ARITMÉTICA

PARA

LOS NIÑOS,

POR

D. ACISCLO F. VALLIN Y BUSTILLO,

Consejero de Instruccion Pública y Director del Instituto del Cardenal Cisneros, agregado á la Universidad de Madrid.

Son tantas y tan variadas las noticias y cuestiones prácticas que abraza esta obrita, que por ella no sólo se hace agradable á los niños el estudio de la ARITMÉTICA, sino que se les instruye á la par en otros ramos tan importantes como la historia, la cronología, la geografía, la estadística, la agricultura, la industria y el comercio.

DIPLOMA DE MÉRITO EN VIENA Y PREMIO EN FILADELFIA.

Trigésima segunda edicion,

destinada exclusivamente á las Repúblicas del Rio de la Plata.

MADRID.

LIBRERÍA DE HERNANDO,
ARENAL, 11.

BUENOS-AIRES.

LIBRERÍA DE M. REÑÉ,
PERÚ, 42.

1878.

PRIMERA ENSEÑANZA.

ARITMÉTICA.

Agotados, con una rapidez desconocida en nuestro país, los muchos miles de ejemplares de las ediciones anteriores de este libro, ofrecemos hoy al público su reimpresion estereotípica, agradecidos á la favorable acogida que le han dispensado el CONSEJO DE INSTRUCCION PÚBLICA, el Ministerio de Ultramar, los Gobiernos de algunas Repúblicas Hispano-Americanas, los RR. PP. Jesuitas y los muchos Profesores de España y América por quienes ha sido señalado de texto en sus respectivas enseñanzas.

Ha servido tambien para la instruccion elemental de S. A. el malogrado infante de España D. Fernando, hijo de los Sres. Duques de Montpensier.

Agradecido el Autor de esta obrita á la benevolencia con que las REPÚBLICAS DEL RIO DE LA PLATA han recibido todas sus publicaciones de primera y segunda enseñanza, ha creido corresponder á tan señalada y honorífica distincion, imprimiendo ediciones especiales y exclusivamente destinadas á las tres Repúblicas, con las noticias geográficas é históricas y los datos estadísticos más apropiados al conocimiento del país. Su estudio en las escuelas ofrecerá así mayor utilidad práctica, elevándose por este medio más rápidamente el nivel de la general cultura, objeto esencialísimo de la primera y segunda enseñanza, y base fundamental del bienestar y riqueza de los pueblos.

ARITMÉTICA

PARA

LOS NIÑOS,

POR EL DOCTOR

D. ACISCLO F. VALLIN Y BUSTILLO,

Consejero de Instruccion Pública y Director del Instituto del Cardenal Cisneros agregado á la Universidad de Madrid.

Obra declarada de texto por el Consejo de Instruccion Pública de España para las escuelas de primera enseñanza de la Península, y por el Ministerio de Ultramar para las de nuestras posesiones de Cuba, Puerto-Rico y Filipinas.

DIPLOMA DE MÉRITO EN VIENA Y PREMIO EN FILADELFIA.

Trigésima segunda edicion,

Destinada exclusivamente á las Repúblicas del Rio de la Plata.

MADRID.

LIBRERÍA DE HERNANDO, ARENAL, 11.

BUENOS-AIRES

LIBRERÍA DE M. REÑÉ, PERÚ, 42.

1878.

Son tantas y tan variadas las noticias y cuestiones prácticas que abraza esta obrita, que por ella no sólo se hace agradable á los niños el estudio de la ARITMÉTICA, sino que se les instruye á la par en otros ramos tan importantes como la historia, la cronología, la geografía, la estadística, la agricultura, la industria y el comercio.

Madrid, 1878.—Imp. de Aribau y C.ª (sucesores de Rivadeneyra).

PRÓLOGO DE LAS EDICIONES ANTERIORES.

Es, en nuestro juicio, un error de funestos resultados para la instruccion pública, bajo el aspecto general de la cultura de un país, el reducir los libros de texto de las escuelas de primera enseñanza meramente á unas cuantas páginas, con las definiciones y ejemplos prácticos de cada materia. Sin las explicaciones del profesor, los niños no comprenden á fondo ni las unas, ni los otros, y olvidan al breve tiempo lo poco que llegaron á comprender, siendo de esto la causa la lacónica sequedad del texto, y la escasez de aplicaciones á los usos ordinarios de la vida. Por lo mismo que la comprension de la niñez es siempre débil ó inexperta, se hace indispensable la suma de todos los auxilios que valgan á esclarecer la materia, á conducir como por la mano al tierno alumno, y á iniciarle extensamente, y hasta con profusion, á fin de que por uno ó por otro lado penetre la luz en su mente.

Los más de los niños de ambos sexos que concurren á las escuelas de primeras letras, no reciben otra enseñanza, ni ven otros libros, que el Catecismo, la Gramática y un cuadernito de Aritmética que en muchísimas escuelas está reducido á las definiciones y ejercicios de las cuatro reglas con los números enteros. La ampliacion de estas materias, como todo lo referente á la Geometría, Geografía, Historia de España, etc., tienen que explicarlo los Maestros con harto trabajo y escaso fruto, por falta de libros adecuados al objeto y que abracen, no solamente la respectiva materia con prudente extension tratada, claridad suma y buen método, sino tambien que en los ejemplos ó ejercicios prácticos se hagan aplicaciones á todos los conocimientos útiles que sea posible. De este modo se hace grato á los niños el estudio, y se les estimula á adquirir mayores conocimientos con la aficion que en ellos despiertan las noticias históricas, cronológicas, estadísticas, administrativas, etc., que si son de la mayor utilidad para los que aspiran á superiores estudios, todavía interesan más á los que no reciben otra enseñanza que la de la modestísima escuela de su pueblo. A la mayor ilustracion de estos últimos, que son casi la totalidad, deben ir encaminados los libros de texto, únicos acaso que llegan á sus manos en el resto de su vida, con el fin de que no tan sólo les sirvan durante su asistencia á la escuela, sino tambien para que en edad más madura puedan sacar algun fruto de las noticias y conocimientos útiles que tanto conviene difundir en la masa general de la poblacion.

Persuadidos del gran bien que reportará la primera enseñanza, y como consecuencia suya la cultura intelectual de nuestro país, con trataditos redactados bajo este pensamiento, hemos publicado ya los de Aritmética, Geometría y Geografía con un éxito tan lisonjero, que en muy pocos años se han dado á la estampa más de cien mil ejemplares, adoptándolos de texto un crecidísimo número de los más distinguidos profesores de España y de Ultramar, y honrándonos de una manera muy grata la muestra de distincion que han merecido á S. A. R. el Duque de Montpensier, designándolos para la instruccion elemental de su hijo el malogrado Infante D. Fernando.

El tratado de Aritmética que tan reconocida utilidad ofrece á todas las clases de la sociedad le dividimos en dos partes, la primera para los niños de ambos sexos que concurren á las escuelas *elementales*, y la segunda para los que asistan á las *superiores*, sirviendo una y otra para los adultos, que, sin el aparato científico de las obras puramente racionales, quieran hacer un estudio práctico de las diferentes cuestiones aritméticas, que con tanta frecuencia ocurren en los usos ordinarios de la vida.

Incluimos en la primera parte el sistema métrico-decimal de pesas y medidas, porque, si alguna vez se ha de generalizar este sistema entre nosotros, es de absoluta necesidad que comience su estudio desde los primeros años, á fin de que el uso contínuo del sistema antiguo no sea obstáculo invencible para toda innovacion en edad más madura.

En la segunda parte tal vez parezca extraño que tratemos, siquiera sea muy sucintamente, de las abreviaciones y facilidad en los cálculos, que ofrece el conocimiento de los *logaritmos;* pero es tal la utilidad que ha de resultar de la generalizacion de este poderoso instrumento aritmético, que no hemos vacilado en añadir con tal objeto un capítulo más á nuestro libro, contando con la baratura y sencillez de las tablas, publicadas por nuestro ilustrado y respetable amigo el Sr. Vazquez Queipo, individuo de la Academia de Ciencias.

. . . . Esto deciamos en las ediciones anteriores de esta obrita, y hoy no sólo nos afirmamos en nuestros juicios acerca de las necesidades didácticas que por ella intentábamos satisfacer, sino que la experiencia ha venido á probarnos que llena cumplidamente los fines que nos habiamos propuesto al publicarla por vez primera en 1857.

PRIMERA PARTE.

ENSEÑANZA ELEMENTAL.

Nociones preliminares.
Números enteros.
Sistema métrico-decimal de pesas y medidas.
Antiguo sistema de Castilla.
Quebrados ordinarios.
Quebrados decimales.
Reduccion de los quebrados ordinarios á decimales y vice-versa.
Números complejos.
Problemas.

Desde el momento que salen de nuestros labios las primeras palabras, necesitamos saber los nombres de algunos *números* (*), para contar las flores y los árboles del jardin, los dias de la semana, los dias y los meses del año, etc.

Los nombres de los diez primeros números y las cifras ó signos que los representan son los siguientes:

Uno.	1
Dos.	2
Tres.	3
Cuatro.	4
Cinco	5
Seis.	6
Siete.	7
Ocho.	8
Nueve	9
Diez.	10

(*) Una de las primeras ideas que adquiere el niño por los sentidos, y particularmente por el de la vista, es la idea de *número*, pues al observar un objeto cualquiera advierte al momento si está solo ó acompañado de otro ú otros de su misma especie. De esta observacion primera depende la idea de la *unidad* (una cosa sola) ó de la *pluralidad* (várias unidades), que es propiamente la idea natural de *número*.

ARITMÉTICA.

Preliminares.

1.— Qué es ARITMÉTICA? — La ciencia que trata de los números.

Qué es *número?* — La medida de la cantidad.

Qué es *cantidad?* —Todo lo que es capaz de aumento y disminucion, como *el dinero*, *el tiempo*, *el precio y el peso de las cosas*, *la distancia entre dos puntos*, etc.

Qué es *unidad?* — La cantidad que sirve de comparacion para medir las de su misma especie, como *un libro*, *una pluma*, *un dia*, *una hora*, *un metro*, etc.

Qué es *número entero?*—Una ó varias unidades de la misma especie, como *una naranja*, *cuatro dias*, *diez libros.*

Qué es *número quebrado?* —Una parte ó la reunion de várias partes iguales de la unidad, como *media naranja*, *tres cuartos de hora.*

Qué es *número mixto?*—La reunion de un entero y un quebrado, como *cinco horas y media.*

Qué es *número abstracto?*— El que no se refiere á unidad alguna determinada, como *dos*, *cinco*, *diez.*

Y *número concreto?* — El que se refiere á una unidad determinada, como *medio dia*, *cinco libros*, *nueve naranjas.*

Qué son *números homogéneos?*—Los que se refieren á unidades de una misma especie, como *dos horas* y *cinco horas.*

Y *números heterogéneos?*—Los que se refieren á unidades de diferente especie, como *cuatro años* y *ocho libros* (*).

(*) La ARITMÉTICA enseña el arte de expresar los números, las operaciones del *cálculo numérico* y la combinacion de estas mismas operaciones para la resolucion de problemas. Las operaciones fundamentales del cálculo numérico son la *adicion*, *sustraccion*, *multiplicacion* y *division.*

NÚMEROS ENTEROS.

Numeracion, adicion, sustraccion, multiplicacion y division.

Numeracion de los números enteros.

2. Definicion. — La NUMERACION es el arte de expresar todos los números por determinadas palabras ó signos convencionales. En el primer caso se llama *numeracion hablada* ú *oral*, y en el segundo *numeracion escrita*.

El número de signos, cifras ó guarismos diferentes de un sistema de numeracion se llama *base* del sistema. Cuando la base es diez, el sistema se llama *decimal*.

3. Numeracion hablada. — Las palabras adoptadas en el sistema decimal de numeracion, para expresar los números enteros son las siguientes (*):

Desde UNO hasta DIEZ:

Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez.

La reunion de diez unidades se considera como una nueva unidad, que se llama *decena*.

Desde DIEZ hasta CIENTO:

Once, doce, trece, catorce, quince, diez y seis, diez y siete, diez y ocho, diez y nueve, veinte, ó sean *dos decenas*.

Veintiuno, veintidos, veintitres, veinticuatro, veinticinco, veintiseis, veintisiete, veintiocho, veintinueve, treinta, ó sean *tres decenas*.

Treinta y uno, treinta y dos, treinta y tres, treinta y cuatro, treinta y cinco, treinta y seis, treinta y siete, treinta y ocho, treinta y nueve, cuarenta ó *cuatro decenas*.
Cuarenta y uno, cuarenta y dos... cincuenta ó *cinco decenas*.
Cincuenta y uno, cincuenta y dos.... sesenta ó *seis decenas*.
Sesenta y uno, sesenta y dos........... setenta ó *siete decenas*.
Setenta y uno, setenta y dos.......... ochenta ú *ocho decenas*.
Ochenta y uno, ochenta y dos....... noventa ó *nueve decenas*.
Noventa y uno, noventa y dos.......... ciento ó *diez decenas*.

La reunion de diez decenas ó cien unidades componen otra nueva unidad, que se llama *centena*.

(*) La unidad se considera tambien como un número entero

Desde CIENTO hasta MIL:

Ciento uno, ciento dos, ciento tres, ciento cuatro.......
....ciento noventa y nueve, doscientos ó *dos centenas*.
Doscientos uno, doscientos dos.......................
..doscientos noventa y nueve, trescientos ó *tres centenas*.
Trescientos uno, trescientos dos.....................
trescientos noventa y nueve, cuatrocientos ó *cuatro centenas*.
Cuatrocientos uno, cuatrocientos dos.................
cuatro cientos noventa y nueve, quinientos ó *cinco centenas*.
Quinientos uno, quinientos dos.......................
..quinientos noventa y nueve, seiscientos ó *seis centenas*.
Seiscientos uno, seiscientos dos.....................
seiscientos noventa y nueve, setecientos ó *siete centenas*.
Setecientos uno, setecientos dos.....................
setecientos noventa y nueve, ochocientos ú *ocho centenas*.
Ochocientos uno, ochocientos dos.....................
ochocientos noventa y nueve, novecientos ó *nueve centenas*.
Novecientos uno, novecientos dos.....................
....novecientos noventa y nueve, mil ó *diez centenas*.

La reunion de diez centenas, ó cien decenas, ó mil unidades, se llama *unidad de millar*.

Desde MIL hasta un MILLON:

Diez unidades de millar componen una *decena de millar*, y diez decenas de millar una *centena de millar*, por consiguiente se cuenta por unidades de millar desde un millar ó mil hasta mil millares ó sea un *millon*, lo mismo que hemos contado por unidades desde uno hasta mil; así dirémos: Mil, dos mil, tres mil, cuatro mil, cinco mil, seis mil, siete mil, ocho mil, nueve mil, diez mil ó *una decena de millar*.

Once mil, doce mil, trece mil, catorce mil, quince mil, diez y seis mil..... veinte mil..... treinta mil..... noventa y nueve mil, cien mil, ó *una centena de millar*.

Ciento un mil, ciento dos mil, ciento tres mil, ciento cuatro mil.... ciento noventa y nueve mil, doscientos mil, trescientos mil...... cuatrocientos mil...... quinientos mil, y así sucesivamente hasta novecientos noventa y nueve mil; y despues un *millon*.

Pero, como cada millon se compone de mil unidades, para pasar de uno á otro, habrá que añadir al menor los novecientos noventa y nueve números primeros.

Así, pues, para pasar de mil á dos mil, dirémos:
Mil y uno, mil dos, mil tres.... mil ciento.... mil ochocientos.... mil novecientos noventa y nueve.

Entre dos mil y tres mil:
Dos mil uno, dos mil dos, dos mil tres.... dos mil ciento.... dos mil novecientos noventa y nueve.

Entre novecientos noventa y nueve mil, y mil millares ó sea un *millon:*
Novecientos noventa y nueve mil y uno... novecientos noventa y nueve mil ciento cincuenta... novecientos noventa y nueve mil ochocientos.... novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve.

La reunion de diez centenas de millar, ó mil millares, ó sean un millon de unidades, se llama *unidad de millon.*

Desde un MILLON en adelante:

Diez unidades de millon componen una *decena de millon*, diez de estas una *centena de millon*, diez de estas una *unidad de millar de millon*, diez de estas una *decena de millar de millon*, diez de estas una *centena de millar de millon;* por consiguiente desde un millon hasta un millon de millones ó sea un *billon* se cuenta por millones, lo mismo que hemos contado por unidades desde uno hasta un millon.

Desde un *billon* á un *trillon* se cuenta lo mismo que desde un millon á un billon, y así sucesivamente pudiéramos llegar á los *cuatrillones*, *quillones*, etc., sin terminar nunca la série de los números enteros.

4. Diferentes órdenes de unidades. — En la numeracion decimal vemos, pues, que los números se dividen en

Unidades, *decenas*, *centenas;*
Unidades de millar, *decenas de millar*, *centenas de millar;*
Unidades de millon, *decenas de millon*, *centenas de millon;*
Unidades de millar de millon, *decenas de millar de millon...*
Unidades de billon, *decenas de billon*, etc.

Las *unidades primitivas* que han servido para la composicion de los números se llaman de primer órden, las *decenas* lo son de segundo, las *centenas* de tercero, las *unidades de millar* de cuarto, las *decenas de millar* de quinto, las *centenas de millar* de sexto, las *unidades de millon* de séptimo, y así sucesivamente, verificándose siempre que *diez unidades de un órden componen otra del órden inmediato superior.*

5. Numeracion escrita.— Los signos, cifras ó guarismos convencionales de la numeracion escrita y sus valores respectivos, son:

0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,
cero,	uno,	dos,	tres,	cuatro,	cinco,	seis,	siete,	ocho,	nueve.

Las nueve últimas cifras, llamadas *significativas* y tambien números *dígitos*, tienen dos valores, uno *absoluto* expresado por el número de sus unidades, y otro *relativo* segun el órden de estas mismas unidades.

Conviniendo, pues, en escribir las unidades en el primer lugar de la derecha, las decenas en el segundo, las centenas en el tercero, las unidades de millar en el cuarto, etc., *toda cifra puesta á la izquierda de otra representará unidades del órden inmediato superior*, y por consiguiente:

6. Para escribir un número entero, *se escriben sucesivamente de izquierda á derecha los guarismos, que expresen las unidades de cada órden, unos al lado de otros, principiando por las de órden superior y cuidando de ocupar con ceros los lugares donde no haya unidades.*

Los números consecutivos desde *uno* hasta *mil*, se escriben así:

1	101	201	301	401	501	601	701	801	901
2	102	202	302	402	502	602	702	802	902
3	103	203	303	403	503	603	703	803	903
4	104	204	304	404	504	604	704	804	904
5	105	205	305	405	505	605	705	805	905
6	106	206	306	406	506	606	706	806	906
7	107	207	307	407	507	607	707	807	907
8	108	208	308	408	508	608	708	808	908
9	109	209	309	409	509	609	709	809	909
10	110	210	310	410	510	610	710	810	910
11	111	211	311	411	511	611	711	811	911
..	...	...	...	...	...	...	...	...	...
..	...	...	...	...	...	...	...	...	...
98	198	298	398	498	598	698	798	898	998
99	199	299	399	499	599	699	799	899	999
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Lo mismo pudiéramos continuar escribiendo desde *mil* hasta *un millon*; así tendrémos:

1001	100001	200001	300001	900001
1002	100002	200002	300002	900002
....	......	......	......	......
....	......	......	......	......
2001	100999	225500	340800	955555
....	......	......	340801	955556
....	......	......	......	......
10001	150800	260110	380999	988999
10002	150801	260111	381000	989000
.....	......	......	......	......
.....	......	......	......	......
99999	199999	209999	399999	999999
100000	200000	300000	400000	1.000000

El número *mil ochocientos sesenta y dos*, que equivale á *un* millar, *ocho* centenas, *seis* decenas y *dos* unidades, se escribirá así 1862.—Para escribir el número *cinco mil* unidades, ó sean *cinco* unidades de millar, se ocupan con ceros los lugares de los órdenes inferiores, y tendrémos 5000.

Doce mil quinientos ocho.	12508
Cien mil ochocientos uno.	100801
Quinientos mil doscientos once. . . .	500211
Un millon diez mil dos.	1.010002
Diez millones trescientos mil ciento. .	10.300100

7. **Para leer un número entero,** ***se enuncian los valores relativos de sus cifras, empezando por las de órden superior.***

Si el número tiene muchos guarismos, para averiguar con más facilidad el valor relativo de cada uno, se dividen en secciones de tres en tres de derecha á izquierda.

Veamos como se leen los números que siguen:

El número 845 se lee: ochocientos cuarenta y cinco.

5,200	»	cinco mil doscientos.
4.500,012	»	cuatro millones quinientos mil doce.
1,000.850,000	»	mil millones ochocientos cincuenta mil.
12,500.100,002	»	doce mil quinientos millones cien mil dos.

8. Numeracion romana es el arte de representar los números enteros, al estilo de los romanos, con las siete letras siguientes:

I, V, X, L, C, D, M,

cuyos valores respectivos son:

1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000.

Para escribir con estas letras un número entero, basta escribirlas unas al lado de otras, empezando por las de mayor valor, y teniendo presente que una letra de menor valor antepuesta á otra de mayor, rebaja á esta el valor de aquella. Ninguna letra se repite cuatro veces seguidas.

Veamos algunos ejemplos comparando la númeracion decimal y la romana:

1...	I	21...	XXI	101...	CI
2...	II	22...	XXII	109...	CIX
3...	III	29...	XXIX	112...	CXII
4...	IV	30...	XXX	200...	CC
5...	V	33...	XXXIII	349...	CCCIL
6...	VI	38...	XXXVIII	400...	CD
7...	VII	39...	XXXIX	490...	XD
8...	VIII	40...	XL	555...	DLV
9...	IX	45...	XLV	714...	DCCXIV
10...	X	54...	LIV	900...	CM
11...	XI	66...	LXVI	1095...	MVC
12...	XII	70...	LXX	1311...	MCCCXI
13...	XIII	79...	LXXIX	1571...	MDLXXI
14...	XIV	81...	LXXXI	1857...	MDCCCLVII
15...	XV	90...	XC	1862...	MDCCCLXII
18...	XVIII	95...	VC	2911...	MMCMXI
19...	XIX	97...	XCVII	2999...	MMIM
20...	XX	99...	IC	3705...	MMMDCCV

Las unidades simples pasan á ser de *millar* poniendo una rayita encima de las letras correspondientes ó una *m* por la parte superior ó inferior de las mismas. Así

X^{m}, $\overline{\mathrm{XV}}\mathrm{C}$, $\overline{\mathrm{L}}$, $\overline{\mathrm{C}}$, $\overline{\mathrm{M}}$, $\overline{\mathrm{MD}}\mathrm{IC}$,

representan, por su órden, los números

10000, 15100, 50000, 100000, 1.000000, 1.500099

Ejercicios para la numeracion.

9. Qué es numeracion? — Cuáles son las palabras que se emplean en la numeracion oral ó hablada? — Cómo se dividen los números en la numeracion hablada? — Cuántas unidades de un órden se necesitan para componer otra del órden inmediato superior? — Cuántos y cuáles son los guarismos de la numeracion escrita? — Qué objeto tiene el guarismo cero? — Qué valor tiene una cifra puesta á la izquierda de otra? — Cómo se escriben los números enteros? — Cómo se leen? — Qué lugar ocupan las decenas de millar y las unidades de millon? — Cuáles son los signos de la numeracion romana y qué valor tiene cada uno?

Leer los números que siguen:

1857	60860	1 000000	LXI
2000	77000	2 570000	DCCXC
5050	90901	4 051555	DCCCVIII
7005	100100	25 000800	CMI
9999	101100	78 569099	MXI
11000	300999	99 999999	MDCVI
15071	305801	100 000000	MMDCCLXXIX
20099	499999	199 001905	MMMXC
50000	500000	1500 700041	$\overline{\mathrm{DX}}\mathrm{CCXL}$
55555	609811	5041897 364620	$\overline{\mathrm{MD}}$
60100	910900	10002010 010080	$\overline{\mathrm{MMC}}\mathrm{DXII}$

Escribir en la numeracion decimal los números:

Quinientos diez; mil ciento cinco; dos mil ochocientos; cinco mil veinte; nueve mil ciento; diez mil ciento uno; doce mil diez; cincuenta mil trescientos; ochenta y un mil quinientos; noventa mil diez y seis; cien mil ciento; cien mil doscientos diez; ciento y un mil noventa; quinientos mil quinientos; un millon, cien mil novecientos; veinte millones, once mil cincuenta; mil ochocientos millones; cuatro mil millones, doce mil seiscientos ocho; doce billones, ciento cinco mil veinte millones, quinientas mil treinta y cinco unidades.

Escribir en caractéres romanos los números:

18, 37, 95, 101, 570, 1047, 1492, 1808, 9919, 1812905.

Cuántas decenas tiene un millar y cuántos millares un millon?

Adicion ó suma de los números enteros.

10. Definicion.— SUMAR *dos ó más números es reunirlos en uno sólo.* Los números, que se dan para sumar, se llaman *sumandos*, y el resultado *suma.*

Para indicar esta operacion, se escribe entre los sumandos el signo + que se lee *más.* El resultado se separa de los datos por el signo = que significa *igual.* Así tendrémos:

$$2+3=5 \qquad\qquad 3+2=5$$

11. **Para sumar dos números dígitos** *ó un número entero cualquiera con otro dígito*, basta añadir al primero todas las unidades del segundo una á una, ó bien saber de memoria la siguiente

Tabla para la adicion.

0 y 0....	0	2 y 0....	2	4 y 0....	4	6 y 0....	6	8 y 0....	8
0 y 1....	1	2 y 1....	3	4 y 1....	5	6 y 1....	7	8 y 1....	9
0 y 2....	2	2 y 2....	4	4 y 2....	6	6 y 2....	8	8 y 2....	10
0 y 3....	3	2 y 3....	5	4 y 3....	7	6 y 3....	9	8 y 3....	11
0 y 4....	4	2 y 4....	6	4 y 4....	8	6 y 4....	10	8 y 4....	12
0 y 5....	5	2 y 5....	7	4 y 5....	9	6 y 5....	11	8 y 5....	13
0 y 6....	6	2 y 6....	8	4 y 6....	10	6 y 6....	12	8 y 6....	14
0 y 7....	7	2 y 7....	9	4 y 7....	11	6 y 7....	13	8 y 7....	15
0 y 8....	8	2 y 8....	10	4 y 8....	12	6 y 8....	14	8 y 8....	16
0 y 9....	9	2 y 9....	11	4 y 9....	13	6 y 9....	15	8 y 9....	17
1 y 0....	1	3 y 0....	3	5 y 0....	5	7 y 0....	7	9 y 0....	9
1 y 1....	2	3 y 1....	4	5 y 1....	6	7 y 1....	8	9 y 1....	10
1 y 2....	3	3 y 2....	5	5 y 2....	7	7 y 2....	9	9 y 2....	11
1 y 3....	4	3 y 3....	6	5 y 3....	8	7 y 3....	10	9 y 3....	12
1 y 4....	5	3 y 4....	7	5 y 4....	9	7 y 4....	11	9 y 4....	13
1 y 5....	6	3 y 5....	8	5 y 5....	10	7 y 5....	12	9 y 5....	14
1 y 6....	7	3 y 6....	9	5 y 6....	11	7 y 6....	13	9 y 6....	15
1 y 7....	8	3 y 7....	10	5 y 7....	12	7 y 7....	14	9 y 7....	16
1 y 8....	9	3 y 8....	11	5 y 8....	13	7 y 8....	15	9 y 8....	17
1 y 9....	10	3 y 9....	12	5 y 9....	14	7 y 9....	16	9 y 9....	18

Ejemplos de aplicacion: 5 y 8 son 13; 10 y 7 son 17; 32 y 8 son 40; 52 y 9 son 61; 96 y 6 son 102; 1857 y 5 son 1862.

12. Para sumar dos ó más números enteros, *se suman sucesivamente las unidades simples ó de primer órden, las decenas, centenas, millares, etc.; y el número formado por estas sumas parciales, será la suma total.* Si en la suma de las unidades de un órden cualquiera resultan una ó más unidades del inmediato superior, se reservan para añadirlas á este.

Los sumandos se escriben los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan en una misma columna las cifras de igual órden. Hecho esto, y despues de tirar una raya por la parte inferior en el primero de los ejemplos que siguen, dirémos:

1 y 2 son 3 y 5 son 8 unidades, que se escribirán debajo de las unidades de los sumandos.

2 y 3 son 5 y 5 son 10 decenas, se escribe cero y se lleva 1 para sumar con la columna de las centenas.

1 y 1 son 2 y 3 son 5 y 5 son 10 y 8 son 18 centenas, que se escriben á la izquierda del guarismo anterior: luego la *suma total* de los números dados será 1808.

		325		
120	115	640	1020	9999
301	400	1430	2405	80140
532	1221	3250	15690	400855
855	3544	12406	45888	800581
1808	5280	18051	65003	1.291575

Tambien se pueden escribir los sumandos en esta forma:

$$711+1492+1808+6102+10015=20128$$

13. Observaciones.— La suma de varios números no varia, aun cnando se altere el órden de los sumandos. La suma aumenta ó disminuye en el mismo nùmero con que se aumenta ó se disminuye uno de los sumandos. La suma no varia aunque uno de los sumandos se aumente en el mismo número en que se disminuya otro (*).

(*) *Llámase prueba de una operacion* á una segunda operacion por la cual nos cercioramos de la exactitud de la primera.

La *adicion se prueba* sumando de nuevo los números dados en un órden inverso al seguido para obtener la primera suma; debiendo verificarse, para que la operacion esté bien hecha, la igualdad de ambos resultados.

Ejercicios para la adicion de los números abstractos.

14. Qué es *sumar* y como se llaman los números que entran en esta operacion? — Signo con que se expresa la adicion. — Qué consecuencias se deducen de la definicion de sumar? — Cómo se suman los números enteros? — Prueba de esta operacion. — Si dos sumas son iguales, los sumandos respectivos lo serán tambien?

Hallar los resultados de las adiciones siguientes:

	1808	1874	12544	
1020	2500	5500	15200	9999
2405	4044	20808	60555	80140
15640	15102	55500	258111	400855
45880	58096	108099	500500	800581

		990474		
18074	9010184	10794	804100	1010484
8745	10817	190477	8099	980907
1000	749978	148747	14999	48978
40574	14090	6472008	740778	749478
19103	9100747	90901041	1000947	1847709

1808+15201+99043+1000010+104900=

Cuánto suman los números 125 decenas, 12 millares, 365 unidades y 108 centenas?

Si en la adicion hubiese muchos sumandos, se suman los diez primeros, despues los otros diez, y así sccesivamente, y la suma de todos estos resultados será la *suma total*.

1492
12050
650
1872
14984124
1001287
10499
1990
987746
8724
8009185
10000
90109
109407
70914
987000
474140084
10087484
8974196
90941974
100097458
400408000
10099910
10109812346
40234691894

Suma total de todos los sumandos de las adiciones anteriores.

Añadiendo 5 decenas y 1 centena al número 1875 unidades ¿cuál será el resultado?

Cuál es el número, que excede en 500 unidades y XXV centenes á MCLV decenas?

Aplicaciones de la adicion de los números enteros.

15. En las aplicaciones de la adicion, los sumandos deben ser homogéneos, es decir, de una misma especie, en cuyo caso la suma será tambien de la especie de los datos.

Propongámonos resolver los siguientes problemas (*):

1.° Cuál es la poblacion total de las tres Repúblicas del Rio de la Plata sabiendo que la Argentina cuenta, segun el último censo, 2.060000 habitantes, la del Uruguay 500000 y la del Paraguay 250000?

2.° Calcular la poblacion total de la Tierra, sabiendo que Europa tiene 300 millones de habitantes; Asia 680 millones; Africa 110 millones; América 80 millones y la Oceanía 30 millones.

3.° Cuántos años han pasado desde la Creacion del mundo hasta nuestros dias?

Desde la Creacion hasta el Diluvio..	1600 años.
Desde el Diluvio hasta Abraham.	400 »
Desde Abraham hasta Moisés.	500 »
Desde Moisés hasta Salomon.	500 »
Desde Salomon hasta el Cautiverio de Babilonia.	400 »
Desde el Cautiverio de Babilonia hasta J. C. .	600 »
Desde J. C. hasta nuestros dias..	1877 »

4.° Cuánto tiempo ha trascurrido desde la fundacion de Roma (753 años antes de J. C.) hasta el descubrimiento de América por Cristobal Colon en 1492?

5.° Siendo actualmente la poblacion de Buenos-Aires 200000 habitantes y teniendo Madrid 204588 más que Buenos-Aires y Lóndres 3.044628 más que Madrid cuál será la poblacion de cada una de estas dos últimas capitales?

6.° Cuántos habitantes tiene la República Argentina con inclusion de sus grandes Territorios?

Las 14 provincias de la República cuentan 1.960000 habitantes, el Territorio de Misiones 3000, el Gran Chaco 50000, las Pampas del Sur 25000 y la Patagonia con las tierras Magallánicas 22000.

7.° Si tres hermanos tienen hoy 20 años el uno, 15 el otro y 10 el tercero ¿cuántos años tendrá cada uno y cuántos tendrán todos juntos dentro de 25 años?

(*) Llámanse *problemas* las cuestiones en que se trata de hallar una ó más cosas desconocidas ó *incógnitas*, por medio de otras conocidas relacionadas con ellas, llamadas *datos*. Resolver un problema es hallar el valor de la incógnita ó de las incógnitas que contiene.

Sustraccion ó resta de los números enteros.

16. Definicion. — RESTAR *de un número otro menor es hallar la diferencia entre los dos.* El número mayor se llama *minuendo*, el otro *sustraendo* y el resultado *resto*, *resíduo* ó *diferencia.*

Para indicar la sustraccion, se escribe el signo — que se lee *menos*, entre el minuendo y el sustraendo. El resultado se separa de los datos con el signo =

$5-3=2 \quad | \quad 5-2=3$

El minuendo es igual á la suma del sustraendo y el resíduo.

17. Para restar de un número entero otro de una sola cifra, *basta saber de memoria la tabla de sumar*, pues el resíduo sumado con el sustraendo debe producir el minuendo.

Así, 8 menos 5 son 3, puesto que la suma del resíduo 3 y el sustraendo 5 es igual al minuendo 8.

Del mismo modo, 14 menos 5 son 9; 27 menos 8 son 19; 44 menos 9 son 35; 50 menos 7 son 43; 108 menos 9 son 99.

18. Para restar de un número entero otro de varias cifras, *ó para hallar la diferencia entre dos números enteros, se restan de las unidades simples del minuendo las del mismo órden del sustraendo, y así sucesivamente de las decenas del minuendo, las decenas del sustraendo, de las centenas las centenas, etc., y el número formado por estas restas parciales será la diferencia ó el resíduo total.*

Si alguna cifra del minuendo es menor que la del mismo órden del sustraendo, se agregan á ella diez unidades, ó sea una unidad del órden superior inmediato, teniendo en cuenta al restar la cifra siguiente, que la del minuendo tiene una unidad de menos, ó la del sustraendo una unidad de mas.

Se acostumbra escribir el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las cifras de un mismo órden. Hecho esto y despues de tirar una raya por la parte inferior en el ejemplo primero de la página que sigue, dirémos:

5 menos 1 son 4, que se escriben debajo de las unidades;
6 menos 0 son 6, que se escriben debajo de las decenas;
2 menos 2 es 0, en el lugar de las centenas;
8 menos 3 son 5, en el lugar de las unidades de millar; luego

el *resíduo* ó diferencia entre los números dados 8265 y 3201, será igual á 5064 unidades.

