cuadrados tienen las murallas de un cuarto de 24 por $18\frac{3}{4}$ piés y $10\frac{1}{2}$ piés de alto?Cuál es el área del techo?

14. Cuántas cadenas cuadradas tiene una estancia de 134 cadenas de largo y 52.5 de ancho?

15. Cuántas varas cuadradas tiene un lote de tierra en una ciudad, de $62\frac{1}{2}$ varas de frente por 208 de fondo?

16. Un jardin tiene 3267 yardas cuadradas, siendo su ancho $49\frac{1}{2}$ yardas: cuál es su largo?

17. Una calle de 800 rods cuadrados tenia $33\frac{1}{3}$ rods de largo: cuál era su ancho?

18. Cuántas yardas tripe de $\frac{3}{4}$ yarda de ancho se necesitarán para cubrir el piso de un cuarto de 15 por $8\frac{1}{4}$ yardas?

19. Cuántas yardas cuadradas tendrá un jardin de forma triangular, cuya base es 54.5 yardas y cuya altura es 33.2 yardas?

20. Un triangulo tiene 270 pulgadas cuadradas, la base es de 36 pulgadas: cuál es la altura?

21. El diámetro de un círculo es de 12 pulgadas: cuántas pulgadas cuadradas tiene su área?

22. Cuántos metros cuadrados hai en un círculo cuyo diámetro es de 20 metros?

161. REGLAS.—1^a. Para encontrar el área de un rectángulo, *multiplíquese el largo por el ancho.*

2^a. Para encontrar cada lado de un rectángulo, *divídase el área por el otro lado.*

3^a. Para encontrar el área de un triángulo, *multiplíquese la base por la mitad de la altura.*

4^a. Para encontrar el área de un círculo, *multiplíquese la circunferencia por un cuarto del diámetro.*

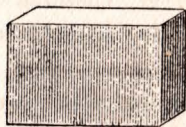
NOTA.— Las dos dimensiones deberán espresarse en la misma denominacion.

II. SÓLIDOS. — **Definiciones.**

162. **Sólido** es aquello que tiene largo, ancho y alto ó profundidad.

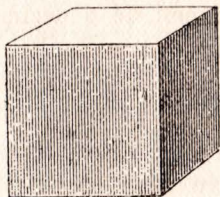
Una línea tiene solamente largo; una superficie tiene largo y ancho; y un sólido tiene largo, ancho y alto.

163. **Sólido rectangular** es un cuerpo terminado por seis superficies rectangulares.



Las superficies que limitan un sólido se llaman *caras* y los lados de estas caras se llaman *aristas*. Un sólido rectangular tiene doce aristas. La cara en que un sólido descansa se llama *base*.

164. **Cubo** es un cuerpo limitado por seis cuadrados iguales. Todas sus aristas son iguales.



Una **pulgada cúbica** es un cubo cuyas aristas son de una pulgada de largo cada una.

Un *pié cúbico*, una *yarda cúbica*, un *rod cúbico*, etc., son cubos cuyas aristas tienen respectivamente 1 pié, 1 yarda, 1 rod, etc., de largo.

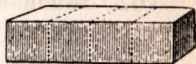
165. **Cilindro** es un sólido cuyas dos bases son círculos paralelos é iguales.



166. El *volumen* de un cuerpo es el lugar que ocupa en el espacio. Se expresa en una unidad la medida, como una pulgada cúbica, un pié cúbico, etc.

Problemas Mentales.

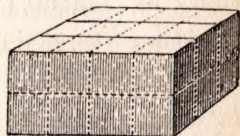
1. Cuántas pulgadas cúbicas hai en un sólido rectangular que tiene 4 pulgadas de largo, 1 pulgada de ancho y 1 pulgada de alto?



2. Cuántos centímetros cúbicos hai en un sólido rectangular que tiene 4 centímetros de largo, 3 de ancho y 1 de alto?



3. Cuántas pulgadas cúbicas hai en un sólido rectangular de 4 pulgadas de largo, 3 pulgadas de ancho y 2 pulgadas de alto?



4. Cuántos decímetros cúbicos tiene un trozo de mármol de 6 decímetros de largo, 3 de ancho y 2 de alto? Otro de 10 de largo, 5 de ancho y 4 de alto?

5. Cuántos pies cúbicos tiene una vara cúbica?

6. Cuántos pies cúbicos tiene un armario de 6 pies de largo, 3 pies de ancho y 3 pies de hondura? Otro de 8 pies de largo, 5 de ancho y 2 de hondura?

7. Cuántas varas cúbicas tiene un cuarto de 5 varas de largo, 4 de ancho y 3 de alto?

Problemas Escritos.

8. Cuántos pies cúbicos tiene un trozo de granito de 16 pies de largo, 8 de ancho y 5 de grueso?

PROCEDIMIENTO.

16	pies cúbicos
8	
128	pies cúbicos
5	
640	pies cúbicos.

Un trozo de 16 pies de largo, 1 pié de alto y 1 pié de ancho, contiene 16 pies cúbicos y un trozo de 16 pies de largo, 1 pié de alto y 8 pies de ancho, contiene 8 veces 16 pies cúbicos ó 128 pies cúbicos y un trozo de 16 pies de largo, 8 de alto y 5 de grueso, contiene 5 veces 128 pies cúbicos = 640 pies cúbicos. Luego, el sólido contiene 16 pies cúbicos $\times 8 \times 5$.

9. Cuántos piés cúbicos tiene una pila de leña de 45 piés de largo, $3\frac{1}{2}$ de ancho y 7 de alto?

10. Cuántas cuartas cúbicas tiene una vara cúbica?

11. Cuántos decímetros cúbicos tiene un cubo cuyas aristas tienen $12\frac{1}{2}$ decímetros de largo?

12. Las murallas de un edificio tienen 210 piés de largo, entre todas, y dos piés de ancho; teniendo el cimiento 12 piés de hondura, cuántos piés cúbicos tendrá el cimiento?

13. Una pila de leña tiene 840 piés cúbicos, siendo su largo de 30 piés y su ancho de $3\frac{1}{2}$ piés: cuál es el alto de la pila?

14. Si 27 ladrillos hacen un pié cúbico, cuántos ladrillos se necesitarán para hacer una muralla de 45 piés de largo, 27 piés de alto y $2\frac{1}{3}$ de ancho?

15. Cuántos jarros de 6 por 4 por 2 pulgadas pueden colocarse en un cajon de 30 por 18 por 20 pulgadas de capacidad?

16. La base de un cilindro es de 12 centímetros de diámetro y la altura es de 25 centímetros, cuántos centímetros cúbicos tiene este sólido?

167. REGLAS.—1^a. Para encontrar la capacidad de un sólido rectangular, *multiplíquese el largo por el ancho y el alto.*

2^a. Para encontrar el largo, ancho, espesor ó profundidad de un sólido ó de su capacidad, *divídase el sólido por el producto de las otras dos dimensiones.*

NOTA.—Las tres dimensiones deberán espresarse en la misma denominacion.

3^a. Para encontrar el volúmen de un cilindro, *multiplíquese la área de la base por la altura.*

Seccion XII.

Números Denominados.

REDUCCION.

Caso I.

Reduccion de denominados enteros y números mixtos.

1. Cuántos milésimos hai en 9 centavos? En $12\frac{1}{2}$ centavos? En 100 centavos?

2. Cuántos centavos hai en 7 décimos de peso? En $25\frac{1}{2}$ décimos? En 56.8 décimos?

3. Cuántos pesos hai en 50 décimos de peso? En 120 décimos? En 1625 décimos?

4. Cuántas monedas de 10 centavos hai en 9 pesos? En 72 argentinos? En $90\frac{1}{2}$ argentinos?

NOTA.— Véase el apéndice para las tablas de denominados.

5. Cuántos pesos hai en 800 centavos? En 2400 centavos? En 2235 centavos?

6. Cuántos argentinos hai en $8\frac{3}{5}$ pesos? En $182\frac{4}{5}$ pesos? En 106 pesos?

7. Cuántos pesos hai en 15 argentinos? En 16.4 argentinos? En 2.5 argentinos?

8. Cuántos milésimos hai en 22 centavos? En 48 centavos? En 105 centavos?

9. Cuántos argentinos hai en 120 medios pesos? En 360 medios pesos?

10. Cuántos medios pesos hai en 72 cuartos pesos? En 144 cuartos pesos?

11. Cuántos adarmes hai en 8 onzas? En 20 onzas? En 45 onzas?

12. Cuántas onzas hai en 5 libras? En $10\frac{1}{2}$ libras? En 2.5 libras?

13. Cuántas libras hai en 64 onzas? En 19.2 onzas? En 4.8 onzas?

14. Cuántos granos hai en 5 adarmes? En $10\frac{1}{2}$ adarmes? En 2.5 adarmes?

15. Cuántos adarmes hai en 7 onzas? En 6.5 onzas? En $12\frac{1}{2}$ onzas?

16. Cuántas onzas de oro hai en 7 libras esterlinas? En $12\frac{2}{3}$ £? En 15 £?

17. Cuántas £ hai en 48 onzas? En 14.4 onzas? En 2.52 onzas?

18. Cuántos granos hai en 12 adarmes? En $8\frac{2}{3}$ adarmes? En 14.5 adarmes?

19. Cuántos adarmes hai en 15 onzas? En $12\frac{3}{4}$ onzas? En 11.5 onzas?

20. Cuántas onzas hai en 9 libras? En 5.5 libras? En 10.5 libras?

21. Cuántas pulgadas hai en $8\frac{1}{3}$ piés? En $15\frac{1}{2}$ piés? En $33\frac{1}{3}$ piés?

22. Cuántas yardas hai en 12 rods? En 16 rods? En 32 rods?

23. Cuántos rods hai en 11 yardas? En 33 yardas? En 6.6 yardas?

24. Cuántas millas hai en 3960 yardas? En 154.4 yardas?

25. Cuántos decímetros cuadrados hai en $3\frac{1}{3}$ metros cuadrados? En $16\frac{2}{3}$ metros cuadrados?

26. Cuántos metros cuadrados hai en 12.6 decímetros cuadrados? En 49.5 decímetros cuadrados?

27. Cuántas cuartas hai en 17 galones? En $12\frac{1}{2}$ galones? En $30\frac{1}{4}$ galones?

28. Cuántos galones hai en 35 cuartas? En 14.8 cuartas? En 2.56 cuartas?

29. Cuántas semanas hai en 365 dias? En 25.2 dias?

30. Cuántos años hai en 192 meses? En 25.2 meses? En 100 meses?

Problemas Escritos.

31. Reducir 5 libras, 6 escrúpulos y 3 adarmes á adarmes; 1275 adarmes á libras.

PROCEDIMIENTO:

5 lb. 6 escrúp. 3 adarmes.

20

106 escrúpulos.

12

1275 adarmes, Resp.

PROCEDIMIENTO:

12) 1275

20) 106 (3 adarmes.

5 lb. 6 escrúp.

Resp. 5 lb. 6 escrúp. 3 adarmes.

32. Reducir 38 libras, 11 onzas, 7 adarmes, á adarmes.

33. “ 12 fanegas, 5 cuartas, á octavos de galon.

34. “ 13 millas 1103 yardas, á yardas.

35. “ 8 leguas, 15 cuadras, 27 varas, á varas.

36. „ 503 almudes, á fanegas.

37. „ 324 leguas, á cuadras.

38. „ 10280 piés, á millas.

39. „ 12460 segundos, á grados.

40. „ 30684 segundos, á su mayor denominacion.

11. Cuántos adarmes hai en 8 onzas? En 20 onzas? En 45 onzas?

12. Cuántas onzas hai en 5 libras? En $10\frac{1}{2}$ libras? En 2.5 libras?

13. Cuántas libras hai en 64 onzas? En 19.2 onzas? En 4.8 onzas?

14. Cuántos granos hai en 5 adarmes? En $10\frac{1}{2}$ adarmes? En 2.5 adarmes?

15. Cuántos adarmes hai en 7 onzas? En 6.5 onzas? En $12\frac{1}{2}$ onzas?

16. Cuántas onzas de oro hai en 7 libras esterlinas? En $12\frac{2}{3}$ £? En 15 £?

17. Cuántas £ hai en 48 onzas? En 14.4 onzas? En 2.52 onzas?

18. Cuántos granos hai en 12 adarmes? En $8\frac{2}{3}$ adarmes? En 14.5 adarmes?

19. Cuántos adarmes hai en 15 onzas? En $12\frac{3}{4}$ onzas? En 11.5 onzas?

20. Cuántas onzas hai en 9 libras? En 5.5 libras? En 10.5 libras?

21. Cuántas pulgadas hai en $8\frac{1}{3}$ piés? En $15\frac{1}{2}$ piés? En $33\frac{1}{3}$ piés?

22. Cuántas yardas hai en 12 rods? En 16 rods? En 32 rods?

23. Cuántos rods hai en 11 yardas? En 33 yardas? En 6.6 yardas?

24. Cuántas millas hai en 3960 yardas? En 154.4 yardas?

25. Cuántos decímetros cuadrados hai en $3\frac{1}{3}$ méetros cuadrados? En $16\frac{2}{3}$ méetros cuadrados?

26. Cuántos méetros cuadrados hai en 12.6 decímetros cuadrados? En 49.5 decímetros cuadrados?

27. Cuántas cuartas hai en 17 galones? En $12\frac{1}{2}$ galones? En $30\frac{1}{4}$ galones?

28. Cuántos galones hai en 35 cuartas? En 14.8 cuartas? En 2.56 cuartas?

29. Cuántas semanas hai en 365 dias? En 25.2 dias?

30. Cuántos años hai en 192 meses? En 25.2 meses? En 100 meses?

Problemas Escritos.

31. Reducir 5 libras, 6 escrúpulos y 3 adarmes á adarmes; 1275 adarmes á libras.

PROCEDIMIENTO:

5 lb. 6 escrúp. 3 adarmes.

20

106 escrúpulos.

12

1275 adarmes, Resp.

PROCEDIMIENTO:

12) 1275

20) 106 (3 adarmes.

5 lb. 6 escrúp.

Resp. 5 lb. 6 escrúp. 3 adarmes.

32. Reducir 38 libras, 11 onzas, 7 adarmes, á adarmes.

33. “ 12 fanegas, 5 cuartas, á octavos de galon.

34. “ 13 millas 1103 yardas, á yardas.

35. “ 8 leguas, 15 cuadras, 27 varas, á varas.

36. „ 503 almudes, á fanegas.

37. „ 324 leguas, á cuadras.

38. „ 10280 piés, á millas.

39. „ 12460 segundos, á grados.

40. „ 30684 segundos, á su mayor denominacion.

41. Cuántos décimos de peso hai en 45 argentinos? En $237\frac{2}{3}$ argentinos?

42. Cuántos métros cuadrados hai en 95 decímetros? En $320\frac{3}{4}$ kilómetros?

43. Cuántos quintales hai en 4085 onzas?

44. Cuántas millas hai en 12840 piés?

45. Reducir 13 leguas, $5\frac{1}{2}$ cuadradas, á pulgadas.

46. „ 113420 pulgadas, á millas.

47. „ 3450 piés cúbicos, á varas cúbicas.

48. „ 5124 cuartas, á fanegas.

49. „ 16 años comunes, á horas.

50. Cuántos segundos tuvo el año 1868?

51. Reducir 4 años comunes, 45 dias, á minutos.

52. „ 3.7 fanegas, á octavos de fanega.

53. „ 4.5 varas, á piés.

54. „ 3.65 libras, á onzas.

55. „ $15^0, 40', 36''$, á segundos.

56. „ $588487''$, á grados.

57. „ 12.3 millas, á piés.

58. „ $165\frac{1}{4}$ dias, á semanas.

59. „ 706.35 kilómetros cuadrados, á méetros.

60. Cuántas cuadradas hai en $12\frac{3}{5}$ leguas cuadradas?

168. REGLAS.—1ª. Para reducir un número denominado de mayor á menor denominacion:

1. *Multiplíquese el número de la denominacion mayor por el número de unidades de la inmediata inferior que tenga una unidad de la superior y al producto agréguese el número de la denominacion inferior, si la hubiere.*

2. *Procédase del mismo modo con cada resultado sucesivo asi obtenido, hasta que el número sea reducido á la denominacion requerida.*

NOTA.—Las denominaciones sucesivas de los números compuestos deben escribirse en sus propios órdenes y las denominaciones vacantes, si las hubiere, serán llenadas con ceros.

2ª. Para reducir un número denominado de la menor á la mayor denominacion:

1. *Divídase el número denominado dado por el número de unidades de su propia denominacion que tenga una unidad de la inmediata superior y colóquese el residuo, si lo hubiere, á la derecha.*

2. *Procédase del mismo modo con cada cociente sucesivo así obtenido, hasta que el número sea reducido á la denominacion requerida.*

3. *El último cociente, con los varios residuos colocados en su propio orden, será el resultado que se busca.*

NOTA.—Las reglas anteriores se aplican tambien á la reduccion de fracciones denominadas, comunes y decimales.

Caso II.

Reduccion de Fracciones Denominadas.

1. Qué parte de un galon es $\frac{1}{16}$ de fanega? $\frac{3}{16}$ de una fanega?

SOLUCION: $\frac{1}{16}$ de fanega = $\frac{1}{16}$ de 4 galones = $\frac{4}{16}$ galon ó $\frac{1}{4}$ galon y $\frac{3}{16}$ fanega = 3 veces $\frac{1}{4}$ galon = $\frac{3}{4}$ galon. Luego $\frac{3}{16}$ de fanega = $\frac{3}{4}$ galon.

2. Qué parte de un kilógramo es $\frac{1}{12}$ de gramo? $\frac{5}{12}$ de gramo?

3. Qué parte de un dia es $\frac{2}{15}$ de una semana? $\frac{8}{15}$ de semana?

4. Qué parte es de una hora $\frac{1}{30}$ de dia? $\frac{7}{30}$ de dia?

5. Qué parte de una pulgada es $\frac{30}{40}$ de pié? $\frac{11}{40}$ de pié?

6. Qué parte decimal de una pulgada es .03 de pié?

SOLUCION: .03 de pié = .03 de 12 pulgadas ó 12 veces .03 pulgadas = .36 pulgada.

7. Qué parte decimal de una hora es .05 de día?
.025 de día?

8. Qué parte decimal de un día es .12 de semana? .012 de semana?

9. Qué parte decimal de una cuarta es .125 de galon? .35 de galon?

10. Qué parte de una pulgada es $\frac{2}{25}$ de pié? .08 de pié?

11. Qué parte de un octavo de arroba es $\frac{3}{40}$ de arroba? .06 de arroba?

12. Qué parte de un pié es $\frac{5}{8}$ de pulgada?

SOLUCION: $\frac{5}{8}$ pulgada = $\frac{5}{8}$ de $\frac{1}{12}$ de pié = $\frac{5}{96}$ de pié.

13. Qué parte de una semana es $\frac{5}{12}$ de día? $\frac{6}{13}$ de día?

14. Qué parte de una hora es $\frac{7}{10}$ de minuto? $\frac{20}{7}$ de minuto?

15. Qué parte de un galon es $\frac{4}{5}$ de un octavo de galon? $\frac{5}{6}$ de un octavo de galon?

16. Qué parte de una libra es $\frac{4}{5}$ de onza?

17. Qué parte decimal de un pié es .48 de pulgada?

SOLUCION: .48 pulgadas = .48 de $\frac{1}{12}$ de pié = $\frac{1}{12}$ de .48 piés = .04 pié.

18. Qué parte decimal de fanega es .12 de galon? 3.6 de galon?

19. Qué parte decimal de semana es .49 de día? 6.3 de día?

20. Qué parte decimal de libra es .144 de onza? 2.52 de onza? 9.6 de onza?

21. Qué parte decimal de resma es .8 de mano? 2.8 de mano?

22. Qué parte de milésimo es $\frac{5}{8}$ de centavo? .625 de centavo?

23. Qué parte de un peso es $\frac{3}{5}$ de un décimo?
 1.44 de décimo?

24. Qué parte de quintal es $\frac{11}{12}$ de octavo de quintal?
 .64 de quintal?

Problemas Escritos.

25. Reducir $\frac{7}{18000}$ de un dia, á fraccion de minuto.

PROCEDIMIENTO:

$$\frac{7}{18000} \text{ d.} = \frac{7 \times 24}{18000} \text{ h.} = \frac{7 \times 24 \times 60}{18000} \text{ mts.} = \frac{14}{25} \text{ minuto.}$$

26. Reducir $\frac{13}{3200}$ de libra, á fraccion de adarme.

27. Reducir $\frac{13}{24}$ de vara, á pulgadas.

28. Reducir $\frac{11}{12}$ de libra, á onzas.

29. Reducir .005 de libra, á decimal de adarme.

30. Reducir .0065 de semana, á decimal de hora.

31. Reducir 9.6 de onza á decimal de libra.

32. Reducir 3.96 de pulgada, á decimal de rod.

33. Reducir 30.8 rods, á decimal de milla.

34. Reducir .096 de fanega, á decimal de octavo de galon.

35. Reducir $\frac{20}{33}$ de rod, á fraccion de legua.

36. Reducir $\frac{15}{28}$ de grado, á fraccion de circunferencia.

37. Reducir $\frac{17}{25}$ de dia, á minutos.

38. Reducir $\frac{16}{21}$ de semana, á horas.

39. Reducir $\frac{8}{9}$ de minuto, á fraccion de dia.

40. Reducir 11.2 de vara, á decimal de legua.

41. Reducir 13.62 de cuadra, á piés.

42. Reducir .037 libra, á adarmes.

43. Reducir $56\frac{1}{2}$ kilogramos, á gramos.

44. Reducir $\frac{11}{120}$ de galon, á fraccion de un octavo de galon.

45. Reducir 2.43 millas, á piés

46. Reducir 777.6 granos, á libras.
47. Reducir 1.408 métro, á decimal de kilómetro.
48. Reducir $\frac{8}{15}$ de hora, á fraccion de dia.
49. Reducir .012 de milla, á yardas.
50. Reducir $\frac{4}{5}$ de yarda, á decimal de milla.

169. REGLA.—Para reducir fracciones denominadas de la mayor á la menor denominacion, ó de una menor á otra mayor, *procédase como en la reduccion de denominados enteros.*

NOTA.—Las fracciones denominadas se reducen á una menor denominacion, multiplicando; y á una mayor denominacion, dividiendo, del mismo modo que los denominados enteros; pero en la reduccion descendente no hai que agregar unidades de un órden menor, y en la reduccion ascendente no hai residuos.

Caso III

Reduccion de Fracciones Denominadas á Enteros Menores.

1. Cuántos meses hai en $\frac{2}{3}$ de año? En $\frac{3}{4}$ de año?
En $\frac{5}{6}$ de año?
2. Cuántas horas hai en $\frac{5}{6}$ de un dia? En $\frac{7}{8}$ de un dia? En $\frac{11}{12}$ de dia?
3. Cuántos minutos hai en $\frac{7}{12}$ de hora? En $\frac{7}{15}$ de hora? En $\frac{9}{20}$ de hora?
4. Cuántas yardas hai en $\frac{7}{11}$ de rod? En $\frac{2}{3}$ de rod?
En $\frac{7}{10}$ de rod?
5. Cuántas cuartas hai en .75 de un octavo de galon? En 1.25 octavos de galon?
6. Cuántos meses hai en .25 de año? En $.33\frac{1}{3}$ de año?
7. Cuántos dias hai en .35 de semana? En 4.5 de semana?

8. Cuántos pecks y cuartas hai en .85 de fanega?

SOLUCION: .85 fanegas=.85 de 4 pecks=3.4 pecks y .4 peck=.4 de 8 cuartas=3.2 cuartas. Luego, .85 fanegas=3 pecks, 3.2 cuartas. (1 fanega vale 4 pecks y un peck vale 8 cuartas).

9. Cuántos piés y pulgadas hai en .75 de vara?

10. Cuántas cuartas y pints hai en $\frac{3}{5}$ de galon?

(1 galon vale 4 cuartas y una cuarta vale 2 pints).

11. Cuántos días y horas hai en $\frac{7}{8}$ de semana?

12. Cuántos pecks y cuartas hai en .55 de fanega?

Problemas Escritos.

13. Reducir $\frac{7}{16}$ de día y .415 de hora, cada cosa á enteros de menor denominacion.

PROCEDIMIENTO:

$$\frac{7}{16} \text{ día} = \frac{7}{16} \text{ de 24 horas} = \frac{7 \times 24}{16} \text{ horas} = 10 \frac{1}{2} \text{ horas.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ hora} = \frac{1}{2} \text{ de 60 min.} = \frac{60}{2} \text{ min.} = 30 \text{ minutos.}$$

$$\frac{7}{16} \text{ día} = 10 \text{ horas } 30 \text{ minutos. Resp.}$$

$$.415 \text{ hora.}$$

$$60$$

$$24.900 \text{ min:}$$

$$60$$

$$54.000$$

$$.415 \text{ hora} = 24 \text{ min. } 54 \text{ seg.}$$

Redúzcanse á enteros de menor denominacion:

14. $\frac{7}{9}$ milla. 18. $\frac{11}{12}$ de acre. 22. $.08 \frac{1}{3}$ de yarda.

15. $\frac{5}{12}$ de semana. 19. $\frac{7}{8}$ de legua. 23. .9375 de galon.

16. $\frac{7}{15}$ de libra. 20. .85 de libra. 24. .5625 de quintal.

17. $\frac{13}{16}$ de rod. 21. .325 de tnlda. 25. .0135 de legua.

170. REGLA.—Para reducir una fraccion denominada á enteros de menor denominacion:

1. *Multiplíquese la fraccion por el número de unidades de la denominacion inmediata inferior, que es igual á una unidad de su denominacion.*

2. *Procédase del mismo modo con la parte frac-*

cionaria del producto y con cada producto de los siguientes, hasta alcanzar la menor denominacion posible.

3. *La parte entera de los varios productos, escritos en su propio orden, serán los menores enteros buscados.*

NOTA.— Cuando el último producto contiene una fraccion, debe unirse con el entero de la menor denominacion, formando un número mixto.

Caso IV.

Reduccion de Enteros de Menor Denominacion á Fracciones de Mayor Denominacion.

1. Qué parte de 1 peso es 25 centavos? 50 centavos?

2. Qué parte de un pié es 8 pulgadas? 10 pulgadas?

3. Qué parte de un día es 9 horas? 15 horas?

4. Qué parte de una yarda es 2 piés, 6 pulgadas?

SOLUCION: 1 yarda=36 pulgadas, y 2 piés 6 pulgadas=30 pulgadas;
 1 pulgada= $\frac{1}{36}$ de una yarda, y 30 pulgadas= $\frac{30}{36}$ yarda= $\frac{5}{6}$ yarda. Luego,
 2 piés 6 pulgadas= $\frac{5}{6}$ yarda.

5. Qué parte de un galon es 3 cuartas 1 pint?

6. Qué parte de un quintal es 2 arrobas 5 libras?

7. Qué parte de un rod es 3 yardas 2 piés?

8. Qué parte de un barril (31 galones) es 15 galones 2 cuartas?

9. Qué parte de 3 pecks es 2 pecks 4 cuartas?

10. Qué parte de 5 metros es 2 metros 2 centímetros?

SUGESTION.— Cada una de las anteriores respuestas deberán espresarse del mismo modo que si se tratara de una fraccion comun ó de una decimal.

Problemas Escritos.

11. Reducir 15 semanas 5 dias á fraccion de año comun.

PROCEDIMIENTO: 15 semanas 15 dias = 110 dias; $\frac{110}{365}$ año = $\frac{22}{73}$ año.

12. Reducir 1 yarda 2 piés 6 pulgadas, á fraccion de rod.

13. Reducir un peck 2 cuartas $1\frac{1}{2}$ pint, á fraccion de fanega.

14. Reducir 9 onzas $2\frac{2}{7}$ adarmes, á fraccion de libra.

15. Reducir 9 horas 36 minutos, á decimal de año.

16. Reducir 2 pecks, 3 cuartas 1.2 pints, á decimal de fanega.

17. Reducir 3 pesos 4 décimos de peso, á decimal de argentino.

18. Reducir 1 metro 14 decímetros, á decimal de kilómetro.

19. Reducir 8 gramos .08 centígramos, á decimal de kilógramo.

20. Reducir 18 cuadras 15 varas 6 pulgadas, á decimal de legua.

21. Qué parte de una fanega 3 pecks es 5 pecks 6 cuartas?

22. Qué parte de 3 semanas 4 dias es 3 dias 8 horas?

23. Qué parte de 12 leguas 2 cuadras es 1 legua 2 cuadras 10 varas?

24. Qué parte de 3 quintales harina es 110 libras?

171. REGLA.—Para reducir un número denominado, simple ó compuesto, á fraccion de mayor denominacion, *redúzcase el número que es una parte y el número que es un todo, á la misma denominacion y escríbase el primer resultado como numerador y el segundo como denominador de una fraccion.*

NOTAS.—1. La respuesta debe espresarse decimalmente, cambiando la fraccion comun en una decimal.

2. Cuando el todo es una unidad y la parte un número compuesto, la operacion se abreviará algo reduciendo el número de la menor denominacion á una fraccion de la inmediata mayor, anteponiéndole el número mayor, si lo hubiese, se reduce este resultado á fraccion de la denominacion inmediata superior, y se continúa así hasta que la fraccion requerida sea encontrada. Así, en el anterior problema, número 16, la 1.2 pint=.6 cuarta; y 3.6 cuartas=.45 peck, y 2.45 pecks=.6125 de fanega.

Definiciones.

172. Número Denominado es un número compuesto de unidades concretas de una ó varias denominaciones. Este puede ser entero, mixto ó fraccionario.

173. Los números denominados son *Simples ó Compuestos.*

Número Denominado Simple es el que se compone de unidades de la misma denominacion; como, 7 kilómetros.

Número Denominado Compuesto es el que se compone de unidades de varias denominaciones de la misma especie; 5 arrobas 3 libras. Se llama tambien *Número Compuesto*, simplemente.

NOTA.—Cada número compuesto es necesariamente denominado.

174. Los números denominados espresan *moneda, medida ó peso.*

Moneda corriente es la que se usa en tratos ó convenios y en el comercio como un representante del valor.

Medida es la representacion de la estension, capacidad y duracion.

Peso es una medida de la fuerza llamada gravedad, por la cual los cuerpos se dirigen hácia la tierra.

175. El siguiente diagrama representa las tres clases generales de números denominados, sus subdivisiones y las tablas relativas á cada una de ellas.

I. MONEDA	{	1. Moneda acuñada	}	1. Moneda de la República Argentina.
				2. " de Estados-Unidos.
				3. " del Perú.
				4. " de Bolivia.
				5. " de Chile.
II. MEDIDAS	{	1. De estension	}	1. Líneas { 1. Medida de longitud.
				y Arcos. { 2. Medida circular.
				2. Superficies: Medidas cuadradas.
				3. Capacidad. { 1. Medidas cúbicas.
				{ 2. Medidas de maderas.
III. PESOS	{	1. Peso de diez y seis onzas.	}	3. Medidas de cosas secas.
				4. Medidas de líquidos.
	{	2. De duracion: Medidas de tiempo.	}	
III. PESOS	{	1. Peso de diez y seis onzas.	}	
				2. Peso para el oro.
				3. Peso para boticarios.

NOTA. — Para conocer las tablas véase el apéndice.

176. Reduccion de un número denominado es la operacion de cambiarlo de una denominacion á otra, sin que altere su valor.

177. La reduccion es de dos clases, *descendente* y *ascendente*.

Reduccion descendente es la operacion de cambiar un número denominado de la mayor á la menor denominacion.

Reduccion ascendente es la operacion de cambiar un número denominado de la menor á la mayor denominacion.

Problemas Mentales.

1. Cuántos medios pints pueden llenarse con $2\frac{1}{2}$ galones aceite?
2. Un muchacho compró $\frac{3}{4}$ fanega de nueces por \$ 2 y las vendió á 10 centavos la cuarta: cuánto ganó el muchacho?
3. Si un trabajador puede hacer una obra en 120 horas, cuántos dias empleará para hacer la misma obra, trabajando 8 horas al dia?
4. Cuánto costarán $\frac{3}{5}$ de quintal de azúcar á $16\frac{2}{3}$ centavos la libra?
5. Si un hombre emplea $\frac{1}{3}$ de cada dia en dormir, cuántas horas dormirá en los últimos tres meses del año?
6. Si un hombre camina 10 horas al dia, á razon de 3.3 millas por hora, qué distancia andará en 6 dias?
7. Cuántas pulgadas cuadradas hai en la superficie de un ladrillo que tiene 8 pulgadas de largo, 4 pulgadas de ancho y 2 pulgadas de grueso?
8. Cuántos decímetros cuadrados hai en una tabla de 12.6 decímetros de largo y 8 centímetros de ancho?
9. Cuántos piés cúbicos tiene un tablon de 16 piés de largo, $1\frac{1}{2}$ pié de ancho y 4 pulgadas de grueso?
10. Un hombre pagó \$ 36 por un depósito de heno que contenia $4\frac{1}{2}$ toneladas y lo vendió á razon de 50 centavos el quintal: cuánto ganó en la venta?

Problemas Escritos.

11. Cuántos metros de tripe, de $\frac{3}{4}$ metro de ancho, se necesitarán para alfombrar un cuartito de 27 decímetros de largo y $21\frac{1}{3}$ decímetros de ancho?

12. Cuántos acres hai en una calle de $2\frac{1}{4}$ millas de largo y 5 rods de ancho?

13. Cuál sería el valor de un terreno de 6 millas cuadradas, á \$ 10.5 el acre?

14. Un campo rectangular tiene 60 rods de largo y $37\frac{1}{2}$ rods de ancho: cuántas tablas, cada una de 12 piés de largo, lo cercarán con un cerco de 5 tablas mas, ó 5 veces mas elevado?

15. A \$ 5.62 $\frac{1}{2}$ la vara cuadrada, cuál será el costo de una pila de leña de 85 piés 6 pulgadas de largo, 6 piés 4 pulgadas de alto y 4 piés de ancho.

16. Cuántos ladrillos de 4 por 8 pulgadas se necesitan para levantar una muralla de 16 piés de ancho y $6\frac{1}{2}$ rods de largo?

17. Cuántos anillos de oro del peso de 4.2 gramos cada uno se pueden hacer de una barra de oro del peso de .75 de kilogramo?

18. Un octavo de un libro tiene 480 páginas: cuántas resmas de papel se necesitarán para imprimir una edicion de 1200 volúmenes, no teniendo en cuenta los desperdicios?

19. Cuántos rods cuadrados tienen las murallas de un zótano de 45 piés de largo, 34 piés de ancho, 8 piés de alto y $2\frac{1}{8}$ piés de grueso?

NOTA.— En la medicion de murallas de zótanos y edificios, los albañiles toman las distancias al rededor de la parte exterior de las murallas, midiendo así dos veces cada esquina ó ángulo.

20. Cuántas varas cuadradas de piedra hai en la muralla de una fortaleza de 120 piés cuadrados, siendo las murallas de $33\frac{1}{3}$ piés de alto, término medio, y 11 piés de grueso?

21. Cuánto costará cavar un zótano de 40 decímetros de largo, 21 decímetros 6 centímetros de ancho

¿4 decímetros de hondura, á pesos 1.95 el metro cúbico?

22. Una despensa tiene 8 piés de largo, $3\frac{1}{2}$ piés de ancho y 4 piés de profundidad: cuántas fanegas de granos ($2150\frac{2}{3}$ pulgadas cúbicas) cabrán?

23. Un terreno circular tiene 165 yardas en diámetro: cuántos acres contiene?

24. Cuántos metros cúbicos tiene de capacidad un manantial circular de $3\frac{1}{3}$ méτρο en diámetro y 20 metros de hondura?

25. Cuántos galones de agua entrarán en una cisterna cilíndrica que tiene 5 piés de diámetro y 6 piés 4 pulgadas de hondura?

26. Un distrito tiene una superficie de 6 millas cuadradas, y está dividido en 36 secciones: cuántos acres tiene cada seccion?

27. Una estension de tierra tiene 4 millas de largo y $2\frac{1}{4}$ millas de ancho: cuántas secciones contiene? Cuántos acres?

28. Un especulador compró $3\frac{1}{4}$ secciones de tierra á \$ 4.50 el acre, y las vendió á \$ 6.25 el acre: cuánto ganó en el negocio?

29. Un hombre vendió una estancia que contenia $\frac{1}{4}$ de seccion de tierra por \$ 3280: cuánto le pagaron por el acre?

Sistema Métrico Decimal.

178. El Sistema Métrico es un sistema de pesas y medidas fundado en la escala decimal,

Este sistema fué adoptado primeramente en Francia y ahora se usa en casi todos los países de Europa y muchos de América. El uso de este sistema en Estados-Unidos fué legalizado por el Congreso de 1866 y se

hace uso de él en todos los Estados. La conveniencia y exactitud del sistema tiene asegurada su adopción en las ciencias y en las artes (1).

179. El metro es la unidad fundamental del sistema y es igual á la diez millonésima parte, en la superficie de la tierra, de la distancia del ecuador al polo.



El litro (lé-ter) es la unidad de medida de capacidad, igual á la milésima parte de un metro cúbico.

El gramo es la unidad de peso, igual al peso de una milésima parte de un litro de agua en su mayor grado de densidad.

180. El metro, el litro y el gramo multiplicado cada uno por 10, 100, 1000 y 10000, dan unidades múltiples, y divididos tambien cada uno por 10, 100, 1000, dan subdivisiones decimales de décimos, centésimos, milésimos, etc.

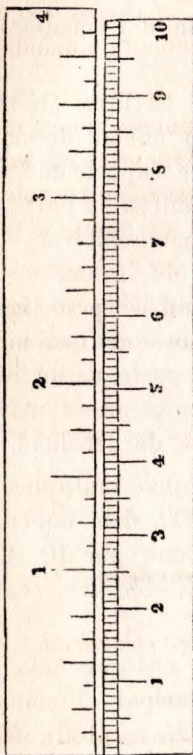
181. Los múltiplos se forman anteponiendo al nombre de la unidad primitiva ó principal el nombre de los numerales griegos, *Deka* (10), *Hecto* (100), *Kilo* (1000) y *Miria* (10000); y las sub-divisiones ó sub-múltiplos se nombran anteponiendo las palabras latinas: *deci* ($\frac{1}{10}$), *centi* ($\frac{1}{100}$), *milli* ($\frac{1}{1000}$).

(1) Nota del Traductor.—En la República Argentina fué aceptado en 1876 para que se pusiese en práctica diez años despues, segun ley; por consiguiente, ha llegado el tiempo de darle cumplimiento.

Tablas Métricas.

182.—I. Medida de Longitud.

PULGADAS



UN DECIMETRO

La unidad es un METRO = 39.37 pulgadas, aproximadamente.

Denominaciones.	Valores.	Equivalencias.
Miriámetro	= 10000 metros	= 6.2137 millas = 1.9934 leguas.
Kilómetro	= 1000 metros	= 0.6214 millas = 0.1993 leguas.
Hectómetro	= 100 metros	= 328 $\frac{1}{2}$ piés.
Decámetro	= 10 metro	= 393.7 pulgadas.
Metro	= 1 metro	= 39.37 pulgadas.
Decímetro	= .1 metro	= 3.937 pulgadas.
Centímetro	= .01 metro	= 0.3937 pulgadas.
Milímetro	= .001 metro	= 0.0394 pulgadas.
Dimilímetro	= .0001 metro	= 0.00394 pulgadas.

ESCALA DECIMAL.

0 Miriámetro.
 0 Kilómetro.
 0 Hectómetro.
 0 Decámetro.
 0 Metro.
 •
 0 Decímetro.
 0 Centímetro.
 0 Milímetro.

Diez unidades de cualquiera denominacion de la tabla anterior es igual á una unidad de la denominacion inmediata mayor y, por esto, las denominaciones sucesivas corresponden á los órdenes sucesivos de cifras en el sistema decimal: el metro denota unidades; el decámetro, decenas, etc.

La correspondencia entre las denominaciones métricas y la moneda de la República Argentina es tambien conveniente mencionarse. El *centímetro* corresponde á centavos; el *decímetro*, á décimos; el *metro* á pesos, etc.

El diagrama anterior demuestra que un decímetro es menor que 4 pulgadas y que un centímetro es menor que $\frac{3}{8}$ de pulgada.

NOTA.—Las tablas de equivalentes no necesitan ser aprendidas de memoria por los discípulos.

183.—II. Medidas de Superficie.

La unidad es un ÁREA ó Decámetro Cuadrado.

Denominaciones.	Valores.	Equivalentes.
Hectárea	=10000 metros cuadr.	=2.471 acres=0.64 cuadra cuadr. (de 150 vs.)
Area	= 100 metros cuadr.	=119.6 yardas cuadr.=144 varas cuadradas.
Centiárea	= 1 metro cuadr.	=1.196 yardas cuadradas.

Como 100 unidades de cada denominacion en esta tabla son iguales á una de la inmediata superior, cada dos órdenes de cifras está ocupado uno. Las centiáreas corresponden, por consiguiente, á centésimos, que ocupan dos lugares.

Esta tabla se usa para la medicion de terrenos.

La unidad principal que se usa para medir superficies pequeñas es el metro cuadrado.

Escala Decimal.

Hectárea.	Area.	Centiárea.
0	0	0
0	0	0
0	0	0
.		
0	0	0
0		

184.—III. Medidas de Capacidad. ⁽¹⁾

La unidad es un LITRO ó un Decímetro Cúbico.

Denominaciones.	Valores.	Aridos.	Equivalentes.	Líquidos.
Kilólitro	= 1000 litros	= 1.308 yardas cúbs.	= 264.17 galones.	
Hectólitro	= 100 litros	= 2.8375 fanegas	= 26.417 galones.	
Decálitro	= 10 litros	= 9.08 cuartas	= 2.6417 galones.	
Litro	= 1 litro	= 0.908 cuartas	= 1.0567 cuartas.	
Decilitro	= .1 litro	= 6.1022 pulgs. cúbs.	= 0.845 gills (1 pint=4 gills).	
Centilitro	= .01 litro	= 0.6102 pulgs. cúbs.	= 0.338 onzas líquidas.	
Mililitro	= .001 litro	= 0.061 pulgs. cúbs.	= 0.27 adarmes líquidos.	

El kilólitro es igual á un *métro cúbico*, el litro á un *decímetro cúbico* y el mililitro á un *centímetro cúbico*.

El kilólitro se llama *esteréo*, y es la medida principal para maderas, piedras, etc. Un décimo de estéreo es un *deciestereo* y 10 estéreos son un *decaestereo*.

El litro se usa para medir líquidos y el hectólitro para medir cereales ó materias secas.

NOTA.—Cuando las 3 dimensiones de un sólido regular se espresan en *decímetros*, su producto será *litros cúbicos*.

185.—IV. Peso ó Gravedad.

La unidad es un GRAMO=15.432 gramos.

Denominaciones.	Valores.	Equivalentes en pesos de 16 onzas.
Tonelada métrica	= 1,000,000 gramos	= 2204.6 libras
Quintal	= 100,000 gramos	= 220.46 libras
Miriágramo	= 10,000 gramos	= 22.046 libras
Kilógramo ó kilo	= 1,000 gramos	= 2.2046 libras
Hectógramo	= 100 gramos	= 3.5274 onzas
Decágramo	= 10 gramos	= 0.3527 onzas
Gramo	= 1 gramo	= 15.432 granos (peso del oro)
Decígramo	= .1 gramo	= 1.5432 granos „
Centígramo	= .01 gramo	= 0.1543 granos „
Milígramo	= .001 gramo	= 0.0154 granos „

(1) Nota del Traductor.—No debe olvidarse que al referirse á *cuartas* el Autor, indica las cuartas inglesas que son mayores que las castellanas á que estamos habituados en la República. Lo propio sucede con varias otras denominaciones.

Una tonelada métrica es igual al peso de un *metro cúbico* de agua en su mayor grado de densidad; un kilogramo es igual á un *litro* de agua; el gramo á un *centímetro* cúbico de agua y el miligramo á un *milímetro* cúbico de agua. El kilogramo, llamado por brevedad *kilo*, es el peso de mas uso en el comercio.

186. — V. Equivalentes Métricos de las Denominaciones Comunes.

Medidas de Longitud.

Una pulgada =	.0254 metro.
Un pié =	.3048 metro.
Una yarda =	.9144 metro.
Un rod =	5.029 metros.
Una milla =	1.6094 kilómetros (1 legua=5000 metros.) (1)

Medidas Cúbicas.

Una pulgada cúbica=	.0164 litro.
Un pié cúbico =	.2832 hectólitro.
Una yarda cúbica =	.7646 estéreo.

Medidas Cuadradas.

Una pulgada cuadrada =	.000645 metro cuadrado.
Un pié cuadrado =	.0929 metro cuadrado.
Una yarda cuadrada =	.8362 metro cuadrado.
Un rod cuadrado =	.2529 área.
Un acre =	.4047 hectárea.
Una milla cuadrada =	259 hectáreas.

Medidas de Peso.

Un gramo =	.0648 grano.
Una libra (16 onzas) =	.4536 kilogramo.
Una libra (oro) =	.373 kilogramo.
Una tonelada =	.907 tonelada métrica.

Un galon =	3.786 litros.
Una fanega =	.3524 hectólitro.

Problemas Mentales.

1. Cuántos metros hai en un decámetro? En un hectómetro? En un miriámetro?

2. Qué parte de un metro es un decímetro? Un centímetro? Un milímetro?

(1) Nota del Traductor. — No hay que olvidar que se trata de la *legua* kilométrica y no de la legua á que estamos habituados.

3. Nómbrase las unidades métricas de longitud y en orden, desde la inferior á la superior.

4. Cuántos litros hai en un hectólitro? En un decálitro? En un kilólitro?

5. Nómbrense las unidades métricas de capacidad, desde la superior á la inferior.

6. Qué parte de un gramo es un centígramo? Un decígramo? Un milígramo?

7. Cuántos metros hai en 5 decámetros? En 44 decámetros? En 34.6 decámetros?

8. Cuántos litros hai en 3 hectólitos? En 37 hectólitos? En 7.45 hectólitos?

9. Cuántos gramos hai en 8 kilogramos? En 3.25 kilogramos? En .456 kilogramos?

10. Qué parte decimal de un metro es un centímetro? 15 centímetros? 72 centímetros?

11. Qué parte decimal de un gramo es un milígramo?

12. Cuando las unidades métricas se espresan en la escala decimal, qué orden ocupa, desde el punto decimal, el decímetro? El milímetro? El centímetro?

13. Qué orden ocupa, desde el punto decimal, el decálitro? El kilólitro?

14. Léanse los varios órdenes en 324.56 metros, como unidades métricas.

Resp. — 3 hectómetros, 2 decámetros, 4 metros, 5 decímetros, 6 centímetros.

15. Léanse los varios órdenes en 504.046 gramos, como unidades métricas.

16. Leer 4080.57 litros en unidades métricas.

Problemas Escritos.

17. Escribir 5 kilogramos 7 hectógramos 6 decágramos 5 gramos y 6 centigramos, en la escala decimal de gramos.

Resp: 5765.06 gramos.

18. Escribir 6 hectólitros 4 decálitros 3 litros y 5 decilitros en la escala decimal de litros.

19. Cuántos metros hai en 6 kilómetros 7 decámetros y 5 decímetros?

20. Cuántos gramos hai en 6 kilogramos 4 decágramos y 8 centigramos?

21. Reducir 234.56 hectógramos, á gramos.

PROCEDIMIENTO: $234.56 \times 100 = 23456$. Resp. 23456 gramos.

22. Reducir 345.8 centigramos, á gramos.

PROCEDIMIENTO: $345.8 \div 100 = 3.458$. Resp. 3.458 gramos.

23. Reducir 45.06 kilólitros, á litros.

24. Reducir 35.4 hectólitros, á litros.

25. Reducir 84.5 áreas, á metros cuadrados.

26. Reducir 132.4 centímetros, á metros.

27. Reducir 24000 milímetros, á metros.

28. Reducir 434.5 centilitros, á litros.

29. Reducir 3.225 quintales, á gramos.

30. Reducir 746.35 decágramos, á kilogramos.

31. Cuántas yardas hai en 220 metros?

PROCEDIMIENTO: $39.37 \text{ pulgadas} \times 220 \div 12 \div 3 = 240.59$. Respuesta 240.59 yardas.

32. Cuántas millas hai en 44.5 kilómetros?

33. Cuántas pulgadas hai en 24 centímetros?

34. Cuántas fanegas hai en 250 hectólitros de trigo?

35. Cuántos galones hai en $37 \frac{1}{2}$ litros de jarabe?

36. Cuántas libras de manteca hai en 150 kilos?

37. Cuántos litros hai en 35 piés cúbicos?
 38. Cuántos estereos hai en 80 piés cúbicos de madera?
 39. Cuántas áreas hai en $\frac{3}{4}$ de un acre?
 40. Cuántos metros hai en 1760 piés?

Seccion XIII.

Números Compuestos.

Adicion y Sustraccion.

1. Cuál es la suma de 7 quintales, 44 libras, 6 onzas, 11.5 adarmes; 12 quintales, 13 libras, 7.6 adarmes; 23 quintales, 56 libras, 12 onzas; 27 quintales, 14 onzas, 8.4 adarmes.

PROCEDIMIENTO:

qq.	lbs.	onzas	adms.
7	44	6	11.5
12	13	0	7.6
23	56	12	0.
27	00	14	8.4
3 tn.	10	15	1
			11.5

Puesto que solo los números semejantes se pueden sumar, escríbanse los números de la misma denominacion en las mismas columnas. La suma de los adarmes es 27.5 adarmes = 1 onza 11.5 adarmes. Escríbanse los 11.5 adarmes y súmese la onza con las onzas. Procédase del mismo modo, hasta que los números de las varias denominaciones sean sumados.

2. Sumar 16 millas, 7 furlongs. (furlong = 220 yardas ó 40 rods) 27 rods 3 yardas, 2 piés, $8\frac{1}{2}$ pulgadas; 13 millas, 4 furl., 5 yardas, 1 pié, $7\frac{3}{4}$ pulgadas; 27 millas, 35 rods, 4 yardas, $5\frac{1}{3}$ pulgada; y 6 furl., 24 rods, 3 yardas, 2 piés.

3. Sumar 13 semanas, 6 días, 13 horas, 48 minutos; 8 semanas, 13 horas, 51 minutos, 37 segundos; 12 semanas, 5 días, 22 horas, 16 minutos, 44 segundos; 1 semana, 10 horas, 15 minutos; y 1 día, 10 horas, 26 segundos.

4. Sumar 24 libras, 10 onzas, 17 pennyweight (1 pennyweight=24 granos) 22 granos; 16 libras, 19 pwts; 10 onzas, 15 pwt. 21 granos; 45 libras, 9 onzas, 18 granos y 13 libras, 11 onzas, 18 pwt, 23 granos.

5. Sumar 15 fanegas, 3 pecks, 7 cuartas; 27 fanegas, 5 cuartas, 1 pint; 8 fanegas. 2 pecks, 1 pint; 47 fanegas, 3 pecks; 12 fanegas, 2 pecks, 1 cuarta, 1 pint; y 19 fanegas, 1 peck, 3 cuartas.

6. Sumar $16^{\circ} 32' 43''$; $28^{\circ} 47' 53''$; $25^{\circ} 53''$; 4 signos (del zodíaco) $48' 48''$; 11 signos $16^{\circ} 36' 59''$; y 5 signos $18^{\circ} 7' 8''$.

7. Cuántos cords (1 cord=128 p. c.) de madera hai en tres pilas, teniendo la primera 23 piés de largo, 4 piés de ancho y 7 piés de alto; la segunda, 28 piés de largo, 4 de ancho y $6\frac{1}{2}$ de alto; y la tercera, 17 piés de largo, 8 piés de ancho y $7\frac{1}{4}$ de alto?

8. De 13 rods, 3 yardas, 1 pié, 6.4 pulgadas; tómense 9 rods, 4 yardas, 11.5 pulgadas.

PROCEDIMIENTO:

rods.	yds.	pié.	pgds.
13	3	1	6.4
9	4	0	11.5
3	$4\frac{1}{2}$	0	6.9
	$\frac{1}{2}=1$	6	
3	4	2	.9

Escribase el sustraendo debajo del minuendo, colocando los números de las varias denominaciones en columnas, como en la suma compuesta. Puesto que 11.5 pulgadas es mayor que 6.4 pulgadas, agréguese 12 pulgadas á 6.4 pulgadas y entónces réstese. Sáldense las 12 pulgadas agregadas al minuendo y 1 pié (12 pulgadas) al sustraendo (Art. 30, Prin. 3^o) ó si se prefriese, réstese 1 pié del minuendo.

Procédase del mismo modo hasta que se encuentre la diferencia en todos los números de las varias denominaciones. Redúzcase la $\frac{1}{2}$ yarda á piés y pulgadas y agréguese el resultado á 0 piés 6.9 pulgadas del residuo.

9. De 30 millas, 6 furlongs., 14 rods, 3 yardas, 1 pié, 4 pulgadas; tómese 25 millas, 36 rods, 4 yardas, 2 piés, 10 pulgadas.

