



6  
L

BIBLIOTECA DE LOS NIÑOS. 256

426

A-11  
89

COMPENDIO  
DE GEOMETRÍA

CON NOCIONES DE TOPOGRAFÍA  
PARA USO DE LAS ESCUELAS PRIMARIAS.

POR

DON ANTONIO VALCARGEL,

Y D. R. S.



7.ª EDICION CORREGIDA.

6802



MADRID:

Librería é Imprenta

DE

GREGORIO HERNANDO,

BUENOS AIRES:

Librería y Papelería «La Publicidad»

DE

MANUEL RENÉ, 1123

42, Calle del Perú, 42.

*Es propiedad.*  
*Todos los ejemplares llevan una contraseña.*

---

Este librito es uno de los compuestos y publicados en 1835 por los señores D. Rafael Sanchez Cumplido y D. Antonio Valcárcel, con la denominación de BIBLIOTECA DE LOS NIÑOS. Representando la Casa de Hernando, los derechos del Sr. Valcárcel á esta publicación, solo pondrá el nombre de este autor en las ediciones que necesite hacer de dichas obras, así como el Sr. Sanchez Cumplido, solo pondrá el suyo en sus nuevas ediciones, pues así lo hemos acordado en este día los dos coparticipes á esta Biblioteca. Esta nota irá inserta en todos los citados libros, y se consideraran como furtivos los que no la llven. Madrid 15 de Noviembre de 1876.—Rafael Sanchez Cumplido.—Gregorio Hernando.

## AL LECTOR.

---

La doctrina contenida en este compendio puede dividirse en tres partes principales: 1.<sup>a</sup>, propiedades de las líneas, de las figuras planas y de los cuerpos sólidos; 2.<sup>a</sup>, modo de hallar las áreas de las figuras planas, y de las caras ó superficies de los cuerpos sólidos; 3.<sup>a</sup>, modo de hallar el volúmen de estos mismos cuerpos.—Por eso definimos la Geometría diciendo que es *la ciencia que nos enseña las propiedades de las figuras y la medida de su extension*. Hemos prescindido absolutamente de las demostraciones, porque semejantes razonamientos, tan encadenados y rigurosamente lógicos, sobre ser bastante áridos y abstractos para la generalidad de los niños, son muy superiores á sus fuerzas intelectuales.

Las demostraciones son de suma importancia cuando tienen por objeto hacer que el discípulo forme un íntimo convencimiento de las verdades matemáticas, y educar y robustecer su juicio y su raciocinio; en una palabra, cuando se trata de enseñar á discurrir; porque las demostraciones no son otra cosa que la aplicacion de la Lógica á las matemáticas. Pero cuando el objeto es sólo enseñar la ciencia, entónces las demostraciones fatigan, entorpecen, son inútiles. El profesor dice á un dis-

cipulo que los *ángulos opuestos por el vértice son iguales*, y despues que se cansa en demostrar esta verdad, el alumno no sabe más que lo que ántes sabía; porque la demostracion no añade ninguna idea nueva; forma sí el convencimiento, pero no aumenta ciencia.

El que sólo necesite las matemáticas para saber aplicar á las artes, á la industria y á la astronomía las verdades de la ciencia, para nada necesita las demostraciones. Guárdense estas para el sabio que sólo por una serie de racionios puede llegar al descubrimiento de nuevas verdades.

Acaso parezca á algunos este compendio demasiado extenso para niños; pero esto no puede ser un obstáculo para su enseñanza, puesto que estando dividido en lecciones, el profesor puede suprimir las que no crea compatibles con el estado y capacidad de sus alumnos.

En cuanto á los sólidos geométricos, convendría que el profesor tuviese un juego de ellos para hacer más intuitiva la enseñanza; y si quiere él mismo construirlos, no tiene más que estudiar su desarrollo en nuestro tratado de dibujo lineal. Se desarrollan sobre un carton ó cartulina, despues se recortan los contornos, y doblándolos por las líneas que representan las aristas, se van pegando estas con engrudo por medio de una tira estrecha de papel.

# NOCIONES DE GEOMETRÍA.

## Leccion primera.

Cuerpo es todo lo que ocupa un lugar en el espacio infinito.

Superficie es el límite ó contorno de los cuerpos.

Línea es la interseccion de dos superficies.

Punto es la interseccion de dos líneas.

*Qué es cuerpo?—Qué es superficie?—Qué es línea?—Qué es punto?*

## Leccion 2.ª

Figura es la diversa forma que puede tener un cuerpo, una superficie ó una línea.

Extension es la magnitud relativa de un cuerpo, de una superficie ó de una línea.

Volúmen es la extension de un cuerpo.

Area es la extension de una superficie.

Longitud es la extension de una línea.

*Qué es figura?—Qué es extension?—Qué es volúmen?—Qué es área?—Qué es longitud?*

## Leccion 3.ª

Geometría es la ciencia que nos enseña las propiedades de las figuras, y la medida de su extension.

Figuras iguales son las que sobrepuestas se confunden.

Figuras equivalentes son las que tienen igual extension pero distinta forma.

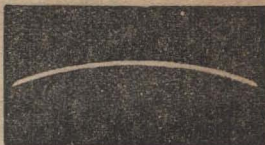
Figuras semejantes son las que tienen igual forma, pero distinta extensión.

*Qué es Geometría?—Qué son figuras iguales?—Qué son figuras equivalentes?—Qué son figuras semejantes?*

Fig. 1.



Fig. 2.



#### Leccion 4.ª

Línea recta, ó simplemente recta (fig. 1), es la más corta distancia entre dos puntos.

El centro de una recta es el punto que la divide en dos partes iguales.

Línea curva, ó simplemente curva (fig. 2), es la que no tiene todos sus puntos en una misma dirección.

Superficie plana, ó simplemente plano, es la que coincide con todos los puntos de una recta, colocada en dos distintas direcciones.

*Qué es línea recta?—Cuál es el centro de la línea recta?—  
Qué es línea curva?—Qué es superficie plana?*

#### Leccion 5.ª

Superficie curva es la que no coincide con todos los puntos de una línea recta.

Fig. 3.

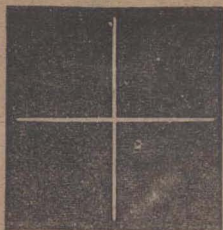


Fig. 4.



Línea vertical de un punto cualquiera de la tierra, es la dirección de la plomada (1) en el mismo punto.

Rectas perpendiculares entre sí (fig. 3), son las que se cruzan sin inclinarse más á un lado que á otro.

*Qué es superficie curva?—Qué es línea vertical?—Qué son rectas perpendiculares?*

Fig. 5.



### Leccion 6.<sup>a</sup>

Rectas oblicuas entre sí (fig. 4), son las que se cruzan inclinándose más á un lado que á otro.

Línea horizontal de un punto cualquiera de la tierra es la perpendicular á la vertical del mismo punto.