Minuendo. . . .	8265
Sustraendo. . .	3201
Resíduo.	5064

2.° Restar del número 38149 unidades el número 25278.

$$\begin{array}{r} 38149 \\ 25278 \\ \hline 12871 \end{array}$$

Dispuesta la operacion como en el ejemplo anterior, se hallará la diferencia de los números dados, diciendo:

9 menos 8 es 1 que se escribe debajo de las unidades;
4 menos 7 no puede ser, 14 menos 7 son 7;
0 menos 2 no puede ser, 10 menos 2 son 8;
7 menos 5 son 2; y 3 menos 2 es 1:
luego el *resíduo total* que se busca será 12871 unidades.

De otro modo: De 8 á 9 vá 1, de 7 á 4 no puede ser, pero añadiendo 10 al 4, dirémos de 7 á 14 van 7, de 2 á 0 no puede ser, de 2 á 10 van 8, de 5 á 7 van 2, de 2 á 3 vá 1.

Otros ejemplos:

$$\begin{array}{r} 5846 \\ 1326 \\ \hline 4520 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5846 \\ 2938 \\ \hline 2908 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45620 \\ 15815 \\ \hline 29805 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 180800 \\ 69808 \\ \hline 110992 \end{array}$$

Tambien se pueden escribir los datos y el resultado en esta forma:

4809—3185=1624 | 100000—45090=54910

19. Observaciones. — Si el minuendo aumenta ó disminuye en un número cualquiera, el resíduo aumentara ó disminuirá en el mismo número. Si por el contrario, el sustraendo aumenta ó disminuye, el resíduo disminuirá ó aumentará en el mismo número. Luego un resíduo no se altera, aunque al minuendo y sustraendo se les añada ó quite un mismo número (*).

(*) *Para probar la sustraccion*, se suma el sustraendo con el residuo, y el resultado, si la operacion está bien hecha, ha de ser igual al minuendo.

Ejercicios para la sustraccion de los números abstractos.

20. Qué es *restar* y cómo se llaman los números que entran en esta operacion? — Signo con que se expresa la sustraccion? — Qué consecuencias se deducen de la definicion de restar? — Cómo se resta de un número entero otro menor ó cómo se halla la diferencia entre dos números? — Prueba de esta operacion. — Dos resíduos iguales provienen necesariamente de los mismos datos? — Hallar el resíduo ó diferencia entre estos números:

85241	600104	835697	5000100
15468	199405	427598	4999099
500200	1000000	704001	5000100
499835	990009	694999	4999099

1052085 — 254389 = 10047000 — 4509199 =

Cuál es el exceso de 144 decenas sobre 12 centenas?

Hallar la diferencia entre 25 decenas de millon y 1860 centenas de millar.

Restar de 20850 los números 5104, 259, 1032 y 7900.

Minuendo.	20850
Sustraendo 1.º. . .	5104
Resíduo 1.º. . . .	
Sustraendo 2.º. . .	259
Resíduo 2.º. . . .	
Sustraendo 3.º. . .	1032
Resíduo 3.º. . . .	
Sustraendo 4.º. . .	7900
Resíduo final. . . .	

Minuendo.	20850	
Sustraendos	5104	ó bien 14295
	259	
	1032	
	7900	
Resíduo final. . .		

Hallar un número tal que añadiéndole IV decenas y IX centenas resulte igual á 1492 unidades.

¿Cuál es el número, que sumado con 1200 unidades y restando de la suma quince decenas, da por resultado la fecha del descubrimiento de América?

Aplicaciones de la sustraccion de los números enteros.

21. En las aplicaciones de la sustraccion, el minuendo y el sustraendo deben ser homogéneos, es decir, de una misma especie, en cuyo caso el resíduo será tambien de la especie de los datos.

Resolver los problemas siguientes:

1.° Si una persona tiene 5000 pesos fuertes de renta y gasta anualmente 3850 ¿cuánto economizará en cada año?.

2.° El ferro-carril Central Argentino y el del Norte miden juntos desde el Rosario á Tucuman pasando por Córdoba 942 kilómetros: siendo la distancia de Córdoba á Tucuman 546 kilómetros ¿cuántos kilómetros habrá entre el Rosario y Cordoba?

3.° Cuál es la diferencia de altura entre los montes más elevados del globo que son los del *Himalaya* en Asia, que miden 8840 metros sobre el nivel del mar, y las cumbres más altas de los Andes en la República Argentina, como el *Aconcagua* y el *Tupungato* que cuentan unos 7000 metros de elevacion?

4.° Calcular los años que pasaron desde el descubrimiento del Rio de la Plata en 1515 por el piloto mayor de España Juan Diaz de Solís, hasta nuestros dias.

5.° Cuánto tiempo duró la soberanía de España en estas regiones habiendo cesado de hecho el 25 de Mayo de 1810?

6.° Cuántos años ha que se inventó la imprenta por el aleman Guttemberg habiéndolo sido en 1450?

7.° Los visigodos al mando de Ataulfo invadieron á España el año 412 y los árabes ganaron la memorable y triste batalla del Guadalete en 711 ¿cuánto tiempo duró la dominacion visigoda en la Peninsula?

8.° Cuántos habitantes tiene España más que Portugal y ménos que Francia sabiendo que la poblacion de España es de 16.800000 habitantes; la de Portugal 4.047110 y la de Francia 36.383481?

9.° Ascendiendo á 1200 millones de habitantes la poblacion total del globo y contando Europa 300 millones, Asia 680, Africa 110 y la Oceanía 30 ¿cuál será la poblacion de ambas Américas.

Multiplicacion de los números enteros.

22. Definicion. — MULTIPLICAR *un número entero por otro es hacer al primero tantas veces mayor como unidades tiene el segundo* (*). El número primero ó el que se multiplica se llama *multiplicando*, el segundo *multiplicador*, y el resultado *producto*. El multiplicando y multiplicador juntos se llaman *factores* del producto.

La multiplicacion se indica separando los factores por el signo $\times$ que se lee, *multiplicado por*. El producto se separa de los datos por el signo $=$

$$3\times2=6 \qquad 2\times3=6$$

Un producto no varía aunque se tome el multiplicando por multiplicador y el multiplicador por multiplicando.

23. Para multiplicar dos números dígitos, basta saber de memoria la siguiente

Tabla para la multiplicacion.

0 por 1.. 0	2 por 1.. 2	4 por 1.. 4	6 por 1.. 6	8 por 1.. 8
0 por 2.. 0	2 por 2.. 4	4 por 2.. 8	6 por 2.. 12	8 por 2.. 16
0 por 3.. 0	2 por 3.. 6	4 por 3.. 12	6 por 3.. 18	8 por 3.. 24
0 por 4.. 0	2 por 4.. 8	4 por 4.. 16	6 por 4.. 24	8 por 4.. 32
0 por 5.. 0	2 por 5.. 10	4 por 5.. 20	6 por 5.. 30	8 por 5.. 40
0 por 6.. 0	2 por 6.. 12	4 por 6.. 24	6 por 6.. 36	8 por 6.. 48
0 por 7.. 0	2 por 7.. 14	4 por 7.. 28	6 por 7.. 42	8 por 7.. 56
0 por 8.. 0	2 por 8.. 16	4 por 8.. 32	6 por 8.. 48	8 por 8.. 64
0 por 9.. 0	2 por 9.. 18	4 por 9.. 36	6 por 9.. 54	8 por 9.. 72
1 por 1.. 1	3 por 1.. 3	5 por 1.. 5	7 por 1.. 7	9 por 1.. 9
1 por 2.. 2	3 por 2.. 6	5 por 2.. 10	7 por 2.. 14	9 por 2.. 18
1 por 3.. 3	3 por 3.. 9	5 por 3.. 15	7 por 3.. 21	9 por 3.. 27
1 por 4.. 4	3 por 4.. 12	5 por 4.. 20	7 por 4.. 28	9 por 4.. 36
1 por 5.. 5	3 por 5.. 15	5 por 5.. 25	7 por 5.. 35	9 por 5.. 45
1 por 6.. 6	3 por 6.. 18	5 por 6.. 30	7 por 6.. 42	9 por 6.. 54
1 por 7.. 7	3 por 7.. 21	5 por 7.. 35	7 por 7.. 49	9 por 7.. 63
1 por 8.. 8	3 por 8.. 24	5 por 8.. 40	7 por 8.. 56	9 por 8.. 72
1 por 9.. 9	3 por 9.. 27	5 por 9.. 45	7 por 9.. 63	9 por 9.. 81

(*) O lo que es lo mismo, *sumar el primero consigo mismo tantas veces, como unidades tiene el segundo*

La tabla para multiplicar se dispone tambien en esta forma:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Para hallar por medio de esta tabla el producto de dos números dígitos, se busca uno de los factores en la primera línea superior, y el otro en la primera de la izquierda, y el número de la casilla correspondiente al punto de concurso, será el producto.

Así; $5\times8=40$, $6\times7=42$, $9\times9=81$.

24. **Para multiplicar un número entero por 10, por 100, por 1000,** ***etc., basta escribir á la derecha de dicho número tantos ceros cuantos sigan á la unidad.***

$$1862\times10=18620 \qquad 1000\times104=104000$$

25. **Para multiplicar un número de varias cifras por otro de una sola** ***se multiplican todas las cifras del multiplicando por el multiplicador, empezando por la derecha y añadiendo á cada producto parcial las unidades del mismo órden que resulten del producto parcial anterior. El número formado por todos estos productos parciales será el producto total.***

Aplicacion á varios ejemplos:

$$\begin{array}{r} 521 \\ 4 \\ \hline 2084 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6805 \\ 5 \\ \hline 34025 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 904502 \\ 8 \\ \hline 7236016 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8.101899 \\ 9 \\ \hline 72.917091 \end{array}$$

(*) Esta tabla se llama *Pitagórica* del nombre de su inventor *Pitágoras* famoso matemático griego que floreció en el siglo VI antes de J. C.

En el segundo de los últimos ejemplos de la página anterior, despues de escribir el multiplicador debajo del multiplicando y tirar una raya por la parte inferior, dirémos:

5 por 5 son 25, se escribe la cifra 5 y se llevan 2 decenas;
5 por 0 es 0 y 2 son 2, que se escriben debajo de las decenas;
5 por 8 son 40, se escribe 0 y se llevan 4 millares;
5 por 6 son 30 y 4 son 34; luego el *producto total* será 34025.

26. Para multiplicar dos números enteros de varias cifras, *se multiplica todo el multiplicando por cada una de las cifras significativas del multiplicador, escribiendo los productos parciales unos debajo de otros, de suerte que la primera de sus cifras forme columna con la cifra correspondiente del multiplicador, y la suma de todos estos productos parciales será el producto total* (*).

El multiplicador se escribe debajo del multiplicando de modo que se correspondan las cifras de un mismo órden, tirando despues una raya por la parte inferior.

Propongámonos multiplicar 1492 por 365.

1492	Multiplicando.
365	Multiplicador.
7460	Producto de 1492 por 5
89520	Producto de 1492 por 6 con un cero á su derecha=1492×60
447600	Producto de 1492 por 3 con dos ceros á su derecha=1492×300
544580	Producto total.

En la práctica se omiten los ceros de la derecha de los productos parciales y por eso se empieza á escribir cada uno debajo de la cifra respectiva del multiplicador.

120854 1856	Factores.	40907404 9478
725125 604270 966832 120854	Productos parciales.	327259232 286351828 163629616 368166636
224305024	Productos totales.	387720375112

(*) Entendemos aquí por *productos parciales* cada uno de los productos del multiplicando por cada cifra del multiplicador.

27. Abreviaciones de la multiplicacion.— *Cuando uno ó ambos factores terminan en ceros se abrevia la multiplicacion prescindiendo de ellos y escribiéndolos despues á la derecha del producto total.*

Si entre los guarismos del multiplicador, hay uno ó más ceros, *los productos parciales del multiplicando por los ceros del multiplicador serán todos ceros, por cuya razon no se multiplicará por ellos el multiplicando.*

1492	15600	154020
120	80	10080
2984	1248000	123216
1492		15402
179040		1552521600

En el 1.° de estos ejemplos, basta multiplicar 1492 por 12 y añadir un cero á la derecha del producto.

En el 2.° se multiplica 156 por 8, y á la derecha del producto se escriben los últimos tres ceros de los factores.

El 3.° ofrece dos abreviaciones, puesto que no solo terminan en ceros ambos factores, sino que además los tiene el multiplicador entre sus cifras significativas. Al multiplicar pues 15402 por 1008, basta multiplicar 15402 por 8, y despues 15402 por 1, cuidando de empezar á escribir este último producto parcial debajo de la cifra 1 del multiplicador.

$$18000800 \times 7000900 = 126021800720000 \text{ (*)}.$$

28. Observaciones.— *Un producto indicado de varios factores* quiere decir, que el producto de los dos primeros se ha de multiplicar por el factor que sigue, este producto por el otro factor, y así sucesivamente. El producto no varía, aunque se altere el órden de los factores.

$$4 \times 5 \times 3 \times 8 = 20 \times 3 \times 8 = 60 \times 8 = 480$$

Duplo de un número es su producto por 2, *triplo* es su producto por 3, *cuádruplo* el producto por 4..... y en general *múltiplo* de un número es su producto por otro cualquiera. El duplo de 12 es 24, su triplo es 36, y el cuádruplo es 48.

(*) *Para hacer la prueba de la multiplicacion* basta repetir el cálculo tomando el multiplicador por multiplicando y este por multiplicador, y si el producto es el mismo, la operacion estará bien hecha.

Ejercicios para la multiplicacion de los números abstractos.

---

29. Qué es multiplicar un número por otro? — Cómo se llaman los números que entran en esta operacion? — Signo con que se expresa la multiplicacion — Cuál es el producto de un número cualquiera por el guarismo cero? — Escribir en forma de cuadrado la *tabla pitagórica*. — Puede tomarse el multiplicando por multiplicador y al contrario, sin que varíe el producto? — Cuál de ambos factores conviene tomar por multiplicador?

Cómo se multiplica un número por 10, por 100, por 1000, y en general por la unidad seguida de ceros? — Cómo se multiplica un número de varias cifras por otro, tambien de varias cifras? — Se abrevía la multiplicacion si alguno de los factores termina en ceros? — En qué otros casos se abrevia esta operacion? — Dos productos iguales pueden proceder de diferentes factores? — Qué es *duplo*, *triplo*, *cuádruplo*, *quíntuplo... décuplo*, y en general *múltiplo* de un número? — Cuál es el triplo de 365, el cuádruplo de 412, el quíntuplo de 711, y el décuplo de 1492?

Cómo se halla el producto de tres ó más factores?

Cuál es el producto de los nueve primeros números enteros?

Hallar los productos que resultan de multiplicar los números que siguen:

1492 por 5	105800×5008
1502 por 12	105800×5080
1808 por 144	105800×8050
5688 por 512	504000×10800
10974 por 1728	40907496×80911
10974 por 8271	70009011×90870
15048 por 1825	$11 \times 599 \times 1728$
15048 por 5281	$15 \times 908 \times 4 \times 10$
54108 por 5790	$25 \times 1808 \times 800 \times 5000$
80145 por 5790	$753 \times 602 \times 1492 \times 18080$

Cuál es el producto de 102 decenas por 5 centenas?

Qué número se debe añadir á 365 unidades para hacerlo diez veces mayor?

Qué número se debe añadir á 144 decenas para hacerlo once veces mayor?

Aplicaciones de la multiplicacion de los números enteros.

30. En las aplicaciones de la multiplicacion se considera el multiplicador como un número abstracto, en cuyo caso el producto resulta de la especie del multiplicando. El problema que generalmente se resuelve en este caso es averiguar el valor de un número conocido el de la unidad respectiva (*).

Resolver los problemas que siguen :

1.° Calcular el valor ó importe de 12 libros suponiendo que el precio de cada uno es de 30 pesos fuertes.

2.° Cuántos pesos fuertes componen 120 onzas de oro del antiguo sistema monetario sabiendo que cada una vale 16 duros?

3.° Averiguar el número de minutos que tiene un dia y las horas que tiene una semana.

4.° Una resma de papel tiene 20 manos y una mano 25 pliegos ¿cuántos pliegos tendrá una resma?

5.° Cada uno de los 360 grados del ecuador terrestre mide 20 leguas ¿cuántas leguas tendrá la circunferencia total de la Tierra?

6.° Siendo la distancia del Sol á la Tierra igual á 24000 radios terrestres y teniendo el radio terrestre unos 6366 kilómetros ¿cuántos kilómetros nos separan del Sol?

7.° Si una rueda dá doce vueltas por segundo ¿cuántas vueltas dará en dos horas y diez minutos?

8.° La velocidad del sonido, ó sea el espacio que recorre en un segundo es de 340 metros ¿cuántos metros recorrerá en cinco minutos y cuántos otros en una hora?

9.° Si un empleado recibe mensualmente 1550 pesos papel moneda y otro recibe cada dia 3 pesos fuertes ¿cuál será el sueldo anual de los dos juntos en papel moneda?

10.° Una máquina de vapor gasta 100 kilógramos de carbon en una hora, otra gasta 125 y otra 180, ¿cuántos kilógramos gastarán las tres juntas en 12 horas.

(*) El *resultado* se halla multiplicando el valor conocido de la unidad por el número á que se refiere la misma unidad.

Division de los números enteros.

31. Definicion. — DIVIDIR *un número entero por otro es hacer al primero tantas veces menor, como unidades tiene el segundo.* El número primero ó sea el que se divide se llama *dividendo*, el otro *divisor* y el resultado *cociente* (*).

La division se indica escribiendo el dividendo sobre una raya y debajo el divisor ó separando este de aquel por dos puntos. El resultado se separa, en ambos casos, de los datos con el signo =

El cociente multiplicado por el divisor debe ser igual al dividendo.

$$6:3=2 \qquad\qquad \frac{6}{2}=3$$

Llámase *division exacta* aquella, cuyo cociente es un número entero: el dividendo contiene entónces al divisor un número exacto de veces.

Division inexacta es aquella, cuyo cociente no es un número entero; en este caso, el dividendo no contiene al divisor un número exacto de veces.

En la division inexacta, el mayor número de veces que el dividendo contiene al divisor se llama *cociente entero*, y la diferencia entre el dividendo y el producto del divisor por dicho cociente entero, se llama *resto*. El resto en este caso es siempre menor que el divisor.

En la division exacta, el dividendo es igual al producto del cociente por el divisor; *en la division inexacta*, el dividendo es igual al producto del cociente entero por el divisor, mas el resto.

Todo número dividido por 1 da por cociente el mismo número. Todo número dividido por sí mismo da por cociente 1. Cero dividido por cualquier número da cero por cociente.

En la division de un número entero por otro, conviene distinguir los casos siguientes:

(*) Tambien se dice que DIVIDIR *un número por otro es averiguar las veces que el dividendo contiene al divisor, ó las veces que este está contenido en aquel.* Así pues, se hallará el *cociente* restando el divisor del dividendo todas las veces que sea posible, y este número de veces será el cociente.

32. **Para dividir un número de una ó dos cifras por otro de una sola, siempre que esta sea mayor que la primera del dividendo,** ***basta saber de memoria la tabla de multiplicar.***

Asi el *cociente* de 8 entre 2 es 4, puesto que el producto de 4 por 2 nos da el dividendo 8.

Tambien 9 : 4 = 2 cociente entero y 1 de resto.
34 : 6 = 5 cociente entero y 4 de resto.
80 : 9 = 8 cociente entero y 8 de resto.

De estos tres últimos ejemplos, y fundándonos en que el dividendo de toda division inexacta es igual al producto del cociente entero por el divisor, más el resto, resulta

$$9=4\times2+1, \quad 34=6\times5+4 \quad y \quad 80=9\times8+8$$

33. **Para dividir un número entero de varias cifras por la unidad seguida de ceros, se separan de su derecha tantas cifras como ceros tiene el divisor, y las que quedan á la izquierda serán el** ***cociente entero*****, y las separadas el** ***resto*** **de la division (*).**

Veamos la aplicacion de esta regla en algunos ejemplos:

1850 : 10 = 185 | 45000 : 100 = 450

1862 : 100 = 18 cociente entero y 62 de resto.
405021 : 1000 = 405 cociente entero y 21 de resto.

34. **Para dividir un número entero de varias cifras por otro de una sola,** ***se dividen todas las del dividendo por el divisor, empezando por las de órden superior,*** **para que de esta manera se añada á cada dividendo parcial el resíduo del anterior; y** ***el número formado por estos cocientes parciales será el cociente total.***

La primera cifra del cociente se halla, dividiendo la cifra de órden superior del dividendo por el divisor, si fuere igual ó mayor que el divisor, ó las dos primeras en otro caso. Si un dividendo parcial es menor que el divisor, se escribe cero en el cociente, y el resto será el mismo dividendo. El valor absoluto de cada resto es siempre menor que el divisor.

(*) Cuando las cifras separadas sean ceros no habrá resto, siendo en tal caso exacta la division.

Propongámonos hallar el cociente de 9036 entre 3.

Dividendo	9036	3 divisor
		3012 cociente exacto

Despues de escribir el divisor á la derecha del dividendo, y tirar una raya entre los dos y otra debajo del divisor, dirémos:

9 millares entre 3 á 3 millares (se escribe 3 en el cociente)
0 centenas entre 3 á cero (se escribe 0 en el cociente)
3 decenas entre 3 á 1 decena (se escribe 1 en el cociente)
6 unidades entre 3 á 2 unidades (se escribe 2 en el cociente).

Luego el *cociente total* exacto será igual á 3012 unidades.

Otro ejemplo:

Dividendo total.. . . .	810015	5 divisor
2.º dividendo parcial..	31	162003 cociente exacto.
3.r dividendo parcial. . .	10	
4.º 5.º y 6.º.	0015	
Resto final. .	00	

8 entre 5 á 1 en el cociente, 1 por 5 es 5, al 8 van 3;
31 entre 5 á 6 en el cociente, 6 por 5 son 30, al 31 va 1;
10 entre 5 á 2 en el cociente, 2 por 5 son 10, al 10 va cero;
0 entre 5 á cero en el cociente;
01 entre 5 á cero tambien en el cociente;
15 entre 5 á 3 en el cociente; 3 por 5 son 15, al 15 va cero;

Luego el *cociente total* exacto será 162003 unidades.

Del mismo modo tendremos:

100000	7 divisor	504001259	8 divisor
30	14285 cociente	24	63000157 cociente
20		00012	
60		45	
40		59	
5 (resto)		3 (resto)	

Tambien se dispone este caso de la division escribiendo el dividendo, el divisor y el cociente en un mismo renglon, y omitiendo además los restos y dividendos parciales, lo cual ofrece grandes ventajas en la práctica.

1947200 : 5=389440 | 80019747 : 9=8891083

35. Para dividir dos números enteros de varias cifras, *se separan de la izquierda del dividendo tantas como tiene el divisor, ó una más, si las primeras* (consideradas como unidades simples) *no contienen al divisor. Se dividen las cifras separadas ó sea el primer dividendo parcial por el divisor, y tendremos la primera cifra del cociente. Se multiplica esta cifra por el divisor y se resta el producto del dividendo parcial. A la derecha del resíduo se escribe la cifra siguiente del dividendo y tendremos el segundo dividendo parcial, con el cual se ejecutará la misma operacion que con el anterior. El número formado por todos estos cocientes parciales será el cociente total.*

Propongámonos hallar el cociente entre 32481 y 12.

En todo el curso de la operacion se ha de verificar que, el producto de cada cifra del cociente por todo el divisor sea igual ó menor que el respectivo dividendo parcial; y además, que el resíduo correspondiente á cada uno de estos dividendos parciales resulte menor que el divisor.

Si un dividendo parcial es menor que el divisor, se escribe cero en el cociente, y el resto será el mismo dividendo.

El cociente debe tener tantas cifras más una, cuantas queden á la derecha del primer dividendo parcial.

Dividendo total	32481	12 divisor.
Prod. de la 1.ª cifra del cociente por el divisor	24	2706 cociente.
2.º dividendo parcial	84	
Prod. de la 2.ª cifra del cociente por el divisor	84	
3.º y 4.º dividendos parciales	081	
Prod. de la 4.ª cifra del cociente por el divisor	72	
Resto final. . . .	9	

Dispuesta la operacion, en este ejemplo, como en el caso anterior, y separadas las dos primeras cifras de la izquierda del dividendo con un punto, una coma, ú otra señal qualquiera, diremos:

3 entre 1 á 3 en el cociente, que aun no se escribe hasta saber si su producto por el divisor es igual ó menor que el dividendo parcial 32.

3 (cociente) por 12 (divisor) son 36, que por ser mayor que 32 indica, que la cifra 3 del cociente es *mayor* que la verdadera.

Veamos la cifra 2:

2 (cociente) por 12 (divisor) son 24, que, por ser menor que el dividendo, indica que la cifra 2 es buena ó lo que es lo mismo que expresa bien las unidades de órden superior del cociente.

Para hallar la 2.ª cifra del cociente, multiplicarémos la anterior 2 por el divisor 12 y, restando el producto 24 (que son millares) del dividendo parcial 32, el resto 8 con la cifra siguiente del dividendo á su derecha será el segundo dividendo parcial. Así, dirémos:

8 entre 1 á 8; pero $8 \times 12 = 96$, es mayor que 84; luego la cifra 8 no es buena.

8 entre 1 á 7; y como $7 \times 12 = 84$ es igual al dividendo, la cifra 7 será buena.

3.ª cifra del cociente. Multiplicando la cifra anterior 7 por el divisor 12 y restando el producto 84 (que son centenas) del dividendo 84, como el resíduo es cero, y escribiendo á su derecha el guarismo siguiente del dividendo total, nos resulta aún un número menor que el divisor, la tercera cifra del cociente será cero.

4.ª cifra del cociente. Bajando á la derecha del resto 8 la última cifra del dividendo, tendrémos 81 por cuarto y último dividendo parcial.

8 entre 1 á 8; pero $8 \times 12 = 96$, luego la cifra 8 no es buena.
8 entre 1 á 7; pero $7 \times 12 = 84$, luego la cifra 7 no es buena.
8 entre 1 á 6; y como $6 \times 12 = 72$, la cifra 6 será buena.

El *resto final* se halla restando del último dividendo parcial 81, el producto de la última cifra del cociente por el divisor, siendo por lo tanto el *cociente* de los números dados igual á 2706 unidades, y 9 el *resto final* de la division.

Otros ejemplos:

58725	85
510	690 cociente
772	
765	
75 Resto final	

564094	94
564	6001 cociente
0094	
94	
00	

36. La multiplicacion de cada cifra del cociente por el divisor y la sustraccion del dividendo parcial respectivo se pueden hacer á un mismo tiempo.

Hallar el cociente de 326463 entre 682.

Dividendo	326463	682 divisor
2.º dividendo parcial	5366	478 cociente entero
3.º	5923	
Resto final.	467	

Dispuesta la operacion como en los casos anteriores, dirémos para la cifra 4 del cociente:

4 por 2 son 8 al 14 van 6 y llevamos 1;
4 por 8 son 32 y 1, son 33, al 36 van 3 y llevamos 3;
4 por 6 son 24 y 3, son 27, al 32 van 5. Luego el resto que corresponde á la primera cifra del cociente es 536.

Escribiendo ahora á la derecha de este resto la cifra siguiente del dividendo, resultará el segundo dividendo parcial, cuyo resto se obtiene como el anterior, diciendo:

7 por 2 son 14 al 16 van 2 y llevamos 1;
7 por 8 son 56 y 1, son 57, al 66 van 9 y llevamos 6;
7 por 6 son 42 y 6, son 48, al 53 van 5. Luego el resto será 592.

Del mismo modo, se halla el resto final 467.

37. Sin efectuar la multiplicacion de cada cifra del cociente por todo el divisor, se puede averiguar si dicha cifra es ó no mayor que la verdadera, con sólo empezar la multiplicacion por las unidades de órden superior del divisor.

Veamos su aplicacion en este ejemplo:

Dividendo	1946215	348 divisor
	2062	5592 cociente entero
	3221	
	0895	
Resto final	199	

Comprobacion ó tanteo de la cifra 6 al hallar la primera del cociente de esta division:

6 por 3 son 18 al 19 va 1, que unida al 4 hacen 14,
6 por 4 son 24 al 14 no puede ser; luego la cifra 6 no es buena.

Comprobacion de la cifra 5:

5 por 3 son 15 al 19 van 4, que con el 4 componen 44,
5 por 4 son 20 al 44 van 24, que con el 6 componen 246,
5 por 8 son 40 al 246 van 206. Luego la cifra 5 es buena.

Lo mismo se pueden comprobar las cifras restantes.

Cuando, siguiendo este método de comprobacion, se halla un resíduo parcial igual ó mayor que la cifra que se tantea en el cociente, esta cifra no es mayor que la verdadera (*).

Dividendo total	326463	682	divisor
2.º dividendo parcial	5366	478	cociente entero
3.º.	5923		
Resto final	467		

Comprobacion de la cifra 5 del cociente:

5 por 6 son 30 al 32 van 2, que con el 6 hacen 26, y como 5 por 8 son 40, la cifra 5 no es buena.

Veamos la cifra 4:

4×6 son 24 al 32 van 8, que es mayor que la cifra que se tantea, luego dicha cifra será buena, continuándose la division como en los casos anteriores.

Últimamente, la comprobacion de las cifras del cociente se hace de memoria sin escribir más resíduos parciales que los correspondientes á las cifras verdaderas. El tanteo debe continuarse hasta llegar á una sustraccion imposible, ó bien á un resíduo igual ó mayor que la cifra qne se tantea, en el primer caso el cociente será mayor que el verdadero y en el segundo será el verdadero.

38. Abreviaciones de la division.— *Si el dividendo y el divisor terminan en ceros, se puede suprimir de ambos igual número de ellos, sin que el cociente varíe, cuidando, sin embargo, de añadir á la derecha del resto* (si la division es inexacta) *tantos ceros cuantos se hayan suprimido en el dividendo.*

Para hallar el cociente de 149200 por 900, basta dividir 1492 por 9 y el cociente 165 de estos números será el de los números dados.

Además, siendo 7 el resto de dividir 1492 por 9, el resto de la division propuesta será 700.

(*) El caso ménos favorable se verifica, cuando las cifras siguientes del dividendo son ceros, y nueves las del divisor, como por ejemplo en la division de 2500 por 499. Al comprobar aquí la cifra 5 del cociente, resulta:
5 por 4 son 20 al 25, van 5, que con el cero siguiente hacen 50;
5 por 9 son 45 al 50, van 5, que con el cero que sigue hacen 50, etc.
Luego es evidente que la cifra 5 es buena.

En el caso de que *sólo el divisor termine en ceros*, se puede simplificar la operacion separando dichos ceros é igual número de cifras de la derecha del dividendo, dividiendo luego los números que queden, y escribiendo á la derecha del resto las cifras separadas en el dividendo.

Para hallar el cociente de 170852 por 800 dividiremos 1708 por 8, cuyo cociente es 213 y 4 el resto; luego el *cociente* y el *resto* de los números dados serán 213 y 452.

Otro ejemplo:

	135̇074(914	412(000
	1147	327 cociente entero
	3234	
Resto final	350914	

Del mismo modo, si dividimos 1099260081 por 59100 el cociente entero será 18600, y el resto 81 (*).

39. Observaciones.— Un número es *divisible* por otro, cuando el primero contiene al segundo un número exacto de veces. El número segundo se llama *divisor*, *factor*, *submúltiplo*, *ó parte alícuota* del primero.

El número 30 es divisible por 2, por 3, por 5, por 6, por 10 y por 15: todos estos números son, pues, factores ó divisores de 30.

El cociente de un número por 2, por 3, por 4, por 5, por 10, por 100 ó por 1000 se llama respectivamente *mitad*, *tercera*, *cuarta*, *quinta*, *décima*, *centésima ó milésima* parte de dicho número.

La mitad de 60 es 30, su tercera parte es 20, su cuarta parte es 15, su quinta 12, su sexta 10 y su décima 6.

Llámase *número par* el número divisible por 2, é *impar* el que no es divisible por 2.

Las cifras pares en el sistema decimal de numeracion son 2, 4, 6 y 8, y las impares 1, 3, 5, 7 y 9.

Los números que no son divisibles más que por sí mismos y por la unidad se llaman *números primos*, tales son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, etc.

(*) *Para hacer la prueba de la division* se multiplica el cociente entero por el divisor, y al producto se le añade el resto. El resultado debe ser igual al dividendo.

Ejercicios para la division de los números abstractos.

40. Qué es dividir un número por otro?— Cómo se llaman los números que entran en esta operacion?— Qué es division exacta y division inexacta?— Cómo se indica la division de un número por otro?— Cómo se divide un número por 10, por 100, por 1000, etc.?— Cómo se divide un número de varias cifras por otro de una sola?— Cómo se divide un número de varias cifras por otro, tambien de varias cifras?— Se abrevia la division si el dividendo y el divisor terminan en ceros?— Y si termina solo el divisor?— Qué es factor, divisor ó submúltiplo de un número?—Es lo mismo cociente completo que cociente entero?—Qué significa el *resto* de la division y cual es el máximo valor de este resto?— Si se multiplican ó se dividen el dividendo y el divisor por un mismo número, variará el cociente?— Dos cocientes iguales resultan necesariamente de dividir unos mismos números?

Hallar los cocientes que resultan de dividir estos números:

1875 por 5			6091194:	1800
15008 por 12			18410024:	4050
18000 por 100			29224836:	5406
19410 por 100			30013470:	6009
574800 por 600			52076999:	10105
37732077 por 753			99149000:	12548
4014394032 por 1725			105034180:	76699

Qué variaciones deberá sufrir el dividendo de una division exacta para que resulte en el cociente una unidad más ó bien una unidad ménos?

Cuál es la *mitad*, *tercera*, *cuarta*, *quinta*, *décima*, *vigésima*, *trigésima* y *centésima parte* del número 4200?

Dividiendo 362880 por 1, y el cociente que resulte por 2, y el cociente de esta division por 3, y así sucesivamente por 4, por 5, por 6, por 7, por 8 y por 9 ¿cuál será el cociente final?

Hallar un número tal que dividiéndole por 25 dé por cociente 12 y por resto 15.

Cuál es el número que multiplicándole sucesivamente por 3 y por 4, y dividiendo el producto por 5, da por resultado la mitad de CXX unidades?

Descomponer el número 100 en otros tres tales que el primero tenga 12 unidades más que el segundo y este 20 más que el tercero.

Aplicaciones de la division de los números enteros.

41. Cuando el dividendo y el divisor son homogéneos ó de una misma especie, el cociente es un número abstracto, que expresa las veces que el dividendo contiene al divisor.

Cuando el dividendo y divisor son de diferente especie, el divisor se considera como abstracto y el cociente, que resulta, es de la especie del dividendo. El problema, que generalmente se resuelve en este caso es averiguar el valor de la unidad de un número, conocido el valor de dicho número (*).

Resolver los siguientes problemas:

1.° Suponiendo que 12 libros han costado 30 pesos fuertes ¿cuál será el precio ó valor de cada ejemplar?

2.° Siendo medio millon de libras esterlinas la herencia de ocho hermanos, hallar lo que corresponde á cada uno, en el supuesto de que lleven todos partes iguales.

3.° Cuántas onzas de oro equivalen á 1000 pesos fuertes?

