BIBLIOTECA ELEMENTAL

COLECCIÓN DE TEXTOS ARREGLADOS PARA LAS ESCUELAS Y COLEGIOS

NOCIONES
DE
GEOMETRÍA
TEÓRICA Y PRÁCTICA

CON 151 FIGURAS INTERCALADAS EN EL TEXTO

Y

Numerosos problemas gráficos y numéricos

POR

JOSÉ M. ARECHAGA

CUARTA EDICIÓN CORREGIDA Y AUMENTADA

APROBADAS COMO TEXTO POR EL CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN

BUENOS AIRES

IGON HERMANOS, EDITORES

LIBRERÍA DEL COLEGIO

CALLE BOLÍVAR, ESQUINA ALSINA

1888

NOCIONES

DE

GEOMETRÍA

TEÓRICA Y PRÁCTICA

OBRAS DEL MISMO AUTOR DE VENTA EN LA MISMA LIBRERÍA

Nociones de aritmética teórica y práctica para uso de las escuelas y colegios de la República Argentina. 1 tomo en 12°. *Encartonado*.............................. 0.30

Están divididas en 8 capítulos en la forma siguiente: 1.° *Numeración de los números enteros y decimales*. — 2.° *Cálculo de los números enteros y decimales*. — 3.° Números denominados ó complejos. Cálculo de los números denominados. — 4.° Quebrados comunes. — 5.° Cálculo de los números quebrados. — 6.° Sistema métrico decimal. Unidades de longitud. Unidades de superficie y agrarias. Unidades de volumen. Unidades de capacidad. Unidades de peso. — 7.° Razones y proporciones. Proporcionalidad de los números concretos. Regla de tres ó proporción. — Regla de sociedad. Interés. Regla de aligación. — 8.° Potencias y raíces.

Nociones de geometría teórica y práctica, con 151 figuras intercaladas en el texto y numerosos problemas gráficos y numéricos. 1 tomo en 12°. *Encartonado*...... 0.30

Las ciento cincuenta y una figuras que contiene son hechas en fondo negro; la impresión es correcta y esmerada. Esta dividida en dos partes: la primera comprende la *Geometría plana* repartida en 12 capítulos; la segunda, *Geometría del espacio* en 4 capítulos.

Estas *Nociones*, además de ser precedidas de nociones preliminares, llevan al pie de cada uno de los 16 capítulos un razonado cuestionario que facilita notablemente el estudio de esta ciencia.

Sistema Métrico-decimal teórico-práctico, contiene más de cien problemas resueltos y la ley del superior Gobierno Nacional declarando obligatorio el sistema métrico-decimal de pesos y medidas. Arreglado para el uso de las escuelas de la República Argentina, así como para las personas que quieren instruirse por sí mismas: 1 tomo de 62 páginas.. 0.25

Soluciones razonadas de los problemas del Nuevo Aritmético Argentino. Un tomo en 8°. Rústica.............. 0.00

Cartilla primera ó sea método práctico para aprender á leer en 16 lecciones. Rústica... .... 0.05

BIBLIOTECA ELEMENTAL

COLECCIÓN DE TEXTOS ARREGLADOS PARA LAS ESCUELAS Y COLEGIOS

NOCIONES

DE

GEOMETRÍA

TEÓRICA Y PRÁCTICA

CON 151 FIGURAS INTERCALADAS EN EL TEXTO

Y

Numerosos problemas gráficos y numéricos

POR

JOSÉ M. ARECHAGA

CUARTA EDICIÓN CORREGIDA Y AUMENTADA

APROBADO COMO TEXTO POR EL CONSEJO NACIONAL DE EDUCACION

BUENOS AIRES

IGON HERMANOS, EDITORES

LIBRERÍA DEL COLEGIO

CALLE BOLÍVAR, ESQUINA ALSINA

1888

NOCIONES

DE

GEOMETRÍA

TEÓRICA Y PRÁCTICA

CAPÍTULO I

NOCIONES PRELIMINARES

1. *Geometría* es la ciencia que tiene por objeto el estudio de la extensión.

2. *Extensión* es el espacio que ocupa un cuerpo. Tiene tres dimensiones, que son : Longitud ó largo, latitud ó ancho, y altura ó grueso.

3. *Superficie* es la cara ó límite de un cuerpo.

4. *Línea* el límite de la superficie.

5. *Punto* el límite de la línea.

6. La geometría se divide en plana y del espacio.

7. Geometría plana trata de la extensión que tienen todos sus elementos en un solo plano, y la geometría del espacio trata de la extensión cuyos puntos están en dos ó más planos.

CUESTIONARIO

1. ¿Qué es geometría? 2. ¿Qué es extension? 3. ¿Qué es superficie? 4. ¿Qué es línea? 5. ¿Qué es punto? 6. ¿Cómo se divide la geometría? 7. ¿De qué trata cada parte?

GEOMETRÍA PLANA

CAPÍTULO II

DE LAS LÍNEAS

8. *Línea* es una série de puntos matemáticos; tiene longitud, pero carece de latitud y profundidad.

Los límites de las líneas se llaman puntos.

9. El *punto matemático* tiene posición, pero no tiene extensión: se señala como el punto de la escritura común, distinguiéndose los unos de los otros por medio de las letras del alfabeto.

Fig. 1.

10. Las *líneas* se dividen en rectas y curvas.

11. *Linea recta* es aquella cuyos puntos todos están en una misma dirección, como un hilo bien tirante, etc. (fig. 1).

12. Las *principales propiedades* de la línea recta son las siguientes: 1ª no puedo tirarse más de una de un punto á otro; 2ª es la más corta que puede tirarse de un punto á otro; 3ª su dirección se conoce dando dos de sus puntos; 4ª es la que verdaderamente marca la distancia de un punto á otro, etc.

13. La *intersección* de dos rectas es un punto.

14. *Llámase intersección de dos ó más líneas* el punto en que se cortan.

15. Para designar una recta se leen unidas las letras escritas en sus extremos, así decimos la recta AB (fig. 1).

16. *Línea curva* es aquella cuyos puntos cambian continuamente de dirección, como AB (fig. 2).

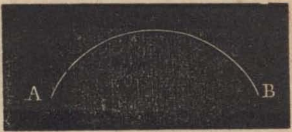


Fig. 2.

17. Desde un punto á otro se pueden tirar las líneas curvas que se quieran; pero rectas, solamente una, como AB (fig. 3); las curvas serán tanto más largas, cuanto más disten de la recta, como se observa por las ACB, AFB y AEB.

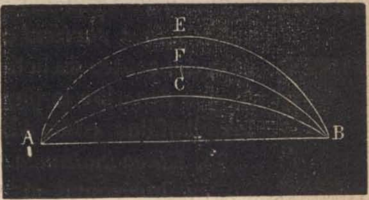


Fig. 3.

18. *Línea mixta* es una combinación de rectas y curvas (fig. 4).

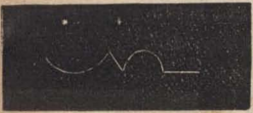


Fig. 4.

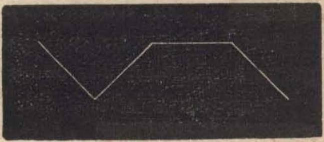


Fig. 5.

19. *Línea quebrada* es una continuación de rectas que no forman una sola (fig. 5).

20. *Línea espiral* es una curva que partiendo de un punto céntrico, va dando vueltas alrededor de él y alejándose cada vez más en forma de caracol, sin encontrarse, como se ve en la figura 6.

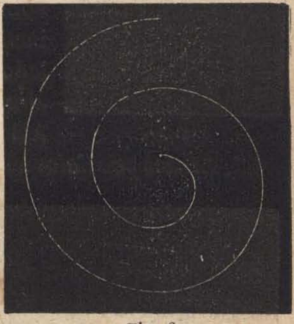


Fig. 6.

21. Las *líneas*, según su posición en el espacio, to-

man el nombre de horizontales, verticales é inclinadas, y con respecto á la que guarden entre sí, se denominan perpendiculares, oblicuas, paralelas, etc.

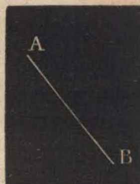
Fig. 7.

22. *Línea horizontal* es la que se considera colocada sobre la superficie del agua en reposo, como AB (fig. 7).

23. *Línea vertical* es la que tiene la dirección del centro de la tierra y es la que describe la plomada de los albañiles, como AB (fig. 8).

Fig. 8.

24. *Línea inclinada* es la que no es horizontal ni vertical, como AB (fig. 9).



Fg. 9.

25. *Línea perpendicular* es la que cae sobre otra sin inclinarse á ningún lado, como AB (fig. 10).

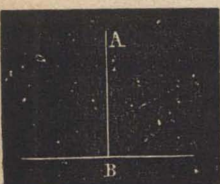
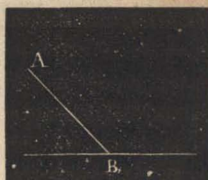


Fig. 10.

26. *Línea oblicua* es la que al caer sobre otra, se inclina á un lado más que al otro, tal es AB (fig. 11).



Fg. 11.

27. *Líneas paralelas* son las que, trazadas en un mismo plano, se hallan á igual distancia en todos sus puntos, sin que puedan encontrarse jamás, por más que se prolonguen (fig. 12).

Fg. 12.

CUESTIONARIO

8. ¿Qué es línea? 9. ¿Qué es punto matemático? 10. ¿En qué se dividen las líneas? 11. ¿Qué es línea recta? 12. ¿Cuáles son las principales propiedades de la línea recta? 13. ¿Cuál es la intersección de dos rectas? 14. ¿Qué es intersección? 15. ¿Cómo se enuncia una recta? 16. ¿Qué es línea curva? 17. ¿Cuántas líneas curvas se pueden tirar de un punto á otro? 18. ¿Qué es línea mixta? 19. ¿Línea quebrada? 20. ¿Línea espiral? 21. ¿Qué nombre toman las líneas según su posición en el espacio, y según la relacion que guarden entre sí? 22. ¿Qué es línea horizontal? 23. ¿Línea vertical? 24. ¿Línea inclinada? 25. ¿Línea perpendicular? 26. ¿Línea oblícua? 27. ¿Qué son líneas paralelas?

CAPITULO III

CIRCUNFERENCIA

28. *Circunferencia* es una línea curva cerrada cuyos puntos están igualmente distantes de uno interior que se llama *centro*.

29. *Radio* es toda línea recta que va desde el centro á su circunferencia; todos los radios de una circunferencia son iguales.

30. *Diámetro* es toda línea recta que va desde un punto de la circunferencia á otro, pasando por el centro.

31. Todo diámetro se compone de la suma de dos radios; y por lo tanto, los diámetros de una misma circunferencia son

guales. Todo diámetro divide la circunferencia en dos partes iguales.

32. *Arco* es una porción cualquiera de la circunferencia.

33. *Cuerda* es atoda línerectaque une los extremos de un arco.

Toda cuerda pertenece á dos arcos, pues que une las extremidades de dos porciones de circunferencia; entendiéndose que es del menor, á menos que se exprese lo contrario.

34. *Flecha* es a parte de rado interceptado entre la cuerda y el arco.

35. *Tangente* es toda línea recta que prolongada indefinidamente, toca en un solo punto la circunferencia. Este punto se llama de contacto ó de tangencia.

36. *Secante* es la línea recta indefinida que corta en dos puntos á la circunferencia.

37. *Circunferencias concéntricas* las que tienen un mismo centro y distinto radio, siendo paralelas entre sí.

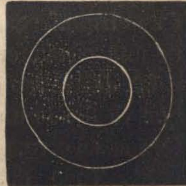


Fig. 13.

(fig. 13).

38. *Circunferencias excéntricas* son las que tienen distinto centro, no siendo paralelas una con otra (fig. 14).

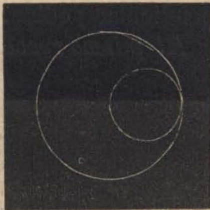


Fig. 14.

39. Para que coincidan dos ó más circunferencias trazadas en un mismo plano, se necesita que el centro sea común y que sus radios sean iguales.

CUESTIONARIO

28. ¿Qué es circunferencia? **29.** ¿Qué es radio? **30.** ¿Diámetro? **31.** ¿Qué hay que decir sobre el diámetro y el radio? **32.** ¿Qué es arco? **33.** ¿Cuerda? **34.** ¿Flecha ó sagita? **35.** ¿Tangente? **36.** ¿Secante? **37.** ¿Qué son circunferencias concéntricas? **38.** ¿Circunferencias excéntricas? **39.** ¿Qué circunstancias se requieren para que coincidan dos ó más circunferencias?

PROBLEMAS GRÁFICOS

Por un punto O en una recta, trazar á ésta una perpendicular. Se toma con el compás OA = OB, y se hace centro en A y B con un radio cualquiera, el cual sea siempre mayor que le mitad de AB; se trazan dos arcos, cuyas intersecciones darán la perpendicular pedida (fig. 15).

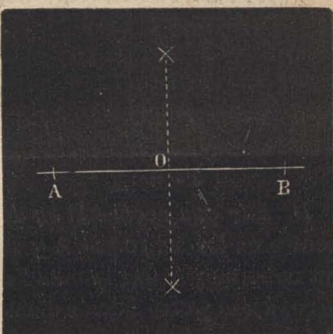


Fig. 15.

Si se quiere resolver el mismo problema con el semicírculo graduado, se coloca de modo que el centro coincida con O y el diámetro siga la recta AB, en cuyo caso la graduación 90° dará la dirección de la perpendicular pedida.

El mismo resuelto con la escuadra ó cartabón. Este problema es sumamente fácil: basta aplicar el lado MN de la escuadra á la recta dada AB, de modo que N coincida con el punto O, en cuyo caso, corriendo un lápiz por el otro lado NP de la escuadra, se tendrá la perpendicular buscada (fig. 16).

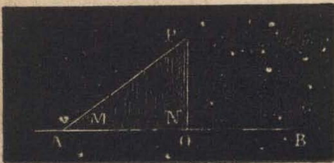


Fig. 16.

Por un punto O *fuera de una recta trazarle una perpendicular.* Se describe desde O un arco, que corte á la recta dada y desde los puntos de intersección A y B, como centros, y con el mismo radio, trácense dos arcos; únase el punto de intersección de los arcos con el punto O, y dará la línea pedida (fig. 17).

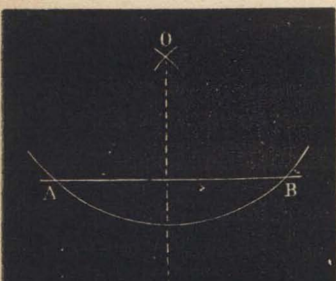


Fig. 17.

Dividir una recta AB *en dos partes iguales.* Se hace centro en los extremos A y B de la recta dada, y con un radio mayor que la mitad de la recta, se trazan dos arcos á uno y otro lado de dicha recta; únanse los puntos de intersección, y la recta CD, cayendo perpendicular á AB, la dividirá por el punto O en dos partes iguales (fig. 18).