10. De 33 rods, 1 yarda, 2 piés, 11 pulgadas; tómese 16 rods, 3 yardas, 8 pulgadas.

11. De $104^{\circ} 11' 20''$; tómese $83^{\circ} 43' 36''$.

12. Boston tiene $71^{\circ} 4' 9''$ de longitud occidental y San Francisco tiene $122^{\circ} 26' 15''$ de longitud occidental: cuál es la diferencia en longitud de las dos ciudades?

13. De la suma de 245 acres cuadrados, 2 rods cuadrados, 27 pérticas, y 187 acres, 3 rods cuadrados, 34 pérticas; tómese su diferencia.

14. Un pagaré fué firmado en Julio de 1863 y fué pagado el 16 de Noviembre de 1868: qué tiempo transcurrió?

15. Un hombre nació el 12 de Setiembre de 1827 y su hijo mayor nació el 6 de Abril de 1855: cuál es la diferencia en sus edades?

16. Baltimore está situada á los $75^{\circ} 37'$ de longitud occidental y Viena á los $16^{\circ} 23'$ de longitud oriental: cuál es su diferencia en longitud?

17. Un buque está á los $37^{\circ} 20'$ de latitud norte y navega $15^{\circ} 45'$ hácia el sud; despues $12^{\circ} 36'$ hácia el norte; despues $18^{\circ} 40'$ hácia el sud: cuál es al fin su latitud?

Definiciones y Reglas.

187. Número Compuesto es aquel que se compone de unidades de varias denominaciones (Art. 173).

188. Los números compuestos son de la *misma clase* cuando sus términos correspondientes denotan uni-

6. Dividir 19 millas, 4 furl., 20 rods, 2 yardas, 9 pulgadas, por 7.

PROCEDIMIENTO:

	millas	furl.	rods	yds.	piés	pgds.
7)	19	4	20	2	0	9
	2	6	14	1	2	$8\frac{1}{2}$

Como el valor de las unidades de las denominaciones sucesivas disminuye de izquierda á derecha, se principia por la izquierda. $\frac{1}{7}$ de 19 millas = 2 millas con un residuo

de 5 millas. Escribanse las 2 millas bajo la columna de las millas y redúzcanse las 5 millas á furlongs y súmense con 4 furlongs, lo que dá 44 furlongs. $\frac{1}{7}$ de 44 furlongs = 6 furlongs con 2 furlongs de residuo. Redúzcanse los dos furlongs á rods y súmense con 20 rods, tómese $\frac{1}{7}$ del resultado y procédase del mismo modo hasta dividir los números de todas las denominaciones.

7. Dividir 27 millas, 3 furl., 25 rods. 12 piés, 6 pulgadas, por 12.

8. Un buque recorrió $39^{\circ} 12' 40''$ en 21 dias: cuántos grados, minutos, etc. anduvo por día?

9. Si 15 barras iguales de plata pesan 24 kilos, 8 gramos, 16 centígramos: cuál será el peso de cada barra?

10. Si en 12 despensas iguales hai 430 fanegas, 2 pecks de trigo: cuánto trigo hai en cada despensa?

11. De 13 semanas, 5 dias, 18 horas, 40 minutos; tómense 7 semanas, 23 horas, 4 minutos y divídase la diferencia por 15.

12. Súmese 4 furl. 23 rods, 3 yardas, 2 piés y 7 furl., 16 rods, 1 pié, y divídase la suma por 22.

13. De la suma de 56 libras, 13 onzas, 9 adarmes y 47 libras, 15 onzas, 15 adarmes; tómese su diferencia y divídase el resultado por 9.

14. Cuántos anillos del peso de 4 pennyweight, 15 gramos cada uno, se pueden hacer de una barra de oro que pesa 1 libra, 10 onzas?

SUGESTION.—Redúzcanse el dividendo y divisor á la misma denominacion.

15. Cuántos barriles, conteniendo cada uno 5 galones, 1 cuarta, se pueden llenar con el contenido de un tonel que tiene 63 galones?

16. Cuántas vueltas dará un rueda en $\frac{5}{8}$ kilómetro, teniendo 12 decímetros, 6 centímetros en circunferencia?

17. Cuántas partes de cerco, cada una de 11 decímetros, 6 centímetros, cercarán un campo cuadrado que tiene 20 kilómetros, 5 metros en cada lado?

18. Cuántos barriles, conteniendo cada uno 2 fanegas, 3 peck, se llenarán con 132 fanegas de manzanas?

19. Cuántas hachas, de un peso de 3 libras, 3 onzas cada una, pueden hacerse de una tonelada de fierro?

20. Cuántos pasos, de 2 piés, 6 pulgadas cada uno, dará un hombre al rededor de un terreno de 45 rods cuadrados?

21. El año solar tiene 365 días, 5 horas, 48 minutos, 48 segundos: cuánto tiempo es $\frac{7}{12}$ de un año solar?

Definiciones y Reglas.

193. Multiplicacion Compuesta es la operacion por medio de la cual se toma un número compuesto, un número dado de veces. El multiplicador es siempre un número abstracto.

194. REGLA.—Pura multiplicar un número compuesto :

1. *Escríbese el multiplicador debajo de la menor denominacion del multiplicando.*

2. *Principiando por la derecha, multiplíquese cada término del multiplicando en orden y redúxcase cada*

producto á la denominacion inmediata superior, escribiendo el residuo debajo del término multiplicado y sumando el cociente al producto inmediato superior.

NOTA.—En la multiplicacion simple y compuesta, los productos sucesivos son divididos cada uno por el número de unidades de su denominacion, que tiene una unidad de la denominacion inmediata superior.

195. Division Compuesta es la operacion por medio de la cual se divide un número compuesto en partes iguales.

196. REGLAS.—1^a Para dividir números compuestos,

1. *Escribese el divisor á la izquierda del dividendo como en la division simple;*

2. *Principiando por la izquierda, divídase en orden cada término del dividendo y escribese el cociente debajo del término dividido;*

3. *Si la division de cualquier término dá un residuo, redúzcase este á la denominacion inmediata inferior, al resultado agréguese el número de esta denominacion en el dividendo, y en seguida divídase como antes.*

NOTA.—Cuando el divisor es una cantidad larga, los términos sucesivos deberán escribirse á la derecha del dividendo, como en la division larga.

2^a. Para dividir un número compuesto por otro de la misma clase, *redúzcanse ambos números compuestos á la misma denominacion y en seguida procédase como en la division simple.*

NOTA.—Esta no es propiamente una division compuesta, puesto que los números compuestos se reducen á simples antes de dividir.

Longitud y Tiempo.

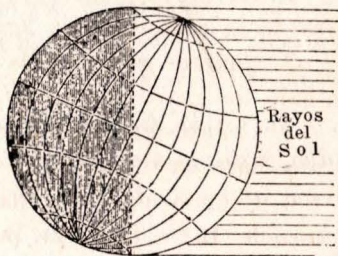
197. Longitud es la distancia *Este* ú *Oeste* desde un meridiano dado. Esta se mide en grados, minutos y segundos. Así $15^{\circ} 24' 40''$ de longitud oriental ú occidental, denota una porcion de $10^{\circ} 24' 40''$ al Este ó al Oeste del meridiano desde el cual se cuenta la longitud.

Puesto que cada círculo está dividido en 360 grados, el largo de un grado depende del largo del círculo del cual es una parte.

El largo de un grado de longitud se cuenta sobre el paralelo de latitud en el cual se mide. El grado es mayor en el Ecuador, donde tiene $69 \frac{1}{2}$ millas y disminuye hácia los polos, donde es nada.

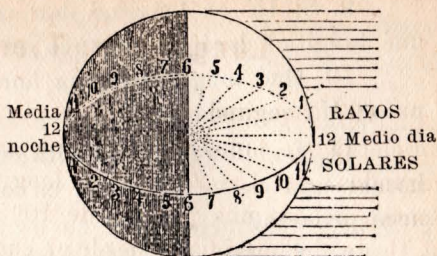
198. La tierra da una vuelta sobre su eje de Este á Oeste en veinte y cuatro horas y el espacio iluminado entre dos meridianos cualesquiera pasa bajo los rayos del Sol en el mismo tiempo.

Un grado de superficie en el Ecuador pasa bajo los rayos del Sol en el mismo tiempo que un grado cualquiera de latitud entre el Ecuador y el círculo polar.



199. Cuando los rayos verticales del sol caen sobre la meridiana de un lugar, es el *medio día*, ó las doce del día en aquel lugar; y como los rayos solares pasan sobre la superficie de la tierra de Este á Oeste, es la *tarde* en los lugares al Este de este meridiano, y la *mañana* en todos los lugares al Oeste. Así, cuando en Cincinnati es medio día, es de tarde en Nueva York y de mañana en San Luis.

Si se colocan 24 relojes distantes unos de otros 15° en un paralelo de latitud cualquiera entre los círculos polares, la diferencia de tiempo entre dos relojes consecutivos sería una hora, y los 24 relojes representarían cada uno una hora del día. Las cifras ó números representan en el diagrama la posición de los relojes (separados uno de otro á 15°) y también la hora correspondiente al medio día en la meridiana.



Problemas Mentales.

1. La tierra gira sobre su eje en 24 horas: qué parte de la rotacion hace en una hora?
2. Cuántos grados de la superficie de la tierra pasan bajo los rayos del sol en 24 horas? En una hora?
3. Cuántos grados de longitud hacen una diferencia de una hora en tiempo?
4. Cuando es medio día en Buenos Aires, cuál es la hora de 15° al Este de Buenos Aires? 15° al Oeste de Buenos Aires?
5. Cuando son las 6 en Córdoba, cuál es la hora á los 30° al Este de Córdoba? A los 45° al Oeste de Córdoba?
6. Si 15° de longitud dan una diferencia de una hora en tiempo, qué longitud dará una diferencia de un minuto en tiempo?
7. Cuando son las 4 en la Rioja cuál es la hora de $15'$ al Este de la Rioja? $45'$ al Oeste de la Rioja?
8. Cuando son las 9 en Salta, cuál es la hora de $15^\circ 15'$ al Este de Salta? $15^\circ 45'$ al Oeste de Salta?

9. Si $15'$ en longitud dan un minuto en tiempo; qué longitud dará un segundo en tiempo?

10. Qué longitud da una hora en tiempo? Un minuto? Un segundo?

11. La diferencia de hora entre dos lugares es 2 horas: cuál es su diferencia en longitud? Dónde amanece primero?

12. La diferencia de hora entre Nueva York y San Luis es 1 hora $2\frac{1}{3}$ minutos: cuál es la diferencia en longitud?

13. Dos astrónomos observaron un eclipse de luna, uno lo vió á las 9 p. m. y el otro á las $11\frac{1}{2}$ p.m; cuál era la longitud que los separaba?

14. Siendo las 9 p.m. en Buenos Aires, que hora será en Tucuman?

Problemas Escritos.

15. La diferencia en longitud entre dos lugares es $31^{\circ} 45', 30''$: cuál es la diferencia de hora?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 15) \ 31^{\circ} \ 45' \ 30'' \\ \hline 2 \text{ hs. } \ 7 \text{ min. } \ 2 \text{ seg.} \end{array}$$

Dividase por 15 como en la división compuesta.

16. La diferencia de longitud entre dos puntos, es $5^{\circ} 31'$: cuál es la diferencia de hora?

17. La longitud de Cincinnati es de $84^{\circ} 26'$ occidental y la de San Francisco es de $122^{\circ} 26' 15''$: cuando es medio día en Cincinnati qué hora es en San Francisco?

18. Filadelfia está á $75^{\circ} 10'$ al occidente: cuando es medio día en San Francisco qué hora es en Filadelfia?

19. Boston está á $71^{\circ} 4' 9''$ al occidente: cuando son las 7 p.m. en Boston qué hora es en Cincinnati? En San Francisco?

20. Berlin está á $13^{\circ} 23' 53''$ de longitud oriental: cuando es medio dia en Boston, qué hora será en Berlin?

21. La diferencia de hora entre dos ciudades es 1 hora, 35 minutos, 12 segundos: cuál será la diferencia en longitud?

PROCEDIMIENTO:

1 hr. 35 min. 12 seg.
15

Multiplíquese por 15 como en la multiplicacion compuesta.

$23^{\circ} 48' 0''$ Resp

22. La diferencia de hora en las observaciones de un eclipse, en dos buques en el mar, es 2 horas, 15 minutos, 10 segundos: cuál es su diferencia en longitud?

23. Un eclipse fué observado en Nueva York, 74° al occidente, á las 9 y 30 p.m., y el tiempo de su observacion en un buque en el Océano Atlántico fué á las 11 y 45 p.m.: cuál fué la longitud en que estaba el buque?

24. La diferencia de hora entre los cronómetros de dos Observatorios es de 45 minutos, 30 segundos y la longitud del Observatorio donde amanece primero tiene $85^{\circ} 40'$ de longitud occidental: cuál es la longitud del otro Observatorio?

25. La distancia de Boston á Chicago es de 843 millas y un grado de longitud en Boston es de 51 millas: cuando es medio dia en Boston cuál es la hora en Chicago?

26. La distancia de Washington á San Luis es de 714 millas, y un grado de longitud en Washington

es de 54 millas: cuando son las 9 en San Luis cuál es la hora en Washington?

27. La diferencia de longitud en dos buques, en el tiempo de la observacion de un eclipse, era de $25^{\circ} 30'$: cuál fué la diferencia de hora?

28. Cuánto tiempo sale el Sol mas temprano en Baltimore, que está á $76^{\circ} 37'$ al occidente, que en Cincinnati, que está á $84^{\circ} 26'$ al occidente?

29. Cuánto mas tarde se pone el sol en Chicago, que está á $87^{\circ} 35'$ al occidente, que en Boston, que está á $71^{\circ} 4' 9''$ al occidente?

30. Cuánto mas tarde se pone el sol en San Francisco, que está á $122^{\circ} 26' 15''$ al occidente, que en Cincinnati?

31. Cuánto mas temprano sale el sol en Nueva York que está á 74° de longitud occidental, que en San Francisco?

32. Cuánto mas tarde se pone el sol en Boston que en Berlin, que está á $13^{\circ} 23' 53''$ de longitud oriental?

Tabla y Reglas.

200. TABLA— 15° de longitud dan una diferencia de 1 hora en tiempo.

$15'$ de longitud dan una diferencia de 1 minuto en tiempo.

$15''$ de longitud dan una diferencia de 1 segundo en tiempo.

201. REGLAS—1^a. Para encontrar una diferencia de tiempo correspondiente á una diferencia en longitud, *divídase la diferencia en longitud, espresada en grados, minutos y segundos, por 15, y los cocientes respectivos serán horas, minutos y segundos de tiempo.*

2ª. Para encontrar la diferencia en longitud correspondiente á una diferencia en tiempo, *multiplíquese la diferencia en tiempo, espresada en horas, minutos y segundos, por 15, y los productos respectivos serán grados, minutos y segundos de longitud.*

3ª. Para encontrar la hora de un lugar, cuando la hora en otro lugar y su diferencia de hora se conocen, *cuando el segundo lugar está al Este del primero, SÚMESE su diferencia de hora; cuando está al Oeste del primero, RÉSTESE su diferencia de hora.*

Nota del Traductor.—Los ejemplos que se refieren á Estados Unidos ú otros países, deben aplicarse tambien á la República Argentina. Esto queda encomendado al Profesor, al ejercitar á sus alumnos.

Seccion XIV.

Percentage. ⁽¹⁾

Notacion y Definiciones.

Art. 202. Uno por ciento de un número es una centésima parte de él, dos por ciento son dos centési-

(1) Nota del Traductor.—Esta palabra es tomada del inglés por no tener equivalente en castellano. El Profesor Moraita en su reciente obra editada en Madrid la emplea tambien.

En su acepcion genérica, *percentage* es una palabra que abarca todas las operaciones numéricas en que se toma como base característica de la operacion el número *cien*.

La misma palabra se emplea tambien en una acepcion limitada, para designar el resultado obtenido al tomar el *tanto por ciento* de un número.

Es necesario hacer comprender bien esta distincion á los alumnos, pues de lo contrario se confundirán al ver aplicada la misma palabra *percentage* de una manera amplia, unas veces, y restringida, otras. (Puede hacerse un parangon con la palabra *Agente*, empleándola como término genérico ó como especial.)

mas partes y en general, tanto por ciento de un número son tantos *centésimos* de él.

1. Cuántos centésimos de un número son 4 por ciento de él? 7 por ciento de él? 15 por ciento de él?

2. Cuántos centésimos de un número son $3\frac{1}{3}$ por ciento de él? $12\frac{1}{2}$ por ciento? $33\frac{1}{3}$ por ciento?

3. Cuántos centésimos de un número es $\frac{1}{2}$ por ciento de él? $\frac{3}{7}$ por ciento? $\frac{2}{5}$ por ciento?

4. Cuántos centésimos de un número son 115 por ciento de él? 135 por ciento? 180 por ciento?

5. Qué tanto por ciento de un número es .05 de él? .35 de él?

6. Qué tanto por ciento de un número es $.03\frac{1}{2}$ de él? $.033\frac{1}{3}$ de él? $.00\frac{1}{3}$ de él?

7. Qué tanto por ciento de un número es $\frac{115}{100}$ de él? $\frac{140}{100}$ de él? 1.65 de él?

8. Cuántos centésimos de un número son 45 % de él? 100 % de él? 215 % de él?

NOTA.—El signo % se usa frecuentemente en lugar de las palabras “por ciento”. Así, 15 % se lee 15 *por ciento*.

9. Qué parte fraccionaria de un número es 10 % de él? 50 % de él?

SOLUCION.—50 % de un número es $\frac{50}{100}$ ó $\frac{1}{2}$ de él.

10. Qué parte fraccionaria de un número es 12 y $\frac{1}{2}$ % de él? $66\frac{2}{3}$ % de él?

11. Qué parte fraccionaria de 100 % es 25 %? 50 %? 75 %? $66\frac{2}{3}$ %?

Ejercicios Escritos.

12. Espresar en decimales $1\frac{0}{10}$; $3\frac{0}{10}$; $6\frac{0}{10}$; $7\frac{0}{10}$; $8\frac{0}{10}$; $9\frac{0}{10}$.
 13. " " " $15\frac{0}{10}$; $20\frac{0}{10}$; $25\frac{0}{10}$; $33\frac{0}{10}$; $45\frac{0}{10}$.
 14. " " " $112\frac{0}{10}$; $125\frac{0}{10}$; $150\frac{0}{10}$; $220\frac{0}{10}$.
 15. " " " $6\frac{1}{2}\frac{0}{10}$; $3\frac{1}{4}\frac{0}{10}$; $12\frac{1}{2}\frac{0}{10}$; $24\frac{2}{5}\frac{0}{10}$.

NOTA.—La parte fraccionaria de un tanto por ciento podrá espresarse decimalmente, como milésimos, diez milésimos, etc. Así, $6\frac{1}{4}\frac{0}{10} = .06\frac{1}{4}$ ó .0625.

16. Escribir decimalmente $7\frac{3}{5}\frac{0}{10}$; $16\frac{2}{3}\frac{0}{10}$; $10\frac{1}{2}\frac{0}{10}$; $30\frac{1}{4}\frac{0}{10}$.
 17. " " " $\frac{1}{2}\frac{0}{10}$; $\frac{3}{5}\frac{0}{10}$; $\frac{1}{3}\frac{0}{10}$; $\frac{3}{7}\frac{0}{10}$; $\frac{7}{15}\frac{0}{10}$.
 18. " " " $5\frac{0}{10}$; $\frac{3}{10}\frac{0}{10}$; $7\frac{3}{10}\frac{0}{10}$; $\frac{1}{4}\frac{0}{10}$; $20\frac{1}{4}\frac{0}{10}$.

Definiciones.

203. *Por ciento* de un número ó cantidad es un cierto número de sus centésimos.

204. *Tanto por ciento* es la fraccion que denota los centésimos que se toman ó que deben tomarse de cada ciento.

El tanto por ciento se espresa numéricamente por una fraccion, ya sea comun ó decimal.

205. *Tasa*, ó *Tanto* simplemente, es el número que denota los centésimos dados.

NOTA.—Los términos *Por ciento*, *Tanto por ciento* y *Tasa*, no se emplean en esta obra como sinónimos. En el resultado "12 es el 6 por ciento de 200", 12 es el *por ciento*; $\frac{6}{100}$ ó .06, el *tanto por ciento* y 6 la *tasa*. La tasa es, pues, el *numerador* de la fraccion que denota el tanto por ciento.

206. El signo $\frac{0}{10}$ se llama *Signo del por ciento* y se lee *por ciento*.

207. El *percentage* abarca toda operacion numérica en la que 100 es la base del cálculo.

De los cuatro casos de Percentage.

208. En el percentage se consideran siempre cuatro números relacionados entre sí, de tal modo que si se dan dos de ellos se puede encontrar los otros dos.

Estos cuatro números son:

1. La Base, ó sea el número del cual haya de encontrarse el por ciento.

2. El Tanto por ciento ó sea la fraccion que denota el número de centésimos á tomarse de la base.

3. El Por ciento ó sea la parte de la base correspondiente al tanto por ciento dado. A éste se le llama tambien *Percentage* (pero no debe confundirse esta acepcion con la dada á la misma palabra en el art. 207.

4. El Monto ó Diferencia, ó sea el número que representa la suma de la base con el por ciento ó percentage, ó la diferencia entre éste y la base.

Caso I.

Dada la base y el tanto por ciento, encontrar el por ciento.

1. Cuánto es el 5 % de 800?

SOLUCION: 1.—Puesto que $5\frac{0}{100} = \frac{5}{100}$, $5\frac{0}{100}$ de 800 = $\frac{5}{100}$ de 800, que son 40.
 „ 2. $1\frac{0}{100}$ de 800 = $\frac{1}{100}$ de 800, que es 8; $5\frac{0}{100}$ de 800 = 5 veces 8, que son 40.

2. Cuál es el 6 % de 1200? el 8 % de 250? el 9 % de 4000?

3. Cuál es el 5 % de \$ 300? el 8 % de \$ 450? el 12 % de \$ 500?

4. Cuál es el 6 % de 500 millas? el 10 % de 250 leguas? el 15 % de 600 varas?

Problemas Escritos.

5. Cuál es el 8 % de \$ 674.50?

1er. PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 674.50 \\ .08 \\ \hline \$ 53.9600 \end{array}$$

2º. PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 6.745 = 1\% \\ 8 \\ \hline \$ 53.960 = 8\% \end{array}$$

NOTA. — Procúrese usar un solo método hasta que los alumnos se familiaricen con él.

Cuál es el

- | | |
|------------------------------------|---|
| 6. 5 % de 245? | 16. $\frac{1}{2}\%$ de \$ 540? |
| 7. 9 % de 360? | 17. $\frac{1}{10}\%$ de \$ 4000? |
| 8. 15 % de 1200? | 18. $\frac{3}{7}\%$ de 21700 piés? |
| 9. 27 % de 37.5? | 19. $\frac{3}{4}\%$ de \$ 48.50? |
| 10. 32 % de \$ 150? | 20. $33\frac{1}{3}\%$ de 965 días? |
| 11. 8 % de \$ 37.50? | 21. $16\frac{2}{3}\%$ de \$ 0.54? |
| 12. 3 % de \$ 180.25? | 22. 15 % de $\frac{5}{8}$? De $\frac{9}{10}$? |
| 13. $1\frac{1}{3}\%$ de 1050 lb? | 23. $66\frac{2}{3}\%$ de $\frac{7}{15}$? De $2\frac{3}{5}$? |
| 14. $2\frac{1}{2}\%$ de 60.8 lb? | 24. 12 % de .25? |
| 15. $12\frac{1}{2}\%$ de 560 días? | 25. $6\frac{1}{4}\%$ de 50? De .75? |
26. Cuál es la diferencia entre 33 % y $25\frac{1}{2}\%$ de 480 millas?

27. Si un mineral me dá el 70 % de fierro, cuánto fierro sacaré de 3740 libras de mineral?

28. Una madera á secarse contiene un 20 % de agua; cuánta agua contendrán $143\frac{3}{4}$ toneladas de esa madera?

29. Un hombre gana \$ 1650 al año y sus gastos son el $87\frac{10}{2}\%$ de sus entradas: cuánto ahorra al año?

30. Un vendedor de granos tenia 58500 fanegas de trigo y habia remitido $37\frac{1}{2}\%$ de ellas en un vapor, $33\frac{1}{3}\%$ en una goleta y el resto en carros: cuántas fanegas embarcó en cada transporte?

Fórmulas y Reglas.

209. FÓRMULAS.—1. *El por ciento ó percentage =*
base $\times$ tanto por ciento.

2. *El monto = base + el por*
ciento ó percentage.

3. *La diferencia = base — el por*
ciento ó percentage.

210. REGLAS.—Para encontrar el por ciento ó percentage de un número:

1^a. *Multiplíquese el número dado por el tanto por*
ciento espresado decimalmente. O bien,

2^a. *Córrase el punto decimal dos lugares á la iz-*
quierda y multiplíquese el resultado por el tanto ó tasa.

NOTA.—Cuando el tanto ó tasa es una parte alicuota de 100, el por ciento ó percentage deberá buscarse tomando la misma parte alicuota de la base. Así, $33\frac{1}{3}\%$ de \$ 48 = $\frac{1}{3}$ de 48. Las operaciones en cada uno de los casos subsiguientes deberán abreviarse, usando la fraccion que denota la parte alicuota.

Caso II.

Conociendo la base y el por ciento ó percentage,
encontrar el tanto por ciento.

1. Qué tanto por ciento de 16 es 4?

SOLUCION: 1a. 1 es $\frac{1}{16}$ de 16 y 4 es $\frac{4}{16}$ ó sean .25 (Art. 121). Luego, 4 es $25\frac{1}{4}\%$ de 16.

” 2a. 1 $\%$ de 16 son .16 y 4 será tantas veces el percentage de 16, cuantas veces .16 estén contenidos en 4.00, que son 25.

2. Qué tanto por ciento de \$ 50 son \$ 5? \$ 20?

3. ” ” ” ” ” \$ 300 son \$ 12? \$ 30?

4. ” ” ” ” ” 150 lb. son 75 lb.? 50 lb.?

5. ” ” ” ” ” 250 piés son 50 piés?

100 piés?

Problemas Escritos.

6. Qué tanto por ciento de 62.5 es 15?

1er. PROCEDIMIENTO:

$$15 \div 62.5 = .24$$

$$.24 = 24\% \text{ Resp.}$$

2º. PROCEDIMIENTO:

$$1\% \text{ de } 62.5 = .625$$

$$15 \div .625 = 24, \text{ Tasa.}$$

NOTA.—El cociente obtenido por el primer procedimiento es el tanto por ciento, y el obtenido por el segundo es la tasa simplemente.

Qué tanto por ciento de

- | | |
|-----------------------|--|
| 7. 75 es 4.5? | 15. 75 lbs. son 16.5 lbs.? |
| 8. 125 es 25? | 16. 20 piés son 1.2 piés? |
| 9. 120 es 40? | 17. $37\frac{1}{2}$ varas son 5 varas? |
| 10. \$ 450 son \$ 90? | 18. .75 son .15? |
| 11. \$ 192 son \$ 32? | 19. .60 son .45? |
| 12. \$ 760 son \$ 19? | 20. $\frac{5}{6}$ es $\frac{1}{3}$? |
| 13. \$ 1000 son \$ 5? | 21. $\frac{4}{5}$ son $\frac{2}{3}$? |
| 14. \$ 6 son \$ 0.45? | 22. $2\frac{1}{2}$ son $\frac{3}{4}$? |

23. Un estanciero tenía 320 carneros y vendió 48: qué tanto por ciento del total había vendido?

24. Un anillo de oro tiene 22 quilates de fino: qué tanto por ciento de él es oro?

25. Qué tanto por ciento de \$ 45 es $16\frac{2}{3}\%$ de \$ 150?

26. Un regimiento de 750 hombres perdió 160 en una batalla: qué tanto por ciento del regimiento había quedado?

27. Qué tanto por ciento de un número son $\frac{3}{5}$ de él? $\frac{3}{4}$ de él? etc.

28. Qué tanto por ciento de un número son $\frac{5}{8}$ de él? $\frac{1}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de él? etc.

Fórmula y Reglas.

211. FÓRMULA.—*Tanto* $\frac{\%}{100}$ = *por ciento ó percentage* $\div$ *base*.

212. REGLAS.—Para encontrar qué tanto por ciento es un número de otro:

1ª. *Divídase el por ciento ó percentage por la base, y el cociente espresado en centésimos será el tanto por ciento. O bien,*

2ª. *Divídase el por ciento ó percentage por el uno por ciento de la base, y el cociente será el tanto ó tasa buscada.*

Caso III.**Conociendo el por ciento ó percentage y el tanto por ciento, encontrar la base.**

1. 45 es el 15 $\frac{\%}{100}$ de qué número?

SOLUCION: 1a. Si 15 $\frac{\%}{100}$, ó .15, de un número es 45, el número será igual á $45 \div .15$, que son 300. — O bien.

“ 2a. Si 45 es el 15 $\frac{\%}{100}$ de un número, 1 $\frac{\%}{100}$ de él será $\frac{1}{15}$ de 45, que es 3, y 100 $\frac{\%}{100}$, ó el número, es 100 veces 3, que son 300.

2. 320 es el 16 $\frac{\%}{100}$ de qué número?

3. 7.2 libras son el 12 $\frac{\%}{100}$ de cuántas libras?

4. Cárlos tiene 15 años de edad y su edad es el 30 $\frac{\%}{100}$ de la de su padre; qué edad tiene el padre?

5. Un hombre gasta \$ 28 al mes, que es el 70 $\frac{\%}{100}$ de su renta: cuánto gana mensualmente?

6. En una escuela 56 alumnos estudian aritmética, que es el 28 $\frac{\%}{100}$ del número total de alumnos: cuántos alumnos hai en la escuela?

Problemas Escritos.

7. Un hombre debe \$ 4560, que es el 30 % de su capital: cuál es su capital?

1er. PROCEDIMIENTO:

2º. PROCEDIMIENTO:

$$\$ 4560 \div .30 = 15200, \text{ R.}$$

$$\$ 4560 \div 30 \times 100 = 15200, \text{ R.}$$

8. 256 es el 35 % de qué número?

9. $133\frac{1}{3}$ es el $16\frac{2}{3}$ % de qué número?

10. $107\frac{1}{2}$ es el 15 % de qué número?

11. 540 carneros son el 36 % de cuántos carneros?

12. 5280 libras son el $66\frac{2}{3}$ % de cuántas libras?

13. \$ 189.80 son el 104 % de qué suma de dinero?

14. \$ 88.66 son el 110 % de qué suma de dinero?

15. El número de alumnos que asiste diariamente á una escuela es de 420, que es el 80 % del número de matriculados: cuántos son los alumnos matriculados?

16. El número de niños que asisten á la escuela en una ciudad es 5220, que es el 36 % del número de habitantes: qué poblacion tiene la ciudad?

17. Un comerciante dió el 60 % de su capital por un traje completo de paño, un 25 % por libros y le quedaron \$ 7.50: cuánto fué su capital?

18. Un hombre invirtió \$ 5400 en acciones de ferro-carril, que fué el $37\frac{1}{2}$ % de sus haberes: cuánta fué su fortuna?

19. En una tempestad, la tripulacion de un buque arrojó al mar 250 barriles harina, que era el 40 % del número de barriles que habia en el buque: cuántos barriles de harina quedaron?

20. Un hombre poseia el 60 % de una factoría y vendió el 40 % de su parte por \$ 9600: á tal precio, cuánto valía la factoría?

21. La superficie seca de la tierra tiene cerca de 50.000,000 de millas cuadradas, que es el $33\frac{1}{3}\%$ de la superficie del agua: cuál es la estension de la superficie del agua?

22. La poblacion de una ciudad en 1860 fué de 6400 habitantes, que es el 80% de la poblacion en 1870: cuál fué la poblacion en este año?

Fórmula y Reglas.

213. FÓRMULA.—*La base = por ciento ó percentage ÷ tanto por ciento.*

214. REGLAS.—Para encontrar un número cuando se conoce el percentage:

1ª. *Divídase el número que representa el por ciento ó percentage por el tanto por ciento espresado decimalmente. O bien,*

2ª. *Divídase el número que representa el por ciento ó percentage por el tanto ó tasa y multiplíquese el cociente por 100.*

Caso IV.

Conociendo el monto y el tanto por ciento encontrar la base.

1. En 216 está incluido el por ciento ó percentage al 8% : cuál es la base?

SOLUCION: 1a. Si 216 contiene el 8% de un número, 216 contendrá 108% ó 1.08 de él, entónces el número será igual á $216 \div 1.08$, que es 200. O bien,

2a. Si 216 contiene el 108% de un número, 1% de él será $\frac{1}{108}$ de 216, que es 2, y 100% será 100 veces 2, que son 200.

2. 318 tiene el 6% mas que qué número?

3. \$ 480 es 20 % mas que qué suma?
4. 560 libras son el 12 % mas que qué cantidad?
5. 184 tiene el 8 % ménos que qué número?

SUGESTION.—Si 184 tiene el 8 % ménos que un número, 184 tendrá el 100 %—8 % ó el 92 % de él: luego, $184 \div .92 = 200$.

6. 284 tiene el 5 % ménos que qué número?
7. \$ 356 tienen el 11 % ménos que qué suma de dinero?
8. 425 piés tienen el 15 % ménos que qué número de piés?
9. Un caballo costó \$ 60, que era el 20 % ménos que el costo de un carro: cuánto valia el carro?
10. En una escuela se matricularon 130 niños, que era el 15 % mas que el número de niñas matriculadas: cuántos alumnos habia en la escuela?

Problemas Escritos.

11. Una alquería se vendió por \$ 6390, que fué el $12\frac{1}{2}\%$ mas que su costo: cuánto costó la alquería?

1er. PROCEDIMIENTO:

$$100\% + 12\frac{1}{2}\% = 112\frac{1}{2}\% = 1.125$$

$$\$ 6390 \div 1.125 = \$5680 \text{ R.}$$

2º. PROCEDIMIENTO:

$$\$ 6390 \div 1.125 = \$56.80 = 1\%$$

$$\$56.80 \times 100 = \$5680. \text{ Resp.}$$

12. Un hombre gastó en un año \$ 400, que es el $31\frac{1}{4}\%$ ménos que su renta: cuál era su renta?
13. 276 es el 15 % mas que qué número?
14. Qué número aumentado en un 30 % de él es igual á 162.5?

15. Qué número disminuido en un $16\frac{2}{3}\%$ de él es igual á 2035.8?

16. Un campo de A tiene 306 leguas, que es un 32% ménos que el de B: cuántas leguas tiene el campo de B?

17. Cuando el oro valia un 25% mas que el papel moneda, cuál era el valor en oro de \$ 150 papel?

18. Cuando el oro valia un 50% mas que el billete nacional, cuál era el valor en oro de un peso nacional?

19. El número de alumnos que asisten diariamente á una escuela es 570, que es el 5% ménos que el número de matriculados: cuántos son los alumnos matriculados?

20. El número de niños inscritos en una ciudad es de 920, que es el 15% mas que el término medio del número de niños que asisten diariamente: cuál es el número de niños asistentes diariamente?

21. La poblacion de una ciudad en 1870 fué 171,572 habitantes, que era el 18% mas que su poblacion en 1860: cuál fué la poblacion en esta última fecha?

Fórmulas y Reglas.

215. FÓRMULAS.—1. $Base = monto \div (1 + \text{tanto } \%)$.

2. $Base = diferencia \div (1 - \text{tanto } \%)$.

216. REGLAS.—Para encontrar un número cuando se da otro que es el tanto por ciento, aumentado ó disminuido:

1ª. Divídase el número dado por 1 mas ó ménos, segun el caso, el tanto por ciento dado espresado decimalmente. O bien,

2ª. Divídase el número dado por 100 mas ó ménos el tanto ó tasa dada y multiplíquese el cociente por 100.

Revista de los cuatro casos.

217. Hé aquí las fórmulas de los cuatro casos precedentes del percentage, para su comparacion:

Caso I.—*Por ciento ó percentage* = $\text{base} \times \text{tanto por ciento}$.

Caso II.—*Tanto por ciento* = $\text{percentage} \div \text{base}$.

Caso III.—*Base* = $\text{percentage} \div \text{tanto por ciento}$.

Caso IV.—*Base* = $\begin{cases} \text{Diferencia} \div (1 - \text{tanto por ciento.}) \\ \text{Monto} \div (1 + \text{tanto por ciento.}) \end{cases}$

NOTA.—Las dos fórmulas del cuarto caso no envuelven las operaciones del percentage, sino simplemente las de suma y sustraccion de números.

Problemas Mentales.

1. Cuál es el $12\frac{1}{2}\%$ de 640? El $16\frac{2}{3}\%$ de 360?
2. Cuál es el $33\frac{1}{3}\%$ de 672? El $66\frac{2}{3}\%$ de 321?
3. Qué percentage es 15 de 60? De 90?
4. Qué percentage es $16\frac{2}{3}$ libras de 50 libras?
De 100 libras?
5. El 25% de 120 es qué percentage de 90?
6. El $33\frac{1}{3}\%$ de 150 es qué percentage de 250?
7. 80 es $12\frac{1}{2}\%$ de qué número?
8. El 20% de 105 es 25% de qué número?
9. $33\frac{1}{3}\%$ de 225 es 15% de qué número?
10. 45 es qué percentage de 75% de 120?
11. 360 es 20% mas que qué número?
12. 60 es $33\frac{1}{3}\%$ mas que qué número?
13. $33\frac{1}{3}\%$ de 240 es $33\frac{1}{3}\%$ ménos que qué número?
14. El 25% de 280 es $16\frac{2}{3}\%$ mas que qué número?
15. Un hombre tiene 60 años de edad y un 20% de su edad es el 25% de la edad de su esposa: cuántos años tiene su esposa?

Problemas Escritos.

16. La poblacion de una ciudad en 1860 fué de 63500 habitantes y el censo de 1870 demostró un aumento de $17\frac{1}{5}\%$: cuál fué la poblacion en 1870?

17. Un campo tiene 480 cuadras, siendo un 30% de él una pradera, un $25\frac{1}{2}\%$ de pastoreo, un $16\frac{2}{3}\%$ sembradíos y el resto arboleda: cuántas cuadras de cada clase de campo tenia?

18. Un comerciante quebró quedando debiendo \$ 10500 y teniendo en propiedades un valor de \$ 6300: qué tanto por ciento de su deuda pudo pagar?

19. Un dependiente ganaba anualmente \$ 950 y gastaba en todo el año \$ 275 en comida, \$ 180 en vestido y \$ 150 en otros gastos: qué tanto por ciento le quedaba de su salario?

20. Una señorita pagaba \$ 280 al año por comida, \$ 175 por vestido y otros gastos y ahorraba un 35% de sus entradas: cuál era su renta?

21. Los gastos de un individuo son el 80% de su renta y $33\frac{1}{3}\%$ de su renta es igual al 10% de sus propiedades, que son valuadas en \$ 27000: cuáles son sus gastos?

22. Un comerciante vendió una existencia en mercaderias en \$ 10800 y ganó un $13\frac{4}{5}\%$: cuál fué el costo de las existencias?

23. Un cargamento de granos en mal estado fué vendido en remate por \$ 9450, que era un $33\frac{1}{3}\%$ menos que el costo: cuál fué el costo de todo el cargamento?

24. Una huerta contiene 1200 árboles frutales, de los que un 45% son manzanos, un 22% duraznos, $12\frac{1}{2}\%$ cerezos y el resto péros: cuántos árboles de cada clase tiene la huerta?

25. A tenía el $42\frac{1}{2}\%$ de una factoría avaluada en \$ 35000, B tenía el 37% de ella y C el resto: cuánto tenía cada propietario?

26. Un hombre legó á su esposa \$ 7560, que era el $62\frac{1}{2}\%$ de la suma legada á sus hijos, y la suma legada á su esposa é hijos era el 80% de su capital: cuál fué su capital?

27. La poblacion de una ciudad en 1870 fué de 41064 habitantes, que era un 16% mas que en 1860, y la poblacion en 1860 fué $6\frac{1}{4}\%$ ménos que en 1865: cuál fué la poblacion en 1865?

28. El número de defunciones en una ciudad en 1869 fué de 1590 personas, que era igual al $3\frac{1}{4}\%$ de la poblacion: cuál era la poblacion de la ciudad?

Aplicaciones del Percentage.

218. Las principales aplicaciones del percentage son: *Ganancias y Pérdidas, Comision y Corretage, Capital y Fondos publicos, Seguros, Impuestos, Derechos de Aduana, Quiebras, Interés, Descuento, Cámbio, Ecuacion de Pagos y Ecuacion de Cuentas.*

Todos los problemas se resuelven aplicando uno ó mas de los cuatro casos del percentage.

Ganancias y Pérdidas.

219. El costo de un artículo es el precio que se paga por él, ó el gasto hecho para producirlo.

220. El precio de venta de un artículo es la cantidad pedida ó recibida por él en la compra-venta.

El *precio de venta* del vendedor es el *costo* para el comprador y vice-versa.

221. Cuando un artículo se vende por mas de lo que cuesta, se dice que ha sido vendido con *utilidad ó ganancia* y cuando se vende por ménos de lo que cuesta, se dice que se ha vendido con *pérdida ó descuento*.

222. Utilidad ó ganancia es el monto ó suma en que el precio de venta de un artículo excede al de su costo.

223. Pérdida ó descuento es el monto ó suma en que el precio de venta de un artículo es menor que el de su costo.

NOTA.— Los términos *ganancias* y *pérdidas* no se limitan á las transacciones comerciales. Cuando cualquier cantidad va en aumento ó disminucion, por una causa cualquiera, hay ganancia ó pérdida y cuando tal ganancia ó pérdida puede espresarse en centésimos, puede computarse por los principios del percentage.

Problemas Mentales.

1. Un comerciante compró una pieza de paño por \$ 80 y la vendió con un 25 % de ganancia: por cuánto vendió la pieza? (Caso I.)

2. Un comerciante compró sombreros á \$ 5 cada uno y los vendió con un 20 % de ganancia: cuál fué el precio de venta?

3. Estos sombreros á \$ 5 cada uno, se vendieron con 20 % de pérdida: cuál fué el precio de venta?

4. A qué precio debe venderse la harina que cuesta \$ 6 el barril para ganar el 16 $\frac{2}{3}$ %?

5. Un almacenero compró azúcar á 12 centavos, 16 cts. y 18 cts. la libra: por cuánto debe vender cada clase para ganar un 20 %? Para ganar un 25 %?

6. Un comerciante vende paño que le cuesta \$ 4 por \$ 5 la yarda: qué tanto por ciento gana en la venta? (Caso II.)

7. Cuando el paño ancho, costando \$ 5 yarda, se vende por \$ 4, qué tanto por ciento se pierde?

8. Té, que cuesta \$ 1.20 y \$ 1.50 el kilo, se vende respectivamente por \$ 1.50 y \$ 1.80 el kilo: cuál es la utilidad en cada cien kilos?

9. Un comerciante vendió terciopelo con una utilidad de \$ 2 en metro y ganó el 20 %: cuánto le costó? (Caso III.)

10. Un zapatero vendió botas á \$ 1.50 ménos que el costo de cada par y perdió el $33\frac{1}{3}$ %: cuánto le costó cada par?

11. Un almacenero vendió té á 30 centavos más que el costo y ganó un $16\frac{2}{3}$ %: cuánto costó el té? ¿Cuál fué el precio de venta?

12. Un hombre vendió un caballo por \$ 90, ganando el 20 %: cuánto costó el caballo? (Caso IV.)

13. Un hombre vendió un caballo por \$ 80, perdiendo el 20 %: cuánto costó el caballo?

14. Vendiendo manteca á 40 cts. libra y ganando el 25 %: cuál sería su costo?

15. Un reloj, que costó \$ 80, fué vendido perdiendo el 10 %: por cuánto fué vendido?

16. Por cuánto deberán venderse, respectivamente, zapatos que cuestan \$ 2, \$ 2.50 y \$ 3, para ganar el 25 %? ¿Por cuánto debe venderse cada clase para ganar un 30 %?

17. Por cuánto deberán venderse muselinas que cuestan 10, 15 y 18 cts. metro, para ganar un 20 %?

18. He vendido té á 90 cts. libra y he ganado un 20 %: cuánto por ciento habria ganado vendiéndolo á \$ 1 la libra?

Problemas Escritos.

19. Una casa fué vendida con una ganancia de $12\frac{1}{2}\%$, habiendo costado \$ 6750: por cuánto fué vendida?

20. Unos carruages que costaron pesos 265 cada uno, fueron vendidos con 18% de utilidad: cuánto se ganó en cada carruage?

21. Un hombre pagó ps. 4500 por una estancia y la vendió por ps. 5400: cuánto por ciento ganó?

22. Un estanciero compró bueyes á ps. 65 cada uno y los vendió á ps. 84.50 cabeza: el cuánto por ciento ganó?

23. Una alfombra que costó \$ 1.75 la vara, fué vendida á \$ 2 vara: cuánto por ciento se ganó?

24. Un estanciero compró caballos á \$ 30 uno y gastó \$ 6 en cada uno para venderlos despues por \$ 153.50 cada uno: cuál fué el tanto por ciento que ganó en la venta?

25. Un cargamento de trigo que costó \$ 16500 se vendió en \$ 13750 por estar malo: qué tanto por ciento perdió el dueño?

26. Un mercader vendió un lote de muebles con $12\frac{1}{2}\%$ de utilidad y ganó \$ 8160: cuál fué el costo de ellos?

27. Un almacenero vendió 82 barriles de manzanas con un 22% de utilidad y ganó \$ 45.10: cuánto le costó cada barril?

28. Un hombre vendió un reloj por \$ 180, perdiendo un $16\frac{2}{3}\%$: cuál fué el costo del reloj?

29. Una casa se vendió en \$ 7762.50, con una ganancia de un 15% : cuál fué el costo de ella?

30. Una merceria vendió un valor de \$ 45000 de

sus mercaderías en un año; $\frac{2}{5}$ de lo que recibió fué utilidad de un 20 %, $\frac{1}{2}$ fué utilidad de 25 % y el resto fué $33\frac{1}{3}$ % de utilidad: cuál fué el costo de todas las mercaderías?

31. Una pieza de tripe se vendió por \$ 240, perdiéndose el 20 %: cuál debia ser el precio de venta para ganar el 20 %?

32. Un comerciante vende mercaderías por menor con un 30 % sobre el costo y por mayor con un 12 % ménos que la venta por menor: cuánto se gana por ciento en la venta por mayor?

33. Cuánto debe emplearse en paño que cueste \$ 3.50 la vara para que el comerciante pueda descontar el 15 % del precio pagado y tener no obstante una utilidad de un 15 %?

34. Un comerciante compró una pieza de género de seda con un 25 % mas que el costo y luego la vendió con un 20 % ménos que el precio que le costó: el comerciante ganó ó perdió y cuánto?

Fórmulas y Reglas.

224. FÓRMULAS. — 1. *Ganancia ó pérdida = costo*
 $\times \text{tanto } \%$.
 2. *Tanto por ciento = ganancia*
 $\text{ó pérdida} \div \text{costo}$.
 3. *Costo = ganancia ó pérdida*
 $\div \text{tanto } \%$.
 4. *Costo = precio* $\left\{ \begin{array}{l} 1 + \text{tanto } \% \\ \text{de venta} \div 1 - \text{tanto } \% \end{array} \right.$.

225. REGLAS — 1ª. Para encontrar la ganancia ó pérdida cuando se dan el costo y el tanto por ciento,

multiplíquese el costo por el tanto por ciento espresado decimalmente. (Fórm. 1.)

2ª. Para encontrar el tanto por ciento cuando se dan la ganancia ó pérdida y el costo, *divídase la ganancia ó pérdida por el costo y el cociente espresado en centésimos será el tanto por ciento. (Fórm. 2).*

3ª. Para encontrar el costo cuando se dan la ganancia ó pérdida y el tanto por ciento, *divídase la ganancia ó pérdida por el tanto por ciento dado espresado decimalmente. (Fórm. 3).*

4ª. Para encontrar el costo cuando se dan el precio de venta y el tanto por ciento de ganancia ó pérdida, *divídase el precio de venta por 1 mas ó ménos el tanto por ciento. (Fórm. 4).*

NOTA.—El Maestro hará que los alumnos revisen los problemas anteriores, resolviendo aquellos en que el tanto es una parte alicuota de 100, haciendo uso de las fracciones. (art. 210, nota).

Comision y Corretaje.

226. Agente es una persona que hace transacciones comerciales por cuenta ó en representacion de otra persona (1).

227. Factor es un agente que compra y vende mercaderias confiadas á su guarda é inspeccion. Al factor mercantil se le llama tambien *Comisionista*.

Cuando un factor vive en un país ó punto diferente del lugar donde vive el que lo comisiona, se le llama *corresponsal* ó *consignatario*.

A las mercaderias ó cosa consignada ó dirigida á un consignatario se le llama *consignacion* y al remitente de mercaderias se le llama *consignador*.

228. Corredor es una persona que compra y ven-

(1) Nota del Traductor.—Esta es la acepcion genérica; las especies se designan en los artículos siguientes.

de oro, letras de cambio, fondos públicos, acciones, cédulas, bonos, etc.; y tambien se aplica esta palabra seguida de la preposicion *de* ó *en*, á los agentes que se ocupan de la compra y venta de propiedades, frutos del país, etc. Asi se dice *Corredor de frutos del país*, etc. etc.

229. Recaudador es un agente que cobra ó recauda deudas, derechos, impuestos, etc. (art. 263 y 267).

230. Comision es una concesion hecha á un factor ú otro agente, por una transaccion ó negocio. La comision que se abona á un corredor se llama *corretaje*. Esta misma palabra se emplea tambien para designar la diligencia ó trabajo del corredor para realizar el negocio que se le encomienda.

231. La comision se calcula á un cierto tanto por ciento sobre la suma que importa la propiedad comprada ó vendida, ó el monto de los negocios efectuados. El tanto por ciento que se paga se llama el *tanto de comision* y el monto de los negocios hechos es la *base*.

El tanto ó la tasa de la Comision varía con la naturaleza de los negocios y es en razon inversa del monto de éstos. La comision de un corredor es generalmente menor que la que se paga á un factor.

232. Los productos netos de una venta, de una recaudacion ó de un negocio, son los productos brutos ménos los gastos de comision y demás cargas.

Problemas Mentales.

1. Un corredor de almoneda vendió un valor de \$ 300 y cobró un cinco por ciento de comision; cuánto recibió por la venta?

2. Un mercader ambulante compró un valor de

\$ 500 en tienda, con una comision de 10%: cuánto ganó de comision?

3. Un agente vendió un valor de \$ 1200 en muebles de escuela, con $16\frac{2}{3}\%$ de comision: cuánto recibió por su comision?

4. Un procurador recaudó hasta la suma de \$ 800 y cargó el 20% de comision: cuánto ganó?

5. Una sociedad pagó á un mozo \$ 6 por cobrar los derechos de carga hasta la suma de \$ 100: qué tanto % recibió de comision?

6. Un librero recibió \$ 30 por vender el valor de \$ 150 en mapas: cuál fué su tanto de comision?

7. Un corredor recibió \$ 40 por vender una casa con 5% de comision: por cuánto vendió la propiedad?

8. Un procurador recibió \$ 60 por cobrar un documento, con 10% de comision: cuál fué la suma cobrada?

9. Un agente recibió \$ 108, con lo que debia comprar melocotones, despues de deducir su comision de 8%: cuánto fué lo que invirtió?

10. Un factor recibió \$ 309, con lo que debia comprar harina: despues de deducir su comision del $3\frac{1}{2}\%$, cuánto gastó en la harina?

11. Un procurador cobró una letra con 25% de comision y entregó \$ 7.50 como producto neto: cuál fué la suma cobrada y la comision?

12. Un librero vendió un lote de libros, mediante una comision de 20%, y entregó \$ 160 como producto neto: por cuánto se vendieron los libros?

Problemas Escritos.

13. Un comisionista vendió 540 barriles harina al precio de \$ 6.37½ el barril: cuánto ganó de comision al 3%?

14. Un corredor de bienes raíces, vendió 325 cuadras de campo, á \$ 24.50 la cuadra y cobró 2½% de comision: cuál fué su ganancia?

15. Un rematador vendió un valor de \$ 5160.50 en mercaderias secas y \$ 715.25 en muebles: cuál fué su comision al 1½%?

16. Un abogado cobró 65% de un documento de \$ 950 y cargó el 6¼% de honorarios: cuál fué su ganancia y la suma que entregó?

17. Un factor en Nueva Orleans compró un valor de \$ 7500 en algodones para el manufacturero Lowell con 1¾% de comision: cuál fué su cuenta por algodon y por comision?

18. Un arquitecto pidió ¼% por planos y especificaciones y 1⅓% por la direccion de un trabajo que costaba \$ 120,000: cuánto ganó por todo?

19. Un agente amuebló una casa para escuela por \$ 4500 y recibió \$ 540 de comision: cuál fué el tanto% que cobró?

20. Un procurador cobró \$ 75 por rentas por valor de \$ 1125: cuál fué el tanto por ciento de su comision?

21. Un comisionista cargó el 2½% por compras que hizo y percibió \$ 750: á cuánto ascendió su compra?

22. Un agente recibió \$ 280.50 de comision, al 5%, por compras de lanas que hizo: cuánta fué la suma que invirtió?

23. Mi agente tiene comprados 3300 barriles man-

zanas á \$ 1.75 el barril y le pago el 3% de comision: cuánto dinero debo pagarle por el costo de las manzanas y de la comision?

