E. COLOMBO LEONI

NOCIONES DE GEOMETRIA

BIBLIOTECA INFANTIL
DE INSTRUCCION PRIMARIA

GEOMETRIA

PARA LAS CLASES ELEMENTALES

POR

EDUARDO COLOMBO LEONI

BUENOS-AIRES
ANGEL ESTRADA Y Cia EDITORES
CALLE BOLIVAR 466

BIBLIOTECA INFANTIL DE INSTRUCCIÓN PRIMARIA

NOCIONES

DE

GEOMETRÍA

POR

EDUARDO COLOMBO LEONI
DIRECTOR DEL COLEGIO LUPPI

DÉCIMOCTAVA EDICIÓN

ANGEL ESTRADA Y CÍA. — EDITORES
466 — Calle Bolivar — 466
BUENOS AIRES

GEOMETRÍA

1 — Todo cuerpo ocupa una porción de espacio. El espacio ocupado por un cuerpo se llama *extensión*.

La *Geometría* es la ciencia que trata de la extensión.

2 — La extensión ó volumen de un cuerpo se considera bajo tres dimensiones, que son *longitud* ó largo, *latitud* ó ancho y *altura*, profundidad ó grueso.

3 — El límite de un cuerpo se llama su *superficie*.

La superficie se considera bajo dos dimensiones: *largo* y *ancho*.

4 — La superficie de los cuerpos presenta varias formas ó figuras: el límite de estas figuras se llama *línea*.

La línea tiene una sola dimensión, que es la *longitud*.

El límite ó extremos de la línea se llama *punto*.

5 — El *punto* no se puede representar desde que no tiene ninguna extensión y sólo podemos

imaginarlo como el principio ó fin de una línea ó lo que la determina.

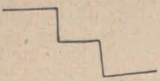
6 — La medida de la extensión, en la línea se llama *longitud*, en la superficie se llama *área* y en los cuerpos *volumen*.

7 — La línea se considera como una sucesión de puntos y puede ser: *recta*, *curva*, *mixta* ó *quebrada*.

8 — *Línea recta* es la distancia más corta que media entre dos puntos, ó la que tiene sus puntos en una misma dirección.

Línea curva es aquella cuyos puntos varían constantemente de dirección.

Línea mixta es la combinación de rectas y curvas.



Línea quebrada es la combinación de dos ó más rectas.

9 — La línea recta, según su posición, puede ser: *vertical*, *horizontal* ó *inclinada*.

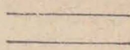
Es *vertical* la que sigue la misma dirección del hilo á plomo, ó sea de arriba abajo.

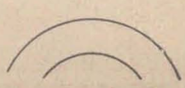
Horizontal es la que tiene la dirección del agua estancada.

Oblicua o *inclinada* es la que no es vertical ni horizontal.

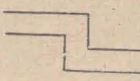
10 — *Líneas paralelas* son dos ó más líneas que se conservan constantemente á la misma distancia una de otra.

Según las líneas de que estén formadas, las paralelas pueden ser:

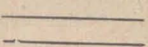
Rectas............ 

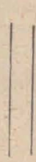
Curvas........... 

Mixtas............ 

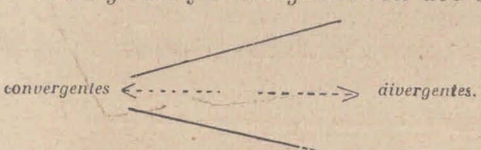
Quebradas........ 

Por sus posiciones, las paralelas rectas pueden ser:

Horizontales....... 

Verticales....   *Inclinadas.*

11 — *Divergentes* y *convergentes* son dos ó más

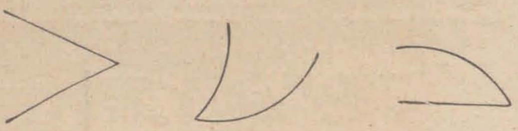


líneas que, prolongadas por un lado, siguen alejándose y por el ótro siguen acercándose hasta encontrarse formando ángulo.

12 — *Ángulo* es, pues, el espacio indefinido comprendido entre dos líneas que se encuentran en un punto.

Las líneas que lo forman se llaman lados, y el punto de unión, *vértice* del ángulo.

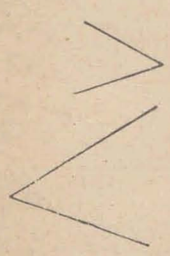
El ángulo, respecto á sus lados, puede ser:



rectilíneo *curvilíneo* *mixtilíneo*

según que esté formado por dos líneas rectas, por dos líneas curvas ó por una recta y una curva.

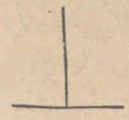
13 — La magnitud del ángulo no depende de la longitud de sus lados, sino de la mayor ó menor abertura que tienen.



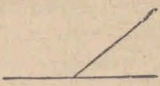
Así, llamamos iguales dos ó más ángulos cuyos lados tienen la misma abertura, aunque de diferente longitud.

14 — Una recta que cae sobre ótra, formando dos ángulos iguales, se llama

perpendicular, y la que al caer sobre ótra forma



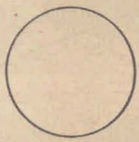
Perpendicular.



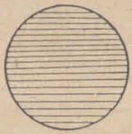
Oblicua.

dos ángulos desiguales, se llama oblicua ó inclinada.

15 — *Circunferencia* es una línea curva cerrada, cuyos puntos están todos á igual distancia de otro interior, llamado *centro*.



Circunferencia.

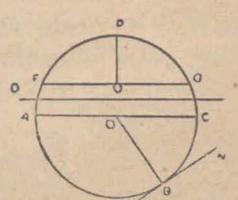


Circulo.

Círculo es el espacio comprendido dentro de la circunferencia.

16—*Diámetro* es la recta que, pasando por el centro, termina en la circunferencia y divide al círculo y la circunferencia en dos partes iguales.

Radio es la mitad del diámetro, ó sea la recta que, empezando en el centro, termina en la circunferencia.



A - B, diámetro.
O - C, radio
D - E, secante
F - G, cuerda.
Q - P, sagita.
M-N, tangente.
F-D-G, arco.

17 — *Cuerda* es una recta que divide al círculo y á la circunferencia en dos partes desiguales.

Arco es una porción de circunferencia determinada por los extremos de una cuerda.

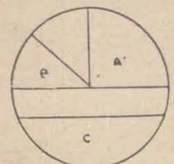
Sagita ó *flecha* es la recta que divide al arco y la cuerda en dos partes iguales.

Tangente es la recta que toca en un solo punto á la circunferencia.

Secante es una cuerda prolongada más allá de la circunferencia.

18 — *Semicírculo* es la mitad del círculo.

Cuadrante es la cuarta parte del círculo (A).

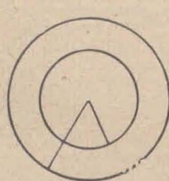


Sector, el espacio comprendido entre dos radios y su arco (B).

Segmento es la parte del círculo comprendido entre la cuerda y su arco (C).

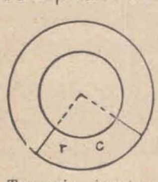
19 — *Circunferencias concéntricas* son las que tienen el mismo centro y distinto radio.

Corona ó *anillo* es el espacio comprendido dentro de dos circunferencias concéntricas.



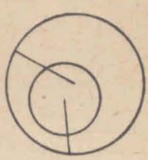
Circunferencias concéntricas.

Trapecio circular es la parte de corona comprendida entre dos radios de un mismo círculo (TC).



Trapecio circular.

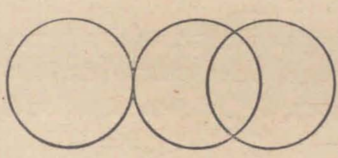
20 — *Circunferencias excéntricas* son las que están úna dentro de ótra con diferente centro y radio.



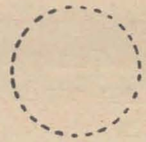
Circunferencias excéntricas.

Circunferencias tangentes son las que se tocan en un punto.

Circunferencias secantes son las que se tocan en dos puntos.



tangentes secantes



360°

21 — Toda circunferencia se considera dividida en 360 partes iguales, que se llaman *grados;* cada grado se divide en 60 partes ó *minutos* y cada minuto se divide en 60 *segundos.*

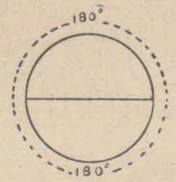
Los *grados* se indican con un pequeño cero puesto en la parte superior y á la derecha del número; ejemplo: 35° se lee 35 grados.

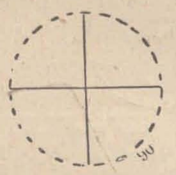
Los *minutos* se indican con una rayita puesta en la parte superior y á la derecha del número; ejemplo: 15′ se lee 15 minutos; y los *segundos* se indican con dos rayitas: 18″ se lee 18 segundos.

Así es que 35°, 15′ y 18″ se leerá: 35 grados, 15 minutos y 18 segundos.

22 — El diámetro divide á la circunferencia en

dos partes iguales, es decir, que la semicircunferencia tendrá la mitad de 360° ó sea 180°.