Trazar una perpendicular en el extremo A *de una línea que no se puede prolongar.* Descríbase una circunferencia, que pase por A y por otro punto cualquiera de la línea dada; trácese desde este punto el diámetro *mn*, y uniendo su extremo *m* con A, nos dará la recta AC perpendicular á AB (fig. 19).

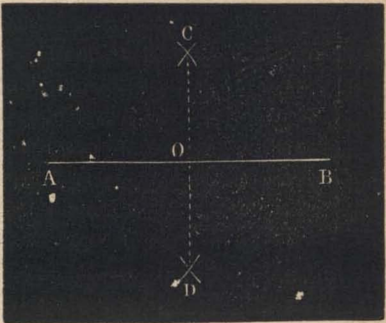


Fig. 18.

Por un punto dado C *fuera de una recta* AB *trazarle una paralela* (fig. 20). Por el punto dado C tracemos la CD perpendicular á AB y otra MN perpendicular á la anterior y tendremos la recta MN paralela á AB.

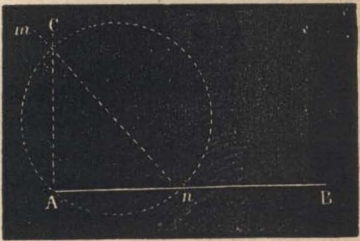


Fig. 19.

Este problema se resuelve con la escuadra del siguiente modo : se ajusta su lado mayor con la recta dada, se hace coincidir también una regla con uno de los otros dos lados, permanciendo ésta fija, se corre la escuadra (sin dejar de

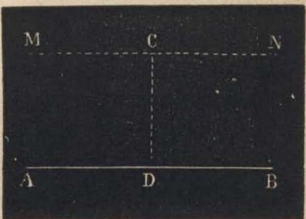


Fig. 20.

coincidir con la regla) hasta que el lado mayor pase por el punto dado.

Dados tres puntos que no están en línea recta, trazar por ellos una circunferencia.

Sean AB y C los puntos dados fig. 21).

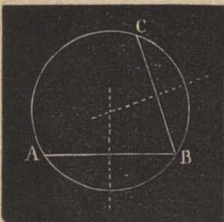


Fig. 21.

Se unen los puntos dados por las dos rectas AB y BC y la intersección de las perpendiculares á estas rectas en su punto medio será el centro de la circunferencia que se pide.

Una vez hallado el centro, se traza la circunferencia, la cual, tocando en uno de los puntos pasará por todos ellos.

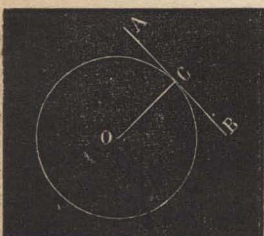


Fig. 22.

El mismo proceder emplearemos para hallar el centro de un arco, ó el de una circunferencia.

Dada una circunferencia y un punto C tirar una tangente á dicho punto (fig. 22). Trácese el radio OC, y en el extremo C levántese la perpendicular AB, que será la tangente pedida.

CAPITULO IV

ÁNGULOS

40. *Angulo* es la inclinación de dos líneas que se encuentran en un punto.

41. Las dos líneas se llaman *lados*.

42. El punto en que se encuentran se llama *vértice del ángulo.*

43. Un ángulo se designa por tres letras, leyendo en el medio la del vértice; pero cuando está solo, basta leer la letra del vértice.

Así, decimos, ángulo AOB, ángulo BOC (fig. 23).

Ángulo E (fig. 24).

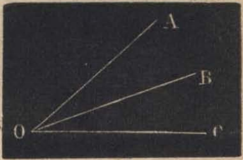


Fig. 23.

44. La *magnitud de un ángulo* no depende de la longitud de sus lados, sino de la mayor ó menor abertura ó inclinación de sus lados.

45. *Llámanse ángulos iguales* aquellos cuyos lados tienen la misma abertura ó inclinación respectiva.

Es evidente, que si dos ángulos iguales se superponen de modo que coincidan el vértice y un lado, coincidirán también en el otro lado.

Fig. 24.

Recíprocamente, dos ángulos, cuyos lados superpuestos coinciden, son iguales.

46. *Bisectriz de un ángulo* es la línea que divide al ángulo en dos partes iguales.

OB es la bisectriz del ángulo AOC, puesto que AOB y BOC son iguales (fig. 25).

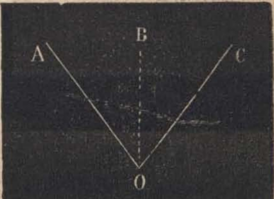


Fig. 25.

47. *Ángulo recto* es el que está formado por dos rectas que se cortan perpendicularmente, y tiene por medida un arco de 90 grados correspondiente á la cuarta parte de la circunferencia como AOB (fig. 26).

Fig. 26.

Todos los ángulos rectos son iguales, porque coinciden en la superposición.

48. *Ángulo obtuso* es el ángulo mayor que un recto y mide más de 90 grados, siendo por consiguiente mayor que la cuarta parte de la circunferencia, como AOB (fig. 27).

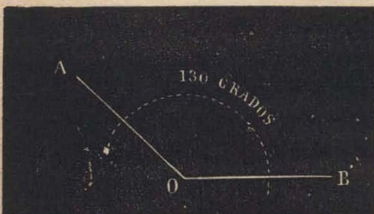


Fig. 27.

49. *Angulo agudo* es el menor que un recto y mide menos de 90 grados, tal es AOB (fig. 28).

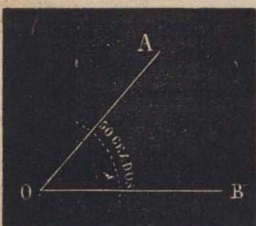


Fig. 28.

50. *Angulos adyacentes* son los que tienen un lado común y los otros dos lados forman una misma recta (fig. 29). AOB y BOC son ángulos adyacentes, pues tienen el lado OB común, y los otros dos lados AO y OC forman una sola recta.

51. Si los ángulos adyacentes son iguales, cada uno de

Fig. 29.

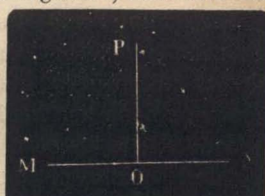


Fig. 30.

ellos será ángulo recto; tales son MOP y PON (fig. 30).

52. *Angulos complementarios* son los que valen juntos tanto como un ángulo recto, como AOB y BOC (fig. 31).

53. *Ángulos suplementarios* son los que valen juntos tanto como dos ángulos rectos; tales son AOB y BOD (fig. 31).

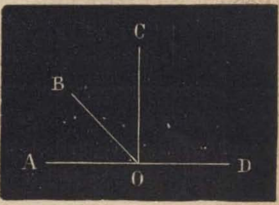


Fig. 31.

Dos ángulos que tienen el mismo complemento ó el mismo suplemento, son iguales. Los ángulos adyacentes siempre son suplementarios.

54. *Angulos consecutivos* son los que tienen un lado común y no forman los otros dos una misma recta. AOB, BOC y COD (fig. 32) son ángulos consecutivos.

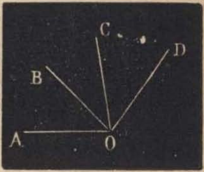


Fig. 32.

55. Todos los ángulos consecutivos formados sobre una recta valen dos ángulos rectos, y los formados al rededor de un punto valen juntos cuatro ángulos rectos.

56. *Angulos opuestos por el vértice* (fig. 33), son dos ángulos tales que los lados del uno son prolongaciones de los del otro. Estos ángulos siempre son iguales; así, los ángulos obtusos A y B son iguales, porque tienen por suplemento el mismo ángulo *a*: también son iguales los ángulos agudos *a* y *b*.

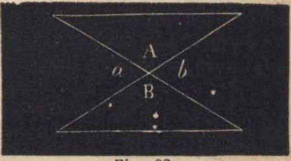


Fig. 33.

57. Cuando dos líneas paralelas son cortadas por una secante, ésta forma ocho ángulos; los cuales, según su posición relativa, toman el nombre de alternos externos, alternos internos y correspondientes, y son respectivamente iguales entre sí.

58. *Ángulos alternos externos* (fig. 34) son los cuatro ángulos exteriores formados á distinto lado de la secante, uno en cada paralela, como A y B, C y D.

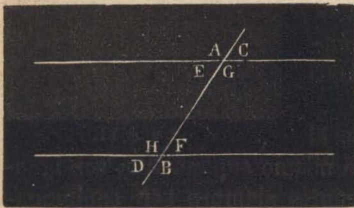


Fig. 34.

59. *Ángulos alternos internos* (fig. 34) son los cuatro ángulos interiores formados á distinto lado de la secante, uno en cada paralela, como E y F, G y H.

60. *Ángulos correspondientes* (fig. 34), son los ángulos formados á un mismo lado de la secante, cada uno en su paralela, uno interior y otro externo, como E y D, A y H, C y F, G y B.

CUESTIONARIO

40. ¿Qué es ángulo? **41.** ¿Cómo se llaman las líneas que forman el ángulo? **42.** ¿ Cómo el punto en que se reunen? **43.** ¿Cómo se lee un ángulo? **44.** ¿De qué depende la magnitud de un ángulo? **45.**¿ Qué son ángulos iguales? **46.** ¿Qué es bisectriz de un ángulo? **47.** ¿Qué es ángulo recto? **48.** ¿Ángulo obtuso? **49.** ¿Ángulo agudo? **50.** ¿Qué son ángulos adyacentes? **51.** ¿Cuando los ángulos adyacentes son iguales, qué nombre reciben? **52.** ¿Qué son ángulos complementarios? **53.** ¿Ángulos suplementarios? **54.** ¿Ángulos consecutivos? **55.** ¿Cuánto valen todos los ángulos consecutivos formados sobre una recta? **56.** ¿Qué son ángulos opuestos por el vértice? **57.** ¿Cuántos ángulos forma una línea secante al cortar dos paralelas? **58.** ¿Qué son ángulos alternos externos? **59.** ¿Ángulos alternos internos? **60.** ¿Ángulos correspondientes?

CAPITULO V

MEDIDA DE LOS ÁNGULOS

61. La *medida de un ángulo* es la misma que la del arco trazado desde su vértice con un radio cualquiera é interceptado entre sus lados.

62. Para apreciar el valor de un arco cualquiera de circunferencia, se supone dividida ésta en 360 partes iguales qui se llaman *grados;* cada grado se divide en 60 partes iguales que se llaman *minutos;* cada minuto se divide en 60 segundos, etc.

63. Los grados, minutos y segundos se escriben así:

36° 25′ 20″,

y se leen 36 grados 25 minutos 20 segundos.

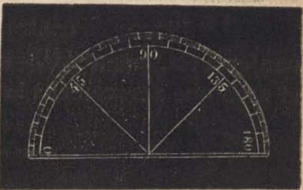


Fig. 35.

64. *Para medir un ángulo cualquiera* por medio del semicírculo graduado (fig. 35), basta colocar este instrumento de modo que el centro coincida con el vértice del ángulo, y el diámetro del semicírculo con uno de sus lados, en cuyo caso el otro lado señalará en la graduación del semicírculo el número de grados, etc., del ángulo dado.

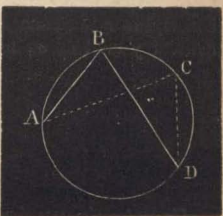


Fig. 36.

65. *Angulo inscripto* es el que está formado por dos cuerdas, teniendo su vértice en un punto de la circunferencia, y tiene por medida la mitad del arco que abrazan sus lados (fig. 36); así el ángulo ABD tiene por medida la mitad del arco AD.

66. Todos los ángulos inscriptos que descansen sobre un mismo arco son iguales; así el ángulo ABD es igual al ángulo ACD (fig. 36).

67. Todos los ángulos inscriptos que descansen sobre el diámetro son rectos (fig. 37).

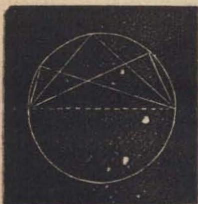


Fig. 37.

68. *Ángulo central* es el que está formado por dos radios, teniendo su vértice en el centro de la circunferencia, como AOB (fig. 38), y tiene por medida el arco que abrazan sus lados.

Fig. 38.

CUESTIONARIO

61. ¿Cuál es la medida de un ángulo? **62.** ¿Cómo se aprecia el valor de un arco cualquiera de circunferencia? **63.** ¿Cómo se leen y se escriben los ángulos? **64.** ¿Cómo se mide un ángulo cualquiera por medio del semicírculo graduado? **65.** ¿Qué es ángulo inscripto y cuál es su medida? **66.** ¿Cómo son los ángulos inscriptos que descansan sobre un mismo arco? **67.** ¿Y los ángulos inscriptos que descansan sobre el diámetro? **68.** ¿Qué es ángulo central y cual es su medida?

PROBLEMAS GRÁFICOS

Construir un ángulo igual a otro dado: seá A el ángulo dado (fig. 39).

Se traza con un mismo radio desde A el arco *mn*, y desde el punto B de la recta BD el arco indefinido *pr*, y tomando *pg* igual á *mn*, el ángulo B será el que se pide.

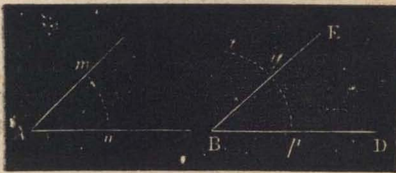


Fig. 39.

Para resolver el mismo problema por medio del semicírculo graduado, se mide el valor del ángulo dado que en el ejemplo propuesto es de 50°grados, se coloca luego el semicírculo de modo que el centro coincida con el punto dado B y el diámetro, siguiendo la línea BD, en cuyo caso el nº 50 de la graduación nos dará la dirección del lado BE.

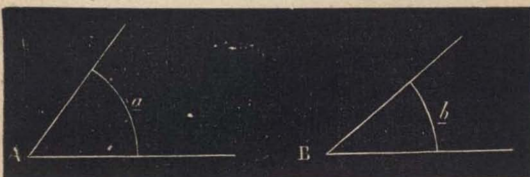


Fig. 40.

Construir un ángulo igual á la suma de otros dos. Sean, por ejemplo, A y B los ángulos dados (fig. 40).

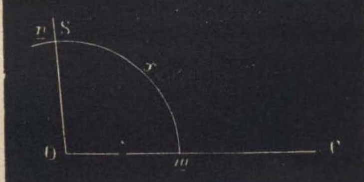


Fig. 40 *bis*.

Supongamos que sea O el vértice del ángulo buscado, se traza la línea recta OC, y con el mismo radio se tiran desde los puntos A, B y O los arcos *a* y *b* y el indefinido *mn*. Tomando ahora sobre *mn* el arco *mx* igual á *a*, y á continuación el arco *x* S igual á *b*: resultará el ángulo buscado SOC, igual á la suma de los ángulos dados.