Rectas paralelas (fig. 5), son dos ó más rectas que, situadas sobre un plano, tienen todos sus puntos á igual distancia, y aun cuando se las prolongue nunca se juntan.

---

(1) La plomada es la dirección que toma un hilo suspendido por un extremo, y que lleva un peso cualquiera en el otro extremo.



Qué son rectas oblicuas?—Qué es línea horizontal?—Qué son rectas paralelas?

Fig. 6.

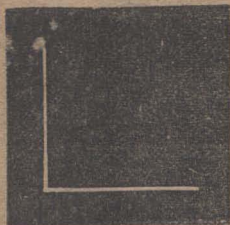
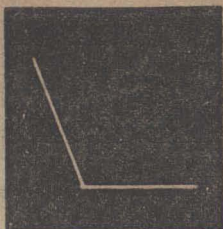


Fig. 7.

Leccion 7.<sup>a</sup>

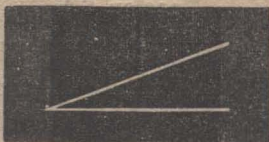
Angulo es la abertura de dos líneas que se juntan en un punto, llamado vértice. Las líneas se llaman lados del ángulo.

Hay tres clases de ángulos: recto, obtuso y agudo.

Angulo recto (fig. 6), es el que tiene sus lados respectivamente perpendiculares.

Angulo obtuso (fig. 7), es el que está más abierto que el recto. †

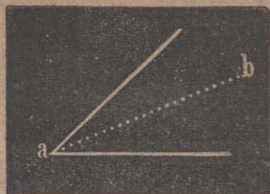
Fig. 8.



Angulo agudo (fig. 8), es el que está más cerrado que el recto.

Dos ó mas ángulos son iguales cuando tienen la misma abertura.

Fig. 9.



Bisectriz de un ángulo (fig. 9), es la recta que sale del vértice y le divide en dos partes iguales. Tal es la línea *a b*.

---

*Qué es ángulo?—Cuántas clases hay de ángulos?—Qué es ángulo recto?—Qué es ángulo obtuso?—Qué es ángulo agudo?—Dos ó más ángulos, ¿cuándo serán iguales?—Qué es bisectriz de un ángulo?*

### Lección 8.<sup>a</sup>

Figura plana es un plano terminado por líneas, que toman el nombre de lados.

Perímetro es el conjunto de líneas ó lados que cierran una figura plana.

Triángulo es una figura plana de tres lados.

Atendiendo á los ángulos hay tres clases de triángulos, que son: rectángulo, obtusángulo y acutángulo.

---

*Qué es figura plana?—Qué es perímetro ó contorno?—Qué es triángulo?—Atendiendo á los ángulos, ¿cuántas clases hay de triángulos?*

Fig. 10.

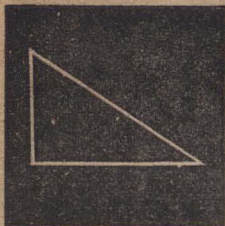


Fig. 11.

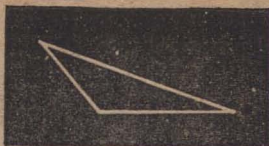


Fig. 12.



### Leccion 9.<sup>a</sup>

Triángulo rectángulo (fig. 10), es el que tiene un ángulo recto.

Triángulo obtusángulo (fig. 11), es el que tiene un ángulo obtuso.

Triángulo acutángulo (fig. 12), es el que tiene los tres ángulos agudos.

En el triángulo rectángulo el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa, y los otros dos lados, catetos; distinguiéndose el más largo con el nombre de cateto mayor, y el otro de cateto menor.

*Qué es triángulo rectángulo?—Qué es triángulo obtusángulo?—Qué es triángulo acutángulo?—Cómo se llaman los lados del triángulo rectángulo?*

### Leccion 10.

Atendiendo á los lados hay tres clases de triángulos, que son: equiláteros, isósceles y escalenos.

Fig. 13.

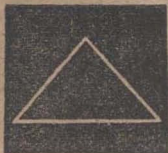


Fig. 14.

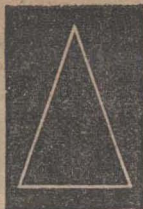
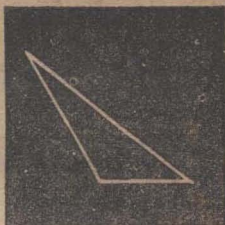


Fig. 15.



Triángulo equilátero (fig. 13), es el que tiene sus tres lados iguales.

Triángulo isósceles (fig. 14), es el que solo tiene dos lados iguales.

Triángulo escaleno (fig. 15), es el que tiene sus tres lados desiguales.

Base de un triángulo es cualquier lado que se tome como tal. La base del triángulo isósceles es el lado desigual.

Altura de un triángulo es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongacion desde el vértice opuesto.

*Atendiendo á los lados, ¿cuántas clases hay de triángulos?  
 —Qué es triángulo equilátero?—Qué es triángulo isósceles?  
 —Qué es triángulo escaleno?—Qué es base de un triángulo?  
 —Qué es altura de un triángulo?*

## Leccion 11.

Cuadrilátero es una figura plana de cuatro lados.

Los cuadriláteros se dividen en paralelógramos, y no paralelógramos.

Cuadriláteros paralelógramos son los que tienen sus lados paralelos dos á dos.

Cuadriláteros no paralelógramos son los que no tienen sus lados paralelos dos á dos.

Los cuadriláteros paralelógramos son: el rombo, el romboide, el rectángulo y el cuadrado.

*Qué es cuadrilátero?—En qué se dividen los cuadriláteros?—Qué son cuadriláteros paralelógramos?—Qué son cuadriláteros no paralelógramos?—Cuáles son los cuadriláteros paralelógramos?*

Fig. 16.



Fig. 17.



## Leccion 12.

El rombo (fig. 16), tiene sus ángulos iguales dos á dos, y sus lados iguales entre sí.

El romboide (fig. 17), tiene sus ángulos y lados iguales dos á dos.

El rectángulo (fig. 18), tiene sus ángulos iguales entre sí, y sus lados iguales dos á dos.

El cuadrado (fig. 19), tiene sus ángulos y lados iguales entre sí.

*Decid las propiedades del rombo.—Decid las propiedades del romboide.—Decid las propiedades del rectángulo.—Decid las propiedades del cuadrado.*

Fig. 18.



Fig. 19.

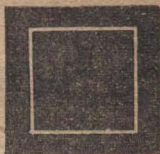


Fig. 20.



Fig. 21.



### Leccion 13.

Los cuadriláteros no paralelógramos son: el trapezio y el trapezoide.

El trapezio (fig. 20), tiene sólo dos lados paralelos.

El trapezoide (fig. 21), no tiene ningun lado paralelo.

Base de un paralelógramo es cualquier lado que se toma como tal.

