

372.8
A37

MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACION
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS
REPUBLICA ARGENTINA

MATEMATICA-FISICA-QUIMICA - MATEMATICA-FISICA-QUIMICA - MATEMATICA-FISICA-QUIMICA

MATEMATICA-FISICA-QUIMICA - MATEMATICA-FISICA-QUIMICA - MATEMATICA-FISICA-QUIMICA

**CIENCIAS BASICAS
EN LA
ESCUELA INTERMEDIA**

PROYECTO DE UN CURRICULUM

MATEMATICA-FISICA-QUIMICA - MATEMATICA-FISICA-QUIMICA - MATEMATICA-FISICA-QUIMICA

ORGANIZACION DE LOS ESTADOS AMERICANOS
SECRETARIA GENERAL
DEPARTAMENTO DE ASUNTOS EDUCATIVOS

372.8
A37

BIBLIOTECA	
ED. 302571	
Revista 4790	Cop.
Intervino	86

INV	006028
SIG	372.8
LIB	A 37

PROLOGO

El Centro Nacional de Investigaciones Educativas, dentro de sus actividades y en cumplimiento de sus funciones específicas es sede de un proyecto de investigación del Plan Multinacional de Investigación, Experimentación e Innovación Educativas del Programa Regional de Desarrollo Educativo de la Organización de los Estados Americanos.

Al considerar que uno de los rasgos de la educación en el momento actual es la realización de cambios curriculares en todos los niveles de enseñanza, el CENIED, con autorización del Ministerio de Cultura y Educación y los aportes del Programa Regional de Desarrollo Educativo, brindó su apoyo al proyecto de currículum de Ciencias Básicas en la Escuela Intermedia, desarrollado en el Instituto Politécnico San Martín de la ciudad de Rosario con el fin de contribuir a su implementación y difusión.

El citado proyecto que se somete a la consideración de las autoridades y de los docentes, fue elaborado por el equipo integrado - por los profesores Arquímedes S. Bolis, Eduardo Creus y Roger O. Mascó.

Ej. 1 13644

CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACIÓN E INFORMACIÓN EDUCATIVA
Av. Eduardo Madero 235-1º Piso - Buenos Aires - Rep. Argentina

CIENCIAS BASICAS
EN LA ESCUELA INTERMEDIA

PROYECTO DE UN CURRICULUM

Desarrollado por:
Arquimedes S. Bolis
Eduardo Creus
Roger O. Mascó

**ANALISIS DE CADA UNO DE LOS
TEMAS DEL PROGRAMA DE PRIMER
AÑO ESPECIFICANDO:**

- Contenido
- Objetivos específicos
- Tiempo
- Sugerencia de actividades

Para la confección del presente
trabajo los autores han contado
con la valiosa colaboración de
las maestras de enseñanza primaria, Profesoras: L. Lagreca de
Cattaneo y Ada E. Mascó de
Nasini.

I N D I C E

1	CONSIDERACIONES GENERALES	1
2	CIENCIAS BASICAS EN LA ESCUELA INTERMEDIA	2
3	CONCLUSIONES	4

Primer Ciclo

4	PROGRAMA DE PRIMER AÑO	5
5	ANALISIS DE CADA UNO DE LOS TEMAS DEL PROGRAMA DE PRIMER AÑO ESPECIFICANDO: Contenido, Objetivos específicos, Tiempos y sugerencia de actividades	14
6	DESARROLLO DE LA UNIDAD 5 DEL PROGRAMA DE PRIMER AÑO	27
7	PROGRAMA DE SEGUNDO AÑO	100

Segundo Ciclo

8	PROGRAMAS DE TERCER AÑO Matemática y Ciencias Físicas	108
9	PROGRAMAS DE CUARTO AÑO Matemática y Ciencias Físicas	113

PRIMER CICLO

PROGRAMA DE PRIMER AÑO

1. CONSIDERACIONES GENERALES:

Si quisiéramos definir brevemente el proceso que caracteriza a nuestra época, ele-giríamos la palabra cambio; cambio en lo político, en lo social, en los medios de vida, en las investigaciones, en logros que hacen del hombre un protagonista muchas veces superado por sus propias conquistas.

Frente a ese panorama dinámico y estremecedor que exige actitudes renovadoras, continuamos empleando en educación el esquema tradicional, según el cual, acumular conocimientos es educar. Urge entonces el cambio en la educación. Hay que preparar al niño para que actúe en un mundo distinto al de su maestro.

Qué enseñar, cómo enseñar a los alumnos de once a catorce años?. La mera acumulación de conocimientos resulta estéril, porque es imposible transmitir toda la información disponible y además, la intensidad del trabajo de los especialistas y los fabulosos medios materiales de que disponen, hacen que envejezca rápidamente lo que enseñamos hoy.

No quedan alternativas. Debemos capacitar al niño para afrontar situaciones desconocidas usando como instrumento la enseñanza de conceptos formativos. A partir de esa premisa, plantearemos el problema de la enseñanza de las ciencias básicas en la Escuela Intermedia.

En este nivel entenderemos como ciencias básicas: la Matemática, la Física y la Química, con sus aplicaciones.

Si observamos los contenidos de cada una de ellas, comprobamos que aparecen relaciones y temas comunes en la mayoría de los casos. Entonces, por qué no comenzar

su estudio, en primera aproximación, integrando en un área común los conocimientos que se relacionan?. La Física y la Química en este nivel, comprenden un conjunto de fenómenos perceptibles y comprobables, estrechamente vinculados y, el conocimiento lógico matemático está siempre originado en la observación de objetos. Además, la experiencia física nutre y comprueba aspectos de la abstracción matemática y si ésta a veces se adelanta a las comprobaciones físicas, a menudo está sujeta a ellas.

2. CIENCIAS BASICAS EN LA ESCUELA INTERMEDIA:

Partiendo de las consideraciones anteriores, daremos los lineamientos de cómo puede encararse la enseñanza de las ciencias a los alumnos entre los once y catorce años de edad. Para ello dividiremos el total del curso en ciclos de dos años cada uno: en el primer ciclo, Matemática, Física y Química y alguna de sus materias derivadas se consideran en un currículum común; en el segundo ciclo, la Matemática se considera por separado. Este ciclo puede considerarse como una segunda aproximación a los conocimientos incluidos en el primero.

Consideramos más importante la programación del primer ciclo por dos razones: porque engloba en un mismo currículum las materias básicas y porque establece las pautas de una metodología que se repite en el segundo ciclo.

Las consideraciones generales que permiten relacionar y aún integrar el estudio de las ciencias básicas fueron ya expuestas. Analizaremos ahora las particulares aplicables al primer ciclo.

En este nivel es necesario que el docente tenga suficientes conocimientos de las

ciencias básicas. La comprensión del método científico y la aplicación a problemas concretos deben surgir clara y fluidamente. Diariamente la naturaleza presenta al niño fenómenos cuya observación y experimentación con apoyo matemático debe ser la tarea del maestro.

Ello no significa que la matemática sea sólo un instrumento; por el contrario, la enseñanza previa de sus principios y operaciones básicas, proporcionará formación en el método científico y su aplicación práctica a las ciencias físicas agregará la necesaria objetividad al nivel que estamos tratando.

La tendencia a descubrir se presenta en el niño como una actitud más pura e intensa que en el adulto; darle conocimientos enciclopédicos mata su curiosidad sin agregar nada a la formación del futuro hombre.

Se concluye entonces que debe guiarse al niño por el camino de la investigación a través del método científico: observar, experimentar, deducir, comprobar.

Cuando en Física o en Química se habla de experimentar, se piensa en laboratorios e instrumentos que suponen grandes recursos materiales. En este nivel no debe ser así. El aula y el hogar con sus medios naturales constituirán el laboratorio y el instrumental será elemental, barato y de fácil obtención. Ello permite además el trabajo individual o en pequeños equipos y la lógica comunicación entre sus integrantes con la consiguiente trascendencia educativa.

El poder de creatividad del niño así estimulado, llenará de asombro a su propio maestro.

Resumiendo, diríamos que se fijará al niño un punto de partida en el que podrá creer,

dentro de lo comprobable; luego se lo introducirá en el método deductivo y la verificación experimental, de manera que la deducción y la experimentación constituirán la metodología para su formación.

3. CONCLUSIONES:

El presente trabajo procura que las consideraciones generales expuestas, tengan un principio de aplicación concreta. Con este fin los capítulos siguientes comprenden:

- Programas de 1º, 2º, 3º y 4º año.
- Estimaciones de tiempos requeridos para cada tema y objetivos fundamentales de cada unidad para el programa de 1º año.
- Desarrollo completo de la Unidad 5 del programa de 1º año.

Consideramos que el desarrollo completo de temas del programa permite transmitir claramente los fines del presente trabajo, lo cual difícilmente se hubiese logrado con comentarios breves sobre cada tópico.

Debido a ello conviene destacar que los programas y objetivos de cada unidad orientan sobre el espíritu general del trabajo, pero el entendimiento cabal de sus propósitos sólo se logrará con la lectura detenida de los temas desarrollados a título de ejemplo.

Dichos temas se han redactado en el lenguaje apropiado y con la diagramación que debe llegar al alumno; es decir que constituyen un orientador de contenidos y contemplan además los aspectos didácticos del desarrollo del plan propuesto.

Una adecuada evaluación a través de pruebas, dará al maestro la pauta de sus logros o la necesidad de rectificar algunos de los contenidos.

UNIDAD 1] - CONJUNTOS Y CONSTITUCION DE LA MATERIA

- 1.1 Elementos de un conjunto. Notaciones. Conjunto vacío. Subconjunto. Complemento.

Trabajo N° 1: Observación y descripción del aspecto y características de algunas sustancias.

Sistemas homogéneos y heterogéneos.

- 1.2 Ideas sobre la constitución atómica de la materia. Moléculas.

- 1.3 Estados de la materia. Cambios de estado por calentamiento y enfriamiento. Valores relativos de las fuerzas que mantienen unidas las moléculas, como resultado de la observación de sólidos, líquidos y gases.

Trabajo N° 2 : Observación y descripción de los cambios de estado en sustancias comunes.

- 1.4 Elementos, compuestos y mezclas. Descripción de las características fundamentales de los elementos, compuestos y mezclas.

Trabajo N° 3 : Observación del comportamiento de algunas sustancias comunes sometidas a procesos de: disolución, filtración, decantación, evaporación, desorción, magnetismo, etc.

Trabajo N° 4 : Métodos para la separación de las distintas fases de una mezcla a partir de las observaciones realizadas en el Trabajo N° 3.

Trabajo N° 5 : Compuestos: síntesis y descomposiciones.

1.5 Operaciones con conjuntos.

1.6 Revisión sistemática y ordenada de los conceptos fundamentales de la Geometría del plano y el espacio desde el punto de vista de la teoría de los conjuntos.

UNIDAD 2 - EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES Y EL CERO

- 2.1 Los números naturales en base 10. Suma y producto, noción de operación cerrada. Primeras nociones de elemento neutro. Propiedades fundamentales de la suma y el producto. Diferencia y cociente. Potenciación y radicación de números naturales. Propiedades.
- 2.2 Representación del conjunto de los números naturales y el cero (conjunto \mathbb{N}_0) sobre una recta. Relación de orden sobre el conjunto \mathbb{N}_0 . Representación de subconjuntos del conjunto $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$.
- 2.3 Puntualización de las propiedades que constituyen la base para la futura resolución de ecuaciones.
- 2.4 Conjunto de los múltiplos de un número natural. División euclídeana. Conjunto de los divisores de un número natural en el conjunto de los números naturales. Números primos. Criterios de divisibilidad.
- 2.5 Descomposición de un número en sus factores primos. Cálculo del M.C.D. y el M.C.M. de varios números.

UNIDAD 3 -LOS NUMEROS RACIONALES NO NEGATIVOS- MEDICION DE LONGITUDES, CANTIDADES DE MATERIA Y DE INTERVALOS DE TIEMPO.

3.1 Números racionales no negativos; necesidad de los mismos. Representación sobre un eje. Fracciones equivalentes. Relación de orden en sentido estricto sobre los números racionales no negativos.

3.2 Medición de longitudes.

Trabajo Nº 6 : Construcción de reglas graduadas. Apreciación en las mediciones. Introducción al concepto de error.

3.3 Suma y producto de racionales no negativos. Propiedades. Resta y cociente. Propiedades. Los números decimales. Operaciones.

3.4 Descripción de la balanza de brazos iguales como el instrumento para comparar cantidades de materia.

Trabajo Nº 7 : Construcción de una balanza sensible de brazos iguales. Determinación de masas iguales de distintas sustancias.

Trabajo Nº 8 : Construcción de un juego de masas calibradas. Determinación de las masas de distintos objetos utilizando la balanza. Experiencias con la balanza que pongan de relieve las propiedades de los racionales no negativos.

- 3.5 Puntualización de las propiedades de los racionales no negativos que son básicas para la solución de ecuaciones.
- 3.6 Potenciación y radicación en los racionales no negativos. Propiedades. Escritura de números grandes y pequeños utilizando las potencias de 10.
- 3.7 Medición de intervalos de tiempo.
- Trabajo N° 9 : Construcción de un reloj de agua. Medición de períodos: el péndulo y el oscilador elástico.
- Trabajo N° 10: Construcción y manejo de un disco estroboscópico.
- Trabajo N° 11 : Movimiento planetario. Construcción de un reloj de sol.
- 3.8 Ideas y ejemplos sobre la conservación de la materia.