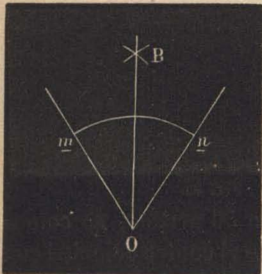


Fig. 41.

Trazar la bisectriz de un ángulo. Trázase desde O (fig. 41) con un radio cualquiera el arco *mn*, y desde los puntos *m* y *n*, se trazan otros arcos, cuya intersección nos dará el segundo punto B de la bisectriz pedida.

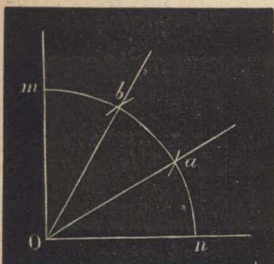


Fig. 42.

Dividir un ángulo recto en tres partes iguales. Desde el vértice O (fig. 42) se traza el arco *m n*, y desde los puntos *m* y *n* con el mismo rádio se trazan sobre éste, *ma* y *nb*, y por los puntos de intersección se tiran las líneas O*b* y O*a*, que dividen al ángulo recto en tres partes iguales.

Dividir una recta dada en varias partes iguales. Sea la recta AB (fig. 43), que se quiere dividir en 5 partes iguales. Se traza por uno de los extremos de la recta dada otra indefinida A,*n*, y

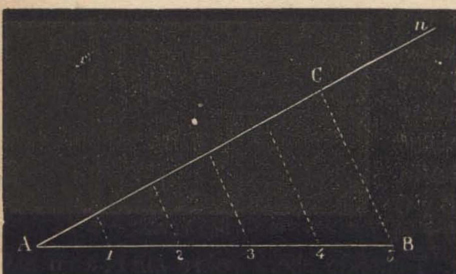


Fig. 43.

se toman en esta 5 partes iguales empezando en A, uniendo los extremos B y C, y trazando por los demás puntos de división rectas paralelas, quedará la recta dividida en 5 partes iguales.

Dividir una recta en partes proporcionales á las de otras rectas también dadas. Supongamos que fuese AB la recta que hubiese que dividir y *mn*, *up* y *pq* las rectas á las cuales deban ser proporcionadas las partes de la primera; trácese por A una recta indifinida y tómense en ella consecutivamente las longitudes de *mn*, *up* y *pq*, únase el punto en que terminan estas partes con B y trácese por los otros puntos de división *n*, *p* rectas paralelas á *Bq*, las que dividirán proporcionalmente á *mn*, *up* y *pq* la recta AB.

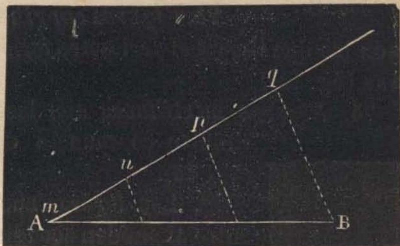


Fig. 43 *bis*.

CAPÍTULO VI

DE LAS FIGURAS EN GENERAL

69. *Figura* es la superficie limitada por rectas. Estas rectas se llaman lados.

70. *Perímetro* es el conjunto de lados de una figura.

71. Las *figuras con relación al perímetro* pueden ser rectilíneas, curvilíneas y mixtilíneas.

Fig. 44.

Fig. 45.

72. *Figuras rectilíneas* son las que tienen el perímetro formado por líneas rectas (fig. 44).

73. *Figuras curvilíneas* son las que tienen el perímetro formada por líneas curvas (fig. 45).

74. *Figuras mixtilíneas* son las que tienen el perímetro compuesto de rectas y curvas (fig. 46).

Fig. 46.

75. Las figuras cuando se comparan entre sí pueden ser iguales, semejantes y equivalentes.

76. *Figuras iguales* son las que tienen la misma forma y pueden superponerse, confundiéndose sus lados y ángulos.

77. *Figuras semejantes* son las que tienen la misma forma y distinta extensión; tienen los ángulos iguales y proporcionales los lados correspondientes á dichos ángulos.

78. *Lados homólogos de dos figuras semejantes* son los lados correspondientes á los ángulos iguales.

79. *Figuras equivalentes* son las que tienen distinta forma é igual extensión.

CUESTIONARIO

69. ¿Qué es figura? **70.** ¿Qué es perímetro? **71.** ¿De cuántas clases pueden ser las figuras con relación á su perímetro? **72.** ¿Qué son figuras rectilíneas? **73.** ¿Curvilíneas? **74.** ¿Mixtilíneas? **75.** ¿De cuántas maneras pueden ser las figuras cuando se comparan entre sí? **76.** ¿Qué son figuras iguales? **77.** ¿Figuras semejantes? **78.** ¿Á qué se llaman lados homólogos de dos figuras semejantes? **79.** ¿Qué son figuras equivalentes?

CAPÍTULO VII

TRIÁNGULOS

80. *Triángulo*, es la figura plana cerrada por tres líneas. Éstas toman el nombre de lados, y las intersecciones de éstos se llaman vértices (fig. 47).

Fig. 47.

81. *El triángulo con relación á sus lados se divide en equilátero, isósceles y escaleno.*

Fig. 48.

82. *Equilátero*, es el que tiene sus tres lados iguales (fig. 48).

83. *Isósceles*, es el que tiene dos lados iguales (fig. 49).

Fig. 49.

84. *Escaleno*, es el que tiene sus tres lados desiguales (fig. 50).

Fig. 50.

85. Los triángulos con relación á sus ángulos se dividen también en rectángulos, obtusángulos y acutángulos.

86. *Triángulo rectángulo*, es el que tiene un ángulo recto (fig. 51); el lado opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa*, y los otros dos lados *catetos*.

Fig. 51.

87. *Triángulo obtusángulo*, es el que tiene un ángulo obtuso (fig. 52).

88. *Triángulo acutángulo*, es el que tiene sus tres ángulos agudos (fig. 53).

89. *Base de un triángulo*, es el lado sobre el cual descansa la figura. En el triánguloisósceles se llama base el lado desigual, y en el triángulo rec tángulo uno de los catetos.

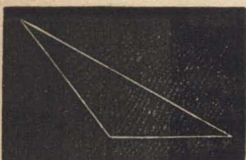


Fig. 52.

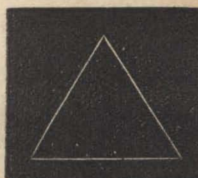


Fig. 53.

90. *Altura de un triángulo*, es la perpendicular trazada, desde el vértice opuesto, á la base ó á su prolongación como AB (fig. 54).

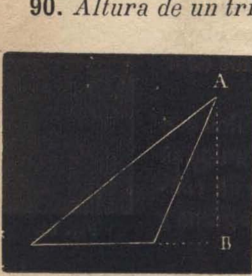


Fig. 54.

91. *La suma de los tres án gulos de un triángulo es igual á dos ángulos rectos.* En efecto, si se prolonga un lado BC, de un triánguloABC, el ángulo externo ACD es igual á la suma de los dos ángulos internos opuestos A y B; y los tres ángulos AB y C equivalen á dos rectos (fig. 55).

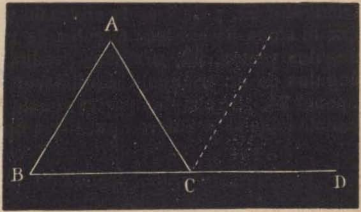


Fig. 55.

De lo cual se deduce que un triángulo no puede tener dos ángulos rectos, ni dos obtusos, ni uno recto y otro obtuso.

92. *Cada uno de los tres ángulos del triángulo equilátero vale* 60 *grados*, pues dividiendo les 180 grados que tiene todo triángulo por el número de sus ángulos, que son 3, resultan 60 grados.

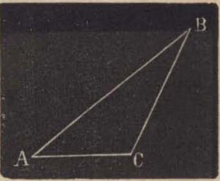


Fig. 56.

93. *A mayor lado, se opone mayor ángulo*, y recíprocamente, á mayor ángulo se opone mayor lado. Luego, siendo el lado AB mayor que AC, el ángulo C será mayor que el ángulo B (fig. 56).

94. Todo triángulo consta de seis elementos : tres lados y tres ángulos. Cuando las seis partes de un triángulo son iguales á las seis partes de otro respectivamente, se dice que los triángulos son iguales.

95. *Dos triángulos serán iguales*, si uno de ellos tiene las siguientes partes iguales á las correspondientes del otro : 1° los tres lados ; 2° dos lados y el ángulo que forman; 3° dos ángulos y el lado comprendido.

CUESTIONARIO

80. ¿Qué es triángulo? **81.** ¿Cómo se divide el triángulo con relación á sus lados? **82.** ¿Qué es triángulo equilátero? **83.** ¿Isósceles?

84. ¿Escaleno? **85.** ¿Cómo se dividen los triángulos con relación á sus ángulos? **86.** ¿Qué es triangulo rectángulo? **87.** ¿Triángulo obtusángulo? **88.** ¿Triángulo acutángulo? **89.** ¿Cuál es la base de un triángulo? **90.** ¿ Cuál es la altura de un triángulo? **91.** Pruebe V. que la suma de los tres ángulos de un triángulo es igual á dos ángulos rectos. **92.** ¿Cuántos grados valen cada uno de los tres ángulos de un triángulo equilátero? **93.** Á mayor lado ¿qué se opone? **94.** ¿De cuántas partes consta todo triángulo? **95.** ¿Qué circunstancias se requieren para que dos triángulos sean iguales?

PROBLEMAS GRÁFICOS

Sobre una recta dada como lado, construir el triángulo equilátero. Sea la recta dada AB (fig. 57).

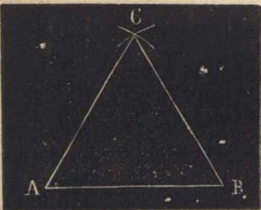


Fig. 57.

Apoyando el compás en el punto A con un radio igual á la recta AB, trácese un arco por la parte superior, y con el mismo radio, situándose en el punto B, descríbase otro arco que corte al primero en C: únanse el punto C con A y B, y quedará resuelto el problema.

Construir un triángulo cualquiera dado sus tres lados (fig. 57 *bis*).

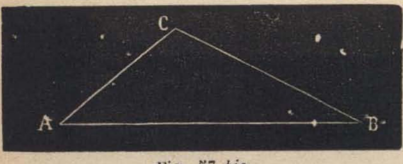


Fig. 57 *bis*.

Tómase por base un lado, por ejemplo el AB, después haciendo centro sucesivamente en A y B, con los radios respectivos AC y BC, trácense dos arcos que dando resuelto el problema.

Construir un triángulo, dado un lado AB *y los ángulos adyacentes.* Se construyen en los extremos del lado dado, dos ángulos iguales á los dados, y queda resuelto el problema (fig. 58).

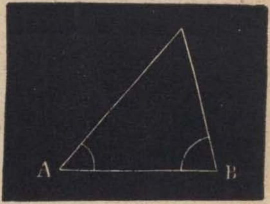


Fig. 58.

Construir un triángulo rectángulo dada la hipotenusa AB *y un cateto.* Se traza sobre la hipotenusa una circunferencia y se toma desde uno de sus extremos una cuerda igual al cateto conocido, la cuerda que va al otro extremo del diámetro ó hipotenusa dará la solución pedida (fig. 59).

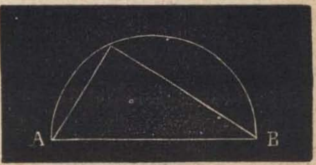


Fig. 59.

Dado un cateto AB *y un ángulo agudo, trazar un* triángulo rectángulo. Si se forman en los dos extremos del cateto conocido AB, dos ángulos uno recto y otro igual al ángulo dado, quedará resuelto el problema (fig. 60). Puede obternese otra construcción en sentido inverso.

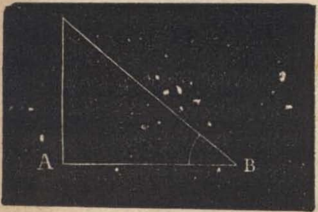


Fig. 60.

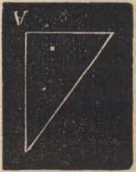


Fig. 61.

Dados los catetos, trazar un triàngulo rectàngulo. Se traza un ángulo recto A y sobre sus lados se toma la longitud de los catetos, á contar desde el vértice del ángulo recto, y quedará resuelto el problema (fig. 61).

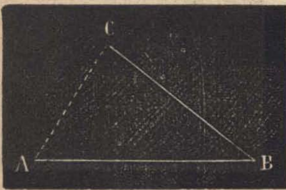


Fig. 61 *bis*.

Construir un triángulo cualquiera, dados dos lados y el ángulo comprendido. Fórmese un ángulo igual al dado B cuyos lados sean respectivamente los dados AB y AC, únanse después los puntos A y C, y tendremos el tercer lado.

Trazar un triángulo equilátero dada la altura. Tírese una línea indefinida RS, y por el punto M sobre esta línea elévese una perpendicular y llévese de M en A sobre esta perpendicular la altura dada del triángulo; trácese en el punto A un ángulo recto sobre una paralela á RS, y divídase este ángulo en tres partes iguales en los puntos 1, 2 y 3, y por 1 y A trácese la línea AB que será el lado del triángulo equilátero pedido (fig. 62).

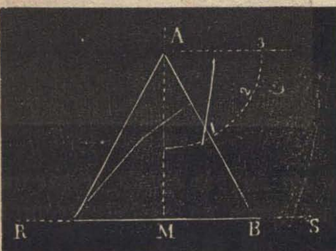


Fig. 62.

CAPÍTULO VIII

CUADRILÁTEROS

96. *Cuadrilátero* es una figura cerrada por cuatro líneas, que se llaman lados.

97. *Diagonal* es la recta que une un vértice con su opuesto y divide al cuadrilátero en dos triángulos.

98. El *cuadrilátero* se divide en paralelógramo, trapecio y trapezoide.

99. *Paralelógramo* es un cuadrilátero que tiene sus lados iguales y paralelos de dos en dos (fig. 63).

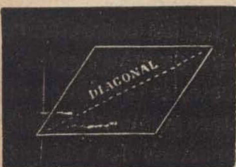


Fig. 63.

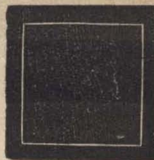


Fig. 64.

100. En todo paralelógramo la diagonal lo divide en dos triángulos iguales (fig. 63).

101. El *paralelógramo* se divide en cuadrado, rectángulo ó cuadrilongo, rombo y romboide.

102. *Cuadrado* es un paralelógramo que tiene sus cuatro lados iguales y sus angulos rectos (fig. 64).


Fig. 65.

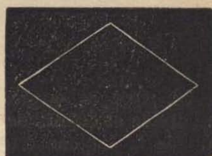


Fig. 66.

103. *Rectángulo ó cuadrilongo* est un paralelógramo que tiene sus lados adyacentes desiguales y sus cuatro ángulos rectos (fig. 65).

