

## INTRODUCCION

# **Nivel Medio**

## **Matemática**

COMPETENCIA	N° DE ITEM
Resolución de algoritmos	15, 16
Manejo de términos y símbolos	14, 22, 8
Resolución de problemas	19, 7, 20, 26, 9

## **5. Observaciones**

Plantea explicaciones ampliatorias en cuanto al desarrollo de los temas, a las características del contenido y a su lógica interna.

En algunos casos se incluyen precisiones conceptuales que enriquecen la visión sobre el contenido en cuestión.

## **6. Propuestas metodológicas**

Presenta orientaciones para desarrollar en el aula actividades concretas que aborden el contenido señalado y que permitan ejercitarse las habilidades comprometidas en la resolución del tipo de problema planteado.

No se trata de un listado completo de acciones.

Es sólo una sugerencia que seguramente se verá enriquecida por las propuestas de los docentes y por las experiencias diarias al frente de los cursos.

## **DESCRIPCION CONCEPTUAL DEL MATERIAL DESPLEGABLE.**

### **1. Ítem analizado**

Reproduce el ejercicio tal como fue presentado en la prueba, manteniendo su numeración original.

Al pie de cada ítem se incluyen los datos de dificultad expresados en porcentajes de respuestas elegidas para cada opción considerando la totalidad de los alumnos que contestaron.

El porcentaje resaltado indica la opción correcta.

### **2. Contenido**

Expresa el área de conocimiento en el que está incluido el tema evaluado tal como fue acordado por los docentes representantes de las provincias en el momento de confeccionar la prueba y responde a las propuestas curriculares vigentes.

### **3. Operación requerida**

Ubica cuáles son los procedimientos y/o estrategias que el alumno debió utilizar en relación al contenido para resolver el problema.

### **4. Dificultad identificada**

Describe las posibles causas que pueden llevar a la elección de alguna de las opciones que no constituyen la respuesta correcta.

Se trata, no de afirmaciones sino de explicaciones hipotéticas en función de la distribución cuantitativa y porcentual de las opciones y el conocimiento que se tiene acerca de la enseñanza del contenido al que alude la prueba y de las dificultades para el aprendizaje del mismo.

Analiza las posibles lógicas de error que subyacen a la distribución de las respuestas.

# APORTES PARA EL MEJORAMIENTO DE LOS RESULTADOS DE APRENDIZAJE

## A partir del análisis de los datos del 1er. Operativo Nacional de Evaluación de la Calidad 1993

Este material ha sido elaborado con la finalidad de hacer llegar a los docentes información generada a partir del 1º Operativo Nacional de Evaluación realizado en 1993.

Está destinado principalmente a los docentes que enseñan lengua y matemática en todas las escuelas del país.

**Tiene como objetivo plantear algunas alternativas metodológicas para la enseñanza de los contenidos identificados que mostraron dificultad.**

Esta producción no pretende ser abarcativa de todas las posibilidades de abordar los temas elegidos. Es una forma de acercarnos a ellos enmarcada en las actividades propuestas desde este Ministerio en relación al mejoramiento de la calidad de la educación.

Además de analizar puntualmente los ejercicios, queremos señalar algunos criterios generales para la enseñanza que no por conocidos dejan de tener vigencia, entre otros la importancia de:

- ♦ explicitar a los alumnos, en cada instancia de la enseñanza, las intenciones a alcanzar (objetivos, logros esperados, etc.) al cierre del proceso.
- ♦ plantear situaciones de enseñanza, estimulantes para el aprendizaje, que sean atractivas para los alumnos, significativas para los docentes y de peso para la propuesta curricular vigente.
- ♦ centrar el aprendizaje en procesos de operaciones y manipulaciones sobre los objetos de conocimiento con la finalidad de producir una verdadera apropiación de los mismos.
- ♦ destacar como centro del trabajo escolar, el uso de dos herramientas fundamentales: el lenguaje y las estrategias de resolución de problemas.