4.° Si se dispara un cañon á la distancia de 10000 metros ¿cuánto tiempo trascurrirá entre la explosion y el momento de percibirse el sonido?

5.° Cuántas veces la distancia del Sol á la Tierra es mayor que la de la Tierra á la Luna, si la primera llega á 150 millones de kilómetros y la segunda equivale á 60 radios terrestres?

6.° Cuál es la velocidad de la luz, ó sea la distancia que recorre en un segundo, sabiendo que tarda 8 minutos y 18 segundos, ó sean 498 segundos en llegar desde el Sol á la Tierra?

7.° Cuánto tiempo emplearia una bala de cañon en llegar desde la Tierra á la Luna suponiendo que puede recorrer unos 600 metros por segundo?

8.° Debiendo repartirse entre cuatro personas un capital de millon y medio de pesos fuertes, se desea averiguar lo que corresponde á cada una, en el supuesto de recibir la primera la mitad del capital, la segunda la quinta parte, la tercera la décima y la cuarta el resto.

(*) El *resultado* de estos problemas se halla dividiendo el valor conocido del número á que se refieren por este mismo número, siendo el cociente de esta division el valor de la unidad respectiva.

MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS ARGENTINAS.

Sistema métrico decimal.—Antiguo sistema argentino.

Preliminares.

42. Por CANTIDAD se entiende ordinariamente *todo lo que es capaz de aumento y diminucion*, como una porcion de monedas, un grupo de soldados, el peso y el precio de las cosas, el tiempo, la distancia entre dos puntos, la superficie de un terreno, etc.

Medir una cantidad es averiguar las veces que contiene, ó que está contenida, en otra de la misma especie, que toma el nombre de *unidad.*

Los números expresan la medida de las cantidades (*).

Números enteros son los que expresan unidades justas ó completas, y *números quebrados ó fraccionarios* los que expresan parte ó partes de la unidad.

Suponiendo la unidad una hora, son *números enteros* dos horas, tres horas y diez horas; y lo son *quebrados* media hora y tres cuartos de hora.

Número mixto es la reunion de un entero y un quebrado; como ocho naranjas y media, diez horas y cuarto, etc.

43. Es evidente que *una misma cantidad* puede representarse por diferentes números, segun la unidad que se tome por término de comparacion.

Así decimos 5 onzas de oro ú 80 pesos fuertes, para expresar una misma cantidad de dinero; 2 dias ó 48 horas, para expresar otra de tiempo, etc.

Debemos por consiguiente tener una idea exacta de las diferentes unidades de medidas, para apreciar con exactitud el valor de las cantidades de su misma especie. Estas unidades prescritas por las leyes constituyen los sistemas legales de pesas, medidas y monedas de cada nacion.

(*) Llámanse MATEMÁTICAS las ciencias que tienen por objeto el estudio de la cantidad: se dividen en *puras* y *mixtas ó aplicadas.* Las primeras comprenden la Aritmética, Algebra, Geometría, Trigonometría y los Cálculos superiores, y las *aplicadas* pueden serlo á objetos de la naturaleza como la Astronomía ó á objetos de arte como la Arquitectura.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

prescrito oficialmente en la República Argentina hace algunos años.

Sistema monetario.—Division del tiempo.

---

44. El sistema MÉTRICO DECIMAL de pesas y medidas tiene por unidad fundamental el *metro*, ó sea la diezmillonésima parte de la distancia del polo N. al ecuador, contada sobre un meridiano terrestre (*).

Se distingue de los demás sistemas conocidos en la relacion exacta del metro con las demás unidades; y en que las unidades de un mismo género son siempre 10, 100, 1000, 10000, etc. veces mayores ó menores unas respecto de otras.

Para expresar una medida *diez*, *ciento*, *mil ó diez mil* veces mayor que la unidad usual, se anteponen al nombre de esta las palabras derivadas del griego

Deca,	que significa	10
Hecto,	que significa	100
Kilo,	que significa	1000
Miria,	que significa	10000

Así, una distancia de diez metros se expresará diciendo un *decámetro;* otra de cien metros diciendo un *hectómetro;* otra de mil un *kilómetro*, etc.

Para expresar una medida *diez*, *ciento ó mil* veces menor que la unidad usual, se antepondrán al nombre de esta las voces de procedencia latina

Deci, que significa *décima parte*;
Centi, que significa *centésima parte* y
Mili, que significa *milésima parte.*

Dividiendo pues un metro en diez partes iguales, una de estas partes se expresará diciendo un *decímetro*, si en ciento un *centímetro* y si en mil un *milímetro.*

(*) Este sistema que es hoy el legal en casi todas las naciones de Europa y América, fué instituido por primera vez en Francia el 7 de Abril de 1795. En España se adoptó por la ley de 19 de Julio de 1849, siendo exclusivamente obligatorio desde el 1.° de Enero de 1860.

En la determinacion del *metro* tuvieron una parte muy importante los jóvenes marinos españoles D. Jorge Juan y D. Antonio Ulloa.

Unidades de longitud.

45. La unidad usual para apreciar la distancia desde un punto á otro, es el metro, que se divide en 10 *decímetros*, en 100 *centímetros* ó en 1000 *milímetros* (*).

Las unidades superiores ó múltiplos del metro son: el *decámetro* que vale 10 metros, el *hectómetro* que vale 100 metros, el *kilómetro* que vale 1000 metros, y el *miriámetro* que vale 10000 metros.

Unidades de superficie y agrarias.

46. Las unidades usuales son: el metro cuadrado, el área y la hectárea.

El *metro cuadrado* es un cuadrado, que tiene de lado un metro: se divide en 100 *decímetros cuadrados* (**).

El *área* es un cuadrado, que tiene de lado 10 metros: consta por lo tanto de 100 metros cuadrados.

La *hectárea* es un cuadrado, que tiene de lado 100 metros: consta de 100 áreas ó 10000 metros cuadrados.

Llámase *cuadrado* á una figura terminada por cuatro rectas iguales, y cuyos ángulos son tambien iguales.

Unidades de volúmen.

47. La unidad usual es el metro cúbico ó sea un cubo cuyo lado ó arista es un metro. Se divide en 1000 *decímetros cúbicos* ó en 1000000 de *centímetros cúbicos*.

Llámase *cubo* el espacio limitado por seis cuadrados iguales: los lados de estos cuadrados son los lados ó aristas del cubo.

Unidades de capacidad.

48. La unidad usual es el litro ó sea un decímetro cúbico que se divide en 10 *decílitros* ó en 100 *centílitros*.

Las unidades superiores ó múltiplos del litro son: el *decálitro* ó 10 litros, el *hectólitro* ó 100 litros, y el *kilólitro* ó 1000 litros.

El *kilólitro* llámase tambien *tonelada de arqueo*, y tiene precisamente la capacidad de un metro cúbico.

(*) El *metro* tiene de longitud una vara argentina y 155 milésimas: equivale por lo tanto á 3,464 piés ó sean 41,570 pulgadas.

(**) El *decímetro cuadrado* es un cuadrado que tiene de lado un decímetro: se divide en 100 *centímetros cuadrados*.

Unidades de peso.

49. La unidad usual es el kilógramo ó sea el peso de un litro de agua pura ó destilada: se divide en 1000 *gramos*.

En medicina y farmacia se divide el *gramo* en 10 *decígramos*, en 100 *centígramos* ó en 1000 *milígramos*.

Las unidades superiores ó múltiplos del kilógramo son: el *quintal métrico* ó 100 kilógramos y la *tonelada de peso*, ó sean 1000 kilógramos.

La *tonelada* es exactamente el peso de un metro cúbico de agua.

Sistema monetario.

50. La *unidad monetaria* segun la ley vigente de 1875 es el *peso de oro* ó *peso fuerte* que se divide en 10 décimos, cada *décimo* en 10 centavos y cada *centavo* en 10 milésimos (*).

Monedas mayores de oro:

El *Medio-Colon* de valor de 5 pesos fuertes.
El *Colon* de valor de 10 pesos fuertes.
El *Doble-Colon* de valor de 20 pesos fuertes.

Como moneda de vellon establece la ley las siguientes:

El *peso de plata* igual en valor al peso fuerte.

La moneda de 50 centavos ó sea medio peso fuerte.
» » 20 centavos ó sea la quinta parte del peso fuerte.
» » 10 centavos ó sea la décima parte del peso fuerte.
» » 5 centavos ó sea la vigésima parte del peso fuerte.
» » 2 centavos, moneda de cobre de 10 gramos de peso.
» » 1 centavo, moneda de cobre que pesará 5 gramos.

No circulan áun todas estas monedas, pero sí muchas de las antiguas y otras extranjeras cuyo valor legal se indica más adelante.

Division del tiempo.

51. La unidad usual es el *dia* de 24 horas, ó sea el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta completa sobre su eje. Cada hora se divide en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos.

Las unidades superiores son el *mes* que tiene 28, 29, 30 ó 31 dias, el *año* que tiene 12 meses y el *siglo* que consta de 100 años.

(*) La ley fija para el *peso de oro* uno y dos tercios gramos de oro y su ley en 900 milésimas de fino. El nuevo numerario se acuñará únicamente en las casas de moneda de Buenos-Aires y Salta.

ANTIGUAS MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS ARGENTINAS,

todavía en uso en las Repúblicas del Rio de la Plata.

Medidas de longitud.

52. La unidad usual es la vara argentina dividida en 3 piés, el *pié* en 12 pulgadas y la *pulgada* en 12 líneas. La *manzana* tiene 100 varas; la *cuadra* 150 varas y la *legua* 6000 varas (*).

El *metro* reemplaza á la vara y al pié, y el *kilómetro* á la legua. Las equivalencias aproximadas son:

13 metros hacen 15 varas.	26 kilómetros hacen 5 leguas.

Medidas de superficie y agrarias.

53. La unidad usual de las medidas de superficie es la vara cuadrada, ó sea un cuadrado, que tiene por lado una vara. Se divide en 9 piés cuadrados, y el *pié cuadrado* en 144 pulgadas cuadradas.

Como medidas agrarias se usan la *manzana*, la *cuadra* y la *legua cuadradas*, que son cuadrados, que tienen por lado respectivamente una manzana, una cuadra ó una legua.

3 metros cuadrados hacen 4 varas cuadradas.
3 hectáreas equivalen á 4 manzanas cuadradas.

Medidas de volúmen.

54. La unidad usual es la vara cúbica ó sea un cubo, cuyo lado ó arista es una vara. Se divide en 27 piés cúbicos, y el *pié cúbico* en 1728 pulgadas cúbicas.

13 metros cúbicos equivalen á 20 varas cúbicas.

Medidas de capacidad.

55. La unidad usual para medir los líquidos es el *galon*. El *barril* tiene 20 galones y la *pipa* 6 barriles. Tambien se usa el *frasco* que se divide en 4 cuartas.

La unidad para medir la cabida ó arqueo de los buques es la *tonelada* llamada de *arqueo* que tiene 8 codos cúbicos de ribera ó sea el espacio de dos pipas de 17 arrobas y media cada una.

(*) Cada uno de los 360 grados de la circunferencia máxima del globo terráqueo mide aproximadamente 20 leguas geográficas y su radio 1145.

Para los áridos la unidad usual es la *fanega* que se divide en unas provincias en 4 cuartillas y en otras en 12 almudes.

Las medidas de capacidad para granos y frutas varian en las diferentes provincias de la República: la *fanega* que se usa en Buenos-Aires mide poco más de 137 litros y pesa, si es de trigo, 210 á 215 libras. La de maíz en espiga debe pesar 300 libras y en grano 400.

El *litro* reemplaza al galon en los líquidos, y el *hectólitro* á la fanega de áridos. Equivalencias aproximadas:

19 litros de vino valen tanto como 5 galones.
59 hectólitros de trigo son tanto como 43 fanegas de Buenos-Aires.

Medidas de peso.

56. La unidad usual es el quintal, que se divide en 4 arrobas, la *arroba* en 25 libras, la *libra* en 16 onzas, la *onza* en 16 adarmes y el *adarme* en 36 granos. La *tonelada* tiene 20 quintales.

Para el oro y la plata se usa el *marco* dividido en 8 onzas, la *onza* en 8 ochavas, la *ochava* en 6 tomines, y el *tomin* en 12 granos.

En medicina y farmacia la *libra* se divide en 12 onzas, la *onza* en 8 dragmas, el *dragma* en 3 escrúpulos, el *escrúpulo* en 2 óvalos y el *óvalo* en 12 granos.

17 kilógramos de azucar equivalen á 37 libras.
11 toneladas métricas son lo mismo que 12 toneladas antiguas.
31 kilógramos equivalen á 90 libras medicinales.

Monedas.

57. La falta de verdadera moneda argentina en cantidad bastante para las crecientes necesidades del comercio movió al Gobierno á dar curso legal á las monedas extranjeras fijando el valor de las más usuales de oro en esta forma (*):

La *onza de oro*, antigua moneda española.	16 pesos fuertes.
20000 *reis brasileños*.	11 pesos fuertes.
El *aguila norte-americana*.	10 pesos fuertes.
El *condor chileno*.	9 pesos fuertes y 25 centavos.
El *doblon español*.	5 pesos fuertes.
La *libra esterlina inglesa*.	4 pesos fuertes y 90 centavos.
La *moneda francesa de 20 francos*. . . .	3 pesos fuertes y 90 centavos.

(*) El *papel moneda* del Banco Provincial de Buenos-Aires sustituye con ventaja al numerario prefiriéndolo el comercio en las transacciones de cierta importancia.

Ejercicios relativos á las medidas, pesas y monedas argentinas.

58. Qué es cantidad, unidad, número entero, número fraccionario y número mixto?

Cuáles son las unidades usuales de longitud, de superficie, de capacidad para áridos y para líquidos, de volúmen, de peso, de dinero y de tiempo? —Cuáles sus múltiplos y divisores?

Cuántos metros tienen 12 decámetros, 15 hectómetros, 25 kilómetros y 108 miriámetros?

Cuántos kilómetros son un millon de metros y cuántos un millon de milímetros?

Calcular los kilómetros que tiene la circunferencia de la Tierra y los metros que corresponden á cada una de sus 360 partes iguales, llamadas *grados*.

Si á lo largo de nuestros ferro-carriles se plantasen dos líneas de árboles, distantes uno de otro medio decámetro, ¿cuál sería el valor de todos ellos al cabo de 5 años, calculando en 2 pesos fuertes el precio medio de cada uno? (*).

Es lo mismo un decímetro cuadrado que la décima parte de un metro cuadrado?

Cuántas áreas son 500 metros cuadrados, y cuántas tiene una plaza cuadrada cuyo lado es de 50 metros?

Si un terreno de 12 áreas y media ha costado 85000 pesos papel moneda, ¿cuál es el precio de un metro cuadrado?

Si las 14 provincias de la República Argentina estuvieran igualmente pobladas, ¿cuántos habitantes corresponderian por cada kilómetro cuadrado? (**).

Cuántos metros cúbicos equivalen á medio millon de decímetros cúbicos?

Calcular los decímetros cúbicos que tiene un cubo cuyo lado sea igual á dos metros y medio.

Cuántos litros tiene una vasija de 12 decálitros, y cuántos centílitros tiene otra de un hectólitro?

Cuántos hectólitros de vino caben en una vasija cuya capacidad es de 2 y medio metros cúbicos?

(*) Los kilómetros explotados en 1.° de Enero de 1878 son 2317 y los kilómetros en construccion ó próximos á construirse 1765.

(**) La extension superficial de las provincias argentinas se calcula aproximadamente en 196 millones de hectáreas: cada kilómetro cuadrado tiene 100 hectáreas. La poblacion asciende á 1.960000 habitantes.

Cuál es el peso de un litro, de un hectólitro y de un kilólitro de agua?

Si una fuente da 10 litros de agua por minuto, otra da 12 y otra 15, ¿cuántos hectólitros darán las tres juntas en un dia?

Si una fuente da 50 litros de agua en dos minutos y medio, ¿cuánto tardará en llenar una vasija de 125 hectólitros.

Cuántos pesos fuertes son 50, 100, 500 y 1000 colones de oro?

Cuántos pesos fuertes son 50, 100, 500 y 1000 onzas de oro?

Cuántas águilas de oro son 50, 100, 500 y 1000 pesos fuertes?

Cuántos gramos tiene una tonelada de peso?

Cuántos dias son 12000 minutos y cuántas horas tiene un año bisiesto? — Cuántos dias tiene un siglo?

---

59. Cuáles eran, en el antiguo sistema argentino, todavía en uso en muchas provincias, las unidades de longitud, de superficie, de volúmen, de capacidad para áridos y para líquidos, de peso, de dinero y de tiempo?

Calcular las manzanas, cuadras, millas y leguas equivalentes á un millon de piés argentinos.

Si cada grado de la circunferencia de la Tierra tiene 60 millas, ¿cuántas leguas tendrá la circunferencia entera?

Cuántos metros tiene una legua y cuántos una milla?

Cuántas manzanas cuadradas tiene un cuadrado cuyo lado es de 1100 varas?

Si todas las provincias argentinas estuvieran igualmente pobladas, ¿cuántos habitantes habria por legua cuadrada? (*).

Reducir 17280 pulgadas cúbicas á piés cúbicos.

Cuántos galones tienen 10 pipas de vino?

Cuántas fanegas son 1260 almudes de trigo de la provincia de Santa Fé y á cuánto asciende su peso total sabiendo que cada fanega pesa 375 libras?

Cuántos adarmes tiene un quintal de plomo, y cuántos granos tiene una onza de plata?

Calcular los centavos que tiene una onza de oro.

Cuáles son las equivalencias aproximadas entre las unidades usuales del sistema métrico-decimal y las del antiguo sistema argentino?

(*) La extension superficial de las 14 provincias argentinas se calcula aproximadamente en 25300 leguas cuadradas.

NÚMEROS QUEBRADOS.

QUEBRADOS ORDINARIOS.

Numeracion, adicion, sustraccion, multiplicacion y division.
Ejercicios y aplicaciones de estos números.

Numeracion de los quebrados.

60. **Definicion.** — Llámase NÚMERO QUEBRADO una parte ó la reunion de varias partes iguales de la *unidad.*

El número que indica las partes, que se toman de la unidad, se llama *numerador*, y el que indica las partes iguales, en que esta se considera dividida, se llama *denominador*. El numerador y denominador juntos se llaman *términos* del quebrado.

Los números quebrados se llaman tambien *fraccionarios* (*).

Si una unidad se divide en dos partes iguales, estas partes se llaman *medios* ó *mitades;* si se divide en tres, se llaman *tercios;* si se divide en cuatro, *cuartos;* si en cinco, *quintos;* si en seis, *sextos;* y así sucesivamente, *séptimos*, *octavos*, *novenos*, *décimos*, *once-avos*, *doce-avos*, *trece-avos*, *veinte-avos*, *cien-avos*, etc., segun que la unidad se divida en 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 100, etc., partes iguales.

(*) Los quebrados se llaman *decimales* si tienen por denominador 10, 100, 1000, etc., y *ordinarios* si el denominador es otro número cualquiera. Diciendo simplemente números *quebrados* se hace referencia á los ordinarios.
Llámase *unidad fraccionaria* cada una de las partes iguales en que se considera dividida la unidad entera. Los *quebrados* constan pues, de una ó varias unidades fraccionarias.
Cuando se dice simplemente *unidad* se sobrentiende la unidad entera.

61. Para enunciar un quebrado, *se enuncia el numerador como si fuera entero, añadiendo luego la denominacion respectiva.*

Dividida la unidad en ocho partes iguales, cinco de estas partes formarán un quebrado, que se enunciará diciendo, 5 *octavos.*

62. Para escribir un quebrado, *se escribe el numerador y debajo el denominador separándolos con una rayita como en la division.*

Dos *tercios* y once *veinte-avos* se escriben así: $\frac{2}{3}$ y $\frac{11}{20}$

Tambien se escribe el numerador y á su continuacion el denominador, separándolos por una rayita inclinada, en esta forma $^2/_3$ y $^4/_5$

La reunion de un entero y un quebrado se llama *número mixto.* Cinco enteros y un tercio; doce enteros y ocho quince-avos son *números mixtos.*

63. Quebrados propios é impropios. — Los quebrados cuyo numerador es menor que su denominador, valen ménos que la unidad. Si el numerador es igual al denominador, valen una unidad. Si el numerador es mayor que el denominador, valen más que la unidad.

$\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{8}$ | $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}$ | $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{9}{5}$

Ordinariamente se llaman *fracciones ó quebrados propios* á los números fraccionarios menores que la unidad entera, y *quebrados impropios* á los iguales ó mayores que dicha unidad.

64. *El cociente completo ó total de dos números enteros,* se halla añadiendo al cociente entero una fraccion cuyo numerador sea el resto de la division, y su denominador el divisor.

Así, el cociente total de 14 entre 3, será $4\frac{2}{3}$

Todo quebrado es igual al cociente total del numerador por el denominador.

$\frac{14}{5}=2\frac{4}{5}$ | $\frac{40}{7}=5\frac{5}{7}$ | $\frac{61}{12}=5\frac{1}{12}$ | $\frac{100}{25}=4$

A todo número entero se le puede dar la forma quebrada ó fraccionaria escribiendo la unidad por denominador.

El entero 4 es lo mismo que $\frac{4}{1}$, y tambien $10=\frac{10}{1}$

Un entero se reduce á quebrado de un denominador dado, poniendo por numerador de este su producto por el entero.

$$8=\frac{8\times5}{5},\qquad 10=\frac{10\times12}{12},\qquad 12=\frac{12\times20}{20}$$

65. **Alteracion de un quebrado variando sus términos.** — *Si aumenta ó disminuye el numerador de un quebrado, aumentará ó disminuirá el quebrado;* y por consiguiente, si dos ó más quebrados tienen un mismo denominador, será mayor el que tenga mayor numerador.

$$\frac{5}{8} \text{ es mayor que } \frac{4}{8}$$

Pues siendo iguales las partes en que se divide la unidad en uno y otro quebrado, el primero contiene cinco de estas y el segundo sólo cuatro.

Si aumenta ó disminuye el denominador de un quebrado, disminuirá ó aumentará el quebrado; y por consiguiente, si dos ó más quebrados tienen un mismo numerador, será mayor el que tenga menor denominador.

$$\frac{3}{5} \text{ es mayor que } \frac{3}{8}$$

Porque siendo cada una de las 5 partes iguales en que se divide la unidad en el primer quebrado mayor que cada una de las 8 del segundo; 3 de aquellas valen más que 3 de estas (*).

Un quebrado no varía aunque el numerador y denominador se multipliquen por un mismo número, ó se dividan por un divisor comun á ambos.

Pues el efecto producido por la multiplicacion ó division del numerador se destruye con la misma operacion hecha con el denominador.

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{6}{12}=\frac{600}{1200}\qquad\qquad \frac{60}{180}=\frac{6}{18}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

(*) Si añadimos á los dos términos de una fraccion un mismo número entero, la fraccion que resulta, será mayor que la primitiva.

66. Simplificar un quebrado, *es transformarle en otro equivalente, pero cuyos términos sean menores.* Un quebrado se llama *irreducible*, cuando no se puede expresar exactamente por otro quebrado, de términos menores.

Para simplificar un quebrado cuyos dos términos tienen un divisor comun, se dividen su numerador y denominador por este divisor (*).

$$\frac{30}{42}=\frac{15}{21}=\frac{5}{7} \qquad \frac{1050}{11550}=\frac{105}{1155}=\frac{21}{231}=\frac{7}{77}=\frac{1}{11}$$

Dividiendo en el primer ejemplo el numerador y denominador del quebrado dado por 2, resulta el nuevo quebrado $\frac{15}{21}$; y dividiendo los dos términos de este por 3, tendrémos la fraccion irreducible que se busca.

En el segundo ejemplo, se dividen los dos términos del quebrado propuesto por 10, los del segundo por 5, los del tercero por 3 y los del cuarto por 7.

Otros ejemplos:

$$\frac{12}{60},\ \frac{60}{210},\ \frac{1050}{2310},\ \frac{9900}{11550},\ \frac{437}{391},\ \frac{29}{9889},$$

equivalen respectivamente á

$$\frac{1}{5},\ \frac{2}{7},\ \frac{5}{11},\ \frac{6}{7},\ \frac{19}{17},\ \frac{1}{341}$$

En los dos últimos ejemplos se debe hallar el máximo comun divisor del numerador y denominador y dividiendo por él ambos términos resultará el quebrado irreducible que se busca (**).

(*) *Un número entero es divisible por* 10, *por* 100, *por* 1000, *etc.*, cuando termina en uno, dos, tres, etc., ceros; *es divisible por* 2 cuando la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6 ú 8; *es divisible por* 5 cuando la misma cifra es 0 ó 5; y por último *es divisible por* 3 *ó por* 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es divisible por 3 ó por 9.

140, 500 y 1880 son divisibles por 10; 12500 y 5000 son divisibles por 100; 320, 1862 y 9998 son divisibles por 2; 180, 365 y 3330 son divisibles por 5; 105, 1182 y 15261 son divisibles por 3; 360, 1980 y 12798 son divisibles por 9.

(**) *Para hallar el máximo comun divisor de dos números*, se divide el mayor por el menor, el menor por el resto, el primer resto por el segundo, etc., hasta hallar un resto cero, en cuyo caso el último divisor será el número que se busca. El máximo comun divisor de 437 y 391 es 23.

67. Para reducir dos ó más quebrados de diferentes denominadores á otros de igual valor y de un mismo denominador, *se multiplican los dos términos de cada uno por el producto de los denominadores de los demás.*

Sean los quebrados dados $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{4}$

Multiplicando los dos términos del primero por 4, que es el denominador del segundo, y los dos términos de este por 3, que es el denominador del primero, resultarán los nuevos quebrados de un mismo denominador

$$\frac{8}{12} \text{ y } \frac{3}{12}$$

equivalentes respectivamente á los quebrados dados.

Otros ejemplos:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{2}{7}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$
$\frac{15}{30}, \frac{10}{30}, \frac{12}{30}$	$\frac{35}{70}, \frac{14}{70}, \frac{20}{70}$	$\frac{60}{120}, \frac{40}{120}, \frac{30}{120}, \frac{24}{120}$

Reducir á un comun denominador los quebrados

$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{11}$	$\frac{5}{2}, \frac{11}{6}, \frac{1}{18}$	$\frac{2}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{14}, \frac{5}{3}$

68. En algunos casos *tambien se pueden reducir los quebrados á un mismo denominador*, despues de simplificados, multiplicando sus dos términos por un número tal que reduzca todos los denominadores á uno comun y el menor posible.

Propongámonos reducir á un mismo denominador estos quebrados:

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{20}$$

Multiplicando los dos términos del primero por 10, los del segundo por 4 y los del tercero por 5, y copiando el último, tendrémos resuelto el problema.

Otros ejemplos:

$\frac{3}{5}, \frac{1}{6}, \frac{7}{15}, \frac{11}{30}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}$

Adicion de los números quebrados.

69. Para sumar quebrados *de un mismo denominador, se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador comun.*

Si los quebrados dados tienen denominadores diferentes se reducen á otros de un mismo denominador, y despues se suman como en el caso anterior.

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}. \qquad \frac{6}{11}+\frac{2}{11}+\frac{3}{11}=\frac{11}{11}=1$$

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{10}{20}+\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{33}{20}=1\frac{13}{20}$$

Para sumar un entero con un quebrado, *basta multiplicar el entero por el denominador, añadir al producto el numerador, y poner por denominador el denominador del quebrado.*

$$4+\frac{1}{3}=\frac{13}{3} \qquad 5+\frac{5}{12}=\frac{65}{12} \qquad 1\frac{7}{15}=\frac{22}{15}$$

Para sumar números mixtos, *se suman los quebrados y luego los enteros, añadiendo á estos lo que resulte de la suma de aquellos.*

$$4\frac{1}{5}+10\frac{4}{5}+21\frac{3}{5}=35+\frac{8}{5}=36\frac{3}{5}$$

$$6\frac{1}{2}+8\frac{2}{3}+1\frac{1}{10}=15+\frac{15}{30}+\frac{20}{30}+\frac{3}{30}=15+\frac{38}{30}=16\frac{8}{30}=16\frac{4}{15}$$

Tambien se suman los números mixtos, reduciéndolos á quebrados y sumando despues estos.

$$2\frac{1}{2}+10\frac{1}{3}=\frac{5}{2}+\frac{31}{3}=\frac{15}{6}+\frac{62}{6}=\frac{77}{6}=12\frac{5}{6}$$

Otros ejemplos:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5} \quad \Big| \quad 10+\frac{1}{5}+\frac{1}{10} \quad \Big| \quad 12\frac{1}{2}+10\frac{1}{4}+\frac{1}{10}$$

Sustraccion de los quebrados.

70. Para restar un quebrado de otro, *si ambos tienen un mismo denominador, se restan los numeradores, y á la resta se pone por denominador el denominador comun.*

Si los quebrados dados tienen denominadores diferentes se reducen á otros de un mismo denominador, y despues se restan como en el caso anterior.

$$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5} \qquad \frac{11}{12}-\frac{7}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{3}{10} \qquad \frac{1}{7}-\frac{1}{8}=\frac{1}{56}$$

Para restar un quebrado de un entero, *se multiplica el entero por el denominador, del producto se resta el numerador, y á la resta se pone por denominador el denominador del quebrado.*

$$4-\frac{1}{3}=\frac{11}{3}=3\frac{2}{3} \qquad 10-\frac{5}{8}=\frac{75}{8}=9\frac{3}{8}$$

Para restar un número mixto de otro, *se restan los quebrados y luego los enteros. Si el quebrado del minuendo es menor que el del sustraendo, se tomará una unidad del entero del minuendo, para poder efectuar la resta.*

$$6\frac{4}{5}-2\frac{3}{5}=4\frac{1}{5}$$

$$10\frac{1}{2}-2\frac{1}{3}=10\frac{3}{6}-2\frac{2}{6}=8\frac{1}{6}$$

$$10\frac{2}{5}-3\frac{4}{5}=9\frac{7}{5}-3\frac{4}{5}=6\frac{3}{5}$$

$$6\frac{2}{3}-2\frac{7}{8}=6\frac{16}{24}-2\frac{21}{24}=5\frac{40}{24}-2\frac{21}{24}=3\frac{19}{24}$$

Siendo, en los dos últimos ejemplos, el quebrado del minuendo menor que el del sustraendo, se toma una unidad del entero correspondiente, y al restar los enteros, se considera al minuendo con dicha unidad de ménos. Así, en vez de 10 y $^2/_5$ hemos sustituido 9 y $^7/_5$ que es lo mismo, facilitando sin embargo, bajo esta forma, la sustraccion.

Tambien se restan los números mixtos, reduciéndolos á quebrados y restando despues estos.

$$6\frac{3}{5}-4\frac{1}{5}=\frac{33}{5}-\frac{21}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$$

$$10\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}=\frac{31}{3}-\frac{5}{2}=\frac{62}{6}-\frac{15}{6}=\frac{47}{6}=7\frac{5}{6}$$

Si uno de los datos es entero ó fraccionario, basta sin embargo, lo dicho en los casos anteriores, para determinar el resíduo. En efecto:

$$10\frac{4}{5}-8=2\frac{4}{5}$$

$$10\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=10\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=10\frac{2}{15}$$

$$11-8\frac{4}{5}=10\frac{5}{5}-8\frac{4}{5}=2\frac{1}{5}\ (*)$$

En el primero de estos ejemplos la diferencia de los enteros es 2 y la de los quebrados $\frac{4}{5}$, puesto que el quebrado del sustraendo es cero.

En el segundo, despues de reducidos los quebrados á un mismo denominador, la diferencia de los enteros es 10 y la de los quebrados $\frac{2}{15}$

En el último ejemplo, como el quebrado del minuendo es cero, la unidad, que se toma del entero, se convierte en $\frac{5}{5}$, resultando así 2 de diferencia entre los enteros y $\frac{1}{5}$ entre los quebrados.

Otros ejemplos:

$10-4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}-\frac{4}{5}$	$5\frac{1}{4}-4\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$
$1\frac{1}{2}-\frac{5}{4}$	$\frac{2}{3}-\frac{2}{5}-\frac{1}{10}$	$10-\frac{2}{5}-4\frac{1}{2}$	$1-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

(*) Aplicando este procedimiento al caso de *restar un quebrado de un entero*, se facilita la regla dada anteriormente, puesto que aparece el resultado bajo la forma de un número mixto. En la práctica se omite el escribir la trasformacion del minuendo.

Multiplicacion de los quebrados.

71. Para multiplicar un quebrado por un entero ó un entero por un quebrado, *se multiplica el entero por el numerador, dejando el mismo denominador.*

$$\frac{1}{9}\times 4=\frac{4}{9} \qquad 7\times\frac{4}{5}=\frac{28}{5}=5\frac{3}{5}$$

En el primero de estos ejemplos, el producto de $\frac{1}{9}$ por 4 equivale á la suma de cuatro sumandos iguales al multiplicando y, por consiguiente, el producto hallado es el verdadero.

En el segundo, el producto que se busca ha de ser *cuatro quintas partes* del multiplicando, y como una quinta parte de 7 es $\frac{7}{5}$, cuatro quintas partes serán $\frac{28}{5}$ (*).

Para multiplicar dos quebrados, *se multiplican los numeradores y despues los denominadores, escribiendo el primer producto por numerador y el segundo por denominador.*

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6} \quad\Big|\quad \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15} \quad\Big|\quad \frac{6}{11}\times\frac{5}{11}=\frac{30}{121}$$

Para multiplicar dos números mixtos, *se reducen á quebrados y luego se multiplican como estos.*

$$6\frac{1}{2}\times 2\frac{1}{4}=\frac{13}{2}\times\frac{9}{4}=\frac{117}{8}=14\frac{5}{8}$$

Si uno de los factores es entero ó quebrado, la operacion quedará reducida á multiplicar un entero por un quebrado ó bien á multiplicar dos quebrados.

$$4\frac{1}{2}\times 10=\frac{9}{2}\times 10=45 \quad\Big|\quad \frac{2}{5}\times 2\frac{1}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{9}{4}=\frac{9}{10}$$

(*) *Siendo el multiplicador entero*, indica con sus unidades las veces que el producto debe ser mayor que el multiplicando; pero, *si el multiplicador es quebrado*, el producto en este caso será respecto del multiplicando lo que el multiplicador es respecto de la unidad. De modo, que si el multiplicador es $1/2$, $1/3$ ó $1/4$ el producto será la mitad, la tercera ó cuarta parte del multiplicando.

Siempre puede tomarse el multiplicando por multiplicador y éste por multiplicando sin que por eso varíe el producto.

En el caso de *multiplicar un número mixto por un entero ó viceversa*, se hallará el producto multiplicando las dos partes del mixto por el entero y sumando despues ambos resultados.

$$4\frac{1}{2}\times10=4\times10+\frac{1}{2}\times10=40+5=45$$

$$10\frac{1}{12}\times11=110\frac{11}{12} \qquad 20\times10\frac{1}{5}=204$$

Últimamente, *para hallar el producto de tres ó más quebrados*, se multiplican todos los numeradores y despues los denominadores, dividiendo el primer producto por el segundo.