104. *Rombo* es un paralelógramo cuyos cuatro lados son iguales, y desiguales sus ángulos contiguos (fig. 66).

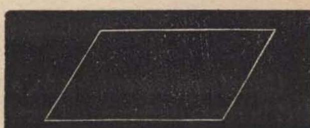


Fig. 67.

105. *Romboide* est un paralelógramo cuyos lados y ángulos contiguos son desiguales (fig. 67).

106. *Trapecio* es el cuadrilátero que tiene solamente dos lados paralelos que se llaman bases del trapecio, como AB y CD (fig. 68).

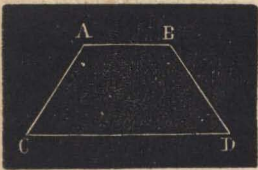


Fig. 68.

107. *Trapezoide* es el cuadrilátero que no tiene ningún lado paralelo á otro (fig. 69).

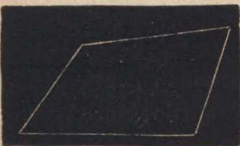


Fig. 69.

108. *La suma de los cuatro ángulos de un cuadrilátero vale cuatro ángulos rectos.*

En efecto, si dividimos un cuadrilátero por una diagonal, queda formados dos triángulos, cuyos ángulos componen los del cuadrilátero; y como los ángulos de todo triángulo valen dos rectos ó 180° los del cuadrilátero valdrán cuatro rectos ó 360°.

CUESTIONARIO

96. ¿Qué es cuadrilátero? **97.** ¿Qué est diagonal? **98.** ¿En qué se divide el cuadrilátero? **99.** ¿Qué es paralelógramo? **100.** ¿Cómo divide la diagonal á todo paralelógramo? **101.** ¿En qué se divide el paralelógramo? **102.** ¿Qué es cuadrado? **103.** ¿Qué es rectángulo ó cuadrilongo? **104.** ¿Qué es rombo? **105.** ¿Romboide? **106.** ¿Qué es trapecio? **107.** ¿Trapezoide? **108.** ¿Cuántos grados vale la suma de los cuatro ángulos de todo cuadrilátero?

PROBLEMAS GRÁFICOS

Construir un cuadrado, conocido uno de sus lados. Sea DC la recta dada; en el extremo D levántese la perpendicular AD igual á la recta dada; situándose en A, con una abertura de compás igual á la recta DC, trácese un arco hacia la derecha; volviendo á situarse en el punto C, con la misma abertura de compás, tràcese otro arco por la parte superior, que cortará al primero en B; únense ahora los puntos AB y BC, y se tendrá resuelto el problema (fig. 70).

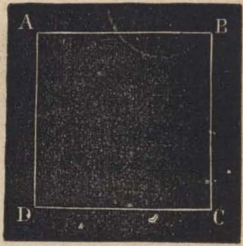


Fig. 70.

Construir un cuadrilongo, conociendo dos lados contiguos. Se toman en los lados de un ángulo recto las distancias AB y CA iguales á los lados contiguos, se traza desde C un arco con el radio AB, y otro desde B con el radio CA, el punto de intersección D dará el cuadrilongo pedido (fig. 71).

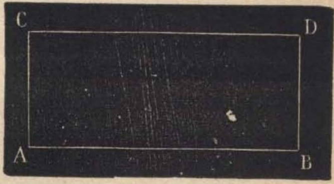


Fig. 71.

Construir un rombo conociendo el lado AD y *el ángulo* A. Se toman en los lados del ángulo dado las distancias AC y AD iguales al lado dado, y se describen desde C y D con el mismo radio de arcos, que se cortan; el punto de insección B dará el rombo pedido (fig. 72).

Fig. 72.

Construir un trapecio dadas las bases y la altura. Trácese la base AB, y en medio elévese la perpendicular *mn;* tómase la altura dada, sobre esta perpendicular, de *m* en *h*, y por el punto *h*, tírase la paralela *rs* á AB, sobre la cual se trazará, de cada lado del punto *h* á los puntos C y D, la mitad del

2.

tamaño de la otra base, y trazando las rectas AD y BC, quedará construído el trapecio (fig. 73).

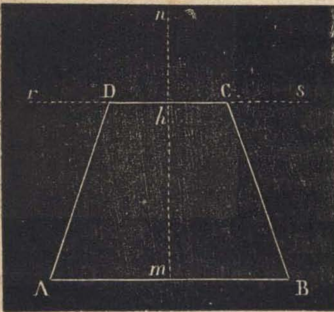


Fig. 73.

Construir un romboide, dadas las diagonales y el ángulo que forman. Trácense las rectas indefinidas AB y CD, que forman un ángulo igual al ángulo dado; y tomando desde O las distancias OA y OB, iguales á la mitad de una diagonal, y las OC y OD, iguales á la mitad de la otra, se tendrán los cuatro vértices del romboide pedido (fig. 74).

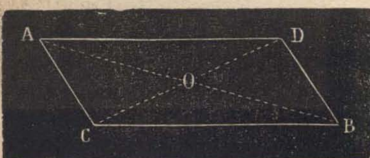


Fig. 74.

Construir un paralelógramo del cual se han dado los dos lados contiguos y la altura. Trácese la base AB, y á una distancia *mh*, igual á la altura dada, extiéndose la paralela indefinida *nr*; de los puntos A y B, con una abertura de compás igual al otro lado del paralelógramo, descríbanse dos arcos que corten la recta *nr* en los puntos C y D; tírense las líneas AC y BD, y quedará construído el paralelógramo pedido (fig. 75). Puede obtenerse otra construcción en sentido inverso.

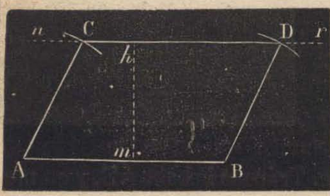


Fig. 75.

CAPÍTULO IX

POLÍGONOS

109. *Polígono* es una superficie plana terminada por rectas.

110. *Lados* son las rectas que forman el polígono.

111. *Perímetro* es el conjunto de sus lados.

112. *Vértices de un polígono* son los puntos de intersección de sus lados.

113. *Diagonales* son las rectas que unen dos vértices no consecutivos.

114. *Base de un polígono* es el lado sobre el que se considera descansando la figura.

115. *Altura de un polígono* es la perpendicular bajada desde el vértice más distante de la base á la misma base ó á su prolongación.

116. Los *polígonos* tienen diferentes nombres según el numero de sus lados; así, el polígono de 5 lados se llama pentágono; el de 6, exágono; el de 7, eptágono; el de 8, octógono; el de 9, eneágono; el de 10, decágono; el de 11, endecágono; el de 12, dodecágono; y en general, si tiene más de doce lados, se dice polígono de 13, 30, ó 50 lados.

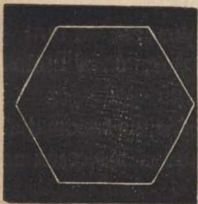


Fig. 76.

117. Los *polígonos* se dividen en regulares é irregulares.

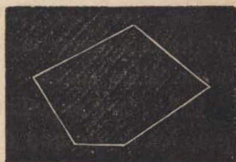


Fig. 77.

118. *Polígono regular* (fig. 76) es el que tiene sus lados y ángulos iguales.

119. *Polígono irregular* (fig. 77), es el que tiene sus lados ó ángulos desiguales.

120. *En todo polígono irregular* pueden ocurrir dos clases de ángulos que son entrantes y salientes.

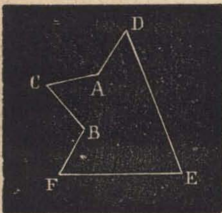


Fig. 78.

121. *Ángulos entrantes* son los que tienen sus vértices hacia dentro de la figura como A y B (fig. 78).

122. *Ángulos salientes* son los que tienen sus vértices hacia fuera, como C, D, E y F (fig. 78).

123. *Todo polígono regular* tiene dos radios que son recto y oblicuo.

124. *Radio recto* ó *apotema* es toda línea recta que, saliendo del centro del polígono, cae perpendicularmente sobre uno de sus lados en su punto medio, como OA (fig. 79).

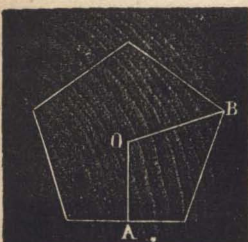


Fig. 79.

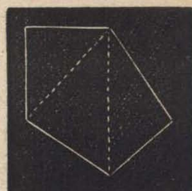


Fig. 80.

125. *Radio oblicuo* es toda línea recta trazada desde el centro del polígono hasta el vértice de cualquiera de los ángulos, como OB (fig. 79).

126. *Todo polígono* puede descomponerse en tantos tríangulos como lados tiene, menos dos, ó en tantos como lados tiene.

127. *Para la primera descomposición*, se trazan diagonales desde uno de los vértices á todos los otros no consecutivos (fig. 80).

128. *Para la segunda descomposición* se trazan rectas desde un punto elegido dentro del polígono, á todos sus vértices (fig. 81).

129. *La suma de los ángulos de todo polígono vale*

tantas veces dos rectos, como lados tiene menos dos, pues los ángulos de los triángulos de la figura 80 componen los del polígono, y de los ángulos de los triángulos de la figura 81, hay que deducir los cuatro ángulos centrales.

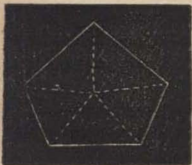


Fig. 81.

130. *Angulo central* de un polígono (fig. 82) en el que tiene su vértice en el centro, y cuyos lados son dos radios oblicuos inmediatos.

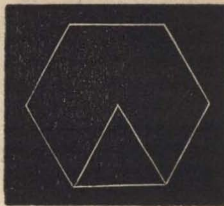


Fig. 82.

131. *El valor* de un ángulo central de un polígono se halla dividiendo los 360° de la circunferencia por el número de lados que tenga el polígono, el cuociente expresará su valor; así el valor del ángulo central del exágono (fig. 82) será 60°; porque dividiendo 360 por 6 (número de lados del polígono), da por cuociente 60°.

132. *El valor* de todos los ángulos de un polígono se halla multiplicando 180° por el número de los lados que tenga el polígono, menos dos. El valor de un ángulo de polígono regular se obtiene dividiendo el anterior producto por el número de lados. Llamando n este número se tendrán las siguientes fórmulas para todos los ángulos: $(n\text{-}2) \times 2\text{R}$ y para el ángulo de un polígono regular $\frac{(n\text{-}2) \times 2\text{R}.}{n}$

CUESTIONARIO

109. ¿Qué es polígono? **110.** ¿Qué son lados del polígono **111.** ¿Qué es perímetro? **112.** ¿Qué son vértices de un polígono? **113.** ¿Cuáles son las diagonales? **114.** ¿Cuál es la base de un polígono?

115. ¿Cuál es su altura? 116. ¿Qué nombre toman los polígonos según el número de sus lados? 117. ¿En qué se dividen los polígonos? 118. ¿Qué es polígono regular? 119. ¿Polígono irregular 120. ¿Cuántas clases de ángulo pueden ocurrir en todo polígono irregular? 121. ¿Qué son ángulos entrantes de un polígono? 122. ¿Qué son ángulos salientes? 123. ¿Cuántas clases de radio tiene todo polígono regular? 124. ¿Qué es radio recto ú apotema? 125. ¿ Qué es radio oblicuo? 126. ¿En cuántos triángulos puede descomponerse todo polígono? 127. ¿Cómo se efectúa la primer descomposición? 128. ¿Cómo la segunda? 129. ¿Cuál es el valor de la suma de los ángulos de todo polígono? 130. ¿Qué es ángulo central de un polígono? 131. ¿Cómo se halla el valor del ángulo central de un polígono? 132. ¿Cómo se halla el valor de todos los ángulos de un polígono?

PROBLEMAS GRÁFICOS

Sobre una recta dada AB, *como lado, construir un pentágono regular* (fig. 83).

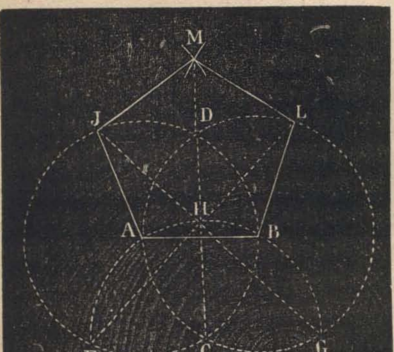


Fig. 83.

Haciendo centro en los puntos A y B con una abertura de compás igual á la recta dada AB, trácense dos circunferencias; de las intersecciones C y D, levántese una perpendicular, y del punto C trácese el arco FHG; de los puntos de dicho arco F y G tírense dos rectas que pasen por la intersección H del arco hasta tocar las circunferencias en los puntos J y L, y se tendrán tres ados del pentágono; y determinada la intersección M, desde los puntos JL, únanse los puntos JM y LM, y quedará construído el pentágono pedido.

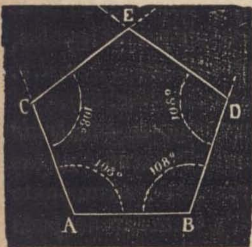


Fig. 84.

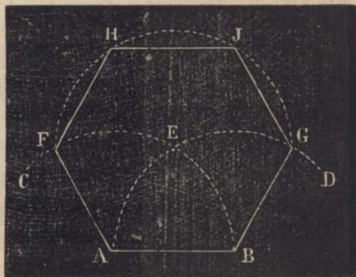


Fig. 85.

Resolver el mismo problema con el semicírculo graduado. Trácense en los extremos de la recta dada dos ángulos de 108°, y tomando sobre sus lados la longitud de la recta dada, fórmense en los extremos C y D dos nuevos ángulos de 108° y la intersección E de los lados de dichos ángulos determinará el pentágono (fig. 84).

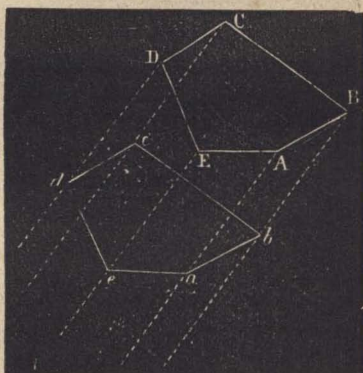


Fig. 86.

Dada una línea AB *como lado, construir un exágono* (fig. 85). Con una medida AB igual á la recta dada, tírense dos arcos BC y AD; desde la intersección E trácese otro arco y de sus intersecciones F y G señálense los puntos HJ, los cuales determinarán el exágono pedido.

Dado un polígono, construiro tro igual. Se trazan por todos los vértices del polígono dado, ABCDE, rectas paralelas entre sí, y tomando en ellas desde cada vértice partes iguales, tendremos los vértices *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, del polígono pedido (fig. 86).

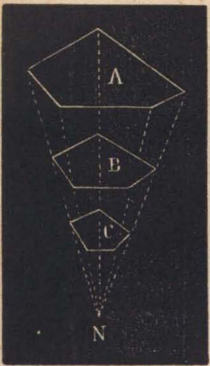


Fig. 87.