24. Un comerciante de Buenos Aires mandó á su apoderado en el Rosario \$ 3529.20 para que le compre trigo: despues de deducir su comision del 2%, cuánto gastó en el trigo y cuál fué el monto de su comision?

25. Un corredor en azúcar en Tucuman recibió \$ 11774, con lo que debia comprar azúcar: despues de deducir su comision del $1\frac{1}{2}\%$, cuánto gastó en azúcar y cuál fué su comision?

26. Un comerciante pagó á un corredor $\$ \frac{3}{8}\%$ por un libramiento de \$ 1280 en Buenos Aires: cuánto fué su corretaje?

27. Un corredor compró un valor de \$ 15600 en existencias y cargó $\frac{1}{4}\%$ de comision: cuál fué su ganancia?

28. Un corredor vendió una seccion de campo de 640 cuadras á \$ 7.50 la cuadra é invirtió el producto en durmientes para ferro-carril, recibiendo el $1\frac{1}{2}\%$ por la venta del campo y $\frac{7}{8}\%$ por la compra de durmientes: cuál fué su corretaje?

29. Cuál será el costo total de 750 yardas tripe á \$ 1.75 la yarda, si el comprador paga el $2\frac{1}{4}\%$ de comision de compra, $\frac{1}{4}\%$ de comision por remision de letra y \$ 12.50 por flete?

30. Un acopiador de granos en Santa-Fé recibió \$ 5000 para comprar trigo, á \$ 1.10 la fanega: despues de deducir su comision del $2\frac{1}{2}\%$, cuántas fanegas de trigo habia comprado?

31. Un agente vendió 45 máquinas de coser á \$ 75 cada una y 9 á \$ 125; despues de deducir su co-

mision, remitió al manufacturero como producto neto \$ 3375: cuál fué el tanto de comision?

32. Un factor vendió \$ 15000 en géneros con el 10% de comision é invirtió el producido en algodón, deduciendo antes el 5% de comision por compra: cuánto gastó en algodón?

33. Smith & Jones vendieron por C. Bell & Cia. 3040 libras manteca, á 22 centavos libra, y 10560 libras queso á 15 centavos libra, é invirtieron estos valores en géneros: deduciendo primero su comision de 5% de venta y 3% por compra, cuánto gastaron en géneros y cuál fué su comision?

34. Un comerciante vendió 1300 barriles harina á \$ 5.75 el barril, recibiendo una comision de $3\frac{1}{2}\%$ é invirtiendo el producto neto en café á 28 cts. libra; deduciendo primero el 2% de comision, cuántas libras de café compró y cuánto recibió por su comision?

Fórmulas y Reglas.

233. FÓRMULAS. — 1. *Comision ó corretaje* = *base* $\times$ *tanto* %.
2. *Tanto* % = *comision ó corretaje* $\div$ *base*.
3. *Base* = *comision ó corretaje* $\div$ *tanto* %.
4. *Base* = (*base* + *comision ó corretaje*) $\div$ (1 + *tanto* %).

234. REGLAS. — 1^a. Para encontrar la comision ó corretaje, multiplíquese la suma de dinero que denota el total de las transacciones comerciales por el tanto por ciento espresado decimalmente. (Fórm. 1.)

2^a. Para encontrar la suma á gastarse cuando el total incluye dicha suma y la comision ó corretaje, *divídase el total dado por 1 mas el tanto por ciento, y el cociente será la suma que deba gastarse.* (Fórm. 4).

NOTA. — Estas dos reglas sirven ordinariamente para todas las transacciones comerciales de comision ó corretaje; pero los Maestros deberán obligar á sus discípulos á formar reglas con cada una de las cuatro fórmulas.

Capital y Fondos Públicos.

235. Capital es el caudal invertido en el comercio, manufacturas ú otros negocios.

236. Valor á la par de un capital es su valor primitivo ó nominal.

El precio de plaza de un capital es su valor real ó la suma por la que se vende.

Cuando el precio de plaza de un capital es igual á su valor nominal, se dice que está *á la par*; cuando es mayor que el valor nominal, está *en alza ó con premio* y cuando es menor, está *en baja ó con descuento*.

237. Premio es la suma en que el precio de plaza de un capital excede á su valor á la par.

238. Descuento es la suma en que el precio de plaza de un capital es menor que su valor á la par.

239. El premio y el descuento se calculan en un cierto percentage respecto del valor á la par. El tanto por ciento se llama *el tanto de premio ó descuento*.

240. Compañía es una asociacion de personas unidas para las transacciones comerciales.

La asociacion de varias personas para negocios, sujetos á un convenio, se llama *Sociedad* y la compañía toma generalmente el nombre de *la Casa* ó *la Firma tal*, llamada *Razon social* (Art. 380).

241. Compañía incorporada es aquella que está organizada y reglamentada por una ley. Se llama tambien *Corporacion*.

242. El capital de una corporacion se llama *fondos públicos*, el cual está dividido en partes iguales, generalmente de \$ 100 cada una, llamadas *acciones*, y sus dueños *accionistas*.

243. *Certificados de fondos públicos* son estados oficiales del valor y número de acciones poseidas por cada accionista. Estos certificados se compran y venden como cualquiera otra propiedad.

Los fondos públicos están *á la par*, *en alza* ó *en baja*, segun que su precio de plaza sea igual, mayor ó menor que su valor nominal.

Los fondos públicos se cotizan con un cierto percentage respecto de su valor nominal. Cuando éstos están al 108, son valores al 108% de su valor nominal, que es el 8% mas que éste; si se cotizan al 92, son valores al 92%, que es el 8% ménos de su valor nominal.

Los negocios de compra y venta de fondos públicos se llaman *agiotaje*, y las personas que se ocupan en esto se llaman *agiotistas* ó *corredores* en fondos públicos.

244. *Ganancia bruta* es el conjunto de todas las utilidades que dejan los negocios; y *ganancia neta* es la utilidad líquida que queda despues de deducir los gastos y pérdidas, del conjunto de ganancias.

245. *Dividendo* es la parte de las ganancias de una compañía, distribuida entre los accionistas ó tenedores de fondos públicos.

Los dividendos se dan á conocer generalmente cada año ó cada seis meses y se calculan en un tanto por ciento del valor á la par de los fondos públicos. Este tanto por ciento se llama el *tanto de dividendo*.

246. *Cuota de reserva* es una suma exigida á los accionistas para cubrir los gastos ó las pérdidas en los negocios.

Los negocios de las compañías son generalmente manejados por directores, elejidos por los accionistas, teniendo derecho cada uno de estos á tantos votos como acciones posea.

Problemas Mentales.

1. Cuando los fondos públicos tienen el 6 % de premio, cuál es el valor de \$ 1? De \$ 100?

2. Cuando los fondos públicos tienen el 12 % de descuento, cuál es el valor de \$ 1? De \$ 100?

3. Cuánto costarán 5 acciones de un telégrafo con 4 % de premio? Con 4 % de descuento?

NOTA.—Una accion vale \$ 100, si no está espresado otro valor.

4. Cómo se cotizan los fondos públicos cuando tienen el 15 % de premio? Y cuándo es de descuento?

5. Cuando los fondos públicos se cotizan á 117 $\frac{1}{2}$, cuál es valor de \$ 1? De \$ 100?

6. Cuando los fondos públicos se cotizan al 87, cuál es el valor de \$ 1? De \$ 100?

7. Cuánto costarán diez acciones de Minas, cotizadas al 104? Al 85?

8. Cotizadas las acciones del Banco Nacional al 225, cuántas acciones pueden comprarse con \$ 525?

9. Una compañía abona un dividendo de 3 %, cuánto recibirá un accionista que tiene 15 acciones?

19. Una compañía manufacturera exige una cuota de 5 % para reparar daños causados por una inundacion: cuánto debe pagar un accionista que tiene 20 acciones?

Problemas Escritos.

11. Un hombre compró 75 acciones en un ferrocarril al 7 $\frac{1}{2}$ % de descuento: cuánto gastó en ellas?

12. Compré 100 acciones en un banco al 109 $\frac{1}{2}$ y las vendí al 112 $\frac{1}{2}$: cuánto salí ganando en la transaccion?

13. Un corredor compró 70 acciones de una compañía de seguros al $6\frac{1}{2}\%$ de premio y las vendió con $\frac{3}{4}\%$ de descuento: cuánto perdió?

14. Un hombre compró 52 acciones en un café á 127, y vendió 36 de ellas á 135, y el resto á $137\frac{1}{2}$: cuánto ganó en la negociacion?

15. Un hombre cambió 52 acciones en un ferrocarril á 80, por tantas acciones en una compañía de seguros á 104: cuántas acciones debió recibir en la compañía de seguros?

16. Un corredor compró 84 acciones, de \$ 50 cada una, de un telégrafo al 94 y las vendió á $100\frac{3}{7}$: cuánto ganó en la negociacion?

17. La compañía del gas de Cincinnati abona un dividendo de $16\frac{2}{3}\%$: Cuánto recibió un hombre que tenia 36 acciones?

18. El capital de una compañía de seguros es \$ 500,000 y se dió un dividendo de $4\frac{2}{5}\%$: Cuánto se distribuyó entre los accionistas?

19. Una compañía con un capital de \$ 125000 dió un dividendo de 4% , con un sobrante de \$ 3500: Cuál fué la ganancia neta de la compañía?

NOTA.—El sobrante es una parte de las ganancias líquidas, separada para las demandas sucesivas.

20. El capital completo en los ferro-carriles en Ohio en 1869 fué \$ 106.686,116 y sus ganancias líquidas fueron en el año \$ 9.051,998: Cuál fué el tanto de dividendo en término medio?

21. La ganancia líquida de una compañía de gas fué de \$ 22425 y el capital fué de \$ 215000: O tanto de dividendo pudo repartirse, sin reservar sobrante? ¿Cuál será el dividendo sobre 45 acciones?

22. El capital de una compañía es de \$ 450000,

la ganancia bruta es de \$ 70680 y los gastos son de \$ 40325: qué tanto de dividendo puede repartirse, reservando un sobrante de \$ 6500?

23. Cuántas acciones de Banco al 4 % de premio pueden comprarse con \$ 8320?

24. Qué cantidad en fondos públicos puede comprarse con \$ 8750, al 12 $\frac{1}{2}$ % de descuento?

25. Cuando un capital se cotiza al 95 $\frac{5}{8}$: cuánto de él puede comprarse con \$ 6894, siendo el corretaje $\frac{1}{8}$ %?

26. Un corredor compró 84 acciones en una mina de carbon de piedra á 108 $\frac{1}{2}$ y habiendo recibido un dividendo de 5 $\frac{1}{2}$ %, las vendió al 106: cuánto ganó en el negocio?

27. Un corredor compró fondos públicos con 4 % de descuento y, vendiendo en seguida estos fondos con 5 % de premio, ganó \$ 450: cuántas acciones habia comprado?

28. Un señor compró un hotel al 120 y lo vendió al 124: qué tanto por ciento de lo invertido habia ganado?

Fórmulas y Reglas.

247. FÓRMULAS. — 1. *Un dividendo ó cuota de reserva = capital $\times$ tanto por ciento.*
 2. *Tanto por ciento = dividendo ó cuota de reserva $\div$ capital.*
 3. *Capital = dividendo ó cuota de reserva $\div$ tanto por ciento.*
 4. *Premio ó descuento = valor á la par $\times$ tanto por ciento.*
 5. *Tanto por ciento = premio ó descuento $\div$ valor á la par.*

6. *Valor á la par* = premio ó descuento $\div$ tanto por ciento.
7. *Valor á la par* = precio de plaza $\div$ $(1 \pm \text{tanto } \%)$.
8. *Precio de plaza* = valor á la par $\times (1 \pm \text{tanto } \%)$.
9. *Precio de plaza* = valor á la par $\pm$ el premio ó — el descuento.

NOTA.—Las fórmulas 4, 7 y 8 comprenden ordinariamente todas las transacciones en cambios de capital. El signo $\pm$ usado en las fórmulas 7 y 8 se lee *mas ó ménos*.

248. REGLAS.—1^a. Para encontrar el dividendo ó cuota de reserva, cuando se dan el capital y el tanto por ciento, *multiplíquese el capital por el tanto por ciento, espresado decimalmente*. (Fórm. 1.)

2^a. Para encontrar el tanto por ciento cuando se dan el dividendo ó la cuota de reserva y el capital total, *divídase el dividendo ó cuota de reserva por el capital y el cociente, espresado en centésimos, será el tanto por ciento*. (Fórm. 2.)

3^a. Para encontrar el capital cuando se dan el dividendo ó la cuota de reserva y el tanto por ciento, *divídase el dividendo ó la cuota de reserva por el tanto por ciento espresado decimalmente*. (Fórm. 3.)

4^a. Para encontrar el premio ó descuento sobre el importe de un capital dado, *multiplíquese el capital por el tanto por ciento, espresado decimalmente*. (Fórmula 4.)

5^a Para encontrar el costo ó precio de plaza de un capital en fondos públicos, *multiplíquese el capital (1) por 1 mas ó ménos el tanto por ciento*. (Fórm. 8); ó (2) *por el precio en que se cotiza espresado en centésimos*.

NOTA.—El costo puede encontrarse tambien agregando el premio ó disminuyendo el descuento, al valor á la par. (Fórm. 9.)

6^a. Para encontrar el importe de un capital que puede comprarse con una suma dada, *divídase la suma de dinero á invertirse (1) por 1 mas ó ménos el tanto por ciento. (Fórm. 7); ó (2) por el precio que se cotiza espresado en centésimos.*

NOTA.— Cuando se paga el corretaje, el tanto de corretaje deberá cargarse al precio cotizado antes de dividirse.

Seguros.

249. Seguro es la garantia de indemnizar una pérdida posible.

250. Seguro contra incendios es la garantia de indemnizar la pérdida de la propiedad, ocasionada por el fuego.

251. Seguro marítimo es la garantia de indemnizar la pérdida de la propiedad mientras es transportada por agua.

Seguro sobre la propiedad transportada se llama *seguro sobre la carga*; cuando el buque está asegurado tambien se llama *seguro sobre la navegacion*.

252. Seguro sobre la vida es la garantia de indemnizar la pérdida de la vida.

Los seguros sobre la persona comprenden los seguros sobre la vida, la salud ó las injurias.

253. La póliza es el contrato escrito, entre el asegurador y el asegurado.

254. El premio es la suma pagada por el asegurado para obtener el seguro. Este es un tanto por ciento especificado sobre la suma asegurada.

El acto de asegurarse se llama *prevenir un peligro*. Cuando se asegura una propiedad, la tasacion de ella se hace generalmente por ménos de su valor real.

El negocio de seguros se hace generalmente por corporaciones, llamadas *Compañías de Seguros*. En las *Compañías por acciones* las ganancias y pérdidas se distribuyen entre los accionistas; pero en las *compañías de Seguros mútuos* se dividen entre los tenedores de póliza.

Problemas Mentales.

1. Una casa fué asegurada por \$ 2500, al 1 %: cuál fué el premio?
2. Un capital en bienes muebles fué asegurado por \$ 8000, al $\frac{3}{4}$ %: cuál fué el premio?
3. Un hotel que valia \$ 6000 fué asegurado por $\frac{2}{3}$ de su valor, al $1\frac{1}{4}$ %: cuál fué el premio?
4. Qué costará adquirir una casa asegurada por \$ 4000 en diez años, al $1\frac{1}{4}$ % anual?
5. El premio pagado por asegurar una biblioteca por \$ 500 es \$ 5: cuál es el tanto de seguro?
6. Una compañía asegura una casa escuela en \$ 10000 y cobra \$ 50 de premio: cuál es el tanto?
7. El premio por asegurar un cargamento de muebles, al 2 %, fué \$ 240: cuál fué el valor de los muebles asegurados?

Problemas Escritos.

8. Una casa de negocio que vale \$ 75000 es asegurada por $\frac{2}{3}$ de su valor, al $1\frac{1}{4}$ %: cuál es el premio?
9. Un comerciante tiene asegurado su almacen en \$ 7850, al $\frac{3}{4}$ % y sus muebles en \$ 12400, al $\frac{1}{2}$ %: qué premio es el que tiene que pagar?
10. Una casa que vale \$ 5400 fué asegurada en $\frac{3}{4}$ de su valor, al $\frac{7}{8}$ %, y el costo del apeo y póliza fué \$ 1.50: cuál fué el costo del seguro?

NOTA.—Cuando se previene un nuevo peligro, se da generalmente una pequeña remuneracion por el exámen de la propiedad, llamado *apeo*, y por expedir la póliza de seguros.

11. El dueño de un buque pagó \$ 561 por seguros en la navegacion, sobre \$ 25500: cuál fué el tanto de seguros?

12. Un comerciante pagó \$ 100 por asegurar en \$ 12500 sus muebles: cuál fué el tanto de seguros?

13. Una casa-escuela es asegurada al $\frac{3}{5}\%$ siendo el premio \$ 93.60: en cuánto fué asegurada la casa?

14. Un cargador de granos pagó \$ 125 por seguros de un cargamento de trigo, al $1\frac{1}{2}\%$: por cuánto fué asegurado el trigo?

15. Una compañía aseguró una manzana de edificios por \$ 150,000 al $\frac{3}{4}\%$; pero habiéndose aumentado el peligro se reaseguró en otra compañía por \$ 40000, al $\frac{7}{8}\%$ y por \$ 35000 en otra compañía al $\frac{4}{5}\%$: cuánto de premio recibió mas que lo pagado?

16. Una manzana de edificios que vale \$ 135000 es asegurada por $\frac{4}{5}$ de su valor por tres compañías, la primera toma un tercio del peligro, al $\frac{3}{4}\%$; la segunda toma $\frac{2}{5}$ de él al $\frac{7}{8}\%$ y la tercera toma el resto al $\frac{2}{3}\%$: cuál fué el premio total?

17. Suponiendo que la manzana antedicha se hubiese incendiado, ocasionando una pérdida de \$ 60000: cuánto hubiera estado obligada á pagar cada compañía?

18. Una casa que ha sido asegurada en \$ 3500 por 10 años al $\frac{3}{5}\%$ anual se incendió: cuánto se recibió de la compañía como exeso al costo del premio?

19. Un vapor incendiado en 1869, fué asegurado por una compañía por 20 años, en \$ 40,000, al $2\frac{1}{2}\%$ anual: cuál sería la pérdida actual de la compañía sin reconocer los intereses?

20. Un vendedor de granos tenía un cargamento de trigo tasado en \$ 31360, asegurado al 2% , tanto como para cubrir el valor del trigo y el costo del premio: por cuánto fué asegurado el trigo?

SUGESTION.—Como el premio fué el 2% de la suma asegurada, el valor del trigo fué el $100\% - 2\% = 98\%$ de la suma asegurada. Entónces, $\$ 31360 = \frac{98}{100}$ de la suma asegurada. (Caso IV).

21. Por cuánto deberá asegurarse un cargamento de tablas que vale \$ 21825, al 3 %, para que pueda cubrirse el valor de las tablas y el costo del premio?

22. Por cuánto deberá asegurarse una propiedad que vale \$ 11859.40, al 1½%, para cubrir el valor de la propiedad y del premio?

23. Por cuánto deberá asegurarse un cargamento de muebles, tasados en \$ 11520 , al 4% para cubrir el valor de los muebles y del premio?

24. Qué suma debe asegurarse para cubrir una propiedad que vale \$ 2587, con premio de ½%?

25. Un comerciante tenía un cargamento de madera asegurado en \$ 35000: para cubrir el valor de la madera y del premio, al 1%, cuál sería el valor de la madera?

26. Un comerciante conducía un cargamento de harina de Nueva York á Liverpool, y para cubrir el valor de la harina y del premio, tomó una póliza de seguros por \$ 50,400, al 3½%: cuál sería el valor de la harina?

Fórmulas y Reglas.

255. FÓRMULAS. — 1. $\text{Premio} = \text{suma asegurada} \times \text{tanto } \%$.

2. $\text{Tanto } \% = \text{premio} \div \text{suma asegurada}$.

3. $\text{Suma asegurada} = \text{premio} \div \text{tanto } \%$.

4. $\text{Propiedad y premio} = \text{propiedad} \div (1 - \text{tanto } \%)$.

256. REGLAS. — 1ª. Para encontrar el premio, mul-

tiplíquese la suma asegurada por el tanto por ciento expresado decimalmente. (Fórm. 1).

2ª. Para encontrar por qué suma debe asegurarse una propiedad para cubrir su valor y el del premio, *divídase el valor de la propiedad asegurada por 1 ménos el tanto por ciento expresado decimalmente. (Fórm. 4).*

Seguros sobre la Vida.

257. En los Seguros sobre la Vida el que asegura se compromete á pagar á los herederos del asegurado, ó á la misma persona nombrada en la póliza de seguros, una cantidad estipulada sobre la vida del asegurado, ó en un tiempo determinado, si no le sobreviniere antes la muerte.

258. Cuándo la póliza de seguro se hace por toda la vida del asegurado, se llama *póliza vitalicia*, cuándo se especifica un número de años, se llama *póliza por tiempo determinado* ó *póliza de dote*.

El premio en seguros sobre la vida se paga en una sola vez ó anualmente durante el término de la póliza, ó anualmente tambien durante un número determinado de años, que es generalmente de diez.

Una *póliza sin multa* garantiza al asegurado una parte equitativa de la suma asegurada, en caso de que se faltase al compromiso de pagar el premio anual, despues de haberse hecho un número especificado de pagos.

259. El premio se calcula en una cierta suma ó tanto por \$ 1000 asegurados. Este tanto varía con la edad del asegurado en el tiempo que se estiende la póliza.

Las bases sobre que se determina el tanto de seguros sobre la vida, es la *expectativa de vida* ó el término medio de la duracion de la vida á partir de la edad dada, como lo demuestran las estadísticas de la vida. Las tablas se forman demostrando la expectativa de la vida de un hombre por cada año de edad. (Véase el apéndice).

Problemas Escritos.

27. Un hombre de 45 años de edad tiene asegurada su vida por \$ 3000, al \$ 37.30 por \$ 1000: cuál es el premio que paga anualmente?

28. Un hombre de 30 años tiene asegurada su vida por \$ 6000, á \$ 23.60 por \$ 1000: cuál es el premio anual?

29. Un hombre de 38 años de edad está asegurado por \$ 5000 en el plazo de diez años, á \$ 44.50 por \$ 1000: cuál será la suma de todos los premios que él pagó?

30. Un hombre de 35 años de edad tomó una póliza de vida por \$ 4000, al tanto de \$ 27.50 por \$ 1000; éste murió á los sesenta años de edad: cuánto mayor fué la suma asegurada que la suma de los pagos anuales?

31. Un hombre de 27 años de edad tomó una póliza de vida por \$ 8000, á beneficio de su esposa, al tanto de \$ 21.70 por \$ 1000 y su muerte sobrevino á la edad de 33 años: cuánto recibió mas la viuda que lo que habia pagado en premios anuales su esposo?

Impuestos.

260. Impuesto es una suma de dinero exigida sobre la persona, propiedad, renta ó negocio de un ciudadano para sostén del gobierno ú otro propósito público.

261. El impuesto sobre la persona se llama *impuesto por cabeza* ó *impuesto por capitacion*.

262. El impuesto sobre la propiedad se llama *impuesto á la propiedad*. Este se exige á razon de un

tanto por ciento ó mil sobre lo avaluado, ó bien un número de milésimos de peso por cada peso.

La propiedad se clasifica como *bienes inmuebles* y *bienes muebles*; la primera comprende toda propiedad inamovible, como casas, terrenos, y la segunda toda propiedad transportable. El valor del inmueble sujeto á impuestos es apreciado por un agente llamado *avaluador* ó *tasador* y el valor de los bienes muebles es fijado por el propietario, bajo juramento, ó por el perito tasador.

263. El impuesto sobre la renta anual de un habitante se llama *impuesto de renta* y el impuesto sobre sus negocios se llama *impuesto de sisa*.

Los impuestos de renta se exigen en un tanto por ciento de la renta neta de un habitante, ménos las deducciones y escepciones especificadas. Los impuestos de sisa consisten en pagar por negocios autorizados, papel sellado, estampillas, impuestos sobre productos manufactureros, etc.

La Renta de la República Argentina procede principalmente de derechos de importacion y exportacion de toda clase de artículos y de impuestos de sisa, recolectada por agentes llamados *receptores de renta*.

NOTA.—La contribucion es directa ó indirecta. Los impuestos á la propiedad y de capitacion, son directos y los impuestos de sisa y otros son indirectos, porque se pagan indirectamente por el consumidor.

Problemas Escritos.

1. La avaluacion de las propiedades sujetas á pagar impuestos en una Villa fué \$ 632000 y se impuso una contribucion de \$ 9480 para edificar una casa escuela: cuál fué el tanto de impuesto?

PROCEDIMIENTO:

$$\$ 9480 \div 632000 = .015$$

Tanto = $1 \frac{1}{2} \%$, ó 15 milésimos.

Como el impuesto fué .015 de la propiedad, el tanto debia ser 1.5% , ó 15 milésimos en cada peso.

2. El impuesto exigido en una ciudad para todo gasto, fué \$ 259776 y las propiedades sujetas á impuestos hacian un valor de \$ 21.648,000: cuál fué el tanto impuesto, en milésimos?

3. La suma de impuestos á cobrar en cierto distrito es \$ 19340.20, el valor de la propiedad sujeta á impuestos es \$ 1.425,400 y el número de capitaciones

exijidas, á \$ 1.50 cada una, es 540: qué tanto de impuesto deberá exijirse sobre la propiedad?

4. El costo de las escuelas publicas en una ciudad, en el año, se calcula en \$ 36848: cuál es la suma del impuesto de escuelas que debe exijirse, siendo el 2% el costo de la recoleccion y concediendo el 6% del impuesto exigido para distribuirse?

PROCEDIMIENTO:

.98) \$ 36848

.94) \$ 37600 Impuesto recolectado.

\$ 40000 " exigido.

Puesto que se paga el 2% del impuesto recolectado al que lo reune, \$ 36848 es 98% ó .98 del impuesto á recolectarse, \$ 36848 es .98 de \$ 37600. (Caso IV.) Ahora, como el 6% del impuesto exigido no es recolectable, el impuesto á recolectarse, ó \$ 37600 es .94 del impuesto á exigirse. \$ 37600 son .94 de \$ 40000. Luego, \$ 40000 es la suma que debe exigirse.

NOTA.— Como puede estimarse solamente la suma del impuesto no recolectable, deberá encontrarse la suma á exigirse, con un propósito mas práctico, sumando los percentajes por impuestos de recoleccion y lo no recolectable á la suma de dinero á reunirse con el propósito dado.

5. El producto neto de un cierto impuesto exigido, despues de deducir el $1\frac{10}{2}\%$ de la recaudacion, fué \$ 11703.84 $\frac{1}{2}$, y el $7\frac{10}{2}\%$ del impuesto no recolectado: cuál fué la suma del impuesto exigido?

6. La suma del impuesto exigido sobre la propiedad en una ciudad fué de \$ 145850; al tesorero se le pagó el $\frac{30}{4}\%$ por la recaudacion y 10% del impuesto no recolectable: cuál fué el producto neto de las cuotas fijadas?

7. La propiedad sujeta á impuestos en cierta ciudad es tasada en \$ 87.045,060 y el tanto impuesto para escuelas es $5\frac{1}{2}$ milésimos por peso: cuál es la suma para escuelas?

SUGESTION. — Como $5\frac{1}{2}$ milésimos = .005 $\frac{1}{2}$ de un peso, el impuesto exigido = .005 $\frac{1}{2}$ de la propiedad.

8. La avaluacion de la propiedad sujeta á impuesto en un país es de \$ 35.460,850 y el tanto del impuesto

exijido es 25 milésimos: cuál será el producto neto del impuesto, siendo el 3% el costo de recolección y el 8% el de lo no recolectable?

9. Cuando el tanto de tasación es 15 milésimos, cuál es la suma del impuesto sobre la propiedad de A, tasada en \$ 13500? Sobre la de B, tasada en \$ 9850.60? y sobre la de C, tasada en \$ 5060?

10. La renta neta de un hombre es \$ 2750, de la cual \$ 1354 están exentos de impuesto por ley: cuál es la renta de impuesto al 5%? Al 3%?

11. La renta de un hombre es de \$ 3570 y las deducciones concedidas por ley llegan á \$ 1650: cuál es su renta de impuesto al 5%?

12. Un hombre paga un impuesto de $12\frac{1}{4}$ milésimos sobre su propiedad, tasada en \$ 9850 y una renta de impuesto de 5% sobre su renta neta de \$ 2750: cuál es su impuesto total al año?

Fórmulas y Reglas.

264. FÓRMULAS.—1. *Impuesto* = *valor de la propiedad* $\times$ *tanto* %.

2. *Tanto* % = *impuesto* $\div$ *valor de la propiedad*.

3. *Impuesto recolectado* = *producto neto* $\div$ $(1 - \text{tanto } \%)$ de recaudación.)

4. *Impuesto exigido* = *impuesto recaudado* $\div$ $(1 - \text{tanto } \%)$ del impuesto no recaudado.

265. REGLAS.—1ª. Para encontrar la suma del impuesto, multiplíquese la suma de la propiedad sujeta á impuesto por el tanto de impuesto, expresado decimalmente.

2ª. Para encontrar el tanto de impuesto en milésimos, *divídase la suma del impuesto por la suma de la propiedad y espresese el cociente en milésimos. El número de milésimos será el número buscado.*

Tablas de Impuestos.

266. El trabajo se disminuirá mucho usando las tablas que dan el impuesto sobre sumas convenientes del valor de la propiedad, al tanto dado.

Tabla por un tanto de 15 milésimos.

Prop.	Imp.	Prop.	Imp.	Prop.	Imp.	Prop.	Imp.	Prop.	Imp.
\$ 1	\$.015	\$ 10	\$ 0.15	\$ 100	\$ 1.50	\$ 1000	\$ 15.	\$ 10000	\$ 150.
« 2	« .03	« 20	« .30	« 200	« 3.00	« 2000	« 30.	« 20000	« 300.
« 3	« .045	« 30	« .45	« 300	« 4.50	« 3000	« 45.	« 30000	« 450.
« 4	« .06	« 40	« .60	« 400	« 6.00	« 4000	« 60.	« 40000	« 600.
« 5	« .075	« 50	« .75	« 500	« 7.50	« 5000	« 75.	« 50000	« 750.
« 6	« .09	« 60	« .90	« 600	« 9.00	« 6000	« 90.	« 60000	« 900.
« 7	« .105	« 70	« 1.05	« 700	« 10.50	« 7000	« 105.	« 70000	« 1050.
« 8	« .12	« 80	« 1.20	« 800	« 12.00	« 8000	« 120.	« 80000	« 1200.
« 9	« .135	« 90	« 1.35	« 900	« 13.50	« 9000	« 135.	« 90000	« 1350.

13. Encontrar por la tabla anterior el impuesto sobre \$ 875.64, al tanto de 15 milésimos.

PROCEDIMIENTO :

$$\text{\$ } 875.64 = \text{\$ } 800 + \text{\$ } 70 + \text{\$ } 5 + \text{\$ } .60 + \text{\$ } .04$$

$$\text{Impuesto sobre } \left\{ \begin{array}{l} \text{\$ } 800. = \text{\$ } 12.00 \\ 70. = \text{,} 1.05 \\ 5. = \text{,} .075 \\ .60 = \text{,} .009 \\ .04 = \text{,} .0006 \end{array} \right.$$

$$\text{Impuesto sobre } \text{\$ } 875.64 = \text{\$ } 13.1346$$

Como \$ 60 son 100 veces 60 cts., el impuesto sobre 60 cts. se encuentra dividiendo el impuesto sobre \$ 60 por 100, que se hace corriendo el punto decimal dos lugares á la izquierda. El impuesto sobre 4 cts. se encuentra de un modo semejante, del impuesto sobre \$ 4.

Encontrar por la tabla anterior el impuesto del

14. Señor A sobre \$	708.	19. Señor F sobre \$	5408.
15. " B " \$	960.	20. " G " \$	85600.
16. " C " \$	85.80.	21. " H " \$	90908.
17. " D " \$	3405.	22. " I " \$	150340.
18. " E " \$	860.50.	23. " J " \$	225350.

Derechos de Aduana ó de Puerto.

267. Derechos de aduana son impuestos establecidos por el Gobierno nacional sobre las mercancías importadas. Los derechos de aduana se llaman tambien *de puerto*.

Los *puertos de entrada* para mercancías extranjeras son determinados por ley y en cada uno de éstos hay una aduana, donde se cobran los derechos de aduana ó de puerto. El agente encargado de la aduana se llama *Administrador ó Receptor de rentas* y la lista que indica el tanto á pagarse por derechos de aduana, se llama *tarifa*.

Los derechos de entrada son *específicos ó por avaluacion*.

268. Derechos específicos de aduana son aquellos que se exigen sobre la cantidad de mercancías importadas, sin referirse á su valor.

Cobrando derechos específicos de aduana, se hace una concesion: 1º por pérdida, llamada *extraccion*; 2º por el peso de barriles, cajones, etc., llamada *tara ó merma*; 3º por pérdida de líquidos, llamada *derrame*; 4º por quebradura de botellas, cristales, etc., llamada *quebrazon*. El peso de las mercancías sin concesiones, se llama *peso bruto* y con concesiones se llama *peso neto*.

269. Derechos de aduana por avaluacion son aquellos que se cobran sobre el costo de la mercancías en el país del cual se importan.

El costo de las mercaderías importadas se muestra por una *factura ó manifesto*, y cuando el valor corriente de ella tiene alguna depreciacion en el país de donde son importadas, ésta se prueba por un certificado consular, embargada la factura. Cuando el dueño ó consignatario no puede mostrar una factura de mercaderías en la aduana, se determina su valor por tasacion.

Problemas Escritos.

1. Cuál es el derecho de aduana, á 5 centavos kilo, en 65 cajones de pasas, siendo el peso bruto de 115 kilos cada uno y un 12% de tara?

2. Cuál es el derecho de importacion, á 5 centavos libra, en 1240 cajas té, cuyo peso bruto es de 120 libras cada una y siendo la tara un 10%?

3. Cuál es el derecho de entrada, á 5 centavos libra, en 340 sacas de café, siendo el peso bruto 250 libras cada una y con 5% de tara?

4. Cuál es el derecho de entrada, á $1\frac{1}{2}$ centavos la libra, en 240 toneladas de fierro en barra, con 5% de estraccion?

NOTA.—En los cálculos de aduana un quintal = 112 libras.

5. Un comerciante importó de la Habana 225 bocoyes azúcar, cada uno con 450 libras de peso en bruto y $12\frac{1}{2}$ % de tara; y 120 bocoyes de melaza, cada uno con 126 galones y 2% de merma: cuál fué el derecho de entrada á 3 centavos la libra de azúcar y á 8 centavos el galon de melaza?

6. Un comerciante importó un lote de seda, tasado en \$ 45360: cuánto pagó de derecho, al 50% de tasacion?

7. Un comerciante importó 1450 metros paño, tasados á \$ 2.15 metro; 3240 metros alfombra de Bruselas, tasada á \$ 1.60 el metro; y 480 metros género de seda tasado á \$ 2.85 el metro: cuánto fué el derecho de entrada, al 35% por mercaderías de lana y al 50% por las de seda?

8. El derecho de importacion en 1250 metros de seda, al 40% de tasacion, fué \$ 1100: cuál fué el precio de un metro en factura? Por cuánto debe vender el importador el metro de seda para descontar el 20%?

Fórmulas y Reglas.

270. FÓRMULAS.—1. *Derecho específico* = *cantidad neta* $\times$ *tanto* %.

2. *Derecho por tasacion* = *precio neto de factura* $\times$ *tanto* %.

3. *Precio neto de factura* = *derecho por tasacion* $\div$ *tanto* %.

271. REGLAS.—1^a. Para encontrar el derecho específico, multiplíquese el número que denota el precio neto de las mercaderías por el tanto por ciento ó por el derecho de entrada sobre uno.

2. Para encontrar el derecho por tasacion, multiplíquese el precio de factura, ménos las deducciones concedidas, por el tanto % espresado decimalmente.

Bancarota.

272. Un **quebrado** es una persona que falla en sus negocios y no tiene bienes suficientes para pagar todas sus deudas. Al quebrado se le llama tambien *insolvente* ó *fallido*.

NOTA.—El término *quebrado* es aplicable solamente á un comerciante, mientras que el de *insolvente* se aplica á cualquiera persona que no puede pagar sus deudas.

273. **Bancarota** es una quiebra en negocios, con inhabilidad para pagar todas las deudas.

274. **Cesion de bienes** es la transferencia de éstos, en caso de quiebra, á otras personas, llamadas *síndicos*, nombradas en beneficio de los acreedores.

NOTA.—Es deber de los *síndicos* convertir las propiedades en dinero y dividir el producido, despues de deducir los gastos, entre los acreedores.

275. La propiedad de un quebrado ó insolvente se llama su *activo*, y el monto de sus deudas, su *pasivo*. El activo ménos los gastos de arreglo es el *producto neto*.

Problemas Escritos.

1. Un comerciante que quebró quedó debiendo \$ 15750, siendo su activo \$ 10515: qué tanto por ciento de su pasivo podía pagar, dejando \$ 750 para gastos de arreglo?

PROCEDIMIENTO:

$\$10515 - \$750 = \$9765$, producto neto.

$\$9765 \div \$15750 = .62$, ó 62 %.

Puesto que el producto neto de su activo es .62 de su pasivo, él puede pagar el 62 % ó 62 cts. por cada peso.

2. En el caso anterior de bancarota son cuatro acreedores, los cuales reclaman respectivamente, pesos 3580, \$ 4635, \$ 5300 y \$ 2235: cuánto recibió cada uno?

3. Smith, Jones & C^o se han declarado insolventes, debiendo á A \$ 3500, á B \$ 1250, á C \$ 3750, á D \$ 1000 y á E \$ 2500; su activo asciende á \$ 7150 y los gastos de arreglo á \$ 550: qué tanto por ciento de su pasivo pueden ellos pagar? Cuánto recibió cada acreedor?

4. Un comerciante quebró quedando su pasivo en \$ 25000 y su activo como sigue: \$ 9500 en mercaderías, \$ 5400 en un edificio y \$ 2100 en documentos cobrables; los gastos de arreglo fueron un 5 % del activo: cuántos centavos por cada peso pudo él pagar?

Fórmulas y Reglas.

276. FÓRMULAS. — 1. *Tanto* $\%$ = *producto neto* $\div$ *pasivo*.

2. *Dividendo* = *deuda* $\times$ *tanto* $\%$.

277. REGLAS. — 1^a. Para encontrar el tanto por ciento que un quebrado puede pagar de su pasivo, *divídase el producto neto de su activo por la suma á que asciende su pasivo y el cociente espresado en centésimos será el tanto por ciento*.

2^a. Para encontrar los dividendos de los acreedores en un caso de bancarota, *multipliquense los varios títulos de deuda de los acreedores por el tanto por ciento que pagará el producto neto del activo*.

NOTA.—Es mas comun encontrar cuantos centavos por cada peso se pagará del producto neto: el procedimiento es el mismo.



INTERÉS.

Definiciones Preliminares.

278. Interés es el premio que se paga por el uso de dinero prestado ó depositado.

279. Principal es la suma de dinero por la cual se paga interés.

280. Monto es la suma del principal é intereses.

281. Tanto de interés es el número de centavos que se paga en *un año* por el principal.

282. El tanto de interés fijado por ley se llama *tanto legal*; y cualquier tanto de interés mayor que el legal es *usurario*.

El tanto de interés legal para los Bancos en la República Argentina es el 9 %; habiendo fijado el uso para el comercio en general el 12 %.

283. Interés simple es el que se cobra sobre el principal solamente.

El interés considera el tiempo, y es en lo que difiere de las anteriores aplicaciones del tanto por ciento. En períodos de tiempo mayor ó menor que un año, el interés es proporcionalmente mayor ó menor que el interés de un año.

Método General para Calcular el Interés.

Problemas Mentales.

1. Cuando el dinero se presta al 6% anual, qué parte del principal es igual al interés por un año?

RESPUESTA.—Si $6\% = .06$, el interés por un año será igual á .06 del principal.

2. Qué parte del principal es igual al interés cuando el dinero se presta al 5%? Al 8%? Al 9%?

3. Qué parte del principal es igual al interés cuando el dinero se presta al 4%? Al $5\frac{1}{2}\%$? Al $7\frac{1}{2}\%$?

4. Cuál es el interés de \$ 50 en un año al 6%?

SOLUCION.—Si el interés en un año, al 6%, es igual á .06 del principal, el interés de \$ 50 en un año será igual á .06 de \$ 50, que son \$ 3.

5. Cuál es el interés de \$ 400 en un año, al 7%? Al 8%? Al 9%? Al 12%?

6. Cuál es el interés de \$ 650 en un año, al 4%? Al 6%? Al 8%?

7. Cuál es el interés de \$ 120 en un año, al 5%? Al $5\frac{1}{2}\%$? Al $7\frac{1}{2}\%$?

8. Cuál es el interés de \$ 250 en tres años, al 6%?

SOLUCION.—El interés de \$ 250 en un año, al 6%, es \$ 15, y como el interés en un año es \$ 15, en tres años será tres veces \$ 15, que son \$ 45.

9. Al 7%, cuál es el interés de \$ 300 en 4 años?
En 5 años? En 10 años?

10. Al 8%, cuál es el interés de \$ 150 en 2 años?
En $4\frac{1}{2}$ años? En $5\frac{1}{3}$ años?

11. Al $4\frac{1}{2}\%$, cuál es el interés de \$ 300 en tres años?
En $4\frac{1}{2}$ años?

12. Al 10%, cuál es el interés de \$ 25 en 6 años?
En 12 años? En $8\frac{2}{5}$ años?

13. Cuál es el interés de \$ 70 en 2 años 4 meses,
al 5%?

SUGESTION: 4 meses = $\frac{1}{3}$ de un año, y 2 años 4 meses = $2\frac{1}{3}$ años.

14. Al 4%, cuál es el interés de \$ 15 en 3 años
3 meses? En 5 años 6 meses?

15. Al 7%, cuál es el interés de \$ 30 en 2 años
4 meses? En 3 años 2 meses?

16. Al 6%, cuál es el interés de \$ 50 en 4 años
2 meses? En 6 años 10 meses?

17. Cuál es el interés de \$ 10 en 4 años 6 meses,
al 4%? Al 6%? Al 9%? Al 10%?

18. Cuál es el interés de \$ 500 en 3 años 2 meses,
al 5%? Al 8%? Al 12%?

Problemas Escritos.

19. Cuál es el interés de \$ 145.60 en 5 años
10 meses, al 5%?

PROCEDIMIENTO:

\$ 145.60 $\times$.05 = \$ 7.28 = interés en un año. Ahora,

\$ 7.28 $\times$ $5\frac{5}{6}$ = \$ 42.47 = interés en 5 años 10 meses.

20. Cuál es el interés de \$ 273.45 en 8 años 3 meses,
al $7\frac{1}{2}\%$? Al 12%?

Cuál es el interés de:

21. \$ 65.30 en 1 año 3 meses, al 6%? Al 8%?

22. \$ 640.58 en 4 años 11 meses, al 5%? Al 10%?

23. \$ 1000 en 1 año 1 mes, al 3½%? Al 7.3%?

24. \$ 85, al 7%, en 3 años 7 meses? En 9 meses?

25. \$ 38.10, al 9%, en 6 años 5 meses? En 3 años 10 meses?

26. \$ 84.75, por 2 años 5 meses, 21 días, al 8%?

SUGESTION.—Redúzcanse los 5 meses 21 días á decimal de año (Art. 171 N. 2). 21 día=.7 de mes, y 5.7 de mes=.475 de año. Luego, 2 años 5 meses, 21 días=2.475 años.

27. \$ 208.44 en 7 años 8 meses 15 días, al 5%?

28. \$ 356.75 en 5 años 10 meses 24 días, al 6½%?

29. \$ 184.80 en 1 año 1 mes 10 días (1½ año), al 9%?

30. \$ 321.70 en 4 años 3 meses 27 días, al 12½%?

Cuál es el monto de:

31. \$ 60.85 en 10 años 10 meses 10 días, al 10%?

32. \$ 740.10 en 1 año 1 mes 18 días, al 8%?

33. \$ 1.40 en 7 años 11 meses 21 días, al 7½%?

34. \$ 121.75 en 3 años 18 días, al 12%?

35. \$ 80.65 en 1 año 6 meses 12 días, al 10½%?

36. Cuál es el interés de \$ 356.50, en 3 años 9 meses 25 días, al 8%?

PROCEDIMIENTO POR PARTES ALÍCUOTAS EN DIAS:

\$ 356.50
.08

12) \$ 28.5200 × 3 = 85.560 Interés en 3 años.

(Interés en 1 mes) \$ 2.3766 × 9 = \$ 21.389 " " 9 meses.

15 días = ½ mes 1.188 " " 15 días.

10 días = ⅓ mes .792 " " 10 días.

\$ 108.929 Interés en 3 años 9 meses 25 días.

Cuál es el interés de:

37. \$ 84.66 en 5 años 7 meses, 20 días, al 5%?

38. \$ 4000 en 10 años 10 meses 10 días, al 15%?
39. \$ 1262.70 en 11 meses 27 días, al $7\frac{1}{4}\%$?
40. \$ 504.08 en tres años 1 mes 1 día, al 10%?
41. \$ 3084.90 en 7 meses 22 días, al 12%?
42. \$ 2016.05 en 1 año 1 mes 29 días, al 8%?
43. Cuál es el monto de \$ 262.75 en 1 año 5 meses 19 días, al 6%? Al 7%? Al 9%?
44. Cuál es el monto de \$ 192.60 en 2 años 2 meses 2 días, al 5%? Al 10%? Al 12%?
45. Un hombre tomó prestados \$ 60 en Mayo de 1864 y los pagó en Marzo de 1865, con intereses al 6%: cuál fué el monto de la cantidad al entregarse?

SUGESTION.— Encuéntrese la diferencia de tiempo por sustracción compuesta.

46. Cuál es el interés de \$ 15.80 desde el 23 de Octubre de 1855 al 12 de Abril de 1859, al 8%?
47. Un pagaré de \$ 565.80, fechado en Junio 3 de 1864, fué pagado el 28 de Noviembre de 1869, con intereses al 8%: cuál fué el monto de la cantidad pagada?

Principio, Fórmula y Regla.

284. PRINCIPIO.— *El principal multiplicado por el tanto por ciento es igual al interés de un año.*

285. FÓRMULA. $\text{Interés} = \text{principal} \times \text{tanto}\% \times \text{tiempo}.$

286. REGLA.— Para encontrar el interés de cualquier suma de dinero, en cualquier tiempo y tanto por ciento: 1. *Multiplíquese el principal por el tanto por ciento, expresado decimalmente y este producto multiplíquese por el tiempo en años y la fracción de un año. Ó;*

2. *Multiplíquese el interés de un año por el número de años, y $\frac{1}{12}$ de él por el número de meses, y encuéntrese el interés de los días por partes alicuotas. La suma de los varios resultados será el interés en el tiempo dado.*

NOTA.—Resolviendo la mayor parte de los problemas de interés, la reduccion de los meses y días á decimal de año se encontrará que es tan breve como el método por partes alicuotas. Los que prefieran este último método, encontrarán que el indicado mas arriba es mas corto que el que se usa generalmente.

Método del seis por ciento.

Problemas Mentales.

1. Cuál es el interés de \$ 1 en 2 años, al 6%?

SOLUCION.—El interés de \$ 1 al año, al 6%, es .06 de \$ 1, que son seis centavos, y el interés en dos años será 2 veces seiscentavos, que son 12 centavos.

2. Cuál es el interés de \$ 1 al 6% en 3 años?
En 8 años? En 15 años?

3. Cuál es el interés de \$ 1, al 6%, en 5 años?
En $10\frac{1}{2}$ años? En $16\frac{2}{3}$ años?

4. Cuál es el interés de \$ 1 en 1 mes al 6%?
En 3 meses?

SOLUCION.—Si el interés de \$ 1 al año, al 6%, es 6 centavos, el interés en 1 mes es $\frac{1}{12}$ de 6 centavos, que son 5 milésimos, y el interés en 3 meses es 3 veces 5 milésimos, que son 15 milésimos.

5. Cuál es el interés de \$ 1, al 6%, en 4 meses?
En 8 meses? En 10 meses?

6. Cuál es el interés de \$ 1, al 6%, en 5 meses?
En 7 meses? En 9 meses? En 11 meses?

Al 6%, cuál es el interés de:

7. \$ 1 en 1 año 2 meses? En 2 años 4 meses?
En 3 años 6 meses?

8. \$ 1 en 4 años 5 meses? En 6 años 7 meses?
En 5 años 9 meses?

9. \$ 1 en dos años 11 meses? En 3 años 9 meses?
En 10 años 10 meses?

10. Cuál es el interés de \$ 1, al 6% en un día?
En 6 días?

SOLUCION.—Si el interés de \$ 1 en 30 días, al 6%, son 5 milésimos en 1 día será $\frac{1}{30}$ de 5 milésimos, que es $\frac{1}{6}$ de un milésimo, y el interés en 6 días serán 6 veces $\frac{1}{6}$ de un milésimo, que es 1 milésimo.

11. Cuál es el interés de \$ 1 al 6% en 12 días?
En 18 días? En 24 días?

12. Cuál es el interés de \$ 1 al 6% en 9 días?
En 15 días? En 21 días? En 27 días?

13. Cuál es el interés de \$ 1 al 6% en 10 días?
En 20 días? En 14 días? En 32 días?

14. Cuál es el interés de \$ 1 al 6% en 7 días?
En 11 días? En 17 días? En 23 días?

15. Cuál es el interés de \$ 1 al 6% en 2 meses
12 días? En 4 meses 18 días?

Al 6%, cuál es el interés de:

16. \$ 1 en 6 meses 9 días? En 8 meses 15 días?
En 10 meses 21 días?

17. \$ 1 en 5 meses 13 días? En 3 meses 22 días?
En 7 meses 25 días?

18. \$ 1 en 4 meses 16 días? En 6 meses 29 días?
En 10 meses 10 días?

19. \$ 1 en 6 meses 16 días? En 9 meses 28 días?
En 11 meses 11 días?

20. \$ 1 en 2 años 8 meses 12 días? En 4 años
5 meses 18 días?

21. \$ 1 en 3 años 3 meses 24 días? En 5 años
6 meses 6 días?

22. Al 6%, cuál es el interés de \$ 1 en 1 año?
En 1 mes? En 2 meses? En 1 día?

23. Si el interés de un principal es \$ 12, al 6%: cuál sería el interés al 7%? Al 8%?

SUGESTION: 7% es $\frac{1}{6}$ mas que 6% y 8% es $\frac{1}{3}$ mas que 6%.

Si el interés de un principal, al 6%, es \$ 36, cuál sería el interés del mismo principal:

- | | | | |
|-------------|---------|---------|---------|
| 24. Al 12%? | Al 15%? | Al 18%? | Al 21%? |
| 25. Al 3%? | Al 4%? | Al 4½%? | Al 5%? |
| 26. Al 10%? | Al 11%? | Al 13%? | Al 14%? |

Problemas Escritos.

27. Cuál es el interés de \$ 245.60, en 2 años 7 meses 21 días, al 6%?

PROCEDIMIENTO:

Interés de \$ 1 = .158 $\frac{1}{2}$

\$ 245.60

.158 $\frac{1}{2}$

196480

122800

24560

12280

\$ 38.9276, Interés.

Si el interés de \$ 1 en 2 años, 7 meses, 21 días, al 6%, es \$.158 $\frac{1}{2}$, ó .158 $\frac{1}{2}$ de \$ 1, el interés de \$ 245.60 será .158 $\frac{1}{2}$ de \$ 245.60, que es \$ 38.928. El interés es tantos milésimos del principal, como el interés de \$ 1 tiene milésimos de \$ 1.

28. Cuál es el interés de \$ 245.60 en 2 años 7 meses 21 días, al 9%? Al 11%?

PROCEDIMIENTO:

\$ 38.928, Interés al 6%.

19.464, " " 3%.

\$ 58.392, " " 9%.

PROCEDIMIENTO:

\$ 38.928, Interés al 6%.

19.464, " " 3%.

12.976, " " 2%.

\$ 71.368, " " 11%.

29. Cuál es el interés de \$ 508.09 en tres años 3 meses 15 días, al 6%? Al 5%? Al 7%?

Cuál es el interés de:

30. \$ 540 en 10 meses 24 días, al 6%? Al 8%?

31. \$ 327.50 en 1 año 3 meses 6 días, al 7%?

Al 10%?

32. \$ 142.64 en 2 años 15 días, al 4%? Al 4½%?

33. \$ 3008.75 en 4 años 1 mes 20 días, al 5%?

Al 9%?

34. \$ 622.40 en 9 meses 29 días, al 12%? Al 15%?