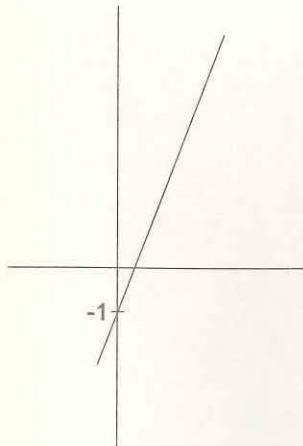
RESOLUCION DE ALGORITMOS

**Nivel Medio**  
**Matemática**  
**Item 15 y 16**

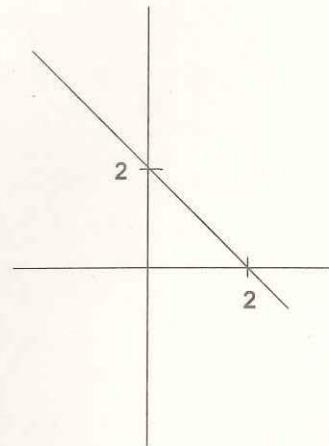
## Resolución de Algoritmos

## Propuesta Metodológica

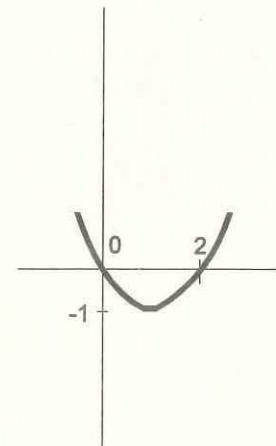
Observar cada uno de los gráficos y determinar cuál es el valor de  $k$  en la expresión simbólica correspondiente.



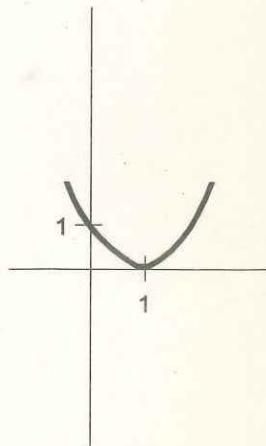
$$y = 3x + k$$



$$y = kx + 2$$



$$y = x^2 - 2x + k$$



$$y = x^2 + k + 1$$

Resolver la operación de la tabla 1 utilizando el algoritmo de la tabla 2.

Tabla 1	Tabla 2
$\frac{3}{x} + \frac{2}{x}$	$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$
$\frac{2}{x} + \frac{1}{x-1}$	$\frac{4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{8}{6} + \frac{15}{6} = \frac{23}{6}$
$\frac{x}{x-2} + \frac{x+1}{x-1}$	$\frac{9}{5} - \frac{3}{4} = \frac{36}{20} - \frac{15}{20} = \frac{21}{20}$

## Resolución de Algoritmos

Dificultad Identificada	Observaciones
Reconocimiento del significado de los parámetros de la expresión simbólica de una función.	En toda expresión simbólica de una función se debe analizar el significado de los parámetros, sus raíces y su factorización. Este análisis conduce a la anticipación del gráfico sin necesidad de tabla de valores.
Reconocimiento de la operatoria de expresiones algebraicas racionales.	<p>Las operaciones con expresiones algebraicas racionales no presentan un algoritmo totalmente nuevo para los alumnos de enseñanza media.</p> <p>Al presentarlas, los alumnos ya conocen la operatoria de números racionales en notación fraccionaria.</p> <p>Por lo tanto, expresiones como <b>común denominador</b> son familiares y el algoritmo no es en absoluto novedoso.</p> <p>Estimular la inducción debe ser una importante tarea del docente.</p>