Dado un polígono A, *construir otro semejante.* Trazando rectas desde todos sus vértices á un punto cualquiera N, y trazando después paralelas á los lados del polígono propuesto, é interceptados por las rectas anteriores, se tendrán cuantos polígonos se quieran, como B, C, etc.; todos semejantes al polígono dado (fig. 87).

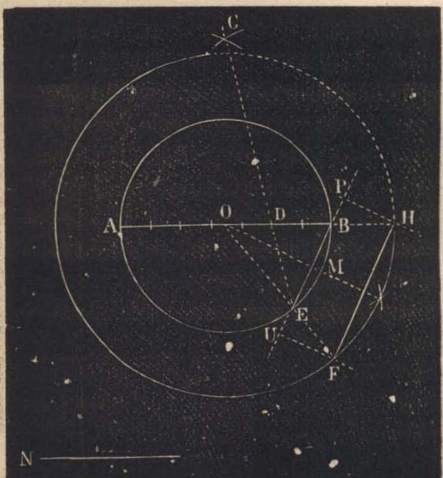


Fig. 88.

Dada una recta N *como lado, construir un polígono regular de cualquier número de lados.* Sea un polígono de siete, por ejemplo, el que se quiere construir. Para conseguirlo, trácese una circunferencia cualquiera y divídase el diámetro AB en siete partes iguales; de los extremos A y B, con una abertura de compás igual al diámetro, descríbanse dos arcos que se corten en C; de este punto al penúltimo de la división del diámetro determinado en D, tírese la recta CE y la cuerda BE colocada sobre la circunferencia la dividirá en siete partes iguales. Prolónguese el diámetro AB hacia H y el radio OE hacia F; divídase BE en dos partes iguales; y prolongándose por ambos lados, hágase MP = MU 1/2 N, de manera que PU será igual á N: en los puntos P y U levántense las perpendiculares PH y UF que se intercepten con los radios OA y OE prolongados, y la recta HF = PU = N, es el lado del polígono pedido. Con un radio OH descríbase una circunferencia que contendrá siete veces á la recta N, dada como lado del polígono (fig. 88).

CAPÍTULO X

DEL CÍRCULO

133. *Círculo* es la superficie comprendida por la circunferencia (fig. 89).

Fig. 89.

Fig. 90.

134. *Sector* es la parte de círculo comprendida entre dos radios y el arco que forman (fig. 90).

135. *Segmento* es la parte de círculo comprendida entra una cuerda y su arco (fig. 91) ó entre dos cuerdas paralelas.

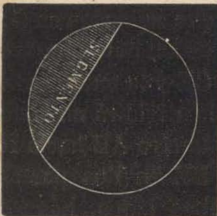


Fig. 91.

Fig. 92.

136. *Corona ó anillo* es la superficie comprendida entre dos circunferencias concéntricas (fig. 92).

137. *Trapecio circular* es la parte de corona interceptada por dos radios (fig. 93).

Fig. 93.

Fig. 94.

138. *Todos los círculos* que tienen el mismo radio son iguales.

139. *Polígono inscripto* es aquel cuyos lados son cuerdas de la circunferencia (fig. 94).

140. *Polígono circunscripto* es aquel cuyos lados son todos tangentes de la circunferencia (fig. 95).

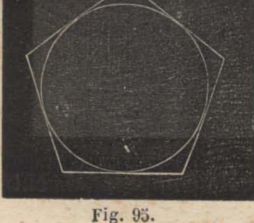


Fig. 95.

141. *Si se divide una circunferencia en partes iguales,* y por los puntos de división se trazan cuerdas ó tangentes, el polígono inscripto ó circunscripto será regular (fig. 94 y 95).

142. *Los perímetros de los*

polígonos regulares inscriptos en una misma circunferencia aumentan, y los de los circunscriptos disminuyen, á medida que aumenta el número de lados; de lo cual se deduce que la circunferencia es siempre mayor que cada uno de los perímetros de los polígonos inscriptos, y menor que cualquiera de los perímetros de los polígonos circunscriptos y que por lo tanto es el límite común de unos y otros.

143. La *circunferencia* puede considerarse como el perímetro de un polígono regular de un número infinito de lados, cuyo radio es la apotema.

144. *La relación de la circunferencia con el diámetro es la misma en todos los círculos.*

145. *Para hallar la relación de la circunferencia con el diámetro,* se inscribe en una circunferencia de un metro de diámetro un exágono, en seguida un dodecágono después otro de 24 lados, otro de 48, etc., hasta llegar al polígono de 3,072 lados, que casi se confunde con el círculo y su perímetro con la circunferencia; luego midiendo el perímetro del polígono, tendremos muy aproximadamente la longitud de la circunferencia, calculada en 3'14159, si se supone el diámetro igual á 1.

Luego la circunferencia es algo mayor que tres diámetros.

Si llamamos π al número decimal 3'14159, tendremos:

$$\frac{\textit{Circunferencia}}{2\,R} = \pi, \text{ de donde circunferencia} = 2\pi\,R.$$

CUESTIONARIO

133. ¿Qué es círculo? **134.** ¿Qué es sector? **135.** ¿Segmento¿ **136.** ?Corona ó anillo? **137.** ¿Qué es trapecio circular? **138.** ¿Cómo son os círculos que tienen el mismo radio? **139.** ¿Qué es polígono inscripto? **140.** ¿Qué es polígono circunscripto? **141.** ¿Cuando se divide una circunferencia en partes iguales y por los puntos de división se trazan cuerdas ó tangentes, ¿cómo será el polígono que resulte? **142.** ¿Qué hay que notar entre los perímetros de los polígonos regulares transcriptos y circunscriptos en una misma circunferencia? **143.** ¿Cómo se puede considérar la circunferencia? **144.** ¿Cuál es la relación de la circunferencia con el diámetro en todos los círculos? **145.** ¿Cómo se halla la relación de la circunferencia con el diámetro?

PROBLEMAS GRÁFICOS

Dada una circunferencia, escribir un triángulo equilátero. Trácese el diámetro AB, y de la extremidad B con la medida del radio el arco CD; únanse por medio de cuerdas los puntos CDA y quedará trazado el triángulo pedido (fig. 96).

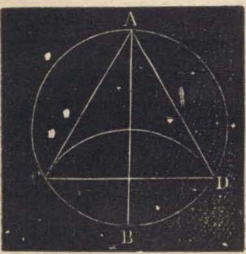


Fig. 96.

Inscribir un exágono en una circunferencia. Llévese seis veces el radio sobre la circunferencia, y las cuerdas de estos arcos formarán el polígono pedido.

Para inscribir el dodecágono se dividen por el medio los seis arcos del exágono, y las cuerdas de estos nuevos arcos formarán el polígono pedido.

Dada una circunferencia, inscribir un cuadrado. Trácense dos diámetros perpendiculares entre sí, y uniendo sus extremos con cuerdas, quedará trazado el cuadrado (fig. 97).

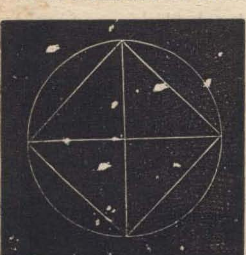


Fig. 97.

Inscribir un octógono. Divídanse por el medio los cuadrantes del problema anterior, y quedará dividida la circunferencia en ocho arcos iguales, cuyas cuerdas serán los lados del octógono pedido.

Dada una circunferencia, inscribir un pentágono regular. Tírese el diámetro BC y el radio AD perpendicular á BC. Divídase AB en dos partes iguales en el punto E, y desde este punto como centro, con DE por radio, descríbase un arco de círculo que vaya á cortar el diámetro BC en el punto F; tírese DF que será el lado del pantágono. Llévese cinco veces sobre la circunferencia la medida DF que determinará los puntos D, G, H, I, J, y trácense las cuerdas, DG, GH, HI y JD, y quedará resuelto el problema pedido (fig. 98).

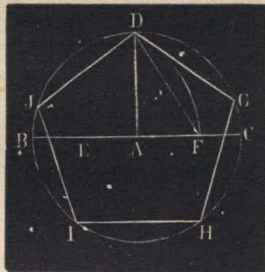


Fig. 98.

Inscribir en una circunferencia un polígono regular de cualquier número de lados, por ejemplo de siete. Tírese el diámetro AB y divídase en siete partes iguales: desde los puntos A y B, con un radio igual al diámetro, descríbanse dos arcos que se intercepten en C. Trácese la recta CD, de modo que pase por la segunda di-

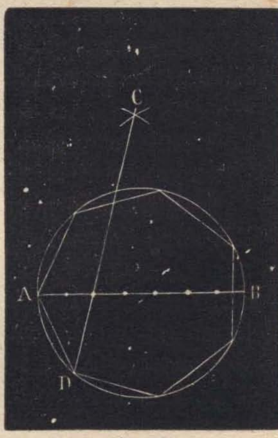


Fig. 99.

visión del diámetro. Tómese la longitud de la cuerda BD, y llevándol a siete veces sobre la circunferencia, ésta quedará dividida en siete partes iguales; trácense las cuerdas y quedará inscrito el eptágono pedido (fig. 99).

Dada una circunferencia, rectificarla. Rectificar la circunferencia es hallar una recta equivalente en longitud á la circunferencia desarrollada; para ello trácese el diámetro AB, la tangente MAN, la recta ON, de modo que el arco A*m* sea igual á 30 grados, ó sea la mitad del arco, cuya cuerda es el radio; llévese desde N sobre la tangente tres veces el radio, y uniendo el extremo M con B, tendremos la recta MB, equivalente á la semicircunferencia desarrollada en línea recta (fig. 100).

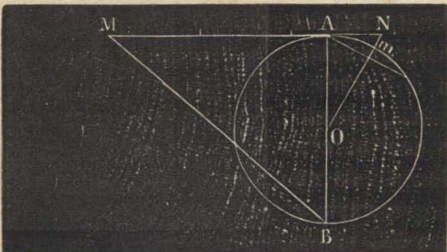


Fig. 100.

CAPÍTULO XI

ÁREAS DE LAS FIGURAS PLANAS

146. *Area de una figura* es la medida de su extensión superficial.

147. *Unidad de superficie*, es un cuadrado cuyo lado es la unidad lineal, como una vara, un pie, un metro, un decímetro, etc.

148. El *área de un triángulo* se halla multiplicando la base por la mitad de la altura, ó la altura por la mitad de la base.

Ejemplo: ¿Cuál es el área de un triángulo que tiene 6 metros de base y 4 de altura (fig. 101)?

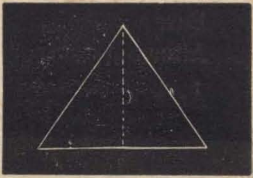


Fig. 101.

Base......... 6 metros.
1/2 de la altura. × 2 »

Área......... 12 metros cuadrados.

149. El *área de un paralelógramo* se halla multiplicando la base por la altura.

Ejemplo 1°. ¿Cuál es la área de un cuadrado que tiene 5 metros de base (fig. 102)?

Fig. 102.

Base........ 5 metros
Altura....... × 5 »

Área........ 25 metros cuadrados.

Ejemplo 2°. ¿Qué área tendrá un rectángulo que tiene 8 metros de base y 4 de altura (fig. 103)?

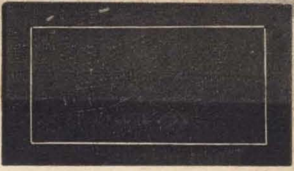


Fig. 103.

Base..... 8 metros.
Altura.... × 4 »

Área..... 32 metros cuadrados.

Ejemplo 3°. ¿Cuál es el área de un rombo que tiene 6 metros de base y 4 de alto (fig. 104)?

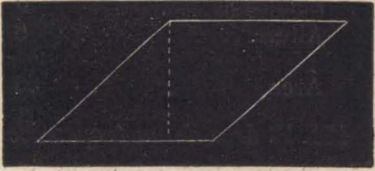


Fig. 104.

Base..........	6 metros.
Altura......... $\times$	4 »
Área.........	24 metros cuadrados.

Ejemplo 4.º ¿Qué área tendrá un romboide que tiene 6 metros de base y 3 de altura (fig. 105)?

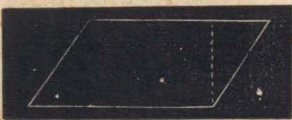


Fig. 105.

Base..........	6 metros.
Altura......... $\times$	3 »
Área.........	18 metros cuadrados.

150. El *área del trapecio* se halla multiplicando la semisuma de las bases paralelas por la altura, ó la mitad de altura por la suma de ambas bases.

Ejemplo: La base mayor de un trapecio mide 8 varas, la menor 4 y su altura 6; ¿cuál es su área (fig. 106)?

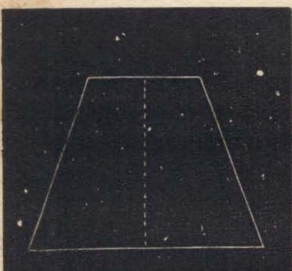


Fig. 106.

Base mayor........	8 varas.
— menor........ +	4
Suma.............	12
Semisuma.........	6
Altura............ $\times$	6
Área..............	36 varas cuadradas.

151. El *área de un trapezoide* se halla dividiéndolo en dos triángulos por medio de una diagonal y averiguando por separado la superficie de cada triángulo, y la suma de la superficie de los dos triángulos dará el área del trapezoide.

Ejemplo : ¿Cuál es la superficie de un trapezoide que, dividido en dos triángulos, ha resultado el 1°, con 30 pies cuadrados, y el 2°, con 27 (fig. 107)?

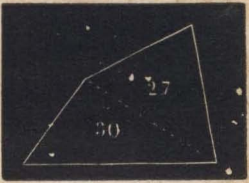


Fig. 107.

Superficie del 1er triángulo....		30 pies cuadrados.
» 2° »	+	27 »
Área del trapezoide...........		57 pies cuadrados.

152. El *área de un polígono regular* se halla multiplicando el perímetro por la mitad de la apotema ó radio recto.

Ejemplo: ¿Cuál es el área de un exágono regular que tiene por lado 10 metros y por apotema 8,65 (fig. 108)?

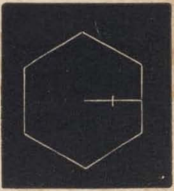


Fig. 108.

Cada lado..................		10	metros.
Número de lados............	×	6	»
Perímetro..................		60	»
1/2 de la apotema ó radio recto.	×	4,32	»
Área del exágono...........		259,20	

153. El *área de un polígono irregular* se halla reduciéndolo á triángulos, etc., y buscando la superficie de cada uno, la suma de ellos será el área del polígono irregular.

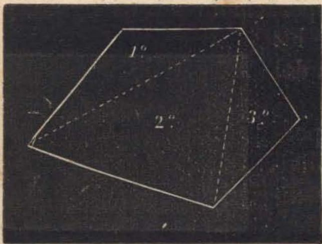


Fig. 109.