Si alguno de los factores es entero, se multiplica por el producto de los numeradores.

$$\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{10}{80}=\frac{1}{8} \quad \Big| \quad 8\times\frac{1}{5}\times\frac{5}{2}\times\frac{2}{7}=\frac{80}{70}=1\frac{1}{7}\ (*).$$

Otros ejemplos:

$$1\frac{1}{3}\times4\frac{3}{5} \quad \Big| \quad 4\frac{2}{3}\times\frac{5}{8} \quad \Big| \quad 5\frac{1}{4}\times10 \quad \Big| \quad 10\times4\frac{1}{5}$$

72. Quebrados de quebrados.— Llámase *quebrado de quebrado* el número que representa una ó varias partes iguales de otro quebrado.

$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ es un quebrado de quebrado,

é indica la mitad de la tercera parte de una unidad.

Un quebrado de quebrado se reduce á quebrado sencillo, multiplicando entre sí los quebrados componentes.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3}=\frac{1}{6} \quad \Big| \quad \frac{1}{10} \text{ de } \frac{2}{5}=\frac{2}{50}=\frac{1}{25}$$

Hallar la mitad de un tercio; el quinto de $8\frac{1}{2}$; y las tres cuartas partes de la mitad de 21.

(*) Si hay factores comunes en los numeradores y denominadores de los quebrados dados se abrevia la operacion suprimiendo previamente dichos factores. En el ejemplo del texto se pueden suprimir los factores 5 y 2, obteniendo así inmediatamente el resultado final.

Division de los quebrados.

73. Supuesto que el cociente multiplicado por el divisor debe ser igual al dividendo, se deduce que:

Para dividir quebrados, *se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor, partiendo el primer producto por el segundo.*

$$\frac{1}{4}:\frac{2}{5}=\frac{5}{8} \quad\Big|\quad \frac{1}{10}:\frac{1}{4}=\frac{2}{5} \quad\Big|\quad \frac{8}{15}:\frac{4}{5}=\frac{2}{3}$$

Para dividir un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero, *se pone al entero la unidad por denominador y luego se dividen como dos quebrados.*

En la práctica basta imaginar que el entero tiene la forma fraccionaria suponiéndole la unidad por denominador, sin necesidad de escribirla realmente.

$$4:\frac{2}{5}=\frac{4}{1}:\frac{2}{5}=\frac{20}{2}=10 \qquad \frac{3}{4}:8=\frac{3}{32}$$

Para dividir dos números mixtos, *se reducen á quebrados y luego se dividen como estos.*

$$5\frac{1}{4}:2\frac{1}{3}=\frac{21}{4}:\frac{7}{3}=\frac{63}{28}=2\frac{1}{4}$$

Si *uno de los datos es entero ó quebrado*, la operacion queda reducida á dividir un entero por un quebrado ó bien dos quebrados.

$$5:2\frac{1}{5}=5:\frac{11}{5}=\frac{25}{11} \qquad 5\frac{1}{4}:10=\frac{21}{4}:10=\frac{21}{40}$$

$$4\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=\frac{9}{2}:\frac{2}{3}=6\frac{3}{4} \qquad \frac{5}{4}:2\frac{1}{5}=\frac{5}{4}:\frac{11}{5}=\frac{25}{44}$$

Tambien se puede efectuar el caso de *dividir un número mixto por un entero*, dividiendo las dos partes del dividendo por el divisor y sumando despues ambos resultados.

$$40\frac{2}{3}:4=10\frac{1}{6} \quad\Big|\quad 17\frac{3}{7}:8=2\frac{5}{28} \quad\Big|\quad 125\frac{2}{3}:10=12\frac{17}{30}$$

Otros ejemplos:

$$\frac{6}{5}:\frac{4}{5} \quad\Big|\quad \frac{5}{6}:\frac{5}{4} \quad\Big|\quad 2:5\frac{1}{4} \quad\Big|\quad \left(10\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right):2$$

Ejercicios para el cálculo de los quebrados ordinarios.

74. Cuántos tercios, quintos, octavos, doce-avos y cincuenta-avos equivalen á una unidad entera?—Se puede simplificar un quebrado cuyos dos términos se diferencien en una unidad?—Cuál es la mayor y cuál la menor de las fracciones siguientes?

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{5},\ \frac{5}{6}$$

Qué variaciones sufrirá un quebrado propio añadiendo ó quitando á sus dos términos un mismo número?—Y si fuese impropio?

Hallar los resultados de las operaciones que siguen:

ADICION:

$\frac{5}{6}+\frac{4}{9}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ | $12\frac{1}{6}+105\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+10$

SUSTRACCION:

$\frac{5}{6}-\frac{4}{5}$ | $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{8}$ | $5-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ | $5-2\frac{1}{10}$

$4\frac{1}{2}-2$ | $1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$ | $1\frac{1}{2}-\frac{4}{5}$ | $5\frac{1}{4}-4\frac{1}{2}$

MULTIPLICACION:

$4\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$ | $10\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

$\left(10\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\times5\frac{1}{2}$ | $\left(10-2\frac{1}{5}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{7}{11}$

DIVISION:

$4\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{1}{5}$ | $10\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

$\left(10\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right) : 5\frac{1}{2}$ | $\left(10+2\frac{1}{5}\right) : \left(\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{7}{11}\right)$

Hallar la suma del tercio y el quinto del número 101.

Cuál es el número cuyos dos tercios valen $10\ {}^1/_2$?

Cuál es el producto de multiplicar la suma por la diferencia de la mitad y la tercera parte del número 10?

Aplicaciones de los números quebrados.

75. Como cuestion preliminar á todas las aplicaciones de los quebrados concretos, vamos á tratar de la conocida vulgarmente con el nombre de *valuar un quebrado*, ó sea hallar su valor en unidades de especie inferior.

Para valuar un quebrado concreto, se multiplica el numerador por las unidades de especie inferior, que contiene la unidad á que se refiere, y el producto se divide por el denominador.

No siendo exacta la division, se continuará el procedimiento en igual forma hasta llegar á las unidades de la última especie.

Suponiendo el quebrado $\frac{3}{5}$ *de un dia;* tendrémos:

3 (numerador del quebrado)	5 (denominador del quebrado)
24 horas de un dia	14 horas.... 24 minutos.
72 horas	(Número que se busca)
2 »	
60 minutos de una hora	
120 minutos	
00 »	

$\frac{9}{11}$ de vara$=$2 piés.... 5 pulgadas.... 5 líneas.

$\frac{1}{6}$ de qq.$=$16 libras.... 10 onzas... 11 adarmes (*).

Si la última division no fuere exacta, se desprecia el resto final, si no llega á la mitad del divisor, ó se añade una unidad á las unidades inferiores del cociente, si es igual ó mayor que la mitad del divisor.

Para reducir un quberado concreto á otro de especie superior, se divide el quebrado dado por el número que expresa las unidades de especie inferior, que componen una del órden superior.

Así, $\frac{2}{5}$ de una hora, es lo mismo que $\frac{2}{5\times 24}$ de un dia.

(*) Estos números, que constan de unidades de diferentes especies relativas todas á un mismo género de medidas, se llaman *complejos*, para distinguirlos de los *incomplejos*, que se refieren á una sola especie de unidades.

76. Explicado ya el procedimiento que se sigue en la valuacion de los quebrados concretos, propongámonos resolver los problemas siguientes:

1.° Cuánto faltará para terminar la construccion de un ferrocarril que tiene en explotacion la mitad de su longitud por uno de sus extremos y la tercera parte por el otro?

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$$

luego faltará la sexta parte de la longitud total del camino.

2.° Si una fuente llena un estanque en 3 horas, otra le llena en 4, y otra le llena en 6, ¿qué parte del estanque llenarán en una hora corriendo las tres juntas?

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3}{4}$$

3.° Si una locomotora recorre 4 kilómetros en 5 minutos y otra recorre 3 kilómetros en 4 minutos ¿cuánto anda la una más que la otra en cada minuto?

$$\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{1}{20} \text{ ó sean 50 metros.}$$

4.° Un frasco vacío pesa 2 kilógramos y medio, y lleno de agua pesa 15 $^1/_4$, ¿cuál será el peso del agua?

12 kilógramos y 750 gramos.

5.° Si una fanega de trigo pesa 3 arrobas y media ¿cuánto pesarán 10 fanegas y un tercio?

36 arrobas 4 libras y 3 onzas.

6.° Cuánto tiempo es la mitad de los dos tercios de un quinto del dia natural?

1 hora y 36 minutos.

7.° Si 4 litros y medio de leche valen 54 reales bolivianos, ¿cuánto vale cada litro?

12 reales de dicha moneda.

8.° Si una máquina nos dá en $^3/_4$ de hora 25 metros y medio de tela, ¿cuánto tiempo emplearía en hacer de la misma tela 12 piezas de 40 metros cada una?

14 horas y 7 minutos.

QUEBRADOS DECIMALES.

Numeracion, adicion, sustraccion, multiplicacion y division.
Reduccion de los quebrados ordinarios á decimales y vice-versa.

Numeracion de los quebrados decimales.

---

77. **Definicion.** — Llámanse QUEBRADOS DECIMALES *los que tienen por denominador* 10, 100, 1000, ó en general la unidad seguida de ceros.

Son, pues, *quebrados decimales*, los siguientes:

$$\frac{3}{10},\ \frac{5}{100},\ \frac{184}{1000},\ \text{etc.}$$

78. **Nomenclatura de las unidades decimales.** — Los nombres de las diferentes unidades decimales son los siguientes (*): *décimas* cuando el denominador es 10; *centésimas* cuando el denominador es 100; *milésimas* si el denominador es 1000; *diez milésimas* si el denominador es 10000; y así sucesivamente *cien milésimas*, *millonésimas*, *diez millonésimas*, *cien millonésimas*, *mil millonésimas*, *diez mil millonésimas*, *cien mil millonésimas*, *billonésimas*, etc. para los denominadores 100000, 1000000, 10000000, etc.

Luego una *unidad entera* vale 10 décimas ó 100 centésimas ó 1000 milésimas, etc. Una *décima* vale 10 centésimas ó 100 milésimas ó 1000 diez milésimas, etc. Una *centésima* es lo mismo que 10 milésimas ó 100 diez milésimas ó 1000 cien milésimas, y así sucesivamente.

Las décimas son unidades del primer órden decimal, las centésimas lo son del segundo, las milésimas lo son del tercero, etc.; y por consiguiente una unidad de un órden decimal cualquiera vale diez unidades del órden decimal siguiente. El número de unidades de cada órden es siempre menor que diez.

Los números decimales menores que la unidad entera se llaman *fracciones decimales.*

(*) Llámase *unidad decimal* cada una de las 10, 100, 1000, 10000, etc. partes iguales en que se puede considerar dividida la unidad entera. Los *quebrados decimales* que tambien se llaman *números decimales* constan, pues, de una ó varias unidades decimales.

79. Para escribir los quebrados decimales menores que la unidad, ***se escribe un cero, despues una coma ó vírgula y á su derecha las décimas, luego las centésimas, despues las milésimas,*** **etc.**

Si el número decimal es mayor que la unidad, **la parte entera ocupará el lugar del cero.**

La fraccion decimal 4 *décimas*, se escribirá así 0,4

Otros ejemplos: $\frac{12}{100}=0{,}12$ $\frac{12}{1000}=0{,}012$

$\frac{1857}{10}=185{,}7$ $\frac{1857}{100}=18{,}57$ $\frac{1857}{1000}=1{,}857$

80. Para leer los quebrados decimales, ***se leen como si fuesen números enteros expresando al fin la denominacion correspondiente á la última cifra.***

Si el número decimal consta de parte entera y parte decimal, la parte entera se acostumbra leer como los números enteros y la decimal segun se acaba de indicar.

Así,	0,118	se lee:	ciento diez y ocho *milésimas*.
	2,05	»	dos *unidades* y cinco *centésimas*.
	10,100015	»	diez *unidades* y cien mil quince *millonésimas*.

81. Los quebrados decimales, que llevan una misma denominacion, se refieren á una misma unidad decimal y tienen, por consiguiente, un mismo número de cifras decimales. Estos números se llaman *homogéneos.*

El órden de las unidades que representa cada una de las cifras de un número decimal, depende únicamente del lugar que ocupa con relacion á la coma ó vírgula; y por consiguiente:

Un quebrado decimal no varía, aunque se añadan ó quiten uno ó más ceros de su derecha.

Así, 0,5 es lo mismo que 0,500; pues las 500 milésimas de este último número equivalen á 5 décimas, 0 centésimas y 0 milésimas.

Segun esto, *para hacer homogéneos dos números decimales,* **basta escribir á la derecha del que tenga ménos cifras decimales los ceros que se necesiten para que ambos se refieran á una misma unidad decimal.**

Adicion de los quebrados decimales.

82. Los quebrados decimales se suman, *lo mismo que los números enteros, cuidando de poner la coma en la suma, de modo que forme columna con las comas de los sumandos.*

$$\begin{array}{r} 10{,}8412 \\ 0{,}21 \\ 4{,}074 \\ \hline 15{,}1252 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1{,}09412 \\ 0{,}023 \\ 14{,}2005 \\ 30{,}001 \\ \hline 45{,}31862 \end{array}$$

Tambien se pueden disponer los datos en esta forma:

$$5{,}2+4{,}008+0{,}145+1{,}1878=10{,}5408$$

$$0{,}012+5{,}5+1{,}999+2{,}006+6{,}0144+10{,}0366=25{,}568$$

Sustraccion de los quebrados decimales.

83. Para restar quebrados decimales, *cuando el minuendo y sustraendo, son homogéneosse, se restan como los números enteros, cuidando de escribir la coma en la resta, de modo que forme columna con las comas de los datos.*

Si el minuendo y sustraendo no tienen igual número de cifras decimales, antes de aplicar la regla anterior, se añaden ceros á la derecha del que tenga ménos (*).

$$\begin{array}{r} 2{,}074 \\ 0{,}185 \\ \hline 1{,}889 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 0{,}07412 \\ 0{,}018 \\ \hline 0{,}05612 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 5{,}2 \\ 4{,}1728 \\ \hline 1{,}0272 \end{array}$$

Otros ejemplos:

$$1{,}4-0{,}25=1{,}15 \qquad 5{,}01-2{,}00805=3{,}00195$$

$$1-0{,}999=0{,}001 \qquad 0{,}5-0{,}4999=0{,}0001$$

(*) En la práctica siempre se suponen escritos estos ceros considerando por lo tanto al minuendo y sustraendo con igual número de guarismos decimales.

Multiplicacion de los quebrados decimales.

84. Para multiplicar un quebrado decimal por la unidad seguida de ceros, *basta correr la coma tantos lugares á la derecha, cuantos sean los ceros que acompañen á la unidad* (*).

Así, tendrémos:

$$0{,}365 \times 10 = 3{,}65$$
$$5{,}18 \times 100 = 518$$
$$18{,}57 \times 1000 = 18570$$

La supresion de la coma en un número decimal equivale á hacerle tantas veces mayor, como indique la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene.

Así, la supresion de la coma en 1,857 le transforma en 1857, que es *mil* veces mayor que el número dado.

85. Para multiplicar dos ó más quebrados decimales, *se multiplican como si fueran números enteros, y luego de la derecha del producto se separan tantas cifras decimales, cuantas tengan el multiplicando y multiplicador juntos.*

Si el producto no tiene suficiente número de cifras se completan éstas escribiendo á su izquierda uno ó más ceros.

La regla es la misma, áun cuando uno de los factores sea entero.

Su aplicacion á varios ejemplos:

$$\begin{array}{r} 4{,}32 \\ 5{,}2 \\ \hline 864 \\ 2160 \\ \hline 22{,}464 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5{,}0032 \\ 0{,}004 \\ \hline 0{,}0200128 \end{array}$$

$$12 \times 0{,}0105 = 0{,}126$$

$$4 \times 0{,}8 \times 1{,}05 = 3{,}360 = 3{,}36$$

$$1{,}1 \times 4{,}005 \times 0{,}0012 \times 10000 = 52{,}866$$

(*) Esta regla es una consecuencia inmediata de la numeracion de los quebrados decimales.

Division de los quebrados decimales.

86. Para dividir un quebrado decimal por la unidad seguida de ceros, *basta correr la coma tantos lugares á la izquierda, cuantos sean los ceros, que acompañen á la unidad.*

Así, tendrémos:

$$12{,}5 : 10 = 1{,}25$$
$$12{,}5 : 100 = 0{,}125$$
$$12{,}5 : 1000 = 0{,}0125$$

87. Para dividir dos quebrados decimales, *se hacen homogéneos y se dividen, como si fuesen números enteros. El cociente hallado de este modo será el cociente de los números dados.*

La regla es la misma áun cuando el dividendo ó el divisor sea un número entero (*).

$$10{,}08 : 0{,}84 = 12; \text{ pues } \begin{array}{r|l} 1008 & 84 \\ \hline 168 & 12 \text{ cociente.} \\ 00 & \end{array}$$

Del mismo modo, tendrémos tambien

$$0{,}832 : 0{,}00008 = 10400 \quad \text{pues} \quad \begin{array}{r|l} 83200 & 8 \\ \hline & 10400 \end{array}$$

Otros ejemplos:

$$2592 : 1{,}08 = 259200 : 108 = 2400 \quad | \quad 212{,}5 : 0{,}25 = 850$$

No siendo exacta la division se puede continuar añadiendo uno ó más ceros al último resto, en cuyo caso, se hallará el cociente con toda la aproximacion que se quiera.

88. Aproximacion del cociente. — Supuesto que una unidad tiene 10 décimas, ó 100 centésimas, ó 1000 milésimas, etc., para aproximar por decimales el cociente de dos números se añadirán á la derecha del resíduo tantos ceros como cifras decimales se quieran, y el resultado se divide por el divisor.

(*) Tambien se dice que *para dividir un quebrado decimal por un número entero*, se dividen como si ambos fuesen enteros, separando luego de la derecha del producto tantas cifras decimales como tiene el dividendo.

Hallar el cociente de 142 entre 5, con ménos error que una décima.

Dividendo...	142	5 divisor.
	42	28,4 cociente exacto.
Resíduo preparado....	20	
	00	

Hallar el cociente de 358 entre 32, con ménos de una milésima de error.

Dividiendo	358	32 divisor.
	38	11,187 cociente aproximado (*).
Residuo preparado.......	6000	
Resíduo final......	16	

Otros ejemplos:

2,108 : 0,7= 2108 : 700=3,011428...,

1854 : 125=14,832 | 1204 : 2,5=481,6

89. Fracciones periódicas. — En la aproximacion sucesiva de un cociente por decimales será cero uno de los restos, ó de lo contrario una parte de las cifras del cociente se repetirá periódicamente en el mismo órden.

4,21 : 0,07=421 : 7=60,142857 142857.....

5 : 0,12=41,6666..... 0,71 : 9=0,0788888.....

Las cifras decimales, que se repiten constantemente, forman lo que llamamos el *período*, y las anteriores al primer período, *la parte no periódica*. Si el período de una fraccion decimal empieza inmediatamente despues de la coma, se llama *periódica pura*, y cuando no, *periódica mixta*.

0,104104... es una fraccion decimal *periódica pura*.

12,166666... aquí, la fraccion decimal, es *periódica mixta*.

Antes de terminar el cálculo de los números decimales, conviene advertir que, si un resultado tiene más de tres cifras decimales, se acostumbra reducirlas á este número despreciando las restantes y cuidando de añadir una unidad á la última de las que quedan, si la siguiente es 5 ó pasa de 5.

(*) Siempre que el resíduo final de una division sea igual ó mayor que la mitad del divisor, se añadirá una unidad á la última cifra del cociente.

Reduccion de quebrados ordinarios á decimales.

90. **Para reducir un quebrado ordinario á decimal,** ***se divide el numerador por el denominador, y se tendrá la parte entera, y para hallar la decimal se continúa la division, añadiendo un cero á cada resto.***

Si el número dado es una fraccion, la parte entera del número decimal será cero. La diferencia entre los dos quebrados, ordinario y decimal, será en todo caso menor que una unidad del último órden decimal. Ambos números serán exactamente iguales, si uno de los restos es cero.

$\frac{3}{7}=3:7=0{,}428$ con ménos error que una milésima.

$\frac{65}{16}=4{,}0625 \qquad \frac{5}{3}=1{,}6666\ldots \qquad \frac{7}{12}=0{,}583333\ldots$

Si el denominador de un quebrado irreducible es múltiplo, únicamente de los factores 2 y 5, ó sólo de uno de ellos, dicho quebrado se podrá convertir *exactamente* en decimal.

$\frac{11}{40}=0{,}275 \qquad \frac{7}{8}=0{,}875 \qquad \frac{12}{5}=2{,}4$

Si el denominador no es múltiplo de los factores 2 ó 5, la fraccion decimal equivalente será *periódica pura.*

$\frac{2}{11}=0{,}181818\ldots \qquad \frac{5}{21}=0{,}238095238095\ldots$ (*).

Si el denominador es múltiplo de los factores 2 ó 5, y de algun otro, primo con ellos, la fraccion decimal equivalente será *periódica mixta.*

$\frac{7}{12}=0{,}583333\ldots \qquad \frac{5}{14}=0{,}3571428571428\ldots$

$\frac{7}{3\cdot5\cdot5\cdot11}=0{,}00848484\ldots \qquad \frac{19}{875}=0{,}021714285714285\ldots$

(*) Si el denominador de un quebrado es 9, 99, 999, ó en general un número cualquiera de nueves, el periodo de la fraccion decimal correspondiente será el numerador, precedido de tantos ceros, como indique la diferencia entre las cifras del numerador y denominador del quebrado dado.

Reduccion de quebrados decimales á ordinarios.

91. En esta cuestion conviene distinguir tres casos, á saber: cuando la fraccion decimal consta de un número limitado de cifras, cuando es periódica pura, y cuando es mixta.

1.° **Para reducir un quebrado decimal de limitado número de cifras á quebrado ordinario,** ***basta poner por numerador el número dado con supresion de la coma, y por denominador la unidad, seguida de tantos ceros, como cifras decimales tiene.***

$$0{,}14=\frac{14}{100}=\frac{7}{50} \qquad 4{,}0108=\frac{40108}{10000} \qquad 0{,}000825=\frac{825}{1000000}$$

2.° **Para reducir una fraccion decimal periódica pura á fraccion ordinaria,** ***se pone por numerador el período y por denominador, un número compuesto de tantos nueves como cifras tiene el período.***

$$0{,}121212.....=\frac{12}{99}=\frac{4}{33} \qquad 0{,}005005...=\frac{5}{999}$$

Si el número decimal es mayor que la unidad, se añade la parte entera á la fraccion ordinaria, obtenida por la regla anterior.

$$2{,}030303...=2\frac{3}{99}=2\frac{1}{33} \qquad 10{,}015015...=10\,\frac{15}{999}$$

3.° **Para convertir una fraccion decimal periódica mixta en fraccion ordinaria, se escribe por numerador la parte no periódica, seguida del primer período, ménos la parte no periódica, y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período, y tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.**

$$0{,}5833333.....=\frac{583-58}{900}=\frac{7}{12}$$

$$0{,}12506506...=\frac{12506-12}{99900}=\frac{12494}{99900}=\frac{6247}{49950}$$

$$0{,}0003535.....=10+\frac{35}{99000} \qquad \Big| \qquad 0{,}545020202=\frac{53957}{99000}$$

Ejercicios para el cálculo de los quebrados decimales.

92. Cuántas décimas, centésimas, milésimas, ó millonésimas vale una unidad entera? — Cuántas millonésimas componen una milésima? — Varía un quebrado decimal añadiendo á su derecha uno ó más ceros?

Hallar los resultados de las operaciones que siguen:

ADICION:

6,22+10,009+0,12144+0,0094+1,105105+9,999
10,105+4,0005+105,01+0,5+12+0,1500+2,001

SUSTRACCION:

2,504—1,5	0,104—0,00105	1—0,00099
0,520—0,365	4,802—3,01864	10—5,10045

MULTIPLICACION:

12,5×0,05	12,05×0,104×100	20×0,0012×1000
12,5×0,005	1,25×0,00105	10×0,8×0,5×1,5

DIVISION:

12,5 : 1000	110,656 : 3,2	252 : 0,012
10,8 : 1,25	0,22248 : 12	1 : 1,025

Hallar con ménos error que una milésima los cocientes de dividir estos números:

1870 : 12	1 : 3,14159	4,5 : 0,101

Reducir á decimales los quebrados ordinarios que siguen, y á ordinarios los decimales:

$$\frac{4}{5},\ \frac{1}{8},\ \frac{9}{25},\ \frac{3}{15},\ \frac{1}{9},\ \frac{5}{99},\ \frac{22}{7},\ \frac{315}{1110},\ \frac{1}{29}$$

0,504	0,5555...	0,12504504...	4,0125666.....
2,001	4,1111...	5,0002525.....	12,000104104...

Si la décima y centésima parte de un número valen 1,375, ¿cuál será dicho número?

Aplicaciones de los quebrados decimales.

93. Conviene anteponer, á las diferentes aplicaciones de los quebrados decimales, la determinacion del valor de los que son concretos en unidades de especie inferior.

Para valuar un quebrado decimal concreto, *se multiplica por las unidades de especie inferior inmediata, que contiene la unidad á que se refiere el quebrado dado.*

Así, para hallar el valor de 0,54 *de un quintal*, multiplicarémos este número por 4 arrobas, que son las que tiene un quintal, y el producto nos dará 2 arrobas y 16 centésimas de otra arroba.
Repitiendo el cálculo con esta última fraccion decimal, el número dado será lo mismo que 2 arrobas y 4 libras.

Otros ejemplos:

0,15 de un dia=3 horas... 36 minutos.

29,530588 dias=29 dias, 12 horas, 44 minutos y 2,9 segundos.

Si el número dado es metrico-decimal, su reduccion á unidades inferiores se obtiene con sólo correr la coma uno, dos ó más lugares á la derecha.

12,5 kilómet.=125 hectómet.=1250 decámet.=12500 metros.

12,5 hectáreas=1250 áreas=125000 centiáreas (*),

Inversamente, *para reducir un número métrico-decimal á unidades de especie superior*, basta correr la coma uno, dos ó más lugares á la izquierda.

150,8 litros=15,08 decálitros=1,508 hectólitros.

180,5 áreas=1,805 hectáreas.

(*) Los números *métrico-decimales* quedan reducidos á unidades inferiores, con sólo separar sus cifras y dar á cada una la especie respectiva.
4,125 kilómetros=4 kilómetros... 1 hectómetro... 2 decámetros... 5 metros.
4,125 hectáreas =4 hectáreas... 12 áreas... 50 centiáreas.

94. Esto sentado, pasemos ya á resolver los problemas siguientes:

1.° Calcular el volúmen total de los cuerpos de nuestro sistema planetario con relacion al volúmen de la Tierra (*).

Suponiendo 1 el volúmen de la Tierra, el volúmen de los demás planetas de primer órden viene expresado por los números decimales que siguen:

Mercurio 0,054; Vénus 0,868; Marte 0,157; Júpiter 1387,996; Saturno 864,694; Urano 75,253 y Neptuno 85,605.

El volúmen de todos los planetas de segundo órden equivale á cinco veces el volúmen del globo terráqueo.

2.° Siendo el peso neto de una mercancía 85,3 kilógramos y el del embalaje 7200 gramos, ¿cuál será el peso bruto de la mercancía?

3.° La vara de Castilla equivale á 0,835905 metros y la argentina ó del Rio de la Plata á 0,866 metros, ¿cuál es la diferencia en milímetros, de estas dos medidas?

4.° Calcular la diferencia de peso entre una talega, ó sean mil pesos de plata, y la misma cantidad en colones de oro, siendo el peso de estas monedas respectivamente 27,110 gramos y 8,333 gramos segun la nueva ley de 25 de Setiembre de 1875.

5.° Por 25 libros se han pagado 180 pesos fuertes; si el precio de cada uno se aumentase en 25 centavos, ¿cuánto deberíamos pagar por los mismos libros?

6.° El aire pesa 770 veces ménos que el agua, y el mercurio 13,598 veces más que el agua, ¿cuánto pesarán 10 metros cúbicos de aire y cuántas veces pesa el mercurio más que el aire?

7.° Si un litro de agua pura ó destilada pesa un kilógramo, ¿cuánto pesarán cinco litros y medio de mercurio?

8.° Sabiendo que el peso específico del oro fundido es de 19,258, el del plomo 11,352, el de la plata 10,474, el del cobre 8,788 y el del hierro 7,207, ¿cuántos kilógramos pesarán 10 $1/_2$ decímetros cúbicos de cada uno de estos metales?

Llámase *peso específico* de un cuerpo las veces que, en igualdad de volúmen, pesa más ó ménos que el agua pura ó destilada.

(*) Llámase *sistema solar* ó *planetario* el Sol juntamente con los cuerpos celestes ó planetas que giran, como la Tierra, á su alrededor. Los principales son *Mercurio*, *Vénus*, *Tierra*, *Marte*, *Júpiter*, *Saturno*, *Urano y Neptuno* El volúmen del *Sol* es 1.331000 veces mayor que la Tierra.

Reduccion de las antiguas medidas argentinas á las métrico-decimales.

Unidades de longitud.		
Una legua equivale á. . .	5,196	kilómetros.
Una cuadra.	1,299	hectómetros.
Una manzana.	8,660	decámetros.
Una vara.	0,866	metros.
Un pié.	2,890	decímetros.
Unidades de superficie y agrarias.		
Una legua cuadrada. . . .	26,998	kilómetros cuadrados.
Una cuadra id.	1,687	hectáreas.
Una manzana id.	0,750	hectáreas.
Una vara cuadrada. . . .	0,750	metros cuadrados.
Unidades de volúmen.		
Una vara cúbica.	0,649	metros cúbicos.
Un pié cúbico.	24,054	decímetros cúbicos.
Una pulgada cúbica. . . .	13,920	centímetros cúbicos.
Unidades de capacidad.		
Una fanega.	137,198	litros.
Una cuartilla.	34,299	litros.
—		
Una pipa.	456,026	litros.
Un barril.	76,004	litros.
Un galon.	3,800	litros.
Un frasco.	2,375	litros.
Unidades de peso.		
Una tonelada.	0,919	toneladas métricas.
Un quintal.	45,940	kilógramos.
Una arroba.	11,485	kilógramos.
Una libra.	0,459	kilógramos.
Una onza.	28,713	gramos.
Un adarme.	1,795	gramos.

Reduccion de las medidas métrico-decimales á las antiguas argentinas.

Unidades de longitud.

Un kilómetro equivale á.	0,192	leguas.
Un kilómetro.........	7,698	cuadras.
Un hectómetro........	1,155	manzanas.
Un metro............	1,155	varas.
Un decímetro.........	0,346	piés.
Un centímetro.........	0,416	pulgadas.

Unidades de superficie y agrarias.

Un kilómetro cuadrado..	0,037	leguas cuadradas.
Un metro cuadrado....	1,333	varas cuadradas.
Un decímetro cuadrado..	17,281	pulgadas cuadradas.
—		
Una hectárea..........	1,333	manzanas.
El área...............	133,362	varas cuadradas.
Una centiárea.........	12,001	piés cuadrados.

Unidades de volúmen.

Un metro cúbico......	1,540	varas cúbicas.
Un decímetro cúbico ...	0,042	piés cúbicos.
Un centímetro cúbico...	0,072	pulgadas cúbicas.

Unidades de capacidad.

Un hectólitro.........	0,729	fanegas.
Un decálitro..........	0,292	cuartillos.
Un litro..............	0,029	cuartillos.
—		
Un hectólitro.........	26,314	galones.
Un decálitro..........	2,631	galones.
Un litro..............	0,421	frascos.

Unidades de peso.

Una tonelada métrica...	1,088	toneladas.
Un quintal métrico.....	2,177	quintales.
Un kilógramo.........	2,177	libras.
Un gramo............	20,061	granos.

95. Conocida la relacion de las diferentes unidades de pesas y medidas argentinas con las del sistema métrico-decimal, la reduccion de unas á otras se obtiene por la siguiente regla:

Para reducir un número concreto, expresado en uno de los dos sistemas, á su equivalente en el otro, *basta multiplicar el número dado por la equivalencia de la unidad en el segundo sistema.*

Así; para reducir 12 metros á piés argentinos, se multiplicará el número 12 por la equivalencia de un metro en piés, es decir, por 3,464, y el producto será el número pedido.

Inversamente; para reducir 12 piés argentinos á metros se multiplicará el número 12 por la equivalencia de 1 pié en metros, es decir, por 0,289 y el producto 3,468 serán los metros equivalentes á 12 piés.

Otros ejemplos:

1.° Las cumbres más altas de los Andes en la República Argentina como el *Aconcagua* y el *Tupungato* miden unos 7000 metros sobre el nivel del mar y el pico de Teide en las islas Canarias 3715 metros, ¿cuál es la diferencia entre estas alturas, expresada en varas argentinas?

1,155 varas×3285=3646 varas argentinas aproximadamente.

2.° Reducir á leguas los 682 kilómetros de ferro-carril que hay desde Buenos-Aires á Villa-Mercedes.

Multiplicando 0,192 por 682, tendrémos 130,9 leguas.

3.° A cuántos kilómetros equivalen los 2031 leguas de líneas telegráficas que cuenta la República Argentina?

5,196 kilómetros×2031=10553 kilómetros.

4.° La República del Uruguay tiene de superficie 186000 kilómetros cuadrados, ¿á cuántas leguas cuadradas equivale esta extension?

5.° Cuánto suman 44 barriles, 50 galones y 80 litros de vino?

6.° Cuál es el exceso de 20 qq. y medio sobre 400 kilógramos?

7.° Cuánto importan 25 metros de tela sabiendo que 5 yardas inglesas (*) costaron 12 libras esterlinas?

(*) La yarda equivale á 0,9144 metros y el metro tiene 1,0936 yardas. La milla inglesa mide 1760 yardas.

NÚMEROS COMPLEJOS.

Preliminares, adicion, sustraccion, multiplicacion y division.

Preliminares.

96. Números complejos é incomplejos.—Los números concretos se dividen en *complejos* é *incomplejos*. Se llaman *incomplejos* los que se refieren á una sola especie de unidades, como 4 dias, 10 varas, 8 kilómetros, etc.; y *complejos* los que se refieren á unidades de diferentes especies, pero de un mismo género de medida, como 4 dias y 10 horas; 5 varas, 2 piés y 6 pulgadas, etc.

97. Para reducir un número complejo á incomplejo de especie inferior, se reducen las unidades principales ó superiores á las de especie inmediata, añadiendo al resultado las que hubiere de esta especie en el número dado, y así se continúa hasta llegar á las unidades inferiores.

1.° Reducir el número 4 dias y 8 horas á su especie inferior.

4 dias son lo mismo que 4×24 horas, es decir 96 horas.
luego el número dado será igual á 104 horas.

2.° 4 varas... 2 piés... 8 pulgadas.

	4	varas... 2 piés... 8 pulgadas.
	3	piés que tiene una vara.
Producto....	12	piés.
añadiendo...	2,	nos dará...
	14	piés, equivalentes á 4 varas y 2 piés.
	12	pulgadas que tiene un pié.
Producto...,	168	pulgadas.
añadiendo...	8;	tendrémos...
	176	pulgadas = 4 varas... 2 piés... 8 pulgadas.

Otros ejemplos:

10 arrobas.... 10 libras.... 10 onzas.......... = 4160 onzas.
10 dias.......... 10 horas.... 10 minutos.... = 15010 minutos.

Para hacer esta reduccion en el sistema métrico-decimal, basta escribir las cifras que expresan las diferentes unidades del complejo, unas al lado de otras, cuidando de llenar con ceros los lugares donde falte alguna clase de unidades.