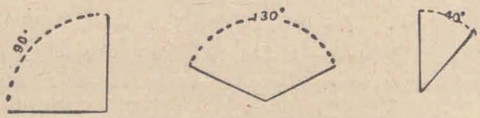




Dos diámetros trazados en cruz, es decir, uno perpendicular al ótro, forman cuatro ángulos iguales; por lo tanto, cada cuadrante medirá la cuarta parte de 360° ó sea 90° ($90 \times 4 = 360$).

23 — Un cuadrante es un ángulo recto cerrado por un arco de 90°, de donde se deduce que un ángulo recto es aquel cuyos lados son perpendiculares entre sí, ó el que tiene una abertura de 90°.

ÁNGULOS



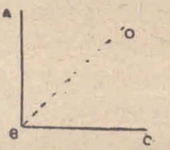
recto obtuso agudo

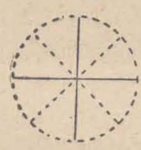
Se llama *obtuso* el ángulo cuyo arco correspondiente es mayor de 90°.

Se llama *agudo*, si su arco correspondiente es menor de 90°.

24 — Llámase *bisectriz* la recta que divide al ángulo en dos partes iguales: la recta A B es la bisectriz del ángulo C A D.

Si se traza una bisectriz á cada uno de los cua-

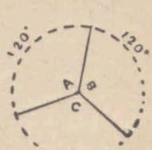




tro ángulos rectos formados por dos diámetros que se cortan perpendicularmente, tendremos 8 ángulos agudos é iguales.

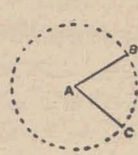
Cada uno medirá la mitad de 90°, ó sea: 90 : 2 = 45°; pero todos juntos valdrán siempre 360° (45 × 8 = 360).

25 — Cualquier número de ángulos que se tracen al rededor de un punto, su valor será siempre de 360°, igual á 4 ángulos rectos.



Llámanse ángulos *consecutivos* los que tienen un lado común, un mismo vértice y sus otros lados no en línea recta. Los ángulos A B y C son *consecutivos*.

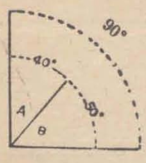
26 — El ángulo se considera siempre formado por dos radios (A B y A C), y su magnitud se aprecia por el número de grados que mide su arco correspondiente (B C).



Dos ángulos son *complementarios* cuando, sumados, dan 90°; es decir, cuando equivalen juntos á un ángulo recto.

27 — Se llama *complemento* de un ángulo lo que le falta para valer un ángulo recto.

Los ángulos A y B son complementarios: el ángulo A es *complemento* de B y el ángulo B es *complemento* de A.

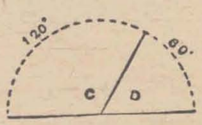


El complemento de un ángulo se halla restando de 90° los grados que mide.

Ejemplo:

90 — 50 = 40°
90 — 40 = 50°

28 — Dos ángulos son *suplementarios* cuando, sumados, valen 180°; es decir, cuando equivalen juntos á dos ángulos rectos.



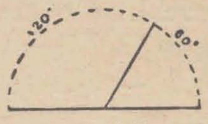
Se llama *suplemento* de un ángulo lo que le falta para valer 180°, ó sea dos ángulos rectos.

Los ángulos C y D son *suplementarios:* el ángulo C es *suplemento* de D y el ángulo D es respectivamente *suplemento* del ángulo C.

El suplemento de un ángulo se halla restando de 180° los grados que mide.

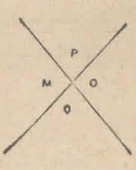
Ejemplo: 180° — 120 = suplemento 60°.

29 — Se llaman ángulos *adyacentes* dos ángulos que tienen un mismo vértice, un lado común y los ótros en línea recta.

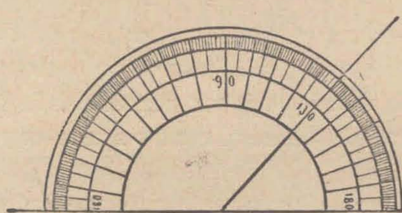


Dos ángulos adyacentes son *suplementarios*; por lo tanto, la suma de ellos equivale á 180° ó sea á dos ángulos rectos.

30 — Llámanse ángulos *opuestos por el vértice* cuando los lados de úno son prolongación de los lados del ótro. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales. Los ángulos M y O son opuestos por el vértice, así como los ángulos P y Q.



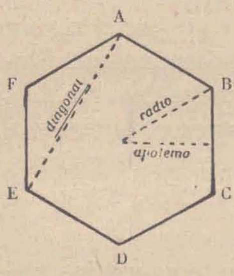
31 — Los ángulos se miden con un instrumento llamado *semicírculo graduado, transportador* ó *graduador*, que está dividido en 180°.



Se coloca éste de manera que su centro corresponda exactamente al vértice del ángulo, á la vez que su diámetro siga uno de los lados del ángulo que se quiere medir; el otro lado señalará como una aguja de reloj, en la graduación del semicírculo, el número de grados y minutos del ángulo dado.

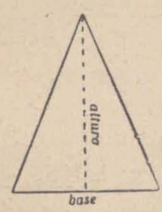
32 — *Figura plana* es todo espacio cerrado por líneas.

Polígono es la figura cerrada por líneas rectas.



Lado es cada una de las rectas de que están formados los polígonos (A B, B C, etc.).

Base es el lado que más se acerca á la línea horizontal y sobre el cual se considera que descansan ó insisten los polígonos.



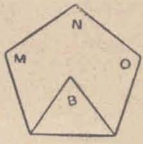
Altura es una perpendicular bajada desde el punto más elevado á la base ó á su prolongación.

Apotema de un polígono regular es la perpendicular trazada desde el centro á uno cualquiera de sus lados.

33 — *Diagonal* es la recta que une dos vértices no inmediatos.

Radio de un polígono regular es la recta trazada desde el centro de un polígono al vértice de uno de los ángulos.

Ángulos internos de un polígono son los que forman sus lados al juntarse de dos en dos (M N O).



Ángulo central de un polígono es el formado por radios trazados desde el centro del polígono á dos vértices consecutivos ó inmediatos (B).

Vértice de un polígono es el punto de unión de dos lados.

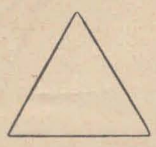
34 — Con relación al número de sus lados, los polígonos se denominan:

Triángulos.	si	tienen	3	lados
Cuadriláteros	»	»	4	»
Pentágonos	»	»	5	»
Hexágonos	»	»	6	»
Heptágonos	»	»	7	»
Octógonos	»	»	8	»
Eneágonos	»	»	9	»
Decágonos	»	»	10	»
Undecágonos	»	»	11	»
Dodecágonos	»	»	12	»
Pentadecágonos	»	»	15	»
Icoságonos	»	»	20	»

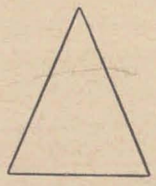
Todos los demás toman el nombre del número de sus lados, como polígono de 13 lados, polígono de 25 lados, etc.

35 — Los *triángulos*, con relación á sus lados, pueden ser:

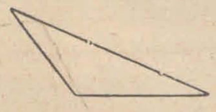
Equilátero, si tiene los tres lados iguales.



Equilátero.



Isósceles.



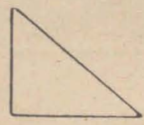
Escaleno.

Isósceles, si sólo dos lados son iguales.

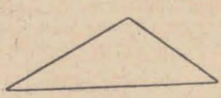
Escaleno, si los tres lados son desiguales.

36 — Con respecto á sus ángulos, los triángulos se dividen en:

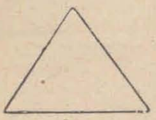
Rectángulo, si tiene un ángulo recto.



Rectángulo.



Obtusángulo.

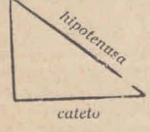


Acutángulo.

Obtusángulo, si tiene un ángulo obtuso.

Acutángulo, si los tres ángulos son agudos.

En el triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa*, y los otros dos lados se llaman *catetos*.



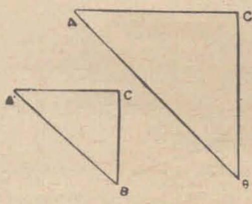
37 - En todo triángulo, la suma de sus tres

angulos es igual á dos ángulos rectos ó sea á 180°.

Triángulos iguales son aquellos que tienen sus lados y sus ángulos respectivamente iguales.

Triángulos semejantes son los que tienen sus ángulos respectivamente iguales y los lados proporcionales.

Lados *homólogos* de dos ó más triángulos semejantes son los lados opuestos á ángulos iguales.

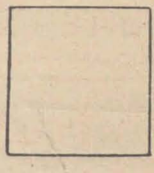


A B y A′B′ son homólogos.
A C y A′C′ » »
B C y B′C′ » »

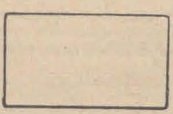
38—Los *cuadriláteros* son seis, de los cuales cuatro son paralelogramos, y dos no paralelogramos.