## Resolución de Algoritmos

Item analizado	Contenido	Operación Requerida
<p><b>. Item N° 15</b></p> <p>La gráfica de la función <math>y = x^2 - 2x + 1</math> es:</p> <p>I      II      III      IV</p> <p>a) I b) II c) III d) IV</p>	Funciones	Algoritmos
<p><b>Porcentaje de respuesta elegida:</b></p> <p>a) 11.92%; b) <b>37.02%</b>; c) 21.87%; d) 19.98%; Omitidos: 9.20%.</p>		
<p><b>. Item N° 16</b></p> <p>¿Cuál es el valor de <math>x</math> que satisface la siguiente ecuación?</p> $\frac{2x}{x+5} + \frac{x}{x-4} = 3$ <p>a) -1 b) 1 c) 10 d) -10</p>	Ecuaciones e Inecuaciones	Algoritmos
<p><b>Porcentaje de respuesta elegida:</b></p> <p>a) 18.47%; b) 26.63%; c) <b>38.28%</b>; d) 9.52%; Omitidos: 7.11%.</p>		1

MANEJO DE TERMINOS Y SIMBOLOS

**Nivel Medio**

**Matemática**

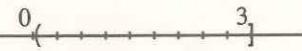
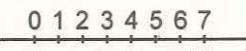
**Item 17**

**Manejo de términos y símbolos****Propuesta Metodológica**

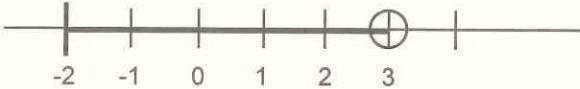
Completar la siguiente tabla:

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico	Lenguaje gráfico
... en el viaje recorrimos entre 200 y 250 km...		
	$5 < x < 10, x \in \mathbb{N}$	
		

## Manejo de términos y símbolos

Dificultad Identificada	Observaciones
<p>Reconocimiento del significado de los símbolos de las desigualdades como también del concepto de inecuación.</p>	<p>El trabajo con ecuaciones e inecuaciones debe realizarse en todos los campos numéricos, tanto en su resolución analítica, como gráfica, sin dejar de lado la verificación. Es importante ver cómo nuestro lenguaje cotidiano contiene expresiones que conducen al modelo matemático de inecuación.</p> <p>El trabajo en la recta real (conjunto continuo) no puede limitarse a resultados puntuales sino a subconjuntos de la misma. La noción de intervalos abiertos, cerrados y semiabiertos, debe ser expresada en los distintos lenguajes, como por ejemplo:</p> <p>"... a lo sumo necesitaré 3 m. de tela ..." (lenguaje coloquial)</p> <p><math>0 &lt; x \leq 3 \quad \vee \quad (0; 3)</math> (lenguaje simbólico)</p> <p> (lenguaje gráfico)</p> <p>Asimismo debe tratarse con variables discretas como por ejemplo:</p> <p>"... con 2 camisas no me alcanza, necesito más ..." (lenguaje coloquial)</p> <p><math>x &lt; 2 \quad y \quad x &lt; 3 \quad x \in \mathbb{N}</math> (lenguaje simbólico)</p> <p> (lenguaje gráfico)</p>

## Manejo de términos y símbolos

Item analizado	Contenido	Operación Requerida
<p><b>Item N° 17</b></p> <p>¿Qué inecuación está representada en el siguiente gráfico?</p>  <p> a) <math>-2 \leq x &lt; 3</math>  b) <math>-2 &lt; x \leq 3</math>  c) <math>-2 \leq x \leq 3</math>  d) <math>x &lt; 3</math> </p>	Ecuaciones e inecuaciones	Interpretación de gráficos
<p><b>Porcentaje de respuesta elegida:</b></p> <p>a) 29.79%; b) 20.82%; c) 19.81%; d) 17.04%; Omitidos: 12.54%.</p>		
1		

MANEJO DE TERMINOS Y SIMBOLOS

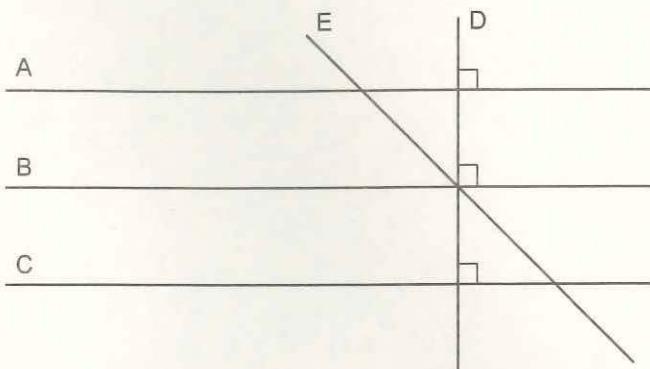
**Nivel Medio**  
**Matemática**  
**Item 22 y 8**