1 kilómetro. 4 decámets. 5 metros.....= 1045 metros.
5 hectólits... 7 litros...... 4 decílitros..= 5074 decílitros.
8 kilógr........ 4 hectógr... 5 gramos.....= 8405 gramos.
1 hectárea... 3 áreas...... 25 centiáreas.=10325 centiáreas.

Últimamente; 9 metros cúbicos, 576 decímetros cúbicos y 8 centímetros cúbicos equivalen á

9576008 centímetros cúbicos.

98. Para reducir un número complejo á incomplejo de especie superior ú otra intermedia, se escribe por numerador el número dado, reducido á incomplejo de especie inferior, y por denominador las unidades de esta especie que componen una de la superior ó de la intermedia, que se pide.

El número 4 dias y 8 horas, equivale á 104 horas:

ó lo que es lo mismo á $\frac{104}{24}$ dias.

Otros ejemplos:

10 qq... 2 @... 10 libras=1060 libras=$\frac{1060}{25}$ arrobas.

El número complejo 10 horas, 10 minutos y 10 segundos, ó sean 36610 segundos, equivale á cualquiera de los incomplejos que siguen:

$\frac{36610}{60}$ minutos. | $\frac{36610}{60\times60}$ horas. | $\frac{36610}{60\times60\times25}$ dias.

En el sistema métrico-decimal, tendrémos:

12 kilólitros, 5 hectólitros y 6 litros= 12,506 kilólitros.
5 hectógramos y 6 gramos.......= 0,506 kilógramos.
12 hectáreas, 5 áreas y 6 centiáreas.=1205,06 áreas.

Últimamente; 8 decímetros cúbicos y 512 centímetros cúbicos, son lo mismo que 0,008512 metros cúbicos.

Adicion de los números complejos.

99. Para sumar dos ó más números complejos, se suman las unidades de cada especie, empezando por las inferiores, y añadiendo á cada suma parcial las unidades de su especie, que resulten de la suma anterior.

12 varas.....	2 piés.......	4 pulg.
24..........	1..........	8 »
66..........	0..........	9 »
22..........	2..........	6 »
126 varas.....	1 pié.	3 pulg.

En este ejemplo, la columna de las pulgadas vale 2 piés y 3 pulgadas; y la de los piés, 2 varas y 1 pié; luego la suma total de los números dados será igual á 126 varas, 1 pié y 3 pulgadas.

Otros ejemplos:

15 dias.....	4 horas...	20 minutos.
12.........	2........	10 »
10.........	20........	50 »
2.........	6........	40 »
40 dias.....	10 horas.	

Aquí los minutos de la primera columna de la derecha equivalen á 2 horas, que unidas á las horas de la segunda componen 1 dia y 10 horas; la suma total será, pues, igual á 40 dias y 10 horas.

8 hectólitros....	4 decálitros.........		= 840 litros.
4............	7.........	2 litros	= 472 »
1............	0.........	9 »	= 109 »
	8.........	5 »	= 85 »
15 hectólitros...............		6 litros	=1506 litros (*).

(*) El cálculo de los *números complejos* se reduce al de los *incomplejos*, con sólo transformar aquellos en estos; no obstante, en la adicion y sustraccion conviene operar directamente sobre los números complejos. En el sistema métrico-decimal siempre es conveniente la reduccion á incomplejos.

Sustraccion de los números complejos.

100. Para restar dos números complejos, se restan de las unidades del minuendo las de la misma especie del sustraendo, empezando por la de especie inferior.

Si algun sustraendo parcial es mayor que el minuendo respectivo, se añade á este una unidad de la especie superior inmediata, considerando luego al minuendo parcial siguiente con dicha unidad de ménos.

Aplicacion á varios ejemplos:

Manzanas.	Varas.	Piés.
105.....	16.....	30
64.....	19.....	12
40.....	17.....	18

La diferencia de los piés es 1; la de las varas despues de añadir 100 á las 40 del minuendo, para poder efectuar la resta, es 80; y la de las manzanas 120: luego el resíduo ó diferencia total será 120 manzanas, 80 varas y 1 pié.

2.° Cuánto tiempo ha transcurrido desde el descubrimiento de América por C. Colon hasta el 25 de Mayo de 1810 en que cesó de hecho la soberanía de España en Buenos-Aires?

La diferencia entre estos dos números:

1809 años.....	4 meses.....	24 dias.
1491 ».....	9 ».....	11 »

3.° Cuánto tiempo ha reinado Isabel la Católica, sabiendo que ascendió al trono el 13 de Diciembre de 1474, y murió el 26 de Noviembre de 1504?

30 años menos 17 dias.

4.° Cuántas manzanas cuadradas de tierra le quedan á un propietario, que teniendo 5 hectáreas, 12 áreas y 7 centiáreas, ha vendido 2 hectáreas, 58 áreas y 40 centiáreas.

La diferencia de estos números, expresada en áreas, multiplicada por el número constante 0,013, que expresa la relacion entre el área y la manzana cuadrada, será la incógnita del problema.

Multiplicacion de los números complejos.

101. En la multiplicacion de los números complejos conviene distinguir los casos siguientes:

1.° **Multiplicar un complejo por un incomplejo:** Se multiplica el incomplejo por cada una de las diferentes unidades del complejo, y la suma de los productos parciales será el producto total.

Si una vara cúbica de mineral de hierro pesa 4 toneladas, 8 quintales, 1 arroba y 10 libras, ¿cuánto pesarán 5 varas cúbicas del mismo mineral?

Multiplicando	4 toneladas... 8 quintales... 1 arroba... 12 libras.
Multiplicador	5
Producto	24 toneladas... 1 quintal.... 3 arrobas.. 10 libras.

Si 2 barriles y 12 galones de vino valen una libra esterlina ¿cuántos barriles del mismo vino se podrán comprar con 122 pesos y 50 centavos?

Supuesto que 122 pesos y 50 centavos equivalen á 25 libras esterlinas, tendrémos:

(2 barriles.... 12 galones)$\times$25$=$65 barriles.

En el *sistema métrico-decimal* es más facil reducir el complejo á incomplejo y multiplicar despues dos incomplejos.

Si la extension de un campo mide 5 hectáreas y 21 centiáreas, ¿cuántas áreas tendrá otro 4 veces y media mayor?

500,21 áreas$\times$4,5$=$2250 áreas y 94 centiáreas.

2.° **Multiplicar un incomplejo por un complejo:** Transformando el complejo en incomplejo la operacion quedará reducida á multiplicar dos números incomplejos.

Si en una hora se andan 15,2 kilómetros, ¿cuántos kilómetros se andarán en 2 dias, 10 horas y 10 minutos?

15,2 kilómetros$\times\frac{3490}{60}=$884,133 kilómetros.

Cuántos kilógramos pesarán 5 hectólitros y 8 litros de aceite, pesando un litro 915 gramos?

0,915 kilógramos$\times$508$=$464,820 kilógramos.

3.° **Multiplicar un complejo por otro:** Reduciéndolos á incomplejos la operacion será de multiplicar dos números incomplejos.

Hallar el valor de una barra de metal de 5 piés y 10 pulgadas costando cada pié 8 pesos fuertes y 5 reales.

$\frac{69}{8}$ pesos fuertes $\times \frac{70}{12} =$ 50 pesos fuertes.... 2 reales y medio.

Si una fanega de trigo pesa 3 arrobas y 5 libras, ¿cuánto pesarán 4 fanegas y 2 celemines?

$\frac{80}{25}$ arrobas $\times \frac{50}{12} =$ 13 arrobas... 8 libras... 5 onzas.

Hallar los metros cuadrados que se necesitan para alfombrar un salon cuya longitud ó largo sea de 20 metros y su latitud ó ancho de 5 metros y 8 decímetros.

La incógnita será el producto de la longitud por la latitud en unidades cuadradas; es decir 116 *metros cuadrados* (*).

102. Método de las partes alícuotas.— Cuando alguno de los factores es *complejo* ó número *mixto*, se puede hallar el producto descomponiendo este factor en partes alícuotas las unas de las otras y multiplicando en seguida cada una de ellas por el otro factor, empezando por las unidades de superior especie.

Veamos su aplicacion al siguiente ejemplo:

Si un trozo de mineral de plata de un quintal de peso vale 12 onzas de oro, 4 pesos fuertes y 6 reales, averiguar el valor de 10 quintales, 3 arrobas y 11 onzas del mismo mineral?

Hállese el valor de los 10 quintales y en seguida el de 2 arrobas (que son la mitad de un quintal) y el de 1 arroba. Calculando luego el valor auxiliar de 1 libra, se hallará por su medio el de 8 onzas y tambien el de 2 onzas y una onza.

La suma de todos estos valores nos dará el resultado total.

El valor de una libra no se suma con los demas sumandos: sirve únicamente para calcular el valor de las 11 onzas.

(*) Se supone que el suelo del salon es un *rectángulo*, ó sea una figura terminada por cuatro lados paralelos dos á dos y cuyos ángulos son rectos.

Division de los números complejos.

103. Los casos diferentes, que pueden ocurrir al dividir los números complejos, son los siguientes:

1.° Dividir un número complejo por otro incomplejo: Divídase cada especie de unidades del dividendo por el divisor y la suma de los cocientes parciales será el cociente total.

Si el movimiento de la Tierra al rededor del Sol fuera circular, y por consiguiente uniforme, ¿cuál sería la duracion de cada una de las cuatro estaciones del año?

Dividiendo la duracion del año trópico ó solar por 4, resulta: 91 dias... 7 horas... 27 minutos... 12 segundos (*).

2.° Dividir un número incomplejo por un complejo: Transformando el complejo en incomplejo la cuestion quedará reducida á dividir dos números incomplejos.

Hallar la relacion entre dos piezas de tela de igual ancho y cuya longitud sea de 452 varas y un cuarto la una, y de 100 varas, 1 pié y 6 pulgadas la otra.

$$452\frac{1}{4} : (100 \text{ varas... } 1 \text{ pié... } 6 \text{ pulgs}) = 452\frac{1}{4} : \frac{3618}{36} = 4\frac{1}{2}$$

Cuántas arrobas pesará un kilólitro de grano si 4 hectólitros, 2 decálitros y 6 litros y medio han pesado 40 kilógramos?

El cociente de 40 por 0,4265 kilólitros nos dará los kilógramos que pesa un kilólitro, y el producto de este número por 0,087 será el número que se pide.

3.° Dividir dos números complejos: Redúzcanse á incomplejos, y despues se dividen como estos.

Si durante 1 dia, 10 horas y 10 minutos se han fabricado 100 varas y 2 piés de tela, ¿cuántas varas corresponden á una hora de trabajo?

$$\frac{302}{3} \text{ varas} : \frac{2050}{60} = 2 \text{ varas... } 2 \text{ piés... } 10{,}07 \text{ pulgadas.}$$

(*) ¿Cuál será el precio de un metro de tela sabiendo que 5 yardas inglesas costaron 12 duros... 8 reales y 20 maravedises?

El cociente de este número por 5 será el valor de una yarda; y por consiguiente el producto de este resultado por 0,91 será el número pedido.

PROBLEMAS SOBRE LOS NÚMEROS EN GENERAL.

104. Para terminar de una manera provechosa el estudio de la ARITMÉTICA en la parte relativa á la PRIMERA ENSEÑANZA ELEMENTAL, exponemos á continuacion los enunciados de una série de cuestiones, en cuya resolucion pueden ejercitarse los niños en los últimos meses que permanezcan en la escuela, sirviéndoles estos mismos ejercicios de repaso general de todas las materias anteriormente estudiadas.

1.° Si los niños de una escuela se hallan divididos en tres secciones y la primera tiene 50, la segunda 40 y la tercera 25, ¿cuántos niños quedarán en cada seccion y cuántos en la escuela, si salen 12 de la primera seccion, 8 de la segunda y 7 de la tercera?

2.° Dos obreros ganan de jornal 50 pesos moneda corriente, pero uno de ellos huelga los lúnes gastando además 20 pesos ¿cuánto tendrá el obrero laborioso más que el otro al cabo de un año?

3.° Calcular la diferencia entre el comercio anual de importancion y exportacion de la República Argentina sabiendo que durante el quinquenio de 1870 á 1874 los datos oficiales en pesos fuertes ó patacones son los siguientes:

Alemania......	10.108831	$ de	imp. y	2.197832	$ de	exp.
Bélgica........	10.139200	»	»	54.235960	»	»
Brasil.........	14.796476	»	»	3.533822	»	»
Chile.........	6.987551	»	»	10.156229	»	»
España........	12.320946	»	»	6.251879	»	»
Estados Unidos..	17.252757	»	»	18.629489	»	»
Francia.......	63.155160	»	»	32.720102	»	»
Holanda.......	6.735889	»	»	512777	»	»
Inglaterra......	79.336176	»	»	37.325659	»	»
Italia.........	13.248285	»	»	6.015622	»	»
Paraguay......	3.185958	»	»	1.583844	»	»
Portugal.......	4.166943	»	»	192707	»	»
Uruguay.......	15.855845	»	»	6.660068	»	»
Otros países....	4.174157	»	»	6.942327	»	»

4.° Si durante el último decenio la poblacion total de la República Argentina aumentó en 323077 habitantes, ¿cuál será el aumento anual por cada 1000 habitantes?

5.° Si una fuente da 5 litros en dos segundos y medio, ¿cuánto tardará en llenar una vasija de cien azumbres?

6.° Una fuente da 50 cuartillos en una hora, otra da 45 y otra 80, ¿cuántos hectólitros darán las tres fuentes en 24 horas?

7.° Salen de una fuente 20 litros de agua por minuto y de otra salen 15; si la primera corre 2 horas y 10 minutos y la segunda 3 horas y media, ¿cuál de las dos fuentes dará más agua y á cuántos litros asciende la diferencia?

8.° Si un solo volante de la casa de Moneda de Buenos-Aires acuña en tres cuartos de hora 1810 *colones de oro* ¿cuánto tiempo empleará en acuñar en las mismas monedas millon y medio de pesos fuertes?

9.° La suma del tercio y el quinto de un número es 80, ¿cuál será dicho número?

10.° La mitad, los dos tercios y las tres quintas partes de un número componen 106 metros, ¿cuál es este número expresado en yardas inglesas?

11.° Cuántos metros tiene una legua geográfica sabiendo que cada grado del ecuador mide 20 leguas?

12.° Cuál es el peso de 12 litros y medio de agua del mar sabiendo que su densidad es de 1,026?

13.° Cuánto pesarán 100 centímetros cúbicos de oro, de plomo, de plata, de cobre ó de mercurio y cuántos decímetros cúbicos de hierro fundido se necesitan para que su peso sea igual al peso total de dichos metales?

14.° Cuántos decímetros cúbicos son 100 kilógramos de oro, de plomo, de plata, de cobre ó de mercurio?— Cuántos metros cúbicos son 5000 kilógramos de hielo?

15.° Reducir 25 grados y medio del termómetro Reaumur al número correspondiente en el termómetro centígrado (*).

Cada grado de los primeros equivale á 1,25 centígrados y un grado centígrado es lo mismo que 0,8 de Reaumur.

(*) Llámase *termómetro* un tubo de cristal cerrado por ambos extremos que contiene mercurio ó espíritu de vino y cuyo objeto es medir el calor ó la temperatura de los cuerpos. El espacio comprendido entre los puntos fijos que determinan la temperatura del hielo fundente y la del agua hirviendo se divide en 80 grados segun Reaumur y en 100 si el termómetro es centígrado.

16.° Un correo ha empleado 5 horas y 10 minutos en recorrer 40 kilómetros, ¿cuánto tiempo necesitará para andar en las mismas condiciones 42 miriámetros y medio?

17.° Suponiendo el rádio de una dehesa circular igual á 300 estadales, 3 varas y 2 piés, ¿cuál será la longitud de su contorno ó circunferencia?

Para resolver este problema y todos sus análogos basta multiplicar el número constante 3,141592 por el duplo del rádio.

18.° Conocida la circunferencia de la Tierra, que se supone igual á 40 millones de metros ó sean 7200 leguas geográficas, ¿cuál es su rádio?

Divídase la longitud de la circunferencia por el duplo del número constante 3,141592 y el cociente será la longitud del rádio.

19.° El punto más septentrional de la República Argentina tiene de latitud austral 22° y el más meridional ó sea el Cabo de Hornos se halla en el paralelo 56°, ¿cuántos grados de latitud ocupa nuestra República y á cuántos kilómetros equivale esta distancia?

Latitud geográfica de un lugar es su distancia al Ecuador, medida en grados, minutos y segundos del meridiano correspondiente.

20.° Cuál es la diferencia de longitud geográfica expresada en horas, minutos y segundos entre los Observatorios astronómicos de Roma y Buenos-Aires sabiendo que sus longitudes respecto del Observatorio de Madrid son: la de Roma 1 hora, 4 minutos, 40 segundos Oriental; y la de Buenos-Aires 3 horas, 38 minutos, 51 segundos Occidental?

Longitud geográfica de un lugar es la distancia de su meridiano al meridiano que se toma como primero ó principal contada en grados, minutos y segundos del ecuador. Si se expresa en tiempo, cada hora equivale á 15 grados.

21.° Calcular la riqueza pecuaria de la República Argentina y el número de cabezas que corresponden de cada clase de ganado por cada 1000 kilómetros cuadrados, sabiendo que la cifra absoluta del caballar asciende á 3.960332, la del mular á 132125, la del asnal á 266927, la del vacuno á 13.993090, la del lanar á 75.546448, la del cabrío á 2.863327 y la del de cerda á 257368.

El precio medio de cada cabeza de ganado puede calcularse en $4\frac{1}{2}$ pesos fuertes en el caballar, 18 en el mular, 3 en el asnal, $5\frac{1}{2}$ en el vacuno, $1\frac{1}{2}$ en el lanar, 1 en el cabrío y 3 en el de cerda.

FIN DE LA PRIMERA PARTE.

SEGUNDA PARTE.

ENSEÑANZA SUPERIOR Y DE ADULTOS.

Potencias y raices.
Razones y proporciones.
Reglas de tres, compañia, aligacion, interés, etc.
Brevísima idea de los logaritmos y sus aplicaciones.
Otros conocimientos útiles.

OTROS CONOCIMIENTOS ÚTILES.

Brevísimas nociones de Geometría.
Pesos específicos de los cuerpos.
Sistemas monetarios.
Pesas y medidas extranjeras.
Tablas de intereses compuestos y anualidades.
Cuadro estadístico de Europa y Asia.
Cuadro estadístico de África, América y Oceanía.
Cuadro estadístico de la República Argentina.

POTENCIAS Y RAÍCES.

Potencias de los números. — Elevacion á potencias. — Cuadrados y cubos de los números dígitos. — Potencias de los números quebrados y mixtos. Cuadrado de la suma de dos números.

Elevacion á potencias.

105. Potencias de los números.— Llámase *potencia de un número* el producto que resulta de multiplicarle por sí mismo una ó más veces. Este número que se multiplica, se llama *raíz*, y las veces que se repite como factor indica el *exponente*, *grado* ó *índice* de la potencia.

Para indicar una potencia cualquiera de un número, se escribe á su derecha y arriba el exponente ó grado de la potencia.

Cuadrado ó *segunda potencia de un número* es el producto, que resulta, de tomarle dos veces por factor.

Cubo ó *tercera potencia de un número* es el producto, que resulta, de tomarle tres veces por factor.

Cuarta potencia *de un número* es el producto, que resulta, de tomarle cuatro veces por factor; y así sucesivamente las demás potencias.

El cuadrado de 9 es 81, y la quinta potencia de 2 es 32.

$$9^2 = 9 \times 9 = 81 \qquad 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

106. La elevacion á potencias tiene por objeto determinar ó hallar las diferentes potencias de un número.

La primera potencia de un número es el mismo número. Todas las potencias de la unidad son iguales á la unidad.

La formacion de una potencia cualquiera de un número, sea entero ó fraccionario, se consigue con facilidad por medio de la multiplicacion sucesiva de dicho número por sí mismo cierto número de veces. El grado de la potencia determina el número de factores.

Las potencias primera, segunda ó *cuadrado*, tercera ó *cubo*, cuarta, quinta, etc., de la base 10 de nuestro sistema de numeracion, son las unidades de los diferentes órdenes del mismo sistema, es decir: 10, 100, 1000, 10000, etc.

107. Cuadrados y cubos de los nueve primeros números enteros:

Números dígitos...	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9
Cuadrados........	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81
Cubos............	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729

Del mismo modo $5^4=625$ y $102^2=10404$

Los cuadrados de los números enteros, cuya cifra de las unidades no sea cero, terminan por una de las cifras 1, 4, 5, 6 ó 9. Los cuadrados de los números, cuya cifra de las unidades es cero, terminan en dos ceros.

El número de cifras del cuadrado de un número entero es el duplo de las de dicho número ó el duplo ménos una.

108. *Para elevar un quebrado á un potencia cualquiera*, se elevan el numerador y el denominador á la misma potencia.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16} \qquad \left(\frac{5}{2}\right)^3=\frac{125}{8} \qquad \left(\frac{1}{10}\right)^4=\frac{1}{10000}$$

Para elevar un número mixto á una potencia, se reduce el mixto á quebrado y se eleva este á dicha potencia.

$$\left(4\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{81}{4}=20\frac{1}{4} \qquad \left(1\frac{1}{5}\right)^3=\left(\frac{6}{5}\right)^3=\frac{216}{125}=1\frac{91}{125}$$

109. *El cuadrado de la suma indicada de dos números* es igual al cuadrado del primero, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(4+5)^2=4_2+2 \text{ veces } 4\times5+5^2=16+40+25=81$$

$$\left(10+\frac{1}{2}\right)^2=10^2+2 \text{ veces } 10\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=100+10+\frac{1}{4}=110\frac{1}{4}$$

La diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual al duplo del menor más 1.

Así, la diferencia de los cuadrados de los números consecutivos 100 y 101, es igual á $2\times100+1$ ó sea 201.

Raiz cuadrada.

Raiz cuadrada de un número. — Raiz cuadrada entera. — Raiz cuadrada de los números enteros menores que 100. — Raiz cuadrada de los números enteros mayores que 100. — Raiz cuadrada de un número decimal. — Raiz cuadrada de un quebrado ordinario. — Aproximacion de la raiz cuadrada. — Ejercicios y aplicaciones.

---

110. Raiz cuadrada de un número es otro, cuyo cuadrado sea igual al número dado; *raíz cúbica de un número* es otro, cuyo cubo sea igual al mismo número, etc.

La *extraccion de raíces* tiene por objeto hallar las diferentes raíces de un número.

Para indicar esta operacion se escribe delante del número dado el signo radical $\sqrt{\ }$ y en la abertura de éste el *índice* de la raíz. El índice se suprime si es 2.

$$\sqrt{25}=5, \quad \sqrt{64}=8, \quad \sqrt[3]{8}=2, \quad \sqrt[3]{64}=4$$

La raíz de un número, que no es potencia del mismo grado que el índice del radical, se llama *número inconmensurable.*

$\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$ y $\sqrt[3]{9}$ son números inconmensurables.

111. Raiz cuadrada entera. — Llámase *raíz cuadrada entera* de un número la raíz cuadrada del mayor cuadrado entero contenido en dicho número.

Resto ó resíduo de la raíz es la diferencia entre el número dado y el mayor cuadrado contenido en dicho número.

Para hallar las raíces cuadradas exactas ó enteras de todos los números de una ó dos cifras, basta saber de memoria los cuadrados de los números dígitos. Así

$\sqrt{40}$ es 6; porque el mayor cuadrado contenido en 40 es 36.

Del mismo modo $\sqrt{50}$ es 7, $\sqrt{74}$ es 8, $\sqrt{85}$ es 9.

112. *Para hallar la raíz cuadrada de un número entero cualquiera*, se divide en secciones de á dos cifras, empezando por la derecha; se extrae la raíz cuadrada de la primera seccion de la izquierda, y se tendrá la primera cifra de la raíz. El cuadrado de esta cifra se resta de la primera seccion, y á la derecha del resto se baja la seccion siguiente, de la cual se separa, con una coma, la primera cifra de la derecha. El número, que queda á la izquierda se divide por el duplo de la raíz hallada. El cuadrado del cociente y el producto del cociente por el divisor se restan del número, que forman el dividendo y la cifra separada. A la derecha del nuevo resto se baja la seccion siguiente, y se continúa del mismo modo hasta que no haya más secciones que bajar, en cuyo caso la raíz de la primera seccion, con los cocientes de las divisiones sucesivas, formará la raíz cuadrada del número dado.

La raíz tiene tantas cifras como secciones tiene el número propuesto. El resto final debe ser menor que el duplo de la raíz hallada más 1.

Hallar la raíz cuadrada del número 1024.

Disposicion del cálculo.......	$\sqrt{10,24}=32$	raíz cuadrada exacta.
Cuadrado de la 1.ª cifra de la raiz..	9	
Resíduo........	12,4	6 duplo de la 1.ª cifra de la raíz
Producto del cociente por el divisor más el cuadrado del cociente. . .	12 4	2... segunda cifra de la raíz.
Resto final.......	0 0	

Separadas las cifras del número propuesto en secciones de dos en dos, como la raíz cuadrada de la primera seccion de la izquierda es 3, esta cifra será la primera de la raíz que se busca.

Restando de 10 el cuadrado de 3, y escribiendo á la derecha del resto la seccion siguiente, como el cociente de 12 entre el duplo 6 de la raíz hallada es 2, esta será la segunda cifra de la raíz, puesto que, restando su cuadrado y el producto de dicha cifra por el divisor del dividendo total 124, el resíduo es cero. Luego la raíz cuadrada de 1024 será 32.

Otro ejemplo:	$\sqrt{1,53,76}=124$	
	1	
	5,3	2 duplo de la raíz
Producto del cociente por el divisor más el cuadrado del cociente.. . .	44	2 segunda cifra de la raíz
	97,6	24 duplo de la raíz hallada
Producto del cociente por el divisor más el cuadrado del cociente.. . .	97 6	4 tercera cifra de la raíz.
Resto final..........	0 0	

$\sqrt{3448449}=1857$ | $\sqrt{90269001}=9501$

113. Raiz cuadrada de un número decimal, cuyo número de cifras decimales es par. Se extrae la raíz cuadrada como si dicho número fuera entero, y de la derecha del resultado se separan para decimales la mitad de las cifras decimales del número dado.

Si el número de cifras decimales es impar, se escribe un cero á la derecha del número propuesto.

$\sqrt{72{,}55}=8{,}5$ exactamente.

$\sqrt{32{,}7}=\sqrt{32{,}70}=5{,}7$ con menos error que una décima.

$\sqrt{0{,}94785}=\sqrt{0{,}947850}=0{,}973$ con ménos error que $0{,}001$.

114. Raíz cuadrada de un quebrado, cuyos términos tienen raiz cuadrada exacta. Se extrae la raíz del numerador y luego la del denominador.

$$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2} \qquad \sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6} \qquad \sqrt{\frac{81}{144}}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

Si los dos términos no tienen raíz cuadrada exacta, se transforma previamente el fraccionario en decimal.

$$\sqrt{\frac{5}{8}}=\sqrt{0{,}625}=0{,}79 \qquad \sqrt{4\frac{1}{3}}=\sqrt{4{,}3333}=2{,}08$$

115. Aproximacion de las raices cuadradas.—*La raíz cuadrada de un número entero ó decimal se puede hallar con menos error que una unidad decimal dada con solo añadir ceros* (considerados como decimales) *á la derecha del número propuesto.*

Hallar la raíz cuadada de 104 con ménos error que una milésima.

$$\sqrt{104}=\sqrt{104{,}000000}=10{,}198$$

Del mismo modo la raíz cuadrada de 5,201 con menos error que una diez milésima será:

$$\sqrt{5{,}201}=\sqrt{5{,}20100000}=2{,}2805$$

$$\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{0{,}375}=\sqrt{0{,}375000000000}=0{,}612372$$

$$\sqrt{1\frac{2}{9}}=\sqrt{1{,}222222}=1{,}1055$$

Aplicaciones de las potencias y raices.

---

116. Resolver los siguientes problemas:

1.° Si un cuerpo emplea 11 segundos y medio en llegar al fondo de un pozo, ó en descender verticalmente desde lo alto de una torre, ¿cuál será la profundidad del pozo ó la altura de la torre?

La incógnita de este problema se halla multiplicando el número constante 4,809 metros por el cuadrado de los 11 segundos y medio.

2.° Calcular la extension de una dehesa circular cuyo rádio sea de 1000 metros.

La extension superficial que se pide es el producto del número constante 3,141592 que expresa la relacion de la circunferencia al diámetro en todos los círculos, por el cuadrado del rádio, ó sean 3141592 metros cuadrados.

3.° Si un campo cuadrado tiene 625 áreas de superficie, ¿cuál será la longitud de uno de sus lados?

Reducida la superficie á metros cuadrados, la raiz cuadrada de este número expresará el número que se busca, que es 250 metros.

4.° Siendo la extension de un terreno circular 3,4089 fanegas, ¿cuál es su rádio y cuál su circunferencia?

El rádio se halla dividiendo la extension superficial valuada en unidades cuadradas, por el número constante 3,141592 y extrayendo despues la raiz cuadrada del resultado.

5.° Hallar el área del globo terráqueo en kilómetros cuadrados.

Suponiendo perfectamente esférica la superficie terrestre, se hallará su área ó medida multiplicando el número constante 3,141592 por 4 veces el cuadrado del rádio. El rádio se supone igual á 6366 kilómetros.

6.° Hallar el volúmen de la Tierra en leguas cúbicas.

El volúmen de una esfera es igual al producto del número constante 4,188789 por el cubo del rádio. El rádio terrestre tiene 1145 leguas.

7.° Cuántas veces es mayor el volúmen del Sol que el de la Tierra?

Siendo el rádio del Sol 110 veces más grande que el de la Tierra, el cubo de 110 ó sea 1.331000 expresará aproximadamente el número que se busca.

8.° Tomando por unidad el rádio de la Tierra el del Sol es 110, el de Mercurio 0,38, el de Vénus 0,95, el de Marte 0,54, el de Júpiter 11,16, el de Saturno 9,5, el de Urano 4,2, el de Neptuno 4,4 y el de la Luna 0,27, ¿cuál es el volúmen de todos estos astros, considerando como unidad de volúmen el de nuestro planeta?

La suma de los cubos de sus rádios nos dará el número que se pide.

RAZONES Y PROPORCIONES.

Razon de dos números. — Proporciones y sus propiedades.—Regla para hallar uno de los términos de una proporcion.— Observaciones.— Proporcionalidad entre los números concretos.

---

117. **Razon de dos números** es el cociente indicado del primero, llamado *antecedente*, por el segundo, llamado *consecuente.* El antecedente es, pues, igual al producto del consecuente por la razon.

Para indicar la razon de dos números, se escribe el antecedente y despues el consecuente, separándolos con el signo de la division.

La razon de dos números no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número.

Así, 12 : 4 es lo mismo que 120 : 40 é igual á 6 : 2

118. Llámase proporcion á la igualdad de dos razones.

La razon 10 : 5 es lo mismo que 8 : 4; y por consiguiente, los cuatro números 10, 5, 8 y 4 forman una proporcion, que se escribe de este modo 10 : 5 :: 8 : 4
y se enuncia diciendo 10 es á 5 como 8 es á 4.

Los términos primero y tercero son *antecedentes*, el segundo y cuarto *consecuentes*, el segundo y tercero *medios* y el primero y cuarto *extremos.* Cuando los medios son iguales, la proporcion es continua, y el medio repetido se llama *medio proporcional* entre los otros dos.

4 : 12 :: 12 : 36 es una proporcion contínua.

119. **Propiedad fundamental de las proporciones.**— *En toda proporcion se verifica que el producto de los extremos es igual al producto de los medios, y al cuadrado del término medio en la contínua;* y recíprocamente, si el producto de dos números es igual al producto de otros dos, los cuatro forman una proporcion, siendo los factores de cada producto medios ó extremos.

Si 4 : 5 :: 8 : 10 se verificará $4 \times 10 = 5 \times 8$
Siendo $8 \times 3 = 4 \times 6$, tendrémos tambien 8 : 4 :: 6 : 3
Si 20 : 10 :: 10 : 5, se verificará $20 \times 5 = 10^2$
Siendo $12^2 = 8 \times 18$, tendrémos tambien 8 : 12 :: 12 : 18

120. Para hallar uno de los extremos de una proporcion, se multiplican los términos medios y el producto se divide por el otro extremo; *y para hallar un medio*, se multiplican los extremos y el producto se divide por el otro medio (*).

Así, en la proporcion $5 : 4 :: 10 : x$ será $x=\frac{4\times10}{5}=8$

Igualmente en esta otra $5 : x :: \frac{1}{4} : 8$ » $x=\frac{5\times8}{1/4}=160$

En la proporcion contínua, uno de los extremos es igual al cuadrado del término medio dividido por el extremo conocido; *y el medio* equivale á la raíz cuadrada del producto de los extremos.

De la proporcion $x : 4 :: 4 : 10$ resulta $x=\frac{16}{10}=1\frac{3}{5}$

y de esta otra $12 : x :: x : 3$ » $x=\sqrt{12\times3}=6$

121. Observaciones.— *Una proporcion no deja de serlo*, aunque se multipliquen ó se dividan por un mismo número todos sus términos, ó sólo los antecedentes, los consecuentes, los dos primeros términos ó los dos últimos.

En toda proporcion pueden mudar de lugar los medios, ó los extremos, sin que deje de subsistir proporcion: esta transformacion se llama *alternar*. Tambien se pueden poner los medios por extremos, ó sea *invertir* la proporcion. Ultimamente se puede poner la primera razon por segunda y esta por primera, lo que se llama *permutar*.

Segun esto, en la proporcion $5 : 4 :: 10 : 8$ se verificará

$5 : 10 :: 4 : 8$ | $4 : 5 :: 8 : 10$ | $10 : 8 :: 5 : 4$

Si dos ó más proporciones se multiplican ó se dividen ordenadamente, los productos ó cocientes serán proporcionales.

Y por consiguiente, de las dos proporciones

$2 : 3 :: 10 : 15$ | $5 : 4 :: 20 : 16$

se deduce esta otra $2\times5 : 3\times4 :: 10\times20 : 15\times16$

(*) Los números desconocidos, se representan generalmente por la letra x.

Proporcionalidad de los números concretos.

Aplicaciones de las proporciones á las reglas de tres, compañía, aligacion, interés, descuento, cambio, etc.

122. *Para que cuatro números concretos formen proporcion*, se necesita que todos sean homogéneos, ó lo sean de dos en dos. Por el enunciado de la cuestion que origina esta proporcionalidad, cada uno de los dos primeros números homogéneos, llamados *principales*, está ligado al que llamamos su *correspondiente ó relativo* de los otros dos, como se ve en los ejemplos que siguen:

1.° Si 5 metros de tela costaron 60 reales, ¿cuánto costarán 8 metros de la misma tela?

2.° Si en 8 dias hacen 10 hombres una obra determinada, ¿cuántos hombres harán la misma obra en 2 dias?

123. *Cuando dos números homogéneos son proporcionales á otros dos tambien homogéneos, de modo que* el número 1.° es al 2.° como el correspondiente al 1.° es al correspondiente al 2.°, *se dice que los cuatro forman proporcion directa ó son directamente proporcionales.*

Cuando dos números homogéneos son proporcionales á otros dos tambien homogéneos, de modo que el número 1.° es al 2.° como el correspondiente al 2.° es al correspondiente al 1.°, *se dice que los cuatro forman proporcion inversa ó son inversamente proporcionales.*

El análisis de la cuestion nos dará á conocer si la proporcionalidad entre los cuatro números es directa ó inversa. Será *directa* cuando, multiplicando por 2, por 3, etc., uno de los números principales, resulta multiplicado por 2, por 3, etc., su correspondiente de la otra especie; y si, multiplicando el primero por 2, por 3, etc., resulta dividido por el mismo número el segundo, será *inversa* (*).