Ejemplo: Después de haber dividido un polígono en tres triángulos por medio de diagonales, ha resultado el 1°, con 15 metros cuadrados; el 2°, con 28, y el 3°, con 14; ¿cuál será su área (fig. 109)?

Superficie del 1er triángulo.		15 metros cuadrados.
» 2° »	+	28 » »
» 3° »	»	14 » »
Área total del polígono....		57 » »

154. El *área de un círculo* se halla multiplicando la circunferencia por la mitad del radio, puesto que el círculo puede considerarse como un polígono de infinito número de lados.

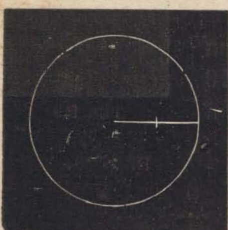


Fig. 110.

Es muy importante también la fórmula πR^2.

Ejemplo: ¿Cuál es el área de un círculo cuya circunferencia mide 18,85 metros y su radio 3 (fig. 110)?

Circunferencia..		18'85 metros.
1/2 del radio...	$\times$	1'5 »
Área del círculo.		28'27 metros cuadrados.

Según la fórmula $\pi R^2 = 3{,}14159 \times 3 \times 3 = 28$ m.c. 27 d. m. c.

155. El *área de un semicírculo* se halla multiplicando la semicircunferencia respectiva por la mitad del radio.

Ejemplo: ¿Cuál es el área de un semicírculo cuya semicircunferencia mide 12,56 metros y su radio 4 (fig. 111)?

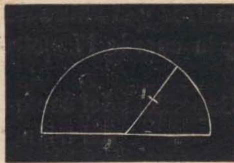


Fig. 111.

Semicircunferencia...	12'56	metros.
1/2 del radio........	× 2	»
Área del semicírculo..	25'12	metros cuadrados.

156. El *área de un sector de círculo* se halla multiplicando la longitud del arco respectivo por la mitad del radio.

Ejemplo: ¿Cuál es el área de un sector de círculo cuyo arco mide 6 metros y su radio 4 (fig. 112)?

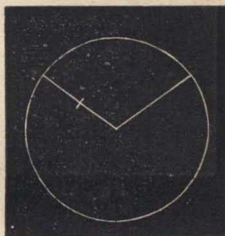


Fig. 112.

Longitud del arco......	6	metros.
1/3 del radio...........	× 2	»
Superficie.............	12	metros cuadrados.

157. El *área de un segmento de círculo* su halla buscando por separado la del sector y la del triángulo que forma la cuerda con los radios; y restando la una de la otra se tendrá el área del segmento.

Ejemplo: ¿Cuál es el área de

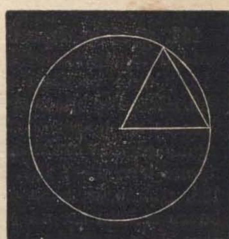


Fig. 113.

un segmento cuyo arco mide 20 metros 94, el radio 20 metros y la altura del triángulo formado por los radios y la cuerda 17 metros (fig. 113)?

Superficie	del sector...	209'44 metros cuadrados.
»	del triángulo.	— 170
Área	del segmento.	= 39'44

158. El *área de una corona* se halla averiguando la superficie de los dos círculos concéntricos y restando la menor de la mayor.

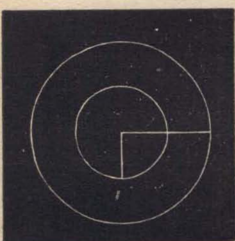


Fig. 114.

Ejemplo: ¿Cuál será el área comprendida entre dos circunferencias concéntricas cuyos radios miden respectivamente el uno 20 metros y el otro 10 (fig. 114)?

Superficie del círculo mayor....	1256	m. c.	6360
» » menor....	— 314	»	1590
Área de la corona..............	= 942	»	4770

CUESTIONARIO

146. ¿Qué es área de una figura? **147.** ¿Qué entiende V. por unidad de superficie? **148.** ¿Cómo se halla el área de un triángulo? **149.** ¿Cómo se halla el área de un paralelógramo cualquiera? **150.** ¿Cómo se busca el área de un trapecio? **151.** ¿Cómo se halla el área de un trapezoide? **152.** ¿Cómo se busca el área de un polígono regular cualquiera? **153.** ¿Cómo se halla el área de un polígono irregular? **154.** ¿Cómo se encuentra el área del círculo? **155.** ¿Cómo se halla el área de un semicírculo? **156.** ¿Cómo se busca el área de un sector de círculo? **157.** ¿Cómo se halla el área de un segmento de círculo? **158.** ¿Cuál es el área de la corona?

PROBLEMAS NUMÉRICOS

¿Cuál es el área de un triángulorec tángulo isósceles cuya altura mide 12 metros?

R. 72 metros cuadrados

Hay un terreno de forma de trapecio rectangular que tiene tres frentes; el que forma los dos ángulos rectos mide 450 metros; las bases, la mayor 525 metros y la menor 317 metros; ¿cuál es su área?

R. 189450 metros cuadrados.

¿Cuál es el área de un terreno de forma de exágono regular cuyo lado mide 6 metros y su apotema 5 metros 19 centímetros?

R. 93 metros cuadrados 42 decímetros cuadrados.

¿Cuántas baldosas de 20 centímetros de lado se necesitan para embaldosar un patio que tiene 12 metros 24 centímetros de largo por 4 metros 50 centímetros de ancho?

R. 1377 baldosas.

El diámetro de un círculo mide 20 metros ; ¿cuál es su área?

R. 314 m. c. 15 d. m. c. 90 c. m. c.

¿Qué longitud debe darse á un radio para trazar un círculo de 1017 metros cuadrados 87 decímetros cuadrados 51 centímetros cuadrados y 60 milímetros cuadrados de superficie?

R. 18 metros.

CAPÍTULO XII

TRANSFORMACIÓN DE LAS FIGURAS PLANAS

159. *Para transformar un paralelógramo en un triángulo equivalente*, se toma por base del triángulo la misma del paralelógramo y por altura el duplo de la altura del paralelógramo, ó bien el duplo de la base y la misma altura.

160. *Para transformar un triángulo en un paralelógramo equivalente*, se toma por base del paralelógramo la misma del triángulo y por altura la mitad de la del triángulo, ó bien la mitad de la base y la misma altura.

161. *Para transformar un polígono regular, en un triángulo equivalente*, se toma por base del triángulo el perímetro del polígono y por altura su apotema.

162. *Para convertir un triángulo cualquiera en otro equivalente*, se traza una paralela á la base por el vértice más elevado, se toma por base la misma del triángulo y por altura un punto cualquiera de la paralela.

163. *Cuadrar una figura*, es transformarla en un cuadrado equivalente.

164. *Para cuadrar un triángulo*, se busca una media proporcional entre la base y la mitad de la altura, y la media proporcional será el lado del cuadrado.

165. *Para cuadrar un paralelógramo*, se busca una media proporcional entre la base y la altura, y se tendrá el lado del cuadrado.

166. *Para cuadrar un trapecio*, se busca una media proporcional entre la suma de ambas bases y la mitad de la altura.

167. *Para cuadrar un polígono regular*, se busca una media proporcional entre el perímetro y la mitad de su apotema.

168. *Para cuadrar un polígono irregular*, se transforma primero en un triángulo equivalente, y éste á su vez en un cuadrado.

169. *Para cuadrar un círculo*, se busca una media proporcional entre la circunferencia rectificada y la mitad del radio.

170. *Dos cuadrados, en otro equivalente*: se forma un triángulo rectángulo cuyos catetos sean iguales á los lados de los cuadrados, y la hipotenusa será el lado del cuadrado pedido que será igual á la suma de los cuadrados dados.

CUESTIONARIO

159. ¿Cómo se transforma un paralelógramo en un triángulo equivalente? **160.** ¿Cómo se transforma un triángulo en un paralelógramo equivalente? **161.** ¿De que modo se transforma un polígono regular en triángulo equivalente? **162.** ¿Cómo se convierte un triángulo cualquiera en otro equivalente? **163.** ¿Qué es cuadrar una figura? **164.** ¿Cómo se cuadra un triángulo? **165.** ¿Un paralelógramo? **166.** ¿Cómo se cuadra un trapecio? **167.** ¿Cómo se reduce un polígono regular en un cuadrado equivalente? **168.** ¿Un polígono irregular? **169.** ¿Cómo se cuadra un círculo **170.** ¿Cómo se convierten dos cuadrados en otro equivalente?

PROBLEMAS GRÁFICOS

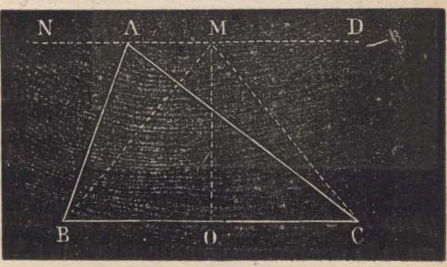


Fig. 115.

Convertir un triángulo escaleno en un triángulo isósceles equivalente: trácese por el vértice más elevado la paralela

ND; en el medio de la base BC, levántese la perpendicular OM; y las rectas BM y MC determinarán el triángulo isósceles BMC equivalente á BAC, pues ambos tienen la misma base y están trazados entre las mismas paralelas (fig. 115).

Transformar el trapecio CABD *en un triángulo equivalente:* prolónguese la base mayor AB en una

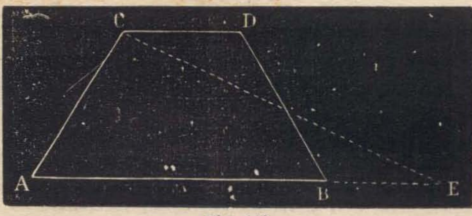


Fig. 116.

longitud BE = CD, y uniendo C con E tendremos el triángulo CAE equivalente al trapecio dado (fig. 116).

Transformar el rombo ABCD *en un triángulo rectángulo equivalente:* trácense las diagonales BD y AC y la recta NA paralela á BD; prolónguese CB hasta que corte á NA en E, y se tendrá el triángulo rectángulo EAC equivalente al rombo dado (fig. 117).

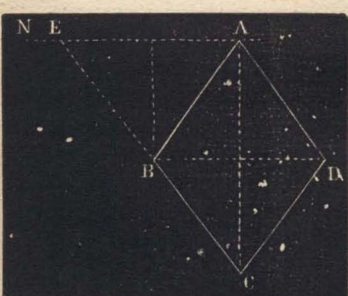


Fig. 117.

Transformar el polígono irregular ABCD *en otro equivalente que tenga un lado menos:* prolónguese la base AB, trácese la diagonal BD y la recta OC paralela á BD, y trazando la recta DO, se tendrá el polígono AODE equivalente al polígono dado ABCDE (fig. 118).

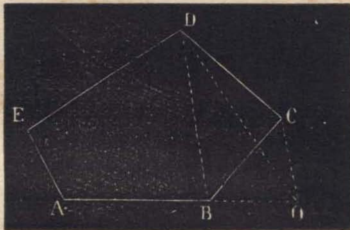


Fig. 118.

Dado el triángulo isósceles ABC, *convertirlo en un cuadrado equivalente:* prolónguese la base BC, una longitud CE igual á la mitad de AO: con un radio igual á la mitad de BE descríbase una semicircunferencia, y la perpendicular CN media proporcional entre la base del triángulo, y la mitad de la altura será el lado del cuadrado pedido(fig.119).

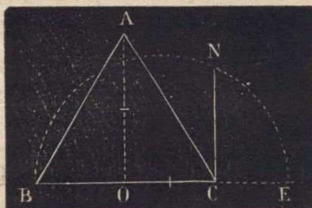


Fig. 119.

Hacer un cuadrado duplo de otro: sea ABCD el cuadrado dado, trácese la diagonal AC que es el lado del cuadrado duplo, y con dicho lado como base fórmese el cuadrado pedido ACFE (fig. 20).

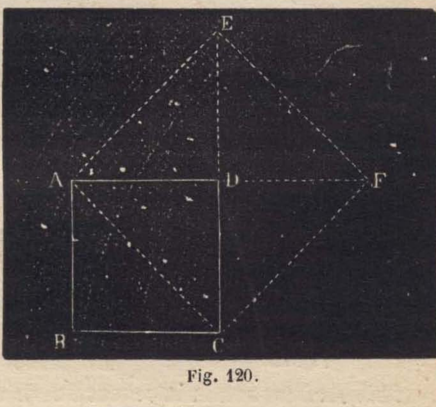


Fig. 120.

GEOMETRÍA DEL ESPACIO

CAPÍTULO XIII

SUPERFICIES, ÁNGULOS DIEDROS Y POLIEDROS

171. Las *superficies* se dividen en planas y curvas.

172. *Superficie plana* es aquella con la cual coincide en toda su extensión una recta aplicada á dos cualesquiera de sus puntos.

173. La superficie plana se llama también *plano*.

174. Dos rectas que se cortan ó tres puntos que no están en línea recta, determinan la posición de un plano.

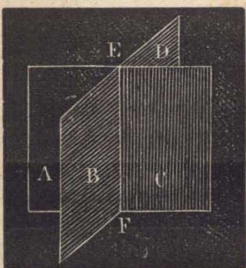


Fig. 121.

175. *Superficie curva* es aquella con la cual no coincide una recta aplicada á dos cualesquiera de sus puntos.

176. *Superficie quebrada ó poliedra* es una continuación de planos que no forman uno solo.

177. *Superficie mixta* es una continuacion de planos y superficies curvas.

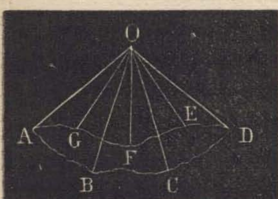


Fig. 122.

178. *Ángulo diedro* es el formado por dos planos que se cortan como A, B, C, D planos, EF ángulo diedro (fig. 121).

179. *Caras del ángulo* son los planos que le forman.

180. *Aristas* son la intersección de estos planos.

181. La *magnitud de un ángulo diedro* no depende de la mayor ó menor extensión de sus caras, sino de su mayor ó menor abertura.

182. La *medida de un ángulo diedro* se aprecia por la del rectilíneo formado por dos perpendiculares á la arista, trazadas por un mismo punto de ella, una en cada plano.

183. *Para dividir un ángulo diedro* en dos, tres, etc. ángulos iguales, se divide el ángulo rectilíneo correspondiente en este número de ángulos iguales, y por la arista y los lados de estos ángulos se trazan planos.

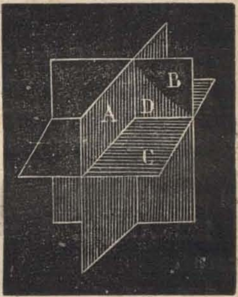


Fig. 123.

184. *Ángulo poliedro* es la inclinación de tres ó más planos que concurren en un punto, llamado vértice del ángulo poliedro (fig. 122).

185. *Caras del ángulo poliedro* son los planos que lo forman.