**Manejo de términos y símbolos****Propuesta Metodológica**

Observar el gráfico e identificar:

- Un ángulo recto, uno agudo, uno obtuso y uno llano.
- Un ángulo y su bisectriz.
- Un par de ángulos complementarios, un par de suplementarios y un par de opuestos por el vértice.
- Un par de rectas paralelas y un par de perpendiculares.

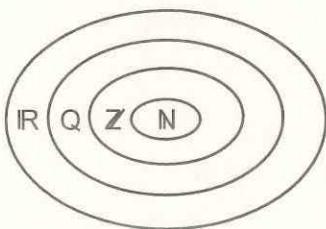
Nota: Puedes determinar los puntos que consideres necesarios para mencionar las figuras solicitadas.



1) Aproximar cada uno de los siguientes números por un número racional, con error menor que  $10^{-3}$ .

$$\sqrt{2} \quad \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \sqrt{\pi} \quad \sqrt{3}$$

2) Ubicar los números dados, en el siguiente diagrama:

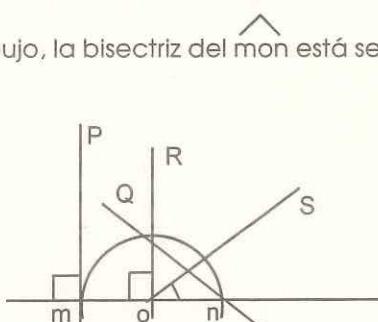


3) Agregar un elemento en cada subconjunto del diagrama.

**Manejo de términos y símbolos**

Dificultad Identificada	Observaciones
Reconocimiento de la bisectriz de un ángulo en una figura geométrica que incluye otros subconjuntos de puntos.	<p>Las construcciones de figuras geométricas, como por ejemplo las bisectrices, no debe limitarse a casos particulares como ángulos agudos u obtusos. Esto no permite la generalización del concepto.</p> <p>La introducción de cada subconjunto de puntos debe integrarse a los anteriormente trabajados.</p> <p>Al realizar la integración se debe hacer hincapié en el reconocimiento de cada subconjunto de puntos que interviene. Esto permitirá afianzar los conceptos adquiridos.</p>
Reconocimiento de las características que poseen los elementos de cada campo numérico.	<p>Las sucesivas ampliaciones del campo numérico surgen como necesidades para resolver las distintas operaciones. Es importante que los alumnos conozcan las razones que dieron lugar a las sucesivas ampliaciones.</p> <p>Los resultados obtenidos en cálculos y problemas deben ubicarse en los campos numéricos correspondientes.</p> <p>Las actividades referidas a la ubicación en la recta como al orden deben tener tanta relevancia como la operatoria. Si bien el trabajo con los números irracionales es posterior a la recta numérica, los alumnos deben conocer que con los racionales dejamos agujeros en la recta. Estos serán ocupados por otros elementos. Si bien no haremos en este momento referencia a su operatoria, no podemos negar su existencia puesto que los estamos graficando.</p>