Altura de un paralelógramo es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongacion desde un punto cualquiera del lado opuesto.

Bases del trapezio son los dos lados paralelos.

Altura del trapezio es la perpendicular bajada desde una base á la otra.

*Cuales son los cuadriláteros no paralelógramos?—Decid las propiedades del trapecio.—Decid las propiedades del trapezoide.—Qué es base de un paralelógramo?—Qué es altura de un paralelógramo?—Qué son bases del trapecio?—Cuál es la altura del trapecio?*

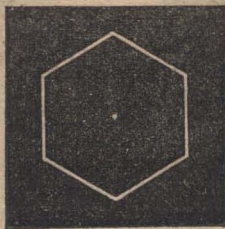
### Leccion 14.

Polígono es una figura plana terminada por más de cuatro lados (1).

El polígono de 5 lados, se llama pentágono; de 6, exágono; de 7, eptágono; de 8, octógono; de 9, eneágono; de 10, decágono; de 11, undecágono; de 12, dodecágono; y en general, si tiene más de doce lados, se dice polígono de 14, 20 ó 30 lados.

*Qué es polígono?— Qué nombre toman los poligonos segun el número de sus lados?*

Fig. 22.



### Leccion 15.

Polígono regular (fig. 22), es el que además de tener lados y ángulos iguales, tiene tambien un punto interior á igual distancia de todos los vértices, llamado *centro del polígono*.

(1) Tanto los triángulos como los cuadriláteros se llaman tambien poligonos de 3 y 4 lados.

Radio recto ó apotema de un polígono regular, es la recta que une el centro del polígono con el centro de cualquiera de sus lados.

Radio oblicuo de un polígono regular, es la recta que une el centro del polígono con cualquiera de sus vértices.

—

*Qué es polígono regular?—Qué es radio recto ó apotema?  
—Qué es radio oblicuo?*

Fig. 23.

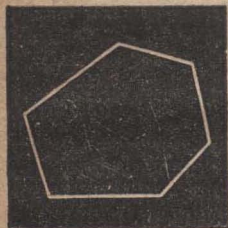
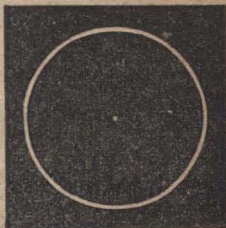


Fig. 24.



### Leccion 16.

Polígono irregular (fig. 23), es el que no tiene iguales los ángulos ni los lados.

Diagonal de un polígono, es la recta que va de un vértice á otro no contiguo.

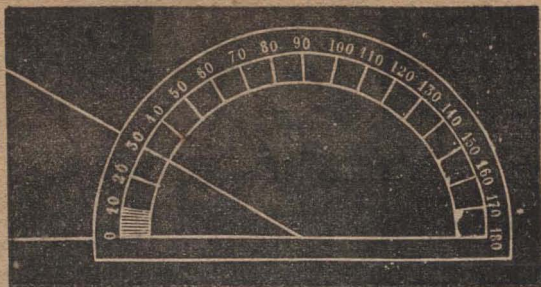
Circunferencia (fig. 24), es una línea curva cerrada, que situada sobre un plano, tiene todos sus puntos á igual distancia de otro interior llamado centro.

—

*Qué es polígono irregular?—Qué es diagonal de un polígono?—Qué es circunferencia?*



Fig. 25.



## Leccion 17.

Toda circunferencia se considera dividida en 360 partes iguales, que se llaman grados. Cada grado en 60 partes, que se llaman minutos. Cada minuto en 60 partes, que se llaman segundos, etc.

Medir un ángulo es colocar su vértice en el centro de un semicírculo graduado (fig. 25), y ver los grados que abarcan sus lados. El ángulo de 90 grados es el ángulo recto.

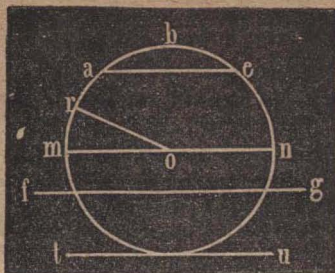
La suma de todos los ángulos de un polígono vale tantas veces dos rectos como lados menos dos tiene el polígono.

Para averiguar el valor del ángulo de cualquier polígono regular, se halla la suma de todos, y se divide por el número de ellos.

—

*Cómo se considera dividida toda circunferencia?—Qué es medir un ángulo?—Cuánto vale la suma de todos los ángulos de un polígono?—Cómo se averigua el valor del ángulo de cualquier polígono regular?*

Fig. 26.



## Leccion 18.

Arco (fig. 26), es una porcion cualquiera de circunferencia. Tal es el *a b c*.

Círculo es el plano cerrado por la circunferencia.

Radio es la recta que va desde el centro á cualquier punto de la circunferencia. Tal es *o r*.

Diámetro es la recta que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. Tal es *m n*.

—

*Qué es arco?—Qué es círculo?—Qué es radio?—Qué es diámetro?*

## Leccion 19.

Cuerda es la recta que une dos puntos de la circunferencia sin pasar por el centro. Tal es la *a c*.

Tangente es la recta que no toca más que en un punto de la circunferencia, aun cuando no se prolongue por ambos extremos. Tal es la *t u*.

Secante es la recta que divide en dos partes la circunferencia, saliéndose fuera. Tal es la *f g*.

—

*Qué es cuerda?—Qué es tangente?—Qué es secante?*

Fig. 27.

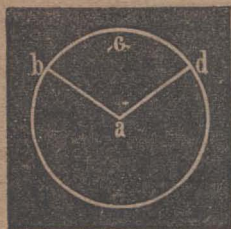
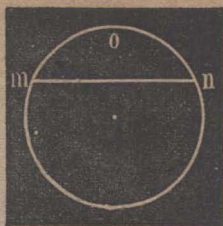


Fig. 28.

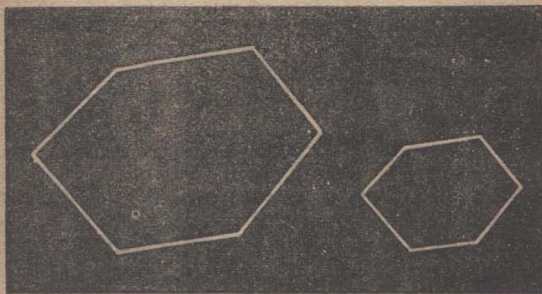


## Leccion 20.

Sector del círculo (fig. 27), es la porcion de círculo comprendida entre dos radios y su arco. Tal es  $a b c d$ .

Segmento de círculo (fig. 28), es la porcion de círculo comprendida entre una cuerda y su arco. Tal es  $m n o$ .

Fig. 29.



Dos figuras semejantes (fig. 29), tienen sus ángulos respectivamente iguales.