UNIDAD 4 -ANGULOS. MEDICION DE ANGULOS - MEDICION DE SUPERFICIES Y VOLUMENES.

4.1 Angulos. Unidades. Suma de ángulos. Propiedades. Producto de un número por un ángulo. Angulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice.

Trabajo N° 12 : Construcción y medición de ángulos. Reflexión en un espejo plano. Imágenes. Sombras y penumbras. Eclipses.

4.2 Angulos formados por dos rectas paralelas intersecadas por una transversal. Propiedades de los mismos. Suma de ángulos interiores de un triángulo, de un cuadrilátero y de un polígono en general.

4.3 Angulos poliedros. Propiedades de sus caras.

4.4 Medición de superficies y volúmenes. Unidades. Relación entre unidades.

Trabajo N° 13 : Medición de volúmenes por desplazamiento de agua. Volúmenes reales y volúmenes aparentes.

4.5 Cálculo de áreas de figuras planas. Cálculo de áreas laterales y totales de cuerpos. Problemas resueltos con métodos conducentes a la idea de ecuación.

4.6 El concepto de función. Nociones sobre gráfica de una función.

UNIDAD 5**-CANTIDADES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES**

- 5.1 Puntualización del concepto de medida.
- 5.2 Cantidades directamente proporcionales. Su estudio. Gráficas.
Trabajo N° 14 : Construcción de un dinamómetro. Medición
de pesos y fuerzas. Representación gráfica
de resultados experimentales.
- 5.3 Problemas físicos y geométricos de regla de tres simple y com-
puesta para magnitudes directamente proporcionales.
- 5.4 Trabajo N° 15 : Estudio de la caída de una gota en un tubo
lleno de aceite. Gráfica del espacio en
función del tiempo. Velocidad.
- Trabajo N° 16 : Medición de superficies regulares e irregu-
lares utilizando la balanza.

UNIDAD 6

-CANTIDADES INVERSAMENTE PROPORCIONALES -

APLICACIONES DE PROPORCIONES DIRECTAS E INVERSA.

- 6.1 Cantidad inversamente proporcionales. Su estudio

Trabajo N° 17 : Fuerza y presión. Variaciones de la presión con la superficie.

6.2 Problemas de regla de tres simple y compuesta para magnitudes inversamente proporcionales.

6.3 Aplicaciones de magnitudes directa e inversamente proporcionales. Aritmética financiera: porcentaje, repartición proporcional, sistema monetario.

二二二

UNIDAD 7 - COMPLEMENTOS**7.1 La relación pitagórica.**

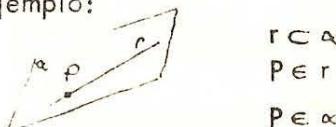
Trabajo N° 18 : Verificación de la relación pitagórica,
utilizando la balanza.

7.2 Temperatura y dilatación.

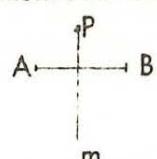
Trabajo N° 19 : Medición de temperaturas. Temperaturas
en los cambios de estado.

Trabajo N° 20 : Representación gráfica de los aumentos
de longitud de una varilla en función de
los aumentos de temperatura.

7.3 Breves nociones sobre el sistema de numeración binaria.

CONTENIDO	OBJETIVOS ESPECIFICOS	Tiempo	SUGERENCIA DE ACTIVIDADES
UNIDAD 1			
1.1 Elementos de un conjunto. Notaciones. Conjunto vacío. Subconjunto. Complemento.	Reafirmar el pensamiento conjuntista y consolidar lenguaje y simbología efectuando aplicaciones a las diversas ramas de las Ciencias Básicas.	8 hs.	<p>Proponer expresiones aplicando ideas geométricas donde se destaque las diferencias entre los distintos conceptos.</p> <p>Ejemplo:</p>  <p>Dar ejemplos no matemáticos.</p>
Trabajo N° 1 : Observación y descripción del aspecto y características de algunas sustancias. Sistemas homogéneos y heterogéneos.	Desarrollar la habilidad de observación por medio de la descripción de características físicas de sustancias comunes.	2 hs.	
1.2 Ideas sobre la constitución atómica de la materia. Moléculas.	Establecer en forma simple la naturaleza atómica de la materia, dando idea con ejemplos, de las pequeñas dimensiones de los átomos y de su agrupación en forma de moléculas.	2 hs.	<p>Suponer en una primera aproximación a los átomos, como pequeñas esferitas sin entrar en la descripción de las partículas subatómicas.</p> <p>Hacer ejercitación sobre conjuntos, subconjuntos y complemento, utilizando las ideas de átomos y moléculas.</p>

<p>1.3 Estados de la materia. Cambios de estado por calentamiento y enfriamiento. Valores relativos de las fuerzas que mantienen unidas las moléculas, como resultado de la observación de sólidos, líquidos y gases.</p>	<p>Llamar la atención sobre el hecho de que variando ciertas condiciones físicas (presión y temperatura) una misma sustancia puede pasar de un estado a otro.</p>	<p>2 hs.</p>	<p>Sugerir que los distintos estados dependen de la mayor o menor movilidad de las moléculas.</p>
<p>Trabajo N° 2 : Observación y descripción de los cambios de estado en sustancias comunes.</p>		<p>4 hs.</p>	<p>Observar y describir cambios de estado por calentamiento en sustancias como el hielo, la parafina y el lacre.</p>
<p>1.4 Elementos, compuestos y mezclas. Descripción de las características fundamentales de los elementos, compuestos y mezclas.</p>		<p>8 hs.</p>	<p>Desarrollar los siguientes trabajos con elementos sencillos y utilizando las siguientes sustancias:</p>
<p>Trabajo N° 3 : Observación del comportamiento de algunas sustancias comunes sometidas a procesos de: disolución, filtración, decantación, evaporación, destilación, magnetismo, etc.</p>			<p>Azufre en polvo Limaduras de hierro Sal común de cocina Arena Bisulfuro de carbono Oxido mercuríco Azúcar molida</p>
<p>Trabajo N° 4 : Métodos para la separación de las distintas fases de una mezcla a partir de las observaciones realizadas en el Trabajo N° 3.</p>			<p>Plantear a partir de estas experiencias nuevas aplicaciones al lenguaje conjuntista.</p>
<p>Trabajo N° 5 : Compuestos: síntesis y descomposiciones.</p>			

1.5 Operaciones con conjuntos.	Estudiar las operaciones de unión e intersección de conjuntos dando la idea de operación independientemente de los elementos.	8 hs.	Hacer ejercitación aplicando los conocimientos aprendidos en los trabajos números 3, 4 y 5.
1.6 Revisión sistemática y ordenada de los conceptos fundamentales de la Geometría del plano y el espacio desde el punto de vista de la teoría de conjuntos.	Resumir y ordenar conocimientos adquiridos en la Escuela Elemental poniendo de relieve el punto de vista conjuntista. Estimular actitudes orientadas al descubrimiento, planteo y solución de problemas vinculados con la vida diaria.	15 hs.	Cuando se repasen conceptos como el de mediatriz de un segmento definirlo como:  $m = \{ P / P \in a \wedge PA = PB \}$
UNIDAD 2			
2.1 Los números naturales en base 10. Suma y producto, noción de operación cerrada. Primeras nociones de elemento neutro. Propiedades fundamentales de la suma y el producto. Diferencia y cociente. Potenciación y radicación de números naturales. Propiedades.	Afianzar los conocimientos ya adquiridos y preparar un esquema de trabajo para proseguir el estudio ampliado de los números. Lograr agilidad en la aplicación de problemas concretos, tanto de la Física como del quehacer diario. Revisar la idea de sistema de numeración y de ley de composición interna. Iniciar el estudio de nuevas operaciones. Formar hábitos de rapidez y destreza en técnicas operatorias.	18 hs.	Proponer problemas donde se manejen las definiciones. Guiar la interpretación de igualdades y desigualdades. Ejemplo: $(2 \times 5 + 3 \times 2 - 5) > 14$ verdadero $(5-1) \times 3-2 < 7$ falso Revisar la noción de ley de composición interna sobre N. Ejemplo: Completa: $5 \in N_0 \Rightarrow (5 \cdot 7) \in \dots$ $7 \in N_0$

			$6 \in N_0 \Rightarrow (6+8) \in \dots$ $8 \in N_0$ Hacer ver la utilidad de una definición en el caso: $a^0 = 1, \forall a \neq 0$
2.2 Representación del conjunto de los números naturales y el cero (conjunto N_0) sobre una recta. Relación de orden sobre el conjunto N_0 . Representación de subconjuntos del conjunto $N_0 \times N_0$.	Introducir la idea de la relación biunívoca de número a punto. Interpretar situaciones gráficas. Hacer ver la necesidad de introducir convenios de trabajo.	8 hs.	Agilitar al alumno sobre la interpretación de gráficas. Ejemplo: representar en la recta numérica el conjunto: $\{1; (5+1); 0; 7\}$  Escribe, haciendo uso de una variable, el conjunto de números que se representa:  $\{x / x \in N \wedge x \leq 4\}$
2.3 Puntualización de las propiedades que constituyen la base para la futura resolución de ecuaciones.	Introducir un elemento de trabajo las ecuaciones, que será básico en el planteo y resolución de problemas cotidianos. Enseñar la equivalencia entre un enunciado literal y una igualdad numérica. Puntualizar las propiedades que permiten la resolución de las ecuaciones.	8 hs.	Traducir simbólicamente estos enunciados: * el doble de un número x es igual a 8 * el triple de un número b es igual a 9 Hallar los números que verifican esas relaciones. Aplicar estas ideas a todos los contenidos ya asimilados. Ejemplos: 71

			<p>I - Hallar $x / x^2 = 9$ $x / 2 \cdot x^2 = 8$</p> <p>II - Se sabe que el área de la superficie de un cuadrado es 9, hallar su perímetro.</p> <p>$A = x^2 = 9, x = 3$ Perímetro = $x \cdot 4 = 12$ (suponemos conocida la unidad)</p>						
2.4 Conjunto de los múltiplos de un número natural. División euclídea. Conjunto de los divisores de un número natural en el conjunto de los números naturales. Números primos. Criterios de divisibilidad.	Formar una actitud razonadora y creadora para descubrir relaciones y propiedades estructurales de las operaciones. Ejercitarse el empleo de símbolos.	8 hs.	<p>Proponer situaciones prácticas sobre las nuevas ideas. Ejemplos:</p> <p>I - Determina 5 elementos que pertenezcan a cada uno de estos conjuntos:</p> <p>$M_7 = \{ x / x = 7 \}$</p> <p>$M_5 = \{ x / x = 5 \}$</p> <p>$D_{40} = \{ x / x 40 \}$</p> <p>II - Establece si los conjuntos siguientes son finitos o infinitos</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>M_0</td> <td>M_1</td> <td>D_0</td> </tr> <tr> <td>M_5</td> <td>M_8</td> <td>D_{100}</td> </tr> </table>	M_0	M_1	D_0	M_5	M_8	D_{100}
M_0	M_1	D_0							
M_5	M_8	D_{100}							
2.5 Descomposición de un número en sus factores primos. Cálculo del M.C.D. y el M.C.M. de varios números.	Iniciar la adquisición de la idea de relación en forma sistemática. Extender las formas del razonamiento deductivo a nuevas operaciones y situaciones. Guiar la	8 hs.	<p>Aplicar las nuevas ideas en la resolución del problema del que hacer diario. Ejemplo: Cuál es la menor cantidad de varilla de bronce que puede ser trozada</p>						

	<p>aplicación ordenada de una definición en la resolución de un problema.</p>		exactamente en pedazos de 3 cm o de 4 cm o de 9 cm cada uno ?
UNIDAD 3			
3.1 Números racionales no negativos; necesidad de los mismos. Representación sobre un eje. Fracciones equivalentes. Relación de orden en sentido estricto sobre los números racionales no negativos.	Los objetivos de este tema y todos los siguientes de esta unidad son los de la unidad anterior aplicados en este caso a los nuevos números creados. Debe encauzarse la idea de creación de nuevos entes matemáticos para satisfacer las necesidades de la Naturaleza.	6 hs.	Aplicar las sugerencias de la unidad anterior a estos nuevos entes.
3.2 Medición de longitudes. Trabajo N° 6 : Construcción de reglas graduadas. Apreciación en las mediciones. Introducción al concepto de error.	Aplicar los nuevos entes a la medida de longitudes cuando sea necesario tomar submúltiplos de la unidad elegida. Introducir la idea de que todas las mediciones están afectadas de un error.	4 hs.	
3.3 Suma y producto de racionales no negativos. Propiedades. Resta y cociente. Propiedades. Los números decimales. Operaciones.	Sistematizar conceptos, propiedades y técnicas operatorias en el conjunto \mathbb{Z} que ya hayan sido aplicadas en la Escuela Elemental.	8 hs.	Aplicación a problemas de la vida diaria.