Manejo de términos y símbolos

Item analizado	Contenido	Operación Requerida
<p><b>Item N° 22</b></p> <p>En el siguiente dibujo, la bisectriz del mon está señalada con la letra:</p>  <p>a) R b) Q c) P d) S</p>	Propiedades y relaciones métricas de las figuras en el plano	Reconocimiento de ángulo y su bisectriz
<p><b>Porcentaje de respuesta elegida:</b></p> <p>a) <u>44,32%</u>; b) 21.12%; c) 6.71%; d) 21.55%; Omitidos: 6.30%.</p>		
<p><b>Item N° 8</b></p> <p>De los siguientes números, uno solo es irracional. ¿Cuál es?</p> <p>a) 0,28 b) <math>\sqrt{25} + 2</math> c) <math>\frac{1 + \sqrt{5}}{2}</math> d) <math>\overset{\wedge}{1,437}</math></p>	Números racionales	Recuperación de información previamente adquirida
<p><b>Porcentaje de respuesta elegida:</b></p> <p>a) 16.25%; b) 12.80%; c) <u>36.57%</u>; d) 28.85%; Omitidos: 5.53</p>		1

RESOLUCION DE PROBLEMAS

**Nivel Medio**  
**Matemática**  
**Item 19 Y 7**

**Resolución de Problemas****Propuesta Metodológica**

Ejemplo propuesto:

- 1) Si  $x$  = edad de Pablo  
 $y$  = edad del padre de Pablo

expresar las siguientes ecuaciones coloquialmente.

- a)  $x = y : 3$   
b)  $x - 5 = (y - 5) : 5$   
c)  $x + 10 = (y + 10) : 2$

2) Despejar "y" de cada una de las ecuaciones anteriores y expresar coloquialmente la ecuación a la que se llega.

3) Cambiar el contenido de las variables "x" e "y". Agregar una ecuación a cada una de las dadas en 1) para conformar un sistema. Escribir un enunciado para cada uno de los sistemas conformados. Resolverlos analíticamente y gráficamente.

4) Expresar simbólicamente cada una de las siguientes frases:

- a.- Argentina jugó 5 partidos más que Brasil en la Copa Sudamericana.  
b.- Borg obtuvo 70 títulos menos que Connors.  
c.- El patio de mi casa es 2 m más ancho que el patio vecino.  
d.- Mi edad supera a la tuya en 20 años.

1) Completar la siguiente tabla con las distintas notaciones de cada número racional y luego ordenarlos de mayor a menor.

Notación Fraccionaria	Decimal	Científica
$\frac{2}{5}$		
	0,44	
		$4,01 \cdot 10^{-1}$

2) Escribir en cada caso un número  $x$  que verifique la desigualdad.

**Resolución de Problemas**

<b>Dificultad Identificada</b>	<b>Observaciones</b>
Traducción del lenguaje coloquial al simbólico.	<p>La traducción del lenguaje coloquial al simbólico debe realizarse con frases sueltas del lenguaje cotidiano, antes de trabajar los enunciados de problemas.</p> <p>Ejemplos de estas frases serían: "supera en", "es como el doble de", "es tantos cm. más largo o más corto que".</p> <p>El concepto de ecuación como igualdad de dos miembros debe ser precisado, siempre que sea necesario, recurriendo a la noción de equilibrio.</p> <p>Aclarar el significado de las variables que se utilizan previamente a la traducción, es decir, "x es la cantidad de ...", "y es la cantidad de...".</p>
Reconocimiento de las distintas notaciones de los números racionales y del orden.	El campo de los números racionales debe trabajarse en sus distintas notaciones (fraccionaria, decimal y científica). Las actividades que se plantean (cálculos, problemas, ordenamiento) deben contener las distintas notaciones, y no tiene por qué cada notación ser trabajada por separado de las demás, pues refieren al mismo elemento numérico. Asimismo es importante hacer hincapié en que si bien las actividades deben plantearse con distintas notaciones, para la resolución de las mismas debe elegirse una de ellas y realizar todas las transformaciones correspondientes.