Los paralelogramos son:

El *cuadrado*, que tiene todos sus lados y ángulos iguales.



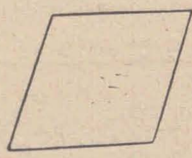
Cuadrado.



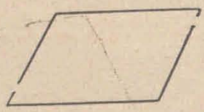
Rectángulo.

Cuadrilongo ó rectángulo, que tiene los lados opuestos paralelos é iguales, y los ángulos rectos.

Rombo es un cuadrado sesgado; por consiguiente, todos sus lados son iguales; y los ángulos opuestos, dos agudos y dos obtusos.



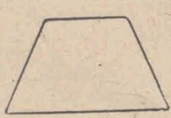
Rombo



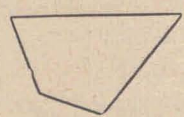
Romboide

Romboide, es un cuadrilongo sesgado, pues sus lados opuestos son paralelos é iguales; y sus ángulos, dos agudos y dos obtusos.

39—Los cuadriláteros no paralelogramos son: El *trapecio*, que tiene sólo dos lados paralelos.



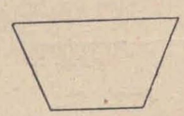
Trapecio.



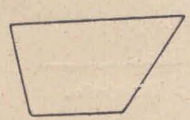
Trapezoide.

El *trapezoide*, que tiene todos sus lados desiguales, y ninguno paralelo.

40—El trapecio se llama *isósceles* ó regular, cuando sus lados no paralelos son iguales.



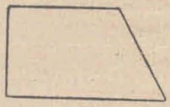
Trapecio isósceles.



Trapecio escaleno.

Llámase *escaleno* ó irregular, el trapecio cuyos lados no paralelos son desiguales.

Llámase trapecio *rectángulo*, cuando uno de

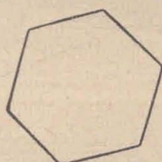


los lados no paralelos es perpendicular á las bases.

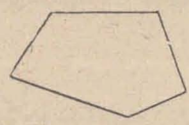
En todo cuadrilátero la suma de sus ángulos es igual á cuatro ángulos rectos.

41 — Los demás polígonos (pentágonos, hexágonos, etc.), sólo se dividen en regulares é irregulares.

Son *polígonos regulares*, si todos sus lados y ángulos son iguales.



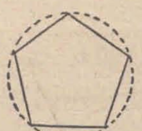
Regular.



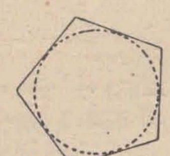
Irregular.

Son *polígonos irregulares*, todos aquellos que no sean regulares.

Llámase *inscripto* al polígono cuyos lados son cuerdas de una circunferencia.



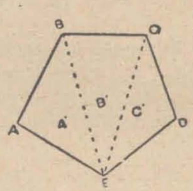
Inscripto.



Circunscripto.

Llámase *circunscripto* al polígono cuyos lados son tangentes á la circunferencia.

42 — Trazando desde uno de los vértices de un polígono diagonales á todos los demás, el polígono resultará dividido en tantos triángulos como lados tiene, menos dos, y como la suma de los ángulos de un triángulo es igual á 2 rectos, se deduce que el valor de los ángulos internos de un polígono es igual á tantas veces 2 rectos como lados tiene, menos dos.



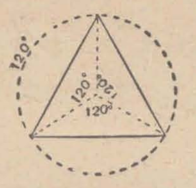
Los ángulos del triángulo	$A' = 2$ rectos	
» »	$B' = 2$ »	
» »	$C' = 2$ »	
	$= 6$ rectos	

El polígono A B C D E tiene 5 lados.

$$5 - 2 = 3 \times 2 = 6 \text{ rectos.}$$

43 — El valor de los ángulos centrales de un polígono es siempre igual á 360°, es decir, á 4 rectos.

En los polígonos regulares los ángulos centrales son iguales; por lo tanto, para hallar el valor de uno bastará dividir los 360°, que es el valor de todos, por el número de lados que tiene el polígono.



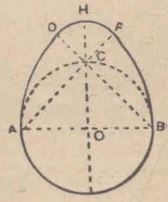
360° : 3 = 120°, valor del ángulo central.

44 — Dos ó más figuras son *iguales* si tienen la misma forma y la misma extensión.

Ejemplo: Los círculos de igual radio, los polígonos regulares de un mismo número de lados é igual apotema, son figuras iguales.

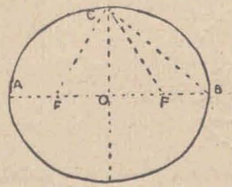
Son *semejantes*, si tienen igual forma, pero distinta extensión; como dos ó más círculos de diferentes radios, dos ó más cuadrados de diferentes lados.

Son equivalentes cuando tienen diferente forma, pero igual extensión. Ejemplo: un triángulo de la misma base, pero de doble altura de un cuadrado, es equivalente á dicho cuadrado.

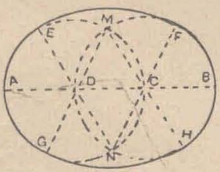


45 — El *ovoide* es una curva cerrada más alta que ancha y parecida al perfil de un huevo

La *elipse* es una curva cerrada como una circunferencia sesgada ó achatada.



Elipse.



Óvalo.

El *óvalo* es una falsa elipse representada por una línea curva más larga que ancha, formada por cuatro arcos de círculo.

La línea curva cerrada se llama *periferia*, excepto la del que forma el círculo, que se llama circunferencia.

SEGUNDA PARTE

Área de las figuras.

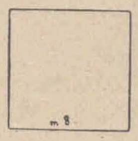
46 — *Superficie* es la extensión considerada bajo dos dimensiones: longitud y latitud.

Llámase *plano* ó *superficie plana* la cara de un cuerpo en la cual se puede sentar una línea recta en toda dirección.

Medir una superficie es compararla con otra conocida que sirve de unidad, como el m^2 ó uno de sus múltiplos ó submúltiplos

Área de las figuras rectilíneas.

47 — Para hallar el área ó superficie de un cuadrado, se multiplica el lado por sí mismo.



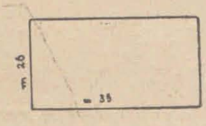
EJEMPLO. — Hallar el área de un cuadrado de m. 8 de lado:

m. $8 \times 8 = 64$ m^2 (área del cuadrado).

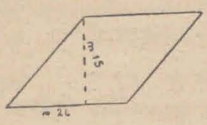
48 — Para hallar el área de los demás parale-

logramos, cuadrilongo, rombo y romboide se multiplican sus dos dimensiones, es decir, el largo por el ancho, ó la base por la altura, ó el frente por el fondo, según como se considere la figura.

Ejemplo 1.º — Hallar el área de un cuadrilongo de m. 35 de fondo por m. 26 de frente:



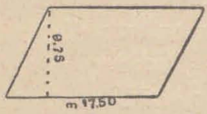
m. 35 $\times$ 26 = 910 m² (área).



Ejemplo 2.º — Hallar la superficie de un rombo cuyas dimensiones son de m. 15 y m. 24:

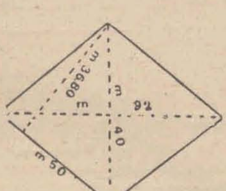
m. 24 $\times$ 15 = 360 m² (superficie).

Ejemplo 3.º — Hallar el área de un romboide de m. 17,50 de base por m. 9,75 de altura:



m. 17,50 $\times$ 9,75 = m² 170,6250 cm² (área).

49 — La superficie de un rombo se puede hallar también multiplicando entre sí sus dos diagonales, y el producto dividiéndolo por 2.



Ejemplo 1.º — Hallar el área de un rombo cuyas diagonales miden m. 92 y m. 40:

m. 92 $\times$ 40 = m² 3680

m. 3680 : 2 = m² 1840 (superficie).

Ejemplo 2.º — Hallar el área del mismo rombo cuya base es de m. 50 y la altura de m. 36,80:

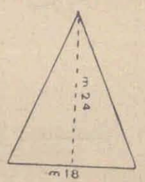
m. 36,80 $\times$ 50 = m² 1840 (superficie).

50 — El área de un triángulo se puede hallar de tres modos diferentes:

1.° Multiplicando la base por la mitad de la altura.

2.° Multiplicando la altura por la mitad de la base.

3.° Dividiendo por 2 el producto de la base por su altura.



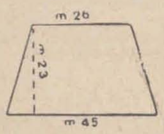
EJEMPLO.—Hallar el área de un triángulo de 18 metros de base y 24 metros de altura:

1.° m. 24 : 2 = m. 12 (mitad de la altura)
» 18 × 12 = m² 216 (superficie)

2.° m. 18 : 2 = m. 9 (mitad de la base)
» 24 × 9 = m² 216 (superficie)

3.° m. 24 × 18 = m² 432 (prod. de la base por la altura)
m² 422 : 2 = m² 216 (superficie)

51 — Para hallar la superficie de un trapecio se multiplica la suma de las bases por la mitad de la altura, ó la semisuma de las bases por toda la altura.