(*) No verificándose una de estas dos condiciones, la cuestion no podrá resolverse por una proporcion simple. Tal es la siguiente:

Un cuerpo al caer en la atmósfera corre en el primer segundo 4,9 metros; en el segundo siguiente corre $3 \times 4{,}9$ *metros; en el tercer segundo* $5 \times 4{,}9$; *en el cuarto segundo* $7 \times 4{,}9$ *metros; y así sucesivamente*, ¿en cuántos segundos bajará de una altura de 500 metros?

Regla de tres.

---

124. *La* **Regla de tres** *tiene por objeto la resolucion de todos los problemas que dependen de una ó más proporciones.*

Se llama *simple* si basta una sola proporcion, y *compuesta* cuando hay que formar dos ó más.

125. REGLA DE TRES SIMPLE. Si 10 metros de tela costaron 50 reales, ¿cuánto costarán 6 metros de la misma tela?

10 metros............. 50 reales.
6 metros............. x reales.

Siendo estos números *directamente* proporcionales, porque 20 metros costarán doble de lo que costaron 10, tendrémos

10 met. : 6 met. :: 50 rs. : x rs. de donde $x=30$ reales.

2.° Si 12 metros de paño costaron 500 reales, con 440 reales ¿qué número de metros se comprará?

500 reales : 440 reales :: 12 metros : x metros.

3.° 20 hombres hacen una obra en 12 dias, ¿qué tiempo emplearán 16 hombres, en la misma obra y con las mismas condiciones?

Siendo estos números *inversamente* proporcionales, porque á 40 hombres les bastaría la mitad del tiempo para hacer la misma obra, tendrémos

20 hombres : 16 hombres :: x dias : 12 dias

de donde se deduce $x=15$ dias.

4.° Para empapelar una sala se necesitan 100 piezas de papel de 3 cuartas de ancho, ¿cuántas piezas se necesitarán de otro papel de 2 tercias de ancho?

Cuanto más estrecho sea el papel, mayor número de piezas se necesitan; luego

$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} :: 100 : x$ de donde resulta $x=112$ piezas y media.

(*) La *regla de tres simple*, que tambien se llama de *oro*, se puede definir diciendo que es una cuestion en la cual, conocidos los valores de dos cantidades *directa* ó *inversamente* proporcionales, se desea calcular la alteracion de una de ellas variando la otra.

125. En general *para resolver una regla de tres simple*, sea *directa* ó *inversa*, se forma la proporcion siguiente:

El número mayor de la primera especie es al menor de la misma, como el mayor de la segunda es al menor de esta.

Basta, pues, averiguar si el número desconocido es mayor ó menor que su homogéneo para escribir en seguida esta proporcion, de la cual fácilmente se deduce el valor de la incógnita.

Su aplicacion á varios ejemplos:

1.º Si una embarcacion tiene víveres para 5 dias y se necesita que duren hasta 8 dias, ¿á cuánto se reducirá la racion de cada indivíduo?

Cuantos más dias esté el buque en la mar, ménos racion corresponde á cada indivíduo; luego el valor de x será menor que 1, y tendrémos

$$8 \text{ dias} : 5 \text{ dias} :: 1 \text{ racion} : x \quad \text{luego } x = \frac{5}{8}$$

2.º Habiendo comprado trigo á 30 reales el hectólitro, ¿á cómo debe venderse, para ganar un 8 por 100?

Si en 100 debemos ganar 8, en 30 cuántos ganarémos?

$$100 : 8 :: 30 : x \quad \text{de donde resulta} \quad x = 2{,}4$$

Luego el trigo debe venderse á 32 reales y 40 céntimos.

De otro modo: Cada 100 reales empleados en trigo deben convertirse, despues de la venta, en 108 reales: luego

$$100 : 108 :: 30 : x \quad \text{que da} \quad x = 32 \text{ reales y } 40 \text{ céntimos.}$$

3.º Habiendo vendido una partida de azúcar á 5 reales y medio el kilógramo, ¿cuál es el tanto por 100 de ganancia, en el supuesto de haberse comprado á 4 reales y 20 céntimos?

Si 4 reales y 20 céntimos se han convertido en 5 reales y medio, 100 reales en cuánto se convertirán?

$$x = 130 \text{ reales y } 95 \text{ céntimos;}$$

luego el tanto por 100 de ganancia será 30,95 reales (*).

(*) Todas estas cuestiones se resuelven tambien por el método conocido con el nombre de *reduccion á la unidad*.

Si 10 metros de tela costaron 50 reales, *¿cuanto costarán 6 metros?*

Si 10 metros costaron 50 reales, 1 metro costará 5 reales.

y por consiguiente 6 metros costarán 30 reales.

126. REGLA DE TRES COMPUESTA. Si 10 hombres en 12 dias han construido 100 metros de pared, ¿cuántos metros harán 6 hombres trabajando 21 dias?

10 hombres...... 12 dias...... 100 metros.
6 hombres...... 21 dias...... x metros.

En esta cuestion las obras ejecutadas (en iguales circunstancias) estarán en razon *directa* del número de obreros y del tiempo empleado en el trabajo; y por consiguiente la resolucion de dos reglas de tres simple nos dará el número que se busca.

$$10 : 6 :: 100 : x, \text{ que da } x=60$$

ó sea el número de metros ejecutados por 6 hombres en 12 dias: luego la proporcion

$$12 : 21 :: 60 : X$$

nos dará el número pedido, ó sea 105 metros (*).

2.° Siendo necesarios 750 kilógramos de heno para mantener 8 caballos durante 5 dias, ¿cuántos kilógramos se necesitarán para mantener 100 caballos durante 3 semanas?

$$\begin{array}{llll|l} 8 \text{ caballos} : & 750 \text{ kg.} :: & 100 \text{ caballos} & : x & x=9375 \\ 5 \text{ dias} & : 9375 \text{ kg.} :: & 21 \text{ dias} & : x & x=39375 \end{array}$$

Luego el número, que se busca, será igual á 39375 kilógramos, ó sean 39 toneladas y 375 kilógramos.

3.° 600 hombres en 15 dias, trabajando 12 horas diarias, han construido la mitad de las fortificaciones de una plaza; para completar la obra en 11 dias trabajando 800 hombres, ¿qué número de horas deben trabajar en cada dia?

Aquí el número de hombres, lo mismo que los dias de trabajo, son *inversamente* proporcionales á las horas diarias de trabajo, y por consiguiente:

$$800 : 600 :: 12 : x \quad \text{que da} \quad x= 9 \text{ horas.}$$
$$11 : 15 :: 9 : X \quad \text{de donde} \quad X=12 \text{ horas y 16 minutos.}$$

(*) Este mismo resultado se obtiene resolviendo sólo una proporcion:

En efecto, de las dos proporciones $\left\{\begin{array}{l} 10 : 6 :: 100 : x \\ 12 : 21 :: x : X \end{array}\right\}$

se deduce esta otra $10\times12 : 6\times21 :: 100 : X$ que da $X=105$ metros.

Regla de Compañía.

127. *La* Regla de Compañía *enseña á averiguar la ganancia ó pérdida que corresponde á cada uno de varios indivíduos que han puesto su caudal en un fondo comun, en proporcion con los capitales de los asociados y el tiempo que dichos capitales han estado en el fondo.*

Pueden ocurrir tres casos: 1.° que el tiempo sea el mismo para todos los asociados, y diferentes sus capitales; 2.° que los capitales sean iguales y el tiempo diferente; y 3.° que sean diferentes los tiempos y los capitales.

128. Tiempos iguales. Las ganancias ó pérdidas de los capitales que han estado un mismo tiempo en el fondo, son proporcionales á los capitales respectivos.

Esto supuesto, si dos, tres ó más sócios han reunido sus capitales para una empresa cualquiera y por un mismo tiempo, tendrémos la siguiente proporcion:

Capital total *es* á la ganancia ó pérdida total, *como* el capital de cada sócio *es* á la ganancia ó pérdida correspondiente; luego

Para hallar la ganancia ó pérdida de cada sócio, se multiplica su capital por la ganancia de todos, y el producto se divide por el capital total.

Siendo 1100, 1400 y 2500 duros los capitales de tres sócios, y 800 la ganancia total, ¿cuánto corresponde á cada uno?

Capitales.			Ganancias.		
Capital del 1.°	1100	duros.	Ganancia del 1.°	176	duros.
» 2.°	1400	»	» 2.°	224	»
» 3.°	2500	»	» 3.°	400	»
Capital total....	5000	duros.	Ganancia total...	800	duros.

129. Tambien se puede resolver este caso, *dividiendo la ganancia de todos por el capital total, y multiplicando despues este resultado por el capital de cada sócio.*

Cinco indivíduos, A, B, C, D y E, forman una sociedad de 200 acciones, tomando el primero 80, el segundo 50, el tercero 35, el cuarto 20, y el quinto 15. Suponiendo que hayan perdido 24000 francos, se desea averiguar lo que corresponde á cada sócio.

Dividiendo 24000 francos por 200, el cociente 120 francos será la pérdida, que corresponde á cada accion; y por consiguiente, multiplicando este número por 80, tendrémos la pérdida del primero, multiplicándole por 50 resultará la del segundo, etc. Luego las pérdidas de todos los sócios serán:

A, 9600 fr.; B, 6000; C, 4200; D, 2400; y E, 1800

130. *Para dividir un número en partes proporcionales á otros números tambien dados*, puede aplicarse cualquiera de los dos procedimientos anteriores, pues siempre la ganancia ó pérdida se divide en partes proporcionales á los capitales.

Dividir 48000 libras esterlinas entre tres personas, de modo que la segunda lleve tres veces más que la primera y la tercera tanto como las otras dos.

Suponiendo que la primera llevase 1 libra esterlina, la segunda llevaría 3 y la tercera 4: queda por consiguiente la cuestion reducida á dividir el número 48000 libras esterlinas, en tres partes proporcionales á los números 1, 3 y 4.

Para hallar la parte del primero, dirémos:

$$8 : 1 :: 48000 : x$$

de donde fácilmente se deducen las tres incógnitas.

2.° Una provincia compuesta de los Ayuntamientos A, B, C, D y E debe dar el contingente de 150 soldados; teniendo A, 400 mozos sorteables; B, 350; C, 300; D, 235; y E, 215, ¿cuántos soldados corresponden á cada Ayuntamiento?

La resolucion de este problema consiste en dividir el número 150 en cinco partes proporcionales á los números 400, 350, 300, 235 y 215; luego las incógnitas serán respectivamente 40, 35, 30, 23 y 21.

El soldado que falta por razon de las fracciones se sortea entre los Ayuntamientos D y E.

131. Capitales iguales. Las ganancias ó pérdidas de un mismo capital son proporcionales al tiempo que permanece en el fondo; y por consiguiente

Para hallar la ganancia ó pérdida de cada sócio se multiplica el tiempo respectivo por la ganancia ó pérdida de todos, y el producto se divide por el tiempo total.

Siendo 1000 duros el capital de cada uno de tres sócios; 2, 3, y 5 años el tiempo respectivo que han tenido su capital en el fondo comun y 800 francos la pérdida total, ¿cuánto corresponde á cada uno?

1.° 2 años	Pérdida de todos 800 fs.	Pérdida del 1.°... 160 fr.
2.° 3 »		Pérdida del 2.°... 240 »
3.° 5 »		Pérdida del 3.°... 400 »
10 años; tiempo total.		

Suponiendo que el primero haya tenido su capital en la sociedad durante 3 años, el segundo 10 meses, y el tercero medio año, habría que dividir la ganancia total en tres partes proporcionales á los números 36, 10 y 6.

132. Tiempos y capitales diferentes. Las ganancias ó pérdidas son, en este caso, proporcionales á los productos de los capitales por los tiempos. Luego

Para hallar la ganancia ó pérdida de cada sócio, se multiplica su capital por el tiempo respectivo, y queda reducido este caso al de tiempos iguales.

Los capitales de tres asociados son 200, 150 y 500 duros: el primero durante 4 años, durante 5 el segundo y durante 2 el tercero, siendo la pérdida total 200 duros. ¿Cuál es la pérdida de cada uno de los sócios?

200 duros por 4 años, son lo mismo que 200×4 en un año.
150 » por 5 años, son lo mismo que 150×5 en un año.
500 » por 2 años, son como 500×2 en un año.

Luego el problema propuesto se puede sustituir por este otro:

Tres sujetos forman compañía durante un año; el primero pone 800 duros, el segundo 750 y el tercero 1000: han perdido 200 duros, ¿cuánto corresponde á cada uno?

2.° Cuatro asociados han formado una empresa comercial durante diez años y medio, entregando cada uno 100 onzas de oro. El 1.° añadió á su capital 200 duros al cabo de 2 años; el 2.° y el 3.° retiraron igual cantidad á los 5 y 6 años respectivamente, y el 4.° agregó los mismos 200 duros á su capital 8 meses despues del dia de constituirse la sociedad. Se pregunta el beneficio de cada sócio, suponiendo que la ganancia ó beneficio total líquido ascendió á 50000 francos.

Regla de Aligacion.

133. *Se llama* Regla de Aligacion la que tiene por objeto resolver las dos cuestiones siguientes:

1.ª *Hallar el precio de la mezcla de varias especies*, conociendo el número de unidades que se han mezclado y su precio. 2.ª *Hallar el número de unidades, que han de mezclarse*, para vender la mezcla á un precio dado.

En el primer caso la regla de aligacion se llama *directa*, y en el segundo se llama *inversa*.

134. Para resolver la Regla de aligacion directa, se divide el valor total de las unidades mezcladas por el número de estas unidades.

Habiendo mezclado 50 hectólitros de vino de á 10 duros el hectólitro, con 30 de 8 duros, ¿cuál es el precio de la mezcla?

50 hectólitros á 10 duros = 500 duros
30 hectólitros á 8 » = 240 duros

Luego 80 hectólitros valen 740 duros.

Dividiendo, pues, 740 duros por 80, el cociente expresará el valor de un hectólitro (*).

Otros ejemplos:

10 fanegas á 40 reales = 400 rs.
12 fanegas á 44 reales = 528 rs.
18 fanegas á 50 reales = 900 rs.
} Valor de una fanega: 45 reales y 70 céntimos.

40 fanegas importan 1828 reales.

2.º Fundiendo 70 kilógramos de cobre con 30 de zinc, resultan 100 de laton: si cada kilógramo de cobre vale 10 francos y el de zinc 2 francos y medio, ¿cuánto costará cada kilógramo de laton?

70 kg. de cobre á 10 francos = 700 fr.
30 de zinc á $2\frac{1}{2}$ = 75 fr.
} Total... 775 fr.

Luego el kilógramo de laton valdrá 7 francos y 75 céntimos.

(*) Conocidos varios valores aproximados de un número, se llama *promedio* á otro nuevo valor deducido de los valores dados y más exacto que cada uno de ellos. El *promedio* de dos ó más números conocidos es igual al cociente de dividir la suma de todos por el número de ellos.
Calcular el promedio de los números 355, 356, 364, 372 y 378.

3.º Fundiendo 100 libras de cobre con 11 de estaño, resultan 111 del bronce propio para construir estátuas y cañones. Suponiendo que la libra de cobre vale 5 reales y medio y la de estaño 6, ¿cuál será el valor de la libra de bronce?

Las 100 libras de cobre importan	550 reales.
y las 11 de estaño..	66 reales.

Luego si dividimos la suma... 616 reales por 111, el cociente nos dará el número que se busca.

4.º Fundiendo 110 kilógramos de estaño con 290 de cobre, 5 de zinc y 4 de plomo, se ha hecho una campana. Si el kilógramo de estaño vale 9 reales y medio, el de cobre 10 reales, el de zinc 2 reales y el de plomo 2 reales y 25 céntimos, ¿cuál será el valor de todo el bronce de la campana y el de un kilógramo del mismo.

Los 110 kg. de estaño valen..........	1045 reales.
Los 290 » de cobre................	2900 »
Los 5 » de zinc..................	10 »
Los 4 » de plomo................	9 »
Valor total del bronce......	3964 reales.

Dividiendo este número por los kilógramos de bronce que componen la campana, el cociente será el valor de uno de ellos.

135. Para resolver la Regla de aligacion inversa, se toma de cada especie de unidades, que se han de mezclar, la diferencia entre el precio medio y el de la otra especie.

Teniendo vino de dos clases y precios diferentes á razon de 10 y de 15 chelines el hectólitro, se quiere saber el número de hectólitros, que se deben mezclar de cada especie, para vender la mezcla á 12 chelines.

Datos.	Precio medio.	Incógnitas.
Vino de 10 chelines.	12 chelines.	15—12=3
Vino de 15 chelines.		12—10=2

Luego se pueden mezclar 3 hectólitros de lo inferior con 2 de lo superior y tambien las mitades de estos números, sus duplos, triplos, etc. Esta cuestion es *indeterminada*, puesto que ofrece cuantas soluciones se quieran, con sólo multiplicar ó dividir los números 3 y 2 por otro cualquiera.

136. Para que esta última cuestion, y todas sus análogas, sean *determinadas*, ó lo que es lo mismo, para que las incógnitas tengan un solo valor, hay que someterlas á nuevas condiciones, como son por ejemplo la de conocer una de las dos cantidades que entran en la mezcla, ó bien la suma ó la diferencia de ambas.

¿Cuántos kilogramos de café de á 30 reales se deben mezclar con 15 kilógramos de á 20, para vender la mezcla á 24 reales?

El procedimiento anterior nos dirá que mezclando 6 kilógramos de lo mediano con 4 de lo bueno, resulta la mezcla á 24 reales el kilógramo; luego quedará resuelto el problema y determinada la incógnita por la siguiente proporcion:

Si con 6 kilógramos de café de á 20 reales se deben mezclar 4 de á 30, á 15 kilógramos de lo primero, ¿cuántos kilógramos corresponden de lo segundo? De donde resulta para el valor de x el número 10.

¿Cuántos hectólitros de trigo de á 85 y de á 98 reales se deben mezclar para formar 500 hectólitros de á 90 reales?

90 rs. (precio medio)	85 reales.....	8 hectólitros,
	98 reales.....	5 hectólitros,

luego si para 13 hectólitros de trigo mediano, se toman 5 de primera clase; para tener 500 hectólitros, ¿cuántos se tomarán?

192,31 de primera clase y 307,69 de la segunda.

137. *Cuando las especies son más de dos*, se calcularán las unidades que deben mezclarse de dos cualesquiera cuyos precios comprendan al precio medio; luego el de otras dos, y así sucesivamente.

¿Qué número de kilógramos de té de á 120 reales, 160 y 70 se han de mezclar, para vender la mezcla á 110 reales?

Precio medio 110; luego tendrémos	120......	40
	70......	10+50
	160......	40

Y por consiguiente, 40 kilógramos de á 120 reales, 60 de á 70 reales y 40 de 160 reales valen lo mismo que 140 kilógramos vendidos al precio de 110 reales.

Tambien aquí tenemos infinitas soluciones, multiplicando 40, 60 y 40 por un mismo número.

Regla de Interés.

138. Se llama interés la ganancia, que produce un capital prestado. Para mayor uniformidad en el modo de determinar el interés, se conviene ordinariamente en el que produce un capital de 100 unidades durante un año, cuyo número, considerado como absoluto, se llama *tanto por ciento.*

El interés puede ser *simple* ó *compuesto*. Llámase *simple* cuando no se agrega al capital, y *compuesto* si aumenta dicho capital, para ganar nuevos intereses en los años sucesivos.

Llámase CAPITAL una cantidad cualquiera de dinero que se presta con el objeto de que produzca una *ganancia* ó *rédito* convenido entre el dueño del caudal y el que lo recibe á préstamo.

139. REGLA DE INTERÉS SIMPLE. En estas cuestiones hay que distinguir dos casos: 1.° *que el capital se emplee por un año*, y 2.° *que se emplee por más ó ménos de un año.*

En el primer caso, la siguiente proporcion resuelve con facilidad todos los problemas:

$$\{\ 100 : \text{capital} :: \text{tanto por } 100 : \text{interés anual.}\ \}$$

Hallar el interés anual de 1800 pesos al 5 por 100.

$$100 : 1800 :: 5 : x \quad \text{de donde} \quad x = 90 \text{ pesos.}$$

Hallar el capital, que produce 180 francos anuales de interés, al 3 por 100.

$$100 : x :: 3 : 180 \quad \text{de donde} \quad x = 6000 \text{ francos.}$$

Se desea saber el tanto por 100, á que se prestaron 5000 libras esterlinas, para producir 600 en un año.

$$100 : 5000 :: x : 600; \text{ luego el tanto por } 100 \text{ será } 12.$$

Para el segundo caso, tendrémos:

Tomando por unidad de tiempo el año.

$$100 : \text{capital} \times \text{tiempo} :: \text{tanto por } 100 : \text{interés.}$$

Tomando por unidad de tiempo el mes.

$$1200 : \text{capital} \times \text{tiempo} :: \text{tanto por } 100 : \text{interés.}$$

Tomando por unidad de tiempo el dia.

$$36500 : \text{capital} \times \text{tiempo} :: \text{tanto por } 100 : \text{interés.}$$

Aplicacion á vários ejemplos:

Hallar el interés de 1825 pesos en 80 dias, al 12 por 100

$36500 : 1825 \times 80 :: 12 : x$ de donde $x = 48$ pesos.

¿En cuántos dias 5000 francos producirán 100, al 10 por 100?

$36500 : 5000 \times x :: 10 : 100$ que da $x = 73$ dias.

600 libras esterlinas han producido 45 de interés en tres meses, ¿cuál es el tanto por 100?

$1200 : 600 \times 3 :: x : 45$ luego el tanto por 100 será 30.

¿Cuál es el capital que produce 800 francos de interés en 3 años, al $1\frac{1}{2}$ por 100?

$100 : x \times 3 :: 1\frac{1}{2} : 800$ de donde $x = 17777\frac{7}{8}$ francos.

140. Regla de interés compuesto. Si el interés que produce un capital en cada unidad de tiempo, se agrega al mismo capital para producir un nuevo interés en la unidad de tiempo siguiente, se llama *interés compuesto.*

Las cuestiones de *interés compuesto* se resuelven por medio de la siguiente fórmula

$$C = c \times (1+r)^t$$

en la cual c representa el capital empleado ó puesto á interés al $100r$ por 100 (*) y C el capital total, ó sea el capital primitivo con más todos los intereses devengados durante el tiempo t años.

Hallar los réditos de 4000 duros en 3 años á interés compuesto, al 5 por 100.

$c = 4000$ duros, $t = 3$ años y $100r = 5$ ó bien $r = 0,05$

$$1+r = 1,05$$
$$(1+r)^t = (1,05)^3 = 1,157625$$
$$c \times (1+r)^t = 4000 \times 1,157625$$

Capital total. . . . . 4630,5 duros.
Intereses compuestos. . . . . 630,5 duros.

Al tratar en el capítulo siguiente de las aplicaciones de los logaritmos, verémos la facilidad de resolver por su medio esta y otras cuestiones análogas, tanto más complicadas cuanto mayor sea el número de años que permanece prestado el capital.

(*) O lo que es lo mismo, siendo r el interés de una unidad del capital.

Descuento de Letras.

141. Se llama **Letra de Cambio** un documento mercantil extendido y timbrado con arreglo á las formas legales, por el cual una persona manda á otra de distinta poblacion que pague cierta cantidad á la órden de un tercero, ya por haberla recibido de este último, ya por tenerla en cuenta con el mismo.

En la letra de cambio no sólo se consigna su importe ó valor *nominal*, el nombre del que *gira* la letra, el del que debe pagarla y el del dueño ó *tenedor* de ella (que es el que debe cobrar su importe), sino tambien, si puede hacerlo á la vista, es decir, en el acto de su presentacion, ó á un plazo determinado de 2, 4, 8, 15, 30, 90, etc., dias, en cuyo caso el pagador la firma *aceptándola*, ó sea comprometiéndose al pago de su valor despues de transcurrido dicho plazo (*). El dueño ó tenedor de una letra puede *endosarla*, es decir, transmitir su derecho á otra persona, y esta á otra, etc., con solo escribir á la espalda de la misma letra que se pague á la órden del nuevo tenedor.

Modelo de una Letra de cambio.

FERNANDO DE MAGALLANES.

MADRID 12 *de Mayo de* 1857 — 15000 $

A quince dias vista se servirá V. pagar por esta *primera* de cambio, á la órden de *D. Juan Sebastian Elcano*, la cantidad de *cinco mil pesos fuertes* en plata ú oro
valor *recibido del mismo*, segun aviso de S. S. S.

Fernando de Magallanes.

Sr. D. Juan Diaz de Solís.
Buenos-Aires.

(*) Las letras de cambio deben presentarse á la aceptacion dentro de los 40 dias de su fecha, á fin de que no queden perjudicadas.

Los PAGARÉS son documentos mercantiles por cuyo medio una persona se obliga á pagar á otra ó á su órden una suma determinada á cierta fecha. Son como las letras de cambio, negociables, es decir documentos cuya propiedad puede ser transferida por su dueño ó tenedor á otra persona.

Siendo el objeto de las letras de cambio el evitar la conduccion material del dinero, puede suceder, segun las circunstancias mercantiles de las plazas, que el tenedor de una letra haya pagado por ella una cantidad igual á su valor nominal, ó un tanto por 100 convenido de más ó de ménos. En el primer caso se dice que la letra se ha negociado *á la par*, en el segundo con *beneficio* y en el tercero con *daño*, puesto que estas denominaciones se refieren á la persona que firma, vende ó entrega la letra.

Segun esto, si la letra anterior tiene 1 por 100 de beneficio, el tenedor pagaría por ella 5050 pesos fuertes, y negociándola con $^1/_2$ por 100 de daño pagaría solo 4975.

Últimamente, recibiendo 20000 reales efectivos un comerciante de Madrid por una letra sobre Cádiz al 2 por 100 de daño, el *valor nominal* de la letra se hallará diciendo:

$$98 : 100 :: 20000 : x \quad \text{de donde} \quad x = 20408 \text{ reales.}$$

142. Si el tenedor de una letra quiere hacerla efectiva ántes de su vencimiento, recibirá de ménos un tanto por 100 convenido, que se llama *descuento*.

El *descuento* es, pues, la diferencia entre el valor nominal de una letra pagadera á un plazo dado, y su valor real y efectivo ántes de esta fecha; ó bien el interés que corresponde al dinero recibido, ó sea al valor real de la letra, durante el tiempo que medie hasta el fin del plazo.

El tanto por 100 de descuento se fija por un año.

Hallar el descuento de una letra de 25200 francos al 5 por 100, suponiendo que faltan 40 dias para su vencimiento.

Cada 100 francos producen al banquero 5 al cabo de un año; luego 105 francos, anticipando un año su pago, no valen más que 100, y tendrémos:

$$100+5 : 5 :: 25200 : x \quad \text{que da} \quad x = 1200 \text{ fr. (descuento anual).}$$

Si en 365 dias se descuentan 1200 fr., en 40 dias ¿cuánto se descontará? De donde se deduce para el *descuento pedido* 130 francos y 20 céntimos (*).

(*) Acostumbran los comerciantes abonarse y cargarse intereses por las cantidades que pagan ó reciben á nombre de sus corresponsales desde el dia en que lo verifican segun los asientos de sus libros hasta aquel en que cierran sus cuentas, que es lo que llaman *cuentas corrientes*.

Regla de Cambio.

143. *La* **Regla de Cambio** *tiene por objeto la reduccion recíproca de las monedas nacionales y extranjeras.*

Llámase *cambio* el mayor ó menor número de monedas extranjeras que se dan por un peso fuerte.

El cambio es *directo* cuando no intervienen más plazas que dos, la remitente y la aceptante ó la que recibe; es decir, cuando el comerciante de Buenos-Aires que debe ó quiere recibir dinero en Lóndres compra papel ó letras directamente sobre dicha plaza; y se llama *indirecto*, cuando intervienen varias plazas, esto es cuando el comerciante de Buenos-Aires compra papel sobre Hamburgo, dando órden á su corresponsal en esta plaza para que con su producto compre papel sobre París, y al de esta para que lo compre sobre Lóndres por la cantidad que allí necesita (*).

Las monedas, tanto efectivas como imaginarias, pueden ser de *cambio* y de *cuenta:* las primeras sirven para efectuar los cambios con las plazas extranjeras; las segundas son las usuales en el comercio, y á ellas se refieren todas las cuentas.

144. Los cambios de la República Argentina con las naciones extranjeras, segun las prácticas comerciales, se arreglan al tipo de 1 peso fuerte por la cantidad variable de

4,20 á 4,25 marcos..........	**Alemania.**
2 á 2,50 florines............	**Amsterdam.**
2080 á 2125 reis............	**Brasil.**
1 á $2^1/_2$ por 100 de premio....	**España.**
48 á 51 peniques............	**Estados-Unidos é Inglaterra.**
5 francos y 15 céntimos.......	**Francia, Bélgica y Suiza.**
42 á 46 schelines de banco.....	**Hamburgo.**
5,15 á 5,30 liras ó libras......	**Italia.**
900 á 950 reis...............	**Portugal.**
125 á 156 copecks...........	**Rusia.**
$^1/_2$ á $^1/_4$ por 100 de premio.....	**Uruguay.**

(*) La plaza que tiene constantemente la unidad de cambio se dice que da lo *cierto* y la otra da lo *incierto;* la primera hace de vendedor y la segunda de comprador.

145. Las monedas usuales ó de cuenta más conocidas en el comercio y su *par monetaria legal* (*) en la República Argentina en moneda corriente y en pesos fuertes ó patacones en el supuesto de valer uno de estos 25 pesos moneda corriente, son las siguientes :

	m-c.	$
Amsterdam, el *florin* dividido en céntimos.....	10,35	0,41
Austria, el *thaler* de $1^1/_2$ florines...........	17,84	0,71
Brasil, el *reis*. La pieza de 2000 reis.........	27,50	1,10
Estados-Unidos, el *dollar*.................	25,74	1,03
Francia, el *franco*, dividido en céntimos......	4,80	0,19
Francfort, el *florin*, de 60 kreutzers.........	10,57	0,40
Hamburgo, el *marco corriente* de 16 schelines. .	7,35	0,29
Inglaterra, la *libra esterlina* de 20 schelines...	119,95	4,80
Portugal, el *reis*. La pieza de 500 reis.......	12,25	0,49
Prusia, el *thaler* de 30 silbergros ó 360 peniques.	17,85	0,71
Rusia, el *rublo*, que se divide en 100 copecks...	19,48	0,78
Turquía, la *piastra*......................	1,06	0,42

146. Todas las cuestiones referentes al *cambio directo* se resuelven por medio de las dos reglas prácticas que siguen :

1.ª *Para reducir pesos fuertes á monedas de cambio extranjeras*, basta multiplicar el número dado por el cambio, y el producto será el número que se busca.

¿Cuántos francos equivalen á 1582 pesos fuertes al cambio de 5 francos y 30 céntimos?

$1582 \times 5{,}30$ fr. ó sean 8384 francos y 60 céntimos.

Si los 1582 pesos fuertes se giran contra una casa de Lóndres al cambio de 51, el valor nominal de la letra, será

$1582 \times 51 = 336$ lib. est. 3 schelines y 6 peniques.

Girada la misma cantidad sobre Rio-Janeiro al cambio de 2110 reis, tendrémos para su valor en el Brasil:

$1582 \times 2110 = 3.338020$ reis.

(*) Llámase *par monetaria legal* de una moneda extranjera la suma de moneda nacional equivalente á la primera.

La *par monetaria comercial* varía segun las circunstancias de la plaza, es decir, segun la mayor ó menor oferta y demanda de letras ó *papel de giro*. Los datos que aparecen en el texto sirven sin embargo para conocer cuando la par comercial favorece ó perjudica al banquero.

2.ª *Para reducir monedas de cambio extranjeras á pesos fuertes* se divide el número dado por el cambio.

¿Cuánto valen en Buenos-Aires 5000 francos al cambio de 5,20?

5000 : 5,20 ó sean 961 pesos fuertes y 60 centavos.

Reducir 1600 florines á pesos fuertes al cambio de 2,45 florines.

1600 : 245=653 pesos fuertes y 6 centavos.

La isla de Cuba cambia con Inglaterra dando 444 pesos fuertes y un tanto por 100 de premio por 100 libras esterlinas; y con Francia dando 1 peso fuerte, menos un descuento de tanto por 100, por 5 francos.

Manila cambia con Inglaterra dando 1 peso fuerte por más ó ménos 4 chelines y 6 peniques y con Francia por más ó ménos 5,60 francos.

147. En muchas ocasiones no se conoce el cambio *directo* entre dos plazas, ó conociéndolo puede ser preferible el *indirecto*. Entónces la regla de cambio es una verdadera *Regla conjunta* (*).

¿Cuántas libras esterlinas equivalen á 12500 pesos fuertes, siendo nuestro cambio con Amsterdam de 2,25 florines y el de Amsterdam con Lóndres de 10 y medio florines por una libra esterlina?

x libras esterlinas = 12500 pesos fuertes;
1 peso fuerte = 2,25 florines;
10,5 florines = 1 libra esterlina.

Multiplicando ordenadamente estas equivalencias, tendrémos x=2678,57 libras esterlinas, siendo por consiguiente el cambio directo entre Madrid y Lóndres 51,43 dineros ó peniques.

¿Cuántos reis portugueses vale un franco, en el supuesto de que 277 francos equivalen á 11 libras esterlinas y una libra esterlina á 4220 reis?

x reis = 1 franco;
277 francos = 11 libras esterlinas;
1 lib. est. = 4220 reis;

de donde se deduce para la incógnita 167,58 reis de Portugal.

(*) Para resolver la *Regla conjunta* se escribe, empezando por la incógnita, una série de igualdades ó equivalencias tales, que el segundo miembro de cada una sea de la misma especie que el primero de la siguiente, cuya multiplicacion ordenada nos dará con facilidad el valor de la incógnita.

Fondos públicos.

148. Llámanse FONDOS PÚBLICOS toda clase de capitales prestados al Gobierno de una nacion, y cuya renta ó intereses satisface el Estado respectivo.

Los Gobiernos pueden amortizar los capitales recibidos satisfaciendo mientras no lo verifican el interés estipulado á cuyo efecto se quedan en cada semestre con una parte del Titulo ó inscripcion correspondiente llamada *cupon*.

Los títulos de la Deuda pública son *negociables* ó *transferibles*, á fin de facilitar al tenedor los medios de reembolsar su capital. Cuando un título se negocia por todo su valor nominal, se dice que se ha negociado á la *par*. Hay *alza* cuando aumenta el valor del papel, y *baja* cuando disminuye.

149. La Deuda pública de la República Argentina se divide en *interior* y *exterior*. La primera causada por emision de fondos públicos nacionales, alcanzó segun Relacion de la Junta de Crédito Nacional, fecha 15 de Enero de 1876 á pesos fuertes 21.032506; y la segunda, fundada en Inglaterra asciende en la misma época á libras esterlinas 7.295600 ó sean 35.748440 pesos fuertes. La deuda total de la República suma por lo tanto 56.780946 pesos fuertes cuya cantidad está representada en su mayor parte por el valor de las vías férreas, telégrafos, etc. (*).