*Qué es sector de círculo?—Qué es segmento de círculo?—  
Dos figuras semejantes, ¿cómo tienen los ángulos?*

### Leccion 21.

Los lados homólogos de dos triángulos semejantes son los opuestos á los ángulos iguales.

Los lados homólogos de dos polígonos semejantes son los que forman los ángulos iguales.

La relacion que hay entre dos rectas se averigua buscando otra tercera que esté contenida en ambas un número exacto de veces (1).

*Cuales son los lados homólogos de dos triángulos semejantes?—Cuales son los lados homólogos de dos polígonos semejantes?—Cómo se averigua la relacion que hay entre dos rectas?*

### Leccion 22.

La relacion que haya entre dos lados homólogos de dos figuras semejantes, esa misma habrá entre los demás lados homólogos de dichas figuras. De donde se deduce que las figuras semejantes, además de tener sus ángulos respectiva-

---

(1) Si esta tercera línea está contenida 4 veces en la menor y 7 en la mayor, se dice que la relacion es de 4 á 7, ó que la menor es las cuatro séptimas partes de la mayor. Véase en el dibujo lineal el problema 65 que dice: «Hallar la relacion que hay entre dos rectas dadas.»

mente iguales, tienen sus lados homólogos proporcionales (1).

*Qué relación hay entre los lados homólogos de dos figuras semejantes?*

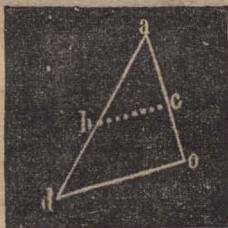
### Lección 23.

Angulo diedro es el formado por dos planos que se cortan.

Arista de un ángulo diedro es la intersección común de los planos.

El valor del ángulo diedro es igual al que forman dos rectas perpendiculares á la arista trazadas en cada uno de los planos.

Fig. 30.



(1) Si desde cualquier punto  $c$  (fig. 30) del lado de un triángulo  $a d o$  se tira una recta paralela á cualquiera de los otros lados como  $b c$ , resultará que los triángulos  $a b c$  y  $a d o$  son semejantes y podemos formar proporciones comparando los lados homólogos uno á uno, dos á dos, tres á tres, etc.

uno á uno:

$$ab : ad :: ac : ao :: bc : do$$

dos á dos:

$$ab : ac :: ad : ao$$

tres á tres:

$$ab : bc : ca :: ad : do : oa$$

*Qué es ángulo diedro?—Qué es arista de un ángulo diedro?  
—Cuál es el valor de un ángulo diedro?*

### Leccion 24.

Ángulo sólido ó ángulo poliedro) es el espacio comprendido entre varios planos que se reúnen en un punto.

Cuerpo poliedro ó simplemente poliedro) es la extensión terminada por planos.

Caras de un poliedro) son los planos que cierran su extensión.

Aristas de un poliedro) son las intersecciones de las caras adyacentes.

Poliedros regulares) son aquellos cuyas caras son polígonos regulares é iguales, y cuyos ángulos poliedros son también iguales entre sí.

*Qué es ángulo poliedro?—Qué es cuerpo poliedro?—Qué son caras de un poliedro?—Qué son aristas de un poliedro?  
—Qué son poliedros regulares?*

Fig. 31.



Fig. 32.



Fig. 33.



### Leccion 25.

Los cinco cuerpos regulares, son el tetraedro, el hexaedro, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.

El tetraedro (fig. 31), es un sólido terminado por cuatro caras triangulares é iguales.

El hexaedro ó cubo (fig. 32), es un sólido terminado por seis caras cuadradas é iguales.

El octaedro (fig. 33), es un sólido terminado por ocho caras triangulares é iguales.

Fig. 34.



Fig. 35.



Fig. 36.



El dodecaedro (fig. 34), es un sólido terminado por doce caras, cuyas caras son pentágonos regulares é iguales.

El icosaedro (fig. 35), es un sólido terminado por veinte caras triangulares é iguales.

*Cuales son los cinco cuerpos regulares?—Decid las propiedades del tetraedro.—Decid las propiedades del exaedro ó cubo.—Decid las propiedades del octaedro.—Decid las propiedades del dodecaedro.—Decid las propiedades del icosaedro.*

### Leccion 26.

Los tres cuerpos redondos son: el cono, el cilindro y la esfera.

El cono (fig. 36), es un cuerpo que tiene por base un círculo, y está terminado lateralmente por una superficie curva que acaba en un punto llamado cúspide ó vértice del cono. Se considera originado por la revolucion de un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos.

*Cuales son los tres cuerpos redondos?—Decid las propiedades del cono.*

## Leccion 27.

Eje del cono es la recta que une el vértice con el centro de la base.

Altura del cono es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongacion desde la cúspide.

Lado del cono es la recta trazada en la superficie lateral desde la cúspide hasta la base.

*Qué es eje del cono?—Qué es altura del cono?—Qué es lado del cono?*

Fig. 37.



Fig. 38.



## Leccion 28.

Cono recto es el que tiene el eje perpendicular á la base.

Cono oblicuo (fig. 37), es el que tiene el eje oblicuo á la base.

Si se corta un cono (fig. 38), con un plano paralelamente á la base, quedará dividido en dos partes: la superior se llama cono deficiente y la parte comprendida entre la seccion y la base, recibe el nombre de cono truncado, tronco ó trozo de cono.



*Qué es cono recto?—Qué es cono oblicuo?—Si se corta un cono con un plano paralelamente á la base, ¿qué resultará?*

Fig. 39.



### Leccion 29.

El cilindro (fig. 39), es un sólido cuyas bases opuestas son dos círculos iguales y paralelos, y cuya superficie lateral es redonda. Se considera originado por la revolucion de un paralelógramo rectangular sobre uno de sus lados.

—  
*Qué es cilindro?*

### Leccion 30.

Eje del cilindro es la recta que une los centros de sus bases.

Altura del cilindro es la perpendicular bajada á una de sus bases ó á su prolongacion, desde un punto cualquiera de la base opuesta.

Lado del cilindro es la recta trazada en la superficie lateral desde una base á la otra.

—  
*Qué es eje del cilindro?—Qué es altura de cilindro?—Qué es lado del cilindro?*

Fig. 40.



Fig. 41.



### Leccion 31.

Cilindro recto es el que tiene el eje perpendicular á las bases.

Cilindro oblicuo (fig. 40), es el que tiene el eje oblicuo á las bases.

La esfera (fig. 41), es un sólido terminado por una superficie curva cuyos puntos están todos á igual distancia de otro interior llamado centro. Se considera originada por el movimiento de un semicírculo que gira alrededor de un diámetro.

*Albre* ? —  
 Qué es cilindro recto?—Qué es cilindro oblicuo?—Qué es esfera?

### Leccion 32.

Eje de la esfera es el diámetro sobre el cual se considera girando.

Polos de la esfera son los extremos del eje.

Radio de la esfera es toda recta que va desde el centro á un punto cualquiera de la superficie.