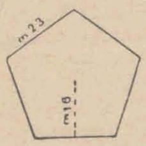


EJEMPLO. — Hallar el área de un trapecio de 23 metros de altura y cuyas bases miden 45 y 26 metros:

1.° m. 45 + 26 = m. 71 (suma de las bases)
» 23 : 2 = » 11.50 (mitad de la altura)
» 71 × 11.50 = m² 816.50 (superficie)

2.° m. 45 $+$ 26 $=$ m. 71 (suma de las bases)
» 71 : 2 $=$ » 35.50 (semisuma de las bases)
» 35,50 $\times$ 23 $=$ m^2 816.50 (superficie)

52 — Para hallar la superficie de un polígono regular se multiplica el perímetro por la mitad de su apotema.

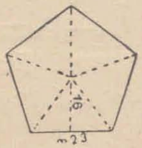


Ejemplo.—Hallar la superficie de un pentágono regular de 23 metros de lado y 16 metros de apotema:

Lado: m. 23 $\times$ 5 $=$ m. 115 (perímetro)
Apotema: » 16 : 2 $=$ m. 8 (mitad apotema)
» 115 $\times$ 8 $=$ m^2 920 (superficie)

53 — Todo polígono regular se puede descomponer en tantos triángulos como lados tiene, uniendo el centro del polígono con todos sus vértices.

Los triángulos así obtenidos tienen por base un lado del polígono y por altura su apotema.

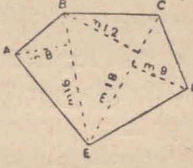


De donde podemos deducir que el área del polígono se halla también multiplicando, por el número de lados que tiene, el producto de su lado por la mitad de su apotema.

Ejemplo:

m 16 : 2 $=$ m. 8 (mitad de la apotema)
» 23 $\times$ 8 $=$ m^2 184 (área de un triángulo)
» 184 $\times$ 5 $=$ m^2 920 (área del polígono)

54 — Para hallar el área de un polígono irregular se divide éste por medio de diagonales en otros tantos triángulos[1]; se halla separadamente el área de cada uno de ellos, y luego se suman.



EJEMPLO. — Hallar el área del polígono A B C D E, cuyas dimensiones indica la figura misma.

1.° Triángulo A B E

m. 16 : 2 = m 8 (mitad de la base)
m. 8 × 8 = m² 64 (área del 1.^er triángulo)

2.° Triángulo B C E

m. 18 : 2 = 9 (mitad de la base)
» 12 × 9 = m² 108 (área del 2.° triángulo)

3.° Triángulo C D E

m. 18 : 2 = m 9 (mitad de la base)
» 9 × 9 = m² 81 (área del 3.^er triángulo)
n² 64 + m² 108 + m² 81 = m² 253 (área del polígono)

Área de las figuras curvilíneas.

CÍRCULO

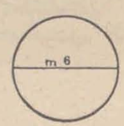
55 — Dividiendo cualquier circunferencia por su diámetro, el cociente será siempre igual á 3,1416. Por lo que se dice que la razón constante

[1] Ú otras figuras fáciles de medir.

entre la circunferencia y su diámetro es de 3,1416 (léese tres, catorce, diez y seis) que se representa con la letra griega π, que se pronuncia *pí.*

Si se conoce el diámetro, se hallará su circunferencia multiplicándolo por 3,1416; y si se conoce la circunferencia, se hallará el diámetro dividiéndola por 3,1416.

56 — Para hallar la superficie de un círculo se multiplica la circunferencia por la mitad del radio.



Ejemplo 1.° — Hallar el área de un círculo, cuyo diámetro es de m. 6:

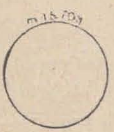
3,1416 × 6 = m. 18,8496 (circunferencia)

el radio es la mitad del diámetro, por lo que el medio radio será la cuarta parte:

6 : 4 = m. 1,50 (medio radio)

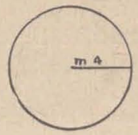
m. 18,8496 × 1,50 = m^2 28,2744 (área del círculo).

Ejemplo 2.° — Hallar el área de un círculo cuya circunferencia es de metros 15,708.



m. 15,708 : 3,1416 = m. 5 (diámetro)
m. 5 : 4 = m. 1.25 (medio radio)
m. 15,708 × 1,25 = m^2 19,6350 cm^2 (área del círculo).

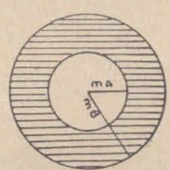
Ejemplo 3.° — Hallar el área de un círculo de 4 m. de radio:



m. 4 : 2 = m. 2 (medio radio)
m. 4 × 2 = m. 8 (diámetro)
m. 8 × 3,1416 = m. 25,1328 (circunferencia)
m. 25,1328 × 2 = m² 50,2656 (área del círculo).

57 — El área de la corona circular es la diferencia entre los dos círculos concéntricos, es decir, se halla el área del círculo mayor y de ésta se resta la superficie del círculo menor.

Ejemplo. — Hallar el área de una corona circular cuyos radios son respectivamente de m. 6 y de m. 4.



ÁREA DEL CÍRCULO MAYOR

m. 6 : 2 = m. 3 (medio radio)
» 6 × 2 = m. 12 (diámetro)
» 12 × 3,1416 = m. 37,6992 (circunferencia)
» 37,6992 × 3 = m² 113,0976. (superficie)

ÁREA DEL CÍRCULO MENOR

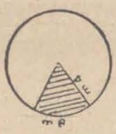
m. 4 : 2 = m. 2 (medio radio)
» 4 × 2 = m. 8 (diámetro)
» 8 × 3,1416 = m. 25,1328 (circunferencia)
» 25,1328 × 2 = m² 50,2656 (superficie)

ÁREA DE LA CORONA CIRCULAR

m² 113,0976 — m² 50,2656 = m² 62,8320.

58 — Para hallar la superficie de un sector se multiplica la longitud de su arco por la mitad del radio ó la mitad del arco por el radio (lo mismo que en el triángulo, considerando al arco como la base).

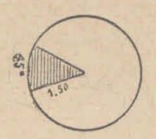
EJEMPLO. — Hallar el área de un sector de m. 6 de arco y m. 4 de radio:



1.° m. 6 : 2 = m. 3 (mitad del arco)
» 4 × 3 = m² 12 (superficie)
2.° m. 4 : 2 = m. 2 (mitad del radio)
» 6 × 2 = m² 12 (superficie)

59 — Si el arco estuviera expresado en grados, se halla el área del círculo y ésta se multiplica por los grados del arco y el producto se divide por 360 (que son los grados de un círculo).

Ejemplo. — Hallar el área de un sector de m. 1,50 de radio y cuyo arco correspondiente es de 45°:



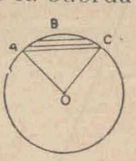
m. 1,50 : 2 = m. 0,75 (medio radio)
» 1,50 × 2 = » 3 (diámetro)
» 3 × 3,1416 = 9,4248 (circunferencia)
» 9,4248 × 0.75 = m² 7,0686 (área del círculo)

$$\left(\frac{7{,}0686 \times 45}{360} = \frac{7{,}0686 \times 5}{40} = \frac{7{,}0686}{8}\right)$$

$$\text{m. } \frac{7{,}0686}{8} = \text{m}^2\ 0{,}8835 \text{ (área del sector)}$$

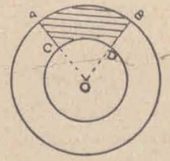
60. — Se ha multiplicado el área del círculo por los grados del arco y dividido por los grados de la circunferencia, resultando en este caso la superficie del sector igual á la octava parte del área del círculo; y efectivamente, un arco de 45° es la octava parte de la circunferencia.

61 — Para hallar el área de un segmento circular, se resta del área del sector formado por los radios que señalan las extremidades de la cuerda, el área del triángulo que queda entre la cuerda y los radios.



Se halla el área del sector A B C O y de ésta se resta el área del triángulo A C O.

62 — Para hallar el área del trapecio circular se resta de la superficie del sector mayor el área del sector menor.



Se halla el área del sector A B O, y de ésta se resta la superficie del sector C D O, y se obtendrá el área del trapecio circular.

CUERPOS SÓLIDOS

63 — Llámase *sólido* todo cuerpo considerado bajo sus tres dimensiones: longitud, latitud y altura ó profundidad.

Los sólidos limitados sólo por caras planas, se llaman *poliedros*.

Llámanse *cuerpos redondos*, los sólidos determinados por una superficie curva, ó parte curva y parte plana.

Poliedros.

64 — *Caras* del poliedro son los planos que lo determinan.

El límite de las caras forman las *aristas* ó lados de las caras.

Los extremos de las aristas se llaman *vértices*.

65 — Ángulo *diedro* es e espacio indefinido comprendido entre dos planos que se cortan.

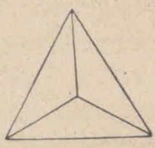
Ángulo *poliedro* es el espacio comprendido entre tres ó más planos que se cortan en un mismo punto ó vértice.

66 — Hay poliedros regulares é irregulares.

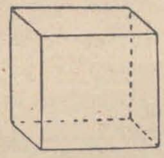
Son regulares, los poliedros limitados por polígonos regulares é iguales y que tienen sus ángulos poliedros también iguales; los demás son irregulares.