La República Argentina cumple con la mayor puntualidad los compromisos contraidos á consecuencia de sus empréstitos: los intereses tanto de la Deuda interior como de la exterior, se pagan el mismo dia de su vencimiento y con igual exactitud se cumplen los términos fijados para la amortizacion. Los fondos públicos nacionales gozan solamente de un interés de 6 por 100, mientras que el interés en la plaza, en tiempos normales, es de 10 á 12 por 100. El cambio ordinario de los fondos públicos es de 75 á 80 por 100.

Todas las cuestiones relativas á los fondos públicos que puedan interesar á los particulares se resuelven fácilmente por medio de una simple proporcion.

(*) A esta suma deberia añadirse el empréstito inglés de Buenos-Aires puesto que la Nacion ha tomado á su cargo el pago del interés y de la amortizacion; corre sin embargo bajo el nombre de la provincia de Buenos-Aires realizando ésta del Tesoro Nacional los fondos necesarios al efecto.

Logaritmos.

Breves nociones acerca de los logaritmos. Uso de las tablas y su aplicacion á la resolucion de las principales cuestiones aritméticas.

150. Llámanse TABLAS DE LOGARITMOS á un libro cuyas páginas, divididas en columnas, contienen por un lado la série de los *números naturales* 1, 2, 3, 4..... hasta 11000 las llamadas pequeñas y hasta 100000 ó 108000 las grandes, y en frente de cada uno de estos números, otro decimal, que es su *logaritmo*, calculado con arreglo á ciertas condiciones cuya inteligencia no es de este lugar.

Siendo los logaritmos números decimales, constan de parte entera y parte decimal. La parte entera, que se llama *característica*, es

0 para los logaritmos de los números de una cifra;
1 para los logaritmos de los números de dos cifras;
2 para los logaritmos de los números de tres cifras;
3 para los logaritmos de los números de cuatro cifras;
4 para los logaritmos de los números de cinco cifras;
5 para los logaritmos de los números de seis cifras;

Y así sucesivamente, de modo que *la característica del logaritmo de un número* consta de tantas unidades como cifras ménos una tiene dicho número (*).

La parte puramente decimal del logaritmo se llama *mantisa*.

Los logaritmos de los números 1, 10, 100, 1000, y en general de la unidad seguida de ceros, no tienen mantisa; son, pues, respectivamente 0, 1, 2, 3..... y en general un número, entero, que consta de tantas unidades como ceros acompañen á la unidad. Segun esto, el

log. de 100000 es 5 y el log. de mil millones será 9.

(*) Puesto que es tan fácil hallar la característica del logaritmo de un número, suelen suprimirse todas las de las *tablas*, dejando al calculador su determinacion en cada caso.

En la práctica se acostumbra separar la caracteristica de la mantisa con un punto, con el objeto de distinguir los *logaritmos* de los *números decimales*.

151. Los logaritmos tienen propiedades muy notables, que permiten abreviar y facilitar los cálculos aritméticos.

Estas propiedades son las siguientes:

1.ª El logaritmo de un producto de dos ó más factores es igual á la suma de los logaritmos de estos factores.

Por ejemplo, tomando de la primera página de las Tablas de Vazquez Queipo, que contienen los logaritmos de todos los números desde 1 hasta 99 con su correspondiente característica, los logaritmos de los números 15 y 5 tendrémos

Log. 15=1.176091
log. 5=0.698970

Suma....... 1.875061 ó sea el log. de 75=15×5

Otro ejemplo: Log. 3=0.477121
log. 4=0.602060
log. 8=0.903090

1.982271 ó sea el log. de 96=3×4×8

De esta propiedad se deduce que:

Para multiplicar dos ó más números, basta sumar sus logaritmos, y el número correspondiente á esta suma será el producto.

Hallar el producto de 192 por 27.

Log. 192=2.283301
log. 27=1.431364

3.714665 y como este log. corresponde á 5184; el producto de 192 por 27 será igual á 5184, como en efecto así se verifica.

Del mismo modo, sumando los logaritmos de 53, de 9 y de 5, tendrémos 3.377489, que corresponde al número 2385, producto de 53 por 9 y por 5 (*).

(*) Siendo los logaritmos *números inconmensurables* que se expresan por decimales con más ó ménos exactitud segun el número de cifras de la mantisa, producen muchas veces, al combinar varios logaritmos, la diferencia de 1 y á veces 2 unidades en la última cifra decimal del resultado; observacion que conviene tener presente para no empeñarse en buscar con exactitud lo que sólo es aproximado, como sucede en el ejemplo del texto.

2.ª El logaritmo del cociente de dos números es igual al logaritmo del dividendo ménos el logaritmo del divisor.

Siendo el log. 15=1.176091
y el log. 5=0.698970

el resíduo 0.477021 será el logaritmo de 3, ó sea del cociente de 15 entre 5.

Para dividir un número por otro, se resta del logaritmo del dividendo el logaritmo del divisor, y el número correspondiente á este resíduo será el cociente.

Hallar el cociente de 5184 entre 192.

Log. 5184=3.714665
log. 192=2.283301

1.431364 y como este log. corresponde á 27, el cociente de los números dados será 27.

3.ª El logaritmo de una potencia cualquiera de un número es igual al logaritmo de dicho número, multiplicado por el exponente ó índice de la potencia.

Multiplicando el log. de 15, que es 1.776091, por 3, resulta 3.528273, ó sea el log. de 3375, cubo ó tercera potencia del número 15. Luego:

Para elevar á una potencia cualquiera un número dado, se multiplica el logaritmo de este número por el índice de la potencia y el número de las tablas correspondiente al producto, será la potencia pedida.

Hallar el cuadrado de 79.

log. 79=1.897627
×2

3.795254 luego el cuadrado de 79 debe ser 6241.

4.ª El logaritmo de una raíz de un número es igual al logaritmo de este número, dividido por el índice de la raíz.

Dividiendo el log. de 3375, que es 3.528273, por 3, resulta 1.176091, ó sea el logaritmo que nos dan las tablas para el número 15, que es la raíz cúbica de 3375. Luego:

Para hallar la raiz de un grado cualquiera de un número dado, se divide el logaritmo de este número por el índice de la raíz, y el número correspondiente al cociente será la raíz pedida.

¿Cuál es la raíz cuadrada de 6241?

$$\frac{\log.\ 6241}{2}=\frac{3.795254}{2}=1.897627=\log.\ \text{de } 79;$$

luego 79, será la raíz cuadrada del número propuesto.

Del mismo modo para la raíz cúbica de 1728, tendrémos

$$\frac{\log.\ 1728}{3}=\frac{3.237544}{3}=1.079181=\log.\ 12$$

Estas cuatro propiedades son las más preciosas de los logaritmos, puesto que por su medio cambiamos la multiplicacion en *suma*, la division en *resta*, la elevacion á potencias en *multiplicacion* y la extraccion de raíces en *division*, verificándose además que estas dos últimas operaciones se reducen casi siempre á multiplicar ó dividir un número decimal por un número dígito.

152. Las ventajas que ofrecen los logaritmos son, pues, de grande utilidad; pero para poder aplicarlas á toda clase de cuestiones, necesitamos conocer siquiera muy ligeramente (*) el modo de calcular los logaritmos de los números que no se hallen en las tablas.

1.º *Para hallar el logaritmo de un número* 10, 100, 1000, *veces mayor ó menor que otro de las tablas*, basta añadir ó restar de su caracterisca 1, 2, 3, etc., unidades.

Así, siendo el log. de 185=2.267172, tendrémos

log. 1850=3.267172	log. 185000=5.267172
log. 18,5=1.267172	log. 1,85=0.267172

Luego al multiplicar un número por 10, aumenta la *característica* de su logaritmo en una unidad; al multiplicarle por 100, aumenta la característica en 2 unidades, al multiplicarle por 1000, aumenta en 3 unidades y así sucesivamente. Inversamente, al dividir un número por 10 la característica de su logaritmo disminuye en una unidad, al dividirle por 100 la característica disminuye en dos unidades, etc., permaneciendo siempre constante la *mantisa*.

log. 149600000=8.174932	log. 1,496=0,174932

(*) Decimos muy ligeramente, porque en la introduccion de las TABLAS de Vazquez Queipo se exponen cuantos pormenores son necesarios, no sólo para resolver estas cuestiones, sino tambien las relativas al modo de manejar las tablas en todos los casos.

2.° *El logaritmo de un número fraccionario* es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.

El logaritmo de un número mixto es igual al logaritmo del fraccionario equivalente.

Así tendrémos; $\log. \frac{12}{7} = \log. 12 - \log. 7 = \left\{ \begin{array}{r} 1.079181 \\ 0.845098 \end{array} \right.$

log. pedido 0.234083

Igualmente resulta

$\log. 1\frac{1}{2} = \log. \frac{3}{2} = 0.176091$ | $\log. \frac{1512}{999} = 0.179980$

Si los quebrados son propios, es decir si tienen el numerador menor que el denominador, no se podrá hacer la resta de los logaritmos, pero en este caso se resta del logaritmo del denominador el logaritmo del numerador anteponiendo al resultado el signo —

Estos logaritmos se llaman *negativos*, y para hacer uso de ellos en los cálculos se les añaden 10 de característica, resultando así un nuevo logaritmo llamado *complementario*, que tiene 10 unidades más que el primero.

Segun esto, $\log. \text{de} \frac{2}{3} = \left\{ \begin{array}{r} \log. 2 = 0.301030 \\ \log. 3 = 0.477111 \end{array} \right.$

-0.176091

Añadiendo 10.000000 á este logaritmo negativo, resulta este otro 9.823909 que será el *logaritmo complementario*, ó llámese el comp. log. del quebrado propuesto (*).

Del mismo modo; $\log. \text{de} \frac{11}{12} = \left\{ \begin{array}{r} \log. 11 = 1.041393 \\ \log. 12 = 1.079181 \end{array} \right.$

-1.037788

Luego, el comp. log. de $\frac{11}{12}$ será 9.062212

(*) En los *logaritmos complementarios* se acostumbra escribir el punto que separa la característica de la mantisa en la parte superior, para advertir que el resultado final de las operaciones en que entren estos logaritmos debe corregirse ó modificarse, teniendo presente que cada uno de ellos tiene 10 unidades más que el *logaritmo negativo* correspondiente.

Aplicaciones de los logaritmos.

---

153. Ya hemos dicho que, por medio de los logaritmos, la multiplicacion se cambia en suma, la division en resta, la elevacion á potencias en multiplicacion y la extraccion de raíces en division. Esto supuesto:

Hallar por medio de los logaritmos, el producto de 1,857 por 1,781 con tres cifras decimales.

$$\begin{array}{lr} \text{Log. } 1{,}857 = & 0.268812 \\ \text{log. } 1{,}781 = & 0.250664 \\ \hline & 0.519476 \end{array}$$; luego el producto será 3,307.

Hallar en el mismo supuesto que antes, el cociente de los mismos números.

$$\begin{array}{lr} \text{Log. } 1{,}857 = & 0.268812 \\ \text{log. } 1{,}781 = & 0.250664 \\ \hline & 0.018148 \end{array}$$; luego el cociente será 1,043.

Si se combina la multiplicacion y la division, como sucede siempre que haya de calcularse el cuarto término de una proporcion, se suman los logaritmos de los medios y de esta suma se resta el logaritmo del extremo conocido.

Sea la proporcion 6225 : 159,6 :: 804,9 : x

$$\begin{array}{lr} \text{Log. } 159{,}6 = & 2.203033 \\ \text{log. } 804{,}9 = & 2.905742 \ (*) \\ \hline & 5.108775 \\ \text{log. } 6225 = & 3.794139 \\ \hline & 1.314636 \end{array}$$; luego el valor de x será 2,064.

Hallar la potencia de quinto grado del número 2,578.

$$\begin{array}{lr} \text{Log. } 2{,}578 = & 0.411283 \\ & \times 5 \\ \hline & 2.056415 \end{array}$$ = log. 11,39 aproximadamente; luego 11,39 será la potencia de quinto grado de 2,579.

(*) En la práctica se escriben simplemente los logaritmos y el número correspondiente al resultado final, que no expresamos aquí con mayor exactitud, por no complicar inútilmente la sencillez del procedimiento en cada caso.

Hallar las raíces cuadrada y cúbica del número 14960000 cuyo logaritmo es 7.174932.

Dividiendo este logaritmo, por 2 para la raíz cuadrada y por 3 para la raíz cúbica; resultan respectivamente 2.587466 y 2.391644; y como estos logaritmos corresponden aproximadamente á los números 3868, y 246,4, quedará resuelto el problema.

154. Las aplicaciones anteriores, consideradas como aisladas, no dan todavía una idea completa de las verdaderas ventajas de los logaritmos. Donde éstos prestan su auxilio de una manera eficaz es en todas las cuestiones relativas á las reglas de interés compuesto, anualidades, cuentas corrientes con interés, cambios y descuento de letras, etc., etc.; pero, como el Sr. Vazquez Queipo trata de todas estas cuestiones en la introduccion de sus TABLAS, no creemos necesario hacerlo nosotros en este lugar.

Queremos, sin embargo, en vista de las muchas aplicaciones de la regla de interés compuesto, dejar consignadas, antes de terminar este capítulo, sus formas logarítmicas, y el modo de resolverlas en un caso particular, llamando sobre este punto la atencion de los señores profesores acerca de la notable mejora, que debe recibir la instruccion popular, si al fin se consigue introducir el estudio de los logaritmos en las escuelas primarias superiores, generalizando su uso entre los alumnos más aventajados.

Llamando, pues, c el capital empleado ó puesto á interés al $100r$ por 100 y C el capital total, ó sea el capital primitivo c con más todos los intereses devengados durante el tiempo t años; la fórmula siguiente, de que ya hemos hablado en otro lugar, nos facilitará la resolucion de todos los problemas, en los cuales se den conocidas tres de las cuatro cantidades C, c, $100r$ y t, y se pida hallar la cuarta.

$$C = c \times (1+r)^t$$

Aplicando á esta fórmula la teoría de los logaritmos, resultan estas otras:

$$\log. C = \log. c + t \log. (1+r) \qquad \log. (1+r) = \frac{\log. C - \log. c}{t}$$

$$\log. c = \log. C - t \log. (1+r) \qquad t = \frac{\log. C - \log. c}{\log. (1+r)}$$

Por la primera de estas fórmulas se calcula el capital total C; por la segunda el capital primitivo ó prestado c; por la tercera se determina á $1+r$, y por consiguiente á r, y á $100r$ que es el tanto por 100; y finalmente por la cuarta se halla el tiempo t.

Aplicacion á varios ejemplos:

1.° Hallar la suma de 1800 libras esterlinas y sus intereses compuestos durante 5 años, siendo 3 el tanto por 100.

$$\text{Log. } C = \text{log. } c + t \text{ log. } (1+r)$$
$$\text{log. } c = \text{log. } 1800 = 3.255273$$
$$t \times \text{log. } (1+r) = 5 \text{ log. } 1{,}03 = 0.064185 \quad (*)$$
$$\text{log. } C = \ldots\ldots\ldots \; 3.319458 = \text{log. } 2087$$

luego el capital total será.............. 2087 lib. est.
y los intereses devengados............. 287 lib. est.

2.° Hallar el capital que debe prestarse al 5 por 100 á interés compuesto, para producir 2000 duros en 4 años.

$$\text{log. } c = \text{log. } C - t \text{ log. } (1+r)$$
$$\text{log. } c = \text{log. } 2000 - 4 \text{ log. } 1{,}05 = 3.216274 = \text{log. } 1645{,}4;$$

luego el capital será 1645 duros y 8 reales.

Este problema puede tambien enunciarse así: —¿Cuál es el *valor actual* de 2000 duros, que no deben cobrarse hasta pasados 4 años, suponiendo que el interés del dinero sea de 5 por 100?

3.° Si 12 pesos fuertes valen 200 al cabo de 6 años y medio, ¿cuál es el tanto por 100?

$$\text{log. } (1+r) = \frac{\text{log. } C - \text{log. } c}{t}$$
$$\text{log. } (1+r) = \frac{\text{log. } 200 - \text{log. } 12}{6{,}5} = \frac{1.221819}{6{,}5} = 0.187976 = \text{log. } 1{,}5416$$

siendo pues $1+r = 1{,}5416$, será $r = 0{,}5416$ y $100r = 54{,}16$

4.° ¿Qué tiempo necesita un capital de 10000 *francos* para producir 20000 al 10 por 100?

$$t = \frac{\text{log. } 20000 - \text{log. } 10000}{\text{log. } 1{,}1} = \frac{0.301030}{0.041393} = 7 \text{ años, 3 meses y 8 dias.}$$

(*) Siendo $100r = 3$, será $r = 0{,}03$ y por consiguiente $1+r = 1{,}03$.

Últimos ejercicios.

1.° Si con 365 kilógramos de hilo se ha fabricado una pieza de tela de 12 decímetros de ancho y 152 metros de largo, ¿cuánta tela de metro y medio de ancho se podrá fabricar con 180 kilógramos del mismo hilo?

2.° Si una máquina de vapor gasta 1580 kilógramos de carbon en 10 dias y otra de igual fuerza motriz reduce el gasto á 520 kilógramos en 4 $^1/_2$ dias, ¿cuál será la economía anual que ofrece la segunda, suponiendo que ambas trabajan 330 dias y que el precio del quintal de carbon es de 10 reales?

3.° Cinco sócios de una Empresa mercantil han cedido sus acciones con un beneficio total líquido de 100000 reales: las acciones del primero y quinto tenian un valor nominal de 45000 reales; las del segundo y cuarto de 55000; las del segundo y quinto de 30000; las del primero y tercero de 40000; las del tercero y cuarto de 60000, ¿cuánto corresponde á cada uno?

La suma de estas partidas es el duplo del capital nominal; restando de este las partidas tercera y quinta el resíduo será el capital del sócio primero, siendo por lo tanto ya fácil la resolucion del problema.

4.° Calcular el valor efectivo ó metálico de 25800 pesos fuertes de los fondos públicos argentinos al cambio de 77 por 100.

5.° Si se ligan 20 marcos de plata cuya ley es de 11 dineros y 8 granos con 12 marcos de 10 dineros y medio (*), ¿cuál es la ley de la aleacion?

6.° Teniendo plata de 9 dineros y 11 granos, y plata de 10 $^1/_2$ dineros, ¿cuántos marcos de una y otra se deberán ligar para que la ley de la aleacion sea de 10 dineros?

7.° Cuál es el interés de 10500 libras esterlinas en 1 año, 5 meses y 10 dias al 10 y medio por 100?

(*) Llámase *ley del oro ó de la plata* la mayor ó menor cantidad de oro ó de plata pura que contienen las monedas ó cualquiera otro objeto de dichos metales. El oro puro es de 24 *quilates:* cada quilate se divide en 4 granos. La plata pura se llama de 12 *dineros:* cada dinero se divide en 24 granos.

La ley del oro y la plata vigente para las monedas de casi todos los paises es de 900 milésimas de fino y 100 de cobre.

8.° Asegurada una casa en 30000 pesos fuertes al medio por 1000, ¿cuál es la prima del seguro?

9.° A cuánto ascienden 12580 francos al cabo de 10 años prestados á interes compuesto al 10 por 100?

10.° Una letra de 5500 libras esterlinas pagadera á fin de año, ha pasado sucesivamente por tres personas; la primera la recibió el 23 de Enero, la segunda el 25 de Marzo y la tercera el 4 de Julio, ¿cuál era su valor real y efectivo en cada una de estas tres épocas siendo 6 el tanto por 100 de descuento?

11.° Por qué medio será más ventajoso remitir de Buenos-Aires á Londres 1500 pesos fuertes, sabiendo que el cambio directo es de 50 peniques, y el de Buenos-Aires y París 5 francos 30 céntimos; el de París con Amsterdam 53 florines por 120 francos, y el de Amsterdam con Lóndres $11\,^1/_2$ florines por una libra esterlina?

12.° Cuál será el valor nominal en París y Lóndres de dos letras de 5000 pesos fuertes girados en la Habana una al cambio de 4 por 100 de quebranto sobre París y la otra al 5 por 100 de premio sobre Lóndres?

13.° El aceite que contiene una vasija pesa 120 kilógramos ¿cuántos litros de aceite son?

14.° Hallar el peso total de dos esferas una de plata y otra de oro suponiendo que el rádio de la primera es de 1 decímetro y el de la segunda de 5 centímetros.

15.° Un globo de cristal vacío pesa medio kilógramo y lleno de aire pesa 650 gramos, ¿cuál será la capacidad interior del globo ó sea la cantidad de aire que contiene?

FIN DE LA ARITMÉTICA.

OTROS CONOCIMIENTOS ÚTILES.

Nociones de Geometría. — Peso específico de los cuerpos. — Sistemas monetarios. — Pesas y medidas extranjeras. — Tabla de intereses compuestos.— Anualidades. — Cuadros estadísticos del globo.

NOCIONES DE GEOMETRÍA.

Preliminares.

Qué es GEOMETRÍA?—La ciencia que trata de la *extension.*

Qué es *extension?*—El espacio que ocupa un cuerpo; tiene tres dimensiones, que son: *longitud* ó largo, *latitud* ó ancho, y *altura ó* grueso (*).

Qué es *superficie* de un cuerpo?—Las caras ó límites que le separan del espacio infinito en que se hallan todos los cuerpos. Las superficies sólo tienen longitud y latitud.

Qué son *líneas?*—Los límites de las superficies; sólo tienen longitud.

Qué son *puntos?*—Los límites de las líneas (**).

Qué es *figura?*—La forma de la extension.

Qué son *figuras iguales?*—Las que tienen la misma forma y la misma extension.

Qué son *figuras equivalentes?*—Las que tienen diferente forma é igual extension.

Qué son *figuras semejantes?*—Las que tienen la misma forma, pero distinta extension.

Cómo se llama la *medida* de la extension?—En las líneas se llama *longitud*, en las superficies se llama *área*, y en los cuerpos *volúmen.*

(*) La *altura* ó *grueso* se llama en algunos casos *profundidad*. Se dice la altura de un hombre, de un árbol, de una torre, de una montaña, y la *profundidad* de un pozo, de un estanque, de un rio, de los mares, etc.

(**) Aunque el *punto matemático* ó *geometrico* no tiene extension, lo señalamos, sin embargo, como el punto de la escritura comun.

Líneas rectas y curvas.

Qué division se hace de las líneas?—Las líneas se dividen principalmente en *rectas* y *curvas.*

Qué es línea *recta?*—La que tiene todos sus puntos en una misma direccion (*).

Qué es línea *curva?*—Aquella cuyos puntos cambian contínuamente de direccion.

Qué es línea *quebrada?*—Una continuacion de rectas que no forman una sola recta.

Qué es línea *mixta?*—La que se compone de recta y curva.

Cuántas líneas pueden trazarse desde un punto á otro? —Una sola recta, y cuantas curvas, quebradas y mixtas se quiera.

Qué es *circunferencia?*—Una curva cerrada y plana (**), cuyos puntos equidistan de otro que está en el medio llamado *centro.*

Qué son *rádios?*—Las rectas que van desde el centro á la circunferencia. Todos los rádios de una misma circunferencia son iguales.

Qué son *diámetros?*—Las rectas que, pasando por el centro, terminan en la circunferencia. Los diámetros de una misma circunferencia son iguales, y cada uno divide á la circunferencia en dos partes, tambien iguales, llamadas *semicircunferencias.*

Qué es *arco?*—Una parte cualquiera de la circunferencia.

Y *cuerda?*—La recta que une los extremos de un arco.

Qué es *tangente?*—La recta que toca en un solo punto á la circunferencia, teniendo todos los otros fuera de ella. El punto comun se llama *punto de contacto.*

Y *secante?*—La recta que corta á la circunferencia.

En cuántas partes iguales se considera dividida la circunferencia?—En 360, llamadas *grados;* cada grado se divide en 60 partes iguales llamadas *minutos*, cada minuto se divide en 60 *segundos*, etc.

(*) La *línea recta* es la más corta distancia que hay entre dos puntos, puede prolongarse indefinidamente y queda determinada por dos de sus puntos.

(**) Llámase *figura* ó *superficie plana* aquella con la cual coincide en toda su extension una recta aplicada á dos cualesquiera de sus puntos.

Angulos.—Perpendiculares y oblícuas.—Rectas paralelas.

Qué es *ángulo?*—La abertura ó inclinacion de dos rectas que tienen un punto comun. Las rectas que forman el ángulo se llaman *lados*, y el punto comun *vértice.*

Qué son ángulos *iguales?* — Aquellos cuyos lados tienen la misma abertura ó inclinacion respectiva.

Qué es *bisectriz* de un ángulo? — La recta que le divide en dos ángulos iguales.

Cuál es la *medida* de un ángulo? — La misma que la del arco trazado desde su vértice con un rádio cualquiera,

Cómo se aprecia esta medida? — Por el número de grados que abraza el arco correspondiente.

Qué es *ángulo recto?* — El que abraza la cuarta parte de la circunferencia; vale 90°.

Qué es *ángulo obtuso?* — El que es mayor que el recto.

Qué es *ángulo agudo?* — El que es menor que el recto.

Qué son *ángulos adyacentes?* — Los que tienen un lado comun, y los otros dos lados son una misma recta.

Cuánto valen dos ángulos adyacentes? — Tanto como dos rectos, ó sean 180°.

Cuánto valen todos los ángulos que se pueden formar al rededor de un punto?—Tanto como cuatro ángulos rectos.

Cuántas posiciones pueden tener dos rectas trazadas sobre un plano? — Tres, á saber: *perpendiculares, oblícuas* y *paralelas.*

Qué son *rectas perpendiculares* entre sí? — Las que forman un ángulo recto.

Qué son *rectas oblícuas?* — Las que forman un ángulo obtuso ó un agudo.

Qué son *rectas paralelas?* — Las que, por más que se prolonguen, nunca se encuentran.

Cuántas perpendiculares y oblícuas se pueden trazar á una recta por un punto dado en ella? — Una sola perpendicular y las oblícuas que se quieran.

Y si el punto está fuera de la recta? — Se podrán trazar una perpendicular, una paralela é infinitas oblícuas (*).

(*) La perpendicular es más corta que todas las oblícuas. Dos rectas perpendiculares á una tercera son paralelas entre sí.

Triángulos. — Cuadriláteros. — Polígonos en general.

Qué es *triángulo?* — La figura cerrada ó limitada por tres rectas, llamadas *lados* del triángulo.

Qué son *vértices?* — Las intersecciones de los lados.

Cómo se dividen los triángulos? — En *equiláteros* si tienen los tres lados iguales, *isósceles* si tienen dos lados iguales, y *escalenos* si los tres lados son desiguales.

Y con relacion á sus ángulos? — Se dividen en *rectángulos* si tienen un ángulo recto, *obtusángulos* si tienen un ángulo obtuso, y *acutángulos* si los tres ángulos son agudos (*).

Qué es *base* de un triángulo? — Uno de sus lados, aunque recibe generalmente este nombre el lado inferior.

Y *altura?* — La perpendicular trazada desde el vértice opuesto á la base, á la misma base, ó á su prolongacion.

Cuánto valen los ángulos de todo triángulo? — 180°.

Qué es *cuadrilátero?* — La figura plana limitada por cuatro rectas, llamadas *lados*.

Cómo se dividen los cuadriláteros? — Se llama *trapezoide* el que no tiene ningun lado paralelo á otro, *trapecio* si tiene dos lados paralelos, y *paralelógramo* si los cuatro lados son paralelos dos á dos.

Y el paralelógramo de cuántas maneras puede ser? — *Rombo* si tiene los lados iguales y los ángulos no son rectos; *romboide* si los lados no son iguales y los ángulos no son rectos; *rectángulo* si los lados no son iguales y los ángulos son rectos, y *cuadrado* si tiene los lados iguales y los ángulos rectos.

Qué es *polígono* en general? — La figura plana limitada por rectas. Puede descomponerse en tantos triángulos como lados tiene, ménos dos.

Qué nombres reciben los polígonos segun el número de sus lados? — *Pentágonos* si tienen cinco lados, *exágonos* si tienen seis, *octógonos* si tienen ocho, etc.

Qué es polígono *regular?* — El que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos tambien iguales.

(*) El lado opuesto al ángulo recto de un triángulo rectángulo se llama *hipotenusa*, y los otros dos lados se llaman *catetos*.

Figuras circulares.

Polígonos inscriptos y circunscritos en la circunferencia.

Qué es *círculo*?—La superficie comprendida por la circunferencia.

Qué es *corona ó anillo*?—La superficie comprendida entre dos circunferencias concéntricas (*).

Qué es *sector circular*?—La parte de círculo comprendida entre dos rádios y el arco correspondiente.

Qué es *segmento circular*?—La parte de círculo comprendida entre dos cuerdas paralelas, ó entre una cuerda y el arco correspondiente.

Qué es polígono *inscripto* en una circunferencia?—Aquel cuyos vértices están en la circunferencia y sus lados son cuerdas. La circunferencia se dice que está *circunscrita* al polígono.

Qué es polígono *circunscrito* á una circunferencia?—Aquel cuyos vértices están fuera de la circunferencia, y sus lados son tangentes de la misma circunferencia. Esta se dice que está *inscripta* en el polígono

Cuál es el polígono que siempre puede *inscribirse* y *circunscribirse* en una circunferencia?—El triángulo.

Y cuáles otros más?—Todos los polígonos regulares.

Cómo se traza la *circunferencia circunscrita* á un triángulo cualquiera ó á un polígono regular?—Trazando perpendiculares á dos de sus lados en el punto medio, y la interseccion de estas perpendiculares será el centro de la circunferencia circunscrita.

Cómo se traza la *circunferencia inscripta* en un triángulo cualquiera ó en un polígono regular?—Trazando las bisectrices de dos de sus ángulos, y el punto de interseccion será el centro de la circunferencia inscripta.

Cómo se *inscribe* un *exágono regular* en la circunferencia?—Llevando seis veces el rádio al rededor de la circunferencia y uniendo con cuerdas los puntos de division.

(*) Llámanse *circunferencias concéntricas* las que tienen un mismo centro. La relacion de la circunferencia al diámetro se expresa generalmente por la letra griega π y vale 3,14. La longitud de la circunferencia se calcula multiplicando el rádio por el duplo de π.

Área de las figuras planas.

Qué es *área* de una figura? — La medida de su extension superficial.

Cuál es la *unidad superficial?* — Un cuadrado cuyo lado es la unidad lineal, como un *metro cuadrado*, un *decímetro cuadrado*, un *centímetro cuadrado*.

Cómo se halla el *área de un triángulo?* — Multiplicando la longitud de la base por la mitad de la altura.

Y el *área de un paralelógramo?* — Multiplicando la base por la altura.

Y la de un *cuadrado?* — Multiplicando uno de sus lados por sí mismo.

Y la de un *trapecio?* — Multiplicando la mitad de las bases paralelas por la altura.

Y la de un *polígono regular?* — Multiplicando el perímetro por la mitad de la apotema (*).

Y la de un *polígono irregular?* — Sumando las áreas de los triángulos en que siempre se puede descomponer.

Y la de un *círculo?* — Multiplicando la circunferencia por la mitad del rádio, ó bien por la fórmula $\pi \times R \times R$.

Y la de una *corona ó anillo?* — Restando del área del círculo mayor la del menor.

Y la de un *sector circular?* — Multiplicando el arco correspondiente por la mitad del rádio.

Cuáles son las equivalencias más importantes de las figuras planas? — Las que siguen:

Todos los triángulos ó los paralelógramos de la misma base y altura son equivalentes.

El triángulo es mitad de un paralelógramo de la misma base y altura que él.

El cuadrado construido sobre la diagonal de otro cuadrado es doble de este cuadrado.

El cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo equivale á los cuadrados construidos sobre los catetos.

(*) *Perímetro* de un polígono es el conjunto de sus lados y *diagonal* la recta que va desde un vértice á otro no inmediato. *Apotema* de un polígono regular es la perpendicular trazada desde el centro á uno cualquiera de sus lados.

Poliedros y cuerpos redondos.

Qué es *cuerpo poliedro*? — El espacio limitado por cuatro ó más planos, llamados *caras* del poliedro.

Qué son *aristas*? — Las intersecciones de cada dos caras.

Y *ángulo diedro*? — La inclinacion ó abertura de dos caras que tienen una arista comun.

Y *ángulo poliedro*? — La inclinacion ó abertura de tres ó más caras que tienen un punto comun.

Qué son *poliedros regulares*? — Los que tienen todas sus caras regulares é iguales, y sus ángulos diedros y poliedros tambien iguales.

Entre los poliedros irregulares cuáles son los más importantes? — Las *pirámides* y los *prismas*.

Qué es *pirámide*? — Un poliedro que tiene por base un polígono cualquiera, y cuyas otras caras son triángulos, que terminan en un punto llamado *vértice* de la pirámide.

Qué es *prisma*? — Un poliedro que tiene por bases dos polígonos iguales y paralelos, y las demás caras son paralelógramos.

Qué es *paralelepípedo*? — El prisma cuyas bases son tambien paralelógramos.

Cuántos son los *poliedros regulares*? — Son cinco: el *tetraedro*, terminado por cuatro triángulos equiláteros iguales; el *exaedro ó cubo*, terminado por seis cuadrados iguales; el *octaedro*, terminado por ocho triángulos equiláteros iguales; el *dodecaedro*, terminado por doce pentágonos regulares é iguales, y el *icosaedro*, terminado por veinte triángulos equiláteros iguales.

Cuántos son los *cuerpos redondos*? — Tres: el *cono*, el *cilindro* y la *esfera*.

Qué es *cono*? — El cuerpo originado por la revolucion de un triángulo rectángulo al rededor de uno de sus catetos.

Qué es *cilindro*? — El cuerpo originado por la revolucion de un rectángulo al rededor de uno de sus lados.

Qué es *esfera*? — El cuerpo originado por la revolucion de un semicírculo al rededor del diámetro (*).

(*) *Círculos máximos* son aquellos cuyos planos pasan por el centro de la esfera: tienen el mismo rádio que la esfera.

Volúmen de los poliedros y cuerpos redondos.

Qué es *volúmen* de un cuerpo?—La medida del espacio que ocupa.

Cuál es la *unidad de volúmen?*—Un cubo cuyo lado es la unidad lineal, como un *decímetro cúbico*, un *metro cúbico*, etc.

Cómo se halla el *volúmen de una pirámide?*—Multiplicando el área de su base por el tercio de su altura.

Llámase *altura* de una pirámide la perpendicular bajada desde el vértice al plano de su base.

Y el *volúmen de un prisma?*—Multiplicando el área de su base por la altura del prisma.

Altura de un prisma es la perpendicular trazada desde una de sus bases al plano de la otra.

Y el *volúmen de un paralelepípedo rectangular?*—Multiplicando sus tres dimensiones, ó sean las tres aristas que concurren en cualquiera de sus vértices.

Si estas aristas tienen 3, 4 y 5 metros de longitud, el volúmen del paralelepípedo será igual á 60 metros cúbicos.

Y el *volúmen de los poliedros regulares?*—Multiplicando el área de todas sus caras por un tercio de la distancia desde el centro á una de ellas.

Cómo se halla el *volúmen de un cono?*—Multiplicando el área del círculo de su base por el tercio de la altura.

Y el *volúmen de un cilindro?*—Multiplicando el área de su base por la altura.

Y el *volúmen de una esfera?*—Multiplicando su área por el tercio del rádio (*).