<p>3.4 Descripción de la balanza de brazos iguales como el instrumento para comparar cantidades de materia.</p>	<p>Definir la balanza de brazos iguales como el instrumento que permite comparar y medir cantidades de materia; sin entrar en otro tipo de explicaciones.</p>	<p>10 hs.</p>	<p>Detalle de la balanza en la Unidad 5 (tema desarrollado).</p>
<p>Trabajo N° 7 : Construcción de una balanza sensible de brazos iguales. Determinación de masas iguales de distintas sustancias.</p>			
<p>Trabajo N° 8 : Construcción de un juego de masas calibradas. Determinación de las masas de distintos objetos utilizando la balanza. Experiencias con la balanza que pongan de relieve las propiedades de los racionales no negativos.</p>			
<p>3.5 Puntualización de las propiedades de los racionales no negativos que son básicas para la solución de ecuaciones.</p>	<p>Ver correlatividad con la unidad anterior.</p>	<p>7 hs.</p>	
<p>3.6 Potenciación y radicación en los racionales no negativos. Propiedades. Escritura de números grandes y pequeños utilizando potencias de 10.</p>	<p>Capacitar a los alumnos en el manejo práctico de la notación científica. Hacer ver la simplificación de la escritura. Mostrar el empleo de la notación científica para establecer órdenes de magnitud.</p>	<p>3 hs.</p>	<p>Proponer ejercicios prácticos. Ejemplo: expresar con la notación científica la velocidad de la luz, diámetro de un átomo, etc.</p>

<p>3.7 Medición de intervalos de tiempo.</p>	<p>Introducir las ideas de instantes e intervalos de tiempo; su unidad y forma de medirlos.</p>	<p>2 hs.</p>	
<p>Trabajo Nº 9 : Construcción de un reloj de agua. Medición de períodos: el péndulo y el oscilador elástico.</p>		<p>2 hs.</p>	
<p>Trabajo Nº 10 : Construcción y manejo de un disco estroboscópico.</p>		<p>2 hs.</p>	<p>Utilizar el disco estroboscópico en la medición de los períodos del péndulo y del oscilador.</p>
<p>Trabajo Nº 11 : Movimiento planetario. Construcción de un reloj de sol.</p>	<p>Describir por medio de modelos el sistema solar y el movimiento de los planetas.</p>	<p>4 hs.</p>	
<p>3.8 Ideas y ejemplos sobre la conservación de la materia.</p>		<p>1 h.</p>	
<p>UNIDAD 4</p>			
<p>4.1 Ángulos. Unidades. Suma de ángulos. Propiedades. Producto de un número por un ángulo. Ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice.</p>	<p>Revisar en forma precisa la idea de medir y la introducción de unidades de medida y su equivalencia. Introducir la idea de medición de ángulos. Capacitar al alumno en el manejo operativo de los ángulos, dando las bases para un estudio posterior del tema.</p>	<p>5 hs.</p>	<p>Proponer situaciones sobre el empleo del sistema sexagesimal en las que se visualicen las equivalencias</p> $1' = \frac{1^\circ}{60}$ $1'' = \frac{1'}{60}$

4.2 Ángulos formados por dos rectas paralelas intersecadas por una transversal. Propiedades de los mismos. Suma de ángulos interiores de un triángulo, de un cuadrilátero y de un polígono en general.	<p>Iniciar al alumno en el estudio de la geometría intuitiva sobre la base de un primer ensayo de demostración.</p> <p>Capacitarlo en el manejo de las propiedades geométricas. Crear actitudes para descubrir y demostrar propiedades físicas aplicando propiedades geométricas.</p> <p>Crear aptitudes para el trazado de figuras.</p>	8 hs.	<p>Proponer problemas donde se apliquen estos conocimientos a la idea de ecuación. Ejemplo: En un triángulo un ángulo es el doble de otro y éste igual al tercero. Determinar la medida de cada uno de los ángulos del triángulo.</p> <p>Continuar con el empleo de la simbología conjuntista.</p>
4.3 Ángulos poliedros. Propiedades de sus caras.	Ver punto 4.2	5 hs.	
4.4 Medición de superficies y volúmenes. Unidades. Relación entre unidades.	Revisar la idea de unidades y mediciones. Hacer ver la equivalencia de unidades.	6 hs.	
Trabajo N° 13 : Medición de volúmenes por desplazamiento de agua. Volúmenes reales y volúmenes aparentes.		4 hs.	Calcular volúmenes de sustancias como la arena, azúcar o sal.
4.5 Cálculo de áreas de figuras planas. Cálculo de áreas laterales y totales de cuerpos. Problemas resueltos con métodos conducentes a la idea de ecuación.	<p>Crear actitudes que permitan adquirir la idea de cuerpo, hacer aplicar la idea de definición.</p> <p>Visualizar la relación que existe entre los distintos cuerpos.</p> <p>Iniciar al alumno en la posibilidad de deducir leyes en base a conocimientos que ya poseen.</p> <p>Dar métodos de trabajo.</p>	15 hs.	<p>Proponer la deducción de fórmulas mediante modelos que permiten trasladar al plano la superficie lateral y total de los cuerpos. Mostrar relaciones de inclusión tales como:</p> <p>$\{ \text{cubos} \} \subset \{ \text{prismas} \}$</p>

4.6 El concepto de función. Notaciones sobre gráfica de una función.	Iniciar al alumno en el dominio de un tema que es de vital importancia. Capacitarlo en interpretaciones gráficas y en la obtención de conclusiones. Hacer ver la correspondencia entre pares de números y puntos de un plano.	8 hs.	Mostrar la utilidad de las coordenadas cartesianas estableciendo analogías con la ubicación de puntos en la esfera terrestre.
UNIDAD 5			
5.1 Puntualización del concepto de medida.	Clarificar los conceptos de cantidad, medida y magnitud.	2 hs.	En el presente trabajo figura la Unidad 5 desarrollada detalladamente en su totalidad.
5.2 Cantidadas directamente proporcionales. Su estudio. Gráficas.	Introducir el concepto de función haciendo una aplicación inmediata a un caso especial de ley que rige numerosos fenómenos de la Física y el comportamiento humano.	5 hs.	
Trabajo N° 14 : Construcción de un dinamómetro. Medición de pesos y fuerzas. Representación gráfica de resultados experimentales.	Descubrir a través de la observación una ley del tipo de las estudiadas en 5.2 y suministrar al educando un medio sencillo de medición de fuerzas.	5 hs.	
5.3 Problemas físicos y geométricos de regla de tres simple y compuesta para magnitudes directamente proporcionales.	Estudiar los distintos métodos aplicables al cálculo de la cantidad de una magnitud en función de la cantidad de otra cuando existe	5 hs	

	<p>proporcionalidad entre ellas, haciendo notar la equivalencia de todos ellos.</p> <p>Mostrar un caso de medición indirecta de cantidades de una magnitud y hacer una aplicación con uno de los instrumentos sencillos ya construidos por el alumno.</p>	4 hs.	
5.4 Trabajo N° 15 : Medición de superficies regulares e irregulares utilizando la balanza. Trabajo N° 16 : Estudio de la caída de una gota de agua en un tubo conteniendo aceite. Gráfica del espacio en función del tiempo. Velocidad.	<p>Presentar un caso de proporcionalidad directa donde la constante de proporcionalidad adquiere significado propio y define de por sí una cantidad de una nueva magnitud.</p>	4 hs.	
UNIDAD 6 6.1 Cantidades inversamente proporcionales. Su estudio.	<p>Hacer ver el estudio de una nueva función, su comportamiento y gráficas. Detectar magnitudes inversamente proporcionales en el campo físico y matemático.</p>	5 hs.	<p>Observar que el tratamiento dado a magnitudes directamente proporcionales se aplica textualmente a magnitudes inversamente proporcionales con el sólo hecho de pensar que en este caso:</p> $A \longrightarrow \frac{K}{A}$

<p>Trabajo N° 17 : Fuerza y presión. Variaciones de la presión con la superficie.</p> <p>6.2 Problemas de regla de tres simple y compuesta para magnitudes inversamente proporcionales.</p>	<p>Aplicar los conceptos estudiados anteriormente al trabajo propuesto.</p> <p>Guiar el empleo del concepto de magnitudes inversamente proporcionales en la resolución de problemas, operando por similitud con lo hecho para magnitudes directamente proporcionales.</p>	<p>4 hs.</p> <p>5 hs.</p>	<p>Ejercitarse el empleo de los dos métodos de resolución y la interpretación gráfica de los resultados. Empleo de diapositivas y transparencias para interpretar gráficos.</p>
<p>6.3 Aplicaciones de magnitudes directa e inversamente proporcionales. Aritmética financiera: porcentaje, repartición proporcional. Sistema monetario.</p>	<p>Hacer ver la funcionalidad de los conocimientos adquiridos en la aplicación a estas nuevas ideas. Notar la motivación del aprendizaje.</p>	<p>10 hs.</p>	<p>Hacer ver que la proporcionalidad entre capitales, intereses, tiempos y tasas. Deducción de fórmulas. Empleo de ecuaciones. Mostrar la aplicación de un sistema monetario. Empleo de tabla.</p>
<p>UNIDAD 7</p>			
<p>7.1 La relación pitagórica.</p>	<p>Verificar, haciendo uso del concepto de superficies equivalentes la relación pitagórica.</p>	<p>4 hs.</p>	<p>Emplear cartulinas, transparencias, pizarrón magnético para guiar la demostración intuitiva de propiedades.</p>
<p>Trabajo N° 18 : Verificación de la relación pitagórica utilizando la balanza.</p>	<p>Hacer una aplicación simultánea de los conceptos de cantidades proporcionales, la relación pitagórica y el empleo de instrumentos físicos.</p>	<p>2 hs.</p>	

<p>7.2 Temperatura y dilatación.</p> <p>Trabajo N° 19: Medición de temperaturas. Temperaturas en los cambios de estado.</p> <p>Trabajo N° 20: Representación gráfica de los aumentos de longitud de una varilla en función de los aumentos de temperatura.</p> <p>7.3 Breves nociones sobre el sistema de numeración binaria.</p>	<p>Introducir al alumno por medio de experiencias simples a la medición de temperaturas y de los aumentos de tamaño de un objeto que es calentado.</p> <p>Aplicación de los conceptos y conocimientos de matemática estudiados hasta ahora.</p> <p>Lograr un primer contacto del alumno con la idea de sistemas de numeración y en particular con los sistemas posicionales.</p>	<p>6 hs.</p> <p>6 hs.</p>	<p>Preparar un juego de cuatro lámparas con sus correspondientes interruptores y obtener con ellas los números comprendidos entre 0 y 15 en el sistema binario.</p>
---	--	---------------------------	---

CANTIDADES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

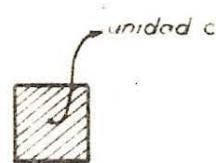
5.1 Puntualización del concepto de medida-unidades-magnitudes.

Tu ya has efectuado mediciones muchas veces; has medido longitudes, masas, volúmenes, etc.

Conviene sin embargo, que en este momento, nos pongamos a pensar con más tenimiento sobre qué hacemos cuando medimos.

Suponte que quieres medir la cantidad de superficie de tu mesa de trabajo. Lo primero que debes elegir es la unidad de medida. Es decir, tomas una cierta cantidad de superficie y la eliges como unidad.

Así podrías tener en tu caso la siguiente situación:



Como el cuadradito unidad, que indicaremos con c, entra 35 veces en tu mesa de trabajo decimos que la misma tiene una cantidad de superficie de 35 c.

Veamos que has hecho realmente. En primer lugar, frente al problema de medir, elegiste una unidad de medida. Luego estableciste la forma en que ibas a proceder, es decir, resolviste ir colocando el cuadrado unidad sobre tu mesa y

luego fuiste desplazándolo en posiciones adyacentes hasta cubrir todos los puntos de la mesa. Es decir, que has fijado un método para medir, y finalmente has encontrado un número que multiplicado por la unidad es igual a la cantidad de superficie medida. Este número se llama la medida.

Cuando mides longitudes, volúmenes, masas de cuerpos, etc., ocurren siempre cosas similares a las anteriores.

Cada vez que mides aparecen los siguientes elementos fundamentales:

- a) La unidad de medida
- b) Un método para medir
- c) El número medida

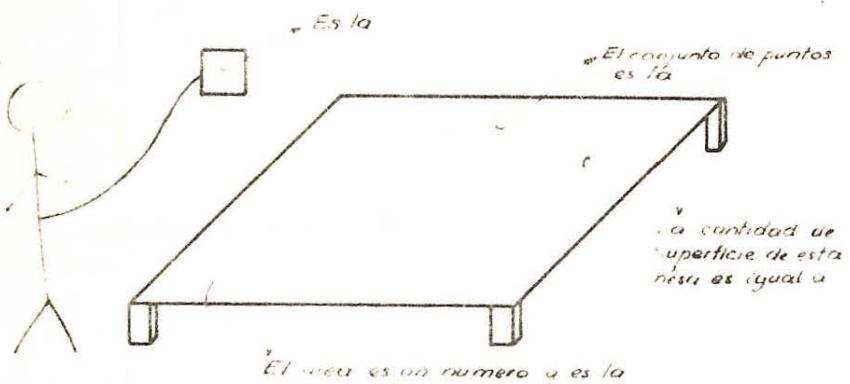
En algunos casos, como el de medición de superficies, el número medida recibe un nombre especial. Así, al número medida de una cantidad de superficie se le llama área.