Los poliedros regulares son los cinco siguientes: *tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro* é *icosaedro*.

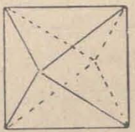
67 — El *tetraedro* está formado por 4 triángulos equiláteros é iguales.



Tetraedro.



Hexaedro ó cubo.

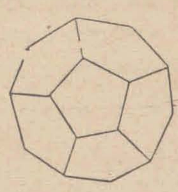


Octaedro

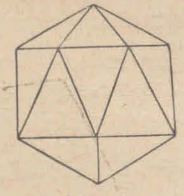
El *hexaedro* ó *cubo* está terminado por 6 cuadrados iguales.

El *octaedro* tiene 8 triángulos equiláteros é iguales.

68—El *dodecaedro* se compone de 12 pentágonos regulares é iguales.



Dodecaedro.



Icosaedro.

El *icosaedro* está formado por 20 triángulos equiláteros é iguales.

69—Se llama superficie *lateral* del poliedro el área de sus caras laterales, y *superficie total* la suma de las áreas de todas sus caras.

De los poliedros irregulares son de notarse los *prismas* y las *pirámides*.

Prismas.

70—Se llama *prisma* al poliedro que tiene por bases dos polígonos iguales y paralelos, y lateralmente está terminado por tantos paralelogramos, cuantos lados tienen los polígonos de las bases. *Altura* del prisma es la distancia que hay entre sus bases.

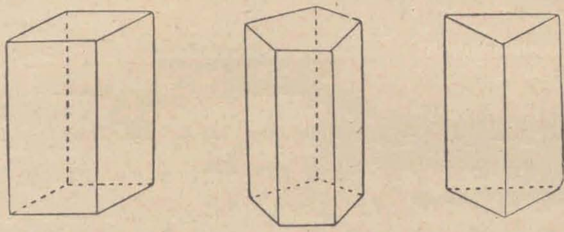
Hay prismas *regulares*[1] é *irregulares*.

Son regulares los prismas rectos que tienen

[1] No confundir poliedro regular con prisma regular, pues éste, si como prisma es regular, como poliedro es irregular.

por base polígonos regulares: los demás son irregulares.

71 — El prisma puede ser *triangular*, *trapecial*, *pentagonal*, etc., según tenga por base un *triángulo*, un *trapecio*, un *pentágono*.



Paralelepípedo.

El cubo es también un prisma, cuyas aristas son iguales, é iguales son los ángulos poliedros.

El prisma que tiene por base un paralelogramo se llama *paralelepípedo*.

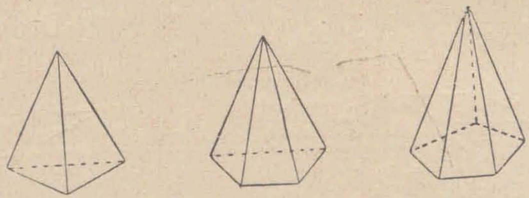
Pirámides.

72 — Se llama *pirámide* á un poliedro que tiene por base un polígono y está terminado lateralmente por triángulos.

Vértice ó *cúspide* es el punto más elevado de la pirámide.

Altura de la pirámide es la perpendicular bajada desde el vértice á la base.

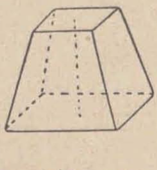
Altura de las caras laterales ó *apotema* de la pirámide es la perpendicular bajada desde el vértice sobre uno de los lados del polígono de base (altura del triángulo lateral).



73 — La *pirámide* toma el nombre del polígono de su base; así, llámase pirámide *triangular*, *cuadrangular*, *pentagonal*, etc., según la figura que tiene por base.

74 — Hay pirámides *regulares* é *irregulares*. Son regulares las que tienen por base un polígono regular y todas sus aristas laterales son iguales; las demás son irregulares.

75 — Llámase pirámide *truncada* la porción ó trozo de pirámide comprendida entre la base y un plano que corta todas las aristas laterales.



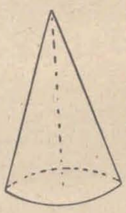
El *tetraedro* es también una pirámide triangular, cuyas aristas son iguales y sus ángulos poliedros también iguales.

76 — En la pirámide truncada las caras laterales son *trapecios isósceles.*

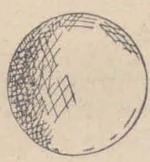
Altura es la distancia que hay entre las dos bases, y apotema de la pirámide truncada es la misma del trapecio lateral.

Cuerpos redondos.

77 — Llámanse *cuerpos redondos* los terminados en todo ó en parte por una superficie curva, como el *cono*, el *cilindro* y la *esfera.*



Cono.



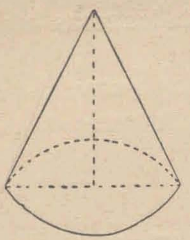
Esfera.

Cilindro.

El *cono* es un cuerpo redondo que tiene por base un círculo y está lateralmente terminado por una superficie curva que acaba en un punto llamado vértice.

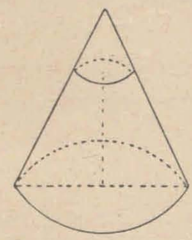
El cono puede considerarse originado por el movimiento de rotación de un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos

78 — *Altura* del cono es la perpendicular bajada desde el vértice á la base.



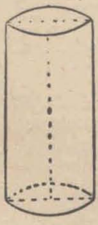
Altura lateral es el lado del cono ó sea la recta que une el vértice con la circunferencia del círculo de base.

El cono puede ser *recto* ú oblicuo: es recto si la perpendicular bajada del vértice cae en el centro del círculo de su base, y oblicuo en el caso contrario.



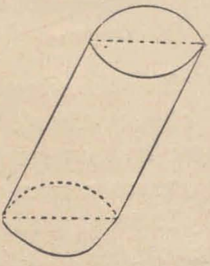
79 — Llámase *cono truncado* el trozo ó porción de cono comprendido entre la base y un plano que lo corta, paralelamente á la base.

80—El *cilindro* es un cuerpo redondo terminado lateralmente por una superficie curva, que une dos círculos paralelos que se llaman bases.



Cilindro recto.

El *cilindro* se considera originado por el movimiento de rotación de un rectángulo sobre uno de sus lados, llamado *eje* del cilindro.



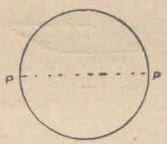
Cilindro oblicuo.

81 —Altura del cilindro es la distancia que media entre sus bases.

Lado del cilindro es la recta trazada en la superficie lateral desde una base á la otra.

El cilindro puede ser *recto* ú *oblicuo:* es recto cuando su eje es perpendicular á la base, y oblicuo en el caso contrario.

82 — La *esfera* es un cuerpo redondo terminado por una superficie curva, cuyos puntos están todos á igual distancia de otro interior llamado centro.



La esfera puede considerarse originada por el movimiento de rotación de un semicírculo sobre su diámetro, que toma el nombre de *eje*, y cuyos extremos se llaman *polos*.

83 — *Radios* de la esfera son las rectas que van del centro á un punto cualquiera de la superficie.

Diámetro es toda recta que une dos puntos de la superficie pasando por el centro.

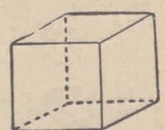
Círculo máximo es el que divide á la esfera en dos partes iguales ó hemisferios.

Círculo menor es el que la divide en dos partes desiguales.

Zona es la parte comprendida entre dos círculos paralelos.

Área y volumen de los cuerpos sólidos.

84 —Para hallar la superficie total de cualquier poliedro regular, se calcula el área de una cara y se multiplica por el número de caras que tiene.



m12

EJEMPLO. — Hallar la superficie de un hexaedro de m. 12 de arista ó lado:

m. $12 \times 12 =$ m^2 144 (área de una cara)
m^2 $144 \times 6 =$ m^2 864 (área del hexaedro).

85 — Para hallar el volumen de un hexaedro ó cubo, se multiplica su arista tres veces por sí misma.

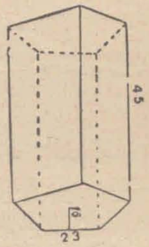
EJEMPLO. — Hallar el área de un cubo de m. 6 de arista:

$(6 \times 6 \times 6) = (36 \times 6) =$ m^3 216 (volumen).

86 — Para hallar el volumen de los demás poliedros regulares se multiplica el área de una cara por un tercio de la apotema del poliedro, y el producto se multiplica por el número de caras que tiene; ó lo que es lo mismo, se multiplica

la superficie del poliedro por un tercio de su apotema.

87 — Para calcular la superficie lateral de un prisma, se multiplica el perímetro del polígono de base por la altura lateral ó apotema.



EJEMPLO. — Hallar la superficie lateral de un prisma pentagonal de 45 m. de altura y cuyo lado del polígono de base es de m. 23:

m. 23 $\times$ 5 = m. 115 (perímetro de la base)
» 115 $\times$ 45 = m² 5175 (superficie lateral).

88 — Para hallar la superficie total de un prisma, se suma á la superficie lateral el área de sus dos bases.