Diámetro de la esfera es la recta que une dos puntos de la superficie pasando por el centro.

*Qué es eje de la esfera?—Qué son polos de la esfera?—Qué es radio de la esfera?—Qué es diámetro de la esfera?*

### Leccion 33.

(Circunferencia máxima de la esfera) es la que la divide en dos partes iguales.

(Hemisferios) son las dos mitades de la esfera separadas por una circunferencia máxima.

Zona) es la parte de esfera comprendida entre dos círculos paralelos.

*Qué es circunferencia máxima de la esfera?—Qué son hemisferios?—Qué es zona?*

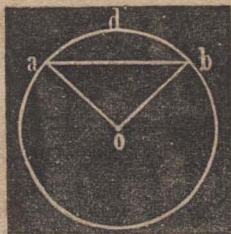
### Leccion 34.

Bases de la zona) son los círculos que la limitan.

Altura de la zona, es la perpendicular bajada desde una base á la otra.

Sector esférico, es el formado por la revolucion de un sector de círculo sobre el radio que toca en la mitad de su arco (1).

Fig. 42.



(1) El sector esférico se compone de una parte *a b o* llamada cono (fig. 42) y de otra *a b d* llamada casquete esférico. Base del casquete es el plano circular *a b* que le separa del cono. La altura del casquete es la perpendicular levantada á la base desde su centro hasta la superficie convexa.

Segmentos esféricos son las dos partes en que se divide la esfera, cuando la corta un plano sin pasar por el centro.

*Qué son bases de la zona?—Qué es altura de la zona?—Qué es sector esférico?—Qué son segmentos esféricos?*

Fig. 43.



Fig. 44.



### Leccion 35.

Prisma (fig. 43), es un poliedro que tiene dos caras opuestas iguales y paralelas, siendo las caras laterales paralelógramos.

Altura del prisma es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongacion, desde un punto cualquiera de la base opuesta.

Prisma recto es el que tiene todas sus aristas laterales perpendiculares á las bases.

*Qué es prisma?—Qué es altura del prisma?—Qué es prisma recto?*

### Leccion 36.

Prisma oblicuo (fig. 44), es el que tiene sus aristas laterales oblicuas á las bases.

Prisma regular) es todo prisma recto cuyas bases son polígonos regulares é iguales.

Eje de un prisma de bases regulares) es la recta que une los centros de sus bases.

—

*Qué es prisma oblicuo?—Qué es prisma regular?—Qué es eje de un prisma de bases regulares?*

### Leccion 37.

Si las bases del prisma son triángulos, se llama triangular; si son cuadriláteros, cuadrangular; si son pentágonos, pentagonal; y en general si son polígonos de cualquier número de lados, se llama poligonal.

Paralelepípedo, es un prisma cuyas bases son cuadriláteros paralelógramos.

Los paralelepípedos reciben los nombres de romboidal, rombooidal y rectangular, segun que la base sea un rombo, un romboide ó un rectángulo (1).

—

*Qué nombres reciben los prismas segun sus bases?—Qué es paralelepípedo?—Qué nombre reciben los paralelepípedos segun sus bases?*

---

(1) Si la base del paralelepípedo es un cuadrado, se llama paralelepípedo de base cuadrada,

Fig. 45.

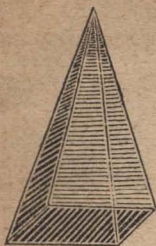
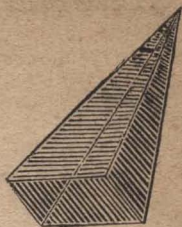


Fig. 46.



### Leccion 38.

Pirámide (fig. 45), es un poliedro que tiene por base un polígono cualquiera, y por caras laterales triángulos que terminan en un mismo punto llamado cúspide ó vértice de la pirámide.

Altura de la pirámide es la perpendicular bajada á la base ó á su prolongacion desde la cúspide.

—

*Qué es pirámide?—Qué es altura de la pirámide?*

### Leccion 39.

Apotema de la pirámide es la recta que, trazada en una de las caras laterales, baja desde la cúspide perpendicularmente al lado de lá base sobre la cual insiste dicha cara.

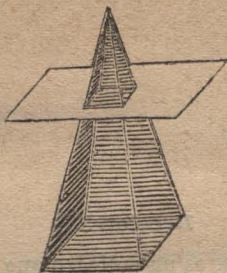
Eje de una pirámide de base regular es la recta que une el vértice con el centro de la base.

Pirámide recta es la que tiene el eje perpendicular á la base.

Pirámide oblicua (fig. 46), es la que tiene el eje oblicuo á la base.

*Qué es apotema de la pirámide?—Qué es eje de una pirámide de base regular?—Qué es pirámide recta?—Qué es pirámide oblicua?*

Fig. 47.



#### Leccion 40.

Si la base de la pirámide es un triángulo, se llama triangular; si es un cuadrilátero, cuadrangular; si es un pentágono, pentagonal; y en general si es un polígono de cualquier número de lados, se llama poligonal.

Si se corta una pirámide (fig. 47), con un plano paralelamente á la base, quedará dividida en dos partes: la superior se llama pirámide deficiente, y la parte comprendida entre la seccion y la base, recibe el nombre de pirámide truncada, tronco ó trozo de pirámide.

*Qué nombre reciben las pirámides segun sus bases?—Si se corta una pirámide con un plano paralelamente á la base, ¿qué resultará?*

### AREA DE LAS FIGURAS PLANAS.

#### Leccion 41.

Medir una línea es ver las veces que está contenida en ella otra línea que se toma por unidad.

Medir una superficie es ver las veces que está contenida en ella otra superficie cuadrada que se toma por unidad.

El área de un triángulo es la mitad del producto de la base por la altura.

El área de cualquier paralelogramo es el producto de la base por la altura.

El área del trapecio es el producto de la altura por la semisuma de las bases.

*Qué es medir una línea?—Qué es medir una superficie?—Cuál es el área del triángulo?—Cuál es el área del paralelogramo?—Cuál es el área del trapecio?*

### Lección 42.

El área de un polígono regular es la mitad del producto de la apotema por el perímetro.

El área de un polígono irregular se halla tirando diagonales desde un vértice á todos los demás no contiguos, con lo cual quedará dividido en triángulos. Se busca el área de cada triángulo, y la suma de todas ellas es el área del polígono.

El área del círculo es la mitad del producto de la circunferencia por el radio (1).

(1) Para hallar el valor de la circunferencia no hay más que medir el diámetro, y tomando una cualquiera de las relaciones conocidas entre el diámetro y la circunferencia, por ejemplo 7 : 22, se formará una proporción. Así suponiendo que el diámetro tiene 9 pulgadas de longitud diremos:

$$7 : 22 :: 9 : x.$$

De esta proporción resulta lo siguiente :

$$x = \frac{22 \times 9}{7} = 28 \frac{2}{7} \text{ pulgadas de longitud que tiene la circunferencia.}$$

También puede medirse esta verificando su desarrollo. Véase en el dibujo lineal el problema 55 que dice: «Rectificar ó desarrollar la circunferencia.»