En el ejemplo anterior tendrás:

$$\begin{array}{ll} \text{-- cantidad de superficie de tu mesa} & = 35 \text{ c} \\ \text{-- área de tu mesa} & = 35 \\ \text{-- unidad de medida} & = \text{c} \end{array}$$

En general no diremos número medida, sino que diremos medida. La medida es un número.

Completa los lugares en blanco en el siguiente croquis. Si tienes dudas, lee nuevamente lo que hemos dicho anteriormente y encontrarás las palabras correctas que debes escribir:



Recuerda que: AREA \neq SUPERFICIE

Cantidades y magnitudes.

A menudo, al referirnos a objetos diversos, decimos por ejemplo:

- . Tiene 6 metros de largo
- . Su ancho es de 24,8 centímetros
- . El ancho es de 2,3 km

Las expresiones 6 m ; 24,8 cm ; 2,3 km son evidentemente el resultado de alguna medición. A estas expresiones las llamamos **cantidades de longitud**.

Las cantidades que hemos escrito anteriormente son todas de la misma especie.

También las cantidades 6,7 kg ; 94 g; 1,76 t; son todas **cantidades de masa**, es decir son un conjunto de cantidades de la misma especie.

Escribe un conjunto de cantidades de la misma especie:

Magnitud.

Imagina el conjunto formado por todas las cantidades de longitud que existan.

A ese conjunto se lo llama magnitud longitud.

Resulta así que una cantidad de longitud es un elemento de la magnitud longitud.

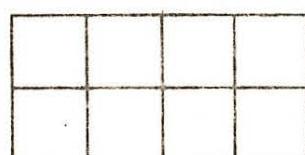
Si nos referimos al conjunto de todas las cantidades posibles de masa tendremos la magnitud masa.

En forma más general, se llama magnitud al conjunto de la totalidad de las cantidades de una misma especie.

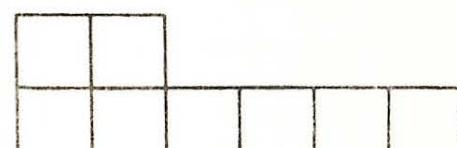
Podemos así hablar de la magnitud volumen, la magnitud superficie, etc.

Aclaremos un poco los distintos conceptos que estamos usando: tú sabes que un triángulo o un círculo son ejemplos de superficies, es decir una superficie es un conjunto de puntos.

Así las figuras FA y FB son figuras distintas por que son dos conjuntos de puntos distintos:



FA



FB

Por otra parte ambas superficies tienen la misma cantidad de superficie, o sea, 8 cm^2 .

Si llamamos $A =$ cantidad de superficie de FA

$B =$ cantidad de superficie de FB

tendremos que $A = B$

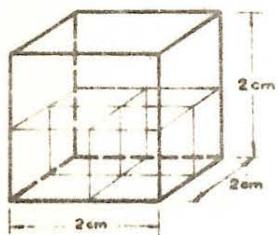
Cuando dos superficies tienen la misma cantidad de superficie se dicen equivalentes.

Al conjunto de todas las superficies que tienen la misma cantidad de superficie se lo llama una clase de equivalencia.

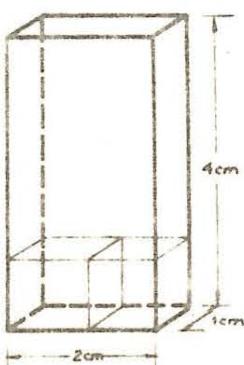
Muchas veces para hablar menos nos olvidamos un poco de la precisión del lenguaje. Es frecuente decir que la superficie de un círculo es por ejemplo de $27,89 \text{ cm}^2$, cuando lo correcto sería decir cantidad de superficie del círculo.

Nosotros seguiremos esta costumbre de simplificar el lenguaje, pero Cuidado la comodidad de lenguaje no significa que deban confundirse las ideas.

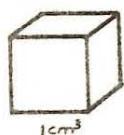
Veamos si las ideas han quedado realmente claras:



C



D



En el croquis anterior hemos representado dos sólidos, sin lugar a dudas el sólido C es distinto del sólido D ya que son dos conjuntos de puntos distintos. Sin embargo para ambos la cantidad de volumen es la misma y de 8 cm^3 . Luego 8cm^3 es el elemento que pertenece a la magnitud volumen.

Los sólidos C y D se dice que son equivalentes respecto del volumen. Empleando un lenguaje preciso, debemos decir:

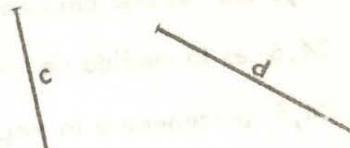
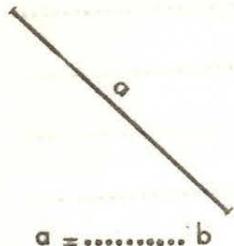
- * 8 cm^3 es una cantidad de volumen
- * Dos cuerpos que tienen la misma cantidad de volumen se dicen equivalentes (respecto del volumen)
- * El conjunto de todos los cuerpos que tienen una misma cantidad de volumen de 8 cm^3 es un ejemplo de una clase de equivalencia.
- * 8 cm^3 es un elemento de la magnitud volumen.

Para acortar nuestras frases diremos simplemente que el volumen del cuerpo C es de 8 cm^3 .

Conjunto de problemas.

1- Con la ayuda de un papel de calcar responde a los siguientes problemas:

Si b es la unidad de longitud, entonces:



$c = b$

$b = b$

$d = b$

Si eliges como unidad de medida a la cantidad de longitud de b , cuál es la medida de:

a ? y de b ? y de c ? y de d ?

Dos segmentos con igual cantidad de longitud se dicen equivalentes respecto de la longitud o simplemente congruentes.

Completa:



a y b son:

El conjunto de todos los segmentos congruentes con a son una clase de:

2 - Indica cuáles de las siguientes expresiones son correctas:

La superficie de un cierto cuadrado es de 25 cm^2

El área de un cuadrado dado es de 25 cm^2

El área de un cuadrado dado es 25 siendo la unidad de medida el cm^2

Un cuadrado de 16 cm^2 de superficie y un rectángulo de $0,0016 \text{ m}^2$ de superficie son figuras equivalentes

4 cm^2 es un elemento de la magnitud superficie

$24,6 \text{ cm}^3$ es una cantidad de volumen

$24,6$ es la medida de una cantidad de volumen

$24,6$ pertenece a la magnitud volumen

$24,6 \text{ cm}^3$ pertenece a la magnitud volumen

3 - Completa el siguiente cuadro. (Si en algún caso existe más de una respuesta elige una sola).

Unidad de Medida	Superficie a medir	Área correspondiente
		6
		1,5

Unidad de Medida	Superficie a medir	Área correspondiente
		4
		1

4 - Indica qué emplearás:

- * un segmento unidad
- * una superficie unidad
- * un cuerpo unidad

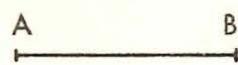
para medir:

- * el piso de tu casa
- * el perímetro del patio de tu escuela
- * el espacio ocupado por el aire en
una pieza vacía
- * la altura de la puerta de tu casa
- * el ancho de tu goma de borrar
- * un círculo
- * una circunferencia
- * una superficie esférica
- * una esfera

5 - Completa el cuadro siguiente indicando la medida del segmento AB

para cada una de las respectivas unidades de medidas.

37



Unidad de Medida	Medida de AB
	1
	$\frac{1}{2}$
	4
	$\frac{3}{4}$
	$\frac{2}{6}$

6 - Responde con si o no a cada una de las siguientes preguntas, justificando tu respuesta:

- Es suficiente que dos figuras sean iguales para poder decir que son equivalentes ? , pues

- Es necesario que dos figuras sean iguales para poder decir que son equivalentes ? , pues

- Puede un cuadrado ser equivalente a la superficie lateral de un cilindro ?
..... , pues

- Puede un polígono tener más de un área ? , pues

- Las áreas, respecto a una misma unidad de medida, de dos figuras iguales, pueden ser distintas ? , pues

- El área debe ser un número natural ? , pues

- El área de una superficie debe ser única? , pues

7 - Un empapelador dice que tiene que empapelar un área de $12,48 \text{ m}^2$. Habla bien? , por qué ? , Cómo debería hablar?

8 - A veces hay que calcular aproximadamente o como suele decirse "a ojo".

En esa forma completa las siguientes expresiones, indicando la medida que corresponde:

La ventana del aula tiene m² de superficie.

Un vaso de agua contiene aproximadamente cm³.

Una estampilla común mide de perímetro cm.

El peso de un hombre normal de 30 años oscila entre gramos
y kg.

El peso de un elefante es de kg.

El peso de este libro es de dag.

Operaciones con unidades

Propongamos un problema concreto.

Supongamos que quieres remozar tu mesa de trabajo, colocándole un cristal sobre el tablero y una varilla de bronce en todo el perímetro.

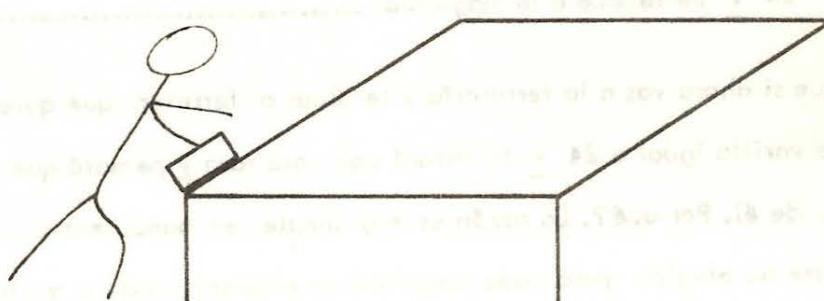
Necesitas determinar:

- . La cantidad de longitud de varilla de bronce y
- . La cantidad de superficie de cristal o como decimos comúnmente:
- . La longitud de la varilla
- . La superficie del cristal

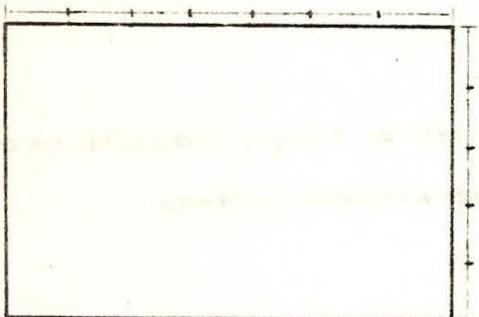
Para ello, debes medir y por lo tanto necesitas dos unidades: una de longitud y una de superficie.

Supondremos que la unidad de longitud es el lado del cuadrado que nos permitió medir la superficie de tu mesa.

Llamemos v a la longitud del lado del cuadrado c . Para medir el perímetro irás transportando el cuadrado de modo que uno de sus lados se apoye en el contorno de la mesa, tal como lo muestra la figura.



y te encontrarás con la siguiente situación:



Por qué no mediste los 4 lados
sino sólo 2 ?

Ya tienes solucionado el problema de calcular la longitud de la varilla de bronce. Esa longitud es igual 24 veces la longitud del lado del cuadrado. Dirás entonces que necesitas una longitud de varilla igual a:

$$24 \text{ } v$$

En tu caso has elegido como unidad, la longitud v del lado del cuadrado, has encontrado el número 24 que multiplicado por v te da la longitud del perímetro de tu mesa.

Completa:

unidad :

medida:

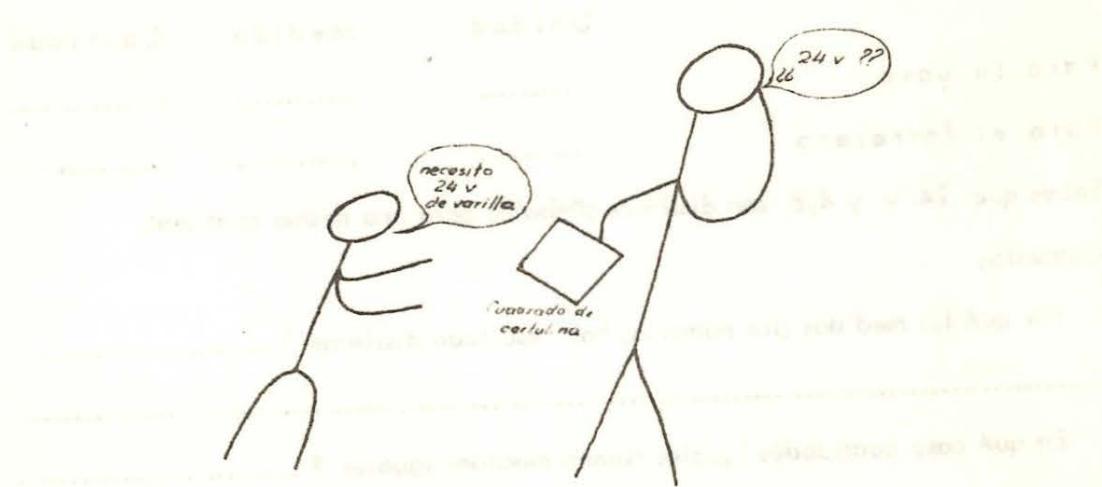
cantidad de longitud:

24 v pertenece a la magnitud:

Claro que si ahora vas a la ferretería y le dices al ferretero que quieras una cantidad de varilla igual a 24 v te mirará con cara rara y pensará que te estás burlando de él. Por qué?. La razón es muy simple, el mundo entero, para poder entenderse ha elegido para cada magnitud un elemento dado como unidad internacional y tú sabes muy bien que para las longitudes ese elemento es

el metro.