Cuál es el monto de:

35. \$ 804.25 en 1 año 5 meses 10 días, al 8%?

al 7½%?

36. \$ 112.40 en 11 meses 21 días, al 5½%? Al

6½%?

37. \$ 2000 en 1 año 1 mes 1 día, al 8%? Al

11%?

38. \$ 5.90 en 3 años 3 meses 3 días, al 3%?

Al 12%?

39. \$ 16.50 en 2 años 2 meses 2 días, al 6%?

Al 7½%?

40. \$ 50.30 en 3 años 3 meses 3 días, al 8%?

Al 5%?

41. \$ 200 en 4 años 4 meses 4 días, al 4%? Al

10%?

42. Cuál es el interés de \$ 108.60, desde Setiembre 12 de 1866 á Mayo 6 de 1870, al 6%? Al 8%?

43. Un deudor de \$ 40.50 desde Noviembre 4 de 1864, pagó en Mayo 21 de 1870 con intereses al 6%: cuál fué el monto pagado?

44. Un pagaré de \$ 350 de fecha 17 de Octubre de 1865 se pagó en Abril 11 de 1868, con intereses al 7%: cuál fué su monto?

45. Un pagaré de \$ 150.75 de fecha 15 de Junio de 1867 se pagó en Junio 1 de 1870, con intereses al 5%: cuál fué su monto?

46. Un pagaré de \$ 1250 de fecha 5 de Julio de 1868 se pagó en Junio 1 de 1870, con intereses al 8 %: cuál fué su monto?

47. Un pagaré de \$ 87.50 de fecha 8 de Agosto de 1867, con intereses al 10 %, se pagó en Marzo 25 de 1869: cuál fué su monto?

48. Un pagaré de \$ 65.80 de fecha 20 de Febrero de 1868, con intereses al 7 %, se pagó en Junio 25 de 1870: cuál fué el monto?

Fórmula y Reglas.

287. FÓRMULA. *Interés al 6 % = principal $\times$ interés de \$ 1 al 6 %.*

288. REGLAS. — 1ª. Para calcular el interés al 6 %, *encuéntrese el interés de \$ 1 en el tiempo dado, tómense tantas veces seis centavos como sean los años, un medio veces tantos centavos como sean los meses y un sexto veces tantos milésimos como sean los días; multiplíquese en seguida el principal por el decimal abstracto que corresponde al interés de \$ 1 así encontrado.*

2ª. Para calcular el interés con cualquier otro tanto por ciento que no sea el 6, *encuéntrese el interés al 6 %, y entónces aumentese ó disminuyase este interés por una parte tal de él mismo que dé el interés al tanto dado.*

Método por días.

289. Cuando el tiempo es corto, es costumbre entre los banqueros y otros comerciantes calcular el interés por el número actual de días incluidos en el tiempo, considerándose cada día como $\frac{1}{360}$ de un año.

Problemas Escritos.

1. Cuál es el interés de \$ 80.60 desde Marzo 15 á Junio 10, al 6 %?

PROCEDIMIENTO

En Marzo	16 dias	\$ 80.60
„ Abril	30 „	.014 $\frac{1}{2}$
„ Mayo	31 „	32240
„ Junio	10 „	8060
6)	87 dias	4030
	14 $\frac{1}{2}$	\$ 1.16870

Admitiendo que 360 dias es un año, el interés en 87 dias es $\frac{87}{360}$ del interés en un año y el interés en un año al 6 % es $\frac{6}{100}$ del principal. Entónces, el interés en 87 dias es $\frac{87}{360}$ de $\frac{6}{100}$ del principal, que es $\frac{87}{6000}$ del principal. Pero $\frac{87}{6000} = \frac{1}{6}$ de $\frac{87}{1000}$. Luego el interés al 6 % es igual á un sexto veces

tantos milésimos del principal como son los dias del tiempo trascurrido.

NOTA.—La siguiente esplanacion puede ser preferida: Admitiendo que 360 dias tiene el año, el interés de \$ 1 en 1 dia, al 6 %, es $\frac{1}{360}$ de 6 centésimos ó 60 milésimos, *que es $\frac{1}{6}$ de milésimo*, y entónces el interés de \$ 1 en el número de dias será $\frac{1}{6}$ de tantos milésimos como sean los dias. Encontrado el interés de \$ 1, el de un principal cualquiera se encontrará como en el caso anterior.

2. Cuál es el interés de \$ 125.80, desde Julio 5 á Octubre 23, al 6 %? Al 8 %?

3. Cuál es el monto de \$ 25.25 desde Octubre 30 de 1869 á Febrero 1 de 1870, al 6 %? Al 7 $\frac{1}{2}$ %?

4. Cuál es el monto de \$ 65.80 desde Diciembre 28 de 1867 á Marzo 15 de 1868, al 5 %? Al 10 %?

5. Cuál es el monto de \$ 75.40 desde Enero 13 de 1860 á Junio 15 del mismo año, al 6 %? Al 7 %?

6. Cuál es el monto de \$ 120 desde Marzo 15 de 1870 á Julio 4 del mismo año, al 7 %? Al 9 %?

7. Un pagaré de \$ 420, fechado el 25 de Enero de 1860 se pagó en Abril 16 de 1869, con intereses al 8 %: cuál fué el monto?

8. Un hombre sacó prestado \$ 150 en Junio 6 y los pagó con intereses al 7 % en Setiembre 24: cuánto pagó por todo?

9. Un pagaré de \$ 80 fechado en Enero 15 de 1868 se pagó en Junio 21 de 1868, con intereses al 8 %: cuál fué el monto?

10. Un pagaré de \$ 150 fechado en Marzo 30 de 1870 se pagó en Julio 4 de 1870, con intereses al 6 %: cuál fué el monto?

11. Un pagaré de \$ 500, fechado en Mayo 12 de 1869, con intereses al 7 %, fué pagado en Julio 24 de 1869: cuál fué el monto?

Fórmula y Reglas.

290. FÓRMULA. *Interés al 6 % = principal $\times$ días $\div$ 6000.*

291. REGLAS.—1^a. Para calcular intereses por días al 6 %, *multiplíquese el principal por un sexto de tantos milésimos como sean los días que hayan en el tiempo dado.*

2^a. Para calcular el interés por días en cualquier %, *encuéntrese el interés al 6 %, y auméntese ó disminúyase á este interés una parte tal de él mismo, segun que el tanto dado sea mayor ó menor que 6.*

NOTAS.—1. Como el año comun consta de 365 días en vez de 360, el verdadero interés de 360 días es $\frac{360}{365}$ ó $\frac{72}{73}$ del interés en un año; por tanto, por el método anterior, el interés por 360 días es igual al interés por un año. Entónces, pues, el interés verdadero por un número de días en un año comun es $\frac{1}{73}$ ménos que el interés encontrado por la regla anterior; en el año bisiesto el interés verdadero es $\frac{1}{61}$ ménos que el interés así encontrado. Una regla *exacta* para calcular el interés por días, es *tomar tantos 360 avos, y en el año bisiesto tantos 366 avos del interés en un año como sea el número de días que hayan en el tiempo dado.*

2. En algunos países el interés se calcula en $\frac{1}{365}$ del interés por un año; pero se admite generalmente dar al año comercial 360 días.

3. Hay tres métodos para encontrar el tiempo entre dos fechas dadas, á saber: a) *Por sustraccion compuesta, admitiendo el mes de 30 días.* b) *Buscando el número del calendario en el mes de la primera fecha al correspondiente día del mes de la segunda, y contando desde ésta hácia la izquierda el número de días.* c) *Contando el número actual de días entre las dos fechas.* El tercer método es sumamente exacto y se usa generalmente para encontrar el tiempo con prontitud. El número de días se encontrará en las "tablas de tiempo" que dan el número exacto de días entre dos fechas, cuando no pasan de 1 año.

Pagos Parciales.

292. Cuando los pagos parciales se hacen con pagarés ú otras obligaciones, el interés se calcula por la siguiente regla, que ha sido adoptada por la Suprema Corte de Justicia en Estados-Unidos de la América del Norte.

Cuando los pagos parciales se hacen todos juntos en el primer plazo, se descargan los intereses debidos hasta entónces. Si el pago excede al interés, el sobrante se descuenta del principal y el interés subsiguiente se calcula sobre el balance del principal que se queda debiendo.

Si el pago fuere menor que el interés devengado, lo que faltase no debe tomarse para aumentar el principal; pues el interés continúa sobre el primer principal hasta el tiempo en que el pago, tomado en conjunto, excede al interés debido y entónces el sobrante se lleva á descargar el principal y el interés se calcula sobre el balance como se ha dicho ántes.

293. Esta regla requiere, primero, que los pagos se destinen al descargo del interés debido; segundo, que ningun interés ímpago se agregue al principal para devengar intereses. El interés proviene solamente del *principal* ímpago.

Problemas.

1. Un pagaré de \$ 650, fechado en Mayo 20 de 1866, con interés del 6 %, tiene abonos efectuados del modo siguiente:

Setiembre 2 de 1886	\$ 25.	Marzo 2 de 1887	\$ 150.
Diciembre 20 de 1886	\$ 10.	Julio 8 de 1887	\$ 200.

Cuál fué la suma debida en Noviembre 11 de 1887?

PROCEDIMIENTO:

						\$ 650	
						.017	
						<u>4550</u>	
1866	9	2				650	
1866	5	20				\$ 11.050	1er. interés.
	3 meses	12 días	.017			650.	
		\$ 25.				<u>661.05</u>	
						25.00	1er. pago.
1886	12	20				\$ 636.05	2o. principal.
1886	9	2				.018	
	3 meses	18 días	.018			508840	
		\$ 10.				<u>63605</u>	
				\$ 10	\$ 11.44890		2o. interés.
1887	3	2				\$ 636.05	3er. principal.
1886	12	20				.012	
	2 meses	12 días	.012	\$ 150	\$ 7.63260		3er. interés.
		\$ 150.			11.4489		2o. interés.
					<u>636.05</u>		
					\$ 655.1315		
1887	7	8				160.00	2o. y 3er. pago.
1887	3	2				\$ 495.1315	4o. principal.
	4 meses	6 días	.021			.021	
		\$ 200.				<u>4951315</u>	
						9902630	
1887	11	11				\$ 10.3977615	4o. interés.
1887	7	8				495.1315	
	4 meses	3 días	.0205			\$ 505.5293	
						200.00	4o. pago.
						\$ 305.5293	5o. principal.
						.0205	
						<u>15276465</u>	
						6110586	
						\$ 6.26335065	5o. interés.
						305.5293	
						\$ 311.7926,	Suma debida en N'bre. 11 1887.

El primer paso es encontrar la diferencia de tiempo entre dos fechas consecutivas y formar los correspondientes multiplicadores decimales por el método del seis por ciento (Art. 288). Los pagos se escribirán debajo. Empleando esta forma se disminuirá la dificultad en el cálculo.

Como el primer pago es mayor que el primer interés, se forma el

monto y se le resta el pago: la diferencia será el segundo principal. Encuéntrese el 2º interés.

Puesto que el 2º pago es menor que el 2º interés, déjese éste en su lugar, tirese una doble línea debajo de él y póngase el 2º principal por 3er. principal. Encuéntrese el 3er. interés.

Como la suma del 2º y 3er. pago es mayor que la suma del 2º y 3er. interés, hágase el monto y réstese de éste la suma del 2º y 3er. pago: la diferencia será el 4º principal. Encuéntrese el 4º interés.

Como el 4º pago es mayor que el 4º interés, hágase el monto y réstese de éste el 4º pago. Calcúlese el interés de la diferencia, que es el 5º principal, sobre la fecha última y hágase el monto, y este será la suma debida.

NOTAS.—1. Algunas veces el cálculo del interés debe hacerse mentalmente, con cuidado, para determinar si éste es mayor ó menor que el pago. Si es mayor, la suma de los dos ó mas multiplicadores decimales pueden usarse como un solo multiplicador. En vez de multiplicar por .018 y .012 separadamente, podia haberse usado su suma.

Cuando el tanto no es el 6%, los interereres deberán aumentarse ó disminuirse como él lo requiera, formando antes los montos.

2. La regla anterior se usa generalmente cuando el tiempo transcurrido entre la fecha del pagaré hasta la de su pago, pasa de un año.

2. Un pagaré de \$ 600 fechado Junio 10 de 1867, tiene abonos como sigue: Diciembre 4 de 1867, \$ 50; Marzo 25 de 1868, \$ 12; Julio 9 de 1868, \$ 75: Cuánto fué la deuda el 15 de Octubre de 1868, al 6% de interés?

3. Un pagaré de \$ 1000, fechado en Abril 10 de 1864, tiene abonos á cuenta como sigue: Noviembre 10 de 1865, \$ 80.50; Julio 5 de 1866, \$ 100; Enero 10 de 1867, \$ 450.80; Octubre 1º de 1869. \$ 500: Cuánto fué la deuda el 1º de Enero de 1870, al 7% de interés?

4. Un pagaré de \$ 450, fechado en Julio 4 de 1868, tiene abonos á cuenta como sigue: Enero 20 de 1869, \$ 15; Julio 9 de 1869, \$ 200; Octubre 20 de 1869, \$ 10: Cuál fué la deuda en Enero 10 de 1870, al 10% de interés?

5. Un pagaré de \$ 850, fechado en Marzo 4 de 1865, tiene abonos á cuenta como sigue: Setiembre 1º

de 1865, \$ 12; Mayo 4 de 1866, \$ 10; Setiembre 15 de 1866, \$ 250; Enero 20 de 1867, \$ 400: Cuál fué la deuda en Julio 1º de 1868, al 6% de interés?

6. Un pagaré de \$ 520, fechado en Abril 12 de 1867, tiene tres abonos á cuenta: Diciembre 6 de 1867, \$ 120; Julio 9 de 1868, \$ 12; Noviembre 30 de 1868 \$ 9: Cuál será la deuda en Mayo 1º de 1869, al 9% de interés?

7. Por \$ 1250. CINCINNATI, Julio 1º de 1868.

En demanda, me comprometo pagar á Don Pedro Smith, ó á su órden, la suma de mil docientos cincuenta pesos nacionales, con intereses al 7½ %, por igual valor que he recibido.

JUAN COONS.

Abonos: Setiembre 14 de 1868, \$ 300; Enero 20 de 1869, \$ 12; Octubre 20 de 1869, \$ 20; Noviembre 8 de 1869, \$ 500: Cuál fué el saldo del pagaré anterior en Enero 1º de 1870?

ANTONIO FARIAS.

8. Por \$ 1000 CÓRDOBA, Abril 10 de 1867.

Debo y pagaré á Don José á Mercado, ó á su órden, la cantidad de mil pesos moneda nacional, treinta dias despues de la fecha, con intereses del 10%, por igual valor que he recibido.

Abonos: Julio 28 de 1867, \$ 500; Diciembre 13 de 1867, \$ 8; Febrero 25 de 1868, \$ 12; Julio 7 de 1868, \$ 125, Octubre 3 de 1868, \$ 200; Marzo 15 de 1869, \$ 50: Cuál es el valor adeudado en el anterior pagaré, en Junio 3 de 1869?

294. Cuando los pagos parciales se hacen en

cuentas mercantiles, de deudas pasadas y sobre pagarés que corren *un año ó ménos*, el interés se calcula generalmente por la siguiente

REGLA COMERCIAL.

Calcúlese el interés del principal desde el tiempo en que se principió á deducir intereses hasta el tiempo del convenio, y tambien de cada pago desde el tiempo en que fué hecho hasta la fecha del mismo convenio.

De la suma del principal y sus intereses, réstese la suma de los pagos y sus intereses, y la diferencia será el valor que se adeuda.

9. Un pagaré de \$ 800, fechado en Marzo 12 de 1869, con interés del 8%, fué abonado como sigue: Mayo 15 de 1869, \$ 200; Agosto 10 de 1869, \$ 75; Octubre 20 de 1869, \$ 125; Cuál seria la deuda en Diciembre 30 de 1869?

10. Los pagos de una deuda, contraida en Febrero 1º de 1868, se efectuaron como sigue; Marzo 20 de 1868, \$ 45; Mayo 1º de 1868, \$ 60; Julio 5 de 1868, \$ 80; Octubre 1º de 1868, \$ 50: Cuál seria la deuda en Noviembre 1º de 1868, al 6% de interés?

NOTAS.—1. Hai varias otras reglas para calcular el interés cuando se hacen los pagos parcialmente, pero no se usan ya, y por esto se omiten. Las reglas antiguas se encuentran en casi todas las Aritméticas, pero hoy estan muy modificadas.

2. El fin principal de las leyes sobre esta materia ha sido proteger al deudor en el pago de *intereses de intereses*: pero no hai gran diferencia entre destinar los pagos al descargo del interés en vez del principal y pagar interés de intereses; pues el deudor pierde el uso del tanto de cada pago, que es destinado á descontar intereses y el acreedor gana el uso de él. La regla comercial es la única que prácticamente no admite intereses de intereses.

Cinco Problemas de Interés.

295. En el Interés se consideran cinco cantidades, y su relacion entre si es tal que, si se dan tres de ellas, se encuentran las otras dos. Estas cantidades son : *Capital ó principal, Tanto por ciento, Tiempo, Interés y Monto*. Hai, pues, en la práctica, cinco clases de problemas de importancia.

Problema I.

Dados el Principal, el Tanto por ciento y el Tiempo, encontrar el Interés y el Monto.

NOTA.—Este caso ha sido bien tratado. Los alumnos deberán resolver los siguientes problemas por cada uno de los métodos precedentes; pero el tiempo en los últimos tres problemas deberá encontrarse por el método por dias.

1. Cuál es el interés de \$ 12.5 en 3 años 1 mes 15 dias, al 6%? Al 10%?

2. Cuál es el interés de \$ 160.80 en 2 años 3 meses 3 dias, al 7%? Al 9%?

3. Cuál es el interés de \$ 56.40 en 21 dias, al 10%? Cuál es el monto?

4. Cuál es el interés de \$ 1000 desde Mayo 13 de 1867 á Julio 8 de 1868, al 6%? Al 7½%?

5. Cuál es el monto de \$ 204.50 desde Enero 21 de 1869 á Febrero 3 de 1870, al 9%? Al 12%?

6. Cuál es el interés de \$ 80.25 desde Mayo 15 de 1869 á Setiembre 24 del mismo año, al 6%? Al 8%?

7. Un pagaré de \$ 920, fechado en Noviembre 12 de 1869 fué pagado en Abril 3 de 1870: Cuál fué el monto al 9%?

8. Un pagaré de \$ 7.50, fechado en Abril 20 de 1870, fué pagado en Octubre 12 de 1870, con intereses al 8 %: Cuál fué el monto?

296. FÓRMULAS: 1. $\text{Interés} = \text{principal} \times \text{tanto} \times \text{tiempo}$.
2. $\text{Monto} = \text{principal} + \text{interés}$.

Problema II.

Dados el Principal, el Interés y el Tiempo, encontrar el Tanto por ciento.

9. El interés de \$ 540 en 8 meses 18 días, fué \$ 27.09: cuál fué el tanto por ciento?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 \$ 540 \\
 .043 \\
 \hline
 1620 \\
 2160 \\
 6) \$23.220 \text{ interés al } 6 \% \\
 \$ 3.87 \text{ " " } 1 \% \\
 \$27.09 \div \$3.87 = 7.
 \end{array}$$

Puesto que el interés de \$ 540 en 8 meses 18 días, al 1 %, es \$ 3.87, el tanto % que han producido \$ 27.09 de interés, serán tantas veces 1 % como sean las veces que \$ 3.87 estén contenidos en \$ 27.09, que son 7. Luego el interés es el 7 %.

NOTA.—El interés al 1 % se encontrará multiplicando \$ 540 por $\frac{1}{6}$ de .043, que es .007 $\frac{1}{6}$.

10. El interés de \$ 456 en 3 años 5 meses 18 días, es \$ 79.04: cuál es el tanto por ciento?
11. El interés de \$ 216 en 5 años 7 meses 27 días, es \$ 122.22: cuál es el tanto por ciento?
12. El interés de \$ 560 en 2 años 4 meses 15 días, es \$ 106.40: cuál es el tanto por ciento?
13. El interés de \$ 95.40 en 3 años 9 meses, es \$ 28.62: cuál es el tanto por ciento?
14. El interés de \$ 240 desde Febrero 15 de 1868

á Abril 27 de 1869, fué \$ 23.04: cuál fué el tanto por ciento?

15. El interés de \$ 252 desde Agosto 2 de 1867 á Marzo 9 de 1868, fué \$ 12.152: cuál fué el tanto por ciento?

16. Un pagaré de \$ 345.60, fechado en Febrero 5 de 1863, fué pagado en Agosto 20 de 1865 y su monto llegó á \$ 407.088: cuál fué el tanto por ciento?

Fórmula y Regla.

297. FÓRMULA. *Tanto por ciento* = $\text{interés} \div (\text{principal} \times 1\% \times \text{tiempo.})$.

298. REGLA.—Para encontrar el tanto por ciento, *divídase el interés dado por el interés del principal en el tiempo dado, al 1 por ciento.*

Problema III.

Dados el Principal, el Interés y el Tanto por ciento, encontrar el Tiempo.

17. El interés de \$ 300, al 9%, es \$ 60.75: cuál es el tiempo?

PROCEDIMIENTO:

\$ 300
 .09

\$ 27.00 interés en 1 año.

\$ 60.75 $\div$ \$ 27 = 2.25

2.25 de año = 2 años 3 meses.

Puesto que el interés de \$ 300 en 1 año, al 9 %, es \$ 27, \$ 300 necesitarán tantos años para producir \$ 60.75 de interés, como sean las veces que 27 esté contenido en \$ 60.75, que son 2.25. Luego, el tiempo es 2.25 de año, ó sean 2 años 3 meses. (Art. 170).

18. El interés de \$ 908, al 3½%, fué \$ 79.45: cuál fué el tiempo?

19. El interés de \$ 56.78, por un cierto tiempo, al 10%, fué \$ 22.24: cuál fué el tiempo?

20. Qué tiempo necesita un pagaré de \$ 300 para que dé un monto de \$ 347.25, al 6%?

21. En qué tiempo darán un interés de \$ 150, al 4%, \$ 9? \$ 11?

22. En qué tiempo producirán \$ 2040 un interés de \$ 334.05, al 5%?

23. En qué tiempo se duplicará un capital al 4% de interés? Al 6%? Al 10%?

24. En cuánto tiempo se duplicará un capital cualquiera, al 5%? Al 7%? Al 12%?

25. En qué tiempo se triplicará un capital, al 5% de interés? Al 6%? Al 10%?

Fórmula y Regla.

299. FÓRMULA. *Tiempo = interés ÷ (principal × tanto %).*

300. REGLA. — Para encontrar el tiempo, *divídase el interés dado por el interés del principal en 1 año al tanto por ciento dado.*

NOTA. — Redúzcase la fracción de un año á meses y dias. Si se prefiriere, el interés dado puede dividirse por el interés de un mes, al tanto por ciento dado.

Problema IV.

Dados el Interés, el Tanto por ciento y el Tiempo encontrar el Principal.

26. Qué principal producirá \$ 49.20 de interés en 1 año 4 meses 12 dias, al 6%?

1er. PROCEDIMIENTO:

$$\$.082 = \text{interés de } \$ 1.$$

$$\$.082) \$ 49.20 \text{ (600} \\ \underline{492}$$

$$\$ 1 \times 600 = \$ 600. \text{ Resp.}$$

2º PROCEDIMIENTO:

$$.082) \$ 49.200 \text{ (\$ 600} \\ \underline{492}$$

Puesto que \$ 1 de principal produce \$.082 de interés, se tomarán tantas veces \$ 1 del principal para producir \$ 49.20 de interés como sean las veces que \$.082 está contenido en \$ 49.20, que son 600. Ahora, 600 veces \$ 1 = \$ 600, que es el principal buscado. O,

Como el interés de \$ 1 es .082 de él mismo, \$ 49.20 es .082 del principal buscado: — \$ 49.20 ÷ .082 = \$ 600.

Qué principal producirá:

27. \$ 15.24 de interés en 7 meses 6 días, al 8 %?

28. \$ 1000 de interés en 5 años 6 meses 20 días, al 5 %?

29. \$ 519 de interés en 5 meses 23 días, al 12 %?

30. Qué suma invertida al 7 %, producirá \$ 378 de interés al año?

31. Qué suma invertida, al 4 ½ %, producirá al año una renta de \$ 900.

32. Qué principal producirá \$ 220 de interés, desde Octubre 25 del 71 á Marzo 7 del 72, al 8 %?

33. Qué principal producirá \$ 17.78 de interés, desde Enero 10 de 1872 á Marzo 13 del mismo año, calculado *por días*, al 4 %?

Fórmula y Reglas.

301. FÓRMULA: *Principal = interés ÷ (tanto % × tiempo.)*

302. REGLAS.—1ª. Para encontrar el principal cuando se dan el interés, el tanto % y el tiempo, *divídase el interés dado por el interés de \$ 1 en el tiempo y tanto % dados, y multiplíquese \$ 1 por el cociente.* O bien,

2ª. Divídase el interés dado por el decimal correspondiente al interés de \$ 1 por el tiempo y tanto por ciento dados.

Problema V.

Dados el Monto, el Tanto por ciento y el Tiempo, encontrar el Principal.

34. Qué principal, al 8 % de interés, en 1 año 6 meses 18 días, hará un monto de \$ 730.60?

1er. PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 1.124 = \text{monto de } \$ 1. \\ \$ 1.124) \$ 730.600 \text{ (650.} \\ \underline{6744} \\ 5620 \\ \underline{5620} \\ 0 \end{array}$$

El interés de \$ 1 en 1 año 6 meses 18 días es \$.124 y el monto es \$ 1.124. Si el monto de \$ 1 es \$ 1.124, se tomarán tantas veces \$ 1 para hacer un monto de \$ 730.60 como sean las veces que \$ 1.124 está contenido en \$ 730.60, que son 650. Ahora, 650 veces \$ 1 son \$ 650, que es el principal buscado. O bien,

2º PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 1.124) 730.600 \text{ (\$ 650.} \\ \underline{6744} \\ 5620 \\ \underline{5620} \end{array}$$

Como el monto de \$ 1 es 1.124 de él mismo, \$ 730.60 es 1.124 del principal buscado: $-\$ 730.60 \div 1.124 = \$ 650$.

35. Qué principal al interés de 5 %, en 1 año 10 meses 12 días, subirá á \$ 70.24?

36. Qué cantidad puesta á interés, al 7 %, por 8 meses 18 días, subirá á \$ 567.04?

37. Qué cantidad puesta á interés, al 8 %, por 2 años 1 mes 15 días, subirá á \$ 421.20?

38. Qué suma de dinero puesta á interés en Marzo 15 de 1870, al 6 %, subirá á \$ 2600.40 en Agosto 6 de 1871?

Fórmula y Reglas.

303. FÓRMULA: $\text{Principal} = \text{monto} \div [1 + (\text{tanto} \% \times \text{tiempo})]$.

304. REGLAS.—1ª. Para encontrar el principal cuando se conocen el monto, el tanto por ciento y el tiempo, *divídase el monto dado por el monto de \$ 1 en el tiempo y con el tanto por ciento dado y el cociente multiplíquese por \$ 1. 0,*

2ª. *Divídase el monto dado por el decimal correspondiente al monto de \$ 1 en el tiempo y con el tanto por ciento dados.*

NOTA.—El principal así encontrado, es el *valor presente* del monto. (Art. 306.)

Revista de los cinco problemas.

305. Las fórmulas de los cinco problemas de interés se presentan juntas en seguida:

- FÓRMULAS.
1. $\text{Interés} = \text{principal} \times \text{tanto} \% \times \text{tiempo}.$
 2. $\text{Tanto} \% = \text{interés} \div (\text{principal} \times 1 \% \times \text{tiempo}).$
 3. $\text{Tiempo} = \text{interés} \div (\text{principal} \times \text{tanto} \%).$
 4. $\text{Principal} = \text{interés} \div (\text{tanto} \% \times \text{tiempo}).$
 5. $\text{Principal} = \text{monto} \div [1 + (\text{tanto} \% \times \text{tiempo})].$

Problemas Escritos.

1. Cuál es el interés de \$ 205 en 2 años 5 meses 24 días, al 7 %?

2. Cuál es el monto de \$ 160, desde Enero 12 de 1869 á Julio 3 de 1870, al 8 %?

3. A qué tanto % producirán \$ 512.60 un interés de \$ 25.72, en 8 meses 18 dias?

4. El principal es \$ 126.75, el interés \$ 20.97 y el tiempo 2 años 24 dias: cuál es el tanto %?

5. Qué tiempo necesitan \$ 5000 para producir \$ 1125 de interés, al 8 %?

6. El principal es \$ 326.50, el interés \$ 2.76 y el tanto 8%: cuál es el tiempo?

7. El monto es \$ 1563.75, el interés \$ 63.75 y el tanto $7\frac{1}{2}\%$: cuál es el tiempo?

8. Qué principal producirá \$ 1.36 de interés en 20 dias, al 6%?

9. El interés de un capital desde Noviembre 11 de 1857 á Diciembre 15 de 1859, al 6%, fué \$ 4.474: cuál fué el principal ó capital?

10. Qué principal al 7% subirá á \$ 659.40 en 8 meses?

11. El interés es \$ 12.78, el tiempo es 1 año 2 meses 6 dias y el tanto es el 6%: cuál es el monto?

12. Qué principal subirá á \$ 609.20 en 4 meses 18 dias, al 4%?

13. Qué principal subirá á \$ 288.85 en 1 año 6 meses, al 6%?

14. Qué principal producirá \$ 21.757 de interés, de Enero 1º á Octubre 20 de 1869, al 7%?

15. Qué tiempo necesitará un capital para duplicarse al 6%? Al 4%? Al 10%?

16. Cuál es el monto de \$ 420 desde Junio 10 de 1869 á Enero 21 de 1870, al 10%?

17. Qué suma, puesta á interés al 7%, producirá una renta anual de \$ 1090?

Valor Actual y Descuento.

306. La aplicacion mas comun del problema V, se hace en el cálculo del *valor actual y del descuento*.

307. Valor actual de un documento que vence posteriormente, sin intereses, es la suma que, al interés corriente, importaria al tiempo de su vencimiento.

308. Descuento es la suma que se deduce de un documento, por efectuarse el pago antes de su vencimiento.

309. Descuento verdadero es la diferencia que hai entre un documento que no produce interés y su valor actual.

Descuento verdadero es el interés sobre el valor actual de un documento, mientras que el interés simple se calcula sobre el documento mismo, (llamado tambien *á estilo de plaza*). La diferencia es el interés sobre el descuento verdadero, por el tiempo que falta.

Problemas Escritos.

1.Cuál es el valor actual de un pagaré de \$ 212, que vence 1 año despues, siendo el interés corriente al 6 %?Cuál es el descuento verdadero?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 1.06) \$ 212.00 \text{ (200)} \\ \underline{212} \\ 0 \end{array}$$

$$\$ 1 \times 200 = \$ 200, \text{ Valor actual.}$$

$$\$ 212 - 200 = \$ 12, \text{ Desc. verdadero.}$$

tenido en \$ 212, que son 200. — O bien, como \$ 1.06 es \$ 1.06 de \$ 1, \$ 212 será \$ 1.06 de su valor actual. $\$ 212 \div \$ 1.06 = \$ 200$.

El monto de \$ 1 en 1 año al 6 %, es \$ 1.06 y por consiguiente el valor actual de \$ 1.06, que vence al año, es \$ 1. Si el valor actual de \$ 1.06 es \$ 1, el valor actual de \$ 212 será de tantos pesos como sean las veces que \$ 1.06 está con-

NOTA.— Esto es tan solo una aplicacion del problema V, siendo el documento el monto, el *principal* el *valor actual* y el *interés* el *descuento verdadero*.

2. Cuál es el valor actual de un documento de \$ 260 que vence á los 8 meses, siendo el interés corriente el 6%? Cuál el descuento verdadero?

Encontrar el valor actual y el descuento verdadero de un documento de:

3. \$ 220 que vence en 1 año 6 meses, al 7% de interés corriente.

4. \$ 145.60 que vence en 8 meses 12 dias, siendo el interés corriente el 8%.

5. \$ 305.75 que vence en 9 meses 6 dias, siendo el interés corriente el 9%.

6. \$ 1250 que vence en 1 año 7 meses 21 dias, siendo el interés corriente el 5%.

7. \$ 1508 que vence en 90 dias, al 7%.

8. \$ 2040.50 que vence en 36 dias, al 10%.

9. \$ 884.125 que vence en 1 año 2 meses 10 dias, al 6%.

10. Cuál es la diferencia entre el descuento verdadero de \$ 216 pagaderos en 2 años y el interés de \$ 216 en 2 años, al 8%?

Cuál es la diferencia entre el descuento verdadero, el principal que vence en un tiempo dado y el interés de:

11. \$ 199.80 en 1 año 10 meses, al 6%? Al 12%?

12. \$ 666.40 en 2 años 4 meses 15 dias, al 6%? Al 8%?

13. \$ 534 en 1 año 1 mes 18 dias, al 6%? Al 5%?

14. \$ 175.20 en 1 año 10 meses 12 dias, al 9%?

15. \$ 1250.60 en 1 año 7 meses 24 dias, al 5%?

16. \$ 884.12 en 96 dias, al 7½%? Al 10%?

17. Un pagaré de cuánta cantidad, con plazo de 1 año 6 meses al 7%, cancelará un documento de \$ 442, pagadero en 1 año 6 meses?

18. Cuál es la diferencia en el valor actual de

un pago en efectivo de \$ 345 y un pagaré de \$ 371, que vence á los 9 meses, siendo el 8% el interés usual del dinero?

Fórmulas y Reglas.

- 310. FÓRMULAS:**
1. *Valor actual* = *documento* ÷ $[1 + (\text{tanto } \% \times \text{tiempo})]$.
 2. *Descuento verdadero* = *documento* — *valor actual*.

311. REGLAS.—1ª Para encontrar el valor actual de un documento que vence mas tarde, sin interés, *divídase el valor del documento por el monto de \$ 1 en el tiempo dado y al interés corriente, y el cociente multiplíquese por \$ 1.* O bien,

2ª. *Divídase el valor del documento por el decimal correspondiente al monto de \$ 1 en el tiempo dado y con el tanto de interés corriente.*

Descuento de Banco.

312. Descuento de Banco es el interés de un pagaré por el número de dias, desde la fecha en que es descontado hasta la de su vencimiento legal.

313. El producido de un pagaré es la suma descontada ménos el descuento.—El producido se llama tambien *utilidad*.

314. Dias de gracia son los tres siguientes al del vencimiento de un pagaré.

NOTA.—Un documento es pagadero á la terminacion del tiempo especificado, pero no es exigible legalmente su abono, hasta el último dia de gracia, ó el precedente cuando éste cae en dia Domingo ó feriado. Las fechas de expiracion y de vencimiento se escriben generalmente separadas por una linea oblicua, así, Junio 9/12.

315. Cuando un banco presta dinero, el que recibe firma un pagaré á tantos dias de plazo, *sin interés*. Este pagaré es descontado entonces por el banco por el número de dias fijado en el documento, mas los tres de gracia, y el producido, ó lo que queda, se entrega al prestamista.

316. Cuando un pagaré que *gana interés* se descuenta en el banco, el descuento se calcula sobre el monto en el tiempo de su vencimiento.

Los comerciantes descuentan generalmente pagarés y letras, que no ganan interés, deduciendo el interés por el tiempo del convenio, con ó sin gracia. Algunas veces suele llamarse á éste *descuento comercial*. El tanto de interés cobrado es generalmente mayor que el tanto corriente.

Problemas Escritos.

1. Cuál será el descuento de banco de un pagaré de \$ 350, que vence á los 60 dias, descontado al 10%? Cuál es su producido líquido?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 350 \\ .0105 \text{ Tiempo} = 60 \text{ dias} + 3 \text{ dias} = 63 \text{ dias.} \\ \hline 1750 \\ 350 \end{array}$$

$$6) \$ 3.6750$$

$$\$.6125 \times 10 = \$ 6.125, \text{ Descuento de Banco.}$$

$$\$ 350 - \$ 6.125 = \$ 343.875, \text{ Producido líquido.}$$

2. Cuál es el descuento de banco de un pagaré de \$ 250, pagadero á los 90 dias y descontado al 8%? Cuál es su producido?

Encontrar el descuento de banco y el producido de un pagaré de:

3. \$ 145, pagadero á los 50 dias y descontado al 7%?

4. \$ 80.50, pagadero á los 30 dias y descontado al 8%?

5. \$ 1000, pagadero á los 90 dias y descontado al 7½%?

6. \$ 750, pagadero á los 45 dias y descontado al 9%?

7. 1250, pagadero á los 100 dias y descontado al 6%?

8. \$ 56, fechado en Enero 1º de 1870 y pagadero en Mayo 1º del mismo año, descontado al 6%?

9. \$ 120, fechado en Abril 3 de 1869 y pagadero en Junio 15 del mismo año, descontado al 8%?

10. \$ 500, fechado en Diciembre 15 de 1870 y pagadero en Febrero 18 de 1871, descontado al 9%?

11. \$ 8.75, fechado en Noviembre 21 de 1870 y pagadero en Marzo 12 de 1871, descontado al 9%?

12. \$ 400, fechado en Marzo 4 de 1871 y pagadero en Julio 24 de 1871, descontado al 5%?

13. Cuál es la diferencia entre el descuento de banco y el verdadero de \$ 1319.50, devengados á los 90 dias y descontados al 6%?

14. Cuál es la diferencia entre el descuento de banco y el verdadero de \$ 768, devengados á los 108 dias y descontados al 8%?

15. Cuál es la diferencia entre el descuento de banco y el verdadero de \$ 3330.80, devengados á los 45 dias y descontados al 7%?

16. Un pagaré fechado en Abril 10 de 1871, vence á los 90 dias; cuál es el tiempo de su vencimiento?

NOTA.—La fecha del vencimiento se encuentra contando adelante de la fecha del documento el número de dias determinados, mas los tres de gracia, esto es cuando el tiempo se espresa en dias, y cuando es en meses se cuenta en el calendario, agregando los dias de gracia.

17. Un pagaré de fecha 6 de Febrero de 1868, debe pagarse á los 60 dias: cuál es la fecha del vencimiento?

18. Un pagaré fechado en Agosto 9 de 1870 vence á los 4 meses: cuál es la fecha de su vencimiento?

19. Un pagaré de \$ 460, fechado en Abril 3 de 1870 y pagadero á los 90 dias, con intereses al 6%, fué descontado en Mayo 10 de 1870, al 8%: cuál seria el producido?

SUGESTION.—Encuéntrese el monto de \$ 460 en los 93 dias, al 6%, y en seguida descuéntese el monto por 56 dias, al 8%.

20. Un pagaré de \$ 125, fechado en Mayo 21 de 1870 y pagadero á los 60 dias, con intereses al 6%, fué descontado en Mayo 25 de 1870, al 10%: cuál fué el producido?

21. Un pagaré de \$ 1000, fechado en Agosto 15 de 1869 y pagadero á los 6 meses, con intereses al 7%, fué descontado en Noviembre 27 de 1869, al 9%: cuál fué el descuento de banco?

SUGESTION.—Cálculase el interés por 6 meses 3 dias y el descuento por 83 dias.

22. Un pagaré de \$ 90 fechado Abril 12 de 1870 y pagadero á los 4 meses con intereses al 5%, fué descontado en Junio 1º de 1870, al 7%: cuál fué el producido?

23. Un pagaré de \$ 650, fechado en Marzo 2 de 1869 pagadero en Abril 1º de 1870 y con un abono de \$ 300 en Ocsubre 1º de 1869, fué descontado en Febrero 3 de 1870: cuál fué el producido al 6%?

24. Porqué suma deberá girarse una letra pagadera á los 60 dias, para que produzca \$ 493, siendo descontada al 8%?

PROCEDIMIENTO:

$\$1 - \$.014 = \$.986$, Producido de $\$1$.

$\$493 \div \$.986 = 500$

$\$1 \times 500 = \500 , Valor de la letra.

$\$.986$ está contenido en $\$493$, que son 500; y 500 veces $\$1 = \500 .

Como el producido de $\$1$ es $\$.986$, se necesitan tantas veces $\$1$ para producir $\$493$ como sean las veces que

25. Por qué suma deberá girarse una letra, pagadera á los 90 días, para que produzca $\$1969$, siendo descontada al 6 %?

26. Cuál debe ser el valor nominal de un pagaré, fechado en Julio 5 de 1871 y pagadero á los 4 meses, para que produzca $\$811$, siendo descontado al 9 %?

27. Cuál debe ser el valor nominal de un pagaré, fechado en Enero 10 de 1870 y pagadero á los 3 meses, para que produzca $\$1938$, siendo descontado al 12 %?

28. Un comerciante descontó una letra por $\$750$ pagadera á los 4 meses, deduciendo el interés por el tiempo, sin gracia, al 10 %: cuánto produjo la letra?

29. Un pagaré de $\$340$, que vencía á los 9 meses, sin interés, se descontó deduciendo el interés por el tiempo fijado, al 8 %: cuál fué el valor efectivo del pagaré?

30. Un comerciante vendió una letra á tres meses vista y con un descuento de 5 %, por mercaderías de un valor de $\$1030$: qué utilidad le produjo la venta?

31. Un comerciante compró $\$950$ en mercaderías, á 6 meses de plazo, utilizando una letra que tenía $7\frac{1}{2}$ % de descuento: cuál fué la utilidad producida?

32. Un comerciante compró en Marzo 20 de 1870 una factura de mercaderías por valor de $\$3540$, á 3 meses de plazo; pero habiéndosele ofrecido el 5 % de descuento si pagaba en efectivo, resolvió tomar dinero de un Banco, con este plazo y al 10 %, retirando entonces su pagaré: cuánto había ganado en la transacción?

Fórmulas y Reglas.

- 317. FÓRMULAS.**—1. *Descuento de banco* = suma descontada $\times$ (interés de \$ 1 por los días dados + 3 días.)
2. *Descuento comercial* = suma descontada $\times$ interés de \$ 1 por el tiempo dado.
3. *Producido* = suma descontada — descuento.

318. REGLAS.—1^a. Para calcular el descuento de Banco, encuéntrase el interés sobre la suma á descontarse al tanto por ciento dado y por el número actual de días del tiempo dado mas tres.

2^a. Para calcular el descuento comercial, encuéntrase el interés sobre la suma á descontarse en el tiempo y al tanto por ciento dados.

3^a. Para encontrar el producido, réstese el descuento de la suma á descontarse.

4^a. Para encontrar el valor nominal de un pagaré, conocido el producido, divídase el producido dado por \$ 1 ménos el interés de \$ 1 por el tiempo dado mas los días de gracia, y el cociente multiplíquese por \$ 1.

NOTAS.—1. Al descontar un pagaré que produce interés, éste se calcula por los meses ó días, de acuerdo con el tiempo espresado en el pagaré; pero el descuento se calcula generalmente por días.

2. El descuento comercial se calcula por meses ó días, conforme con lo espresado en el documento descontado, con ó sin días de gracia. Esta es la única diferencia con el descuento de banco.

3. En el descuento de banco no solo se paga adelantado el interés, sinó que éste se calcula sobre el producido y el descuento, de manera que se paga sobre una suma de dinero mayor que la recibida.

Pagarés y Libramientos.

I. Pagarés.

319. Pagaré es un compromiso por escrito, por el cual una persona queda obligada á pagar á otra una suma determinada, en un tiempo dado. La suma determinada se llama *valor nominal del pagaré*.

La persona que firma un pagaré se llama *autor*; aquella á favor de quien está, *endosante* y el dueño ó poseedor del pagaré, *tenedor*.

320. Pagaré de mancomun es aquel que está firmado por dos ó mas personas y quedan conjuntamente obligadas á su pago.

321. Pagaré de mancomun é individualmente (et in sólido) es un documento firmado por dos ó mas personas, quedando obligadas al pago conjunta y separadamente.

322. Endosante es la persona que firma al otro lado ó al márgen de un pagaré, vale, etc. para asegurar su abono á otra persona.

323. Las fórmulas mas comunes para hacer pagarés son las siguientes:

FÓRMULA I.—PAGARÉ Á LA VISTA.

Por \$ 95.50. BUENOS AIRES, Mayo 1^o de 1887.

A la vista, me comprometo pagar á Don Juan Wilson la suma de *noventa y cinco pesos cincuenta centavos nacionales*, por igual valor que he recibido.

(Sello.)

ENRIQUE SMITH.

FÓRMULA II.—PAGARÉ Á PLAZO.

Por \$ 95 $\frac{50}{100}$.

RIOJA, Mayo 1º de 1882.

A los noventa dias de la fecha, pagaré á Don Antonio Farias, ó al portador, la suma de *noventa y cinco pesos 50 cts. nacionales*, con intereses, por igual valor recibido.

(Sello.)

MANUEL ASTORGA.

FÓRMULA III.—PAGARÉ DE MANCOMUN ET IN SÓLIDUM.

Por \$ 95.50.

SAN LUIS, Marzo 12 de 1887.

A los cuatro meses de la fecha, pagaremos de mancomun et in sólídum á Don Enrique Cooke, ó á su órden, la suma de *noventa y cinco pesos con cincuenta centavos nacionales*, con intereses al 8%, por igual valor recibido.

(Sello.)

TOMÁS AGÜERO.

FÓRMULA IV.—DOCUMENTO PAGADERO EN UN BANCO.

Por \$ 500.

BALTIMORE, Abril 10 de 1870.

De la fecha en sesenta dias, pagaré á los Sres. Wilson, Hinkle, & C^a, ó á su órden, en el Banco Nacional, la suma de *quinientos pesos nacionales*, por igual valor que he recibido.

(Sello.)

CÁRLOS COOKE & C^a.

OBSERVACIONES.—1. Un pagaré debe contener las palabras “valor recibido”, porque de otro modo el tenedor de él puede ser requerido á probar que el que firmó habia recibido ese valor.

2. Cuando no se especifica el tiempo para el abono de un pagaré, se

deberá pagar á la vista. Si el lugar del pago no se menciona, éste deberá hacerse en el lugar donde reside el tenedor ó donde se efectuaron los negocios.

3. Cuando un pagaré contiene las palabras "con interés" y no se determina el tanto (Fórm. II), el interés corre al tanto legal ó de uso. Si estas palabras se omiten, (Fórm. IV.) el interés no correrá hasta despues del vencimiento, cuando el pagaré tiene interés, al tanto legal, hasta ser abonado.

324. Pagaré negociable es aquel que puede comprarse ó venderse.

Un pagaré es negociable cuando se hace pagadero, 1º al portador, 2º á aquel á quien debe pagarse ó al portador, 3º á aquel á quien debe pagarse ó á su orden, 4º á la orden de aquel á quien debe pagarse. Un pagaré como el de la Fórm. I, no es negociable.

Un pagaré qae es hecho *al portador* es negociable sin endoso. Los billetes de banco y de tesorería, usados como dinero, se pagan al portador, haciéndose su transferencia con la entrega de ellos, sin otro requisito.

Para que un pagaré á la orden de una persona sea negociable, es necesario que ésta lo endose.

Cuando una persona endosa un pagaré, poniendo simplemente su firma á la vuelta, se llama *endoso en blanco* y entonces puede abonarse su importe al tenedor. Cuando el endosante ordena el pago á determinadas personas, como: "Páguese á Carlos Williams", etc., se llama *endoso especial*.

325. Si el autor de un pagaré rehusa abonarlo á su vencimiento, se hará constar el hecho por un escribano público, dando cuenta á los endosantes, quienes son responsables del importe del pagaré. Este acto se llama *protesta*.

NOTA.—La protesta debe hacerse el día del vencimiento del pagaré y debe notificarse ese mismo día ó al siguiente, porque de lo contrario los endosantes no son responsables.

II. Libramientos ó Letras de Cambio.

326. Libramiento es una orden de pago de una suma determinada que una persona dá á otra, á favor de un tercero nombrado. Esta se llama tambien *letra de cambio*.

La persona que firma la orden se llama *girante*; la persona contra quien se gira, *aceptante*, y aquella á quien se abona, *poseedor*.

327. Los siguientes ejemplos son las formas comunes de los libramientos:

FÓRMULA I. — LIBRAMIENTO Á LA VISTA.

\$ 100. BUENOS AIRES, Octubre 1º de 1887.

Páguese á la órden de D. Juan Escalante la suma de *cien pesos nacionales*, valor que cargará en cuenta de

CÁRLOS KELLEY.

Señor Don ANGEL CASTRO, Córdoba.

(Sello.)

FORMULA II.—LIBRAMIENTO Á PLAZO.

\$ 100. BUENOS AIRES, Octubre 1º de 1887.

A treinta dias vista, se servirá Ud. pagar á la órden de Don Juan Andrada y C^a., la suma de *cien pesos nacionales*, valor que cargará en cuenta de

CÁRLOS KELLEY.

(Sello)

Sr. D. JORGE BROWN, Córdoba.

Cuando el aceptante conviene en abonar una letra ó libramiento debe escribir la palabra *aceptado*, con la fecha y su firma, en el frente y al travez del documento, así: *Aceptado, Octubre 3 de 1887.*—JORGE BROWN.

El libramiento se llama entónces *una aceptacion*, y el que lo acepta es responsable de su pago.

Un libramiento que se hace pagadero al *portador* ó á *la órden* es negociable, del mismo modo que un pagaré, y está sujeto á protesta, en caso que el pago ó aceptacion sea rehusado.

NOTAS.—1. Cuando se hace un libramiento con *aceptacion postergada* éste no está sujeto á protesta, hasta su vencimiento; cuando el endosante escribe sobre su nombre *peticion y aviso postergados*, la protesta no es necesaria.

2. La responsabilidad del endosante de un pagaré ó libramiento puede anularse escribiendo sobre el endoso *sin recurso*.

328 Letra interior es un libramiento que se abona en el mismo país donde se dá.

Letra exterior es un libramiento que se abona en otro país del que se dá.

329. Cambio es el procedimiento que se sigue para hacer abonos en diferentes países, remitiendo libramientos en vez de dinero.

Cuando un libramiento puede comprarse por su valor nominal, se dice que está *á la par*; cuando el costo es menor que su valor nominal, se dice que está *bajo la par ó con descuento*, y cuando su valor es mayor que el nominal, está *sobre la par ó con premio*. El tanto por ciento en que el valor de un libramiento es mayor ó menor que el valor nominal, se llama *tanto de cambio*.

NOTAS.—1. El tanto de cambio entre dos países depende principalmente de sus relaciones comerciales. Si Buenos Aires debe á Lóndres, las letras procedentes de Lóndres en Buenos Aires tienen premio y las de esta ciudad sobre Lóndres tienen descuento. Si el comercio de las dos ciudades es igual, el cambio es á la par.

2. En el cambio extranjero, los libramientos se dan en la moneda corriente del país sobre el cual se gira. El valor comparativo de la moneda de dos países se llama *equivalencia de cambio*.

Problemas Escritos.

1. Cuál es el costo de una letra sobre Nueva York por \$ 800, siendo el cambio $\frac{3}{4}\%$ de premio?

PROCEDIMIENTO: $\$ 800 \times .00\frac{3}{4} = \$ 6$, Premio. $\$ 800 + \$ 6 = \$ 806$, Costo de la letra.

2. Cuál es el costo de un libramiento sobre París, por \$ 1250, al $\frac{1}{2}\%$ de descuento?

3. Cuál es el costo de un libramiento sobre Lóndres por \$ 1050 al $\frac{1}{4}\%$ de premio?

4. Un comerciante en San Luis quiere remitir una letra de \$ 2500 á Buenos Aires: cuál será el costo de ella estando el cambio á $1\frac{1}{2}\%$ de premio?

5. Cuál será el costo de un libramiento por \$ 500,

pagadero á los 30 dias visto, estando el cambio al 1% de premio, y al 6% de interés?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{rcl}
 & \$ 500. & \\
 \$ 500 \times .0055 = & 2.75 & \text{Descuento al 6\% en 33 dias.} \\
 & \$ 497.25 & \text{Producto de la letra (costo á la par).} \\
 \$ 500 \times .01 = & 5.00 & \text{Premio al 1\%.} \\
 & \$ 502.25 & \text{Costo del libramiento.}
 \end{array}$$

NOTA.—Si se prefiere, el valor nominal puede multiplicarse por el costo de \$ 1, que es \$ 1—\$.0055 + \$.01, ó \$ 1.0045. $\$ 500 \times 1.0045 = \$ 502.25$

6. Cuál será el costo de una letra por \$ 650, pagadera á los 60 dias vista, estando el cambio al $\frac{1}{2}\%$ de premio y al interés de 8%?

7. Cuál será el costo de un libramiento por \$ 320 pagadero á los 45 dias visto, estando el cambio al $\frac{3}{4}\%$ de descuento y al 7% de interés?

8. Por cuánto puede comprarse una letra á la vista por \$ 259.52, estando el cambio á $1\frac{3}{8}\%$ de premio?

PROCEDIMIENTO: $\$ 259.52 \div \$ 1.01\frac{3}{8} = \$ 256$, valor del libramiento. (Caso IV).

9. Por cuánto puede comprarse una letra á la vista por valor de \$ 962.85, estando el cambio á $1\frac{3}{4}\%$ de descuento?