*Cuál es el área de un polígono regular?—Cuál es el área de un polígono irregular?—Cuál es el área del círculo?*

### Lección 43.

El área de un sector de círculo es la mitad del producto del radio por su arco (1).

El área de un segmento de círculo se halla multiplicando la mitad del radio por la diferencia entre el arco y la perpendicular bajada desde un extremo del mismo arco al radio ó diámetro que pasa por el otro extremo.

Las áreas de dos polígonos semejantes son entre sí como las áreas de los cuadrados de sus lados homólogos (2).

Las áreas de dos círculos son entre sí como las áreas de los cuadrados de sus radios ó diámetros.

—

*Cuál es el área de un sector de círculo?—Cuál es el área de un segmento de círculo?—En qué relación están las áreas de dos polígonos semejantes?—En qué relación están las áreas de dos círculos?*

(1) No se puede medir el arco sin desarrollarle. Véanse en el dibujo lineal los problemas 63 y 64, que dicen: «Rectificar ó desarrollar un arco de circunferencia.»

(2) Los cuadrados de dos rectas son dos polígonos semejantes. Véase en el dibujo lineal el problema 66 que dice: «Dados dos polígonos semejantes, averiguar la relación en que están sus áreas.»

## ÁREAS DE LOS POLIEDROS.

## Leccion 44.

El área de uno cualquiera de los cinco cuerpos regulares es el área de una de sus caras, multiplicada por el número de ellas.

El área lateral de un cono recto es la mitad del producto de su lado por la circunferencia de la base.

El área lateral de un trozo de cono recto es la parte de lado interceptada entre las dos bases opuestas, multiplicada por la semisuma de las circunferencias de dichas bases.

---

*Cuál es el área de uno cualquiera de los cinco cuerpos regulares?—Cuál es el área lateral de un cono recto?—Cuál es el área lateral de un trozo de cono recto?*

## Leccion 45.

El área lateral de un cilindro recto es el producto de la circunferencia de una de sus bases por el lado del mismo cilindro.

El área de la esfera es el producto del diámetro por la circunferencia máxima.

El área de un casquete esférico es el producto de su altura por una circunferencia máxima.

---

*Cuál es el área lateral de un cilindro recto?—Cuál es el área de la esfera?—Cuál es el área de un casquete esférico?*

## Leccion 46.

El área de una zona es el producto de su altura por una circunferencia máxima.

El área lateral de un prisma es el producto de una de sus aristas por el perímetro de una seccion perpendicular á dicha arista.

El área lateral de una pirámide regular es la mitad del producto del perímetro de su base por su apotema.

—

*Cuál es el área de una zona?—Cuál es el área lateral de un prisma?—Cuál es el área lateral de una pirámide regular?*

## Leccion 47.

El área lateral de un trozo de pirámide es el producto de la parte de apotema interceptada entre las dos bases opuestas, por la semisuma de los perímetros de dichas bases.

El área de cualquier poliedro irregular es la suma de las áreas de cada una de sus caras.

—

*Cuál es el área lateral de un trozo de pirámide?—Cuál es el área de cualquier poliedro irregular?*

## VOLÚMENES DE LOS POLIEDROS.

## Leccion 48.

Medir un volúmen es ver las veces que está contenido en él, otro volúmen cúbico que se toma por unidad.

El volúmen del tetraedro, de la pirámide y del cono recto es el producto del área de la base por el tercio de la altura.

El volúmen del prisma, del cilindro recto y del cubo es el producto del área de una base por la altura.

—

*Qué es medir un volúmen?—Cuál es el volúmen del tetraedro, de la pirámide y del cono?—Cuál es el volúmen del prisma, del cilindro recto y del cubo?*

### Leccion 49.

El volúmen del octaedro es el volúmen de las dos pirámides de que consta (1).

El volúmen del dodecaedro y del icosaedro es la suma de los volúmenes de todas las pirámides de que constan (2).

El volúmen de un trozo de cono ó de un trozo de pirámide es la diferencia que hay entre el volúmen del cono ó pirámide total, y el del cono ó pirámide deficiente (3).

(1) El octaedro se compone de dos pirámides exactamente iguales, unidas por sus bases.

(2) El dodecaedro y el icosaedro se componen de tantas pirámides como caras tienen, cuyas bases son las caras, y sus alturas la mitad de la distancia que hay entre dos caras opuestas.

(3) Como no podría hallarse el volúmen del cono, ni el de la pirámide total ni el del cono y la pirámide deficiente, sin saber las alturas, es necesario hallarlas por medio de las siguientes fórmulas:

$$\text{Altura del cono total. } \frac{AR}{R-r}$$

$$\text{Altura del cono deficiente. } \frac{Ar}{R-r}$$

:

*Cuál es el volúmen del octaedro?—Cuál es el volúmen del dodecaedro y del icosaedro?—Cuál es el volúmen de un trozo de cono, ó de un trozo de pirámide?*

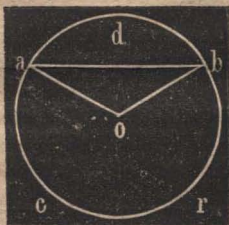
### Leccion 50.

El volúmen de la esfera es el tercio del producto de su área por el radio.

El volúmen de un sector esférico es el área de su casquete multiplicada por el tercio del radio (1).

El volúmen de una zona es el volúmen de toda la esfe-

Fig. 48.



$$\text{Altura de la pirámide total.} \frac{AL}{L-l}$$

$$\text{Altura de la pirámide deficiente.} \frac{Al}{L-l}$$

Siendo  $A$  la altura del trozo de cono ó pirámide,  $R$  el radio de la base del cono y el radio de la sección (del cono,  $L$  el lado de la base de la pirámide y  $l$  el lado homólogo de su sección.

(1) El volúmen del segmento esférico  $abd$  (fig. 48) se obtiene restando del volúmen del sector  $aobd$  el del cono  $abo$ ; y el volúmen del segmento  $abrc$  se obtiene aumentando al sector  $aobrc$  el del cono  $abo$ .

ra, ménos el volúmen de los dos segmentos esféricos que la terminan.

---

*Cuál es el volúmen de la esfera?—Cuál es el volúmen de un sector esférico?—Cuál es el volúmen de una zona?*

### Leccion 51.

Poliedros semejantes son los que están terminados por igual número de caras respectivamente semejantes, las cuales forman entre sí ángulos diedros iguales.

Los volúmenes de dos poliedros semejantes son entre sí como los cubos de sus aristas homólogas.

Los volúmenes de dos esferas son entre sí como los cubos de sus radios ó diámetros.