Si le explicas al ferretero que v es la longitud del lado de tu cuadrado de cartulina y que procediste así porque no tenías otra cosa para medir, él resolverá tu problema muy fácilmente. Como está acostumbrado a usar el metro mide el lado de tu cuadrado y encuentra que tiene una longitud de 20 cm. El ferretero hará una cuenta muy simple y te dirá que necesitas 4,80 m de varilla.



El cálculo que hizo el ferretero es el siguiente:

$$24 \cdot v = 24 \cdot 20 \text{ cm} = (24,20) \text{ cm} = 480 \text{ cm} = 480 \cdot \frac{1}{100} \text{ m} = 4,80 \text{ m}$$

O sea que trabajó con las unidades como si fueran números, reemplazó v por 20 cm y operó. Luego reemplazó por $\frac{1}{100}$ m y volvió a operar; en general se puede trabajar de esa manera, es decir:

con las unidades se opera como con los números

Pero, caramba!. Esto está resultando interesante.

Tú has dicho: Necesito una longitud de varilla de 24 v

El ferretero dice: Te daré una longitud de varilla de 4,8 m. Ambos saben que es

tán hablando de la misma cantidad, es decir que: $24 \text{ v} = 4,8 \text{ m}$

Lo que acabas de descubrir es que una misma cantidad puede expresarse de formas distintas, según sea la unidad que elijas para medir.

La medida de una cantidad no es única, depende de la unidad que se elija para medirla.

De acuerdo con la situación planteada completa este cuadro:

	Unidad	Medida	Cantidad
Para tu caso
Para el ferretero

Sabes que 24 v y $4,8$ son distintos símbolos para una misma cantidad.

Contesta:

Por qué las medidas (los números) han resultado distintas ?

.....

En qué caso cantidades iguales tienen medidas iguales ?

.....

Escribe dos cantidades iguales que no posean medidas iguales:

..... y

Completa de modo que se tengan cantidades iguales:

$2 \text{ m} = \dots \text{ cm} = \dots \text{ dam} = \dots \text{ hm} = 0,2 \dots$

Indica las unidades y medidas de cada una de las cantidades anteriores:

Unidades	Medidas
.....
.....
.....
.....

Completa las siguientes igualdades, de modo que expresen cantidades iguales, con el empleo de unidades distintas.

$$28 \text{ dam} = \dots = 2,8 \dots = \dots \text{ hm}$$

$$1,2 \text{ hm}^2 = \dots \text{ ha} = \dots \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2$$

Completa con km, m o cm según corresponda en cada caso. La longitud de un lápiz es de 15

El edificio Empire State de la ciudad de Nueva York (uno de los edificios más alto del mundo) mide aproximadamente 0,512

La altura de una casa es de 3,4

Una moneda posee un diámetro de 2,5

El radio de la Tierra mide aproximadamente 6370

La altura de un árbol es de 230

Tu problema sobre la determinación de la longitud de la varilla de bronce ya está resuelto.

Pensemos nuevamente en el cristal.

Ya mediste la superficie de tu mesa y sabes que es de 35 c

Sin embargo, cuando en la vida diaria se quiere conocer una cantidad de superficie, no se mide sino que se calcula.

Casi siempre las superficies se calculan a partir de longitudes, tomadas de alguna manera sobre la superficie que se quiere medir. En el caso de tu mesa tienes un rectángulo, bastardo, entonces, multiplicar las longitudes de los lados del mismo. Así, si sigues insistiendo en medir las longitudes con el lado de tu cuadrado de cartulina podrás decir que el tablero de tu mesa tiene una su-

superficie de:

$$7v \cdot 5v = 7 \times 5 v \cdot v = 35 v^2$$

Donde hemos puesto $v \cdot v = v^2$, si te fijas bien al calcular la superficie obtuviste como área el mismo número que resulta de medir la superficie con el cuadrado de la lado v , o sea aquél cuya superficie llamamos c .

Es decir $c = v^2$

O lo que es lo mismo v^2 es la superficie de un cuadrado de lado v .

Por supuesto, con la persona que te atienda en la cristalería tendrás el mismo problema que en la ferretería, es decir, te pedirán que uses una unidad de medida de superficie de las que usa todo el mundo. La solución es muy fácil, ya que, sabiendo que el lado de tu cuadrado mide 20 cm tendrás:

Largo de la mesa =

Ancho de la mesa =

Con lo cual la superficie resulta de:

$$\begin{aligned} 7v \cdot 5v &= 7 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 5 \cdot 20 \text{ cm} = \\ &= 140 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 14.000 \text{ cm}^2 \\ &= 14.000 \text{ cm}^2 = 14.000 \cdot \frac{1}{10.000} \text{ m}^2 = 1,4 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Observa que nuevamente aplicas a las unidades las reglas aprendidas para el producto entre números ya que has reemplazado el producto $\text{cm} \cdot \text{cm}$ por cm^2 , lo cual te da una gran facilidad para operar y para calcular las superficies.

Conjunto de Problemas

9- Expresa en la unidad, que se indica en cada caso, la cantidad de varilla de

bronce que hubieses comprado si:

$$v = 30 \text{ cm} \Rightarrow 35 v = \dots \text{ (dam)}$$

$$v = 12 \text{ cm} \Rightarrow 35 v = \dots \text{ (cm)}$$

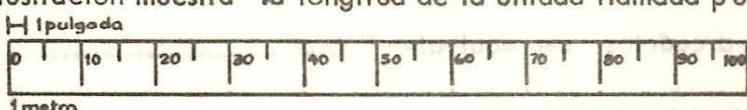
$$v = 0,01 \text{ dam} \Rightarrow 35 v = \dots \text{ (cmm)}$$

10- Si al medir cantidades de alambre, tú con el lado del cuadrado de cartulina y el ferretero con el metro descubren que:

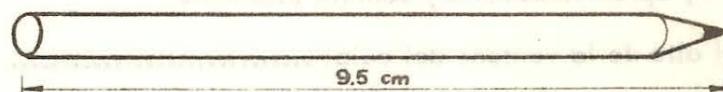
$$\underbrace{29 v}_{(\text{según el lado del cuadrado})} = \underbrace{580 \text{ cm}}_{(\text{según el metro})}$$

Cuántos cm mide v ?

11- La ilustración muestra la longitud de la unidad llamada pulgada.



Calcula la longitud de este lápiz en pulgadas.



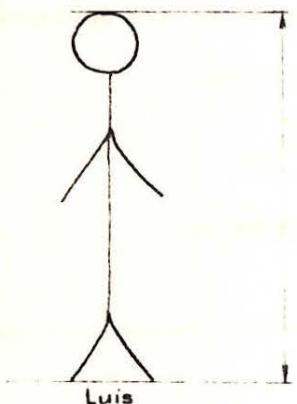
Expresa esa longitud en cm

$$\dots \text{ pul.} = \dots \text{ cm}$$

12- Calcula en mm el espesor de una hoja de este libro, mide la altura del libro y sin mirar la numeración calcula el número de hojas. Cuánto mediría el alto del libro si todas las hojas fuesen del mismo espesor que las tapas?

.....
.....

13- Tu sabes que los ingleses han adoptado para sus mediciones algunas unidades especiales. Entre ellas el pie. Suponte, entonces que:



Estatura de Luis = 5 pies

Estatura de Luis = 152,20 cm

Determina a cuántos cm equivale 1 pie:

.....

Calcula, aproximadamente, cuántos pies mide:

el alto de la ventana del aula:

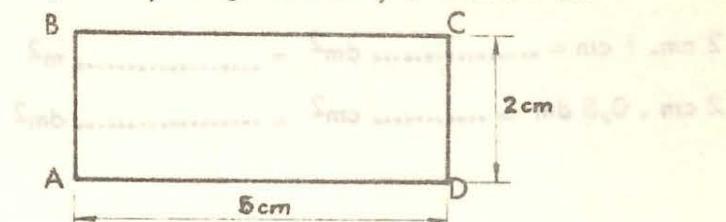
el largo del pizarrón de tu aula:

el largo de la calle en la que vives :

14- En lo que sigue hemos propuesto un ejercicio que resuma lo que has visto sobre

mediciones y unidades de ese modo estaremos seguros que tu dominas estas ideas.

Sea ABCD un rectángulo cuyo largo es 5 cm y su ancho 2 cm



Es cierto que para medir este rectángulo pudo haberse utilizado como unidad un rectángulo de 1 cm de altura por 1 dm de base, entonces el área hubiese sido 1. Además, si a este rectángulo unidad lo llamáramos $\text{cm} \cdot \text{dm}$, tendríamos:

$$\text{Superficie rectángulo } ABCD = 1 \text{ cm dm}$$

La unidad cm dm sirve muy bien para medir, sin embargo no es una unidad adoptada universalmente y para hacer más familiar y común el lenguaje si alguien dijese eso, los oyentes pensarían:

$$\text{Superficie rectángulo } ABCD = 1 \text{ cm} \cdot \text{dm} = 1 \text{ cm} \cdot 10\text{cm} = 10 \text{ cm}^2$$

Fíjate que nuevamente estamos trabajando con las unidades como si fuesen números.

Es muy útil fijar estas ideas. Para ello trata de indicar las áreas que obtendrías para el rectángulo ABCD si eligieses como unidad las que indicaremos.

Unidad	Área	Cantidad de Sup.
rectángulo de 2 cm. 1 cm
rectángulo de 2 cm. 0,5 dm
rectángulo de 1 cm. 0,5 dm

Operando con las unidades calcula (sigue el ejemplo dado para el rec-

$$2 \text{ cm} \cdot 0,5 \text{ dm} = \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$$
$$2 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$$

tidngujo ABCD)

5.2 Proporcionalidad directa e inversa:

Volvamos a tu problema de remozar la mesa de trabajo. Ya conoces las cantidades que necesitas de varilla de bronce y de vidrio, y las mismas son:

Cantidad de varilla : $L = 4,80 \text{ m}$

Cantidad de vidrio : $A = 1,40 \text{ m}^2$

Ahora debes averiguar si la cantidad de dinero con que cuentas te permite hacer la compra. Para ello preguntas los precios y te dice:

El metro de varilla de bronce cuesta 8 pesos

El metro cuadrado de vidrio de 3 mm de espesor cuesta 11 pesos.

Para saber cuánto tendrás que pagar por la compra, tu harás seguramente los siguientes cálculos:

Costo de la varilla (en pesos): $4,80 \cdot 8 = 38,40$

Costo del vidrio (en pesos): $1,40 \cdot 11 = 15,40$

Por qué procedemos así?. Aunque tú sabes muy bien que esa es la forma de operar, conviene que analicemos en este momento un poco más lo que estamos haciendo.

La situación real es la siguiente:

a) El comerciante fija un precio por unidad de producto, es decir, fija una constante.

b) Establece una ley, por la cual a cada cantidad vendida le hace corresponder un precio.

La ley en este caso consiste en multiplicar aquella constante por la medida de la cantidad vendida utilizando para medir la misma unidad de medida que sirvió para fijar el precio.

Así, en la cristalería el comerciante ha establecido que el precio de 1 m² de vidrio de 3 mm de espesor es de 11 pesos. Tenemos así fijada la constante y cuando alguien como tú, necesita 1,40 m², el precio en pesos se determina haciendo la multiplicación:

$$1,40 \cdot 11 = 15,40$$

En general si una persona necesita una cantidad cuya medida en m² es a debe pagar un precio p en pesos dado por

$$p = 11 \cdot a$$

Pero, cuidado para que el resultado esté dado en pesos se requiere:

1- Que la constante 11 dé el precio en pesos de cada m²

2- Que a sea la medida de la cantidad de vidrio en m²

Es decir, en la expresión:

$$p = 11 \cdot a$$

11 es una constante (en número fijo)

a es el número medida de la cantidad de vidrio, usando como unidad el m²

p es el número medida de la cantidad de pesos a pagar.

Todo esto resulta un poco difíciloso por que en cada caso hay que hablar del número medida, y tener en cuenta la unidad usada para medir. Si cambiamos las unidades cambiará el valor de la constante.

Puede simplificarse mucho todo si en lugar de trabajar con las medidas (que son números) trabajamos con cantidades.

Pero para que sea realmente cómodo debemos asignar a la constante 11 una cierta

ta unidad simbólica convenientemente elegida de manera que podamos aplicar a las unidades de reglas de operaciones aprendidas para números.