## Resolución de Problemas

Item analizado	Contenido	Operación Requerida
<p><b>. Item N° 19</b></p> <p>Cuarenta alumnos deben participar en equipos que realizarán pruebas de natación y de tennis. En cada uno de los equipos de natación participan 8 alumnos y en cada uno de los de tennis, 2 alumnos. El número de equipos de natación supera en 10 al número de equipos de tennis. ¿Cuál de los siguientes sistemas describe la situación planteada?</p> <p>a) <math display="block">\begin{cases} 8x - 2 = 40 \\ x - 10 = y \end{cases}</math></p> <p>b) <math display="block">\begin{cases} 8x + 2y = 40 \\ x + y = 10 \end{cases}</math></p> <p>c) <math display="block">\begin{cases} 8x + 2y = 40 \\ x + 10 = y \end{cases}</math></p> <p>d) <math display="block">\begin{cases} 8x + 2y = 40 \\ x - 10 = y \end{cases}</math></p>	Ecuación e inecuación	Resolución de problemas
<b>Porcentaje de respuesta elegida:</b>		
a) 11.19%; b) 20.35%; c) 36.08%; <b>d) 26.34%</b> ; Omitidos: 6.03%.		
<p><b>. Item N° 7</b></p> <p>Dados estos cuatro números:</p> $\frac{1}{9} ; \frac{2}{27} ; 1,1 \times 10^{-1} ; 0,02$ <p>¿Cuál es el mayor?</p> <p>a) <math>\frac{1}{9}</math></p> <p>b) <math>\frac{2}{27}</math></p> <p>c) <math>1,1 \times 10^{-1}</math></p> <p>d) 0,02</p>	Números racionales	Resolución de problemas
<b>Porcentaje de respuesta elegida:</b>		
a) 24.32%; b) 20.09%; c) 41.74%; d) 11.27%; Omitidos: 2.58%.		

RESOLUCION DE PROBLEMAS

**Nivel Medio**  
**Matemática**  
**Item 20**

## Resolución de Problemas

### Propuesta Metodológica

1) Si  $x$  = sueldo de Juan  
 $y$  = sueldo de María

Expresar en forma simbólica

- a) Juan gana el doble que María
- b) María gana la mitad que Juan
- c) Juan y María, juntos, ganan \$1600

2) Expresar en forma coloquial

- a)  $x = y : 5$
- b)  $x = y + 300$
- c)  $x - 200 = 2 y$

3) Despejar "y" de cada una de las ecuaciones anteriores.

4) Cambiar el contenido de las variables "x" e "y".

Agregar una ecuación a cada una de las dadas en 1), para conformar un sistema.

Escribir un enunciado para cada uno de los sistemas conformados. Resolverlos analíticamente y gráficamente

5) Expresar simbólicamente cada una de las siguientes frases:

- a.- Argentina jugó 5 partidos más que Brasil en la Copa Sudamericana.
- b.- Borg obtuvo 70 títulos menos que Connors.
- c.- El patio de mi casa es 2 m más ancho que el patio vecino.
- d.- El doble de la edad que tengo más la que tendré dentro de un año es 40.
- e.- Un ángulo supera a su complemento en  $10^\circ$ .
- f.- Un ángulo y su suplemento difieren en  $30^\circ$ .

**Resolución de Problemas**

<b>Dificultad Identificada</b>	<b>Observaciones</b>
Traducción del lenguaje coloquial al simbólico.	<p>La traducción del lenguaje coloquial al simbólico debe realizarse con frases sueltas del lenguaje cotidiano, antes de trabajar los enunciados de problemas.</p> <p>Ejemplos de estas frases serían: "supera en", "es como el doble de", "es tantos cm. más largo o más corto que".</p> <p>El concepto de ecuación como igualdad de dos miembros debe ser precisado, siempre que sea necesario, recurriendo a la noción de equilibrio.</p> <p>Aclarar el significado de las variables que se utilizan previamente a la traducción, es decir "x es la cantidad de ...", "y es la cantidad de ...".</p>

**Resolución de Problemas**

Item analizado	Contenido	Operación Requerida
<p style="text-align: center;"><b>Item N° 20</b></p> <p>Una tabla de 360 cm se divide en dos partes, tales que una de ellas es 60 cm más larga que la otra. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones usarías para encontrar la longitud de la parte más corta?</p> <p>a) <math>360 : 2 = x + 60</math> b) <math>360 - 60 = x : 2</math> c) <math>360 = x + x + 60</math> d) <math>360 : 2 = x - 60</math></p>	Resolución de ecuaciones	Resolución de problemas
Porcentaje de respuesta elegida: a) 37.25%; b) 14.20%; <b>c) 9.16%</b> ; d) 36.78%; Omitidos: 2.60%.		
		1