La relacion entre los volúmenes de dos esferas es la misma que la de los cubos de sus rádios, y por lo tanto, si el rádio de una esfera es duplo del rádio de la otra, el volúmen de la primera será ocho veces mayor que el de la segunda.

(*) El *área de la esfera* se halla multiplicando por 4 el área de uno de sus círculos máximos; y por lo tanto si el rádio del globo terrestre mide 6366 kilómetros, su *superficie* se aproximará á 510 millones de kilómetros cuadrados.

Peso específico de los cuerpos.

Llámase *peso específico* de un cuerpo sólido ó líquido las veces que, en igualdad de volúmen, pesa más ó ménos que el agua pura ó destilada. Los gases se refieren al peso del aire atmosférico.

Un decímetro cúbico de agua pura pesa 1 kilógramo. El *platino* pesa 23 veces más que el agua, ésta pesa 770 veces más que el aire, y este 14 veces más que el *hidrógeno*, que es el cuerpo más ligero de todos.

La *densidad* de un cuerpo es la relacion de su masa con su volúmen: el platino es por lo tanto el cuerpo más denso que se conoce. Los instrumentos para determinar la densidad de los cuerpos se llaman *areómetros.*

Sólidos.

Platino forjado.	23,000
Platino en alambre.	21,042
Platino fundido.	19,500
Oro forjado.	19,362
Oro fundido.	19,258
Plomo fundido.	11,350
Rodio.	11,000
Plata.	10,474
Monedas de plata.	10,121
Bismuto.	9,822
Cobre laminado.	8,950
Bronce de cañones.	8,640
Laton.	8,427
Arsénico.	8,308
Niquel fundido.	8,279
Acero forjado.	7,840
Acero dulce.	7,833
Acero templado.	7,816
Hierro en barra.	7,788
Hierro fundido.	7,207
Estaño.	7,291
Antimonio.	6,712
Zinc.	6,561
Cromo.	5,900
Diamante.	3,501 á 3,531
Marmol.	2,837
Arcilla.	2,830
Perlas.	2,750
Jaspe.	2,710
Granito.	2,700
Azufre.	2,086
Marfil.	1,917
Fósforo.	1,770
Hielo á 0°.	0,930
Madera de haya.	0,850
Corcho.	0,240

Líquidos.

Mercurio.	13,596
Bromo.	2,966
Acido sulfúrico.	1,841
Cloroformo á 0°.	1,525
Acido nitrico.	1,520
Acido sulfuroso.	1,491
Sulfuro de carbono.	1,208
Vino de Málaga.	1,056
Leche de oveja.	1,040
Leche de vaca.	1,032
Agua destilada.	1,000
Agua del mar.	1,026
Vino comun.	0,990
Aceite de oliva.	0,915

Gases.

Ácido iodhídrico.	4,443
Cloro.	2,470
Acido sulfuroso.	2,234
Acido carbónico.	1,529
Protóxido de nitrógeno.	1,520
Acido clorhídrico.	1,247
Acido sulfhídrico.	1,191
Oxigeno.	1,105
Aire atmosférico.	1,000
Nitrógeno.	0,971
Amoniaco.	0,596
Hidrógeno.	0,069

Vapores.

Arsénico á 300°.	10,600
Mercurio á 350°.	6,976
Azufre á 440°.	6,617
Alcohol á 78°.	1,613
Agua á 100°.	0,624

Sistemas monetarios extranjeros.

Alemania. — La unidad monetaria es el marco de oro, acuñándose solo dos monedas, una de 10 y otra de 20 marcos. La primera equivale á 12,35 francos. El marco de plata vale 1,24 fr. y se divide en 10 silbergros: el thaler tiene 3 marcos.

Austria. — Tiene el ducado de oro de $4\frac{1}{2}$ florines ó sean 11,84 fr.; el thaler de plata de $1\frac{1}{2}$ florines y el florin moderno que vale 2,47 fr.

Bélgica. — El mismo sistema monetario que Francia, Italia y Suiza.

Brasil. — La pieza de oro de 20000 reis, equivalente á 54,42 francos, y la de plata de 2000 reis, que vale tanto como el duro español.

Chile. — El condor de oro de 10 pesos, el doblon de 4 y el escudo de 2. El peso chileno es igual á la pieza francesa de 5 francos.

España. — Las monedas de oro son las onzas de oro antiguas de 16 duros, el doblon de 4 duros, el escudo de 2 duros y el escudito de 1 duro además de la moneda nueva de 5 duros ó 100 reales. De plata circulan el duro ó peso fuerte, la peseta y el real: el duro tiene 5 pesetas y la peseta vale 4 reales.

Estados-Unidos. — De oro la doble águila de 20 dollars y el águila de 10 dollars; y de plata el dollar, equivalente al peso fuerte español.

Francia. — Tiene piezas de oro de 100, 50, 20, 10 y 5 francos, y de plata de 5, 2, 1, $^1/_2$ y $^1/_5$ franco. La pieza de oro de 20 francos vale 3,90 pesos fuertes.

Inglaterra. — El soberano de 20 chelines ó sea la libra esterlina vale 25,21 francos; la corona de plata de 5 chelines 6,55 fr. y el chelin de 12 peniques ó dineros 1,16 fr. La libra esterlina tiene 240 peniques.

Méjico. — Se cuenta en pesos fuertes, piastras ó dollars, que se dividen en 8 reales ó 100 centavos. Las monedas efectivas de oro y plata son las del antiguo sistema español.

Perú. — El sol de oro vale 20 pesos fuertes y el duro ó peso fuerte de plata 4,74 francos.

Portugal. — La corona nueva de oro de 10000 reis vale 55,94 francos, la moneda nueva de oro de 1000 reis 5,60 fr. y la pieza nueva de plata de 5 tostones ó 500 reis 2,80.

Rusia. — Imperial de oro de 10 rublos y el medio imperial de 5 rublos, que es la moneda más usual. Esta vale 20,62 fr. y el rublo de plata de 100 kopeck 4,05 fr.

Uruguay. — Se cuenta en pesos fuertes, dividido en 10 reales corrientes ó en 100 centavos. Cinco pesos corrientes antiguos de 8 reales ú 800 centésimas ó reis equivalen á 4 pesos fuertes.

Venezuela. — Para el comercio exterior se cuenta en pesos fuertes españoles ó mejicanos, y para el interior en pesos sencillos, venezolanos ó macuquinos de 4 francos. Cuatro pesos venezolanos equivalen á 3 pesos fuertes, y las antiguas onzas de oro españolas, chilenas, mejicanas, peruanas y bolivianas circulan por 21 pesos macuquinos. Las águilas norte-americanas de 10 dollars valen 13 $^3/_8$ pesos macuquinos.

Pesas y medidas de várlos paises.

El SISTEMA MÉTRICO-DECIMAL de pesas y medidas es hoy el legal en el imperio de Alemania, Bélgica, España, Francia, Holanda, Italia, Suiza, y casi todas las Repúblicas hispano-americanas.

Austria.—La vara de 2,465 piés equivale á. . . .	0,779 metros.
El metze de 4 viertels.	61,496 litros.
El eimer de 41 mas imperiales ó 164 seidel. . . .	58,010 litros.
La libra nueva ó pfund pesa.	0,560 kilóg.
El quintal nuevo de 100 libras.	56,000 kilóg.
Buenos-Aires.—La vara argentina.	0,866 metros.
La manzana que tiene 100 varas..	8,660 decám.
La cuadra que tiene 150 varas.	1,299 hectóm
El barril que tiene 20 galones.	76,004 litros.
La fanega de Buenos-Aires.	137,198 litros.
La libra de 16 adarmes..	0,459 kilóg.
El quintal de 4 arrobas ó 100 libras.	45,940 kilóg.
Chile.—El sistema métrico y las antiguas medidas y pesas españolas con estas diferencias:	
La vara de 33,375 pulgadas inglesas.	0,848 metros.
La cántara para líquidos, doble de la de Castilla.. .	34,970 litros.
La fanega de Valparaiso, para áridos.	90,750 litros.
China.—La unidad usual de longitud llamada covid.	0,371 metros.
El pecul ó quintal dividido en 100 cattis. . . .	60,470 kilóg.
Filipinas.—El sistema métrico, usándose ademas:	
El caban de 25 gantas ó 200 chupas.	75,000 litros.
El pico de 10 chinantas, 100 cates ó 1600 taeles. .	63,262 kilóg.
Estados-Unidos.—El sistema inglés de pesas medidas con las alteraciones que siguen:	
El galon de vino de 8 pintas es el antiguo inglés. .	3,785 litros.
La pipa tiene 120 galones y equivale á..	4,540 hectól.
El galon para áridos mide..	4,405 litros.
El barril de arina pesa 217 libras inglesas ó sean.. .	8,390 kilóg.
La tonelada de carbon de piedra es de 2000 libras, y la de otras mercancías de 2240	
Inglaterra.—La yarda unidad usual de longitud.	0,914 metros.
La milla de 8 furlongs ó 1760 yardas.	1,609 kilóm.
El galon imperial de 8 pintas para liquidos. . . .	4,543 litros.
El quarter de 8 bushels ó 64 galones.	290,781 litros.
La barrica de vino de 2 barriles ó 504 pintas. . .	238,470 litros.
La barrica de cerveza de 54 galones imperiales. . .	245,350 litros.
La libra comercial de 16 onzas ó 7000 granos. . .	453,560 gramos
La libra de 12 onzas para el oro y la plata. . . .	373,240 gramos
El quintal de 112 libras ó 1792 onzas.	50,800 kilóg.
La tonelada de 20 quintales ó 2240 libras.. . . .	1016,000 kilóg.

Tabla de lo que produce un duro de capital prestado desde 1 á 30 años.

Acumulando el interés compuesto al 6, 7, 8, 9 ó 10 por 100.

Años.	6 por 100.	7 por 100.	8 por 100.	9 por 100.	10 por 100.
1	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000
2	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000
3	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000
4	1,262477	1,310796	1,360489	1,411582	1,464100
5	1,338226	1,402552	1,469328	1,538624	1,610510
6	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561
7	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717
8	1,593848	1,718186	1,850930	1,992563	2,143589
9	1,689479	1,838459	1,999005	2,171893	2,357948
10	1,790848	1,967151	2,158925	2,367364	2,593742
11	1.898299	2,104852	2,331639	2,580426	2,853117
12	2,012196	2,252192	2,518170	2,812665	3,138428
13	2,132928	2,409845	2,719623	3,065805	3,452271
14	2,260904	2,578534	2,937194	3,341727	3,797498
15	2,396558	2.759032	3,172169	3,642482	4,177248
16	2,540352	2,952164	3,425943	3,973306	4,594973
17	2,692773	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470
18	2,854339	3,379932	3,996020	4,717120	5,559917
19	3,025600	3,616528	4,315701	5,141661	6,115909
20	3,207135	3,869684	4,660957	5,604411	6,727500
21	3,399564	4,140562	5,033834	6,108808	7,400250
22	3,603537	4,430402	5,436540	6,658600	8,140275
23	3,819750	4,740530	5,871464	7,257874	8,954302
24	4,048935	5,072367	6,341181	7,911083	9,849733
25	4,291871	5,427433	6,848475	8,623081	10,834706
26	4,549383	5,807353	7,396353	9,399158	11,918177
27	4,822346	6,213868	7,988061	10,245082	13,109994
28	5.111687	6,648838	8,627106	11,167140	14,420994
29	5,418388	7,114257	9,317275	12,172182	15,863093
30	5,743491	7,612255	10,062657	13,267678	17,449402

Averiguar la suma que producirán 10500 duros en quince años acumulando el interés compuesto al 8 por 100.

Si un duro al 8 por 100 produce en quince años 3,172169 duros, la cantidad dada producirá en iguales condiciones, el producto de

$$3{,}172169 \times 10500 = 33307{,}77 \text{ duros.}$$

Tabla de lo que produce la anualidad de un duro desde 1 á 30 años,

acumulando el interés compuesto al 6, 7, 8, 9 ó 10 por 100.

Años.	6 por 100.	7 por 100.	8 por 100.	9 por 100.	10 por 100.
1	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
2	2,060000	2,070000	2,080000	2,090000	2,100000
3	3,183600	3,214900	3,246400	3,278100	3,310000
4	4,374616	4,439943	4,506112	4,573129	4,641000
5	5,537093	5,750739	5,866601	5,984711	6,105100
6	6,975319	7,153291	7,335929	7,523335	7,715610
7	8,393838	8,654021	8,922803	9,200435	9,487171
8	9,897468	10,259803	10,636628	11,028474	11,435888
9	11,491316	11,977989	12,487558	13,021036	13,579477
10	13,180795	13,816448	14,486562	15,192930	15,937425
11	14,971643	15,783599	16,645487	17,560293	18,531167
12	16,869941	17,888451	18,977126	20,140720	21,384284
13	18,882138	20,140643	21,495297	22,953385	24,522712
14	21,015066	22,550488	24,214920	26,019189	27,974983
15	23,275970	25,129022	27,152114	29,360916	31,772482
16	25,672528	27,888054	30,324283	33,003399	35,949730
17	28,212880	30,840217	33,750226	36,973705	40,544703
18	30,905653	33,999033	37,450244	41,301338	45,599173
19	33,759992	37,378965	41,446263	46,018458	51,159090
20	36,785591	40,995492	45,761964	51,160120	57,274999
21	39,992727	44,865177	50,422921	56,764530	64,002499
22	43,392290	49,005739	55,456755	62,873338	71,402749
23	46,995828	53,436141	60,893296	69,531939	79,543024
24	50,815577	58,176671	66,764759	76,789813	88,497327
25	54,864512	63,249038	73,105940	84,700896	98,347059
26	59,156383	68,676470	79,954415	93,323977	109,181765
27	63,705766	74,483823	87,350768	102,723135	121,099942
28	68,528112	80,697691	95,338830	112,968217	134,209936
29	73,639798	87,346529	103,965936	124,135356	148,630930
30	79,058186	94,460786	113,283211	136,307539	164,494023

Si durante veinte años y al final de cada uno se pagan, cobran, ahorran ó depositan 1200 duros, ¿qué suma representa la cantidad total y sus intereses compuestos al 10 por 100?

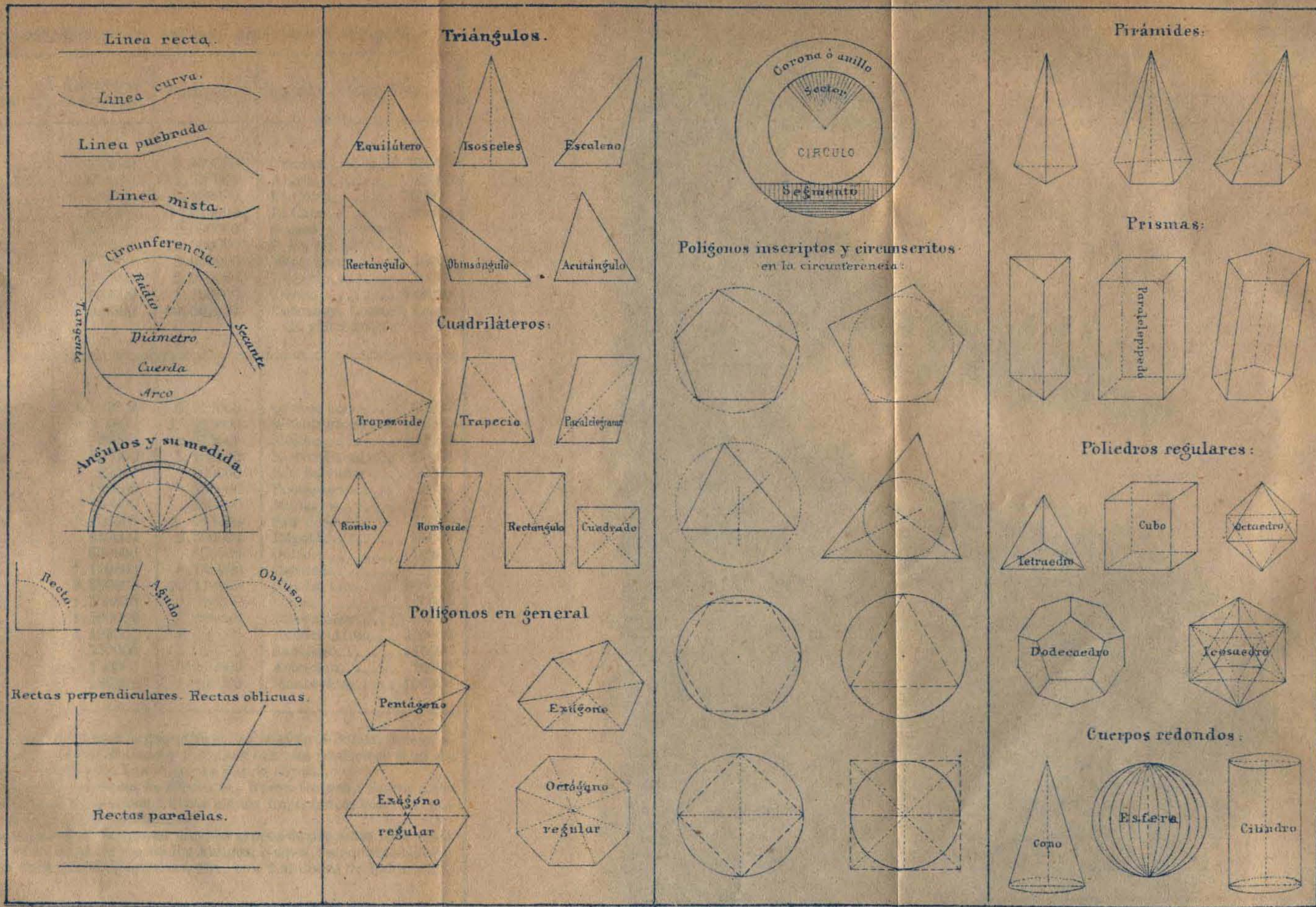
La anualidad de 1 duro ó peso fuerte al cabo de veinte años produce al 10 por 100..... 57,274999 duros; siendo la anualidad 1200 duros, el total ascenderá á 57,274999 $\times$ 1200 = 68730 duros.

Cuadro estadistico de Europa y Asia.

Estados de Europa.	Kilómetros cuadrados.	Poblacion	Capitales y sus habitantes.	
Alemania. . . .	540800	42.800000	Berlin.	680000
Austria.. . . .	624000	37.400000	Viena.........	610000
Bélgica.. . . .	29500	5.405000	Bruselas.	182700
Dinamarca. . .	38240	1.985000	Copenhague. ..	233000
España.	507000	16.800000	Madrid.	410000
Francia. . . .	528600	36.905000	Paris.	1.988800
Grecia.	50100	1.460000	Atenas.......	44500
Holanda. . . .	32840	3.810000	Haya.........	105000
Inglaterra.. . .	315000	33.800000	Lóndres.......	3.320000
Italia.	296000	27.800000	Roma.........	220000
Portugal. . . .	92830	4.677500	Lisboa........	225000
Rusia.	5.860000	76.600000	S. Petersburgo	680000
Suecia y Noruega.	760000	6.240000	Stokolmo......	160000
Suiza.	41400	2.760000	Berna.........	36000
Turquia. . . .	365000	9.500000	Constantinopla	1.988800

Regiones de Asia.	Poblacion.	Principales divisiones ó Estados y grandes ciudades.
Arabia.	10.000000	Pequeños Estados y tribus independientes.—Meca, Medina y Aden.
China.	380.000000	El mayor imperio del mundo.—Pekin, Nankin, Canton y Lassa.
Indostan. . . .	200.000000	Posesiones inglesas—Calcuta, Bombay, Madrás, Pondichery y Goa.
Indo-China. . .	30.000000	Posesiones inglesas, Birman, Siam, Annam etc. — Hué y Singapur.
Japon.	30.000000	Islas Niffon, Kiusiu, Silok y Yesso. —Yeddo, Yokoama y Kyoto.
Persia.	12.000000	Reino independiente á orillas del mar Caspio.—Teheran, Ispahan.
Rusia asiática . .	6.000000	Siberia, Armenia y Georgia. — Tobolsk y Tiflis.
Tartaria. . . .	7.000000	Confederacion de varios Estados.—Bukara, Khiva y Samarcanda.
Turkestan.. . .	12.000000	Estados tributarios de Rusia.—Kabul, Herat y Kelat.
Turquia asiática..	14.000000	Asia menor, Armenia y Siria.—Jerusalen, Damasco y Beyrut.

FIGURAS GEOMETRICAS.



Cuadro estadístico de África, América, y Oceanía.

Regiones ó Estados.	Kilómetros cuadrados.	Poblacion.	Capitales y sus habitantes.
Abisinia.......	350000	3.000000	Gondar......... 50000
Argelia........	670000	2.500000	Argel........... 65000
Egipto.........	5.180000	5.250000	El Cairo......... 350000
El Cabo........	450000	650000	El Cabo......... 25000
Nubia..........	1.160000	2.000000	Senaar y Dongola,
Senegambia....	6.700000	10.000000	S. Luis y Bathurst.
Marruecos.....	770000	8.000000	Marruecos...... 40000
Trípoli........	890000	2.000000	Trípoli.......... 30000
Túnez.........	120000	1.150000	Túnez.......... 120000
Guinea........	5.500000	10.000000	Dahomey, Loango, Loanda y Benguela.
AMÉRICA.			
Nueva Bretaña.	9.100000	3.720000	Quebec con...... 60000
Estados Unidos.	9.340000	38.925000	Washington.... 109000
Méjico.........	1.920000	9.275000	Méjico.......... 200000
Guatemala.....	106000	1.190000	N. Guatemala... 45000
San Salvador...	20000	600000	San Salvador.... 20000
Honduras......	122000	352000	Comayagua..... 8000
Nicaragua.....	150000	250000	Managua........ 10000
Costa-Rica.....	56000	185000	San José....... 25000
Colombia......	830000	2.950000	Bogotá......... 50000
Ecuador.......	650000	866000	Quito........... 76000
Venezuela.....	1.140000	1.785000	Caracas......... 55000
Brasil.........	8.350000	10.110000	Rio Janeiro..... 260000
Perú..........	1.300000	2.710000	Lima........... 160000
Bolivia........	1.300000	2.000000	Chuquisaca..... 25000
R. Argentina..	4.195500	2.060000	Buenos-Aires.... 200000
Chile.........	330000	2.075000	Santiago........ 115000
Paraguay.....	150000	5.000000	Asuncion........ 20000
Uruguay......	180000	1.450000	Montevideo..... 100000

La **Oceanía** occidental la constituyen las islas de la Sonda, Sumatra, Java y Borneo, Célebes, Molucas y Filipinas con una poblacion total de 20 millones de habitantes. Las Filipinas son de España.

El grupo central le forman la Australia, Nueva Guinea, Nueva Bretaña, las Marianas y Carolinas y otras ménos importantes con una poblacion de 8 millones de habitantes.

La parte oriental la componen muchos grupos de pequeñas islas como las de Sandwich, de la Union, de los Amigos, Nueva Caledonia, Nueva-Zelanda, de Cook, Taiti, Marquesas, etc., con 2 millones de habitantes.

Cuadro estadístico de la República Argentina.

Provincias y Territorios.	Kilómetros cuadrados.	Poblacion.	Capitales y sus habitantes.	
Buenos-Aires.	215264	500000	Buenos-Aires. . .	200000
Santa Fé.	117259	100000	Santa Fé..	12000
Entre-Rioz.	113789	140000	Concepcion. . . .	7000
Corrientes..	125265	138000	Corrientes.. . . .	12000
Córdoba..	217019	317000	Córdoba.	30000
San Luis.	126890	70000	San Luis..	5000
Santiago..	108933	170000	Santiago..	8000
Mendoza.	155745	90000	Mendoza..	8000
San Juan.	103998	80000	San Juan.	10000
Rioja..	110786	70000	La Rioja..	6000
Catamarca.	246309	85000	Catamarca.. . . .	6000
Tucuman.	62259	150000	Tucuman.	16000
Salta.	155847	100000	Salta..	15000
Jujuy.	93905	50000	Jujuy.	8000
Gran Chaco.	621100	50000	» »	»
Misiones..	62110	3000	» »	»
Pampas del Sur.. . .	496880	25000	» »	»
Patagonia..	1.066140	25000	» »	»

Presupuesto de gastos en pesos fuertes para 1877:

Servicio de la deuda pública consolidada. . .	7.972258	Justicia, culto é instruccion pública.. . .	1.208088
Guerra y Marina.. . . .	5.015912	Hacienda.	891430
Interior.	1.876670	Relaciones exteriores. .	116376

Total de ingresos ó rentas de la Nacion en 1877, pesos fuertes 13.583634

Comercio de importacion 31.910290 $ f.
Comercio de exportacion 41.041131 $ f.
Deuda interior 21.071645 $ f.—Deuda exterior 44.409081 $ f.

El ejército activo consta de 15000 hombres de todas armas, y la marina de guerra de 28 buques con 88 cañones y una dotacion de 500 plazas.

La Marina mercante se compone de 6438 buques con 140520 toneladas.

Kilómetros de ferro-carril en explotacion 2317.— Kilómetros concedidos ó en construccion 3183.—Kilómetros de telégrafo eléctrico 15400.

Número de escuelas de 1.ª enseñanza 1982 con más de 120800 alumnos.

Poblacion oficial en 1869 de las 14 provincias de la República 1.736923, ascendiendo los extranjeros á 212000, en esta forma: italianos 71442, americanos 43663, españoles 34080, ingleses 10709, suizos 5860, alemanes 4997, etc.

ÍNDICE.

PRIMERA PARTE.

SABER LEER.

Saber leer es la base principal de la educacion y de la felicidad. El pobre que no sabe leer no puede aspirar más que á vivir del trabajo de sus manos, honrado y honroso trabajo en verdad; pero áun en ese trabajo material hallará mayores medios de adelanto y de bienestar el que sepa leer.

Por mucho despejo natural que tenga un hombre, si no sabe leer será siempre un ignorante, que no podrá saber de Historia y de Geografía y de otros muchos conocimientos útiles, más que lo que oiga.

El que no sabe leer está mejor dispuesto para el vicio que el que sabe, porque para el que no sabe leer la ociosidad es muy peligrosa, y además tampoco podrá conocer los altos hechos de virtud, los grandes ejemplos de abnegacion que refieren los libros y cuya lectura podría servirle de gran estímulo para el bien.

La mayor parte de los criminales que pasan los mejores años de su azarosa vida en las cárceles y los presidios, no saben leer, entre los miserables y harapos mendigos que viven humillándose á pedir una limosna, los más no saben leer: de manera que bien puede decirse que el que no sabe leer tiene mucho adelantado en el triste camino del vicio ó de la miseria.

Niños, dad muchas gracias á vuestros padres y maestros que os han enseñado á leer; ya comprenderéis, andando el tiempo, el inmenso favor que os han hecho, y lo ingratos y lo injustos que érais con ellos cuando os enojaba la insistencia con que un dia y otro dia os tenian las horas muertas descifrando en ese precioso libro que se llama el SILABARIO las letras, que luégo os habian de proporcionar sabiduría, bienestar y consideracion en la sociedad.

SABER ESCRIBIR.

Si la lectura es útil y casi necesaria para el pobre que aspira á huir del vicio y á elevarse en la escala social, todavía lo es más la escritura, como complemento de la educacion moral, religiosa y civil del hombre constituido en sociedad.

El que no sabe escribir será siempre el último en la milicia, en la marina, en el comercio, en las fábricas y en los talleres; no podrá llevar órden y contabilidad en sus negocios, ó tendrá que confiarse á manos ajenas; no será dueño de sus secretos, y á todas horas y en todas partes pasará por la humillacion de aparecer ante los demas como un hombre de escasa ó ninguna instruccion, é inhábil por lo tanto para el desempeño de ningun cargo público.

En cambio el saber escribir es la llave que abre la entrada de los jóvenes á su colocacion en el comercio, en las ciencias, en las artes, en la industria y en las oficinas públicas: es el complemento de la palabra, el medio de perpetuarla y trasmitirla á los ausentes y á la posteridad, haciéndonos al mismo tiempo independientes y aptos para alcanzar las más altas posiciones sociales.

En los paises donde saben escribir mayor número de personas, más progresan las ciencias y florecen las artes; más prosperan la industria y el comercio; más la agricultura mejora sus cosechas, y más aumenta la riqueza pública y el público bienestar.

Aprended, pues, niños, á escribir, si quereis mejorar vuestra suerte y ser útiles algun dia á la sociedad y á vosotros mismos.

TIERRA SANTA Ó PALESTINA.

Esta pequeña region del Occidente de Asia se hallaba limitada en la antigüedad por el mar Mediterráneo, la Fenicia, el pais de los filisteos, la Siria y el desierto de la Arabia.

Se la llamó primero *Tierra de Canaam* por ser este el nombre de uno de los nietos de Noé, y despues *Tierra de Promision* por haberla prometido Dios á Abraham; *Tierra de Israel* y *Judea* ó *Tierra de Judá*. Los romanos la llamaron *Palestina*, y los cristianos *Tierra Santa* por haberse verificado en ella los misterios de nuestra Redencion.

De los montes del Líbano que separan la Palestina de la Siria, se desprenden dos cordilleras cuyas cumbres históricas más notables son el Carmelo, el Tabor, el monte Olivete, el Calvario y el Sinaí. El Jordan corre de Norte á Sur paralelamente al Mediterráneo y desagua en el mar Muerto formando ántes los lagos de Meron y de Genezaret.

Ademas de la capital Jerusalem, cuyo templo, construido por Salomon en el monte Moria, era el asombro del Oriente, contaba la Palestina entre sus poblaciones más notables las de Jericó, Samaria, Siquen, Cesárea, Tiberiades, Tolemaida y Nazaret. La pequeña aldea de Belen, inmediata á la capital, mereció la gloria de ser la cuna del Salvador.

Desde Ur en Mesopotamia pasó Abraham á la Tierra de Canaam, emigrando poco despues sus nietos á Egipto, cuyos descendientes, habiéndose multiplicado extraordinariamente, volvieron á su patria peregrinando 40 años por el desierto. Josué dividió la Tierra de Promision entre las tribus de Ruben, Simeon, Judá, Dan, Neptali, Gad, Aser, Isacar, Zabulon, Manasés y Benjamin. La de Levi, como destinada al sacerdocio, no tenia territorio unido, sino 40 ciudades esparcidas por las demas tribus.

Al primitivo gobierno de los Jueces que duró hasta Samuel, sustituyeron los israelitas el monárquico, distinguiéndose entre sus reyes David y Salomon. Dividido el reyno á la muerte de Salomon en otros dos, el de Judá, y el de Samaria ó de Israel, ambos fueron conquistados por los asirios y babilonios y conducidos sus habitantes en cautiverio á Babilonia, donde permanecieron 70 años, hasta que Ciro, rey de Persia, les permitió volver á su patria y reedificar á Jerusalem y su Templo, en el año 536 ántes de J. C. Destruido el imperio de los persas por Alejandro el Grande, la Judea, defendiéndose unas veces de los reyes de Egipto y otras de los de Siria, logró por algun tiempo su independencia bajo el gobierno de los valientes Macabeos, sucumbiendo al fin á los ejércitos de Pompeyo, y formando cuatro nuevas provincias del imperio romano, con los nombres de Galilea, Samaria, Judea y Perea. Jerusalem fué destruida por Tito, hijo del Emperador Vespasiano, el año 70 de J. C.

Despues de la caida del imperio de Occidente en 476, dominaron la Palestina los árabes y los turcos hasta la época de las *cruzadas*, que, bajo los auspicios de la Santa Sede, lograron fundar el reino cristiano de Jerusalem, proclamando primer monarca á Godofredo de Buillon en 1099. Saladino, uno de los príncipes más célebres del islamismo y sultan de Egipto y la Siria, venció á los cruzados, cuyo distintivo era una cruz roja, en 1187; ocupando los mahometanos definitivamente todo el pais, desde 1291, época en que San Juan de Acre, última ciudad que poseian los cristianos, cayó en su poder, y permaneciendo bajo la dominacion egipcia hasta el siglo XVI, en que Selim I unió este territorio al imperio otomano.

MÁXIMAS, SENTENCIAS Y PROVERBIOS.

La doctrina de Jesucristo hace grandes á los pequeños y ricos en virtudes á los pobres.—El que teme á Dios hará el bien, y el que busca la justicia la encontrará.—Besa la mano que te hace el bien, y guarda en tu memoria y en tu alma el nombre de tus favorecedores.—En todos los caminos fija tu pensamiento en Dios, y él dirigirá tus pasos por la florida senda de la virtud.

La felicidad del cuerpo consiste en la salud, y la del alma en la sabiduría.—El temor de Dios es el principio de la sabiduría.—Más preciosa es la sabiduría que todas las riquezas.—Los necios desprecian la sabiduría y la enseñanza.—¿Qué aprovechan al necio las riquezas no pudiendo comprar sabiduría?—La sabiduría y la virtud fortifican el corazon.

No es bueno el que no hace mal, sino el que hace bien.—No basta no llegar á ser malo: es preciso no dejar de ser bueno.—Al que vuelve mal por bien no se irá la desdicha de su casa.—El ingrato odia ménos al que le daña que al que le favorece.—Dios está léjos de los impíos y oye propicio las plegarias de los justos.—La palabra suave quebranta la ira, y la palabra áspera excita el furor.—Procura aparecer inferior á todos, y todos te alabarán.—¿Qué cosa más fácil que ser soberbio?—¿Qué cosa más difícil que ser humilde?—Al soberbio sigue siempre la humillacion y al humilde la verdadera gloria.

El que guarda su lengua, guarda su alma.—El secreto propio se puede fiar á alguno; el ajeno á ninguno.—Lo que se calla puede decirse, lo que se dijo no se puede callar.—Pensando dos veces ántes de hablar, se habla dos veces mejor.—El que responde ántes de oir, se acredita de necio.—Nota todos los defectos; corrige los tuyos y calla los ajenos.

La ley del trabajo la ha hecho Dios para todos.—Ninguno ha nacido en el mundo para no hacer nada.—El trabajo es condicion precisa para la felicidad del hombre.—El trabajo ha enriquecido á muchos pobres; la ociosidad ha empobrecido á muchos ricos.—El perezoso vivirá siempre en la miseria.—La pobreza es compañera de la pereza, y el bienestar es fruto de la actividad.—La pereza es la madre de todos los vicios.

Es rico quien tiene más de lo que gasta.—Es pobre quien gasta más de lo que tiene.—Conformarse con la pobreza, es lo mismo que ser rico: somos pobres, no por poseer poco, sino por desear mucho.—La mejor riqueza es el cuidado del alma.—Las riquezas encubren los vicios; la pobreza encubre la virtud.—Aquel es rico que está bien con Dios.—Mejor es lo poco con justicia que muchos bienes con iniquidad.—Hay quien parece rico no teniendo nada, y hay quien parece pobre teniendo muchas riquezas.—Unos reparten sus propios bienes y se hacen más ricos, y otros roban los ajenos y nunca salen de pobres.

El hogar doméstico es la fuente de todas las virtudes sociales.—El buen ejemplo es la mejor leccion que pueden dar los padres á sus hijos.—El niño que ama á sus padres y maestros, será, andando el tiempo, buen ciudadano y hombre de bien.—El niño que se abandona á su albedrío es oprobio de su madre.—El que desde niño se complace en estudiar, tiene mucho adelantado para no ser pobre nunca.—El niño que contesta una sola vez con enojo á su madre, debe avergonzarse de esta falta toda su vida.—La educacion de los niños es la más grande y patriótica de todas las ocupaciones: por eso es tan sublime la mision de las madres.