10. Una letra á la vista, comprada al $\frac{1}{2}\%$ de premio, cuesta \$ 1256.25: cuál es su valor?

11. Por cuánto puede comprarse una letra, pagadera á los 30 dias vista, por valor de \$ 502.25, siendo el cambio el 1%, y el 6% de interés?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{rcl}
 \$ 1 - \$.0055 = & \$.9945, & \text{Producto de \$ 1 descontado por 33 dias.} \\
 \$.9945 + \$.01 = & \$ 1.0045, & \text{Costo de \$ 1.} \\
 \$ 502.25 \div 1.0045 = & 500, & \text{Valor del libramiento.}
 \end{array}$$

12. Por cuánto puede comprarse una letra de \$ 798.80, á 60 dias vista, estando el cambio al $1\frac{1}{4}\%$ de premio y el 8% de interés?

13. Un libramiento pagadero á los 30 dias visto, fué comprado por \$ 352.62, estando el cambio al $1\frac{1}{2}\%$ de descuento y el 6% de interés: cuál fué su valor?

B o n o s .

330. Ciertos vales ó títulos que producen interés usados por las naciones, estados, ciudades, compañías de ferro carriles y otras corporaciones, como un medio de proporcionarse fondos, se llaman *bonos*.

Los bonos se usan en denominaciones de cantidades convenientes, con interés pagadero generalmente cada seis meses ó un año y se negocian del mismo modo que el capital en fondos públicos (Art. 243).

Los *cupones* unidos á los bonos son billetes que determinan el interés, los cuales se separan y presentan para el pago del interés determinado.

331. En algunas provincias se espiden bonos que por lo regular se reciben con alguna depreciacion, y rara vez con premio.

332. Los bonos tienen una amortizacion anual, semestral ó trimestral, la cual está determinada en un tanto por ciento.

Problemas Escritos.

1. Cuando los bonos se cotizan al $109\frac{1}{2}$: cuál será el costo de tres bonos de \$ 500 cada uno?

2. Cuando el valor de los bonos es 114, cuál será el costo de un bono de \$ 1250?

3. Una viuda invirtió \$ 4725 en bonos al 105: qué cantidad en bonos recibió ella?

4. Un corredor invirtió \$ 26250 en bonos, al 106½ y los vendió al 109: cuánto ganó?

5. Estando el oro á 115, qué suma puede comprarse con \$ 8500 en oro?

6. A 112, qué suma en oro puede comprarse con \$ 1400 en billetes?

7. Cuando el oro está á 115 y los bonos á 105, cuál es el valor en oro de un bono de \$ 500?

8. Cuando el oro está al 120 y los bonos á 115, cuál es el valor en oro de un bono de \$ 1000?

9. Cuando el oro está á 110 y los bonos á 108, cuál es el valor en oro de un bono de \$ 500?

10. Cuando el oro vale 112½, cuál es el valor en oro de \$ 1 en billetes?

11. Cuando el oro está al 115, cuál es el interés en 6 meses de \$ 9500 en bonos á 110?

12. Cuando el oro está á 120, qué tanto por ciento es el interés corriente sobre bonos á 105?

12. Un colegio invirtió sus economías en bonos á 106: qué tanto de interés corriente recibió cuando el oro estuvo al 120? Al 110? A la par?

Interés Anual.

333. Cuando un pagaré dice, *con interés pagadero anualmente*, el interés sobre su valor nominal, impuesto al fin de cada año, se llama *interés anual*.

334. Cuando el interés no se paga al fin del año, que es cuando se debe, se deduce el *interés simple* hasta su pago.

Problemas Escritos.

1. Un pagaré de \$ 500, fechado en Mayo 10 de 1880, es pagadero á los 4 años, con intereses al 6% abonados anualmente, y no habiéndose pagado el principal ni los intereses, cuál seria el monto del pagaré á su vencimiento?

PROCEDIMIENTO:

\$ 500 $\times$.06 = \$ 30, Interés anual sobre el principal.

\$ 30 $\times$ 4 = \$ 120, Interés total al año.

\$ 30 $\times$.06 $\times$ 3 = 5.40, Interés simple sobre el 1er. int. anual por 3 años.

\$ 30 $\times$.06 $\times$ 2 = 3.60, " " " " 2º " " " 2 "

\$ 30 $\times$.06 $\times$ 1 = 1.80, " " " " 3º " " " 1 "

\$ 130.80 Suma de intereses al vencimiento del pagaré.

500.00

\$ 630.80, Monto al vencimiento del pagaré.

Los \$ 30 de interés anual cargados al fin del primer año, estando impagos, devengan interés hasta su pago, ó por 3 años; los \$ 30 de interés anual, cargados al fin del segundo año, devengan interés por 2 años y los \$ 30 cargados al fin del tercer año, deducen interés por un año. El cuarto interés anual se abona al vencimiento. Entonces el interés total cargado al vencimiento del pagaré consta de (1) el *interés anual* en 1 año (\$ 30) multiplicado por 4, número de años; y (2) el *interés simple* sobre los \$ 30 de interés anual por 3 años, 2 años y 1 año, ó por 6 años. La suma adeudada es \$ 500 + \$ 30 $\times$ 4 + \$ 1.80 $\times$ 6.

2. Un pagaré de \$ 750, con el 8% de interés pagadero anualmente, fué abonado á los 3 años 3 meses 18 dias, despues de su fecha, sin haberse pagado previamente los intereses: cuál fué el monto adeudado entónces?

PROCEDIMIENTO:

\$ 750 $\times$.08 = \$ 60, Int. sobre el valor nominal impuesto anualmente.

\$ 60 $\times$ 3.3 = \$ 198.00, Interés anual en 3 años 3 meses 18 dias (3.3) año.

\$ 60 $\times$.312 = \$ 18.72, Int. simple sobre \$ 60 en 3 años 10 meses 24 dias.

\$ 750.

\$ 966.72, Suma adeudada.

El primer interés devengado deduce interés simple por 2 años 3 meses, 18 días; el segundo por 1 año 3 meses 18 días; el tercero por 3 meses 18 días; y entónces el interés, simple sobre los varios intereses anuales es igual al interés de \$ 60 por 2 años 3 meses 18 días, + 1 año 3 meses 18 días, + 3 meses 18 días, ó 3 años 10 meses 24 días. El monto adeudado proviene de (1) *el principal*; (2) *del interés total anual*; y (3°) *del interés simple sobre el interés anual*.

3. Un pagaré de \$ 1000, al 6% anual de interés fué firmado por 4 años 6 meses despues de la fecha; no habiéndose pagado el interés, cuánto se adeudó á su vencimiento?

4. Un hombre compró una estancia por \$ 3500, á pagarse en 4 años, con el interés anual del 6%; pero no pagó estos intereses: cuál fué, pues, la deuda al fin del 4º año?

5. \$ 650.

NUEVA YORK, Julio 1º de 1879.

Pagaré á Juan Black ó á su órden, el 1º de Enero de 1882, *seis cientos cincuenta pesos nacionales*, con intereses pagaderos anualmente al 7%, por igual valor recibido.

CÁRLOS KHURCH.

Si no se pagase el interés del pagaré anterior, cuál seria la deuda el dia de su vencimiento?

6. Si el pagaré anterior con sus intereses correspondientes no se hubiese pagado hasta el 13 de Setiembre de 1882, cuál seria el monto adeudado.

7. Un pagaré de \$ 800, de fecha 18 de Marzo de 1867, dado á 3 años de plazo con el 6% de interés, pagadero anualmente, tiene los abonos siguientes: Octubre 24 de 1868, \$ 150; Noviembre 12 de 1869, \$ 240: Cuál fué el monto adeudado en Marzo 18 de 1870?

PROCEDIMIENTO:

$$\$ 800 \times .06 = \$ 48, \quad \text{Primer interés anual.}$$

$$\$ 48 \times 2 = \$ 96, \quad \text{Int. anual adeudado en Marzo 18/1869.}$$

$$\$ 48 \times .06 = \$ 2.88, \quad \text{Interés sobre el 1er. interés anual.}$$

$$\$ 98.88, \quad \text{Interés adeudado en Marzo 18 de 1869.}$$

$$\$ 800$$

$$\$ 898.88, \quad \text{Monto adeudado en Marzo 18 de 1869.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pago, \$ 150.} \\ \text{Int. sobre el mismo 3.60} \end{array} \right\} = \$ 153.60, \quad \text{Monto de \$ 150 en Marzo 18 de 1869.}$$

$$\$ 745.28, \quad \text{Nuevo principal.}$$

$$\$ 745.28 \times .06 = \$ 44.716, \quad \text{Int. adeudado en Marzo 18 de 1870.}$$

$$\$ 789.996, \quad \text{Monto adeudado en Marzo 18 de 1870.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pago, \$ 240.} \\ \text{Int. sobre el mismo 5.04} \end{array} \right\} = \$ 245.04, \quad \text{Monto \$ 240, Marzo 18 de 1870.}$$

$$\$ 544.956, \quad \text{Monto adeudado al vencimiento.}$$

NOTA.—El interés anual y el interés sobre éste se calculan al fin del año en que se hace el primer pago, y el interés sobre el pago, se calcula en la misma fecha. La diferencia entre el monto del valor nominal del pagaré y el monto del pago es el nuevo principal para el tercer año.

8. Un pagaré de \$ 500, fechado Enero 15 de 1865, con plazo de 2 años y con intereses al 10%, pagadero anualmente, tiene los siguientes abonos: Mayo 21 de 1866, \$ 100; Marzo 9 de 1867, \$ 200; cuál fué el monto en Julio 15 de 1867?

335. REGLAS.—1ª. Para calcular el interés anual ímpago, calcúlese el interés sobre el principal por el tiempo que esté á interés, y el interés sobre el interés de cada año por el tiempo que esté ímpago. La suma del principal, el interés sobre el principal y el interés sobre el interés ímpago será el monto adeudado.

NOTA.—En vez de calcular el interés sobre los varios intereses anuales separadamente, puede calcularse el interés simple de cada año por un tiempo igual á la suma de los períodos de tiempo de varios intereses anuales ímpagos.

2^a. Para calcular el interés anual cuando se hacen pagos parciales: 1. *Calcúlese el interés sobre el principal al fin del primer año en que se hace un abono, y tambien el interés sobre el interés anual impago en la misma fecha, y fórmese el monto.*

2. *Calcúlese el interés sobre el pago ó pagos al fin del año, y fórmese el monto.*

3. *Réstese el monto del pago ó pagos del monto del principal é interés, y tomando la diferencia para un nuevo principal, procédase como antes con los pagos subsiguientes, siendo la última fecha la de liquidación.*

NOTA.—Esta regla está basada en el principio que los pagos sumados con los intereses deben destinarse primeramente al descargo del interés que resulta al fin de un año y despues al descargo del principal. Cuando el monto del pago ó pagos no cancelase todo el interés adeudado, el interés impago deduciría *interés simple* al fin del año en que se ha hecho el pago.

Interés Compuesto.

336. Interés compuesto es el interés sobre el principal y tambien sobre el interés que, cada tanto tiempo, se agrega al principal. Este se calcula generalmente cada año, semestral ó trimestralmente.

Problemas Escritos.

1. En un pagaré de \$ 450, á 3 años de plazo, con interés al 6%, capitalizando anualmente, cuál seria el monto adeudado á su vencimiento? Cuál fué el interés capitalizado adeudado?

PROCEDIMIENTO:

\$ 450	
.06	
\$ 27.00	1er. año de interés.
450.	
\$ 477	2º principal.
.06	
\$ 28.62	2º año de interés.
477.	
\$ 505.62	3er. principal.
.06	
\$ 30.3372	3er. año de interés.
\$ 505.62	
\$ 535.9572	Monto adeudado al fin del tercer año.
450.	
\$ 85.9572	Interés compuesto al fin del tercer año.

2. Cuál es el monto de \$ 600 en 4 años, al 5%, capitalizando anualmente? Cuál es el interés compuesto?

3. Cuál es el interés compuesto de \$ 1500 en 3 años, al 10%? Al 8%?

4. Cuál es el monto de \$ 800 en 2 años, al 6%, capitalizando cada 6 meses?

SUGESTION.—Calcúlese el interés al 3%.

5. Cuál es el interés compuesto de \$ 650 en 3 años 4 meses 12 días, al 6% anual?

337. REGLA.—Para calcular el interés compuesto, *encuéntrese el monto del principal dado por el primer intervalo de tiempo; despues, tómese este monto como un nuevo principal; encuéntrese el monto del segundo intervalo de tiempo, y así continuése por todo el tiempo dado. La diferencia entre el último monto y el principal es el interés compuesto en todo el tiempo dado.*

NOTAS.—1. Cuando el interés se arregla cada 6 meses, el tanto por ciento es la mitad del tanto anual, y cuando la capitalizacion es trimestral es una cuarta parte del tanto anual.

2. Cuando el tiempo contiene años, meses y días, el monto se encuentra por el número total de intervalos del tiempo, y entónces se calcula el interés sobre este monto por los meses y días restantes.

338. El interés compuesto se calcula generalmente con el auxilio de una tabla que dá el monto de \$ 1 con diferentes tantos por ciento, y por un número de años que puede incluirse.

339. TABLA.

Que demuestra el monto de \$ 1 á interés compuesto, al 3, 4, 5, 6, 7, ú 8 por ciento, por un número de años de 1 á 25.

AÑOS	3 POR CIENTO	4 POR CIENTO	5 POR CIENTO	6 POR CIENTO	7 POR CIENTO	8 POR CIENTO
1	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08
2	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664
3	1.092727	1.124864	1.157625	1.191016	1.225043	1.259712
4	1.125509	1.169859	1.215506	1.262477	1.310796	1.360489
5	1.159274	1.216653	1.276282	1.338226	1.402552	1.469328
6	1.194052	1.265319	1.340096	1.418519	1.500730	1.586874
7	1.229874	1.315932	1.407100	1.503630	1.605781	1.713824
8	1.266770	1.368569	1.477455	1.593848	1.718186	1.850930
9	1.304773	1.423312	1.551328	1.689479	1.838459	1.999005
10	1.343916	1.480244	1.628895	1.790848	1.967151	2.158925
11	1.384234	1.539454	1.710339	1.898299	2.104852	2.331639
12	1.425761	1.601032	1.795856	2.012196	2.252192	2.518170
13	1.468534	1.665074	1.885649	2.132928	2.409845	2.719624
14	1.512590	1.731676	1.979932	2.260904	2.578534	2.937194
15	1.557967	1.800944	2.078928	2.396558	2.759032	3.172169
16	1.604706	1.872981	2.182875	2.540352	2.952164	3.425943
17	1.652848	1.947900	2.292018	2.692773	3.158815	3.700018
18	1.702433	2.025817	2.406619	2.854339	3.379932	3.996019
19	1.753506	2.106849	2.526950	3.025600	3.616528	4.315701
20	1.806111	2.191123	2.653298	3.207135	3.869684	4.660957
21	1.860295	2.278768	2.785963	3.399564	4.140562	5.033834
22	1.916103	2.369919	2.925261	3.603537	4.430402	5.436540
23	1.973587	2.464716	3.071524	3.819750	4.740530	5.871464
24	2.032794	2.563304	3.225100	4.048935	5.072367	6.341181
25	2.093778	2.665836	3.386355	4.291871	5.427433	6.848475

340. El monto de \$ 1 en el tiempo y tanto por ciento dados multiplicado por el principal dado, dá el monto de éste por el tiempo y tanto por ciento dados.

NOTA.—Cuando el interés se capitaliza cada 6 meses, se calcula por la tabla tomando la mitad del tanto por ciento y duplicando el número de años.

6. Cuál es el interés compuesto de \$ 750 en 15 años, al 6%? Cuál es el monto?

7. Cuál es el monto de \$ 500 en 6 años, al 8%, capitalizando cada 6 meses?

8. Cuál es el monto de \$ 1250 en 10 años 4 meses 15 días, al 5%, á interés compuesto.

Ecuacion de Pagos.

341. Ecuacion de Pagos es el procedimiento que se sigue para encontrar un término equitativo para el pago de varios créditos, acordados en diferentes tiempos, sin interés. Esta operacion se llama tambien *Pro-medio de pagos*.

El tiempo equitativo buscado se llama *promedio de tiempo*.

Problemas.

1. A debe á B \$ 300, de los cuales \$ 200 le fueron acordados á 3 meses de plazo y \$ 100 á 6 meses: cuándo se hará equitativamente el pago de la deuda de \$ 300?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 200 \times 3 = \$ 600 \\ \$ 100 \times 6 = \$ 600 \\ \hline \$ 300 \quad) \$ 1200 \\ \quad \quad \quad 4 \end{array}$$

Resp. 4 meses.

A tiene derecho al uso de \$ 200 por 3 meses, que es igual al uso de \$ 600 por 1 mes, y el uso de \$ 100 por 6 meses, que es igual al uso de \$ 600 en 1 mes; y por consiguiente, tiene derecho al uso de \$ 300 hasta que se iguale al uso de \$ 600+\$ 600 ó \$ 1200 por 1 mes.—Se tomarán \$ 300 por tantos meses para igualar el uso de \$ 1200 por 1 mes, como sean las veces que \$ 300 estan contenidos en \$ 1200; que son 4.

Luego, el pago de \$ 300 se hará equitativamente en 4 meses.

PRUEBA.—Pagando los \$ 200 en 4 meses, A *gana* el uso de \$ 200 por 1 mes, y pagando los \$ 100 en 4 meses, él *pierde* el uso de \$ 100 por 2 meses, que es igual al uso de \$ 200 por 1 mes: luego, sus *ganancias y pérdidas son iguales*.

2. A debe á un comerciante \$ 200 dados á 4 meses de plazo y \$ 600 á 8 meses: cuál es el promedio de tiempo para el pago de ambas deudas?

3. A debe á B \$ 1200, de los cuales \$ 300 están á 4 meses de plazo, \$ 400 á 6 meses y el resto á 12 meses: cuál es el promedio de tiempo para el pago del todo?

4. A debe á B \$ 800, $\frac{1}{8}$ de los cuales está á 2 meses de plazo, $\frac{1}{2}$ á 3 meses y el resto á 6 meses: cuál es el promedio de tiempo para el pago del todo?

5. Un hombre debe \$ 300 que recibió á 4 meses de plazo, \$ 600 á 5 meses y \$ 700 á 10 meses: cuál es el promedio de tiempo para el pago del todo?

6. Smith & Jones compraron un valor de \$ 500 en muebles á 4 meses de plazo, \$ 700 á 6 meses y \$ 1000 á 5 meses: cuál es el promedio de tiempo para el pago del todo?

7. A compró un valor de \$ 2000 en muebles, $\frac{1}{4}$ de los cuales fué para pagar la conduccion, $\frac{1}{5}$ á 3 meses de plazo, $\frac{1}{4}$ á 4 meses y el resto á 8 meses: cuál fué el promedio de tiempo para el abono del todo?

8.Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 220, á 30 dias de plazo; \$ 300, á 40 dias; \$ 250 á 60 dias y \$ 100 á 90 dias?

9.Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 300 á 30 dias de plazo; \$ 250, á 45 dias; y \$ 350 á 60 dias?

PROCEDIMIENTO POR INTERÉS:

Interés de	\$ 300	por 30 dias	al 6 %	=	\$ 1.50
Interés de	\$ 250	por 45 "	" 6 %	=	\$ 1.875
Interés de	\$ 350	por 60 "	" 6 %	=	\$ 3.50
	<u>\$ 900</u>				<u>\$ 6.875</u>

\$ 9.00 = Interés de \$ 900 por 60 dias.

.15 = Interés de \$ 900 por 1 dia.

\$ 6.875 ÷ \$.15 = 45.9. Resp. 46 dias.

El deudor tiene derecho al uso, 1º de \$ 300 por 30 dias, que, al 6 %, es igual á \$ 1.50 de interés; 2º de \$ 250 por 45 dias, que es igual á \$ 1.875 de interés; 3º de \$ 350 por 60 dias, que es igual á \$ 3.50 de interés. Por consiguiente, él tiene derecho al uso de \$ 900, la suma de débitos, mientras el interés sobre ésta, al 6 %, iguale la suma de \$ 1.50 + \$ 1.875 + \$ 3.50, que es \$ 6.875. El interés de \$ 900 por un dia es \$.15; y como \$ 6.875 ÷ \$.15 = 45.9, se tomarán 45.9 dias para que \$ 900 produzcan \$ 6.875 de interés. El promedio de tiempo para el pago es 45 dias.

NOTA.— Cuando la fraccion de un dia en el promedio de tiempo es mayor de $\frac{1}{2}$, se deberá contar como un dia; cuando es menor que $\frac{1}{2}$, no se considera en nada.

10. Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 520 á 45 dias de plazo; \$ 340 á 60 dias y \$ 640 á 90 dias?

11. Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 375 pagaderos ya; \$ 425 á los 30 dias; \$ 500 á los 60 dias y \$ 600 á los 75 dias?

12. Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 340 dados en Mayo 10 de 1870; \$ 450 en Junio 10; \$ 560 en Julio 15 y \$ 650 en Agosto 10?

NOTA.— Se principia con la primera fecha (Mayo 10) y se busca el número exacto de dias entre cada una de las subsiguientes fechas. El promedio de tiempo se cuenta adelante de la primera fecha.

13. Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 1000 dados en Junio 1º de 1870; \$ 850 en Julio 1º; \$ 750 en Setiembre 1º y \$ 900 en Octubre 1º?

14. Cuál es el promedio de tiempo para el pago de \$ 75 dados en Mayo 6 de 1870; \$ 115 en Mayo 26; \$ 220 en Junio 25; \$ 315 en Julio 16 y \$ 350 en Julio 30?

Principios y Reglas.

342. El tiempo que media desde que se contrae una deuda hasta su pago, se llama *término ó tiempo de crédito*.

343. PRINCIPIOS. — 1. *El pago de una suma de dinero efectuado antes del tiempo del compromiso, se recupera reteniendo una suma igual otro tanto de tiempo despues de efectuado el pago.*

2. *El uso de una suma de dinero se estima por su interés en el tiempo que ha sido usado.*

344. REGLAS. — Para igualar el tiempo en varios débitos ó pagos:

1^a. *Multiplíquese cada débito ó pago por su tiempo de crédito, y divídase la suma de los productos por la suma de débitos ó pagos. Ó,*

2^a. *Calcúlese el interés de cada débito ó pago por su tiempo de crédito y divídase la suma de los intereses por el interés de la suma de los débitos ó pagos correspondientes á un mes ó á un día.*

NOTAS—1. Como el resultado será el mismo, cualquiera que sea el tanto, el interés podrá calcularse al precio que sea mas conveniente.

2. Algunos autores han puesto en duda la exactitud de los métodos anteriores y recomiendan la regla siguiente, como la “única exacta”:

“*Encuéntrese el valor presente de cada una de las sumas dadas, y entonces búsquese el tiempo en que la suma de estos valores presentes ascenderán á la suma de todos los pagos*”.

La inexactitud de la “regla exacta”, así llamada, se presenta á primera vista. Los métodos dados anteriormente son estrictamente exactos y se usan con mucha generalidad. (Véase el apéndice).

345. Cuando se hacen pagos parciales sobre una deuda, con anticipacion á su vencimiento, el tiempo para el pago del saldo de ella es proporcionalmente largo.

15. A debe á un comerciante \$ 200 pagaderos en 12 meses, sin intereses; en 4 meses él abonó \$ 50 á cuenta de la deuda, y en 8 meses otros \$ 50: cuándo debe pagar equitativamente el saldo de su deuda?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} \$ 50 \times 8 = \$ 400 \\ \$ 50 \times 4 = \$ 200 \\ \hline \$ 200 - \$ 100 = \$ 100) \$ 600 \\ \hline 6 \end{array}$$

\$ 100 de su deuda, 6 meses *despues* de su vencimiento.

Pagando \$ 50 en 4 meses, A pierde el uso de esta suma por 8 meses, y pagando \$ 50 á los 8 meses pierde su uso por 4 meses, y por consiguiente pierde el uso de \$ 400+\$200 ó \$ 600 por 1 mes. Para recuperar esta pérdida, él tiene derecho á retener el saldo de

16. A debe á B \$ 300, pagaderos á los 8 meses; si él paga \$ 200 á los 5 meses, cuándo deberá pagar el resto de la deuda?

17. Un hombre compró un caballo, conviniendo pagar \$ 150 á los 6 meses, sin interés: si al hacer la compra pagó \$ 50, cuándo debió pagar el resto?

18. A debe á B \$ 600, pagaderos á los 6 meses; pero, al fin de 3 meses, propuso hacer un abono conveniente para alargar el tiempo del pago del saldo á 6 meses: de cuánto debió ser el abono que hiciera?

19. A debe á B \$ 1500, dados á 12 meses, pero á los 4 meses abonó \$ 400, y á los 6 meses \$ 500: cuándo debia abonar el saldo?

20. Clark y Brown compraron en Marzo 10 de 1870, á crédito, una factura de muebles por valor de \$ 2500, á 4 meses de plazo; pero en Abril 7 del mismo año pagaron \$ 650; \$ 500 en Abril 30 y \$ 350 en Mayo 20: cuándo debian pagar el saldo?

346. REGLA.—*Multipliquese cada pago por el tiempo que él se ha anticipado, y divídase la suma de los productos por el saldo ímpago.*

Ecuacion de Cuentas.

347. Ecuacion de cuentas es el procedimiento que se sigue para encontrar la fecha media para el pago del saldo de una cuenta, ó el tiempo para cuando está fijado el pago del saldo de una cuenta.

Caso I.

Cuentas que contienen tan solo partidas de débito.

PROBLEMAS.

1. Un librero compró á Wilson los siguientes muebles, á 4 meses de plazo:

Febrero	3	de 1870,	una factura por	\$	450.
"	24	"	"	"	500.
Marzo	25	"	"	"	750.
Abril	20	"	"	"	600.

Cuál es el término medio del tiempo para el vencimiento?

PROCEDIMIENTO :

Dado hasta Junio	3	de 1870,	\$	450	$\times$ 00 =	
"	"	" 24	"	500	$\times$ 21 =	10500.
"	"	Julio 25	"	750	$\times$ 52 =	39000.
"	"	Agosto 20	"	600	$\times$ 78 =	46800.
				\$	2300	) \$ 96300. (41.8 dias.

La fecha media hasta el vencimiento de las anteriores facturas es 42 dias, desde Junio 3 de 1870, que es Julio 15 de 1870.

NOTAS.—1. La fecha del vencimiento de cada factura se encuentra contando 4 meses adelante de la fecha de la compra. Se obtendría el mismo resultado encontrando el término medio de las fechas de compra y contando desde ella 4 meses adelante.

2. El promedio de tiempo hasta el vencimiento puede encontrarse tambien por la última fecha, y tomando el número exacto de dias entre cada fecha precedente y la última fecha para un multiplicador. La fecha media se encuentra entónces contando atrás de la última fecha.

2. Murray & C^o. compraron á Smith & Moore una partida de muebles, como sigue:

Abril 15 de 1869,	una fact. de \$ 400,	á 3 meses de plazo			
Mayo 20 " " " " " "	245,	á 4 " " "			
Junio 25 " " " " " "	375,	á 4 " " "			
S'bre 15 " " " " " "	625,	á 3 " " "			

Cuál es el tiempo medio para el vencimiento?

3. Un comerciante tiene los siguientes cargos contra uno de sus marchantes:

Mayo 9 de 1870,	\$ 340 á 4 meses de plazo.			
Junio 6 " " " "	530 á 4 " " "			
Julio 8 " " " "	213 á 3 " " "			
Agosto 30 " " " "	150 á 4 " " "			

Cuál es el tiempo medio para el vencimiento?

4. J. O. Bates & C^o. compraron á Smith & Brown varias facturas de mercaderías, como sigue:

Marzo 3 de 1868,	una fact. de \$ 250 á 3 meses de plazo			
Abril 15 " " " " " "	180 á 4 " " "			
Junio 20 " " " " " "	325 á 3 " " "			
Agosto 10 " " " " " "	80 á 3 " " "			
Set'bre 1 " " " " " "	100 á 4 " " "			

Cuál es la fecha media para el vencimiento?

348. REGLA.—Para encontrar el tiempo medio del vencimiento para el saldo de una cuenta que se debe, *encuéntrese primeramente el vencimiento de cada partida ó factura, y entónces, contando desde la primera fecha el plazo dado, encuéntrese el promedio de tiempo como en la ecuacion de pagos. La fecha del tiempo medio se encuentra contando adelante de la primera fecha.*

NOTAS.—1. El tiempo medio se encontrará por interés, como en la Ecuacion de Pagos. (Art. 344, Regla 2).

2. La suma de las partidas de débito deduce interés desde la fecha media del vencimiento á la del pago.

Caso II.

Cuentas que contienen débitos y créditos.

5. Cuál es la fecha media para el vencimiento de cada lado de la siguiente cuenta:

Debe JUAN SMITH *en cuenta con* JUAN JONES. *Haber*

1868			Plazos	1868		
Abril	3	A Merc.	\$ 220	3 meses	Julio 1	Por caja \$ 200
Junio	1	"	" 125	4 "	Oc'bre 3	" " 150
Julio	15	"	" 200	4 "	D'bre 20	" " 300
Agosto	24	"	" 140	6 "		
Octubre	1	"	" 190	6 "		

PROCEDIMIENTO:

Débitos

Julio	3 de 1868,	\$ 220 × 00 =
Octubre 1	" " "	125 × 90 = 11250
N'bre 15	" " "	200 × 135 = 27000
Febrero 24	" 1869,	140 × 236 = 33040
Abril 1	" " "	190 × 272 = 51680
		\$ 875) \$ 122970

141

Deudas que deben pagarse en 141 días desde Julio 3 de 1868 al 21 de Noviembre.

Créditos

Julio	1 de 1868,	\$ 200 × 00 =
Octubre 3 de	" " "	150 × 94 = 14100
Dic'bre 20 de	" " "	300 × 172 = 51600
		\$ 650) \$ 65700
		101

Créditos impuestos á 101 días, desde Julio 1, que es Octubre 10.

NOTA.—En cada lado de la cuenta debe tomarse el término medio sin referencia al otro, como se ha hecho anteriormente, tomándose como punto de partida la primera ó la última fecha de cada lado.

6. La cuenta anterior, en término medio, queda así:

<i>Debe</i>	<i>Haber</i>
Noviembre 21 de 1868 \$ 875	Octubre 10 de 1868 \$ 650

Cuándo debe abonarse el saldo de la cuenta?

PROCEDIMIENTO:

Débitos.....	\$ 875		\$ 650
Créditos.....	„ 650		„ 42
Saldo.....	\$ 225	\$ 225)	\$ 27300
Diferencia en tiempo, 42 dias.			121

El saldo es impuesto á 121 dias, desde Noviembre 21 de 1868, que es Marzo 22 de 1869.

Supóngase la cuenta ajustada en Noviembre 21, la última fecha. Como el *haber* de la cuenta ha sido impuesto desde Octubre 10, el interés se habrá deducido por 42 dias. Aumentando el débito de la cuenta con una suma igual de interés, el saldo permanecerá impago 121 dias. Contando desde Noviembre 21 adelante 121 dias, se encontrará que el saldo se puede abonar hasta Marzo 22 de 1869.

7. Supóngase que el débito y crédito de una cuenta en su tiempo medio, es como sigue:

	<i>Debe</i>		<i>Haber</i>
Noviembre 21 de 1868	\$ 650		Octubre 1º de 1868 \$ 875

Cuál sería el tiempo medio para el pago del saldo?

PROCEDIMIENTO:

Créditos.....	\$ 875		\$ 875
Débitos.....	„ 650		42
Saldo	\$ 225	\$ 225)	\$ 36750
Diferencia en tiempo, 42 dias.			163

El saldo es impuesto 163 dias antes del 21 de Noviembre de 1868, que es Junio 11 de 1868.

Supóngase ajustada la cuenta en Noviembre 21, como ántes. Habiéndose impuesto el crédito desde Octubre 10, ha deducido interés por 42 dias. De modo que en el *debe* de la cuenta puede aumentarse una suma igual de interés, debiendo considerarse el saldo como impuesto 163 dias antes del 21 de Noviembre.

8. El débito y crédito de una cuenta en su tiempo medio, es como sigue:

<i>Debe</i>		<i>Haber</i>	
Junio 5 de 1870	\$ 1285	Julio 1º de 1870	\$ 1000

Cuál es el tiempo medio para el pago del saldo?

9. Cuál es el tiempo medio en que principia á deducir interés la siguiente cuenta:

<i>Debe</i>		<i>Haber</i>	
Julio 12 de 1870	\$ 450	Setiembre 1º de 1870	\$ 800

10. Cuándo principiará á deducir interés el saldo de la siguiente cuenta, teniendo las partidas del debe un crédito de 3 meses?

Debe R. HILL & Cº. en cuenta con O. COOKE. *Haber*

1870			1870		
Julio 10	A Merc.	\$ 120	Nºbre 20	Por Caja	\$ 350
" 30	"	" 450	Dºbre 25	" Merc.	" 250
Agºto 30	"	" 380			
Sºbre 9	"	" 560	1871		
" 30	"	" 400	Enero 1º	Por Caja	" 750

349. REGLA. — Para encontrar el tiempo medio para el pago del saldo de una cuenta:

1. *Encuéntrese el tiempo medio en cada lado de la cuenta.*

2. *Multiplíquese el lado de la cuenta cuyo plazo vence primero por el número de dias que hai entre las fechas del tiempo medio de cada lado, y divídase el producto por el saldo de la cuenta.*

3. *El cociente así obtenido será el número de dias hasta el vencimiento del saldo, contados adelante de la última fecha media cuando el lado menor de la cuenta*

vence primero, y hacia atrás cuando el lado mayor vence primero.

NOTAS.—1. Cuando una cuenta se ajusta por *caja*, cada lado de la cuenta se aumenta por sus intereses desde el vencimiento á la fecha de ajuste, y á la diferencia de los dos lados así aumentados, se llama *saldo de caja*. En vez de agregar el interés resultante á cada lado, se encontrará el *saldo de interés* y se sumará ó restará del saldo de las diferentes partidas, según que recaiga en el mismo lado, ó en el opuesto de la cuenta. Así, en el problema 6, el saldo de interés, que es el interés de \$ 650 por 42 días, ha recaído en el lado del crédito, y el saldo de las diferentes partidas sobre el lado del debe. El saldo de caja es \$ 225—\$ 3.90, que son \$ 221.10.

2. El saldo de caja se encuentra directamente, sin igualar la cuenta, encontrando el interés de cada partida desde su vencimiento á la fecha de ajustes, y tomando la diferencia entre las sumas de los intereses del debe y haber para el *saldo de interés*. Cuando el saldo de interés y el saldo de las diferentes partidas, están en el mismo lado, el saldo de caja es su suma; cuando están en el lado opuesto, el saldo de caja es su diferencia.

Seccion XV.

RAZONES y PROPORCIONES.

Razon.

Art. 350. La relacion entre dos números espresada por su cociente, se llama *razon*. La razon de 6 á 2 es $6 \div 2$, ó 3; y la razon de 2 á 6 es $2 \div 6$ ó $\frac{1}{3}$.

Ejercicios Mentales.

1. Cuál es la razon de 8 á 4? De 24 á 8? De 45 á 15?

2. Cuál es la razon de 6 á 12? De 12 á 36? De 16 á 64?

3. Cuál es la razon de 42 á 14? De 14 á 42?
De 12 á 30?

4. Cuál es la razon de 50 á 15? De 15 á 50?
De 80 á 25?

5. Cuál es la razon de 36 á 16? De 60 á 25?
De 70 á 40?

6. Cuál es la razon de 45 á 60? De 18 á 45?
De 75 á 45?

7. Cuál es la razon de \$ 33 á \$ 11? De \$ 20 á
\$ 50? De \$ 45 á \$ 36? De \$ 50 á \$ 150?

8. Cuál es la razon de libras 16 á lb. 40? De
lb. 28 á lb. 13?

9. Cuál es la razon de $\frac{9}{10}$ á $\frac{3}{10}$? $\frac{3}{10}$ á $\frac{9}{10}$? $\frac{14}{15}$ á $\frac{4}{15}$?

10. Cuál es la razon de $\frac{1}{2}$ á $\frac{1}{4}$? $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{6}$? $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{4}$?

11. Cuál es la razon de $\frac{2}{3}$ á $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{5}$ á $\frac{5}{8}$? $\frac{5}{6}$ á $\frac{2}{3}$?

12. Cuál es la razon de 5 á $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{3}$ á 4? $\frac{1}{4}$ á $2\frac{1}{2}$?

Ejercicios Escritos.

351. La razon de dos números se espresa colocando dos puntos entre ellos. La razon de 4 á 10 se espresa por 4:10, y la razon $\frac{1}{2}$ á $\frac{5}{6}$ por $\frac{1}{2}:\frac{5}{6}$. La espresion 4:10 se lee *la razon de 4 á 10* ó bien, 4 es á 10.

13. Espresar la razon de 7 á 15, 12 á 35, 35 á 17.

14. Espresar la razon de 2.5 á 7.5 de 3.4 á .62.

15. Espresar la razon de $\frac{3}{4}$ á $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$ á $5\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$ á $\frac{3}{5}$.

16. Cuál es el valor de la razon de 112 á 35?

PROCEDIMIENTO: $112:35=112\div35=3\frac{1}{5}$, Resp.

Cuál es el valor de

17. 216: 81?

21. $\frac{4}{16}:\frac{5}{8}$?

18. 129: 215?

22. 150: $16\frac{2}{3}$?

19. 14.3: 6.5?

23. $12\frac{1}{2}$: $30\frac{1}{4}$?

20. 1.44: 3.2?

24. $34\frac{1}{2}$: $5\frac{3}{4}$?

25. 6 quintales: 3 galones?
26. 15 libras 12 onzas: 17 libras 4 onzas?
27. 2 piés 6 pulgadas: 12 piés 6 pulgadas?
28. 15 centésimos: 12.34 centésimos.
29. Reducir 24: 60 á sus menores términos.

PROCEDIMIENTO: $24: 60 = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 2: 5$ Resp.

Reducir á sus menores términos las siguientes razones:

- | | | |
|--------------|--------------|---------------|
| 30. 35: 84 | 33. 105: 140 | 36. 169: 65. |
| 31. 63: 108 | 34. 81: 189 | 37. 256: 112. |
| 32. 121: 220 | 35. 105: 195 | 38. 225: 120. |

39. Reducir $\frac{5}{6} : \frac{3}{4}$ á una razon igual con términos enteros.

PROCEDIMIENTO: $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \frac{10}{12} : \frac{9}{12} = 10:9$.

Reducir las siguientes razones á razones iguales con términos enteros:

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| 40. $\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$. | 43. $\frac{7}{9} : \frac{5}{6}$. | 46. $\frac{7}{8} : 10$. |
| 41. $\frac{5}{7} : \frac{11}{14}$. | 44. $\frac{11}{16} : \frac{7}{12}$. | 47. $2\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$. |
| 42. $\frac{7}{12} : \frac{5}{8}$. | 45. $\frac{13}{15} : \frac{17}{20}$. | 48. $14:5\frac{1}{4}$. |

49. Multiplicar 10:21 por 14:15.

PROCEDIMIENTO:

$$10: 21 = \frac{10}{21}. \quad 14: 15 = \frac{14}{15}.$$

Luego, $(10: 21) \times (14: 15) = \frac{10}{21} \times \frac{14}{15} = \frac{4}{9}$ Resp.

50. Cuál es el producto de 9: 10 por 24: 33?
51. Cuál es el producto de 7:15, 25:14 y 24:35?
52. Cuál es el producto de 12:25, 15:24 y 16:21?

Definiciones, Principios y Reglas.

352. Razon es la relacion que hay entre dos números de la misma especie, espresada por su cociente.

353. Los dos números comparados se llaman términos de la razon.

El primer término es el *antecedente* y el segundo el *consecuente*. Los dos términos forman un *par*.

354. El valor de la razon es el cociente que se obtiene dividiendo el antecedente por el consecuente.

Cuando el antecedente es mayor que el consecuente, el valor de la razon es mayor que 1; cuando el antecedente es menor que el consecuente, el valor es menor que 1.

355. La razon de dos números se espresa colocando dos puntos (:) entre ellos: como, 5:12. Los dos puntos se llaman *signo de la razon*.

NOTA.—El signo de razon es el de division, omitiéndose la línea horizontal.

356. Una razon se espresa tambien en forma de fraccion, siendo el antecedente el numerador y el consecuente el denominador. Así, $5:12 = \frac{5}{12}$.

NOTA.—Algunos autores americanos dividen el consecuente por el antecedente, invirtiendo así la posicion de dividendo y divisor, indicando igualmente con el signo de division. La mayoría de los matemáticos dividen el antecedente por el consecuente.

La razon es *simple* ó *compuesta*.

357. Razon simple es la razon de dos números simplemente; como, 5:8 ó $\frac{5}{8}$.

NOTA.—Cuando una razon simple tiene uno ó ambos términos fraccionarios, es llamada *razon compleja* por algunos autores.

358. Razon compuesta es el producto de dos ó mas razones simples; como, $(5:6) \times (\frac{3}{5}:10)$.

Puede espresarse tambien de tres maneras, como sigue:

$$(5:6) \times (8:9) \times (\frac{3}{5}:10); \text{ ó } \frac{5}{6} \times \frac{8}{9} \times \frac{3}{5}; \text{ ó } \frac{5:6}{\frac{3}{5}:10}$$

359. Razon inversa es la que resulta de invertir los términos de la razon dada. Así, 5:7 es la inversa de 7:5. Llámase tambien *razon recíproca*.

360. PRINCIPIOS.—1. *Los dos términos de una razon deben ser números semejantes.*

2. *El antecedente es igual al consecuente multiplicado por la razon.*

3. *El consecuente es igual al antecedente dividido por la razon.*

4. *Si el producto de los dos términos de una razon se divide por cada uno de ellos, el cociente será el otro término.*

5. *Una razon se multiplica, multiplicando el antecedente ó dividiendo el consecuente por un número mayor que 1.*

6. *Una razon se divide, dividiendo el antecedente ó multiplicando el consecuente por un número mayor que 1.*

7. *Una razon no altera, multiplicando ó dividiendo ambos términos por un mismo número.*

8. *El producto de dos ó mas razones es igual á la razon de sus productos.*

361. REGLAS.—1ª. Para reducir una razon simple á sus menores términos, *divídanse ambos términos por su máximo comun divisor.* (Princ. 7).

2ª. Para reducir una razon simple con términos fraccionarios á una de términos enteros, *multiplíquense ambos términos por el mínimo comun múltiplo de los denominadores de las fracciones.* (Princ. 7).

3ª Para encontrar el producto de dos ó mas razones simples, *multiplíquense los antecedentes entre sí para un nuevo antecedente, y los consecuentes, del mismo modo, para un nuevo consecuente.* (Princ. 8).

NOTA.—El procedimiento puede abreviarse por cancelacion.

Proporcion.

Ejercicios Mentales.

La razon de 12 á 6 es igual á la razon de 14 á 7, puesto que el valor de cada razon es 2.

1. Qué dos números tienen una razon entre si igual á la razon de 15 á 5? De 24 á 12?

2. Qué dos números tienen una razon entre si igual á 6:24? 7:21? 11:14?

3. Qué dos números tienen una razon entre si igual á 45:15? 12:60? 72:24?

4. A qué número tiene 10 una razon igual á la razon de 30 á 15? 14 á 28?

5. A qué número tiene 16 una razon igual á la razon 11:33?

6. A qué número tiene 12 una razon igual á 6:30? 24:16? 20:15?

7. 12 es á 60 como 5 es á qué número?

8. 13 es á 39 como 15 es á qué número?

9. 14 es á 42 como 25 es á qué número?

10. 56 es á 8 como 63 es á qué número?

362. La igualdad de dos razones se espresa colocando cuatro puntos (::) entre ellos. Así, $5:10=7:14$, se escribe, $5:10::7:14$, y se lee 5 es á 10 como 7 es á 14.

11. Léase $8:40 :: 12:60$ y muéstrese que las dos razones son iguales.

12. Léase $27:9 :: 63:21$ y muéstrese que las dos razones son iguales.

13. Léase $5:2\frac{1}{2} :: 25:12\frac{1}{2}$ y muéstrese que las dos razones son iguales.

Definiciones y Principios.

363. Proporción es la igualdad de dos razones.

364. La primera razón de una proporción se llama *primer par* y la segunda razón *segundo par*.

365. El primero y tercer término de una proporción son los *antecedentes* y el segundo y cuarto términos, los *consecuentes*.

NOTA.—Los antecedentes de una proporción son los antecedentes de sus razones y los consecuentes, los consecuentes de sus razones.

366. El primero y cuarto términos de una proporción son los *estremos*, y el segundo y tercer término, los *medios*.

Los cuatro términos de una proporción se llaman *proporcionales*, y el último es el *cuarto* proporcional á los otros tres en su orden.

367. Tres números están en proporción cuando la razón del primero al segundo es igual á la razón del segundo al tercero; como, $8:12 :: 12:18$. El segundo se llama un *medio proporcional*.

368. La proporción es *simple* ó *compuesta*.

Proporción simple es la igualdad de dos razones simples.

Proporción compuesta es la igualdad de dos razones, siendo una ó ambas compuestas.

Proporcion Simple.

Caso I.

Encontrar un término cualquiera, dados los otros tres.

369. La proporcion $4:8::6:12$ puede escribirse $4:8=6:12$ ó $\frac{4}{8}=\frac{6}{12}$ (Art. 356); multiplicando las dos fracciones iguales por 12 y 8, sus denominadores, tendremos $4 \times 12 = 6 \times 8$. Luego,

PRINCIPIOS.—1. *El producto de los extremos de una proporcion es igual al producto de los medios.* Luego,

2. *Si el producto de los extremos de una proporcion se divide por uno de los medios, el cociente será el otro medio.*

3. *Si el producto de los dos medios de una proporcion se divide por un extremo, el cociente será el otro extremo.*

Problemas Escritos.

Encontrar el término que falta en las siguientes proporciones:

- | | |
|------------------------|--|
| 14. $21:7::36:—$ | 22. $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}::\frac{5}{6}:—$ |
| 15. $15:40::18:—$ | 23. $\frac{3}{5}:\frac{2}{3}::—:\frac{7}{8}$ |
| 16. $—:24::8:32$ | 24. $—:\frac{21}{3}::\frac{1}{4}:\frac{3}{7}$ |
| 17. $—:9::60:18$ | 25. $\frac{1}{3}:—::\frac{1}{5}:\frac{1}{6}$ |
| 18. $45:30::—:24$ | 26. $\$5:\$45::6 \text{ libras}:—$ |
| 19. $2.5:62.5::—:3.25$ | 27. $\$75:\$3::—:56 \text{ onzas}$ |
| 20. $7.2:—::4.7:9.4$ | 28. $16 \text{ meses}:96 \text{ meses}::15 \text{ dias}:—$ |
| 21. $.25:—::2.5:7.5$ | 29. $8 \text{ horas}:14 \text{ horas}::\frac{4}{7}:—$ |

370. REGLAS.—1°. Para encontrar un extremo en una proporcion simple, *divídase el producto de los medios por el extremo conocido.*

2°. Para encontrar un medio en una proporcion simple, *divídase el producto de los extremos por el medio conocido.*

Caso II

Solucion de Problemas por Proporcion Simple.

371. La solucion de un problema por proporcion, consta de dos partes, á saber:

1. La colocacion de los tres términos dados, llamada la *relacion*.

2. Encontrar un cuarto término por el caso I.

372. Si la respuesta requerida es el *cuarto* término de una proporcion, el término buscado, que es de la misma especie que el conocido, será el *tercer* término, puesto que los dos términos de una razon deben ser *números de la misma especie*. (Art. 360).

373. De los dos términos que quedan en el problema, el *mayor* será el segundo término cuando la respuesta deba ser mayor que el tercero, y el *menor* será el segundo término cuando la respuesta deba ser menor que el tercero, *de lo contrario las razones no pueden ser iguales*.

Problemas Escritos.

30. Si 15 yardas paño cuestan \$ 24, cuánto costarán 40 yardas?

ESPOSICION:

15 yardas: 40 yardas:: \$ 24: Resp.

$$\begin{array}{r} 40 \\ 15) \$ 960 \\ \$ 64 \text{ Resp.} \end{array}$$

Puesto que el costo de 40 yardas debe ser la respuesta, hágase \$ 24, que es el costo de 15 yardas, el tercer término de la proporcion; y como 40 yardas deben costar mas que 15 yardas, el cuarto término será mayor que el tercero, y

por consiguiente, el segundo término será mayor que el primero. Hágase 40 yardas el segundo término y 15 yardas el primero, y la proporcion quedará: 15 yardas: 40 yardas:: \$ 24, costo de 40 yardas, es al cuarto término que, por el caso 1º, se encuentra que es \$ 64.

31. Si 45 carneros cuestan \$ 565, cuánto costarán 140 carneros?

32. Si 13 toneladas de harina cuestan \$ 97.50, cuánto costarán $7\frac{1}{2}$ toneladas?

33. Si 70 cuadras de campo cuestan \$ 1875, cuánto costarán 320 cuadras?

34. Si 120 cuadras de campo cuestan \$ 3000, cuántas cuadras pueden comprarse con \$ 4500?

35. Si 4 libras 6 onzas manteca cuestan \$ 1.75, cuánto costarán $17\frac{1}{4}$ libras?

36. Si un hombre tiene 75 pulsaciones por minuto, cuántas pulsaciones tendrá en 8 horas?

37. Si un reloj da 120 golpes en un minuto, cuántos golpes dará en $9\frac{1}{4}$ horas?

38. Si un cometa camina $4^{\circ} 20'$ en 15 horas, qué distancia se alejará en 5 dias?

39. Si una guarnicion de 160 hombres consume 24 barricas harina en 6 semanas, cuántos barriles consumirá en un año?

40. Si 24 barricas harina son consumidas por 160 hombres en 6 semanas, cuántas barricas consumirán 360 hombres en el mismo tiempo?

41. Si un palo en posicion vertical, de 3 piés de alto, da una sombra de 5 piés de largo, qué sombra dará un palo de 120 piés de alto, á la misma hora?

42. Si un palo de 20 piés de alto da una sombra de 12 piés de largo, qué alto tendrá un árbol cuya sombra es de 90 piés de largo, á la misma hora?

43. Si $\frac{5}{9}$ de una estancia valen \$ 4500, cuánto valdrán $\frac{3}{4}$ de ella?

44. Si $\frac{7}{8}$ yarda de un género de seda cuestan \$ 2.10, cuánto costarán $16\frac{1}{2}$ yardas?

45. Si $6\frac{1}{4}$ toneladas de heno cuestan \$ 58.75 cuántas toneladas pueden comprarse con \$ 173.90?

46. Al tanto de 5 peras por 8 manzanas, cuántas manzanas pueden comprarse con 5 docenas de peras?

47. Si 12 hombres pueden segar 20 cuadras de pasto en un dia, cuántas cuadras podrán segar 25 hombres?

48. Si 9 hombres hacen una muralla en 15 dias, 5 hombres en cuántos dias la harán?

ESPOSICION :

5 hombres : 9 hombres :: 15 dias : Resp.

$$\begin{array}{r} 9 \\ 5 \overline{) 135} \\ \underline{27} \text{ dias, Resp.} \end{array}$$

el segundo término mayor que el primero. La proporcion es— 5 hombres, 9 hombres :: 15 dias :: 27 dias.

15 dias es el tercer término-puesto que la respuesta debe ser dias. Si 9 hombres precisan 15 dias, 5 hombres precisarán mas que 15 dias, y por consiguiente la respuesta, ó cuarto término, debe ser mayor que el tercer término, y

NOTA.—El principio que envuelve esta clase de problemas puede enunciarse así: *el mayor, la causa; el menor, el tiempo necesario para producir el efecto; é inversamente, el mayor, el tiempo, el menor la causa requerida.*

49. Si una cantidad de provisiones abastece una guarnicion de 90 hombres durante 125 dias, qué tiempo abastecerán las mismas provisiones á 150 hombres?

50. Si 15 hombres pueden segar un campo con trigo en 12 dias, cuántos hombres podrán hacer el mismo trabajo en 5 dias?

51. Divídase 90 en dos partes cuya razon sea igual á la razon de 4 y 5.

PROPORCIONES $\left\{ \begin{array}{l} (4+5:90::4:) \text{ la parte menor.} \\ (4+5:90::5:) \text{ la parte mayor.} \end{array} \right.$

NOTA.—Estas proporciones están basadas en el principio que, cuando uatro números están en proporcion, *la suma del primero y segundo término es á la suma del tercero y cuarto como el primer término es al tercero, ó como el segundo término es al cuarto,*

52. Divídase 640 en dos partes proporcionales á 8 y 12. A 9 y 11.

53. El valor de un campo de \$ 9600 se dividió entre dos herederos en proporcion á sus edades, que fueron 15 y 17 años, respectivamente: cuánto recibió cada uno?

54. Dos hombres, separados 150 millas uno de otro, caminan á encontrarse á razon de 2 y 3 millas, respectivamente: cuánto habrá caminado cada uno al encontrarse?

Para los problemas adicionales veáanse los problemas por análisis, página 280.

Principios y Regla.