(A la unidad que se agrega a la constante suele llamársele dimensión, nosotros le seguiremos llamando unidad)

Veamos como quedan las cosas:

Si P es la cantidad de dinero = 15,40 \$ y

A es la cantidad de superficie = 4,80 m², tendremos:

$$4,80 \text{ m}^2 \cdot 11. \underline{u} = 15,40 \text{ $}$$

Donde u es la unidad simbólica que este caso la haremos a $\frac{\$}{\text{m}^2}$ con la que resulta:

$$4,80 \text{ m}^2 \cdot 11. \frac{\$}{\text{m}^2} = 4,80 \cdot 11. \text{ m}^2 \cdot \frac{\$}{\text{m}^2} = 15,40 \text{ $}$$

Observa que u debe ser tal que el producto de esas expresiones nos dé, en \$:

Resulta así que si llamamos k a la constante con unidad resulta:

$$P = k. A$$

Donde en nuestro ejemplo es:

$$P = p.\$ = 15,40 \text{ $}$$

$$A = a.\text{m}^2 = 4,80 \text{ m}^2$$

$$k = k_0 \cdot \frac{\$}{\text{m}^2} = 11 \frac{\$}{\text{m}^2}$$

Como ves, hemos resuelto llamarle k₀ al valor numérico de la constante y con k a la constante multiplicada por una cierta unidad. A la constante con su unidad la llamamos constante dimensionada.

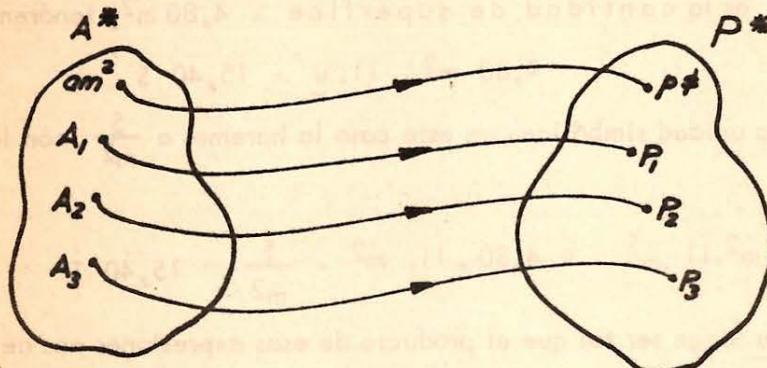
CONCLUSIONES:

a) En el problema anterior hemos establecido una ley o función entre el conjunto A^* de las posibles cantidades de vidrio y el conjunto P^* de las posibles cantidades de dinero. Y esa ley es:

$$A \rightarrow P = k \cdot A$$

con k constante

$$a.m^2 \rightarrow p\$ = 11 \frac{\$}{m^2} \cdot a.m^2$$



Es decir si P está expresada en $\$$ y A en m^2

$$P = 11 \frac{\$}{m^2} \cdot A$$

de donde tenemos:

$$P_1 = 11 \frac{\$}{m^2} \cdot A_1 \Rightarrow \frac{P_1}{A_1} = 11 \frac{\$}{m^2} = k$$

$$P_2 = 11 \frac{\$}{m^2} \cdot A_2 \Rightarrow \frac{P_2}{A_2} = 11 \frac{\$}{m^2} = k$$

$$P_3 = 11 \frac{\$}{m^2} \cdot A_3 \Rightarrow \frac{P_3}{A_3} = 11 \frac{\$}{m^2} = k$$

De ese modo, es lo mismo decir que la ley es:

$$A \longrightarrow P = 11 \frac{\$}{m^2} \cdot A$$

o que la ley expresa:

$$A \longrightarrow P / \frac{P}{A} = 11 \frac{\$}{m^2} = k$$

Esta última expresión equivale a decir que el cociente entre el precio y la cantidad vendida es igual a una constante dimensionada.

b) Si no conocemos el valor de k , es necesario y suficiente para calcularlo conocer un valor de P y el correspondiente valor de A y hacer el cociente entre P y A .

En nuestro caso:

$$k = \frac{P}{A} = \frac{15,40 \$}{4,80 m^2} = \frac{15,40}{4,80} \frac{\$}{m^2} = 11 \frac{\$}{m^2}$$

c) Con más generalidad si convenimos en indicar con:

$[P]$ unidad elegida para medir cantidad de dinero

$[A]$ unidad elegida para medir cantidad de superficie

resulta:

$$k = \frac{P}{A} = \frac{P \cdot [P]}{a \cdot [A]} = \frac{P}{a} \cdot \frac{[P]}{[A]}, \text{ de modo que la unidad que agregamos a } k_0 \text{ es el cociente entre las unidades de un elemento de } P^* \text{ y el correspondiente de } A^*.$$

Con el propósito de afianzar estas ideas resuelve estos problemas:

* Calcula k en el problema de tu mesa si la superficie está medida en cm^2

55

$$k = \frac{P}{A} = \frac{15,40}{14.000} \cdot \frac{\$}{\text{cm}^2} = 0,0011 \frac{\$}{\text{cm}^2}$$

* Determina qué valor tendría k para el caso de una tribu de Nueva Guinea que usa piedras como moneda sabiendo que 4 piedras equivalen a 11 \$.

Gráfica de la ley $P = kA$

De acuerdo con lo que has estudiado sabes que:

$$A \rightarrow P = 11 \frac{\$}{\text{m}^2} \cdot A$$

$$A \in A^* \text{ y } P \in P^*$$

siendo

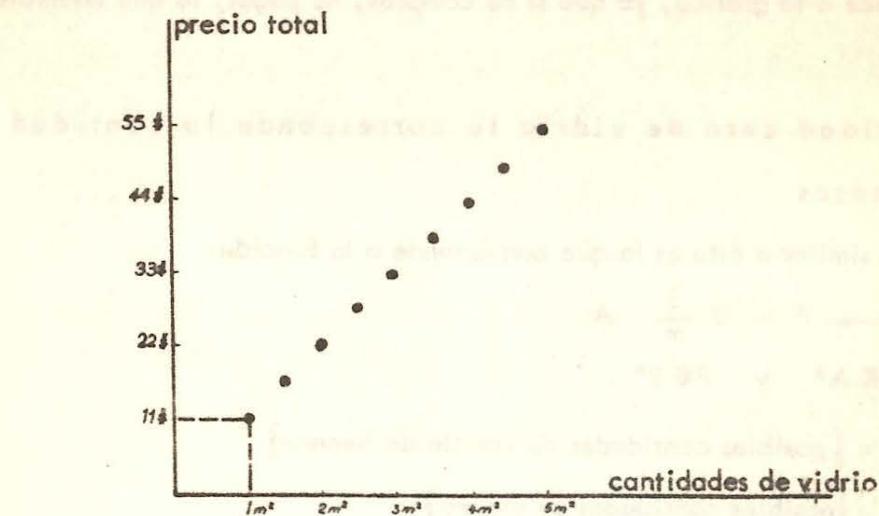
$$A^* = \{ \text{posibles cantidades de vidrio} \}$$

$$P^* = \{ \text{posibles cantidades de dinero} \}$$

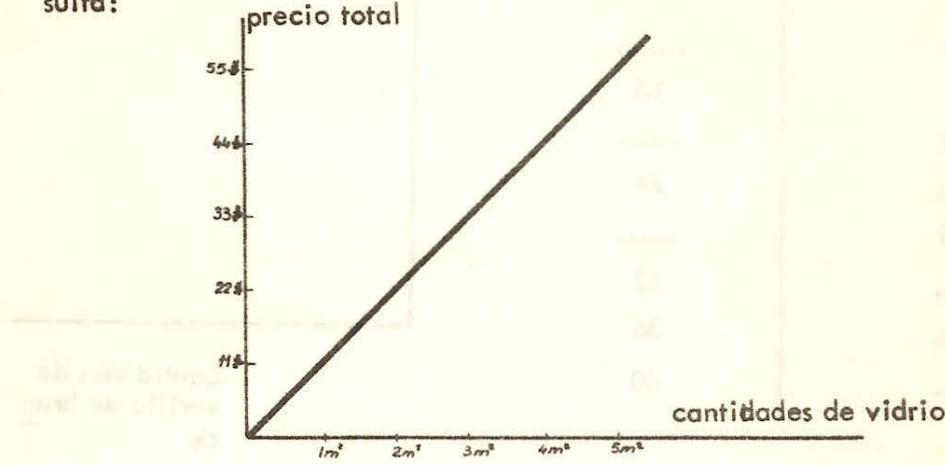
Aplicando la ley, completa el cuadro:

Cantidades de vidrio en m^2	Precios en \$
1	\$ 11
1,5
2	22
2,5
.....	33
3,5
.....	44
.....	49,50
.....	55

En base a los datos de esta tabla, podemos graficar algunos puntos de la función, resultando:



Por supuesto que hemos trabajado sólo con 9 pares de valores. Es por esa razón que la gráfica resulta un conjunto de 9 puntos. Es evidente, sin embargo, que podríamos haber tomado infinitas cantidades distintas y entonces la gráfica resulta:



Todos los puntos que constituyen la gráfica se encuentran sobre una semirrecta con extremo en el origen de coordenadas. El origen de coordenadas también pertenece a la gráfica, ya que si no compras, no pagas, lo que equivale a decir que:

a la cantidad cero de vidrio le corresponde la cantidad cero de pesos

Una gráfica similar a ésta es la que corresponde a la función:

$$A \rightarrow P = 8 \frac{\$}{m} \cdot A$$

$$A \in A^* \quad y \quad P \in P^*$$

siendo $A^* = \{ \text{posibles cantidades de varilla de bronce} \}$

$P^* = \{ \text{posibles cantidades de dinero} \}$

Para que puedas construir la gráfica correctamente, te ayudaré, si la completas la tabla de la izquierda.

Cantidades de varilla en m	Precios en \$	precio total
1	8 \$	
1,5	
2	16	
2,5	
....	24	
3,5	
....	32	
....	36	
....	40	

Cantidades de varilla de bronce

Sin efectuar cálculos, sólo con la ayuda del gráfico, completa de modo que ca-

da par sea punto de la gráfica de la función:

$$(2,75 \text{ m} ; \dots\dots\dots \text{\$}) ; (7\text{m} ; \dots\dots\dots \text{\$}) ; (\dots\dots\dots \text{m} ; 88\text{\$}) ; (\dots\dots\dots \text{m} ; 80\text{\$})$$

(3,25 m ; \dots\dots\dots \text{\\$}) ; (1,25 m; \dots\dots\dots \text{\\$}) ; (\dots\dots\dots \text{m} ; 44 \text{\\$}) ; (\dots\dots\dots \text{m}; 48\text{\\$})

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Leyes del tipo de las que acabamos de estudiar resultan muy frecuentes y no sólo surgen para la obtención de precios. Por este motivo conviene reconocerlas con un nombre, y estudiarlas en particular.

Así diremos:

"Cuando entre dos conjuntos de cantidades A^* y P^* puede establecerse una función del tipo :

$$A \in A^* \longrightarrow P = kA \quad \text{con } P \in P^*$$

donde k es una constante, se dice que las cantidades de A^* y P^* son directamente proporcionales y que k es la constante de proporcionalidad"

o también

"Cuando entre dos conjuntos de cantidades A^* y P^* puede establecerse una ley tal, que si

$$A \in A^* \longrightarrow P \in P^*$$

resulta $\frac{P}{A}$ una constante ($\frac{P}{A} = k$), se dice que las cantidades de A^* y P^* son directamente proporcionales, llamándose k constante de proporcionalidad".

Cualquiera de estas dos definiciones puede ser empleada para determinar si dos conjuntos de cantidades son o no directamente proporcionales.

k en general es una constante dimensionada, pero si las cantidades del primer y segundo conjunto son homogéneas.

k resulta sin unidad (sin dimensión)

Convenimos entonces: cuando hablamos de una constante, esta podría ser numérica o dimensionada, y si queremos referirnos exclusivamente a una constante numérica lo indicaremos expresamente.

Ya hemos definido cantidades directamente proporcionales, sin embargo, es necesario que observes lo siguiente:

"Las cantidades de varilla de bronce y sus precios cumplen con esta ley, elegida, en este caso, para la comercialización del producto"

Por supuesto que otro comerciante podría vender según una ley muy distinta. Es decir que aquí la ley está sujeta a la voluntad humana. Existen, en cambio, otras cantidades que por su naturaleza misma son directamente proporcionales.

Por ejemplo:

Piensa en el conjunto T de todos los triángulos que poseen como base 3 cm, sea C el conjunto de las alturas de dichos triángulos y D el conjunto de la superficie de los triángulos de T, es decir:

$$T = \{ \text{triángulos} \dots \dots \dots \}$$

$$C = \{ \text{alturas de los elementos de } T \}$$

$$D = \{ \text{superficies de } T \}$$

Existe una natural correspondencia entre los elementos de C y D la que hace corresponder a cada $h \in C$ el área del triángulo del cual h es altura.