---

*Qué son poliedros semejantes?—En qué relacion están los volúmenes de dos poliedros semejantes?—En qué relacion están los volúmenes de dos esferas?*

# NOCIONES DE TOPOGRAFIA.

---

Topografía es la aplicación de las matemáticas á medir y representar sobre el papel una ó más partes pequeñas de la superficie de la tierra.

## DESCRIPCION DE ALGUNOS INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS.

Fig. 49.

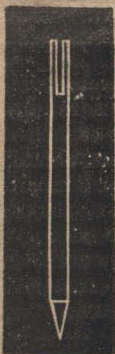


Fig. 50.



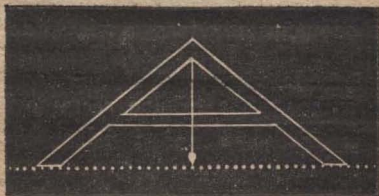
Jalones ó piquetes (fig. 49), son unos bastones de madera con punta de hierro para clavarlos en la tierra, de uno á

dos y medio metros de largo, divididos en decímetros y centímetros, y dispuestos para colocar en su parte superior un papel ó bandera, con objeto deverlos á larga distancia.

Mira (fig. 50), es un reglon de madera de 4 á 5 metros de largo, dividido en decímetros y centímetros, con una tablita que se corre arriba y abajo, y se sujeta en cualquier punto del reglon por medio de un tornillo.

Esta tablita está dividida en cuatro partes iguales que se pintan de dos distintos colores segun indica la figura.

Fig. 51.



Nivel de aplomo ó de albañil (fig. 51), es un triángulo isósceles ó escaleno, de bronce ó madera, de cuyo vértice va pendiente la plomada.—La base del triángulo estará horizontal cuando la plomada pase por el punto medio de la base. Sirve este instrumento para poner horizontalmente un plano cualquiera, pues cuando la plomada pasa por el punto medio de la base en dos direcciones del plano que se corten de cualquier modo, puede asegurarse que dicho plano está horizontal.



Fig. 52.

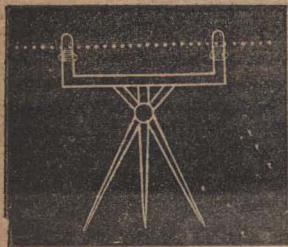
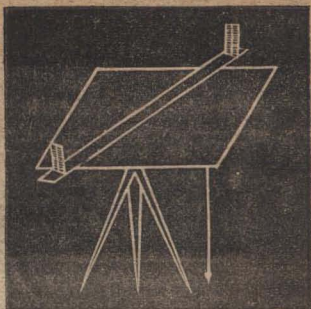


Fig. 53.



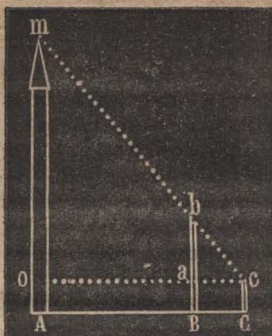
Nivel de agua (fig. 52), es un tubo de latón de 30 á 40 milímetros de diámetro, encorvado en sus extremos, donde recibe dos pequeños cilindros de vidrio de 8 á 10 centímetros de altura. Cuando está casi lleno de agua ú otro líquido cualquiera, la visual que enrasa con la superficie del líquido en ambos tubos, es una recta horizontal. Este nivel se coloca sobre un trípode para poder darle diversas posiciones.

Plancheta (fig. 53), instrumento que sirve para levantar los planos, es una tabla de 5 decímetros en cuadro poco más ó ménos, perfectamente plana por su parte superior, y colocada sobre un trípode para que pueda tomar todas las posiciones respecto al horizonte. Un perpendicular ó plomada va pendiente del tablero, sobre el cual se coloca el papel donde ha de dibujarse el plano. Acompaña á la plancheta una

Alidada que es una regla de madera ó bronce (fig. 53), con dos pínulas en los extremos en donde hay dos hendiduras muy estrechas que se corresponden, para dirigir por ellas visuales á los objetos que han de alinearse. La misma alidada sirve de regla para trazar con un lápiz en el papel las visuales que se dirigen á los diversos puntos del terreno.

## MEDICION DE ALTURAS ACCESIBLES POR SU PIÉ.

Fig. 54.



Para medir la altura de una torre  $Am$  (fig. 54), se clavan en el suelo paralelamente á ella los dos jalones  $B$  y  $C$ , á una distancia tal que la visual  $cm$  pase por el punto  $b$ . Después se marca en el jalón  $B$  una distancia  $Ba$  igual á  $Cc$ .

En seguida se dirige á la torre desde  $c$ , una visual  $co$  que pase por  $a$  con la cual resultarán los triángulos semejantes  $cab$  y  $com$ . Comparando los lados homólogos dos á dos, formaremos esta proporción:

$$ca : ab :: co : om$$

Si medimos ahora las rectas  $ca$ ,  $ab$  y  $co$ , y suponemos que la primera tiene 4 metros, la segunda 6 y la tercera 10, la proporción se convertirá en esta otra.

$$4 : 6 :: 10 : x.$$

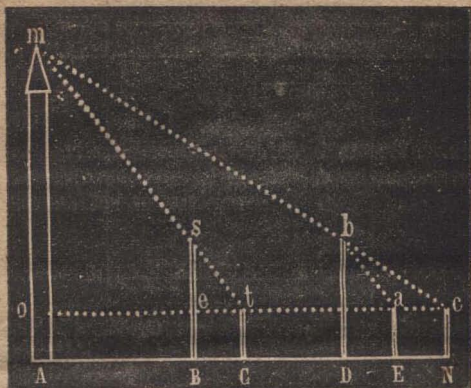
De esta nueva proporción resulta lo siguiente:

$$x = \frac{10 \times 6}{4} = 15 \text{ metros}$$

de longitud; que aumentados á la parte  $Ao$ , constituyen la altura de la torre.

## MEDICION DE ALTURAS INACCESIBLES POR SU PIÉ.

Fig. 55.



Para medir la altura  $Am$  (fig. 55), inaccesible por su pié, clavaremos como en el caso anterior los dos jalones  $B$  y  $C$ , de modo que pueda tirarse por sus extremos la visual  $tm$ . En seguida clavaremos otros dos  $D$  y  $N$ , iguales á  $B$  y  $C$ , y á una distancia tal que pueda tirarse por sus extremos la visual  $cbm$ . Despues se clava otro jalon  $E$  igual á  $N$ , de modo que la distancia  $DE$  sea igual á  $BC$ . Por los puntos  $a$  y  $t$  dirijase la visual  $co$ , únase el punto  $a$  con  $b$  por medio de la recta  $ab$ , y resultarán los triángulos semejantes  $cab$  y  $ctm$ , que darán lugar á esta proporcion:

$$ca : ab :: ct : tm$$

Midiendo las rectas  $ca$ ,  $ab$  y  $ct$ , y hallando el cuarto término de la proporcion, tendremos averiguada la longitud de la línea  $tm$ .