186. *Aristas* son las intersecciones de sus caras.

187. Un *ángulo poliedro* se compone de tantos diedros como caras tiene.

188. *Ángulo poliedro regular* es el que tiene todas sus caras y ángulos diedros iguales.

189. *Ángulo triedro* es el que está formado por tres ángulos planos: A, B, C planos; D ángulo triedro (fig. 123).

CUESTIONARIO

171. ¿Cómo se dividen las superficies? **172.** ¿Qué es superficie plana? **173.** ¿Qué es plano? **174.** ¿Cómo se determina su posicion? **175.** ¿Qué es superficie curva? **176.** ¿Qué es superficie quebrada?

177. ¿Qué es superficie mixta? **178.** ¿Qué es ángulo diedro? **179.** ¿Cuáles son las caras del ángulo diedro? **180.** ¿Qué son aristas? **181.** ¿De qué depende la magnitud de un ángulo diedro? **182.**¿ Cuál es lam edida del ángulo diedro? **183.** ¿Cómo se divide un ángulo diedro en dos, tres, etc., ángulos iguales? **184.** ¿Qué es ángulo poliedro? **185.** ¿Cuáles son las caras del ángulo poliedro? **186.** ¿Qué son aristas del ángulo poliedro? **187.** ¿De cuántos diedros se compone un ángulo poliedro? **188.** Qué es ángulo poliedro regular? **189.** ¿Qué es ángulo triedro?

CAPÍTULO XIV

CUERPOS POLIEDROS

190. *Cuerpo poliedro* es el espacio terminado por superficies planas.

191. *Caras de un poliedro* son los planos que forman el poliedro.

192. *Aristas de un poliedro* son los lados de sus caras.

193. *Vértices* son los puntos de intersección de unas aristas con otras.

194. *Base de un poliedro* es cualquiera de sus caras, dándose generalmente este nombre á aquella sobre la que se considera que descansa el poliedro.

195. *Caras laterales* son todas menos la base ó bases.

196. *Aristas laterales* son las intersecciones de cada dos caras laterales.

197. Los *poliedros* se dividen en *regulares* é *irregulares.*

198. *Poliedros regulares* son aquellos cuyas caras son polígonos regulares é iguales, y cuyos ángulos poliedros son también iguales entre sí, é irregulares los que no reunen estas condiciones.

199. Los *poliedros regulares* son cinco : el tetraedro, el exaedro ó cubo, el octaedro, el dodecaedro, y el icosaedro.

200. El *tetraedro* está formado por cuatro triángulos equiláteros iguales ; tiene seis aristas y cuatro vértices, y sus ángulos son triedros (fig. 124).

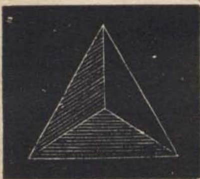


Fig. 124.

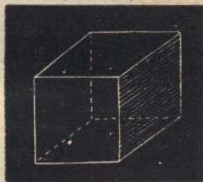


Fig. 125.

201. El *exaedro ó cubo* está formado por seis cuadrados iguales, tiene doce aristas y ocho vértices, y sus ángulos son triedros (fig. 125).

202. El *octaedro* está formado por ocho triángulos equiláteros iguales, tiene doce aristas y seis vértices y sus ángulos están formados por cuatro caras (fig. 126)

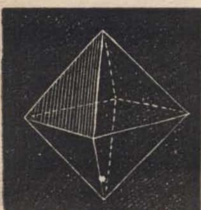


Fig. 126.

203. El *dodecaedro* está formado por doce pentágonos regulares é iguales, tiene treinta aristas y veinte vértices, y sus ángulos son triedros (fig. 127).

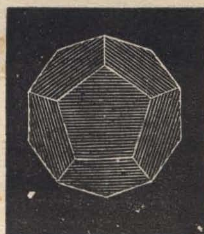


Fig. 127.

204. El *icosaedro* está formado por veinte triángulos equiláteros iguales, tiene treinta aristas y doce vértices, y sus ángulos están formados por cinco caras (fig. 128).

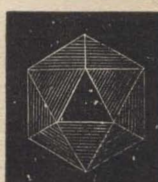


Fig. 128.

205. *Prisma* es el poliedro que tiene por bases dos polígonos iguales y paralelos, y sus caras laterales son paralelógramos (fig. 129). Las aristas laterales de todo prisma son iguales.

206. *Altura del prisma* es la perpendicular bajada desde una de las bases á la otra ó á su prolongación.

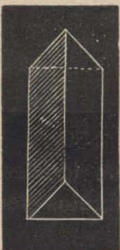


Fig. 129.

207. *Prisma recto* es el que tiene las aristas laterales perpendiculares á las bases (fig. 129).

208. *Prisma oblícuo* es el que tiene las aristas laterales oblicuas á las bases (fig. 130).

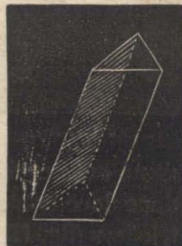


Fig. 130.

209. El *prisma*, por razón de la figura de sus bases puede ser triangular, cuadrangular, trapecial, rombal, etc., según que sus bases sean triángulos, cuadrados, trapecios, rombos, etc.

210. Los *prismas* se dividen en regulares é irregulares.

211. *Prisma regular* se llama al que es recto, y sus bases son polígonos regulares.

212. *Prisma irregular* es el que no reune estas dos condiciones.

213. *Paralelepípedo* es todo prisma que tiene por bases paralelógramos.

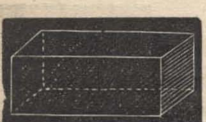


Fig. 131.

214. *Paralelepípedo rectangular* es aquel cuyas bases son rectángulos (fig. 131).

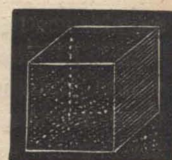


Fig 132.

215. *Cubo* es el paralelepípedo cuyas seis caras son cuadrados (fig. 132).

216. El *área lateral del prisma recto* es igual al producto del perímetro de una de sus bases por una de sus aristas laterales.

217. El *área lateral del prisma oblicuo* es igual al producto de una de sus aristas laterales por el perímetro de una sección perpendicular á dicha arista.

218. El *área total de un prisma* se la halla, agregando á la lateral la de las bases.

219. *Pirámide* es un poliedro que tiene por base un polígono cualquiera y por caras laterales triángulos que terminan en un mismo punto, llamado vértice ó cúspide de la pirámid e (fig. 133).

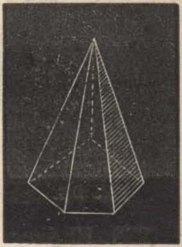


Fig. 133.

220. *Altura de la pirámide* es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongación desde su cúspide.

221. *Apotema de la pirámide* es la recta que, trazada encima de las caras de la pirámide, baja perpendicularmente desde la cúspide á la base.

222. *Eje de la pirámide* es la recta que une la cúspide con el centro de la base.

223. *La pirámide toma el nombre del polígono de su base:* así decimos pirámide triangular, cuadrangular, pentagonal, exagonal, etc., según la figura de su base.

224. *Pirámide regular* es la que tiene por base un polígono regular y sus aristas laterales iguales entre sí.

225. *Pirámide irregular* si falta alguna de estas condiciones (fig. 134).

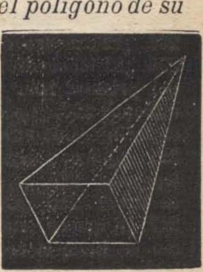


Fig. 134.

226. *Pirámide truncada* es aquella que, en virtud de una sección paralela á la base, queda sin cúspide (fig. 135).

227. El *área lateral de una pirámide regular* es igual al producto del perímetro de su base por la mitad de la apotema.

Fig. 135.

228. El *área lateral de una pirámide irregular* se halla sumando las de sus caras.

229. El *área lateral de una pirámide truncada regular* es igual al producto de la semisuma de los perímetros de sus bases por su apotema correspondiente.

230. El *área total de una pirámide* se halla añadiendo á la lateral el área de la base: y si fuere truncada, las de ambas bases.

CUESTIONARIO

190. ¿Qué es cuerpo poliedro? **191.** ¿A qué se llaman caras de un poliedro? **192.** ¿Qué son aristas de un poliedro? **193.** ¿Qué son vértices de un poliedro? **194.** ¿Cuál es la base de un poliedro? **195.** ¿Qué son caras laterales? **196.** ¿Qué son aristas laterales? **197.** ¿En qué se dividen los poliedros? **198.** ¿Qué son poliedros regulares? ¿Qué son poliedros irregulares? **199.** ¿Cuántos y cuáles son los poliedros regulares? **200.** ¿Cómo está formado el tetraedro? **201.** ¿El exaedro ó cubo? **202.** ¿El octaedro? **203.** ¿El dodecaedro? **204.** ¿El icosaedro? **205.** ¿Qué es prisma? **206.** ¿Cuál es la altura del prisma? **207.** ¿Qué es prisma recto? **308.** ¿Qué es prisma oblicuo? **209.** ¿De cuántas clases puede ser el prisma por razón de la figura de sus bases? **210.** ¿En qué se dividen los prismas? **211.** ¿Qué es prisma regular? **212.** ¿Irregular? **213.** ¿Qué es paralelepípedo? **214.** ¿Qué es paralelepípedo rectangular? **215.** ¿Qué es cubo? **216.** ¿Cómo se halla el área lateral del prisma recto? **217.** ¿Á qué es igual el área lateral de un prisma oblicuo? **218.** ¿Cómo se halla el área total de un prisma? **219.** ¿Qué es pirámide? **220.** ¿Qué es altura de la pirámide? **221.** ¿Á qué se llama apotema de la pirámide? **222.** ¿Qué es eje del a pirámide? **223.** ¿De qué toma el nombre toda pirámide? **224.** ¿Qué es pirámide regular? **225.** ¿Qué es pirámide irregular? **226.** ¿Qué es pirámide truncada? **227.** ?Cómo se halla el área lateral de una pirámide regular? **228.** ¿Cómo se halla el área lateral de una pirámide irregular? **229.** ¿Cómo se halla el área lateral de una pirámide truncada regular? **230.** ¿Cómo se encuentra el área total de una pirámide?

CAPITULO XV

CUERPOS REDONDOS

231. Los *cuerpos redondos* son tres: el cono, el cilindro y la esfera.

232. *Cono* es el cuerpo redondo originado por la revolución de un triángulo rectángulo quegira al rededor de uno de sus catetos (fig. 136).

Fig. 136.

233. *Eje del cono* es la recta que une el vértice con el centro de la base.

234. *Altura del cono* es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongación desde la cúspide.

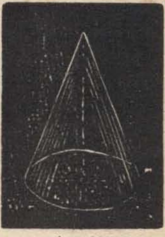


Fig. 137.

235. *Generatriz* es la recta tirada en la superficie desde el vértice á la base ó la hipotenusa del triángulo generador.

236. *Cono recto* es el que tiene el eje perpendicular al centro de la base (fig. 137).

237. *Cono oblicuo* es el que tiene el eje oblicuo al centro de la base (fig. 138).

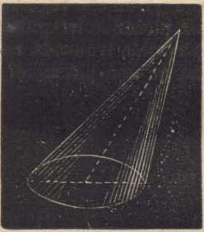


Fig. 138.

238. *Trozo de cono ó cono truncado* es la parte de cono comprendida entre la base y otro plano, que corta todos los lados (fig. 139).

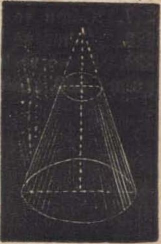


Fig. 139.

239. El *área lateral de un cono* es igual á la circunferencia de su base por la mitad de su lado. La fórmula será pues π R L.

240. El *área total de un cono* se halla agregando á la lateral el área de la base.

241. El *área lateral de un trozo de cono de bases paralelas*, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de sus bases por la altura.

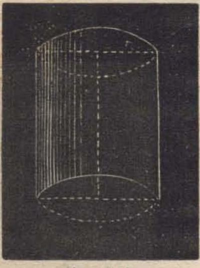


Fig. 140.

242. El *área total* se halla agregando á la lateral el área de ambas bases.

243. *Cilindro* es el cuerpo redondo originado por la revolución de un rectángulo al rededor de uno de sus lados que se llama eje (fig. 140).

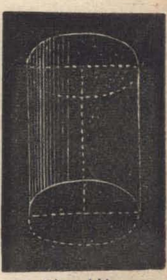


Fig. 141.

244. *Altura del cilindro* es la perpendicular bajada á una de sus bases ó á su prolongación, desde un punto cualquiera de la base opuesta.

245. *Cilindro recto* es el que tiene el eje perpendicular á las bases (fig. 141).

246. *Cilindro oblicuo* es el que tiene el eje oblicuo á las bases (fig. 142).

247. El *área total de un cilindro* es igual al producto de la circunferencia de su base por su lado ó altura. La fórmula es $2 \pi R L$.

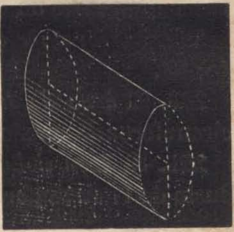


Fig. 142.

248. El *área total de un cilindro* se halla agregando á la lateral la de las bases.

249. *Esfera* es un cuerpo terminado por una superficie curva, cuyos puntos equidistan todos de uno interior llamado centro. Se considera engendrada por la revolución de un semicírculo al rededor del diámetro (fig. 143).

250. *Eje de la esfera* es el diámetro sobre el cual se considera girando.

251. *Polos* son los extremos del eje.

252. *Radio* es toda recta que une el centro de la esfera con un punto cualquiera de la superficie.

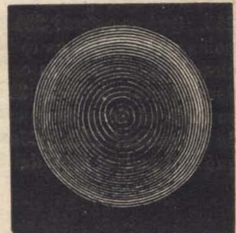


Fig. 143.

253. *Diámetro* es toda recta que pasando por el centro de la esfera, une dos puntos opuestos de la superficie.

254. *Círculo máximo de la esfera* es el que la divide en dos partes iguales, llamadas hemisferios.

255. *Zona* es la parte de la esfera comprendida entre dos círculos paralelos.

256. *Sector esférico* es la parte de la esfera que se considera formada por la revolución de un sector de círculo.

257. *Casquete esférico* es la parte de esfera que tiene por base un círculo menor.

258. El *área de la esfera* es igual al producto de su circunferencia máxima por su diámetro, ó bien, á cuatro veces el área de un círculo máximo.