EJEMPLO. — Hallar la superficie total del prisma pentagonal de 45 m. de altura y cuyo polígono de base mide m. 16 de apotema y m. 23 de lado:

lado m. 23 $\times$ 5 = m. 115 (perímetro)
apotema m. 16 : 2 = m. 8 (mitad apotema)
perímetro m. 115 $\times$ 8 = m² 920 (área de una base)
m² 920 $\times$ 2 = m² 1840 (área de las dos bases)
perímetro m 115 $\times$ 45 = m² 5175 (área lateral)
m² 5175 + 1840 = m² 7015 (superficie total).

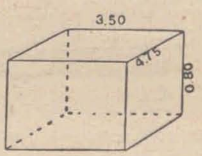
89 — Para calcular el volumen de un prisma,

se multiplica el área de la base por la altura del prisma.

Ejemplo. — Hallar el volumen del mismo prisma pentagonal del ejemplo anterior:

área de la base	m^2	920
altura del prisma	m.	45
		4600
		3680
volumen	m^3	41400

90 — Si el prisma tiene por base un paralelogramo, se llama paralelepípedo; y para hallar su volumen bastará multiplicar sus tres dimensiones (largo por ancho y por altura).



Ejemplo. — Calcular el volumen de un paralelepípedo de m. 4,75 de largo por m. 3,50 de ancho y m. 0,80 de altura.

m. $3{,}50 \times 4{,}75 = m^2\,16{,}6250$ (léase 16 m^2 con 6,250 cent. cuad).

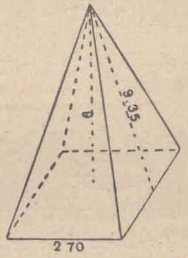
$m^2\,16{,}6250 \times 0{,}80 = m^3\,133.$

R. Volumen del paralelepípedo: m^3 133.

91 — Para hallar la superficie lateral de una pirámide, se calcula el área de un triángulo la-

teral y se multiplica por el número de caras laterales que tiene; ó lo que es lo mismo, se multiplica el perímetro del polígono de la base por la mitad de la apotema[1] de la pirámide.

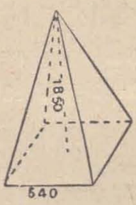
92 — Para hallar la superficie total de una pirámide, se suma á la superficie lateral el área de su base.



Ejemplo. — Hallar la superficie lateral y total de una pirámide cuadrangular de m. 9,35 de apotema y m. 2,70 del lado de la base.

lado $2{,}70 \times 4 =$ m. 10,80 (perímetro de base)
apotema $9{,}35 : 2 =$ m. 4,675 (mitad apotema lateral)
perímetro $10{,}80 \times 4{,}675 = m^2\ 50{,}49$ (área lateral)
lado $2{,}70 \times 2{,}70 = m^2\ 7{,}29$ (área de la base)
$m^2\ 50{,}49 + 7{,}29 = m^2\ 368{,}0721$ (superficie total).

93 — Para calcular el volumen de una pirámide, se multiplica el área de la base por un tercio de su altura.



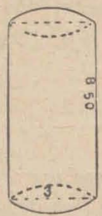
Ejemplo. — Hallar el volumen de una pirámide cuadrangular de m. 18,50 de altura y m. 5,40 de lado de su base:

lado m. $5{,}40 \times 5{,}40 = m^2\ 29{,}16$ (área de la base)
altura m. $18{,}50 : 3 =$ m. 6,16 (tercio de la altura)
base $m^2\ 29{,}16 \times 6{,}16 = m^3\ 179{,}625$ (volumen).

[1] Apotema de una pirámide es la perpendicular bajada desde el vértice á uno de los lados de la base.

94 — Para hallar la superficie lateral de un cilindro, se multiplica la circunferencia de su base por su lado ó altura.

La superficie total del cilindro, se obtiene sumando el área lateral con la superficie de las dos bases.



Ejemplo. — Calcular la superficie lateral y total de un cilindro recto de m. 8,50 de altura y m. 3 de diámetro.

Solución — Toda circunferencia vale 3,1416 veces su diámetro, por lo que.

diámetro m. 3 × 3,1416 = m. 9,4248 (circunferencia)
circunferencia m. 9,4248 × 8,50 = m² 8,1108 (área lateral)
diámetro m. 3 : 4 = m. 0,75 (mitad del radio)
circunfer. m. 9,4248 × 0,75 = m² 7,0686 (área de la base).

área lateral	m²	8,1108
» 1.ª base +	»	7,0686
» 2.ª base +	»	7,0686
Superficie total =	m²	22,2480

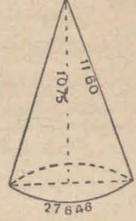
95 — Para hallar el volumen de un cilindro, se multiplica el área del círculo de la base por la altura.

Ejemplo. — Sea el cilindro del ejemplo anterior que mide m. 8,50 de altura y cuya base es de m² 7,0686.

área base m² 7,0686 × 8,50 = m³ 60,083 (volumen).

96 — Para hallar la superficie lateral de un cono se multiplica la circunferencia de la base por la mitad de su lado.

La superficie total del cono se obtiene agregando á la superficie lateral el área de su base.



Ejemplo. — Calcular la superficie lateral y total de un cono recto de m. 27,646 de circunferencia en su base, m. 10,75 de altura y m. 11,60 de lado.

lado m. 11,60 : 2 = m. 5,80 (mitad del lado)
circunf. » 27,646 × 5,80 = m^2 160,3468 (área lateral)
» » 27,646 : 3,1416 = m. 8,80 (diámetro)
diámetro » 8,80 : 4 = m. 2,20 (mitad del radio)
circunf. » 27,646 × 2,20 = m^2 60,8212 (área de la base).

área lateral	m^2 160,3468
» de la base +	» 60,8212
Superficie total	m^2 221,1680

97 — Para hallar el volumen de un cono se multiplica el área del círculo de la base por un tercio de su altura.

Ejemplo. — Calcular el volumen del cono dado en el ejemplo anterior.

altura m. 10,75 : 3 = m. 3,583 (tercio de la altura)
área base m^2 60,8212 × 3,583 = m^3 217,922359 (volumen)

98 — *Resumen:* El área lateral del prisma y cilindro es igual al producto de su apotema ó lado por el contorno de su base (perímetro ó circunferencia); y la superficie lateral de la pirámide y

cono es igual al producto de la mitad de su apotema ó lado por el contorno de la base.

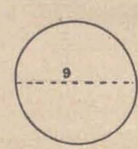
La superficie total de cualquiera de ellos es igual á la suma del área lateral con el área de su base ó sus bases.

El volumen del prisma ó cilindro es igual al producto de su altura por el área de la base, y el volumen del cono y pirámide es igual al producto del tercio de su altura por el área de su base.

99 — La superficie de una esfera se obtiene multiplicando la circunferencia máxima[1] por su diámetro, ó multiplicando por 4 el área de un círculo máximo.

Para hallar el volumen de una esfera se multiplica su superficie por un tercio del radio.

Ejemplo. — Calcular la superficie y el volumen de una esfera de m. 9 de diámetro:



diámetro $9 \times 3{,}1416 = 28{,}2744$ (circunferencia máxima)

» $9 \times 28{,}2744 =$ m^2 $254{,}4696$ (área de la esfera)

» $9 \div 6 = 1.50$ (tercio del radio)

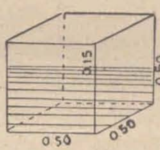
área m^2 $254{,}4696 \times 1{,}50 =$ m^3 $381{,}704400$ (volumen).

100 — Para hallar el volumen de un cuerpo

[1] Circunferencia máxima es la que divide su superficie en dos parte iguales.

irregular, se sumerge dicho cuerpo en una cuba llena de agua, luego se saca y se calcula el volumen de agua que ha desalojado, que será igual al volumen del cuerpo.

Ejemplo. — En una vasija de la forma de un cubo, de m. 0,50 de arista, llena de agua, se ha sumergido un cuerpo irregular, v. gr., una piedra tosca, y después de sacarlo se nota que el agua ha bajado 15 cm.; ¿cuál será el volumen de la piedra?



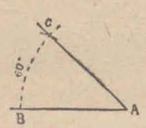
Como la vasija tiene m. 0,50 de largo por 0,50 de ancho y la altura del agua desalojada es de 15 cm., deduciremos que la piedra que desalojó tal cantidad de agua tendrá un volumen igual al vacío que ha dejado al sacarla; y como este vacío tiene la forma de un paralelepípedo, bastará multiplicar sus tres dimensiones:

$(0,50 \times 0,50 \times 0,15) =$ m³ 0.0375 (volumen de la piedra).

TERCERA PARTE

Ejercicios gráficos.

1.º **Construir un ángulo de 60 grados.** — Se traza una recta cualquiera A B, se coloca el graduador de modo que su centro coincida con el extremo de la recta A, y su diámetro corresponda á



la recta misma: se indica con un punto C dónde el graduador marca los 60°, y se une dicho punto C con A, que formará con B un ángulo de 60°.