RESOLUCION DE PROBLEMAS

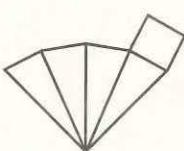
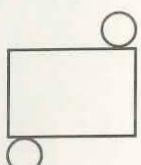
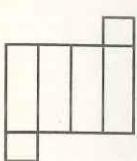
**Nivel Medio**  
**Matemática**  
**Item 26 y 9**

## Resolución de Problemas

### Propuesta Metodológica

1) Construir cuerpos de papel o cartón y, usando trozos de hilo y cartulina, determinar los distintos elementos. Así, con el hilo determinar ejes y diagonales, con la cartulina seccionar al cuerpo en distintos sentidos y graficar las secciones halladas. Realizar en el plano el desarrollo de los cuerpos estudiados.

2) ¿A qué cuerpos pertenecen cada uno de los siguientes desarrollos?



En cada uno de los cuerpos del ejercicio anterior, ¿qué forma tiene la sección paralela a la base? Graficarlas.

1) Juan tiene que colocarle un candado a su armario del club. Se decide por una de combinación que tiene cuatro discos: los dos primeros son letras y los otros dos son dígitos. Juan quiere que las 2 letras figuren entre las de su nombre, y el número de 2 dígitos sea múltiplo de 5. ¿Entre cuántas combinaciones posibles puede elegir Juan?

2) a- ¿Cuántos números impares puedo tener con las cifras 1, 2 y 3 (sin repetir)?

b- ¿Cuántos de ellos son divisibles por 3?

**Resolución de Problemas**

<b>Dificultad Identificada</b>	<b>Observaciones</b>
Reconocimiento del concepto de sección de un cuerpo.	El conocimiento de los cuerpos y el reconocimiento de sus elementos se logra a través de la manipulación de los mismos. Es importante llevar al plano de las observaciones que se realizan de los cuerpos, distintas vistas del mismo, su desarrollo, sus diferentes secciones, como también vistas de los cuerpos que se obtienen al seccionar.
Reconocimiento de técnicas de conteo	El cálculo combinatorio es un contenido importante en la escolaridad. El mismo permite al alumno organizar su pensamiento. Las actividades relacionadas con el conteo, diagramas de árbol, búsqueda de todas las posibilidades para resolver situaciones concretas, deben trabajarse antes de las nociones teóricas de permutaciones, variaciones y combinaciones, conjuntamente con los números naturales. Asimismo esto permitirá la integración con otros temas como, por ejemplo, divisibilidad.

Resolución de Problemas

Item analizado	Contenido	Operación Requerida
<p><b>Item N° 26</b></p> <p>Si un cilindro es cortado por un plano perpendicular a su eje, la sección obtenida cuando el plano corta al cilindro es:</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>	Geometría del espacio	Resolución de problemas
<p><b>Comportamiento de los distractores:</b></p> <p>a) 13.32%; b) 49.85%; c) 10.24%; <b>d) 22.00%</b>; Omitidos: 4.60%.</p>		
<p><b>Item N° 9</b></p> <p>Tres amigos piensan salir esta noche y están haciendo planes al efecto. Se mencionan 3 posibilidades: ir al cine, ir a cenar y/o ir a una exposición. Si cuentan desde la posibilidad de no ir a ningún lado hasta la de ir a los tres lugares. ¿Cuántos planes distintos pueden hacer?</p> <p>a) 2 b) 5 c) 8 d) 9</p>	Probabilidades	Resolución de problemas
<p><b>Comportamiento de los distractores:</b></p> <p>a) 22.55%; b) 35.15%; <b>c) 17.84%</b>; d) 22.58%; Omitidos: 1.88%.</p>		1