259. La *fórmula del área de la esfera* es igual á $4 \pi R^2$.

260. El *área de la zona* es igual al producto de su circunferencia máxima por su altura.

261. El *área del casquete esférico* es igual al producto de la circunferencia máxima por su altura.

CUESTIONARIO

231. ¿Cuáles son los cuerpos redondos? **232.** ¿Qué es cono? **233.**¿Qué es el eje de cono? **234.** ¿Cuál es la altura del cono? **235** ¿Qué es generatriz? **236.** ¿Qué es cono recto? **237.** ¿Cono oblicuo? **238.** ¿Qué es trozo de cono, ó cono truncado? **239.** ¿Cómo se halla el área lateral del cono? **240.** ¿Cómo se halla el área total del cono? **241.** ¿Cómo se halla el área lateral de un trozo de cono de bases paralelas? **242.** ¿Cómo se halla el área total? **243.** ¿Qué es cilindro? **244.** ¿Cuál es la altura del cilindro? **245.**¿ Qué es cilindro recto? **246.** ¿Cilindro oblicuo? **247.** ¿Cómo se halla el área lateral de un cilindro? **248.** ¿Cómo se halla el área lateral de un cilindro? **249.** ¿Qué es esfera? **250.** ¿Qué es eje de la esfera? **251.** ¿Qué son polos? **252.** ¿Qué es radio? **253.** ¿Qué es diámetro? **254.** ¿Qué es circulo máximo de la esfera? **255.** ¿Qué es zona? **256.** ¿Á qué se llama sector esférico? **257.** ¿Qué es casquete esférico? **258.** ¿Cómo se halla el área de la esfera? **259.** ¿Cuál es la fórmula del área de la esfera? **260.** ¿Cómo se halla el área de la zona? **261.** ¿Á qué es igual el área del casquete esférico?

CAPÍTULO XVI

VOLUMEN DE LOS CUERPOS

262. *Volumen* de un cuerpo es la medida del espacio que ocupa.

263. *Para medir el volumen de los cuerpos,* se toma por unidad de medida un cubo cualquiera de dimensiones conocidas, y se averigua cuántas veces está contenido en ellos.

264. El *volumen de un paralelepípedo cualquiera* es igual al producto del área de su base por su altura.

265. El *volumen de un prisma cualquiera* es igual al producto del área de la base por su altura.

266. El *volumen de una pirámide cualquiera* es igual al producto del área de su base por el tercio de su altura.

267. El *volumen de un poliedro cualquiera* se halla descomponiéndolo en otros poliedros, cuyo volumen pueda determinarse por las reglas anteriores y sumando después los volúmenes de estos poliedros parciales.

268. El *volumen de un poliedro regular* es igual al tercio del producto de su área por su apotema.

269. El *volumen de la pirámide truncada* es la diferencia que hay entre el volumen de la pirámide total y el de la pirámide deficiente. Como no es posible hallar el volumen de la pirámide total, el del cono ni el de la pirámide y el cono deficiente, sin saber las alturas, es necesario hallarlas por medio de las siguientes fórmulas

Altura de la pirámide total: $\frac{A\,J}{L\text{-}J}$. Altura de la pirámide deficiente: $\frac{A\,L}{L\text{-}J}$. Altura del cono total: $\frac{A\,R}{R\text{-}r}$. Altura del cono deficiente: $\frac{A\,r}{R\text{-}r}$.

Siendo A la altura del trozo de pirámide ó cono, L el lado de la base de la pirámide y J el lado homólogo de su sección, R el radio de la base del cono, *r* el radio de la sección del cono.

270. El *volumen del cono* es el producto del área del círculo de su base por el tercio de su altura. La fórmula es la siguiente: $\frac{1}{3} \pi R^2 A$.

271. El *volumen del cono truncado* es igual á la diferencia que hay entre el cono total y el cono deficiente.

272. El *volumen del cilindro* es igual al producto del área de su base por su altura. La fórmula del volumen del cilindro es la siguiente: $\pi R^2 A$.

273. El *volumen de la esfera* es igual al producto de su área por el tercio del radio. La fórmula del volumen de la esfera es $\frac{4}{3} \pi R^2$.

274. El *volumen del sector esférico* es igual al producto de la superficie de su casquete por un tercio de su radio.

275. El *volumen de la zona* se halla averiguando el volumen de toda la esfera, y restando el de los segmentos que la forman: la diferencia expresará el volumen de la zona.

CUESTIONARIO

262. ¿Qué es volumen? **263.** ¿Cómo se mide el volumen de los cuerpos? **264.** ¿El de un paralelepípedo? **265.** ¿Cómo se halla el volumen de un prisma cualquiera? **266.** ¿Cuál es el volumen de una pirámide cualquiera? **267.** ¿Cómo se halla el volumen de un poliedro cualquiera? **268.** ¿Cómo se halla el volumen de un poliedro regular? **269.** ¿Cómo se halla el volumen de la pirámide truncada? **270.** ¿Cuál es el volumen del cono? **271.** ¿El del cono truncado? **272.** ¿Cómo se halla el volumen del cilindro? **273.** ¿A qué es igual el volumen de la esfera? **274.** ¿Cómo se encuentra el volumen del sector esférico? **275.** ¿Cómo se halla el volumen de la zona?

ÍNDICE

GEOMETRÍA DEL ESPACIO

LIBROS

DE

PRIMERA Y SEGUNDA ENSEÑANZA

QUE SE HALLAN EN VENTA EN LA MISMA LIBRERÍA

	$ m/n
Trozos escogidos en prosa y verso de los mejores autores nacidos en la América, por *M. Coronado*, 2 tomos encartonados................................	1.60
El Tempe Argentino. Descripción amena de paisajes nacionales, con grabados. Libro de lectura por *M. Sastre*, 1 tomo encartonado................................	0.60
Elementos de literatura, con bellos ejemplos tomados de escritores sud-americanos y argentinos, par *G. Uriarte*, 1 tomo encartonado................................	0.40
Anagnosia. El mejor método para aprender á leer, 3 cuadernos, por *M. Sastre*................................	0.36
Selección de lectura para la niñez, por *M. Sastre*, 1 tomo encartonado................................	0.20
El tesoro de la infancia, ó sea libro de lectura moral é instructiva, con ejemplos de diversos caracteres de letras, 1 tomo encartonado................................	0.20
Consejos de oro sobre la educación, dirigidos á las madres de familia y á los institutores, por *M. Sastre*, 1 tomo con grabados, encartonado................................	0.40
Curso sumario MORAL, extractado de las lecciones dadas en la Escuela Normal, por *F. Martín y Herrera*, 1 tomo encartonado................................	0.50
Curso elemental DE HISTORIA ARGENTINA, arreglado para uso de los Colegios Nacionales y Escuelas Normales, con notas críticas y de interés para los profesores y alumnos, por *B. T. Martínez*, 2 tomos. Rústica................................	1.00

	$ m/n
Nociones DE HISTORIA ARGENTINA para los grados de las Escuelas elementales, por *B. T. Martinez*, 1 tomo en rústica.	0.25
Compendio DE HISTORIA ARGENTINA, desde el descubrimiento de América hasta 1862, con retratos, por *C. L. Fregeiro*, 1 tomo encartonado................................	0.60
Vidas DE ARGENTINOS ILUSTRES, por *C. L. Fregeiro*, texto de lectura en prosa y en verso, 1 tomo en rústica......	0.30
El Argentino, contiene: los acontecimientos notables de la historia argentina hasta nuestros días, con paisajes, batallas y retratos, por *M. A. Pelliza*. 1 tomo encartonado..	0.50
Catecismo DE HISTORIA ARGENTINA, desde el descubrimiento de América hasta nuestros días, por *S. Estrada*, con rasgos biográficos y retratos de Liniers, Belgrano, San Martin, Moreno, Rivadavia, Brown, Dorrego y Rosas, 1 tomo encartonado....................................	0.40
Compendio DE HISTORIA ARGENTINA, desde el descubrimiento hasta nuestros días, con retratos y un mapa histórico, por *N. Larrain*, 1 tomo encartonado..........................	0.60
Manual DEL CIUDADANO ARGENTINO, ó sea instruccion cívica para uso de las Escuelas. Contiene la Constitución Argentina; 1 tomo encartonado..............................	0.40
Compendio DE INSTRUCCION CÍVICA, aumentado con el sistema de gobierno de las principales naciones del mundo y el texto íntegro de la Constitución Argentina, 1 tomo en rústica..	0.40
Curso gradual DE GRAMÁTICA CASTELLANA, adaptado al programa general del ramo en los Colegios Nacionales, por *Isaac Larrain*, 1 tomo encartonado......................	1.20
Epitome DE GRAMÁTICA CASTELLANA, por los "Hermanos de las Escuelas cristianas", 1 tomo encartonado...........	0.25
Prontuario DE ORTOGRAFÍA de la lengua castellana, por la "Real Academia Española", 1 tomo en rústica..........	0.20
Compendio DE GRAMÁTICA CASTELLANA, compuesto y arreglado á las doctrinas de la gramática de Andrés Bello, por *Olegario Reyes*, 1 tomo encartonado....................	0.50
Lecciones DE GRAMÁTICA CASTELLANA, para uso de las escuelas, por *M. Sastre*, 1 tomo en 12°, encartonado..........	0.30
Lecciones DE LENGUA NACIONAL, arregladas al programa de	

	$ m/n
las Escuelas comunes para los cinco grados de enseñanza, 1 tomo encartonado..	0.30
Compendio DE GRAMÁTICA DE LA LENGUA CASTELLANA, con un metodo de análisis gramatical y lógico, par los "Hermanos de las Escuelas cristianas" 1 tomo, encartonado..........	1.00
Lecciones DE GEOGRAFÍA arregladas al programa de las Escuelas comunes, ilustradas con mapas y figuras (abarca los cinco grados de enseñanza) por *B. T. Martínez*, 1 tomo encartonado..	1.50
Lecciones DE GEOGRAFÍA ARGENTINA, arregladas para el grado superior de las Escuelas comunes, Escuelas normales y colegios nacionales, por *B. T. Martínez*, 1 tomo encartonado..	0.80
Breves elementos DE GEOGRAFÍA, para uso de las Escuelas, por *M. A. Pelliza*, un tomo encartonado..............	0.25
Lecciones DE GEOGRAFÍA: introducción al primer libro de Smith, por *M. Sastre*. Contiene dos mapas ilustrados, 1 tomo encartonado..	0.30
Geografia antigua, para uso de los Colegios nacionales, por *B. T. Martínez*, en rústica...........................	0.40
Elementos DE GEOGRAFÍA, por *A. Smith*, adornados con 10 mapas y 1 cuadro de banderas, 1 tomo encartonado..	0.60
Lecciones DE ARITMÉTICA, para uso de las Escuelas primarias, por *M. Sastre*, 1 tomo en rústica................	0.20
Nociones ELEMENTALES DE ÁLGEBRA, arregladas para uso de las Escuelas normales, colegios nacionales y particulares, con problemas fáciles, por *F. Canale*, 1 tomo encartonado.	0.75
Curso METÓDICO DE DIBUJO LINEAL, con 307 grabados en el texto, por *F. Canale*, 1 tomo encartonado.............	1.50
Cuadernos DE DIBUJO LINEAL, arreglados al programa de las Escuelas comunes para los cuatro grados, por *Juan Tufro* y *L. Gilardón*, 4 cuadernos.......................	0.60
Lecciones DE GEOMETRÍA adornadas con 193 figuras intercaladas en el texto par *B. T. Martínez*..................	0.30
Curso TEÓRICO PRÁCTICO de contabilidad, lecciones dadas en la Escuela Normal de Maestros, por *F. Martín y Herrera*, y compiladas y ejemplificadas por A. *Bergalli*, 1 tomo encartonado..	1.80

$ m/n

Catecismo CATÓLICO DE RELIGIÓN Y MORAL, adaptado al sistema gradual de enseñanza que se usa en las Escuelas públicas y á los progresos de la instrucción. Rústica........... 0.15

Compendio DE HISTORIA SAGRADA para uso de las casas de educación, ilustrado con 27 figuras, 1 tomo encartonado. 0.40

Catecismo DE LA DOCTRINA CRISTIANA, por el P. Astete, arreglado á la forma de diálogo-expositivo, por *M. Sastre*, en rústica.. 0.08

Catecismo DE LA DOCTRINA CRISTIANA, abreviado, por el Illmo. *Claret*, en rústica.............................. 0.08

Lecciones DE MORAL, arregladas al programa oficial de las escuelas comunes, 1 tomo encartonado.................. 0.30

Método ECLÉCTICO DE ESCRITURA INGLESA, para enseñar à Escribir sin ser calígrafo y reformar la letra sin maestro, por *M. Sastre*. (5 cuadernos)............................ 0.25

Respuestas AL PROGRAMA DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO, ó sea, breves nociones de aritmética, lengua nacional, geometría, lecciones sobre objetos, geografía y música. Rústica..... 0.15

Nuevo curso DE IDIOMA FRANCÉS, según el sistema Robertson, para el uso de las casas de educación, dedicado á las Escuelas sud-americanas por el *Dr. D. Eusebio de Bedoya*, miembro del Congreso Científico de Francia y de varias otras Sociedades Científicas y Literarias, 4ª edición, aumentada con una importante aplicación al método ; obra adoptada como texto de enseñanza para los Colegios Nacionales de la República Argentina. Un tomo en 8° de 334 páginas, encartonado.............................. 1.50

Paris. — Tip. Garnier hermanos, 6, rue des Saint-Pères. — 99.

DE VENTA EN LA MISMA LIBRERÍA

	$ m/m
Lecciones de Botánica, ilustradas con 48 grabados intercalados en el texto, por *Francisca Soler de Martínez*, 1 tomo en 12°. Encartonado	0.50
Lecciones de Zoología, ilustradas con 106 grabados intercalados en el texto, por *F. S. de Martínez*, 1 tomo en 12°. Encartonado....	0.50
Lecciones de Higiene, arregladas al programa oficial de las escuelas comunes, por *F. S. de Martínez*, 1 tomo en 12°. Encartonado....	0.30
Lecciones de mineralogía y geología, arregladas al programa oficial de las escuelas comunes, ilustradas con numerosos grabados intercalados en el texto, por *F. S. de Martínez*, 1 tomo en 12°. Encartonado	0.60
Programa de lecciones sobre objetos, arregladas por *Vicente R. Ferrer*, 1 tomo en 12°, ilustrado con 40 grabados intercalados en el texto. Encartonado....................................	0.40
Lecciones sobre objetos y educación para guía de las maestras y madres de familia, con 2 figuras importantes, por *Marcos Sastre*, 1 tomo en 8°. Encartonado	1.20
Lecciones de teoría musical, arregladas para las escuelas comunes, por *F. S. de Martínez*. Rústica....................................	0.40
Curso de dibujo natural y de adorno; consta de 8 cuadernos con modelos de paisajes, flores, frutas y dibujo natural par la Señora *Maglia de Ponzini*. Precio de cada cuaderno....................	0.50
Lecciones de Anatomía, ilustradas con 7 figuras, por *F. S. de Martínez*, 1 tomo en 12°, encartonado	0.35
Lecciones de Fisiología arregladas al progarma oficial de las escuelas comunes por *F. S. de Martínez*, 1 tomo en 12°. Encartonado	0.40

Tipografía de GARNIER hermanos, 6, Rue des Saints-Pères, Paris.