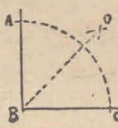
2.º **Construir un ángulo igual á ótro dado.** — Sea el ángulo A B C y la recta O L. Con una abertura

cualquiera de compás y desde A y O, se describen los arcos BC é IL; luego se toma la distancia BC y se lleva de L á D.

Uniendo con una recta D y O, se formará el ángulo D O L = B A C.

Empleando el graduador, bastará medír la abertura del ángulo B A C, y como en el problema 1.°, llevar el graduador sobre la recta O L, marcar con un punto los grados del ángulo dado y unirlo por medio de una recta con O.

3.° **Dividir un ángulo en dos partes iguales ó sea trazar su bisectriz.** — Desde el vértice B se des-

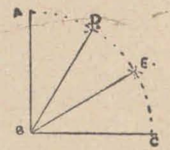


cribe, con un radio cualquiera, el arco A C; luego, tomando sucesivamente A y C como centro, se describen dos arcos que se cortarán en O; por último, se une con una recta el punto O con el vértice B y quedará el ángulo dividido en dos partes iguales.

Con el graduador se medirá el ángulo dado y, suponiendo que fuera de 80°, se divide 80 por 2 y tendremos 40 grados; se señala con un punto donde indica 40° y éste se une con el vértice.

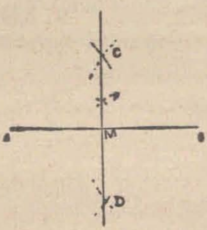
4.° **Dividir un ángulo recto en tres partes iguales.** — Con una abertura cualquiera de compás, desde el vértice B se describe un arco A C, y con la misma abertura del compás desde A y C se describen arcos que cortan al primero en los puntos D y E, y por último, se unen estos puntos con el vértice B.

Con el graduador se dividen los grados de un

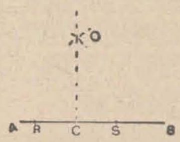


ecto 90 por 3 y obtendremos 30°; se señala un punto cada 30 grados (30 y 60) y se unen con el vértice. Lo mismo se hará con cualquier número de partes en que se quiera dividir.

5.° **Dividir una recta en dos partes iguales por medio de una perpendicular.** — Con una abertura de compás mayor que la mitad de la recta dada, desde A y B se describen arcos que se corten en los puntos C y D, si lo permite el espacio; si no, en los puntos C y F; luego se unen los puntos CD ó CM con una recta, que será la perpendicular que divida en dos partes á la recta A B.

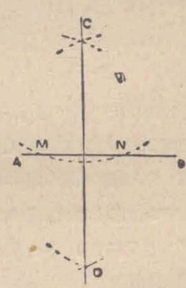


6.° **Levantar una perpendicular desde un punto cualquiera de una recta.** — Sea la recta AB y el punto dado C. Desde el punto C, con una abertura cualquiera de compás, se señalan los puntos B y S sobre la recta dada; luego desde R y S se describen dos arcos que se corten en un punto O; por

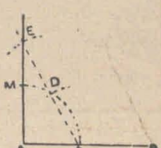


último, se unen con una recta O con C y se tendrá la perpendicular pedida.

7.° **Bajar una perpendicular desde un punto dado fuera de una recta.** —Desde C se describe un arco que corte en dos puntos M y N á la recta AB; luego desde M y N se trazan dos arcos que se crucen en C y D; por último, uniendo estos dos puntos con una recta se tendrá la perpendicular pedida.

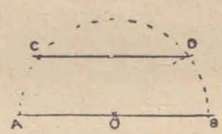


8.° **Levantar una perpendicular en el extremo A de una recta AB que no se puede prolongar.**—Con un radio cualquiera, se describe un arco MC desde A y ótro con el mismo radio desde C, que se cruzan en D; luego se traza una recta que partiendo de C pase por D prolongándola de modo que sea CD=DE; por último, se une E con A, y ésta será la perpendicular pedida.



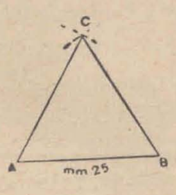
Las perpendiculares de que se habla en estos cuatros problemas se pueden trazar fácilmente con la escuadra, haciendo coincidir un cateto con la recta dada y acercando el ótro al punto donde se quiere levantar la perpendicular, y sobre este otro cateto se traza una recta que será la perpendicular pedida.

9.° **Trazar una paralela á una recta desde un punto dado.** — Sea la recta A B y el punto dado C. Desde C, con una abertura cualquiera de com-

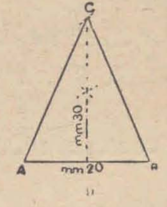


pás, se traza un arco sobre la recta A B. Con el mismo radio, desde el punto de intersección O, se describe una semicircunferencia que pase, naturalmente, por C; se toma la distancia B D = A C y se unen los puntos C D con una recta que será la paralela pedida.

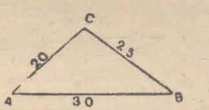
10. **Construir un triángulo equilátero conociendo la longitud de uno de sus lados, v. g.: de 25 milímetros.**—Se traza una recta A B de 25^{mm} y con igual abertura de compás, haciendo centro sucesivamente en A y en B, se describen dos arcos que se cruzarán en C; luego, uniendo C con A y B, se tendrá el triángulo pedido.



11. Construir un triángulo isósceles de 20 milímetros de base y 30^{mm} de altura.— Se traza una recta de 20^{mm} A B, se levanta en su punto medio una perpendicular C D, de 30^{mm}, se une el punto C con A y con B y tendremos el triágulo pedido.

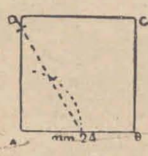


12. Construir un triángulo escaleno, dados sus tres lados, v. gr.: de 20, de 25 y de 30^{mm}, respectivamente. — Se traza un recta A B de 30^{mm} y



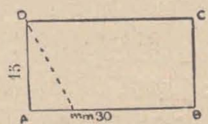
desde el extremo A, con una abertura de compás de 20^{mm}, se traza un arco, y desde B con un radio de 25^{mm} se traza otro arco que se cruzará con el anterior en C; luego se une C con A y con B y tendremos el triángulo pedido.

13. Construir un cuadrado de 24^{mm} de lado.— Se traza una recta A B de 24^{mm} y se levanta una



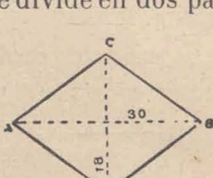
perpendicular de 24^{mm} en uno de sus extremos A y tendremos el lado A D; luego, con un radio de 24 mm desde D y desde B, se trazan sucesivamente arcos que se cruzarán en C, y por último, se une C con D y con B y tendremos el cuadrado de 24 mm de lado.

14. **Construir un cuadrilongo de 15 milímetros por 30 mm.** — Se traza un ángulo recto á cuyos lados se le darán 30 mm (A B) y 15 mm (A D); luego



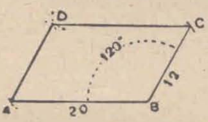
desde D con un radio de 30 mm **se traza un arco** y desde B con un radio de 15 mm se traza ótro que se cruzará con el anterior en C, y después se une este punto con D y con B para obtener el rectángulo pedido.

15. **Construir un rombo cuyas diagonales midan 30 y 18 mm respectivamente.** — Se traza una recta A B de 30 mm y se divide en dos partes iguales por



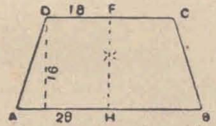
medio de una perpendicular indefinida; luego, desde el punto de intersección, con una abertura igual á la mitad de la otra diagonal, ó sea 9 mm, se señalan los puntos C y D que unidos á los extremos de la 1.ª diagonal A y B, darán el rombo pedido.

16. **Construir un romboide cuyos lados contiguos son de 20 y 12^{mm}, respectivamente, y el ángulo que forman de 120°.** — Se traza un ángulo B de 120° de abertura y á cuyos lados se les da



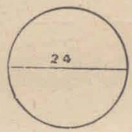
20^{mm} al úno (AB) y 12^{mm} al ótro (CB); luego desde C y con un radio de 20^{mm} se traza un arco, y desde A con un radio de 12^{mm} se traza otro arco que se cruce con el anterior en D; y por último, uniendo D con C y con A, se obtendrá el romboide pedido.

17. **Construir un trapecio isósceles de 16^{mm} de altura y cuyas bases midan, respectivamente, 18 y 28^{mm}.** — Se traza una recta AB de 28^{mm} y desde su punto medio H se levanta una perpendicular



HF de 16^{mm}. En F se tira una paralela á AB; luego desde F, con un radio igual á la mitad de la base superior (18 : 2 = 9) ó sea 9^{mm}, se traza un arco á derecha é izquierda que señalará los extremos de la base superior en D y en C, y, por último, se une D con A y C con B para completar el trapecio pedido.

18. **Trazar una circunferencia de 24^{mm} de diámetro.** —Se toma con el compás una cantidad de milímetros igual al radio ó sea á la mitad del diámetro ($24 : 2 = 12^{mm}$). Se afirma un brazo

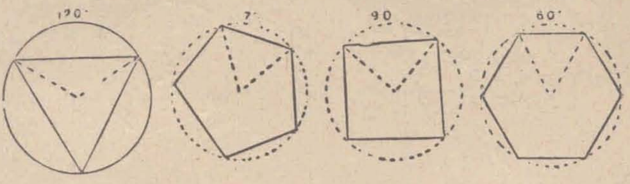


del compás en el punto elegido como centro, y luego se hace girar el segundo brazo al rededor del primero, que señalará la circunferencia.