374. PRINCIPIOS.—1. *La razon de dos causas de la misma especie es igual á la razon de sus efectos. Inversamente,*

2. *La razon de dos efectos de la misma especie es igual á la razon de sus causas.*

3. *La razon de dos causas de la misma especie es igual á la razon inversa de sus tiempos. Inversamente,*

4. *La razon de los tiempos de dos causas de la misma especie es igual á la razon inversa de las causas.*

5. Los dos términos de cada par de una proporción simple deben ser números de la misma especie (Art. 360, Princ. 1).

6. El cuarto término de una proporción es igual al producto del segundo y tercer término dividido por el primero. (Art. 370).

375. REGLA.—Para resolver un problema por proporción simple,

1. Tómese por tercer término el número que sea de la misma especie que el buscado, y hágase con los otros dos números el primer par, colocando el **mayor** por segundo término, cuando el número buscado sea **mayor** que el tercer término; y el **menor** por segundo término cuando el número buscado sea **menor** que el tercer término;

2. Divídase el producto del segundo y tercer término por el primero, y el cociente será el cuarto término buscado, ó la respuesta.

NOTA.—1. Cuando los términos del primer par son números denominados, deben reducirse primeramente á la misma denominación.

2. El procedimiento para encontrar el cuarto término puede abreviarse por cancelación. La proporción $15 : 45 :: 27.5 : -$ puede completarse así:

$$\begin{array}{rcl} \overset{3}{45} \times 27.5 & \text{ó bien,} & \overset{3}{45} \\ \underline{15} & & \underline{27.5} \\ & & 82.5 \end{array}$$

3. El procedimiento para resolver problemas por proporción simple se llama también "*Regla de Tres*".

Proporcion Compuesta.

Caso I.

Reduccion de Razones y Proporciones Compuestas á Simples.

1. Reducir las razones compuestas $\left\{ \begin{array}{l} 20:80 \\ 4:3 \\ 6:8 \end{array} \right\}$ á razones simples en sus menores términos.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{rcl}
 20:80 & \text{O bien:} & 20:80^4 \\
 4:3 & & 4:3 \\
 6:8 & & 26:8^4 \\
 \hline
 20 \times 4 \times 6:80 \times 3 \times 8 & & \\
 480:1920 & & \\
 1:4 & \text{Resp.} & 1:4, \text{ Resp.}
 \end{array}$$

Una razon compuesta es el producto de dos ó mas razones simples (Art. 358), y el producto de dos ó mas razones simples se encuentra, multiplicando los antecedentes entre sí para un nuevo antecedente y los consecuentes del mismo modo para un nue-

vo consecuente (Art. 361). Luego, la razon compuesta dada es igual á $20 \times 4 \times 6:80 \times 3 \times 8$. ó $480:1920$, que, dividiendo ambos términos por 480, se reduce á $1:4$.

Este procedimiento puede abreviarse cancelando los factores comunes á los productos de los antecedentes y consecuentes.

NOTA.—El procedimiento puede esplanarse directamente cambiando cada razon á la forma fraccionaria, así:

$$\left. \begin{array}{l} 20:80 \\ 4:3 \\ 6:8 \end{array} \right\} = \frac{20}{80} \times \frac{4}{3} \times \frac{6}{8} = \frac{20 \times 4 \times 6^2}{80 \times 3 \times 8} = \frac{1}{4} = 1:4.$$

Reducir las siguientes razones compuestas á simples y en sus menores términos:

$$2. \left\{ \begin{array}{l} 6:8 \\ 10:12 \\ 16:15 \end{array} \right.$$

$$4. \left\{ \begin{array}{l} 8:9 \\ 40:32 \end{array} \right.$$

$$3. \left\{ \begin{array}{l} 6:9 \\ 15:18 \\ 5:3 \end{array} \right.$$

$$5. \left\{ \begin{array}{l} 7:20 \\ 40:21 \\ 12:16 \\ 32:45 \end{array} \right.$$

6. Reducir $\left\{ \begin{smallmatrix} 4:5 \\ 8:6 \end{smallmatrix} \right\} :: 16:15$ á proporcion simple.

SUGESTION. — Redúzcase la razon compuesta á simple.

Reducir las siguientes proporciones compuestas á simples.

$$7. \left\{ \begin{smallmatrix} 8:12 \\ 21:10 \end{smallmatrix} \right\} :: 42:30$$

$$9. \$ 108:\$ 216:: \left\{ \begin{smallmatrix} 24:36 \\ 3:4 \end{smallmatrix} \right.$$

$$8. \left\{ \begin{smallmatrix} 48:336 \\ 5:8 \\ 12:5 \end{smallmatrix} \right\} :: 12:56$$

$$10. \left\{ \begin{smallmatrix} 6:9 \\ 12:3 \\ 15:36 \end{smallmatrix} \right\} :: \left\{ \begin{smallmatrix} 15:27 \\ 12:6 \end{smallmatrix} \right.$$

11. Cuál es el cuarto término de la proporcion compuesta $\left\{ \begin{smallmatrix} 5:8 \\ 10:9 \\ 12:25 \end{smallmatrix} \right\} :: 13:—?$

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r} 5:8 \ 4 \\ 2 \ 10:9 \ 3::13:— \\ 3 \ 12:25 \ 5 \\ \hline 1:3 : : 13:— \\ 3 \\ \hline 39, \text{ Resp.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{O bien:} \\ 5 \mid 8 \ 4 \\ 2 \ 10 \mid 9 \ 3 \\ 3 \ 12 \mid 25 \ 5 \\ \hline 13 \\ \hline 3 \times 13 = 39, \text{ Resp.} \end{array}$$

Fijando la atencion en el segundo procedimiento, se verá que los cuatro números á la derecha de la vertical son *los factores del producto de los medios*, y que los tres números de la izquierda son *los factores del primer extremo*. Cancelando los factores comunes al dividendo y divisor, el cuarto término se encuentra directamente.

Encontrar el cuarto término de las siguientes proporciones compuestas :

$$12. \left\{ \begin{smallmatrix} 20:48 \\ 36:15 \\ 10:4 \end{smallmatrix} \right\} :: 25:—$$

$$14. \left\{ \begin{smallmatrix} 5:9 \\ 2.5:7.5 \\ 4:10 \end{smallmatrix} \right\} :: 6:—$$

$$13. \left\{ \begin{smallmatrix} 16:35 \\ 21:8 \\ 9:6 \\ 12:45 \end{smallmatrix} \right\} :: 16:—$$

$$15. \left\{ \begin{smallmatrix} 2\frac{1}{2}:7 \\ 25:10 \\ 4:6\frac{1}{4} \\ 15:12 \end{smallmatrix} \right\} :: 35:—$$

376. REGLAS.—1ª. Para reducir una razon compuesta á simple, *multipliquense los antecedentes entre sí para un nuevo antecedente, y los consecuentes del mismo modo para un nuevo consecuente.*

2ª. Para reducir una proporcion compuesta á simple, *redúzcase la razon compuesta, ó cada razon compuesta, si fuesen mas de una, á una razon simple.*

Caso II.

Solucion de Problemas por Proporcion Compuesta.

16. Si 2 hombres pueden segar 16 acres de un trigal en 10 dias, trabajando 8 horas al dia, cuántos hombres podrán segar 27 acres en 9 dias, trabajando 10 horas al dia?

ESPOSICION:

$$\begin{array}{l} 16 \text{ acres} : 27 \text{ acres} \\ 9 \text{ dias} : 10 \text{ dias} \\ 10 \text{ horas} : 8 \text{ horas} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 16 \text{ acres} : 27 \text{ acres} \\ 9 \text{ dias} : 10 \text{ dias} \\ 10 \text{ horas} : 8 \text{ horas} \end{array}} \right\} :: 2 \text{ hombres} : \text{Resp.}$$

$$2 : 3 :: 2 \text{ homb.} : 3 \text{ hombres, Resp.}$$

O tambien:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 16 & 27 & 3 \\ & 9 & 10 & \\ & 10 & 8 & \\ & & 2 & \\ \hline & & 3 & \end{array}$$

Como la respuesta requerida debe ser un número de hombres, tómese 2 hombres como tercer término.

Si para segar 16 acres se necesitan dos hombres, para segar 27 acres se necesitarán *mas* de 2 y entónces la primera razon será, 16 acres : á 27 acres, siendo el segundo término el *mayor* número.

Si en 10 dias se necesitan 2 hombres, en 9 dias se necesitarán

mas de 2 hombres, y entónces la segunda razon será, 9 dias : 10 dias, siendo el *mayor* número el segundo término.

Si trabajando 8 horas al dia se necesitan 2 hombres, trabajando 10 horas al dia se necesitarán *ménos* de 2 hombres, y entónces la tercera razon será, 10 horas : á 8 horas, siendo el *menor* número el segundo término.

Esta esposicion dá 3 hombres para el cuarto término.

NOTA.—Al determinar cual número de cada razon de una razon compuesta debe ser segundo término, *se investiga la condicion del número.*

17. Si 12 hombres pueden construir una muralla de 50 metros en 15 dias, cuántos hombres harán 80 metros de muralla en 16 dias?

18. Si un paseo de 90 piés de largo por 10 de ancho cuesta \$ 30, cuánto costará uno de 8 piés de ancho y 227 piés de largo?

19. Si 6 hombres pueden hacer una escavacion de 576 piés cúbicos en 8 dias, de 9 horas cada uno, cuántos piés podrán escavar 8 hombres en 9 dias, de 10 horas cada dia?

20. Si 7 caballos comen 35 fanegas de maiz en 25 dias, cuántas fanegas comerán 15 caballos en 21 dias?

21. Si un hombre anda 120 millas en 6 dias de 10 horas, cuántas millas andará en 16 dias de 8 horas cada dia?

22. Si 1500 ladrillos, de 8 pulgadas de largo y 4 de ancho, bastan para el piso de un paseo, cuántas piedras mármol de 2 piés de largo y 1 pié y 4 pulgadas de ancho bastarán para la misma obra?

23. Si el interés de \$ 250 en 9 meses es \$ 11.25, cuál será el interés de \$ 650 en 7 meses?

24. Si la alfombra de un cuarto de 36 piés de largo y 21 de ancho cuesta \$ 84, cuánto costará otra alfombra de la misma clase, de 33 piés de largo y 27 de ancho?

25. Si \$ 120 es el costo de una muralla de 40 piés de largo, 14 de alto y 1 pié 6 pulgadas de espesor, cuál será el costo de una muralla de 180 piés de largo, 21 de alto y 1 pié 3 pulgadas de espesor?

26. Si 4 hombres pueden cavar una zanja de 72 varas de largo, 5 piés de ancho y 2 de profundidad, en 12 dias: cuántos hombres podrán cavar una zanja de 120 varas de largo, 6 piés de ancho y 1 pié 6 pulgadas de profundidad en 9 dias?

27. Si 16 hombres pueden cavar un sótano de 50 piés de largo, 36 de ancho y 8 de profundidad en 10 dias de 8 horas, en cuántos dias de 10 horas podrán cavar 6 hombres un sótano de 45 piés de largo, 25 de ancho y 6 de profundidad?

28. Si 32 hombres pueden cavar una zanja de 40 varas de largo, 6 piés de ancho y 3 de profundidad en 9 dias, trabajando 8 horas al dia, cuántos hombres podrán cavar una zanja de 15 varas de largo, $4\frac{1}{2}$ piés de ancho y 2 piés de profundidad, en 12 dias, trabajando 6 horas al dia?

Principios y Reglas.

377. PRINCIPIOS. — 1. *Una proporcion compuesta, usada en la solucion de un problema, tiene solamente una razon compuesta.*

2. *El orden de los términos de cada razon de las que forman una razon compuesta se determina como en la proporcion simple.*

3. *El cuarto término de una proporcion compuesta es igual al producto de todos los factores del segundo y tercer término, dividido por el producto de los factores del primer término.*

378. REGLAS. — 1^a. *Tómese por tercer término el número que sea de la misma especie del de la respuesta buscada, y colóquense el primero y segundo término de cada razon de que consta la razon compuesta como en la proporcion simple.*

2^a. *Redúzcase la razon compuesta á simple, y divídase el producto del segundo y tercer término de la proporcion que resulta, por el primer término. El cociente será el cuarto término buscado. O bien,*

Divídase el producto de todos los factores del segundo y tercer término de la proporcion compuesta por el producto de los factores del primer término, abreviando el procedimiento por medio de la cancelacion.

NOTAS. — 1. Los términos de cada razon de las que consta cada razon compuesta, se arreglan precisamente como seria si el resultado dependiese totalmente de ellas y del tercer término.

2. El procedimiento para resolver problemas de proporcion compuesta, se llama tambien *regla de tres compuesta*.

COMPañÍA

379. *Compañía* es una asociacion de dos ó mas personas para la transaccion de negocios.

Una compañía se organiza y reglamenta por un contrato, llamado convenio (Art. 240).

380. Una asociacion comercial se llama *Compañía*, *Firma* ó *Casa*, y las personas asociadas se llaman *socios*.

381. El dinero ó propiedad invertida en negocios por los socios se llama *capital*, *capital unido* ó *capital en giro*.

Cuando un socio pone su capital, pero no entra en el manejo de los negocios, se llama *sócio privado*.

382. La regla de compañía es simple ó compuesta.

Compañía simple es cuando el capital de los socios entra en el mismo tiempo.

Compañía compuesta es cuando el capital de los diversos socios entra ó se pone en diferentes tiempos.

Compañía Simple.

Problemas.

i. A, B y C formaron una sociedad por 2 años; A puso \$ 3600, B \$ 2400 y C \$ 2000, y ganaron \$ 3000: cuánto le correspondía á cada socio?

I. PROCEDIMIENTO POR PROPORCION:

\$ 3600, cap. de A.	\$ 8000 : \$ 3600 :: \$ 3000 : \$ 1350, ganancia de A.
\$ 2400, " " B.	\$ 8000 : \$ 2400 :: \$ 3000 : \$ 900, " " B.
\$ 2000, " " C.	\$ 8000 : \$ 2000 :: \$ 3000 : \$ 750, " " C.
\$ 8000, cap. total.	\$ 3000, ganancia total.

Como el capital de los diferentes socios se emplearon á la vez, sus partes de ganancia deben ser proporcionales á sus capitales. Luego, el capital total es al capital de cada socio, como la ganancia total es á la parte de la ganancia respectiva.

II. PROCEDIMIENTO POR PERCENTAGE.

\$ 3000 ÷ \$ 8000 = .37 $\frac{1}{2}$	Como la ganancia es
\$ 3600 × .37 $\frac{1}{2}$ = \$ 1350, parte de A.	igual á .37 $\frac{1}{2}$ ó .37 $\frac{1}{2}$ % del
\$ 2400 × .37 $\frac{1}{2}$ = \$ 900, " " B.	capital total, cada parte
\$ 2000 × .37 $\frac{1}{2}$ = \$ 750, " " C.	de ganancia de un socio es
	igual á .37 $\frac{1}{2}$ % de su capital.

O tambien:

\$ 3600 ÷ \$ 8000 = .45, tanto por ciento del capital de A.
\$ 2400 ÷ \$ 8000 = .30, " " " " " " B.
\$ 2000 ÷ \$ 8000 = .25, " " " " " " C.
\$ 3000 × .45 = \$ 1350, parte de la ganancia de A.
\$ 3000 × .30 = \$ 900, " " " " " " B.
\$ 3000 × .25 = \$ 750, " " " " " " C.

III. PROCEDIMIENTO POR PARTES FRACCIONARIAS.

\$ 3000 ÷ \$ 8000 = $\frac{3000}{8000} = \frac{3}{8}$	Como la ganancia es igual
$\frac{3}{8}$ de \$ 3600 = \$ 1350, parte de A.	á $\frac{3}{8}$ del capital total, la parte
$\frac{3}{8}$ de \$ 2400 = \$ 900, " " B.	de ganancia de cada socio será
$\frac{3}{8}$ de \$ 2000 = \$ 750, " " C.	igual á $\frac{3}{8}$ de su capital.

O tambien:

$$\begin{aligned} \$ 3600 \div \$ 8000 &= \frac{9}{20}, \text{ parte del capital de A.} \\ \$ 2400 \div \$ 8000 &= \frac{3}{10}, \text{ " " " " B.} \\ \$ 2000 \div \$ 8000 &= \frac{1}{4}, \text{ " " " " C.} \\ \frac{9}{20} \text{ de } \$ 3000 &= \$ 1350, \text{ parte de la ganancia de A.} \\ \frac{3}{10} \text{ de } \$ 3000 &= \$ 900, \text{ " " " " " B.} \\ \frac{1}{4} \text{ de } \$ 3000 &= \$ 750, \text{ " " " " " C.} \end{aligned}$$

NOTA.—Procúrese que los siguientes problemas sean resueltos por proporcion y por cada uno de los otros métodos, que el maestro ó discípulos prefieran.

2. A y B formaron una sociedad comercial; A puso \$ 5000 y B \$ 4000 y su ganancia en tres años fué de \$ 4500: cuál fué la ganancia de cada socio?

3. A, B y C formaron una sociedad comercial; A puso \$ 8000, B \$ 4500 y C \$ 3500 y salieron perdiendo al fin del año \$ 3200: cuánto perdió cada socio?

4. A, B y C en sociedad, B puso $\frac{3}{4}$ tanto capital como A, y C $\frac{2}{3}$ tanto como B: si sus ganancias alcanzaron á \$ 3600, cuál seria la parte de cada socio?

5. El capital de dos socios es proporcional á los números 4 y 3; sus ganancias son \$ 10,000 y sus gastos \$ 2300: cuál es la ganancia neta de cada socio.

6. A, B y C formaron una sociedad, siendo el capital de A \$ 4000, el de B \$ 6400 y el de C \$ 5600; despues de tener una ganancia neta de \$ 3200, venden el negocio por \$ 2000: cuál es la ganancia de cada socio? Del producto de la venta?

Principios y Regla.

383. PRINCIPIOS.—1. *La ganancia ó pérdida de una compañía se reparte entre los socios en proporcion al uso del capital invertido por ellos, que es su valor en la compañía.*

2. Cuando el tiempo es igual, el uso del capital de los diferentes socios está en proporcion á su monto. Luego,

3. En una compañía simple, la ganancia ó pérdida se reparte entre los socios en proporcion al monto de su capital.

384. REGLA.—1. Para dividir la ganancia ó pérdida de una compañía simple, divídase la ganancia ó pérdida entre los socios en proporcion á la suma del capital invertido por ellos.

NOTAS.—Los principios y regla anteriores son aplicables solamente cuando los varios socios destinan igual tiempo ó prestan igual servicio en el negocio. La division de las ganancias ó perdidas se establece por medio de contrato.

2. Los problemas sobre bancarota (art. 272) se resuelven tambien por los métodos anteriores.

Compañía Compuesta.

7. A y B formaron una sociedad; A puso \$ 3000, y, al fin del primer año, agregó \$ 2000; B puso \$ 4000, y, al fin del segundo año, retiró \$ 2000: al fin del tercer año las ganancias subieron á \$ 3450. Cuál fué la parte de cada socio?

I. PROCEDIMIENTO POR PRODUCTOS.

$$\$ 3000 \times 1 = \$ 3000$$

$$\$ 5000 \times 2 = \$ 10000$$

$$\$ 13000, \text{ capital de A por 1 año.}$$

$$\$ 4000 \times 2 = \$ 8000$$

$$\$ 2000 \times 1 = \$ 2000$$

$$\$ 10000, \text{ capital de B por 1 año.}$$

$$\$ 13000 + \$ 10000 = \$ 23000, \text{ capital total por 1 año.}$$

$$\$ 23000 : \$ 13000 :: \$ 3450 : \$ 1950, \text{ ganancia de A.}$$

$$\$ 23000 : \$ 10000 :: \$ 3450 : \$ 1500, \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{B.}$$

Como A tiene \$ 3000 por 1 año y \$ 5000 por 2 años, el uso de su capital es equivalente al uso de \$ 13000 por 1 año. Como B tiene \$ 4000 por 2 años y \$ 2000 por 1 año, el uso de su capital es equivalente al uso de \$ 10000 por 1 año. Luego, las ganancias, que llegan á \$ 3450, se dividirán entre ellos en proporción á \$ 13000 y \$ 10000.

II. PROCEDIMIENTO POR INTERÉS.

Interés de \$ 3000 por 1 año = \$ 180

„ „ \$ 5000 „ 2 años = \$ 600

\$ 780, Interés del capital de A.

Interés de \$ 4000 por 2 años = \$ 480

„ „ \$ 2000 „ 1 año = \$ 120

\$ 600, Interés del capital de B.

\$ 780 + \$ 600 = \$ 1380, Interés del capital total.

\$ 1380 : \$ 780 :: \$ 3450 : \$ 1950, parte de A.

\$ 1380 : \$ 600 :: \$ 3450 : \$ 1500, „ „ B.

Como el uso del capital se representa por su interés en el tiempo dado, el uso del capital de A se representa por \$ 780, y el uso del de B por \$ 600. Luego, las ganancias (\$ 3450) se dividirán entre ellos en proporción á \$ 780 y \$ 600.

NOTA.—La razón del interés será la misma cualquiera que sea el tanto por ciento; y por consiguiente el interés puede calcularse en cualquier tanto.

8. A y B convinieron en formar una sociedad por 4 años, A puso \$ 6000 y B \$ 8000; al fin del segundo año A retiró \$ 2000 y B puso \$ 2000; y, al fin del cuarto año, se dividieron \$ 8890 como ganancia neta. Cuál fué la parte de cada uno?

9. A y B convinieron en formar una sociedad comercial por 3 años, siendo \$ 3500 el capital colocado por A y \$ 4500 el de B. Al fin del primer año cada uno de ellos retiró \$ 1000, y fué recibido C como un tercer socio con un capital de \$ 2500. Al fin del tercer año se disuelve la sociedad, dividiéndose \$ 5000 como ganancia líquida: cuál fué la parte de cada socio?

10. A, B y C hicieron sociedad, poniendo cada uno \$ 5000 de capital. Al fin de 2 años A retira \$ 1000, B \$ 2000 y C \$ 3000, y, al fin del cuarto año, termina la sociedad con una pérdida de \$ 3600: cuánto perdió cada socio?

Principio y Reglas.

385. PRINCIPIO.—*El valor del capital en compañía compuesta depende de la suma colocada y del tiempo de su uso.*

386. REGLAS.—Para dividir la ganancia ó pérdida en una compañía compuesta, 1ª. *Multiplíquese la suma del capital de cada socio, por el tiempo de su uso, y tomando el producto como valor del capital de la compañía, procédase como en la compañía simple.* O bien,

2ª. *Encuéntrese el interés del capital de cada socio por el tiempo de su uso, al tanto por ciento dado, y tómese el interés así encontrado, como el valor del capital de la compañía, y procédase como en compañía simple.*

Problemas por Análisis.

NOTA. — Estos problemas servirán para asegurar mayor práctica en análisis, y, si es necesario, en proporciones. Para este último fin el maestro puede elegir todos los problemas que puedan ser necesarios.

Problemas Mentales.

1. Si 7 libras azúcar cuestan 91 centavos, cuánto costarán 20 libras?

2. Si 12 yardas muselina cuestan \$ 1.02, cuánto costarán 20 yardas?

3. Si $\frac{7}{8}$ yarda de un género de seda cuestan \$ $\frac{21}{15}$, cuánto costarán $\frac{5}{6}$ yarda?

4. Si $\frac{3}{4}$ de una saca de harina cuestan \$ $5\frac{1}{4}$, cuánto costarán $\frac{5}{7}$ de una saca?

5. Si $\frac{3}{4}$ libra de café cuestan 15 centavos, cuánto costarán $3\frac{1}{2}$ libras?

6. Un hombre vendió un reloj por \$ 120, que son $\frac{1}{4}$ de lo que le costó: cuánto le costó el reloj?

7. Si 40 yardas alfombra, de $\frac{3}{4}$ yarda de ancho, cubren el piso de un cuarto, cuántas yardas de estera de $1\frac{1}{4}$ yardas de ancho, cubrirán el piso de un cuarto de igual tamaño?

8. Dos hombres, viajando en la misma direccion están separados 60 millas; el uno camina 5 millas por hora y el otro 7 millas: en cuántas horas este último pasará al primero?

9. Si un palo en posicion vertical de tres piés de alto dá una sombra de 2 piés de largo, qué largo medirá la sombra de un árbol de 90 piés de alto, á la misma hora del dia?

10. Si una torre de 200 piés de alto dá una sombra de 150 piés de largo, cuál será el alto de un palo que á la misma hora del dia da una sombra de 80 piés de largo?

11. Si 5 hombres pueden hacer un trabajo en 12 dias, cuántos dias emplearán 6 hombres para hacerlo?

12. Si 8 hombres pueden hacer un trabajo en 15 dias, cuántos hombres lo harán en 10 dias?

13. Si 9 hombres pueden hacer un trabajo en $4\frac{2}{3}$ dias, en cuánto tiempo lo harán 7 hombres?

14. Si 3 caños desaguan una cisterna en 30 minutos, cuántos caños la desocuparán en 10 minutos?

15. Si una cantidad de provisiones abastecen á

15 hombres durante 20 dias, qué tiempo abastecerán á 50 hombres?

16. Si se necesitan 12 dias de 10 horas para hacer una obra; cuántos dias de 8 horas cada uno se necesitarán para hacer la misma obra?

17. Si 5 hombres pueden hacer $\frac{3}{8}$ de una obra en un dia, cuánto tiempo empleará un hombre para hacer la misma obra?

18. Si 8 hombres pueden hacer $\frac{3}{4}$ de una obra en 3 dias, cuánto tiempo emplearán 4 hombres para hacer toda la obra?

19. Si 20 hombres ganan \$ 120 en 4 dias, cuánto ganarán 5 hombres en 8 dias?

20. Si 6 hombres pueden segar 30 hectáreas de trigo en 3 dias, cuántas hectáreas segarán 9 hombres en 5 dias?

21. Si 5 caballos comen 40 fanegas de maiz en 3 semanas, cuántas fanegas necesitarán 12 caballos para 10 semanas?

22. Si 8 hombres pueden cavar una zanja de 40 metros de largo en 6 dias, en cuánto tiempo cavarán 12 hombres una zanja de 60 metros de largo?

23. Si el interés de \$ 50 en 9 meses es \$ 6, cuál será el interés de \$ 150 en 1 año 6 meses?

24. Una escuela contiene 180 alumnos; el número de varones es $\frac{4}{5}$ del de mujeres: cuántos alumnos de cada sexo hai en la escuela?

25. Una señorita pagó \$ 130 por un reloj con cadena, siendo el costo del reloj $\frac{3}{5}$ mas que el de la cadena: cuál fué el costo de cada objeto?

26. Un árbol de 120 piés de alto cayó y se quebró en dos partes; $\frac{2}{5}$ de la parte mas corta era igual á $\frac{2}{7}$ de la otra parte: cuál era el largo de cada parte?

27. Una persona avisando la hora del día, dijo que $\frac{3}{4}$ del tiempo pasado medio día sería la media noche: cuál fué la hora del día?

28. A una persona se le preguntó qué hora era, y dijo que $\frac{1}{3}$ del tiempo pasada la media noche, sería medio día: cuál fué la hora del día?

29. Cuál es la hora del día cuando $\frac{3}{4}$ del tiempo despues de medio día es igual á $\frac{3}{8}$ del tiempo hasta la media noche?

30. Cuál es la hora del día cuando $\frac{2}{3}$ del tiempo despues de medio día, multiplicado por $4\frac{1}{2}$, es igual al tiempo ú hora de la media noche?

31. Cuál es la hora del día cuando $\frac{2}{3}$ del tiempo hasta medio día es igual á $\frac{2}{5}$ del tiempo despues de media noche?

32. Habiéndosele preguntado á un hombre qué edad tenia, dijo—hacen 10 años que mi edad fué $\frac{7}{9}$ de mi edad presente: cuál era su edad?

33. La edad de un hombre es $\frac{3}{5}$ de la de su padre, y la suma de las edades de ambos es 80 años: cuál es la edad de cada uno?

34. Hacen 10 años que la edad de A fué $\frac{3}{4}$ de la de B, y de acá á 10 años la edad de A será $\frac{5}{6}$ de la de B: cuál es la edad de cada uno?

35. La edad de una mujer el día de su casamiento fué $\frac{3}{5}$ de la edad de su marido, y 10 años despues del casamiento la edad de ella era $\frac{7}{10}$ de la de su marido: cuántos años fué mayor uno de otro al tiempo de su casamiento?

36. $\frac{3}{4}$ de la edad de A es igual á $\frac{4}{7}$ de la de B, y la diferencia entre sus edades es 10 años: cuánto es mayor uno de otro?

37. Dos veces la edad de A son 20 años mas que la de B, y 10 años mas que la de C, y la suma de sus edades es 120 años: cuál es la edad de cada uno?

38. Un hombre compró un caballo y carruaje por \$ 275, y $\frac{1}{5}$ del costo del carruaje mas \$ 33 era igual á $\frac{1}{3}$ del costo del caballo: cuál fué el costo de cada cosa?

39. Un hombre compró un caballo, una silla y unas riendas por \$ 150; el costo de la silla era $\frac{1}{6}$ del costo del caballo, y el costo de las riendas fué $\frac{1}{2}$ del costo de la silla: cuál fué el costo de cada cosa?

40. Un hombre y sus dos hijos gastan \$ 140 al mes; el hombre gasta dos veces tanto como el hijo mayor y éste gasta dos veces tanto como su hermano menor: cuánto gasta cada uno en el mes?

41. Dos hombres compraron un barril de vino, uno pagó \$ 20 y el otro \$ 30: qué parte del barril debia tomar cada uno?

42. Dos hombres alquilaron un potrero con pasto por \$ 40, uno puso 3 vacas y el otro 5: cuánto le correspondia pagar á cada uno?

43. A y B arrendaron un potrero con pasto por \$ 72, A puso 40 carneros y B 8 vacas; si 4 carneros comen tanto como 2 vacas, cuánto corresponde pagar á cada uno?

44. A y B se contrataron para hacer una muralla por \$ 300; A conchabó 5 hombres por 4 dias y B 5 hombres por 6 dias: cuánto debió recibir cada uno?

45. A y B convinieron en arar un campo por \$ 81; A puso 3 yuntas de bueyes por 5 dias y B 4 yuntas por 3 dias: cuánto debia recibir cada uno?

46. Un hombre puede hacer $\frac{1}{5}$ de una obra en 1 dia y un muchacho puede hacer $\frac{1}{8}$ de ella en el mismo

tiempo: en cuántos dias pueden hacer la obra trabajando juntos?

47. A y B juntos pueden hacer una muralla en 8 dias, y A puede hacerla solo en 12 dias: en cuánto tiempo podrá hacerla B solo?

48. A puede hacer una obra en 6 dias y B en 8 dias: despues de trabajar juntos 3 dias, cuánto tiempo necesitaria B, solo, para terminar la obra?

49. Juan puede aserrar una cantidad de madera en 6 dias, y, con la ayuda de Cárlos, puede aserrarla en 4 dias: en cuánto tiempo hará Cárlos, solo, este trabajo?

50. Un hombre puede hacer una obra en 5 dias y un muchacho en 8 dias; el hombre trabaja 2 dias él solo y despues es ayudado por el muchacho: en qué tiempo terminarán la obra entre los dos?

51. A y B pueden hacer una obra en 10 dias, y A, B y C en 8 dias: qué tiempo empleará C, solo, para hacer la obra?

52. A y B pueden hacer $\frac{1}{8}$ de una obra en un dia, y A puede hacer en cada dia dos veces tanto como B: en cuánto tiempo hará B, solo, la obra?

53. A puede hacer un cerco en $\frac{1}{4}$ de mes, B en $\frac{1}{5}$ y C en $\frac{1}{6}$: en qué tiempo lo harán los tres juntos?

54. A puede hacer una obra en 4 dias, B en 5 y C en 6: qué tiempo emplearán los tres juntos?

55. A, B y C pueden hacer una obra en 4 dias, A y C en 8 dias, y B y C en 6 dias: en cuánto tiempo lo harán A y B juntos?

56. A y B hicieron una obra; $\frac{2}{5}$ de lo que hizo A es igual á $\frac{4}{5}$ de lo que hizo B: si B recibió \$ 18, cuánto debió recibir A?

57. Un hombre gastó $\frac{3}{4}$ de su dinero, despues ga-

nó $\frac{1}{2}$ tanto como lo que gastó y tenía \$ 21 ménos que al principio: cuánto dinero tuvo al principio?

58. A qué hora entre una y dos estarán juntos los minutereros de un reloj?

59. A qué hora entre dos y tres estarán juntos los minutereros de un reloj? A qué hora entre cuatro y cinco?

60. Un hombre tiene dos relojes, y una cadena que vale \$ 20; si él pone la cadena en el primer reloj, valdrá $\frac{2}{3}$ tanto como el segundo reloj, pero si él la pone en el segundo reloj, valdrá $2\frac{3}{4}$ veces el primer reloj: cuál es el valor de cada reloj?

Problemas Escritos.

61. Un padre dejó \$ 14,535 de herencia á dos hijos, dando al menor $\frac{7}{10}$ tanto como al mayor: cuál fué la parte de cada uno?

62. Una factura fué dividida entre dos herederos de modo que $\frac{2}{3}$ de la parte del mayor era igual á $\frac{3}{4}$ de la parte del menor y la diferencia entre las dos partes era \$ 362: cuál es la parte de cada uno?

63. Un capital de \$ 27520 fué dividido entre dos hermanos en proporcion á sus edades, que fueron 14 y 18 años, respectivamente: cuánto recibió cada uno?

64. Un hombre pagó \$ 8100 por dos estancias; $\frac{2}{3}$ del costo de la estancia mas grande era igual á $\frac{2}{10}$ del costo de la chica: cuál fué el costo de cada estancia?

65. A gasta \$ 15.50 cuando B gasta \$ 12.40, y despues de cierto tiempo los dos juntos gastaron \$ 697.50: cuánto gastó cada uno de esta suma?

66. La ruedas delanteras de un carruaje tienen

cada una $9\frac{1}{2}$ piés en circunferencia, y las ruedas de atrás tienen cada una $12\frac{1}{2}$ piés en circunferencia: si las ruedas de adelante dan 9500 vueltas completas hasta llegar á un punto dado, cuántas veces girarán las ruedas de atrás?

67. Si se dan 13200 pasos de 2 piés 9 pulgadas cada uno para andar cierta distancia, cuántos pasos de 1 pié 10 pulgadas cada uno se darán para andar la misma distancia?

68. Si \$ 75 producen \$ 10.80 de interés, qué capital producirá \$ 89.28 de interés en el mismo tiempo?

69. Si el interés de \$ 475 es \$ 118.75: cuál sería el interes de \$ 875 en el mismo tiempo y al mismo tanto por ciento?

70. Si el interés de un capital por cierto tiempo al 5 % es \$ 120.50: cuál sería el interés del mismo capital, en el mismo tiempo, al 12 por ciento?

71. Un corredor vendió 90 acciones de un ferro carril y ganó \$ 315: cuánto hubiera ganado vendiendo 245 acciones?

72. Si una ganancia de 15 por ciento, en un convenio, produce \$ 2347.50: qué ganancia producirá al 24 por ciento, sobre el mismo convenio?

73. Si la comision por vender 3050 libras manteca á 30 centavos la libra, es \$ 45.75, cuál sería la comision por vender 7500 libras, á 35 centavos la libra?

74. Si el dividendo anual sobre el capital minero de \$ 40325 es \$ 3226, cuál será el dividendo sobre \$ 70680 del mismo capital?

75. Si 6 pilas de leña, cada una de 60 piés de largo, y 6 de alto, valen \$ 337.50, cuál es el valor de 15 pilas de leña, cada una de 45 piés de largo y 9 de alto?

76. Si el costo para cavar una zanja de 40 pies de largo, 27 de ancho y 4 de profundidad es de \$ 110, cuál será el costo de otra zanja de 36 pies de largo, 30 de ancho y 5 de profundidad?

77. Si 45 hombres pueden hacer un trabajo en 15 dias, trabajando 8 horas al dia, en cuántos dias podrán hacer la misma obra 30 hombres, trabajando 9 horas al dia?

78. Si 5 hombres pueden cortar 45 tirantes de madera en 6 dias, cuántos tirantes podrán cortar 8 hombres en 15 dias?

79. Si 4 hombres cavan una zanja en 15 dias, trabajando 10 horas al dia, en cuántos dias podrian hacer la misma obra 5 hombres, trabajando 8 horas al dia?

80. A y B formaron una sociedad; el capital de A fué igual á $\frac{5}{8}$ del de B, y sus ganancias fueron de \$ 3250: cuál sería la parte de cada uno?

81. A y B trabajaron en sociedad; el capital de A fué igual á $\frac{5}{8}$ del de B, y sus pérdidas en los negocios fueron de \$ 2150: cuál fué la pérdida de cada uno?

82. A, B y C forman una sociedad; el capital de A es dos veces el de B y tres veces el de C: siendo sus ganancias en los negocios de \$ 4675, cuál será la la parte de cada uno?

83. A y B, trabajando en sociedad durante 2 años, tuvieron una ganancia de \$ 5460; durante el primer año A tenia $\frac{2}{3}$ del capital, y en el segundo año B tuvo $\frac{3}{4}$ de él: cuál fué la accion de cada uno en las ganancias?

84. A y B, trabajando en compañía durante 2 años, obtuvieron cada año una ganancia de \$ 1200; el capital de A en el primer año fué $2\frac{1}{2}$ veces el de B, y en el segundo año $1\frac{1}{2}$ veces tambien el de B: cuál fué la parte de ganancia de cada socio?

85. A y B trabajaron en sociedad durante 3 años; el capital de A en el primer año fué \$ 5000, en el segundo \$ 6000 y en el tercero \$ 7000; el capital de B en el primer año fué \$ 7000 y en los dos siguientes \$ 5000: siendo sus pérdidas \$ 1750, cuánto perdió cada uno?

86. Un mecánico se contrató para trabajar 80 días con la condicion de que le pagarian \$ 1.75 y le darian la comida por cada dia que trabajase, y que él pagaria 75 centavos y perderia la comida cada dia que faltase; cuando concluyó el tiempo de su contrato, salió con \$ 80: cuántos días, habia trabajado?

87. Una pieza de alfombra de 135 yardas se dividió en tres partes, $\frac{3}{10}$ de la primera parte era igual á $\frac{1}{3}$ de la segunda tira y á $\frac{2}{3}$ de la tercera tira: cuál fué el número de yardas de cada parte ó tira de alfombra?

Seccion XVI.

Potencias y Raices.

I. Potencias.

387. La primera potencia de 4 es 4; la segunda potencia de 4 es 4×4 , que es 16; la tercera potencia es $4 \times 4 \times 4$, que es 64; la cuarta potencia es $4 \times 4 \times 4 \times 4$, que es 256; etc.

1. Cuál es la segunda potencia de 5? De 6? De 8? De 10?

2. Cuál es la tercera potencia de 3? De 4? De 5?
De 6? De 10?

3. Cuál es la cuarta potencia de 2? De 3? 4? 10?

4. Cuál es la segunda potencia de 1? De 2? 3?
4? 5? 6? 7? 8? 9?

5. Cuál es la tercera potencia de 1? 2? 3? 4?
5? 6? 7? 8? 9?

6. Cuál es la segunda potencia de $\frac{1}{4}$? $\frac{3}{4}$? $\frac{1}{5}$? $\frac{3}{5}$? $\frac{1}{6}$? $\frac{5}{6}$?

Problemas Escritos.

7. Cuál es la segunda potencia de 406?

8. Cuál es la tercera potencia de 42?

9. Cuál es la cuarta potencia de 24?

10. Cuál es la quinta potencia de 16?

11. Cuál es la segunda potencia de 6.5?

12. Cuál es la tercera potencia de .42?

13. Cuál es la quinta potencia de .6?

14. Cuál es la tercera potencia de $\frac{18}{25}$?

15. Cuál es la segunda potencia de $\frac{25}{32}$?

16. Cuál es la cuarta potencia de $\frac{11}{12}$?

OBSERVACION.—La potencia á que un número se va á elevar se espresa por otro número pequeño, llamado exponente, colocado á la derecha de la parte superior del número que espresa la cantidad. Así, 24^2 denota la segunda potencia de 24; 16^3 denota la tercera potencia de 16; etc.

Elevar las siguientes cantidades á las potencias indicadas por sus exponentes:

17. 623^2

22. $.045^2$

27. $(6\frac{1}{4})^3$

18. 105^3

23. $(\frac{13}{15})^3$

28. $(\frac{16}{33})^2$

19. 34.6^2

24. $(\frac{7}{9})^4$

29. $.005^5$

20. $.016^3$

25. $(16\frac{2}{3})^2$

30. 2.04^3

21. 1.4^4

26. $(3\frac{1}{3})^4$

31. $(\frac{1}{7})^4$

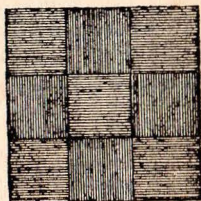
Definiciones y Regla.

388. Potencia de un número es el producto que se obtiene tomando este número una ó mas veces como factor.

389. La primera potencia de un número es el número mismo.

390. La segunda potencia de un número es el producto que se obtiene tomando este número dos veces como factor.

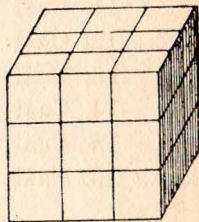
Se llama tambien el *cuadrado* del número, puesto que la área de un cuadrado geométrico se representa por el producto que se obtiene tomando el número de unidades lineales en uno de sus lados *dos* veces como factor.



$$3 \times 3 = 9$$

391. La tercera potencia de un número es el producto que se obtiene tomando este número tres veces como factor.

Se llama tambien el *cubo* de un número, puesto que la capacidad de un cubo geométrico se representa por el producto que se obtiene tomando el número de la unidad lineal en una de sus aristas *tres* veces como factor.



$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

392. Exponente de una potencia es un número pequeño colocado á la derecha de la cantidad, con el cual se demuestra cuantas veces se toma como factor. Él denota el *grado* de la potencia.

La primera potencia comprende el número una vez como factor, y el exponente es 1; la segunda potencia, ó el cuadrado, comprende el número dos veces como factor, y el exponente es 2; la tercera potencia, ó el cubo, comprende el número tres veces como factor, y el exponente es 3, etc.

393. Elevar á potencia es el procedimiento que se sigue para encontrar la potencia de un número.

394. REGLA. — Para elevar un número á una potencia dada, *multiplíquese el número dado por sí mismo tantas veces MENOS UNA como sean las unidades del exponente de la potencia dada. El último producto será la potencia buscada.*

395. Otro método de elevar á potencia.

32. Cuál es el cuadrado de 53?

PROCEDIMIENTO :

$$\begin{array}{rcl}
 53 & = 50 + 3, \text{ y } 53^2 & = (50 + 3)^2 \\
 50 & + 3 & \\
 50 & + 3 & \\
 \hline
 50 \times 3 & + 3^2 & = (50 + 3) \times 3 \\
 50^2 + 50 \times 3 & & = (50 + 3) \times 50 \\
 \hline
 50^2 + 2(50 \times 3) + 3^2 & = & (50 + 3)^2 \times 53^2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 & & \text{Partes sumadas.} \\
 & & 50^2 = 2500 \\
 2(50 \times 3) & = & 300 \\
 3^2 & = & 9 \\
 \hline
 & & = 2809.
 \end{array}$$

Fijando la atención en el anterior procedimiento se verá que el cuadrado de 53 es igual al cuadrado de las 5 decenas, mas dos veces el producto de las 5 decenas por las 3 unidades, mas el cuadrado de las unidades.

De un modo semejante se puede demostrar que el cuadrado de cualquier número, compuesto de decenas y unidades, es igual al cuadrado de las decenas, mas dos veces el producto de las decenas por las unidades, mas el cuadrado de las unidades.

33. Cuál es el cuadrado de 45?

$$\text{PROCEDIMIENTO: } 45^2 = \left\{ \begin{array}{rcl} 40^2 & = & 1600 \\ 2(40 \times 5) & = & 400 \\ 5^2 & = & 25 \\ \hline & & 2025, \text{ Resp.} \end{array} \right.$$

34. Cuál es el cuadrado de 67? De 75?

35. Cuál es el cuadrado de 82? De 38?

36. Cuál es el cuadrado de 93? De 125?

SUGESTION: $125 = 120 + 5.$

37. Cuál es el cuadrado de 115? De 124?

38. Cuál es el cubo de 53?

El cubo de $53 = (50 + 3)^3 = 50^3 + 3(50^2 \times 3) + 3(50 \times 3^2) + 3^3$, como puede verse efectuando la multiplicacion de $50^2 + 2(50 \times 3) + 3$ por $50 + 3$.

De un modo semejante se puede demostrar que el cubo de un número compuesto de decenas y unidades, es igual al cubo de las decenas, mas tres veces el producto del cuadrado de las decenas por las unidades, mas tres veces el producto de las decenas por el cuadrado de las unidades, mas el cubo de las unidades.

39. Cuál es el cubo de 45?

$$\begin{array}{rcl} \text{PROCEDIMIENTO: } 45^3 = & \left\{ \begin{array}{l} 40^3 = 64000 \\ 3(40^2 \times 5) = 24000 \\ 3(40 \times 5^2) = 3000 \\ 5^3 = 125 \end{array} \right. & \\ & & \hline & & 91125, \text{ Resp.} \end{array}$$

40. Cuál es el cubo de 23? De 32?

41. Cuál es el cubo de 24? De 43?

42. Cuál es el cubo de 33? De 54?

43. Cuál es el cubo de 51? De 35?

44. Cuál es el cubo de 45? De 51?

45. Cuál es el cubo de 41? De 55?

46. Cuál es el cubo de 75? De 80?

II. Estraccion de Raices.

Problemas Mentales.

1. Cuáles son los dos factores iguales de 16? De 25? De 49?

2. De qué número es 81 la segunda potencia ó cuadrado?

3. Cuáles son los tres factores iguales de 8? De 27? De 125?

4. De qué número es 125 la tercera potencia ó cubo?

Uno de los dos factores iguales de un número se llama su *raíz cuadrada ó segunda*; uno de los tres factores iguales, su *raíz cúbica ó tercera*; y uno de sus cuatro factores iguales, su *raíz cuarta*, etc.

5. Cuál es la raíz cuadrada de 25? De 49? 64? 81?

6. Cuál es la raíz cúbica de 8? De 27? 64? 125?

7. Cuál es la raíz cúbica de 216? De 512? 1000?

8. Cuál es la raíz cuarta de 16? De 81? 256? 625?

9. Cuál es la raíz cuadrada de 1? 4? 9? 16? 25? 36? 49? 64?

10. Cuál es la raíz cúbica de 1? 8? 27? 64? 125? 216? 343? 512? 729?

11. Qué números enteros entre 1 y 100 son cuadrados perfectos?

12. Qué números enteros entre 1 y 1000 son cubos perfectos?

13. Demostrar que la raíz cuadrada de un cuadrado perfecto espresado por dos números, no puede exeder de 9.

14. Demostrar que la raíz cúbica de un cubo perfecto espresado por tres números, no puede exeder de 9.

Definiciones.

396. Raíz de un número es uno de los factores iguales que lo producen.

397. La raíz primera es el número mismo.

398. La raíz segunda es uno de los dos factores iguales del número. Se llama tambien *raíz cuadrada*.

399. La raíz tercera es uno de los tres factores iguales del número. Se llaman tambien la *raíz cúbica*.

Un número es la segunda potencia de su raíz cuadrada, la tercera potencia de su raíz cúbica, la cuarta potencia de su raíz cuarta, etc.

400. Una potencia perfecta es el producto de factores iguales. Esta tiene raiz exacta.

401. Potencia imperfecta es uu número que no es el producto de factores iguales. Su raiz se llama *irracional*.

402. El signo radical es una figura, $\sqrt{}$, colocada antes de un número para indicar que se le debe extraer su raiz.

403. Un número pequeño colocado encima del signo radical se llama *índice de la raiz*.

Así, $\sqrt[1]{25}$, denota la raiz primera de 25; $\sqrt[2]{25}$ denota la segunda raiz de 25; $\sqrt[3]{25}$, la tercera raiz de 25.

Cuando la raiz cuadrada es indicada, se omite generalmente el índice. Así, $\sqrt[2]{16}$ y $\sqrt{16}$ denotan ambas espresiones la raiz cuadrada de 16.

NOTA.—La raiz de un número puede indicarse tambien con un espone fraccionario. Así, $16^{1/2}$ denota la raiz cuadrada de 16; $16^{1/3}$, la raiz cúbica de 16, etc.; $16^{2/3}$, denota la raiz cúbica del cuadrado de 16.

404. Extraccion de raices es el procedimiento que se sigue para encontrar las raíces de los números.

NOTA.—La extraccion de raices es la inversa de la elevacion á potencia.

Raiz Cuadrada.

Division de los números en períodos.

405. El número entero menor compuesto de un órden de números es 1, y el mayor es 9; el número entero menor compuesto de dos órdenes de números es 10 y el mayor 99, y así sucesivamente.

Los cuadrados de los números enteros menores y

mayores compuestos de uno, dos, tres y cuatro órdenes, son como sigue:

$1^2 =$	1	$9^2 =$	81
$10^2 =$	100	$99^2 =$	9801
$100^2 =$	10000	$999^2 =$	998001
$1000^2 =$	1000000	$9999^2 =$	99980001

Comparando los números anteriores con sus cuadrados, se ve que el cuadrado de un número contiene dos veces tantos órdenes como el número, ó dos veces tantos órdenes ménos uno.

406. Luego, si un número se divide en períodos de dos órdenes cada uno, principiando por la derecha, habrán tantos órdenes en su raíz cuadrada como son los períodos que hai en el número.

1. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 2809?

SUGESTION.—Primero divídase el número en períodos de dos órdenes cada uno, así : 2899.

2. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 36864?

3. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 345744?

4. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 87616?

5. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 5308416?

6. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 5475600?

7. Cuántos órdenes hai en la raíz cuadrada de 14440000?

407. Los cuadrados del mayor ó menor número de unidades, decenas, centenas y miles, son como sigue:

$1^2 =$	1	$9^2 =$	81
$10^2 =$	100	$90^2 =$	8100
$100^2 =$	10000	$900^2 =$	810000
$1000^2 =$	1000000	$9000^2 =$	81000000

La comparacion de los números anteriores con sus cuadrados, demuestra que el cuadrado de las unidades no dá un órden mayor que decenas; que el cuadrado de las decenas no dá un órden menor que centenas; que el cuadrado de las centenas no dá un órden menor que decenas de mil, ni uno mayor que centenas de mil, etc.

408. Luego, si un número se divide en períodos de dos órdenes cada uno, *el período de la izquierda contendrá el cuadrado del término de la izquierda ó primer término de la raiz cuadrada; los primeros dos períodos de la izquierda contendrán el cuadrado de los primeros dos términos de la raiz cuadrada; etc.*

8. Cuál es el término de las decenas de la raiz cuadrada de 2025?

Resp.—El período de la izquierda de 2025 es 20; el mayor cuadrado en 20 es 16, y la raiz cuadrada de 16 es 4. Luego, el número de decenas de la raiz cuadrada de 2025 es 4.

9. Cuál es el término de las centenas de la raiz cuadrada de 87616? De 345741?

10. Cuál es el término de la izquierda de la raiz cuadrada de 16129? De 336400?

11. Cuál es el término de la izquierda de la raiz cuadrada de 87616?

12. Cuáles son los primeros dos términos de la raiz cuadrada de 16129?

Problemas Escritos.

13. Cuál es la raíz cuadrada de 3364?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 33\overline{64} \text{ } 58 \\
 5^2 = 25 \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \\
 5 \times 2 = 10 \text{ } 864 \\
 108 \times 8 = \underline{\hspace{1cm}} 864
 \end{array}$$

Como 3364 se compone de dos periodos, su raíz cuadrada se compondrá de dos órdenes. (Art. 406).

El periodo de la izquierda, 33, contiene el cuadrado del término de las decenas de la raíz. (Art. 408). El mayor cuadrado en 33 es 25, y la raíz cuadrada de 25 es 5. Luego, 5 es el término de las decenas de la raíz.

El cuadrado de un número compuesto de unidades y decenas, es igual al cuadrado de las decenas mas dos veces el producto de las decenas por las unidades, mas el cuadrado de las unidades. (Art. 395). Luego, la diferencia entre 3364 y el cuadrado de las 5 decenas de la raíz, está compuesto de *dos veces el producto de las decenas de la raíz por las unidades, mas el cuadrado de las unidades.*

Pero el producto de decenas por unidades no contiene un orden menor que decenas, luego las 86 decenas en las 864, la diferencia, contienen *dos veces el producto de las decenas por las unidades.* Luego, si las 86 decenas se dividen por dos veces las 5 decenas de la raíz, el cociente, que es 8, *será el término de las unidades de la raíz.*

Si las 8 unidades se agregan á las 10 decenas, usadas como un divisor de prueba, y el resultado, 108, se multiplica por 8, el producto será dos veces el producto de las decenas de la raíz por las unidades, mas el cuadrado de las unidades. $108 \times 8 = 2(5 \times 8) + 8^2$.

PRUEBA: $58 \times 58 = 3364$.