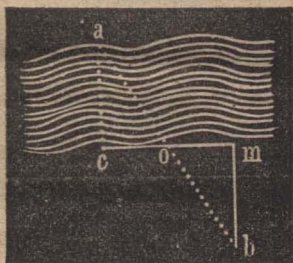
Ahora no hay más que formar con los triángulos semejantes *tes* y *tom* esta segunda proporción:

$$ts : se :: tm : mo$$

Como por la primera proporción teníamos ya averiguada la longitud de *tm*, bastará medir ahora las líneas *ts* y *se*, y hallar el cuarto término de esta última que nos dará la altura de *om*, á la cual habrá que añadir la parte *Ac* que es igual á uno de los jalones pequeños.

### MEDICION DE RIOS.

Fig. 56.

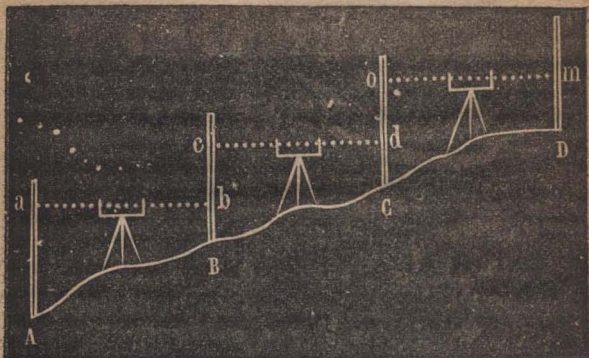


Para medir un río (fig. 56), se marca con la vista un punto cualquiera *a* en la orilla opuesta, al cual se dirige la visual *ca*; después se tira una perpendicular *cm* de cualquier longitud, y otra *mb* que se prolonga hasta que pueda tirarse otra visual *ba*, que pase por *o*, punto medio de *cm*; y la recta *mb*, que es igual á *ca*, representa la anchura del río.

## NIVELACION.

Nivelacion es una operacion que tiene por objeto determinar la diferencia de altura vertical de dos ó más puntos situados en el terreno.

Fig. 57.



*Nivelacion simple.* Para determinar la diferencia de nivel entre dos puntos A y B (fig. 57), que no distan demasiado, se coloca el nivel montado en el triépode, en un punto intermedio de la distancia AB, y en los puntos A y B dos miras verticales. El observador dirige una visual horizontal en direccion del punto a, y manda á otro que suba ó baje la tablilla de la mira hasta que su punto medio coincida con dicha visual. Esta misma operacion se repite dirigiendo la visual en direccion de b. Medidas luego las alturas de ambas miras Aa Bb, es evidente que su diferencia nos dará

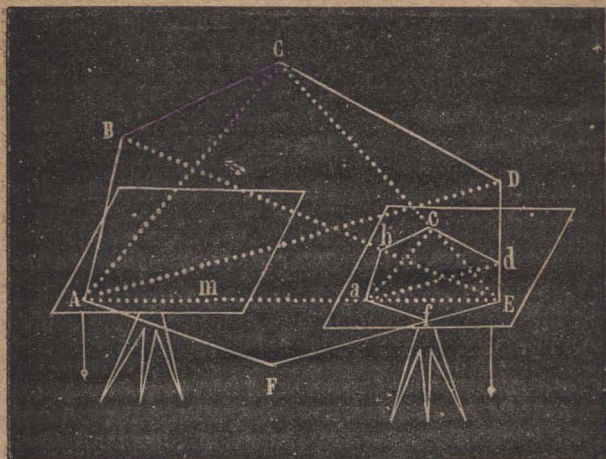
la diferencia de nivel de los puntos dados, estando más bajo el punto cuya mira tenga mayor altura.

*Nivelacion compuesta.* Cuando la distancia de los dos puntos es muy considerable y el terreno es quebrado, se emplea la nivelacion compuesta. Para hallar por este medio la diferencia de nivel que hay entre los puntos  $A$  y  $D$  (fig. 57) se divide la distancia total en las parciales  $AB$ ,  $BC$ , y  $CD$ . Se nivelan los puntos  $A$  y  $B$  como hemos indicado ya, se hace lo mismo con los puntos  $B$  y  $C$  y con  $C$  y  $D$ . Hecho esto, se halla la diferencia que hay entre  $Aa$ ,  $Bb$ ; entre  $Bc$  y  $Cd$ , entre  $Co$  y  $Dm$ ; y la suma de estas tres diferencias es la diferencia de nivel entre los puntos dados  $A$  y  $D$ .

#### LEVANTAMIENTO DE PLANOS.

El levantamiento de planos se reduce á trazar sobre un papel figuras semejantes á las del terreno.

Fig. 58.



Supongamos que se quiere levantar el plano del polígono *ABCDEF* (fig. 58) horizontal en toda su extension.

Para ello colocaremos la plancheta con el papel encima, en el vértice *A* del polígono, de modo que el perpendicular ó plomada caiga sobre el mismo vértice y se corresponda exactamente con otro punto *A* que se marca sobre el papel. Se pone el tablero horizontal por medio del nivel de albañil, se clava un alfiler en el punto *A*, alrededor del cual puede girar libremente la alidada, y se trazan sobre el papel las visuales *AB*, *AC*, *AD*, *AE* y *AF*. Despues se toma en la recta *AE* una parte *Am* que se halle con la *AE* en la relacion que deban tener los lados homólogos de los polí-

gonos (1), y trasladando la plancheta al otro vértice del terreno en donde se pone también horizontal, el punto  $m$  del papel deberá situarse en la vertical que cae sobre el vértice  $E$  del terreno, á fin de que la recta  $Am$  quede representada por la  $aE$  y coincida exactamente con la visual  $AE$ . Trácese ahora desde  $E$  en el papel, las visuales  $EB$ ,  $EC$ ,  $ED$ ,  $EF$ , y uniendo los puntos de intersección  $abcdE$  por medio de las rectas  $Ef$ ,  $fa$ ,  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ ,  $dE$ , resultará trazado sobre el papel el plano que se buscaba.

(1) Para averiguar en qué relación están las áreas de dos polígonos semejantes sabiendo de antemano la de dos lados homólogos, no hay más que elevar al cuadrado los dos términos de la relación de dichos lados. Así, pues, la relación de las áreas de dos polígonos semejantes cuyos lados homólogos estén en la razón de 2 : 7, es de 4 : 49; ó lo que es lo mismo; que siendo un lado del menor  $\frac{2}{7}$  de su homólogo, el área menor será  $\frac{4}{49}$  de la mayor. Luego la relación de las áreas de dos polígonos semejantes es muy distinta de la de los lados. Véase en el dibujo lineal el problema que dice: «Construir un polígono semejante á otro dado, y cuyas áreas tengan entre sí una relación dada.»

BIBLIOTECA NACIONAL  
DE MAESTROS