19. **Construir polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 7, 8, etc., lados.** —Para trazar un polígono regular de un determinado número de lados, se divide la circunferencia en igual número de partes iguales y se unen con rectas los puntos de división.

Para dividir la circunferencia en 3, 4, 5, etc., partes iguales, bastará partir 360° por el número de partes que se quiera dividir y señalar en la circunferencia, por medio del graduador, el número de grados que se obtenga por cociente.

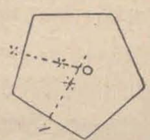
Se dará al compás una abertura igual al arco indicado por dicho número de grados y con la misma abertura se dividirá la circunferencia.



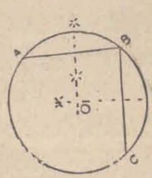
EJEMPLO. — Dividir la circunferencia en

3	partes	iguales:	360° : 3	= á un arco de	120°
4	»	»	360° : 4	» » » » »	90°
5	»	»	360° : 5	» » » » »	72°
6	»	»	360° : 6	» » » » »	60°
7	»	»	360° : 7	» » » » »	51° y 1/2 *
8	»	»	360° : 8	» » » » »	45°
9	»	»	360° : 9	» » » » »	40°
10	»	»	360° : 10	» » » » »	36°

20. **Hallar el centro de un polígono regular.** — Se levantan perpendiculares en el punto medio de dos lados que no sean paralelos, y su intersección O indicará el centro del polígono.

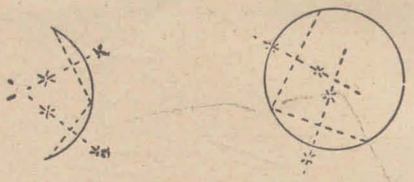


21. **Hallar el centro de un círculo.** —Se señalan tres puntos cualesquiera en la circunferencia, se unen con dos rectas AB y BC; sobre éstas se levantan en su punto medio perpendiculares que, al cruzarse en O, indican el centro del círculo.



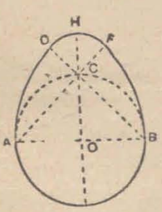
* Aproximado.

22. Del mismo modo se procederá para *buscar el centro de un arco* ó, si se quiere *hacer pasar*



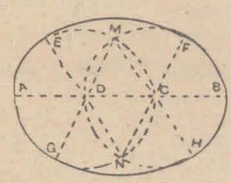
una circunferencia por 3 puntos dados que no se hallen en línea recta.

23. **Construir un ovoide sobre una recta de 20^{mm}.**—Se levanta en la mitad de la recta dada (AB=20^{mm}) una perpendicular indefinida OH. Desde su punto medio O se describe una circunferencia; luego desde los extremos del diámetro A y B se trazan rectas que pasen por C. Por último, haciendo centro sucesivamente en A y B con una abertura de compás igual al diámetro (AB), se trazan los arcos BF y AD, y haciendo centro en C, con una abertura igual á DC, se describe el arco DF que cierra el ovoide.



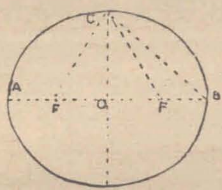
24. **Construir un óvalo sobre una recta de 30^{mm}.** —Sobre la recta dada y con un radio igual á $^1/_3$ de la misma (10^{mm}), se trazan dos circunferencias secantes, de modo que la circunferencia de una pase por el centro de la ótra C y D, colocadas ambas sobre la recta dada; luego se trazan 4 diá-

metros, de modo que saliendo de los dos puntos de intersección de las circunferencias M y N pasen por los centros C y D. Por último, desde N con



una abertura igual á un diámetro (MG), se traza el arco EF y desde M con la misma abertura se traza el arco GH.

25. **Construir una elipse cuyo eje mayor sea de 40mm y su eje menor de 24mm.** — Se trazan los dos ejes, úno perpendicular al ótro, de modo que se crucen en su punto medio; luego, con

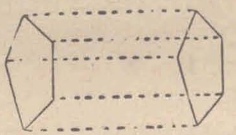


una abertura de compás igual á la mitad del eje mayor (A O = 20mm), y desde C, se señalan los dos puntos, llamados focos F′ y F″ sobre el eje mayor.

En estos puntos se clavan con dos alfileres las extremidades de un hilo, igual en longitud al eje mayor. Por último, se hace correr por el hilo tendido sobre el plano la punta de un lápiz que marcará la elipse pedida.

De igual modo, el carpintero y el jardinero dibujan sobre una tabla ó sobre el terreno la elipse, empleando, en lugar de alfileres, clavos ó estacas.

26. **Construir un polígono igual á otro dado.** — Se trazan líneas paralelas de igual longitud desde

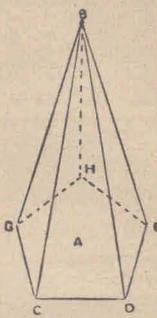


todos sus vértices y todas del mismo lado; se unen con rectas los puntos en que terminan y resultará reproducido el polígono.

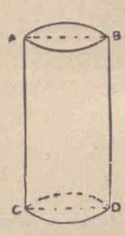
27. **De idéntico modo se procede para dibujar un prisma recto de cualquier número de lados.** — Se traza primero el polígono de la base, que si es regular se procederá como se ha indicado en el problema 19, y se da á las paralelas una longitud igual á la altura del prisma cuyas aristas laterales representan. Suponiendo el prisma transparente, se trazarán con líneas de puntos las aristas que sólo se ven por transparencia.

28. **Representar sobre un plano una pirámide de cualquier número de lados.**—Se construye prime-

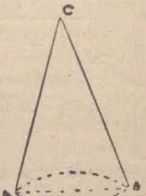
ro el polígono de la base, y desde su centro A se levanta una recta vertical de una longitud igual á la altura de la pirámide (AB) y cuyo extremo B señalará la cúspide que, unida á los vértices del polígono de la base CDEHG, dejará representada la pirámide.



29. Para *representar sobre un plano un cilindro*, se dibujarán dos circunferencias sesgadas (elipses) iguales y distantes entre sí como la altura del cilindro; luego se unirán con dos rectas en la parte menos abultada, AC y BD, que representarán los lados. La semicircunferencia, que naturalmente quedará invisible, se traza con líneas de puntos.



30. Para *representar sobre un plano un cono*, se dibuja una circunferencia sesgada (elipse), y se unen los dos extremos menos abultados A y B con un punto situado fuera de la figura (C) que será el vértice del cono.



Peso específico de los cuerpos.

Se llama peso especifico de un cuerpo sólido ó líquido el número de veces que, en igualdad de volumen, pesa más ó menos que el agua destilada.

Se toma, pues, como unidad de medida un decímetro cúbico, ó sea un litro de agua pura, que pesa un kilogramo.

Los gases se refieren al peso del aire atmosférico.

Peso específico de algunos cuerpos.

SÓLIDOS

Platino forjado	23,000
Oro forjado	19,362
Oro fundido	19,258
Plomo fundido	11,350
Plata	10,474
Monedas de plata	10,121
Cobre laminado	8,950
Bronce de cañones	8,640
Latón	8,427
Níquel fundido	8,279
Acero templado	7,816
Hierro en barra	7,788
Hierro fundido	7,207
Estaño	7,291
Cinc	6,561
Mármol	2,837
Granito	2,700
Hielo á 0°	0,930
Corcho	0,240

LÍQUIDOS

Mercurio	13,596
Ácido sulfúrico	1,841
Ácido nítrico	1,520
Leche de oveja	1,040
Leche de vaca	1,032
Agua destilada	1,000
Agua del mar	1,026
Vino común	0,990
Aceite de oliva	0,915

GASES

Ácido carbónico	1,529
Oxígeno	1,105
Aire atmosférico	1,000
Nitrógeno (ázoe)	0,971
Amoníaco	0,596
Hidrógeno	0,069

EJERCICIO 1.° — Hallar el peso de un cubo de granito de metros 1,50 de arista.

Se busca primero su volumen.

m. 1,50 × 1,50 = m² 2,25 × 1,50 = m³ 3,375 (volumen en m³)

m³ 3,375 × 1000 = dm³ 3375 (volumen en decímetros cúb.)

Si dicho cubo fuera de agua destilada, cada dm³ pesaría 1 kg.; pero siendo de granito, pesará 2,700 veces más, es decir:

3375 × 2,700 = kg. 9112,50 (peso del cubo)

EJERCICIO 2.° — Hallar el volumen de un bloc de granito del peso de kg. 9112,50.

Se divide el peso del cuerpo por su peso específico:

Kg. 9112,50 : 2,700 = dm³ 3375 ó sea m³ 3,375

De idéntico modo se procedería para buscar el peso de un cuerpo de cualquier forma y materia.

INDICE

Primera parte.

Segunda parte.

Tercera parte.

EJERCICIOS GRÁGICOS