14. Cuál es la raíz cuadrada de 625? De 4225?

15. Cuál es la raíz cuadrada de 576? De 7744?

16. Cuál es la raíz cuadrada de 1444? De 6241?

17. Cuál es la raíz cuadrada de 3025? De 7569?

18. Cuál es la raíz cua-

drada de 133225?

PROCEDIMIENTO:

19. Cuál es la raíz cuadrada de 210681?

$$\begin{array}{r}
 133\overline{225} \text{ } 365 \\
 9 \text{ } \underline{\hspace{1cm}}
 \end{array}$$

20. Cuál es la raíz cuadrada de 419904?

$$\begin{array}{r}
 3 \times 2 = 6 \text{ } 432 \\
 66 \times 6 = \underline{\hspace{1cm}} 396
 \end{array}$$

21. Cuál es la raíz cuadrada de 94249? De 492804?

$$\begin{array}{r}
 36 \times 2 = 72 \text{ } 3625 \\
 725 \times 5 = \underline{\hspace{1cm}} 3625
 \end{array}$$

22. Cuál es la raíz cuadrada de 57600? De 40960000?

23. Cuál es la raíz cuadrada de 10.4976?

PROCEDIMIENTO:

24. Cuál es la raíz cuadrada de 176.89?

$$\begin{array}{r} 10.4976 \quad | \quad 3.24 \\ \hline 9 \end{array}$$

25. Cuál es la raíz cuadrada de .0625?

$$\begin{array}{r} 3 \times 2 = 6) \quad 1.49 \\ \hline 6.2 \times 2 = \quad 1.24 \end{array}$$

26. Cuál es la raíz cuadrada de .451584? De .008836?

$$\begin{array}{r} 3.2 \times 2 = 6.4) \quad .2576 \\ \hline 6.44 \times .04 = \quad .2576 \end{array}$$

27. Cuál es la raíz cuadrada de 586.7?

SUGESTION.—Señálese así 586.70, y sáquese la raíz cuadrada hasta tres cifras decimales agregando períodos con ceros decimales.

28. Cuál es la raíz cuadrada de 75.364? De 5.493?

29. Cuál es la raíz cuadrada de 263.85? De 13467?

30. Cuál es la raíz cuadrada de $\frac{289}{321}$? De $\frac{625}{2304}$?

31. Cuál es la raíz cuadrada de $272\frac{1}{4}$? De $1040\frac{1}{16}$?

32. Cuál es la raíz cuadrada de 2? De 3? De 5?

Principios y Regla.

409. PRINCIPIOS.—1. *La raíz cuadrada de un número contiene tantos órdenes como períodos de dos órdenes hai en el número.*

2. *El período de la izquierda de un número contiene el cuadrado del primer término de su raíz cuadrada.*

3. *El cuadrado de un número, compuesto de decenas y unidades, es igual al cuadrado de las decenas, mas dos veces el producto de las decenas por las unidades, mas el cuadrado de las unidades.*

410. REGLA.—Para extraer la raíz cuadrada de un número,

1. *Principiando por las unidades, se divide el número en períodos de dos órdenes cada uno;*

2. *Búsquese el mayor cuadrado perfecto contenido en el período de la izquierda, y colóquese su raíz cuadrada á la derecha para primer ó mayor término de la raíz;*

3. *Réstese el cuadrado del término de la raíz encontrada del período de la izquierda, y la diferencia agréguese al segundo período para un dividendo;*

4. *Tómese dos veces el término de la raíz encontrada para un divisor de prueba, y el dividendo, exclusive la cifra de la derecha, para un dividendo de prueba. El cociente (ó el cociente reducido) será el último término de la raíz;*

5. *Agréguese el segundo término de la raíz al divisor de prueba y multiplíquese el resultado por el segundo término, y réstese el producto del dividendo.*

6. *Agréguese el tercer período al residuo para el último dividendo y divídase éste, exclusive la cifra de la derecha, por dos veces los términos de la raíz encontrada; continúese de este modo con los demás períodos.*

NOTAS.—1. El período de la izquierda puede no contener sino un orden.

2. Dos veces el término ó términos de la raíz, segun el caso, se llama *divisor de prueba*, puesto que el último término de la raíz se obtiene del cociente. El término de la raíz encontrada es algunas veces menor que el cociente, puesto que el dividendo puede contener una parte del cuadrado del último término de la raíz. El divisor verdadero es el divisor de prueba con el último término de la raíz agregada.

3. Si el número no es un cuadrado perfecto, no podrá encontrarse la raíz exacta; esta se encontrará agregando períodos de ceros decimales. Como el cuadrado de los nueve dígitos ninguno termina en cero, la operación puede continuarse indefinidamente.

4. Señalando á la derecha un decimal, ó un número decimal misto, se principia con el orden de las unidades. Si hai un número impar de cifras decimales, agréguese un cero decimal.

5. Cuando ambos términos de una fracción comun no son cuadrados perfectos, la raíz cuadrada exacta no se podrá encontrar. Una raíz apro-

ximada se obtendrá multiplicando ambos términos de la fracción por el denominador, estrayendo de la fracción resultante la raíz. Así,

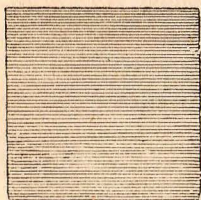
$$\sqrt{\frac{21}{40}} = \sqrt{\frac{21 \times 40}{40^2}} = \frac{29}{40}, \text{ aproximativamente.}$$

6. La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto se encuentra descomponiéndola en sus factores primos, y haciendo el producto de uno de cada dos de los que son iguales.

Esplanacion Geométrica.

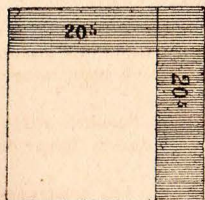
411. La área de una superficie cuadrada se encuentra elevando al cuadrado uno de sus lados; é inversamente, el largo de un lado se encuentra estrayendo la raíz cuadrada del número que denota el área.

Esta figura representa una superficie cuadrada cuya área es 625. Búsquese el largo de uno de sus lados.



Como el número denota el área que contienen dos períodos, habrán dos términos en la raíz cuadrada; y como el mayor cuadrado en el período de la izquierda es 4, el término de las decenas de la raíz será 2. (Art. 409). Luego, el largo del lado del cuadrado es 20 mas el término de las unidades de la raíz. Cuál es el término de las unidades?

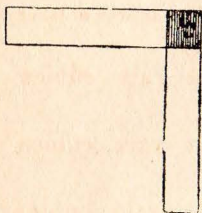
Tomando de la superficie dada un cuadrado cuyo lado es 20 y cuya área es 400, quedará una superficie cuya área es 625—400, ó 225. Esta superficie consta de dos rectángulos iguales, de 20 de largo cada uno, y un cuadrado pequeño cuyo lado es igual al ancho de cada rectángulo.



Cuál es el ancho de cada rectángulo?

Como los dos rectángulos contienen mas de la superficie cuya área es 225, su ancho se encontrará dividiendo 225 por sus lados juntos, que es dos veces 20, ó 40. El cociente es 5, y por consiguiente el ancho de cada rectángulo es 5, y las dos áreas serán 40×5 , ó 200.

Quitando los dos rectángulos, quedará el cuadrado pequeño, cuyo lado es 5 y cuya área es 25, que es la diferencia entre 225 y 200. Luego, 5 es el término de las unidades de la raíz, y el largo del lado del cuadrado es $20 + 5$, ó 25.



Sumando estas diversas áreas, tendremos $20^3 + 20 \times 5 \times 2 + 5^2 = 400 + 200 + 25 = 625$.

Se ha visto que el cuadrado cuyo lado es 20, representa *el cuadrado de las decenas de la raíz*; los dos rectángulos, *dos veces el producto de las decenas por las unidades*; y el cuadrado pequeño, *el cuadrado de las unidades*.

NOTA.—El largo de la superficie cuya área es 225 es dos veces el lado del cuadrado quitado, mas el lado del cuadrado pequeño ($20 \times 2 + 5 = 45$) y éste multiplicado por 5 da una área de 225.

Raíz Cúbica.

Division de los Números en Períodos.

412. Los cubos de los números menores, mayores é intermediarios, compuestos de uno, dos y tres órdenes, son como sigue:

$1^3 =$	1	$9^3 =$	729	$4^3 =$	64
$10^3 =$	1000	$99^3 =$	970299	$44^3 =$	85184
$100^3 =$	1000000	$999^3 =$	997002999	$444^3 =$	87528384

Comparando los números anteriores con sus respectivos cubos, se verá que el cubo de un número contiene tres veces tantos órdenes como el número, ó tres veces tantos órdenes ménos dos ó ménos uno.

413. Luego, si un número se divide en períodos de tres órdenes cada uno, *habrán tantos órdenes en su raíz cúbica como períodos hai en el número.*

1. Cuántos órdenes hai en la raíz cúbica de 91125?

SUGESTION.— Señálese el número en períodos de tres órdenes cada uno; así, 91125.

2. Cuántos órdenes hai en la raíz cúbica de 84604519?

3. Cuántos órdenes hai en la raíz cúbica de 912673?

4. Cuántos órdenes hai en la raíz cúbica de 48228544?

5. Cuántos órdenes hai en la raíz cúbica de 2357947691?

414. Los cubos de los números menores y mayores de unidades, decenas y centenas, son como sigue:

$1^3 =$	1	$9^3 =$	729
$10^3 =$	1000	$90^3 =$	729000
$100^3 =$	1000000	$900^3 =$	729000000

Comparando los números anteriores con sus cubos respectivos, se verá que el cubo de las unidades no dá un órden mayor que centenas; que el cubo de las decenas no da un órden menor que unidades de mil, ni mayor que centenas de mil; y que el cubo de las centenas no da un órden menor que unidades de millon, ni mayor que centenas de millon.

Luego, si un número se divide en períodos de tres órdenes cada uno, *el período de la izquierda contendrá*

el cubo del primer término de la raíz cúbica; los primeros dos períodos de la izquierda contendrán el cubo de los primeros dos términos de la raíz cúbica; etc.

6. Cuál es el término de las decenas de la raíz cúbica de 91125?

7. Cuál es el término de las decenas de la raíz cúbica de 912673?

8. Cuál es el término de las centenas de la raíz cúbica de 48228544?

9. Cuál es el primer término de la raíz cúbica de 529475129?

10. Cuál es el primer término de la raíz cúbica de 257259456?

Problemas Escritos.

11. Cuál es la raíz cúbica de 262144?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{rcl}
 & 26\dot{2}14\dot{4} & | 64 \\
 6^3 & = & 216 \quad 4 \\
 6^2 \times 3 = 108 &) & 46144 \\
 64^3 & = & 262144
 \end{array}$$

la raíz. Cuál es el término de las unidades que se busca?

Como 262144 se compone de dos períodos, su raíz cúbica se compondrá de dos órdenes. (Art. 413). El período de la izquierda, 262, contiene el cubo del término de las decenas de la raíz (Art. 414.) El mayor cubo que hay en 264 es 216, cuya raíz cúbica es 6; luego, 6 es el término de las decenas de la raíz. Cuál es el término de las unidades que se busca?

El cubo de un número, compuesto de decenas y unidades, es igual al cubo de las decenas, mas tres veces el producto del cuadrado de las decenas por las unidades, mas tres veces el producto de las decenas por el cuadrado de las unidades, mas el cubo de las unidades. (Art. 395). Luego, la diferencia entre 262144 y el cubo de las 6 decenas de su raíz cúbica, se compone de tres veces el producto del cuadrado de las decenas de su raíz por las unidades, mas tres veces el producto de las decenas por el cuadrado de las unidades, mas el cubo de las unidades.

Pero como el cuadrado de las decenas no da un orden menor que centenas (Art. 407), las 461 centenas de la diferencia (46144) contienen tres veces el producto del cuadrado de las decenas por las unidades. Luego, si 461 centenas (desechando las dos cifras de la derecha) se dividen por tres

veces el cuadrado de las 6 centenas de la raíz, el cociente, que es 4, *el término de las unidades de la raíz*. Elévase al cubo 64 y el resultado réstese de 262144. No habiendo residuo, 64 es la raíz cúbica buscada.

NOTA.—En vez de elevar al cubo 64, las partes que componen la diferencia, 46144, pueden colocarse y sumarse, así:

$$\begin{array}{r}
 60^2 \times 4 \times 3 = 43200 \\
 60 \times 4^2 \times 3 = 2880 \\
 4^3 = 64 \\
 \hline
 46144.
 \end{array}$$

11. Cuál es la raíz cúbica de 42875? De 91125?
12. Cuál es la raíz cúbica de 117649? De 185193?
13. Cuál es la raíz cúbica de 274625? De 405224?
14. Cuál es la raíz cúbica de 704969? De 912673?
15. Cuál es la raíz cúbica de 48228544?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 48228544 \mid 364, \text{ Raíz cúbica.} \\
 3^3 = 27 \qquad \qquad \qquad 27, \text{ Cociente de prueba.} \\
 \hline
 3^2 \times 3 = 27 \mid 212 \\
 36^3 = 46656 \\
 \hline
 36^2 \times 3 = 3888 \mid 15725 \\
 \hline
 364^3 = 48228544
 \end{array}$$

Como las dos cifras de la derecha de cada dividendo se desprecian, solo la primera cifra de cada período es necesario agregarla á la diferencia.

El cociente que se obtiene dividiendo 212 entre 27 es 7, que es demasiado grande para el segundo término de la raíz, puesto que el cubo de 37 es mas que 48228, los primeros dos períodos.

La segunda diferencia se encuentra restando el cubo de 36, los primeros dos términos de la raíz, de 48228, los primeros dos períodos de la raíz.

16. Cuál es la raíz cúbica de 3048625? De 34318125?

17. Cuál es la raíz cúbica de 41063625? De 43614208?

18. Cuál es la raíz cúbica de 27270901? De 515849608?

19. Cuál es la raíz cúbica de 185193? De 128024064?

20. Cuál es la raíz cúbica de 103823? De 27054036008?

21. Cuál es la raíz cúbica de 15.625? De .074256?

22. Cuál es la raíz cúbica de 97.336? De .015625?

23. Cuál es la raíz cúbica de 56.47? De 12.3456?

SUGESTION.—Señálese desde el orden de las unidades y entérense con ceros los periodos decimales, así: 56.470 y 12.345600.

24. Cuál es la raíz cúbica de .000042875? De 67.917312?

25. Cuál es la raíz cúbica de 9? De 31? De 50?

SUGESTION.—Agréguese periodos con ceros decimales y aproxímese la raíz cúbica á tres cifras decimales.

26. Cuál es la raíz cúbica de 2? De 20? De 200?

27. Cuál es la raíz cúbica de $\frac{216}{1728}$? De $\frac{1331}{42875}$?

28. Cuál es la raíz cúbica de $11\frac{25}{64}$? De $37\frac{1}{27}$?

29. Un cajon contiene 19683 pulgadas cúbicas: cuál es el largo de un lado?

30. Un trozo de granito de la forma de un cubo tiene 41063.625 pulgadas cúbicas: cuál es el largo de sus lados?

31. Un cuarto contiene 100 fanegas: cuál es el largo de sus lados?

32. Si 6 pilas de madera, cada una de 128 piés de largo, 3 de ancho y 6 de alto, se apilasen juntas en la forma de cubo, cuál seria el alto de la pila?

Principios y Regla.

415. PRINCIPIOS.—1. *La raíz cúbica de un número contiene tantos órdenes como son los períodos de tres cifras que hai en el número.*

2. *El período de la izquierda de un número contiene el cubo del primer término de su raíz cúbica; los dos períodos de la izquierda contienen el cubo de los primeros dos términos de la raíz cúbica; etc.*

3. *El cubo de un número, compuesto de unidades y decenas, es igual al cubo de las decenas, mas tres veces el producto del cuadrado de las decenas por las unidades, mas tres veces el producto de las decenas por el cuadrado de las unidades, mas el cubo de las unidades.*

416. REGLA.—Para estraer la raíz cúbica de un número:

1. *Principiando por el orden de las unidades, divídase el número en períodos de tres órdenes cada uno.*

2. *Encuéntrese el mayor cubo contenido en el período de la izquierda y colóquese su raíz cúbica á la derecha para primer término de la raíz buscada.*

3. *Réstese el cubo del primer término de la raíz del período de la izquierda, y á la diferencia agréguese la primera cifra del siguiente período para un diviendo.*

4. *Tómese tres veces el cuadrado del primer término de la raíz para un divisor de prueba y el cociente para el segundo término de la raíz. Elévese al cubo la nueva raíz encontrada, y, si el resultado no es mayor que los dos períodos de la izquierda, réstese, y á la diferencia agréguese la primera cifra del período siguiente, para un segundo diviendo. Si el cubo de la raíz encon-*

trada es mayor que los dos periodos de la izquierda, disminuyase el segundo término de la raíz.

5. *Tómese tres veces el cuadrado de los dos términos de la raíz encontrada para un segundo divisor de prueba, y el cociente que resulte para un tercer término de la raíz. Elévense al cubo los tres términos de la raíz encontrada y réstese el resultado de los tres periodos de la izquierda, y continúese la operacion de este modo hasta encontrar todos los términos de la raíz buscada.*

NOTAS.—1. El cociente que se obtiene de dividir el dividendo por el divisor de prueba puede ser demasiado grande, puesto que *tres veces el cuadrado de la cifra siguiente de la raíz puede ser una parte del dividendo*. Generalmente el término de la raíz buscada es el cociente, ó uno ménos que el cociente.

2. Cuando el dividendo no contiene al divisor de prueba se pondrá cero para el término siguiente de la raíz. Tómese tres veces el cuadrado de la raíz así formada para un divisor de prueba, y agréguese al dividendo las dos cifras restantes del periodo, y la primera cifra del periodo siguiente para un nuevo dividendo.

3. Si el número no es un cubo perfecto, la raíz puede aproximarse agregando periodos de ceros decimales, agregando así términos decimales á la raíz. Se obtiene gran aproximacion sacando en la raíz dos ó tres cifras decimales.

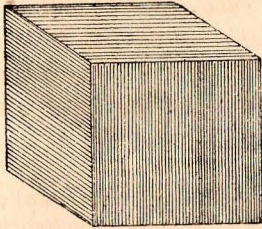
4. Cuando ambos términos de una fraccion comun no son cubos perfectos, la raíz cúbica puede encontrarse aproximadamente multiplicando ambos términos de la fraccion por el cuadrado del denominador, y estrayendo la raíz cúbica de la fraccion resultante. El error será menor que uno dividido por el denominador de la raíz.

5. Los procedimientos anteriores de estraer la raíz cuadrada ó cúbica de un número constituyen un método general por el cual puede estraerse cualquiera raíz. La raíz cuarta, por ejemplo, se encuentra dividiendo el número en periodos de *cuatro* cifras cada uno; se toma entónces la raíz cuarta del periodo de la izquierda para primer término de la raíz, cuatro veces el cubo de este primer término para un divisor de prueba, y el residuo con el primer término del periodo siguiente para un dividendo, etc.

6. La raíz cúbica de un cubo perfecto puede encontrarse descomponiéndolo en sus factores primos y haciendo el producto de uno de cada tres de éstos que sean iguales.

Esplanacion Geométrica del procedimiento para encontrar la Raiz Cúbica.

417. El volúmen contenido en un cubo se encuentra elevando al cubo el largo de uno de sus lados, é inversamente, el largo de uno de sus lados se encuentra estrayendo la raiz cúbica del número que denota el volúmen del sólido.



Supóngase que la figura representa un cubo cuyo volúmen es 15625. Búsquese el largo de uno de sus lados.

Como el número que denota el volúmen consta de dos períodos, la raiz cúbica tendrá dos términos, y como el mayor cubo en el período de la izquierda es 8, el término de las decenas de la raiz es 2 (Art. 414). Luego el largo del lado del cubo es 20 mas el término de las unidades de la raiz.

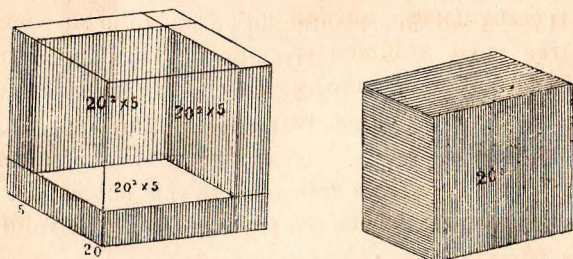
Cuál es el término de las unidades?

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 15625 \overline{) 25} \\
 \underline{2^3 = 8} \\
 20^2 \times 3 = 1200 \\
 \underline{7625} \\
 20^2 \times 5 \times 3 = 6000 \\
 20 \times 5^2 \times 3 = 1500 \\
 \underline{5^3 = 125} \\
 7625
 \end{array}$$

Tomando del cubo dado un cubo cuyo lado es 20

y cuya capacidad es 8000, quedará un sólido cuya capacidad es $15625 - 8000$, que es 7625. Fijando la aten-



ción en la anterior figura, se verá que este sólido contiene *tres* sólidos rectangulares iguales, cuya cara interior (20^2) es igual á la cara del cubo sacado, y cuyo espesor es igual al término de las unidades de la raíz.

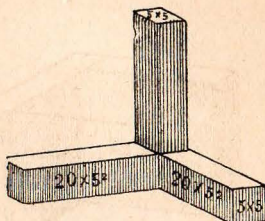
Cuál es el espesor de uno de estos sólidos rectangulares?

Como estos sólidos se componen de una parte del sólido cuyo volúmen es 7625, su espesor puede no ser mayor que el cociente que se obtiene de dividir 7625 por la área de sus caras interiores, que es $20^2 \times 3$ ó 1200. El cociente es 6, que es al menos uno mayor que el grueso de cada uno de los tres sólidos rectangulares, puesto que 26^3 es mayor que 15625, el volúmen del cubo dado. Pruébese 5 para el espesor. $25^3 = 15625$, y entónces 5 es el espesor buscado y el largo del lado del cubo dado es $20 + 5$, ó 25.

La exactitud de este resultado puede demostrarse tambien encontrando el volúmen de las varias partes del cubo dado. El volúmen del cubo sacado, como se ha demostrado antes, es $20^3 = 8000$. Los sólidos juntos de

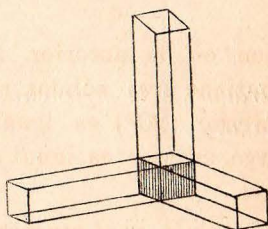
los tres sólidos rectangulares adyacentes es $20^2 \times 5 \times 3 = 6000$.

Quitando estos tres sólidos rectangulares, quedan otros tres cuyo volúmen es 20×5^2 , ó 500 cada uno, y cuya reunion de sólidos es 500×3 ó 1500.



Quitando estos tres sólidos rectangulares, queda un pequeño cubo cuyo volúmen es $5^3 = 125$.

Sumando el volúmen de las varias partes, tendremos $8000 + 6000 + 1500 + 125 = 15625$, que es el volúmen del cubo dado.



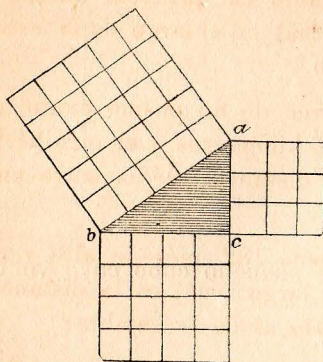
Se ha visto que el cubo cuyo lado es 20, representa *el cubo de las decenas de la raíz*; los tres sólidos rectangulares adyacentes representan *tres veces el producto del cuadrado de las decenas por las unidades*; los tres sólidos rectangulares pequeños, *tres veces el producto de las decenas por el cuadrado de las unidades*, y el cubo pequeño *el cubo de las unidades*.

Aplicacion de las Potencias y Raíces.

I. Al Triángulo Rectángulo.

418. La hipotenusa de un triángulo rectángulo es el lado opuesto al ángulo recto. Los otros dos lados se llaman la *base* y la *perpendicular*. (Art. 155).

- 419. PRINCIPIOS.**—1. *El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos lados.*



Este principio, que puede demostrarse geométicamente, es ilustrado por el diagrama presente.

2. *El cuadrado de la base ó de la perpendicular de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa ménos el cuadrado del otro lado.*

Problemas.

1. La base de un triángulo rectángulo es 8 y la perpendicular es 6: cuál es el largo de la hipotenusa.

SOLUCION.—Puesto que el cuadrado de la hipotenusa es igual al cuadrado de la base mas el cuadrado de la perpendicular, la hipotenusa será igual á $\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$.

2. La hipotenusa de un triángulo rectángulo es de 20 pulgadas y la base es de 16 pulgadas: cuál es la perpendicular?

3. La hipotenusa de un triángulo rectángulo es de 45 piés y la perpendicular es de 27 piés: cuál es la base?

4. Un campo de forma rectangular tiene 192 metros de largo y 144 de ancho: cuál es el largo de la diagonal.

5. La distancia de la base de una pared al pié

de una escalera derecha afirmada en ella es de 18 piés y desde la base hasta el punto en que está afirmada la escalera es de 24 piés: cuál es el largo de la escalera?

6. Dos muchachos parten de un mismo punto, el uno camina hácia el Norte 96 kilómetros y el otro hácia el Este 72 kilómetros: qué distancia média entre uno y otro.

7. Un asta bandera tiene 182 piés de alto y da una sombra de 135 piés de largo: cuál es la distancia del extremo superior del palo al de la sombra?

8. Un muchacho hace volar un barrilete con 240 piés de hilo, y la distancia de donde está el muchacho al punto directo debajo del barrilete es de 208 piés: cuál es la altura á que está el barrilete, suponiendo que el hilo está recto?

9. Un campo de forma rectangular tiene 84 kilómetros de largo y 63 de ancho: cuál es el lado de un campo cuadrado de la misma área?

10. Una estancia tiene 125 hectáreas, y un campo rectangular que contiene el mismo número de kilómetros cuadrados, tiene 150 decámetros de largo: cuál es su ancho?

420. REGLAS.—1ª. Para encontrar la hipotenusa de un triángulo rectángulo, *estráigase la raíz cuadrada de la SUMA de los cuadrados de los otros dos lados.*

2ª. Para encontrar la base ó la perpendicular de un triángulo rectángulo, *estráigase la raíz cuadrada de la DIFERENCIA entre los cuadrados de la hipotenusa y el otro lado.*

II. Al Círculo.

421. PRINCIPIOS.—1. *El área de un círculo es igual al cuadrado de su diámetro multiplicado por .7854.*

2. *Las áreas de dos círculos son entre sí como los cuadrados de sus diámetros.*

NOTA.—Las proposiciones anteriores pueden probarse geométricamente. El área de un círculo es igual también a la circunferencia multiplicada por un cuarto de su diámetro. (Art. 161.)

Problemas.

11. El diámetro de un círculo es de 15 pulgadas: cuál es el área.

12. El diámetro de un estanque circular es de 100 piés: cuántas yardas cuadradas contiene?

13. Un cuarto circular tiene una área de 78.54 metros cuadrados: cuál es su diámetro?

14. Cuántos círculos, cada uno de 3 pulgadas de diámetro, equivaldrán en superficie á un círculo cuyo diámetro es de 2 piés?

15. Cuántos círculos, cada uno de 15 pulgadas de diámetro, equivaldrán en área á un círculo cuyo diámetro es de 5 piés?

16. Un caballo atado á un poste puede andar hasta 40 piés de éste: cuál es la superficie en que el caballo puede andar?

17. Un caballo atado á un poste, puede andar en una superficie de $218\frac{1}{6}$ metros cuadrados: á qué distancia del poste puede retirarse el caballo?

18. Cuántos círculos, cada uno de 3 pulgadas de diámetro, contienen la misma área que una superficie de 2.5 piés cuadrados?

III. A la Esfera.

422. PRINCIPIOS.—1. *La superficie de una esfera es igual al cuadrado del diámetro multiplicado por 3.1416.*

2. *El volumen de una esfera es igual al cubo del diámetro multiplicado por .5236.*

3. *Dos esferas son entre sí como los cubos de sus diámetros.*

NOTA.—La superficie de una esfera puede tambien encontrarse multiplicando la circunferencia por el diámetro; y el volumen, multiplicando la superficie por un sexto del diámetro.

Problemas.

19. Cuál es la superficie de una esfera cuyo diámetro es de 10 pulgadas?

20. Cuántas millas cuadradas hai en la superficie de la tierra, siendo su diámetro medio de 7912 millas?

21. Cuántas millas cúbicas tiene el globo terrestre?

22. Cuántas pulgadas cúbicas tiene la bala de un cañon cuyo diámetro es de 7 pulgadas.

23. Cuántas balas de dos pulgadas de diámetro equivalen á una bala cuyo diámetro es de 8 pulgadas?

24. El diámetro de la tierra es cerca de 4 veces el de la luna: cuántas veces es mas grande la tierra que la luna?

25. El diámetro de Júpiter, el planeta mas grande, tiene cerca de 85000 millas, y el diámetro del Sol es cerca de 850000 millas: cuántas veces es mayor el Sol que Júpiter?

26. La superficie del planeta Mercurio contiene cerca de 28274400 millas cuadradas: cuál es su diámetro?

27. El planeta Urano tiene en millas cúbicas cerca de 18.816,613,200,000: cuál es su diámetro?

SUGESTION.—Dividase el volúmen por .5236 y estraígase la raíz cúbica del cociente.

28. Una bola de bronce tiene 904.7808 pulgadas cúbicas: cuál es su diámetro?

29. Un cuadrado y un triángulo tienen una área equivalente, y la base del triángulo es de 36.1 pulgadas y su altura es 5 pulgadas: cuál es el lado del cuadrado?

30. Los pinos mas grandes en California tienen 110 piés de circunferencia: cuál es su diámetro?

31. Cuántos piés cúbicos hai en una parte de 100 piés de alto del árbol anterior, suponiendo que el término medio de su circunferencia es de $365\frac{1}{4}$ piés?

32. La distancia média de la tierra al Sol es de cerca de 91.400,000 millas y gira sobre su órbita en $365\frac{1}{4}$ dias: cuál es el término médio del movimiento de hora en hora?

33. La distancia média de Mercurio al Sol es cerca de 35.400,000 millas y gira sobre su órbita en 87.9 dias: cuál es su movimiento médio de hora en hora?

34. El diámetro de la luna es cerca de 2000 millas: cuál es la estension de la superficie de la luna comparada con la de la tierra, cuyo diámetro es 8000 millas.

Seccion XVII.

Revista General.

NOTA.— Los siguientes problemas son elejidos entre los que deben usarse para el exámen de los alumnos que pasan á escuelas superiores y tambien para el exámen de maestros.

Problemas Mentales.

1. Si 3 manzanas equivalen á 2 naranjas, cuántas naranjas se tendrán con 24 manzanas?
2. Qué tiempo necesita un hombre para economizar \$ 60, si gana \$ 15 en la semana y gasta \$ 9?
3. $\frac{7}{8}$ de $74\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{4}$ de qué número?
4. $\frac{5}{6}$ de 45 son $\frac{3}{5}$ de cuántas veces 10?
5. A tiene 20 cts.; $\frac{4}{5}$ de lo que tiene A son $\frac{8}{9}$ de lo que tiene B: cuánto tiene B?
6. Si $\frac{7}{8}$ de un metro de paño cuestan 63 cts., cuánto costarán $\frac{5}{9}$ de metro?
7. Si 3 yardas muselina cuestan $13\frac{1}{2}$ cts., cuánto costarán $\frac{2}{3}$ de yarda?
8. La diferencia entre $\frac{6}{7}$ y $\frac{7}{8}$ de un número es 10: cuál es el número?
9. Qué fraccion será tanto mayor que $\frac{4}{5}$ como es menor $\frac{2}{3}$?
10. Una pieza de franela pierde $\frac{2}{5}$ de su largo por el encogimiento en el abatanamiento, y entónces mide 30 yardas: cuál fué el largo antes de abatanarse?
11. Un caballo cuesta \$ 90; $\frac{3}{10}$ del precio del caballo es igual á $\frac{2}{5}$ de 3 veces el costo de la silla correspondiente: cuál es el costo de la silla?

12. Si á mi edad se agrega su mitad, su tercera parte y 28 años mas, la suma será tres veces mi edad: cuál es mi edad?

13. Preguntado un muchacho por su edad, dijo que $\frac{3}{4}$ de 80 eran $\frac{2}{5}$ de 10 veces su edad: cuál era su edad?

14. Un muchacho dió $\frac{5}{8}$ de su dinero por un tri-neo, $\frac{1}{3}$ de él por un sombrero y le quedaron 7 cts.: cuántos centavos tuvo al principio?

15. $\frac{3}{5}$ de mi dinero está en mi bolsillo, $\frac{3}{8}$ en mi mano y el resto, que son 25 cts., están en la cartera: cuánto es todo mi dinero?

16. Un muchacho que tenia $\frac{3}{5}$ de un peso, dió $\frac{2}{3}$ de su dinero á Juan y la mitad de lo que le quedó á Jaime: qué parte de un peso recibió Jaime?

17. Un estanciero vendió $\frac{2}{3}$ de sus ovejas y entón-ces compró $\frac{3}{5}$ tantas como las que tenia, cuando eran 40 ovejas: cuántas ovejas tuvo al principio?

18. Juan perdió $\frac{2}{5}$ de su dinero y gastó $\frac{1}{3}$ de lo que le quedó, y entón-ces solo tenia 10 centavos: cuánto dinero tuvo al principio?

19. Un hombre vendió un caballo por \$ 60, que eran $\frac{4}{5}$ de $\frac{3}{4}$ de su costo: cuánto fué lo que perdió en la venta que hizo?

20. Un hombre vendió un caballo por \$ 130, que son $\frac{5}{8}$ mas que lo que le costó: cuál fué el costo del caballo?

21. A vendió á B un caballo por $\frac{1}{5}$ mas que su costo y B lo vendió por \$ 80, perdiendo $\frac{1}{6}$ de su costo: cuánto costó á A el caballo?

22. A \$ $\frac{5}{7}$ la fanega, cuántas fanegas de maiz se pueden comprar con \$ 8?

23. Si $\frac{3}{4}$ fanega de trigo cuestan \$ $\frac{3}{5}$, qué parte de una fanega puede comprarse con \$ $\frac{5}{8}$?

24. Si \$ $18\frac{3}{4}$ se pagaron por una cantidad de maiz, qué parte de ella se pagaria con \$ $16\frac{2}{3}$?

25. Si $2\frac{1}{2}$ libras de queso cuestan $3\frac{1}{3}$ real, qué parte de una libra puede comprarse con 1 real?

26. Cuántas fanegas de carbon á $12\frac{1}{2}$ cts.^r la fanega pueden comprarse con \$ 15?

27. Qué parte de 7 fanegas son $\frac{5}{8}$ de peck?

28. Qué parte de una libra de oro son .25 de onza?

29. Qué parte de $\frac{2}{3}$ de quintal son $\frac{3}{4}$ de arroba?

30. De $\frac{3}{5}$ de dia, tómense $\frac{3}{5}$ de una hora.

31. Si una asta bandera da una sombra de 2 piés de largo á las 12 del dia, cuál será el alto de una torre cuya sombra, á la misma hora, es de 80 piés?

32. Si un pan de medio real de costo pesa 10 onzas, cuando el barril de harina está á \$ 4: cuánto deberá pesar cuando la harina está á \$ 5 el barril?

33. Si 40 caballos consumen 20 fanegas maiz en 80 dias, en qué tiempo consumirán los mismos caballos 180 fanegas?

34. Si un caballo come dos fanegas de maiz en 6 dias, en cuántos dias comerán 18 fanegas 2 caballos?

35. Si 3 hombres pueden segar 18 acres de trigo en 18 dias, cuántos podrán segar 9 acres en 3 dias?

36. Una guarnicion de 20 hombres tiene provisiones para 12 dias: si se disminuyesen 12 hombres, para cuántos dias tendria provisiones el resto de la gente?

37. Un hombre compró un reloj con cadena por \$ 80, costándole la cadena $\frac{1}{3}$ del valor del reloj: cuánto le costó cada cosa?

38. A tiene $1\frac{1}{4}$ veces tantos centavos como B, y entre los dos tienen 40 cts.: cuánto tiene cada uno?

39. Un palo de 120 piés de alto se quebró en

dos partes; $\frac{2}{5}$ de la parte mas larga era igual á la corta: qué largo tenia cada parte del palo?

40. A y B tienen 824 carneros; A tiene $1\frac{2}{3}$ veces tanto como B: cuántos tiene cada uno?

41. A, B y C pagan \$ 42 por comida; B paga $\frac{1}{2}$ tanto como A, y C $\frac{1}{2}$ tanto como B: cuánto paga cada uno?

42. A y B poseen un campo; A tiene $\frac{3}{4}$ de lo de B, y B tiene 40 acres mas que A: cuántos acres tiene cada uno?

43. $\frac{2}{4}$ del dinero de A son $\frac{2}{3}$ del de B, y $\frac{3}{4}$ del de B son $\frac{2}{3}$ del de C, que son \$ 81: cuánto tienen A y B?

44. Si un hombre puede segar $\frac{3}{4}$ acre de trigo en un dia, cuánto segarán 6 hombres en 10 dias?

45. A hace un zapato en $\frac{2}{3}$ de dia, B hace otro en $\frac{2}{5}$ de dia: cuántos zapatos pueden hacer los dos juntos en un dia?

46. A puede segar un acre de terreno en $\frac{3}{4}$ de dia, y B en $\frac{3}{5}$ de dia: qué tiempo emplearán los dos juntos para segar un acre?

47. A puede limpiar un campo de gramineas en 5 dias y B en 4 dias: qué tiempo emplearian los dos juntos para limpiar el campo?

48. A puede hacer una casa en 20 dias, pero con la ayuda de C puede hacerla en 12 dias: en qué tiempo podrá hacerla C solo?

49. A solo puede hacer una muralla en 6 dias, B en 10 dias y C en 15 dias: en cuántos dias podrán hacerla los tres juntos?

50. A, B y C pueden hacer una obra en 20 dias; A y B pueden hacerla en 40 dias; A y C en 30 dias: en cuántos dias podrá hacerla cada uno separadamente?

51. Un corredor compró una accion de ferro-carril

en \$ 80 y la vendió en \$ 70: qué tanto por ciento perdió?

52. Un corredor compró una accion á 70 y la vendió á 90: qué tanto por ciento ganó?

53. Un mercader compró 40 yardas paño en \$ 90: á cómo debe vender la yarda para ganar $33\frac{1}{3}\%$?

54. Por cuánto debe venderse té que cuesta 90 centavos para ganar un $12\frac{1}{2}\%$ por ciento?

55. Un hombre compró un sombrero por \$ 5 y lo vendió por \$ 6: qué tanto por ciento ganó?

56. Compré paño á \$ 2.50 el metro y gané el 25% : por cuánto debí venderlo para perder el 20% ?

57. Un hombre ganó una suma de dinero, y le agregó \$ 12.50 despues, y encontró que lo que entón-ces tenia era $133\frac{1}{3}\%$ por ciento de lo que habia ganado: cuánto fué lo que ganó?

58. Un hombre vendió un reloj por \$ 90 y ganó un 50% : qué tanto por ciento hubiera ganado si lo hubiera vendido por \$ 70?

59. $\frac{2}{3}$ del valor de un artículo es igual á $\frac{3}{4}$ de su costo: cuánto por ciento se gana?

60. A y B entraron en negocios con diferentes capitales; A perdió $33\frac{1}{3}\%$ por ciento de su capital, y B ganó sobre él 50% , cuando cada uno tenia \$ 600: con qué capital entró cada uno en negocios?

61. Qué cantidad de trigo debo tomar á moler para sacar 2 fanegas, despues de sacar el molinero el 10 por ciento de costo?

62. A qué tanto por ciento, á interés simple, se duplicará \$ 1 en 8 años?

63. El interés sobre una suma de dinero por 4 años fué $\frac{1}{2}$ de dicha suma: cuál fué el tanto por ciento?

64. Dos hombres parten de diferentes lugares dis-

tantes uno de otro 495 millas, caminando á encontrarse; uno anda 20 millas al dia y el otro 25 millas: á los cuántos dias se encontrarán?

65. A debe $\frac{2}{3}$ de la renta de B, pero economizando anualmente $\frac{7}{45}$ de la renta de B, puede pagar su deuda en 5 años y quedarle \$ 50: cuál será la renta de B?

66. C y D viajan en la misma direccion; C tiene 18 millas adelante de D, pero D anda 7 millas mientras C anda 4: cuántas millas desde el punto de partida andará D cuando C lo alcance?

67. Si un hombre caminando 14 horas al dia hace $\frac{1}{2}$ de la jornada en 5 dias, cuánto tiempo empleará para hacer la otra mitad si camina 10 horas al dia?

68. Si un hombre puede hacer una obra en $9\frac{4}{5}$ dias, trabajando 8 horas al dia, qué tiempo emplearia en hacerla si trabajara 6 horas al dia?

69. A tiene 20 años de edad; la suma de las edades de B y C es igual á cuatro veces la de A, la edad de C es $\frac{1}{5}$ de la de A y B juntos: cuál es la edad de cada uno?

70. Una liebre está adelante de un galgo 30 decámetros, pero el galgo anda 7 decámetros mientras la liebre anda 5 decámetros: qué distancia debe correr el galgo para alcanzar á la liebre?

71. Una liebre está á 50 saltos adelante de un galgo; la liebre da 4 saltos mientras el perro da 3; pero 3 saltos del perro es igual á 4 de la liebre: cuántos saltos debe dar el perro para alcanzar á la liebre?

72. Si un vapor anda 9 millas por hora á favor de la corriente de un rio y 5 millas en contra de la corriente: qué distancia puede ir y volver el vapor en 14 horas?

73. Un vapor anda una milla en 5 minutos á favor de la corriente y una milla en 7 minutos en contra: qué distancia puede andar en una hora de ida y vuelta?

74. Un caño llena una cisterna en 4 horas y otro la llena en 6 horas: qué tiempo pondrán los dos juntos?

75. A qué hora entre 6 y 7 estarán juntos los punteros de un reloj?

Problemas Escritos.

76. El minuendo es 1250 y la diferencia 592: cuál es el sustraendo?

77. El cociente es 71, el divisor 42 y el residuo 15: cuál es el dividendo?

78. Si un número se multiplica por 22 y se sustrae 64 del producto, y la diferencia se divide por 4, el cociente será 50: cuál es el número?

79.Cuál es el costo de 3760 libras de heno, á \$ 8.50 la tonelada?

80. A \$ 24.50 el acre, cuántos acres de tierra pueden comprarse con \$ 3560.75?

81. Sumar $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$ con $\frac{7}{8}$ y $\frac{2}{5}$ y $2\frac{1}{2}$.

82. De $17\frac{1}{2}$ tómense $\frac{3}{5}$ de $6\frac{1}{4}$ y la diferencia multiplíquese por $\frac{2}{3}$.

83. Multiplíquese $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ por $\frac{7}{8}$ de $\frac{5}{7}$ y el producto divídase por $\frac{3}{10}$.

84. Divídase $\frac{3}{5}$ de $6\frac{1}{4}$ entre $\frac{2}{3}$ de $7\frac{1}{2}$.

85. Qué número multiplicado por $28\frac{5}{7}$ producirá 145?

86. De la suma de $215\frac{2}{3}$ y $125\frac{3}{4}$ tómese su diferencia?

87. Multiplicar $\frac{5}{8} + \frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ por $\frac{5}{8} - \frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$.

88. Dividir $2\frac{1}{2}$ entre $3\frac{1}{3}$ y el cociente multiplicar por $3\frac{1}{5}$.

89. Por qué número debe multiplicarse $8\frac{13}{16}$ para que el producto sea 3?

90. Un hombre compró $\frac{9}{16}$ de una suerte de tierra por \$ 2880, y vendió $\frac{2}{3}$ de ella á \$ 10 el acre, y el resto á \$ 12 el acre: cuánto ganó en la venta?

91. Un hombre que tenía $\frac{7}{8}$ de una majada de ovejas vendió $\frac{3}{5}$ de su parte por \$ 16800: cuál fué el valor de la majada entera á este precio y qué parte le quedó?

92. Sumar 9 milésimos, 3 centésimos y 7 unidades.

93. De 15 diez-milésimos tómense 27 millonésimos y multiplíquese la diferencia por 20.5.

94. Multiplicar 160 por .016 y dividir el producto por .0025.

95. Multiplicar 15 milésimos por 15 centésimos y del producto tomar 15 millonésimos.

96. Dividir 256 milésimos por 16 millonésimos.

97. Multiplicar 625 por .003 y el resultado dividir por 25.

98. Convertir $\frac{3}{400}$ en decimal y el resultado dividir por $2\frac{1}{2}$.

99. Convertir $\frac{5}{125}$ en decimal y dividir el resultado por 5000.

100. Reducir .625 de libra á enteros de denominacion menor.

101. Qué decimal de rod es .165 de pié?

102. Qué costarán 63 milésimos de una cuerda de madera, á \$ 2.25 la cuerda? (1 cuerda=16 piés cúbicos).

103. Cuántos minutos tuvo el mes de Febrero de 1880?

104. Cuántos segundos contienen los tres meses de Otoño?

105. Cuántos pasos, cada uno de 2 piés 4 pulgadas, dará una persona caminando $2\frac{1}{4}$ millas?

106. Cuántas veces una rueda de 12 piés 6 pulgadas en circunferencia girará para recorrer una milla?

107. Cuántos acres hai en una calle que tiene 4 rods de ancho y $2\frac{1}{4}$ millas de largo?

108. Cuántas yardas de alfombra, de $\frac{3}{4}$ yardas de ancho, se necesitarán para cubrir el piso de un salon de $18\frac{1}{2}$ piés de largo por 15 piés de ancho?

109. Cuántos granos hai en 14 lingotes de plata, cada uno de 27 onzas y 10 adarmes de peso?

110. Cuántos piés cuadrados hai en 40 tablas, cada una de 12 piés de largo y $7\frac{1}{2}$ pulgadas de ancho?

111. Cuánto costará una tabla de 20 piés de largo y 9 pulgadas de ancho, á \$ 30 el mil?

112. Qué costará un pavimento de 36 piés de largo y 9 piés 6 pulgadas de ancho, á 40 cts. la yarda cuadrada?

113. Una pila de madera, que tiene 10 cuerdas, tiene 20 piés de largo y 8 piés de ancho: cuál es el alto?

114.Cuál es el valor de una pila de madera de 40 piés de largo, 8 de ancho y $5\frac{1}{2}$ de alto, á \$ 5.30 la cuerda?

115. Cuántas bolsas de 2 quintales 3 arrobas 4 libras cada una, pueden llenarse de un depósito que contiene 366 quintales, 3 arrobas y 4 libras de trigo?

116. Una señora compró 6 cucharas de plata, cada una de 3 onzas 3 adarmes de peso, á \$ 2.50 la onza, y una cadena de oro de 14 adarmes, á \$ 1.25 el adarme: cuál fué el costo de la cadena y de las cucharas?

117. Cuántos ladrillos se necesitan para hacer una muralla de 2 cuadras de largo, 6 piés de alto y 18 pulgadas de espesor, siendo cada ladrillo de 8 pulgadas de largo, 4 de ancho y $2\frac{1}{2}$ de espesor?

118. Cincinnati está á $70^{\circ} 49'$ al Oeste de Baltimore: cuándo es medio día en Baltimore, qué hora es en Cincinnati?

119. Nueva York está á 75 grados de longitud occidental de Lóndres: cuando es medio día en Nueva York, qué hora es en Lóndres?

120. Boston está á $71^{\circ} 4' 9''$ de longitud O, y Cleveland está á $81^{\circ} 47'$ O: á las 4 de la tarde en Cleveland, qué hora es en Boston?

121. Qué parte de un rod es 2 piés 9 pulgadas?

122. Reducir 5 cuadras 80 varas á decimal de legua.

123. Reducir $\frac{5}{8}$ de un metro cuadrado á decimal de kilómetro.

124. De $\frac{7}{8}$ de libra tómense $\frac{4}{5}$ de onza.

125. Reducir $\frac{3}{8}$ de libra á fraccion de arroba.

126. Un regimiento perdió el 8 % de sus hombres en una batalla y el 25 % de los que le quedaron, por enfermedad, y quedaron 621 hombres: de cuántos hombres constaba el regimiento?

127. Una cantidad de azúcar se compró por \$ 150, y se vendió por \$ 167.50: cuál fué el tanto por ciento de ganancia?

128. Un comerciante compró 500 metros de paño por \$ 1800: por cuánto debía vender el metro para ganar el 25 por ciento?

129. Un hombre vendió una pieza de paño por \$ 24, y perdió el 25 %: si la hubiera vendido por \$ 34, cuánto hubiera ganado ó perdido, y qué tanto por ciento?

130. Yo vendo mis bienes y gano el 20 %, é invirtiendo el producto, los vendo perdiendo el 20 %: gano ó pierdo en la operación, el cuánto por ciento?

131. He vendido dos carruajes á \$ 240 cada uno, ganando el 20 % en uno y perdiendo el 20 % en el otro: cuánto he perdido ó ganado en la transacción?

132. Un hombre compró un caballo por \$ 72, y lo vendió con 25 % mas que su costo y 10 % ménos que lo que habia pedido por él: cuánto habia pedido por el caballo?

133. Un comerciante negoció un lote de muebles que costó \$ 5800 al 30 % mas que el costo, pero lo vendió al 10 % ménos que el precio pedido: cuánto ganó y qué tanto por ciento?

134. Cuánto debo pedir por paño que me cuesta \$ 4 yarda para que pueda deducir el 20 % del precio pedido y ganar el 20 %?

135. Un hombre compró un título de crédito con 25 % bajo la par y lo vendió al 20 % sobre la par: cuánto por ciento ganó?

136. Un vendedor de frutas perdió un $33\frac{1}{3}\%$ de una cantidad de manzanas, y vendió la que le quedó con 50 % de ganancia: cuánto por ciento ganó ó perdió?

137. Un hombre compró 63 cajones clavos; cada uno de 100 lbs., á $4\frac{1}{2}$ cts. la libra, y vendió $\frac{2}{3}$ de él por la mitad de su costo: qué tanto por ciento perdió por la parte vendida?

138. He comprado \$ 128.25 en mercaderías; las dí á otra persona por 6 meses al 8 % anual, y entonces vendí ese valor, juntamente con los intereses, al 6 % de ganancia: por cuánto las vendí?

139. Cuando el dinero estaba al 9 por ciento de interés, compré un valor de \$ 800 en mercaderías, las

entregué á 4 meses de plazo y entónces las vendí por \$ 959.10: qué tanto por ciento sobre el costo gané?

140. Una casa tasada en \$ 3240 fué asegurada por $\frac{2}{3}$ de su valor, al $\frac{3}{4}$ %; cuál es su premio?

141. He pagado \$ 19.20 de premio por asegurar mi casa en $\frac{5}{8}$ de su valor, al $1\frac{1}{2}$ %: cuál es el valor de mi casa?

142. Un capitalista dió á un corredor \$ 25000 para invertirlos en lana y éste dedujo su comision de $2\frac{1}{2}$ %: qué cantidad de lana, á 5 cts. libra, pudo comprar el corredor?

143. Un agente recibió \$ 502.50 para comprar paño, y éste dedujo $\frac{1}{2}$ % de comision: cuántas yardas compraria á \$ 1.25 la yarda?

144. Cuál es el interés de \$ 125.50 por 7 meses 10 dias, al 7 % anual?

145. Cuál es el interés de \$ 50000 por un dia, al 8 % anual?

146. Cuál es el interés de \$ 75.50, desde Junio 12 de 1869 á Agosto 6 de 1870, al $7\frac{1}{2}$ %?

147. Un hombre prestó \$ 800 por 2 años 6 meses y recibió \$ 90 de interés: cuál fué el tanto por ciento?

148. A qué tanto por ciento subirán \$ 311.50 á \$ 337.40 en 1 año 4 meses?

149. Qué suma de dinero producirá tanto interés, al $4\frac{1}{2}$ %, como producirian \$ 540 en 1 año 8 meses, al 7 %?

150. El monto de un capital en 3 años, á un cierto tanto por ciento, es \$ 750 y el interés es $\frac{1}{4}$ del principal: cuál es el principal y cuál el tanto por ciento?

151. Un pagaré de \$ 500, fechado en Octubre 8

de 1864, y con interés al 9 %, es pagado como sigue: Noviembre 4 de 1865, \$ 30; Enero 30 de 1866, \$ 250: cuál fué la deuda en Julio 1º de 1866?

152. Cuál es el valor actual de un pagaré de \$ 1320, dado á 3 años 4 meses, sin interés, estando el dinero efectivo al 6 %? Cuál es el descuento?

153. Cuál es el descuento verdadero de \$ 236, dados á 3 años de plazo, al 6 %?

154. Cuál es el descuento de Banco sobre \$ 125, pagaderos á los 90 dias, al 8 %?

155. Cuál es la diferencia entre el descuento verdadero y el descuento de Banco de \$ 359.50, en 90 dias, sin dias de gracia, al 12 %?

156. Por qué suma debo dar un pagaré al Banco, á 4 meses de plazo y al 10 %, para obtener \$ 300?

157. A me ha prestado \$ 150 por 6 meses y despues le presté yo \$ 100: cuánto tiempo puede él retenir el dinero para pagar la suma que me prestó?