Así $h \in C$, implica: que h es altura de un triángulo $t_1 \in T$ y en D hay un elemento que es la superficie de t_1 . La ley sería:

$$h \rightarrow \text{Sup } t_1 = 3 \text{ cm} \cdot \frac{h}{2} = 1,5 \text{ cm} \cdot h$$

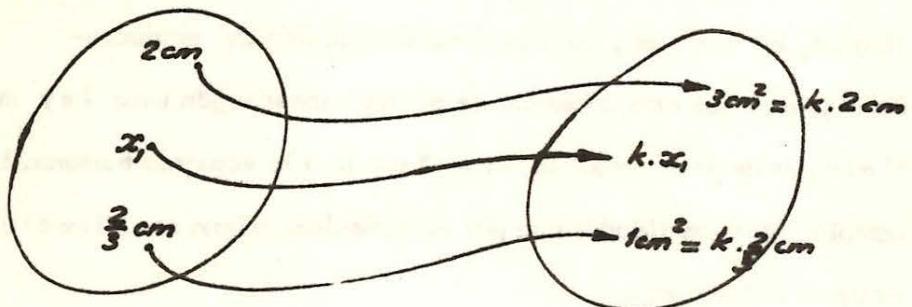
Por lo tanto para cada $h \in C$ existe un elemento en D que se obtiene multiplicando el $h \in C$ por la constante $1,5 \text{ cm}$.

Así si:

$$h_1 = 2 \text{ cm} \rightarrow S_{h_1} = 1,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}^2$$

$$h_2 = \frac{2}{3} \text{ cm} \rightarrow S_{h_2} = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{2}{3} \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2$$

Simbólicamente:



Completa: $3 \text{ cm} \rightarrow \dots \dots \dots$

$\dots \dots \dots \rightarrow 6 \text{ cm}^2$

$5 \text{ cm} \rightarrow \dots \dots \dots$

Decimos, en este caso, que las alturas de los triángulos de 3 cm de base son proporcionales a las superficies de los mismos.

Confecciona la gráfica de esta función:

Sup. triángulos
de 3 cm de base

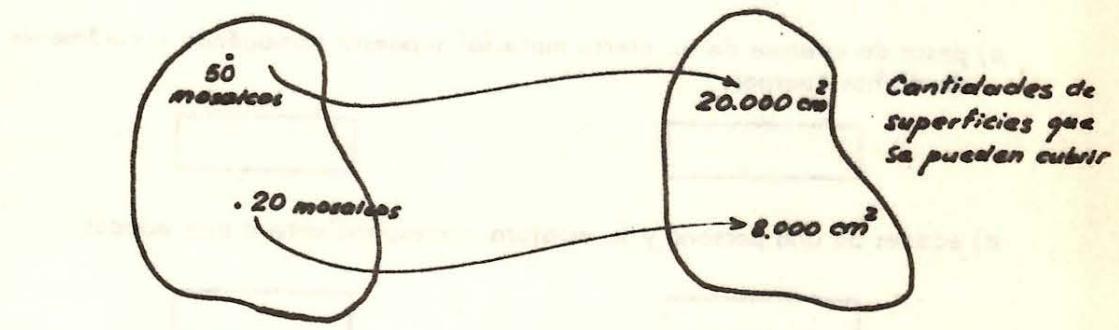
Altura triángulos
de 3 cm de base

Esto que hemos analizado para triángulos de 3 cm de base, sigue siendo válido, si en lugar de los de 3 cm tomamos los de 1 m de base, por lo tanto, en general:

Las superficies de los triángulos de igual base son proporcionales a las alturas de dichos triángulos.

En la naturaleza son muchas las cantidades que están ligadas por leyes de este tipo y muchas también las que el hombre liga convencionalmente por una ley de este tipo. Dentro del conjunto de las primeras están: la cantidad de materiales de cierta superficie necesarios para cubrir un piso y la superficie de ese piso.

Así se trata de mosaicos de 400 cm^2 de superficie, resulta:



$$50 \text{ mosaicos} \longrightarrow 50 \text{ mosaicos.}400 \frac{\text{cm}^2}{\text{mosaicos}} = 20.000 \text{ cm}^2$$

$$k = 400 \frac{\text{cm}^2}{\text{mosaicos}}$$

Completa, según estos datos:

20 mosaicos
..... 6,000 cm²

Asimismo son ejemplos de cantidades directamente proporcionales el interés que pagan los bancos oficiales por los capitales depositados a plazo fijo. En este caso la proporcionalidad es adoptada convencionalmente.

Seguidamente se dan pares de cantidades. Indica cuáles son directamente proporcionales colocando D.P. en el rectángulito, y establece, en ese caso, la constante dimensionada k , en el otro rectangulito.

- a) radios de una circunferencia y longitudes de dichas circunferencias.

- b) espacios recorridos por un móvil que se mueve con velocidad constante y los tiempos empleados en recorrerlos.

- c) pesos de cuerpos de un cierto material supuesto homogéneo y volúmenes de dichos cuerpos.

- d) edades de una persona y la estatura correspondiente a esas edades.

Analiza y busca tú, dos ejemplos de cantidades directamente proporcionales:

.....
.....

Indica, en cada caso, la unidad de k para los siguientes conjuntos de cantidades directamente proporcionales.

* Volumenes de prismas de una base dada y sus correspondientes alturas:

* Longitudes reales de un terreno y longitudes que las representan en un plano hecho a escala:

* El consumo de corriente eléctrica de una máquina hormigonadora y el tiempo que se la usa:

* La distancia que recorre un automóvil y el consumo de nafta, suponiendo que sean directamente proporcionales:

La ley o función que liga dos conjuntos de cantidades directamente proporcionales tiene por gráfica una semirrecta cuyo extremo es el origen de coordenadas. Para dibujarla, por lo tanto, sólo necesitamos conocer una cantidad no nula del primer conjunto y su correspondiente imagen, ya que dos puntos alcanzan para graficar estas funciones.

Veamos ahora un trabajo prácticos de Física donde podremos usar estas ideas y analizar cantidades que por su naturaleza son directamente proporcionales.

5.3 Trabajo N° 14 :

Construcción de un dinamómetro. Medición de pesos y fuerzas. Representación gráfica de resultados experimentales.

Si tratas de empujar una mesa, levantar un objeto cualquiera, estirar o comprimir un resorte, observarás que en cada uno de esos casos debes realizar un esfuerzo muscular, o sea ejercer una fuerza.

Sabes además, que si sostienes levantado un objeto, debes hacer una fuerza hacia arriba que contrarreste el peso del mismo; es decir, la fuerza con que la Tierra lo atrae. Las fuerzas se representan por medio de flechas (vectores) que indican en qué punto están aplicadas y hacia adonde tiran o empujan. Es fácil entender entonces que el peso de un cuerpo quedará representado por una flecha vertical dirigida hacia abajo. Como unidad de peso o de fuerza, se adopta:

kilogramo fuerza (kgf)

con mucha aproximación un litro de agua (1 dm^3), pesa 1 kgf.

A partir de esta unidad, se definen, igual que para el metro, los múltiplos y submúltiplos correspondientes. Entre los más conocidos figuran:

$$1 \text{ gf} \text{ (un gramo fuerza)} = \frac{1}{1000} \text{ kgf} = 0,001 \text{ kgf}$$

$$1 \text{ tf} \text{ (una tonelada fuerza)} = 1000 \text{ kgf}$$

Para operar con estas unidades, recuerda que lo debes hacer como si fuesen números. Para medir fuerzas o pesos se utilizan Dinamómetros.

Como suponemos que no posees a mano este tipo de aparato que resultará muy útil para revisar las ideas de proporcionalidad nos proponemos guiarte en la construcción de un cierto tipo de dinamómetro.

Para ello seguirás textualmente esta guía:

A. - Construcción de un dinamómetro.

Materiales a utilizar: • Un trozo de madera de 50 cm x 15 cm x 1 cm.

• Regla milimetrada.

• Hilo delgado de coser.

• Un recipiente liviano de plástico.

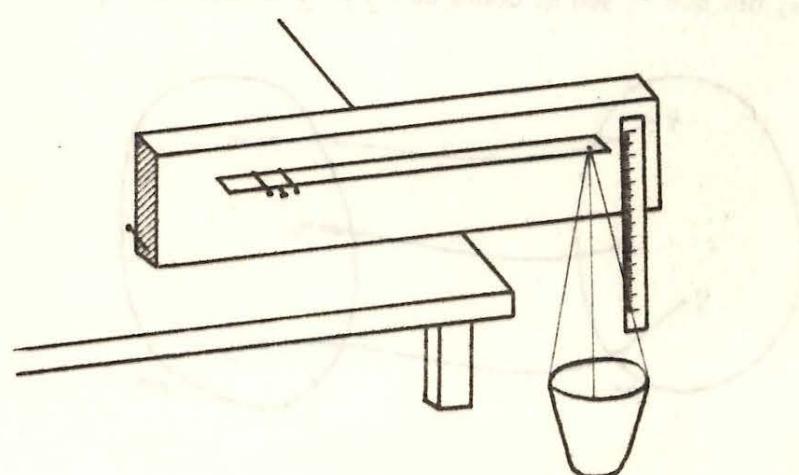
• Probeta graduada.

• Un fleje de acero u hoja de sierra en desuso.

• Clavos y martillo.

• Papel, lápiz, chinches y cinta adhesiva.

Arma el dinamómetro, tal como indica la figura siguiente:



A la regla milimetrada debes sujetarla, de modo que el extremo de la hoja de sierra coincida con el cero de la escala.

Por fin, terminada la labor, vamos a emplear el dinamómetro construido.

Para que los resultados sean lógicos y nos conduzcan realmente a la obtención de conclusiones procederás así:

- 1 - Colocarás dentro del recipiente plástico, volúmenes conocidos de agua y medirás los correspondientes desplazamientos del extremo libre de la hoja de acero, para ello recordarás que cada 3 cm^3 de agua pesa 1 gf

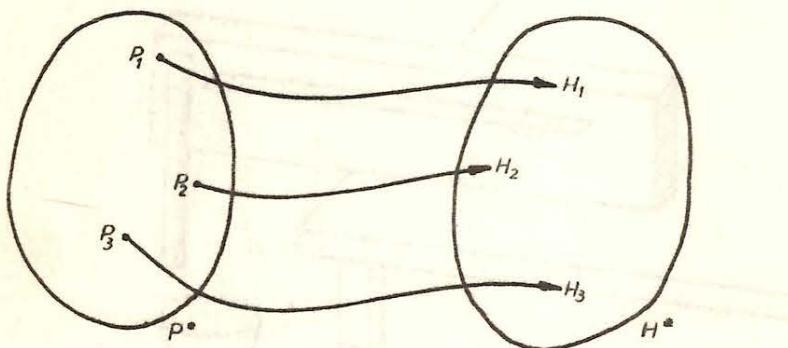
Si formas, luego los conjuntos:

$$P^* = \{\text{posibles pesos del agua colocada en el recipiente.}\}$$

$$H^* = \{\text{posibles desplazamientos del extremo libre de la hoja de acero}\}$$

Existe una natural correspondencia entre los elementos de A^* y H^* de modo que a cada $P \in P^*$ corresponde $H \in H^*$

Efectuando la experiencia procura completar el siguiente gráfico dando valores a P_1 ; P_2 y P_3 y determinando H_1 , H_2 y H_3 (para que puedas sacar conclusiones, has que P_1 sea el doble de P_2 y P_3 la mitad de P_1).



Qué descubres?. Lógicamente habrás observado que si:

$$P_1 = 2P_2 \rightarrow H_1 = 2H_2 \quad \text{o sea} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{H_2}{H_1}$$

También notarás que si:

$$P_3 = \frac{1}{2} P_1 \rightarrow H_3 = \frac{1}{2} H_1 \circ \text{sea} \frac{P_3}{P_1} = \frac{H_3}{H_1}$$

Esto te hace pensar que los pesos de las cargas de agua son directamente proporcionales a los desplazamientos del extremo libre de la hoja de acero, luego:

$$P \rightarrow T = k_p P$$

Las unidades de k son:

Para el dinamómetro que tú has construido $k = \dots$

Determinado k , indica los estiramientos que se producen para cada valor de P dado:

$$P_1 = \dots \rightarrow H_1 = k_0 P_1 = \dots$$

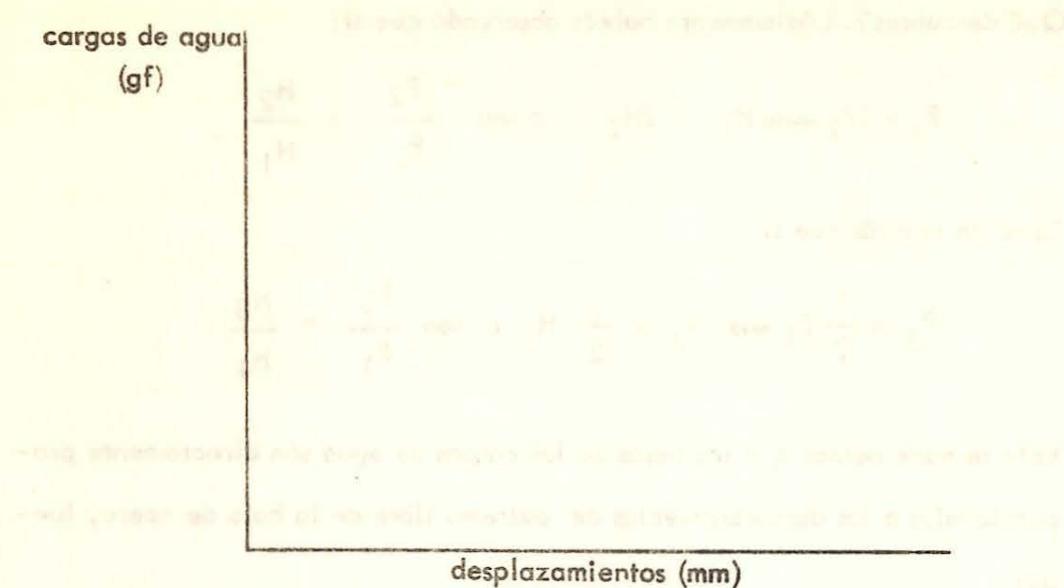
$$P_2 = \dots \rightarrow H_2 = k \cdot P_2 = \dots$$

$$P_3 = \dots \rightarrow H_3 = k_0 P_3 = \dots$$

Verifica estos resultados experimentalmente. Con esos datos y otros completa el siguiente cuadro:

Cargas de agua (kg)						
Desplazamientos (mm)						

Representa gráficamente los resultados obtenidos, en el siguiente diagrama:



Utilizando el dinamómetro, para medir el peso desconocido de un cuerpo cualquiera, medirás el desplazamiento que produce y conocido k , harás:

$$p = \frac{H}{k} \text{ pues como se trata de cantidades directamente proporcionales ya sabes que } H = kp$$

En la práctica para evitar medir en cada caso el desplazamiento se construyen reglas graduadas que se acoplan al dinamómetro.