158. A debe á B \$ 300, de los cuales \$ 50 están á 2 meses, \$ 100 á 5 meses y el resto á 8 meses: cuál es el tiempo medio para el pago de la suma total?

159. Un hombre debe \$ 300 dados á 5 meses, \$ 700 á 3 meses y \$ 200 á 8 meses; si él paga $\frac{1}{2}$ del total en los dos meses, cuándo puede pagar la otra mitad?

160. He vendido 50 fanegas de trigo de A y 60 fanegas de B, recibiendo \$ 150 por ambas ventas; si el trigo de A es un 20 % mas que el de B, cuánto debo entregar á cada uno?

161. Dos hombres se dividieron un lote de maderas que habian comprado juntos por \$ 27; uno tomó $5\frac{1}{2}$ cuerdas y el otro 8: cuánto debia pagar cada uno?

162. Si 8 hombres cortan 8 cuerdas de madera

en 12 dias, trabajando 7 horas al dia, cuántos hombres cortarán 150 cuerdas en 10 dias, trabajando 5 horas al dia?

163. Si 16 caballos consumen 84 fanegas de maiz en 24 dias, cuántas fanegas consumirán 36 caballos en 16 dias?

164. Si el salario de 24 hombres en 4 dias es de \$ 192, cuál será el de 36 hombres en 3 dias?

165. Si 4 hombres en $7\frac{2}{3}$ dias ganan \$ $53\frac{2}{3}$, cuánto ganarán 7 hombres en $\frac{4}{49}$ de dia?

166. A y B en sociedad comercial ganaron \$ 750, de los cuales \$ 600 tocaron á B; el capital de A fué \$ 1200, cuál fué el capital de B?

167. A y B hicieron una sociedad por 1 año, A puso \$ 2000 y B \$ 800: cuánto mas debe poner B al fin de 6 meses para recibir la mitad de las ganancias?

168. A y B hicieron sociedad; A puso \$ 200 por 5 meses y B \$ 300 por 2 meses, cada uno sacó su capital y quedaron \$ 1389: cuál fué la parte de ganancia de cada uno?

169.Cuál es la raiz cuadrada de 41616? De 420.25?

170.Cuál es la raiz cúbica de 46656? De 42.875?

171. Una ventana tiene 30 piés desde el piso, á qué distancia de la base del edificio deberá colocarse el pié de una escalera que tiene 50 piés de largo para alcanzar á la ventana?

172. Dos hombres parten del mismo punto, uno anduvo 50 millas al Norte y el otro 39 millas al Oeste: qué distancia se separaron?

173. Una casa tiene 40 piés de altura y se necesita una escalera que alcance á la parte superior, bajo el supuesto que el pié de la escalera tiene que estar

separado de la base del edificio 30 piés: qué largo deberá tener?

174. Cuántos rods de cerco contendrán 10 acres en la forma de un cuadrado?

175. El piso de una sala tiene 24 piés de largo y 15 de ancho: qué largo tiene la diagonal?

176. Un cuarto tiene 20 piés de largo, 16 de ancho y 12 de alto, qué distancia hai entre una esquina del piso y la opuesta del techo?

177. Cuántos piés cúbicos hai en una piedra que tiene 8 piés de largo, $5\frac{1}{2}$ piés de ancho y $3\frac{1}{2}$ de alto?

178. Cuántos piés cuadrados hai en la superficie de una piedra de 6 piés de largo, 4 piés de ancho y $1\frac{1}{2}$ de grueso?

179. Un campo circular tiene 40 rods de diámetro: cuál es la circunferencia? Cuántos acres contiene?

180. La área de un círculo es $470.8\frac{3}{4}$ pulgadas cuadradas: cuál es el diámetro?

181. Cuántas barras de fierro de 2 pulgadas de diámetro pesarán tanto como una barra de 8 pulgadas de diámetro?

182. Cuántos trozos de mármol, cada lado de los cuales es de $\frac{1}{3}$ de pié, equivalen á un trozo de madera de 8 piés de largo, 4 piés de ancho y 2 piés de grueso?

183. Cuántas fanegas de trigo llenarán un cajon de 8 piés de largo, 5 de ancho y 4 de profundidad?

184. Cuántos galones de agua contendrá una cisterna que tiene 7 piés de largo, 6 de ancho y 11 de hondura?

185. Cuántos galones de agua llenarán una cisterna circular de 6 piés de hondura y 4 de diámetro?

186. Divídanse \$ 1000 entre A, B y C, dando á A \$ 120 mas que á C y á C \$ 95 mas que á B.

187. A puede segar 2 acres en tres días y B 5 acres en 6 días: en cuántos días podrán segar 9 acres los dos juntos?

188. A vende paño á B y gana el 10 %; B vende á C y gana el 10 %; C vende á D por \$ 726 y gana el 10 %: cuánto le costó á A el paño?

189. El paso de un hombre es de 2 piés 8 pulgadas y el de un muchacho de 1 pié 10 pulgadas; el muchacho da 8 pasos mientras el hombre da 5 pasos: qué distancia habrá andado el muchacho cuando el hombre anduvo $3\frac{3}{4}$ millas?

190. Un padre dejó $\frac{5}{14}$ de sus bienes para el hijo mayor, $\frac{2}{3}$ del resto para el segundo hijo y lo demás para su hija; por este arreglo la parte del mayor era \$ 1300 mas que la de la hija: cuál fué la parte de cada hijo?

191. Si 7 fanegas de trigo equivalen á 10 fanegas de centeno, y 5 fanegas de centeno equivalen á 14 de maiz y 6 fanegas de maiz valen \$ 3.13: cuántas fanegas de trigo se comprarán con \$ 50?

192. En una compañía de 90 personas hai 4 hombres mas que mujeres, y 10 niños mas que hombres y mujeres juntos: cuántas personas de cada division hai en la compañía?

193. Dividir \$ 630 entre 3 personas de modo que la parte del segundo tenga $\frac{3}{4}$ tanto como la del primero, y el tercero $\frac{1}{2}$ tanto como los otros dos juntos.

194. A y B pueden hacer un trabajo en 12 días, B y C en 9 días y A y C en 6 días: cuánto tiempo empleará cada uno en hacerla solo?

195. A y B hacen juntos $\frac{9}{10}$ de una obra en 2 días, cuando B deja de trabajar A la completa en $\frac{1}{2}$ día: en qué tiempo puede hacer la obra cada uno separadamente

196. C y D entraron en negocios con diferentes capitales, C perdió el 40 % de su capital y D ganó el 5 % del suyo, y sus capitales quedaron iguales: cuánto fué mayor el capital de C que el de D cuando principiaron á trabajar?

197. Un hombre camina 100 millas en 2 dias, $\frac{1}{3}$ de la distancia andada el primer dia agregada á $\frac{1}{4}$ de la andada el segundo dia es igual á la mitad de la distancia andada el primer dia: qué distancia anduvo en cada dia?

198. Qué distancia del extremo de una viga de 30 piés de largo, de igual grueso en toda su estension, debe colocarse una barra de modo que 3 hombres, dos en la barra y uno en el extremo de la viga, pueda cada uno llevar $\frac{1}{3}$ de su peso?

199. Dos árboles están en lados opuestos de un arroyo, distante uno de otro 40 piés; el alto de uno de los árboles es al ancho del arroyo como 8 es á 4, y el ancho del arroyo es al alto del otro árbol como 4 es á 5: cuál es la distancia que hai entre las partes superiores de los árboles?

200. Una cisterna se llena por dos caños, uno de los cuales la llena en 2 horas y el otro en 3 horas; ésta se desagua por tres caños, el primero de los cuales la desagua en 5 horas, el segundo en 6 horas y el tercero en $7\frac{1}{2}$ horas: si todos los caños se abriesen á la vez, en qué tiempo se llenaria?

CUESTIONARIO.

1. Qué es número? De cuántos modos puede representarse el número? Nómbrelos.

2. Qué diferencia hai entre numeracion y notacion? Entre notacion arábica y romana? Entre numeracion francesa é inglesa?

3. Cuál es el valor absoluto de la cifra 5 en 452? Cuál es su valor local? Cuál es el valor relativo que toma una cifra por el cambio de un lugar á la izquierda? Y de un órden á la derecha? Cuál es el valor de un número afectado por la agregacion de un cero? Por qué?

4. Cuántas unidades hai en la suma de dos ó mas enteros? Por qué en la adicion los órdenes de cifras semejantes se escriben en la misma columna? Por qué principiámos por la derecha cuando sumamos?

5. Por qué el minuendo, sustraendo y diferencia son números semejantes? Demostrar que al agregar 10 á un término del minuendo, y 1 al término inmediato superior del sustraendo, el minuendo y sustraendo aumentan igualmente.

6. Por qué debe ser el multiplicador un número abstracto? Cuando el multiplicando es concreto, de qué especie es el producto? Por qué? Cómo altera el producto dividiendo el multiplicando ó el multiplicador? Demostrar que agregando dos ceros á un entero y dividiendo el resultado por 4 el producto da un número multiplicado por 25.

7. Qué clase de número es el cociente cuando el dividendo y divisor son números semejantes? Cuando el divisor es abstracto y el dividendo concreto? Cuál es la diferencia entre la division corta y la larga? De qué órden es la primera cifra de la izquierda del cociente?

8. Cómo altera el cociente multiplicando ó dividiendo dividendo y divisor por el mismo número? Y multiplicando el dividendo por un número mayor que 1? Por qué principio pueden las 4 reglas fundamentales reducirse á dos?

9. Nombrar todos los números primos de 1 á 20 inclusive. — Demostrar que dos números compuestos pueden ser primos entre sí. — Qué son factores de un número? Qué son factores primos? Demostrar que el factor comun de dos ó mas números es un factor de su suma.

10. Por qué es divisor de un número su factor? Cómo se afecta un número cancelando un factor? Por qué principio pueden los factores comunes del dividendo y divisor ser cancelados.

11. Cuándo un divisor es un divisor comun? Cuál es el máximo comun divisor de dos ó mas números? Demostrar que el divisor comun de dos números es un divisor de su suma y diferencia. — De cuántos modos puede encontrarse el máximo comun divisor de dos ó mas números?

12. Cuántos múltiplos tiene todo número? Qué es un comun múltiplo? Cuál es el mínimo comun múltiplo de dos ó mas números? De cuántos modos puede encontrarse el mínimo comun múltiplo de dos ó mas números?

13. Cuál es la diferencia entre *divisor* y *múltiplo* de un número? Y entre los términos *factor* y *divisor*? Es $2\frac{1}{2}$ divisor de 5? Es $12\frac{1}{2}$ múltiplo de 5? Es $12\frac{1}{2}$ múltiplo de $6\frac{1}{4}$?

14. Qué es fraccion? De cuántos modos puede espresarse una fraccion? Cuando una fraccion se espresa por palabras, qué palabra ó palabras denotan el denominador.

15. Qué diferencia hai entre la *unidad de una fraccion* y una *unidad fraccionaria*?

Qué término de una fraccion denota la cantidad de la unidad fraccionaria? Cuándo es igual á 1 el valor de una fraccion? Cuándo es mayor que 1? Cuándo es menor que 1?

16. Demostrar que multiplicando ó dividiendo ambos términos de una fraccion por un mismo número no altera su valor? Cuál es el valor de una fraccion *propia* afectada por la agregacion de un mismo número á ambos de sus términos? Y sustrayendo el mismo número de ambos términos?

17. Por qué principio se reduce una fraccion á sus menores términos? Y á sus mayores términos? Por qué principio se reducen á un comun denominador dos ó mas fracciones?

18. Cuáles son los dos modos como puede multiplicarse una fraccion por un entero?

Cuáles son los dos modos como puede dividirse una fraccion por un entero? Cuáles son los tres modos como puede dividirse una fraccion por otra? Por qué deben tener las fracciones un comun denominador para que se puedan sumar ó restar?

19. Qué es una fraccion decimal? Es la fraccion cincuenta centésimos una fraccion decimal? Cuáles son los dos métodos de espresarla por cifras? Cuál es la forma decimal? Cuál es el denominador de la fraccion decimal?

20. Qué se entiende por lugares decimales? Cuál es el nombre del tercer orden de decimales desde las unidades? El sexto? El noveno? Cómo se lee un decimal?

21. Cuál es el valor relativo de una cifra decimal afectada por el cambio de un orden á la derecha? De un orden á la izquierda? Cuál es el valor de un decimal afectado por la agregacion de ceros decimales? Por qué? Y por la agregacion de ceros decimales á la izquierda? Por qué?

22. Cómo se reduce un decimal á fraccion comun? Y una fraccion comun á decimal? Por qué pueden los decimales ser sumados ó restados de enteros semejantes?

23. Por qué el producto de dos números contiene tantas cifras decimales como las que hai en el multiplicando y multiplicador? Por qué el dividendo contiene tantas cifras decimales como las que hai en el divisor y cociente?

24. Cómo se divide un decimal por 10, 100 etc.? Cómo se multiplica un decimal por 10, 100, etc.? Por qué son números semejantes los que suman ó restan cantidades de dinero?

25. Qué es rectángulo? Cómo se encuentra su área? Qué es círculo? Cómo se encuentra su área?

26. Qué es un triángulo rectángulo? Cómo se encuentra su área?

27. Qué es un sólido rectangular? Qué diferencia hai entre una arista y la cara de un sólido?

28. Demostrar que el producto de las tres dimensiones de un sólido

rectangular representa su volúmen ó el sólido contenido.—Cómo se encuentra el volúmen de un cilindro?

29. Es concreto todo número denominado? Dénse ejemplos.—Cuál es la diferencia entre número denominado compuesto y simple? Dénse ejemplos.

30. Cómo se espresan los números denominados?Cuál es la diferencia que hai entre reduccion ascendente y descendente?

31. Cómo se reducen los denominados de mayor á menor denominacion? De una menor denominacion á mayor? Dénse ejemplos.

32. Qué es el sistema métrico?Cuál es la unidad fundamental del sistema?Cuál es su largo en pulgadas? Qué es el litro? Qué es el gramo?

33. Cuáles son los múltiplos del metro, litro y gramo? Cómo se nombran los sub-múltiplos?

34.Cuál es la diferencia entre adicion simple y compuesta? En qué respecto son semejantes los procedimientos?

35. Cuándo son compuestos los números de la misma clase? Dénse ejemplos.—Cómo se divide un número compuesto por otro de la misma especie?

36. Qué parte del Ecuador pasa bajo los rayos verticales del Sol cada hora? Qué parte del trópico de Cáncer? Qué parte de cualquier paralelo situado entre los círculos polares?

37. Por qué amanece primero en Buenos Aires que en San Juan? Cuando se da la diferencia en longitud entre dos lugares, cómo se encuentra la diferencia de hora?

38. Qué se entiende al decir 5 por ciento de un número?Cuál es la diferencia entre *tanto por ciento* y *tanto simplemente*? Dénse ejemplos.

39. Qué cuatro números se consideran en el percentage? Definase cada uno de ellos.—Dar los cuatro casos del percentage y la fórmula para cada uno.

40.Cuál es la diferencia entre el costo y el precio de venta de un artículo? Dar las cuatro fórmulas de *ganancias* y *pérdidas*.

41. Qué se entiende por comision?Cuál es la diferencia entre factor y corredor? Dénse las cuatro fórmulas de comision y corretaje.

42.Cuál es la diferencia entre valor de plaza y valor á la par de un capital? Cuándo está un capital con premio? Cuándo está con descuento?

43. Qué diferencia hai entre un dividendo y una cuota de reserva? Cómo se encuentra el tanto de dividendo?

44. Qué se entiende por seguros? Qué es seguros contra incendio?Cuál es el premio? Dar las fórmulas correspondientes á los cuatro casos de seguros.

45. Qué es seguros sobre la vida? Cómo se calcula el premio? Qué es compañía de seguros mútuos?

46.Cuál es la diferencia entre capitacion é impuesto sobre la propiedad? Cómo se pone un impuesto á la propiedad? Cómo se determina el tanto de impuesto?

47. Qué es renta impuesta? Qué es sisa? De qué clase de impuestos proviene la renta de la República Argentina?

48. Qué son derechos de aduana?Cuál es la diferencia entre derechos específicos y derechos ad-valorem? Qué es una tarifa?

49. Qué es interés? Qué es tanto de interés?

50. Cómo se encuentra el interés de un principal por un año, á cualquier tanto por ciento? Dar la fórmula del método general para calcular el interés.— Dar la fórmula del método del seis por ciento.

51. Cuántos métodos hai para encontrar el tiempo entre dos fechas? Cuál es el que se llama método por dias?

52. En qué principio está basada la regla de los Estados-Unidos para los pagos parciales? Qué regla se usa cuando una série de pagarés no alcanzan á un año?

53. Qué cantidades se consideran en el interés? Establecer los cinco problemas de interés y dar la fórmula para cada uno.

54. Qué es descuento? Qué diferencia hai entre descuento verdadero é interés? Entre descuento verdadero y descuento de Banco? Entre descuento de Banco é interés?

55. Qué se entiende por dias de gracia? Cuándo se da un pagaré con gracia? Cómo se descuenta un pagaré no deduciendo interés de Banco.— Cómo se descuenta un pagaré deduciendo interés?

56. Qué es un pagaré? Quién es el endosante? Cuándo es negociable un pagaré? Cuándo no es negociable un pagaré?

57. Qué es un libramiento? Cómo se llaman las tres partes que figuran en un libramiento? Qué es una aceptacion de un libramiento? Qué es una protesta?

58. Qué es un bono? Cuando los bonos se cotizan al 108, cuáles son sus valores?

59. Qué es interés anual? Cuando el interés anual no se paga á su tiempo, qué clase de interés se devenga hasta su pago?

60. Qué es interés compuesto? En qué se diferencia el interés compuesto del anual?

61. En qué principio se funda el método comun de encontrar el tiempo medio de varios débitos ó créditos? Qué se entiende por ecuacion de cuentas?

62. Qué es razon? Cuántos y cuáles son los modos de espresar la razon de dos números? Cómo se llaman los dos términos de una razon? Cuál es el dividendo? Cuándo es menor que 1 el valor de una razon? Cuándo es mayor que 1?

63. Por qué deben ser semejantes los dos términos de una razon? Por qué no altera el valor de una razon multiplicando ó dividiendo ambos términos por un mismo número?

64. Qué es razon compuesta? Cómo se reduce una razon compuesta á simple?

65. Qué es proporcion? Cuántas razones hai en una proporcion simple? Cuándo es simple una proporcion? Cuándo es compuesta? Cuántos términos hai en una proporcion simple?

66. Qué términos se llaman extremos y cuáles medios? A qué es igual el producto de los extremos?

67. Cómo se encuentra un término medio? Por qué? Un extremo? Por qué? Si el segundo término de una proporcion es mayor que el primero, cómo se comparará el cuarto término con el tercero?

68. Estando un problema en proporcion, qué número hace el tercer

término? Por qué?Cuál es la relacion entre la razon de causas semejantes y la razon de sus efectos?

69. Cómo se reduce una proporcion compuesta á simple? Cómo se encuentra el cuarto término de una proporcion compuesta?

70. Cuál es la diferencia entre compañia simple y compuesta? De qué depende el valor de un capital en compañia?

71. Qué diferencia hai entre la potencia de un número y su raiz? Dénse ejemplos.—Cuál es la diferencia entre elevacion á potencia y estraccion de raiz?

72. Qué diferencia hai entre una potencia perfecta y una imperfecta? Dénse ejemplos. — Cuándo se llama irracional una raiz?

73. A qué es igual el cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades? A qué es igual el cuadrado de un número compuesto de unidades y decenas?

74. Cuántos órdenes hai en el cuadrado de cualquier número? Cuántos órdenes hai en la raiz cuadrada de cualquier número? Cuántos órdenes hai en el cubo de un número? Cuántos órdenes hai en la raiz cúbica de un número?

75. Cómo se encuentra el primer término de la raiz cuadrada de un número? El segundo término? Cómo se encuentra el primer término de la raiz cúbica de un número? El segundo término?

76. A qué es igual el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo? Y el cuadrado de la base ó de la perpendicular?

77. Cómo se encuentra el área de un círculo? Cuando se da el área, cómo se encuentra el diámetro? Cuál es la relacion entre las áreas de dos círculos.

78. Cómo se encuentra la superficie de una esfera? Y su volúmen? Cuál es la relacion que hay entre los sólidos de dos esferas?

APÉNDICE.

Notacion.

423. En el sistema decimal de notacion, con *diez* por base, se usan *diez* cifras; en un sistema con *veinte* de base, serian necesarias *veinte* cifras; en un sistema con *cinco* de base, se necesitarian *cinco* cifras (1, 2, 3, 4, 0); y, en general, *un sistema de notacion requiere tantas cifras diferentes como sean las unidades de su base.*

424. En un sistema con cinco por base, 24 espresaria *catorce*; 124 espresaria *treinta y nueve*; 1120 espresaria *ciento sesenta*, y así sucesivamente.

Ejercicios.

1. 1. Qué número se espresa por 200 en la escala de cinco?

2. Qué número se espresa por 1240 en la escala de cinco?

3. Espresar cuarenta en la escala de cinco.

4. Espresar cien en la escala de cinco.

5. Espresar doscientos en la escala de cinco.

Prueba de las Operaciones Fundamentales por la Eliminacion de los nueves.

425. El método de probar las operaciones fundamentales de la aritmética por la eliminacion de los 9^s, se basa en el principio que, *el exeso de 9^s, en cualquier número es igual al exeso de 9^s, en la suma de sus dígitos.*

Tómese, por ejemplo, 2345, dividiendo este número por 9, tenemos el residuo 5, como exeso de 9^{a} ; y sumando los dígitos ($2+3+4+5=14$) y dividiendo la suma por 9, tenemos el mismo residuo.

426. Este principio se puede explicar así:

$$2345. \left\{ \begin{array}{l} 2000 = 222 \times 9 + 2 \\ 300 = 33 \times 9 + 3 \\ 40 = 4 \times 9 + 4 \\ 5 = 5 \end{array} \right.$$

Se ha visto que 2000 es 222 veces 9, con un residuo de 2; 300 es 33 veces 9, con un residuo de 3; 40 es 4 veces 9, con un residuo de 4. Luego, el residuo que se obtiene de dividir las varias partes de un número, denotado por el valor local de sus dígitos, por 9, son respectivamente los dígitos del número; y el residuo que se obtiene de dividir el número mismo por 9, es igual al residuo que se obtiene de dividir la suma de sus dígitos por 9. Luego,

El exeso de 9^{a} en cualquier número se encuentra sumando sus dígitos y buscando el exeso de 9^{a} en su suma.

427. PRUEBA DE LA ADICION.

PROCEDIMIENTO:

325	exceso	1
256	"	4
358	"	7
939	"	3

El exeso de los 9^{a} en el primer número, encontrado sumando sus dígitos, es 1; en el segundo número, 4; en el tercero, 7. El exeso de 9^{a} en la suma de estos exesos es 3, que es igual al exeso de 9^{a} en 939, la suma. Luego,

El exeso de 9^{a} en la suma de varios números es igual al exeso de 9^{a} en la suma de sus exesos.

1. Sumar y probar 2346, 5084, 6784, 8653 y 9045.
2. Sumar y probar 30483, 50678, 346864 y 706037.
3. Sumar y probar 530902, 672084, 567084 y 1345602.

428. PRUEBA DE LA SUSTRACCION.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 3676 \text{ exceso } 4 \\
 1508 \text{ " } 5 \\
 \hline
 2168 \text{ " } 8 \\
 \hline
 \text{ " } 4
 \end{array}$$

Puesto que el minuendo es igual á la suma del sustraendo y diferencia, *el exceso de 9^º en el minuendo es igual al exceso de 9^º en la suma de los excesos en el sustraendo y diferencia.*

1. De 40603 tómense 27475, y pruébese el resultado.
2. De 607853 tómense 492097, y pruébese el resultado.

429. PRUEBA DE LA MULTIPLICACION.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 347 \text{ exceso } 5 \\
 53 \text{ " } 8 \\
 \hline
 1041 \text{ " } 40 \\
 1735 \\
 \hline
 18391 \text{ exceso } 4
 \end{array}$$

Puesto que 347 contiene un cierto número de 9^º con un exceso de 5, y 53 contiene un cierto número de 9^º con un exceso de 8, el producto de 347 y 53 consta del producto del número de 9^º que hai en ellos, mas el producto de 5 y 8, el exceso de 9^º. Luego,

El exceso de 9^º en el producto de dos números es igual al exceso de 9^º en el producto de los excesos en esos números.

1. Multiplicar 45603 por 708 y probar el resultado.
2. Multiplicar 60875 por 690, y probar el resultado.

430. PRUEBA DE LA DIVISION.

PROCEDIMIENTO:

$$\begin{array}{r}
 347) 18496 \text{ (53)} \\
 \underline{1735} \\
 1146 \\
 \underline{1041} \\
 105 \\
 \underline{18496} \text{ exceso } 1 \\
 347 \text{ " } 5 \\
 53 \text{ " } 8 \\
 105 \text{ " } 6 \\
 5 \times 8 + 6 = 46 \text{ " } 1
 \end{array}$$

Puesto que el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, mas el residuo, el exceso de 9^º en el dividendo será igual al exceso de 9^º en el producto del divisor y cociente, mas el exceso en el residuo. Luego,

El exceso de 9^º en el dividendo es igual al exceso de 9^º en el producto de los excesos en el divisor y cociente, mas el exceso en el residuo.

1. Dividir 6480 entre 47, y probar el resultado.
2. Dividir 15685 entre 625, y probar el resultado.

Decimales Periódicos.

431. Decimal periódico es un decimal interminable, que contiene las mismas cifras, ó série de cifras repetidas en el mismo orden indefinidamente. (Art. 121, nota 3ª).

432. La cifra ó série de cifras repetidas se llama *período*.

Un período se señala por un punto colocado sobre la primera y última cifra; como, $\dot{5} \dot{1} \dot{6} \dot{3} \dot{2} \dot{5}$.

433. Cuando un decimal periódico no tiene otras cifras que las repetidas, se le llama *periódico puro*; como, $\dot{3} \dot{2} \dot{5}$.

Cuando un decimal periódico tiene una ó mas cifras antes que el período repetido se le llama *periódico mixto*; como, $45\dot{2} \dot{6}$.

434. Un decimal periódico puro se reduce á fraccion comun, tomando el período repetido por numerador y tantos 9ª para el denominador como sean las cifras que hai en el período repetido.

PRUEBA.

Sea $\dot{6} \dot{3}$ un decimal periódico puro.

Tenemos, $63.\dot{6}\dot{3} = 100$ veces el decimal periódico puro.

$\dot{6}\dot{3} = 1$ vez " " " "

Restando, $63. = 99$ veces " " " "

Luego, $\frac{63}{99} =$ valor del decimal periódico puro.

435. Un decimal periódico mixto se reduce á fraccion comun, sustrayendo los términos que preceden al período repetido de todo el período, tomando la diferencia para numerador; y poniendo por denominador

tantos 9^a como cifras hayan en el período repetido y agregando á la derecha tantos ceros como cifras decimales hayan antes del período.

PRUEBA.

Sea .45124 un decimal periódico mixto.

Tenemos, $45124.\dot{1}24 = 100000$ veces el decimal periódico mixto.

Y, $45.\dot{1}24 = 100$ " " " " "

Restando, $\overline{45079} = 99900$ " " " " "

Luego, $\frac{45079}{99900} =$ valor del decimal periódico mixto.

436. Un decimal periódico puro ó mixto puede sumarse, restarse, multiplicarse ó dividirse, *reduciéndolo primeramente á fraccion comun.*

NOTA.—Los decimales periódicos pueden sumarse, restarse, multiplicarse ó dividirse sin reducirlos primeramente á fracciones comunes; pero los procedimientos no son de una importancia práctica que justifiquen su adopcion en un curso de aritmética. En todos los cálculos los decimales periódicos se llevan hasta un número de cifras suficiente para que el error en el resultado sea inapreciable, y entónces se tratan como los demás decimales.

437. Tablas de Números Denominados.

I. Moneda.

TABLA.

1 argentino vale	5 pesos.	}	MONEDAS DE ORO.
$\frac{1}{2}$ " "	$2\frac{1}{2}$ "		
1 peso	100 centavos.	}	MONEDAS DE PLATA.
$\frac{1}{2}$ " "	50 "		
$\frac{1}{5}$ " "	20 "		
$\frac{1}{10}$ " "	10 "		

Las monedas de cobre son de uno y de dos centavos.

Progresiones Aritméticas.

438. Progresion Aritmética es una série de números que aumentando ó disminuyendo, la diferencia entre los números consecutivos es constantemente la misma.

439. Los números que forman las séries se llaman *términos*, siendo el primero y el último de ellos los *extremos* y los demás los *medios*.

La diferencia entre los términos consecutivos se llama *diferencia comun*.

440. *Série ascendente* es aquella en que los términos aumentan; como, 2, 5, 8, 11, 14, etc.

Série descendente es aquella en que los términos disminuyen; como, 20, 17, 14, 11, 8, etc.

441. En una progresion aritmética se consideran cinco cantidades, y la relacion entre ellas es tal, que si se conocen tres, pueden encontrarse las otras dos.

Estas cantidades son:

1. *El primer término*
2. *El último término*
3. *La diferencia comun*
4. *El número de términos*
5. *La suma de todos los términos.*

442. Las séries ascendentes, 2, 5, 8, 11, 14, teniendo cinco términos, pueden espresarse en tres formas, como sigue:

(1)	2	5	8	11	14
(2)	2	2+3	2+(3+3)	2+(3+3+3)	2+(3+3+3+3)
(3)	2	2+3	2+3×2	2+3×3	2+3×4

Comparando estas tres formas de una misma série se encuentra que, cada término se compone de dos

partes, así: (1) el primer término; (2) la diferencia comun tomada tantas veces como son los términos precedentes. Luego,

1. *El último término de una progresion ascendente es igual al primer término, mas la diferencia comun tomada tantas veces como sean los términos de la série ménos uno. Inversamente,*

2. *El primer término de una progresion ascendente es igual al último término, ménos la diferencia comun tomada tantas veces como sean los términos de la série ménos uno.*

3. *La diferencia comun es igual á la diferencia entre el primero y último término, dividida por el número de términos ménos uno.*

4. *El número de términos ménos uno es igual á la diferencia entre el primero y último término, dividida por la diferencia comun.*

443. Tomemos la série aritmética ascendente

	3	5	7	9	11	13	
y la série descendente	13	11	9	7	5	3	

Tendremos,	$16+16+16+16+16+16$	=dos veces la suma de los términos.
y	$8+8+8+8+8+8$	=la suma de los términos

Una inspeccion del ejemplo anterior demostrará que la suma del primero y último término de una progresion aritmética, multiplicada por el número de términos, es igual á dos veces la suma de todos los términos. Luego,

La suma de todos los términos de una progresion aritmética es igual al producto de la mitad de la suma del primero y último término, multiplicado por el número de términos.

NOTA.—La mitad de la suma del primero y último término es igual al término medio de los varios términos de la série.

444. De los principios anteriores se deducen las siguientes

Fórmulas.

1. Último término = primer término $\pm$ (diferencia comun $\times$ número de términos menos uno).

2. Primer término = último término $\mp$ (diferencia comun $\times$ número de términos menos uno).

3. La dife- $\left\{ \begin{array}{l} \text{último término} - \text{el primer término} \\ \text{primer término} - \text{el último término} \end{array} \right\} \div$
 rencia comun = $\left\{ \begin{array}{l} \text{último término} - \text{el primer término} \\ \text{primer término} - \text{el último término} \end{array} \right\} \div$
 número de términos menos uno.

4. El núm. de tér- $\left\{ \begin{array}{l} \text{último término} - \text{primer término} \\ \text{primer término} - \text{último término} \end{array} \right\} \div$
 minos menos uno = $\left\{ \begin{array}{l} \text{último término} - \text{primer término} \\ \text{primer término} - \text{último término} \end{array} \right\} \div$
 la diferencia comun.

5. La suma de los términos = $\frac{1}{2}$ (primer término + el último término) $\times$ el número de términos.

NOTA. — El primer término de una série ascendente corresponde al último término de la misma série descendente, y el último término de una série descendente corresponde al primero de la misma série ascendente.

Problemas.

1. Cuál es el décimo término de la série 5, 7, 9, 11, etc.

2. El primer término de una série ascendente es 4, la diferencia comun es 3, y el número de términos es 8: cuál es el último término?

3. El último término de una série descendente es 1, la diferencia comun es 4, y el número de términos es 12: cuál es el primer término?

4. Los extremos de una progresion aritmética son 47 y 3, y el número de términos es 12: cuál es la diferencia comun?

5. El primer término es 7 y el vigésimo primero es 57: cuál es la diferencia común?

6. El 4º término de una progresion es 21 y el 9º es 41: cuáles son los cuatro términos medios?

7. Los extremos de una progresion son 12 y 177 y la diferencia común es 5: cuál es el número de términos?

8. Los extremos de una progresion son 20 y 152 y el número de términos es 45: cuál es la suma de todos los términos?

9.Cuál es la suma de todos los términos de la progresion enunciada en el problema 6º? Y la del problema 7º?

10. Cuántos golpes dará el martillo de un reloj al fin de 24 horas?

11. Un hombre convino en cavar una zanja de 50 varas de largo por 2 centavos la primera vara, 5 por la segunda, 8 por la tercera, y así sucesivamente, aumentando 3 centavos en cada vara: cuánto recibió por la última vara? Cuánto por todo el trabajo?

Progresiones Geométricas.

445. *Progresion geométrica* es una série de números que aumenta ó disminuye de tal modo que la razon entre los términos consecutivos es constante.

El primero y último término se llaman *extremos* y los términos intermedios se llaman *medios*.

446. Una progresion geométrica es *ascendente* ó *descendente* (*creciente* ó *decreciente*), segun que la série aumente ó disminuya de izquierda á derecha.

447. En una progresion creciente se consideran cinco términos, y éstos, como en la progresion aritmé-

tica, tienen tal relacion entre si, que, si se dan tres de ellos pueden encontrarse los otros dos.

Estas cinco cantidades son:

1. *El primer término.*
2. *El último término.*
3. *La razon comun.*
4. *El número de términos.*
5. *La suma de todos los términos.*

448. La série ascendente 2, 6, 18, 54, 162, 486 tiene 6 términos, siendo el primer término 2 y la razon comun ó multiplicador 3. Esta série puede indicarse de tres modos, como sigue:

1.	2	6	18	54	162	486
2.	2	2×3	$2 \times 3 \times 3$	$2 \times 3 \times 3 \times 3$	$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
3.	2	2×3	2×3^2	2×3^3	2×3^4	2×3^5

Comparando los términos correspondientes de las tres formas, se verá que cada término de la série se compone de dos factores, así: (1) el primer término, y (2) la razon comun elevada á una potencia cuyo exponente ó grado sea igual al número de términos precedente. Luego,

1. *El último término de una série geométrica es igual al primer término, multiplicado por la razon comun, elevada á una potencia cuyo grado sea uno ménos que el número de términos. Inversamente,*

2. *El primer término es igual al último término dividido por la razon comun elevada á una potencia cuyo grado sea uno ménos que el número de términos.*

3. *La razon comun es igual á la raiz cuyo índice sea uno ménos que el número de términos, del cociente del último término dividido por el primero.*

449. Por un procedimiento algebraico puede demostrarse que,

4. La suma de dos séries geométricas es igual al producto del último término por la razón común, menos el primer término dividido por la razón común menos uno.

450. Cuando el número de términos en una série geométrica decreciente es infinito, el último término es 0 y la suma de la série es igual al primer término, dividido por la razón común menos uno.

451. De los anteriores principios se deducen las siguientes

Fórmulas.

1. El último término = primer término $\times$ razón $n-1$.
2. El primer término = último término $\div$ razón $n-1$.
3. Razón = $\sqrt[n-1]{\text{último término} \div \text{primer término}}$.
4. La suma de la série = $\frac{(\text{último término} \times \text{razón}) - \text{primer término}}{\text{razón} - 1}$.
5. La suma de la série decreciente infinita = primer término $\div$ (razón - 1).

NOTAS.—1. Por “razón $n-1$ ”, en la 1ª y 2ª fórmula, se entiende la razón elevada á una potencia cuyo grado es el número de términos menos 1. El índice de la raíz en la tercera fórmula ($n-1$) es el número de términos menos 1.

2. En una série ascendente la razón es mayor que 1, y en una descendente es menor que 1.

Problemas.

1. Cuál es el 6º término de la série, 5, 10, 20? etc.
2. El primer término de una progresion geométrica es 5, la razón es 3 y el número de términos 7: cuál es el último término?
3. El primer término de una progresion es 1220, la razón $\frac{1}{3}$ y el número de términos 6: cuál es el último término?

4. El último término de una progresion es 64, la razon 2 y el número de términos 10: cuál es el primer término?

5.Cuál es la suma de la série enunciada en el problema 4º? En el problema 3º?

6. El primer término de una série es 5, y el sexto es 1215: cuál es la razon?

7. El primer término de una progresion es 10, al sexto término es 2430 y la razon es 3: cuál es la suma de los seis términos?

8. Un padre dió á su hijo 50 centavos al cumplir 12 años y siguió doblando la cantidad en cada cumpleaños hasta la edad de 21 años: cuánto recibió el hijo al cumplir 21 años? Cuánto recibió por todo?

9. Un hombre trabajó 15 dias con la condicion de que el primer dia le pagarian un centavo, por el segundo dia 5 centavos y así sucesivamente aumentando 5 veces lo del dia anterior: cuánto recibió por todo?

Aligacion.

452. Aligacion es la operacion por medio de la cual se encuentra el término medio del precio ó calidad de una mezcla compuesta de artículos de diferentes precios y calidades.

Es tambien el procedimiento que se sigue para mezclar varios artículos de diferentes valores ó calidades para hacer una mezcla de un precio ó calidad media.

El primer procedimiento se llama *aligacion media*, y el segundo *aligacion alternada*.

NOTA.— El término *aligacion* se deriva dal latino *alligare* unir ó encadenar. Este término se aplica á este procedimiento por que algunos de los problemas pueden resolverse uniendo ó encadenando los números.

Caso I.

453. *Dados los varios ingredientes de una mezcla y sus correspondientes precios, encontrar el término medio de su valor.*

Problemas.

1. Un vendedor de granos mezcló 25 fanegas avena, á 50 centavos fanega; 15 fanegas centeno á 80 centavos una y 30 fanegas maiz, á 70 centavos una: cuál fué el valor de una fanega de la mezcla?

OPERACION:

cts.		cts.
50	$\times 25 =$	1250
80	$\times 15 =$	1200
70	$\times 30 =$	2100
	$\overline{70} \)$	$\overline{4550}$

65 cts. Resp.

Como el valor total de las 70 fanegas, de granos mezclados era de 4550 cts., el valor de una fanega seria $\frac{1}{70}$ de 4550 cts., que son 65 centavos.

2. Un almacenero mezcla 20 libras de café, á 28 centavos una, con 30 libras de 35 centavos y 50 libras de 33 centavos: cuál es el precio de una libra de la mezcla?

Caso II.

454. *Dado el precio de varios artículos, encontrar en qué proporcion se deben poner para hacer una mezcla de un precio dado.*

3. Un almacenero tiene azúcar que le cuesta 16, 18 y 24 centavos la libra: en qué proporcion debe tomar cada clase para hacer una mezcla de 20 centavos la libra?

I. SOLUCION POR ANÁLISIS.

En cada libra de azúcar que se toma de la de 16 centavos, hai una ganancia de 4 centavos, y en cada libra de la de 24 centavos hai una pérdida de 4 centavos. Luego, de estas dos clases de azúcar pueden tomarse en igual cantidad, una libra de cada clase. En cada libra de la de 18 centavos hai una ganancia de 2 centavos, por consiguiente, deben tomarse 2 libras de ésta para atender á la pérdida de 4 centavos en la que cuesta 24 centavos. Luego, las proporciones mas simples son 1 libra á 16 centavos, 2 libras á 18 centavos y 2 libras á 24 centavos.

II. OTRA SOLUCION.

1 lb. á 16 cts. vendida por 20 cts. se ganan 4 cts. }
 1 " „ 18 " " " 20 " " " 2 " } 6 centavos de ganancia.
 1 " „ 24 " " " 20 " " pierden 4 " 4 " „ pérdida.

Tomando dos libras de cada una de las dos primeras clases, la ganancia será de 12 centavos, y tomando 3 libras de la tercera clase, la pérdida será de 12 centavos. Luego, los números proporcionales 2, 2, 3 darán una ganancia igual á la pérdida.

III. SOLUCION POR ENCADENAMIENTO.

$$20 \left\{ \begin{array}{l} 16 \text{---} \dots \dots 4 \\ 18 \text{---} \dots \dots 4 \\ 24 \text{---} \dots 4+2=6 \end{array} \right\} \div 2 = \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right.$$

NOTA.—Cuando solo se dan dos artículos de diferentes valores, pueden mezclarse de un solo modo; pero cuando se dan mas de dos artículos, pueden mezclarse de *un número infinito de modos*. Puede combinarse dos y dos en tal proporción como para hacer, en cada caso, una mezcla del valor requerido, y entónces estas mezclas pueden unirse en una proporción cualquiera.

4. Un comerciante tiene té de \$ 1.25, \$ 1.40, \$ 1.60 y \$ 1.75: cuánto debe tomar de cada clase para hacer una mezcla que valga \$ 1.50?

Caso III.

455. Dados el valor de varios ingredientes en una mezcla, su precio medio y la cantidad de uno ó mas

de ellos, encontrar las cantidades respectivas de los otros ingredientes.

5. Un almacenero quiere mezclar 100 libras café, á 25 centavos cada una, con café de 22, 28 y 30 centavos, de modo que la mezcla valga 27 centavos libra: cuánto debe poner de cada clase?

SUGESTION.— Encuéntrese la proporción de los ingredientes por el caso II, y entónces multiplíquese cada número proporcional por el cociente de 100 libras divididas por el número proporcional del café á 25 centavos.

6. Un hombre quiere hacer una mezcla de 60 fanegas granos de 60 centavos con centeno á 75 centavos, cebada á 50 centavos y avena á 40 centavos, para hacer una mezcla que valga 65 centavos: cuántas fanegas de centeno, cebada y avena tomará de cada clase?

Caso IV.

456. *Dados el valor de los ingredientes, la cantidad y valor de la mezcla, encontrar la cantidad de cada ingrediente.*

7. Qué cantidad de oro de 16, 18 y 22 quilates debe tomarse para hacer un anillo de 20 quilates y $4\frac{1}{2}$ adarmes de peso.

SUGESTION.— Búsquense las proporciones por el caso II. y entónces divídase toda la cantidad en partes proporcionales á estas porciones.

8. Qué cantidad de azúcar de 15, 17 y 20 centavos debe tomarse para hacer una mezcla de 200 libras y que valga 18 centavos la libra?

9. Qué cantidad de agua debe mezclarse con vinagre que cuesta 60 centavos el galon para hacer 90 galones que valga 50 centavos cada galon?

Duodecimals.

457. Duodecimal es un número denominado en que *doce* unidades de una denominacion hacen una unidad de la denominacion inmediata superior.

Un duodecimal se puede considerar como una fraccion cuyo denominador es una potencia de 12, ó un número cuya escala es 12. Este término se deriva dal latin *duodecim* que significa *doce*.

458. Los duodecimals son usados por los artesanos en la medicion de superficies y sólidos.

El pié se divide en *prima* marcada ('), la prima en *segundas*, (")', la segunda en *terceras* (""), etc., como lo demuestra la siguiente

TABLA

1 pié	vale	12 primas
1 prima	„	12 segundas
1 segunda	„	12 terceras
1 tercera	„	12 cuartas.

Las comas usadas para señalar las diferentes denominaciones se llaman *índices*.

459. La prima denota *la doceava parte de un pié*; la segunda, *la doceava parte de la doceava parte de un pié*, etc.

Cuando un duodecimal denota la àrea de una superficie, el pié es un *pié cuadrado*; la prima, *la doceava parte de un pié cuadrado*; la segunda, *la doceava parte de la doceava parte de un pié*, etc.

Cuando un duodecimal denota el volúmen de un sólido, el pié es un *pié cúbico*; la prima, *la doceava parte de un pié cúbico*, etc.

460. Adicion y Sustraccion.

Problemas.

1. Sumar 12 piés, 8', 11"; 16 piés, 10', 9" y 24 piés, 6".

$$\begin{array}{r} \text{OPERACION.} \quad \left\{ \begin{array}{r} 12 \text{ piés} \quad 8' \quad 11'' \\ 16 \quad " \quad 10' \quad 9'' \\ 24 \quad " \quad 0 \quad 6'' \\ \hline 53 \text{ piés} \quad 8' \quad 2'' \end{array} \right. \text{ Resp.} \end{array}$$

2. Sumar 12 piés, 9', 11", 4''; 23 piés, 7", 10''' y 10', 6", 9'''.

3. De 21 piés 7', 10" tómense 15 piés, 9', 4".

$$\begin{array}{r} \text{OPERACION.} \quad \left\{ \begin{array}{r} 21 \text{ piés} \quad 7' \quad 10'' \\ 15 \quad " \quad 9' \quad 4'' \\ \hline 5 \text{ piés} \quad 10' \quad 6'' \end{array} \right. \text{ Resp.} \end{array}$$

4. De la suma de 30 piés 8", 4''' y 14 piés, 7', 10''' , tómese su diferencia.

461. Multiplicacion de Duodecimales.

5. Multiplicar 13 piés, 7', 8", largo, por 6 piés 5', ancho.

$$\begin{array}{r} \text{OPERACION.} \\ 13 \text{ piés} \quad 7' \quad 8'' \\ \quad \quad 6 \text{ piés} \quad 5' \\ \hline 5 \text{ piés} \quad 8' \quad 2'' \quad 4''' \\ 81 \quad " \quad 10' \quad 0'' \\ \hline 87 \text{ piés} \quad 6' \quad 2'' \quad 4''' \text{, Resp.} \end{array}$$

Multiplíquese primero por 5' y después por 6 piés y súmense los productos parciales. Puesto que $1 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{144}$, $\frac{1}{144} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{1728}$, etc.; piés $\times$ primas (ó duodécimos) producirá primas; primas por primas, segundas; segundas por primas, terceras; y, en general, la denominacion del producto de dos denominaciones cua-

lesquiera se denota por la suma de sus índices.

6. Cuál es la superficie de una pizarra de 9 piés 7', 4" de largo y 10' 6" de ancho?

7. Cuál es el volúmen de un trozo de mármol de 7 piés 6' de largo, 2 piés 8' de ancho y 1 pié 4' de alto?

NOTA.—Las respuestas á los problemas 5º y 6º deben ser en piés cuadrados y partes duodecimales de pié cuadrado, y la respuesta al 7º problema debe ser en piés cúbicos y partes duodecimales de pié cúbico. (Art. 459).

462. Division de Duodecimales.

8. Dividir 87 piés 6' 2" 4''' entre 13 piés 7' 8".

PROCEDIMIENTO:

<i>Dividendo.</i>	<i>Divisor.</i>
87 piés 6' 2" 4'''	) 13 piés 7' 8"
81 " 10'	6 piés 5'
5 piés 8' 2" 4'''	
5 " 8' 2" 4'''	

El procedimiento es la inversa del de la multiplicacion. Por conveniencia para la multiplicacion, colóquese el divisor á la derecha del dividendo, y los términos del cociente debajo de los del divisor.

9. Dividir 62 piés 11" 3''' entre 8 piés 6' 9".

10. Multiplicar 10 piés 5' 8" por 3 piés 10' y dividir el producto entre 5 piés 2' 10".

Permutaciones.

463. Permutaciones son los cambios de órden que un número de objetos puede sufrir, entrando cada objeto solo una vez en cada resultado.

464. El diagrama de la derecha demuestra el número de permutaciones de 1, 2 y 3 letras.

$$a \left\{ \begin{array}{l} cba \\ bac \\ cab \\ acb \\ abc \end{array} \right.$$

La letra *a* no permite cambiar de órden. La letra

b puede colocarse antes y despues de la letra *a*, dando así *dos* permutaciones (1×2) de dos letras: *b a*, *a b*. La letra *c* puede colocarse antes, entre, y despues de las dos letras *a b*, y lo mismo para *b a*, dando así *seis* permutaciones ($1 \times 2 \times 3$) de tres letras.

Una cuarta letra, como *d*, puede evidentemente ocupar *cuatro* posiciones diferentes en cada una de las seis combinaciones de estas letras, dando así *veinti-cuatro* permutaciones ($1 \times 2 \times 3 \times 4$) de cuatro letras.

De un modo semejante se puede demostrar que *el número de permutaciones de un número cualquiera de objetos es igual al producto continuado de todos los enteros desde 1 hasta el número de objetos dado, inclusive.*

Problemas.

1. En cuántos diferentes órdenes pueden colocarse 6 muchachos en un banco?
2. En cuántos órdenes diferente pueden colocarse todas las letras del alfabeto?
3. Cuántas permutaciones pueden hacerse con los nueve números dígitos?
4. Cuántas combinaciones diferentes de ocho notas cada una pueden hacerse de la octava?

Reglas de Medicion.

465. SUPERFICIES Y LINEAS.

1ª. Para encontrar la área de un rectángulo, *multiplíquese el largo por el ancho.*

2ª. Para encontrar cada lado del rectángulo, *divídase la área por uno de los lados.*

3ª. Para encontrar la área de un triángulo, *multiplíquese la base por la mitad de la altura.*

4ª. Para encontrar la área de un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos, *multiplíquese la mitad de la suma de los dos lados paralelos por la distancia perpendicular entre ellos.*

5ª. Para encontrar la circunferencia de un círculo,

1. *Multiplíquese el diámetro por 3.1416.* O bien,

2. *Dividase la área por un cuarto del diámetro.*

6ª. Para encontrar la área de un círculo.

1. *Multiplíquese el cuadrado del diámetro por .7854.* O bien,

2. *Multiplíquese el cuadrado del radio por 3.1416.*

O bien,

3. *Multiplíquese la circunferencia por la mitad del radio.*

7ª. Para encontrar el diámetro de un círculo, cuya área se conoce, *dividase la área por .7854, y del cociente extráigase la raíz cuadrada.*

8ª. Para encontrar el lado del cuadrado mayor que puede inscribirse en un círculo, *multiplíquese el radio por la raíz cuadrada de 2.*

9ª. Para encontrar un lado del triángulo eqnilátero mayor que puede inscribirse en un círculo, *multiplíquese el radio por la raíz cuadrada de 3.*

10ª. Para encontrar la área de una elipse, conociendo los dos diámetros, *multiplíquese el producto de los dos diámetros por .7854.*

11ª. Para encontrar la superficie de una esfera,

1. *Multiplíquese la circunferencia por el diámetro.*

O bien,

2. *Multiplíquese el cuadrado del diámetro por 3.1416.*

12^a. Para encontrar la superficie completa de un prisma recto ó cilindro recto, *multiplíquese el perímetro ó circunferencia de la base por el alto, y agréguese al producto la superficie de las dos bases.*

13^a. Para encontrar la superficie convexa de una pirámide ó cono, *multiplíquese el perímetro ó circunferencia de la base por la mitad del alto, tomado oblicuamente.*

14^a. Para encontrar la hipotenusa de un triángulo rectángulo, *extráigase la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los otros dos lados.*

15^a. Para encontrar la base ó la perpendicular de un triángulo rectángulo, *extráigase la raíz cuadrada de la diferencia entre el cuadrado de la hipotenusa y el cuadrado del otro lado.*

466. VOLÚMEN DE LOS SÓLIDOS.

1^a. Para encontrar el volúmen de un sólido rectangular, *multiplíquese el largo por el ancho y el alto.*

2^a. Para encontrar cada dimension de un sólido rectangular, *divídase el volúmen por el producto de las otras dos dimensiones.*

3^a. Para encontrar el volúmen de un cilindro, *multiplíquese la área de la base por la altura.*

4^a. Para encontrar el volúmen de una esfera,

1. *Multiplíquese el cubo del diámetro por .5236.*
O bien,

2. *Multiplíquese la superficie por un tercio del radio.*

5^a. Para encontrar el volúmen de un cono ó pirámide, *multiplíquese la área de la base por un tercio de la altura.*

6^a. Para encontrar el volúmen de un tronco de cono ó pirámide, á la suma de las áreas de las dos bases, agréguese la raíz cuadrada de sus productos, y multiplíquese el resultado por un tercio de la altura.

7^a. Para medir trozos de madera, tablones, vigas, etc.; para medir mesas, encuéntrese el número de piés cuadrados en una superficie, y multiplíquese el resultado por el grueso en pulgadas.

Nota del Traductor.—Todas estas dimensiones deben tomarse con arreglo al sistema métrico decimal, puesto que ya lo tenemos en práctica, del mismo modo que pueden cambiarse los datos de la mayor parte de los problemas que contiene esta Aritmética, lo cual queda librado al Profesor del ramo, que lo hará sin gran trabajo.

ERRATAS.

En la página 34, el numerador del quebrado del primer ejemplo debe leerse así: $4 \times 7 \times 9 \times 12$.

En la página 35, al terminar la explicacion del procedimiento para cancelar debe leerse así: $32 \div 27 = 1 \frac{5}{27}$.