Para la confección de la escala graduada debes seguir esta guía.

Confección de una escala graduada para el dinamómetro.

Pesadas.

1 - Utilizando los valores obtenidos anteriormente, confecciona sobre una ti-

ra de papel, una escala que te permita leer directamente en (gf) los pesos de las cargas colocadas en el recipiente de plástico. Sujeta dicha escala, por medio de chinches, al soporte de madera del dinamómetro.

2-Coloca dentro del recipiente distintos objetos y mide sus respectivos pesos.

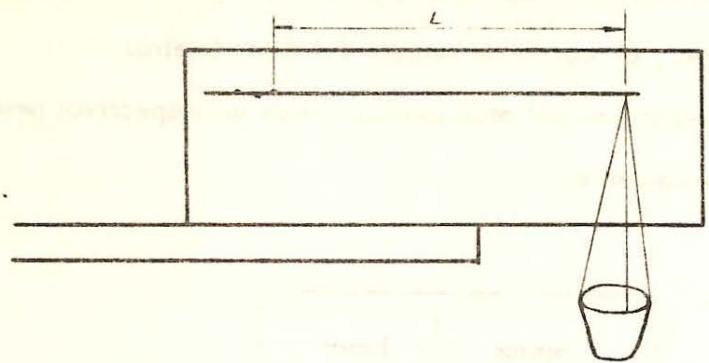
Completa el cuadro siguiente:

Objetos	Pesos

Variación de la constante de proporcionalidad del dinamómetro con la longitud de la hoja de sierra.

1)- Reemplaza la escala confeccionada anteriormente, por la regla milimétrada que has utilizado al principio de este trabajo.

Coloca dentro del recipiente 200 gf de agua (200 cm^3); manteniendo esa carga constante, procede a variar la longitud de la hoja de sierra. (Para ello basta que corras a la misma en dirección de los clavos que la sujetan del extremo izquierdo.)



Para las distintas longitudes (L) de la hoja de sierra, y para una misma carga en el recipiente, mide los correspondientes desplazamientos. Con todos esos valores completa el siguiente cuadro:

Longitud (L) (cm)						
Desplazamien- tos (mm)						

Qué descubres?. Qué conclusiones obtienes?

.....

.....

.....

.....

2)- Calcula las distintas constantes de proporcionalidad (entre las cargas y los desplazamientos), para cada una de las longitudes de la hoja de sierra. Completa el siguiente cuadro:

Longitud (L) (cm)					
$k \left(\frac{gf}{mm} \right)$					

Ejercicios, problemas y algunas ideas nuevas

Sean:

$$C^* = \{\text{pesos posibles de cuerpos}\}$$

$$D^* = \{\text{longitudes posibles}\}$$

Supone además que las cantidades de C^* y D^* son directamente proporcionales siendo la constante de proporcionalidad $\frac{3 \text{ mm}}{\text{gf}}$

Completa:

- la constante dimensionada es $k = \dots \dots \dots$

- la constante numérica es $\dots \dots \dots$

- la unidad adoptada para la constante numérica es $\dots \dots \dots$

A toda constante dimensionada k le damos ahora la forma:

$$k = k_0 \cdot u$$

donde k_0 representa la constante numérica y u la unidad que se le agrega,

en nuestro caso se tiene:

$$\text{si se elige el sistema: } \dots = 3$$

y

$$U = \dots$$

Si eres un poco olvidadizo vuelve a leer como conseguimos la unidad u en el caso del vidriero, te darás cuenta entonces, que para este caso:

$$u = \frac{\text{unidad adoptada en D}^*}{\text{unidad adoptada en C}^*}$$

Para no escribir tanto, nos ponemos de acuerdo y simbolizamos:

$$\text{unidad elegida en D}^* = [D]$$

$$\text{unidad elegida en C}^* = [C]$$

entonces, puedes completar:

$$u = \dots$$

Pero entonces, por qué no homogeneizar las cosas y ya que u es la unidad asignada a k no escribir?

$$u = \text{unidad de } k = [k]$$

de esta manera resulta:

$$u = \frac{[D]}{[C]} = [k]$$

En el ejemplo dado

$$[D] = \dots$$

$$[] = \text{gf.}$$

$$[k] = \dots$$

$$k_0 = \dots$$

Completa ahora el siguiente cuadro:

Elementos de C*	Elementos correspondientes en D*
2,5 gf
.....	0,36 cm
2300 mgf
.....	2,1 mm
1 gf	

Traza la gráfica de esta ley suponiendo que en C* están todas las posibles cantidades de fuerza.

Elementos de
D*

Elementos de C*

Analicemos, ahora, otra cuestión:

Supongamos dos conjuntos de cantidades E^* y F^* directamente proporcionales, siendo:

$$E^* = \{\text{cantidades de superficies}\}$$

$$F^* = \{\text{cantidades de longitudes}\}$$

Se sabe además:

$$3 \text{ m}^2 \longrightarrow 7,5 \text{ m}$$

y se desea averiguar qué cantidades de F^* corresponden a 2 m^2 ; $0,5 \text{ m}^2$; 4500 cm^2 ;

1 m^2 ;

Cuál es tu problema?

Pues, entonces, calcula k

Repasa la segunda definición de cantidades directamente proporcionales y completa:

$$k = \frac{\text{ }}{3 \text{ m}^2} = 2,5 \frac{1}{\text{m}}$$

aquí resulta:

$$\{F\} =$$

$$\{ \ } = \text{m}^2$$

$$\{k\} = \frac{1}{\text{m}}$$

$$k_o =$$

Ahora averigua la cantidad correspondiente a 1 m^2

$$1 \text{ m}^2 \rightarrow k \cdot 1 \text{ m}^2 = \dots = 2,5$$

Observa $k_o = \dots$

76 a 1 m^2 corresponde $k_o \cdot [F]$

Ahora que conoces $k = 2,5 \frac{1}{\text{m}}$ puedes contestar las preguntas iniciales:

$$2 \text{ m}^2 \rightarrow \boxed{\quad}$$

$$0,5 \text{ m}^2 \rightarrow \boxed{\quad}$$

$$4500 \text{ cm}^2 \rightarrow \boxed{\quad}$$

$$1 \text{ m}^2 \rightarrow \boxed{\quad} = k_o \frac{1}{\text{m}}$$

Si observas el cuadro del ejercicio anterior verás que también en ese caso

$$1 \text{ g} \rightarrow 3 \text{ mm} = k_o \cdot [D]$$

Duda! Esta situación es casual, o siempre que dos conjuntos P^* y Q^* de cantidades son directamente proporcionales con constante de proporcionalidad:

$$k = k_o \frac{[Q]}{[P]} \text{ resulta } 1 \cdot [P] \rightarrow k_o \cdot [Q]$$

Busquemos la respuesta:

$$1 \cdot [P] \rightarrow k \cdot 1 \cdot [P] = k_o \frac{[Q]}{[P]} \cdot 1 \cdot [P] = k_o \cdot [Q]$$

Conclusión:

a) Si las cantidades de R^* y Q^* son directamente proporcionales y se conoce

$k = k_o \cdot [k]$ por simple multiplicación se puede encontrar la cantidad de Q^* que corresponde a cualquier cantidad de R^* .

b) Si no se conoce k y se sabe cuál es la imagen $Q \in Q^*$ de una cantidad $R \in R^*$ se determina:

$$k = \frac{Q}{R} = k_o \frac{[Q]}{[R]}$$

verificándose

$$1 \cdot [R] \rightarrow k_o \cdot [Q]$$

Por eso, con frecuencia, en lugar de decir se calcula k , se dice: se averigua que cantidad corresponde a la unidad de R^* . A esto se le llama resolución por "reducción a la unidad".

Por ejemplo, imagina que tu mamá ha comprado en una sedería, donde se han fijado los precios proporcionales a las cantidades de tela, 2,5 m de tela por los que ha pagado 32,50 \$. Al confeccionar la prenda se da cuenta que necesita 0,50 m más, y te pide le calcules cuánto dinero necesitará para hacer la compra.

Aplicando lo aprendido; pensamos trabajarás así:

$$2,5 \text{ m} \longrightarrow 32,50 \text{ $}$$

$$0,5 \text{ m} \longrightarrow k \times 0,5 \text{ m}$$

$$k = \frac{32,50 \text{ $}}{2,5 \text{ m}} = 13 \frac{\text{ $}}{\text{ m}}$$

$$k_0 = 13$$

Luego, por 0,5 m habrá que pagar

Existe la costumbre de disponer este cálculo de la siguiente manera:

$$2,5 \longrightarrow 32,50 \text{ $}$$

$$1 \text{ m} \longrightarrow \frac{32,50 \text{ $}}{2,5} \Rightarrow k = \frac{32,50 \text{ $}}{2,5 \text{ m}}$$

$$0,5 \text{ m} \longrightarrow k \cdot 0,5 \text{ m} = \frac{32,50 \cdot 0,5 \text{ $}}{2,5 \text{ m}}$$

Observa: Si usas siempre la misma unidad en cada uno de los conjuntos, puedes omitirlas en los cálculos, y agregar la unidad correspondiente al terminar.

Ahora que sabes que $k_0 = 13$ puedes completar:

$$1,5 \text{ m} \longrightarrow$$

$$0,9 \text{ m} \longrightarrow$$

$$235 \text{ cm} = 2,35 \text{ m} \longrightarrow$$

Puedes decir que estos últimos cálculos están demás pues lo único que necesitas es averiguar lo que cuesta 0,5 m; y tienes razón, el cálculo de k te simplificará las cosas; si tu mamá necesita cantidades distintas de la misma tela.

Inquietud ! No se podrá calcular la cantidad correspondiente a 0,5 m sin calcular primero $k_0 \cdot \$$, o sea la cantidad correspondiente a 1 m ?

Busquemos la respuesta. No olvides que trabajamos con las unidades como si fueran números.

$$2,5 \text{ m} \longrightarrow 32,50 \$ = k \cdot 2,5 \text{ m}$$

$$0,5 \text{ m} \longrightarrow x \$ = k \cdot 0,5 \text{ m}$$

entonces:

$$\frac{32,50 \$}{x \$} = \frac{k \cdot 2,5 \text{ m}}{k \cdot 0,5 \text{ m}}$$

simplificando resulta:

$$\frac{32,50 \$}{x \$} = \frac{2,5}{0,5}$$

entonces:

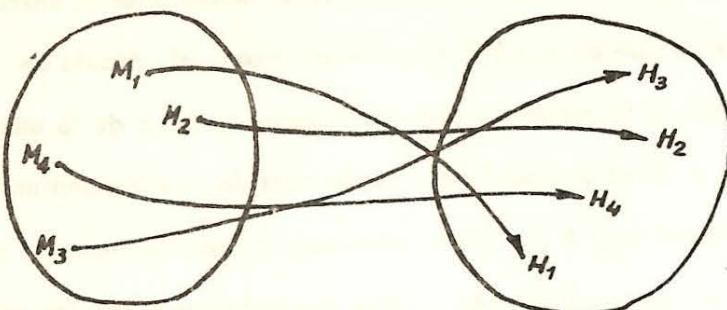
$$x = \frac{32,50 \times 0,5}{2,5}$$

Respuesta: puede resolverse el problema sin determinar k_0

Esta forma de resolución se llama por **proporciones**.

Veamos por qué:

Imagina que las cantidades de M^* y H^* son directamente proporcionales con constante de proporcionalidad \underline{k}



entonces $H_1 = k M_1$

$H_2 = \dots$

por lo cual:

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{k M_1}{k M_2}$$

o sea:

$$\boxed{\frac{H_1}{H_2} = \frac{M_1}{M_2}}$$

esta expresión recibe el nombre de proporción entre cantidades.

Observa: $\frac{H_1}{H_2}$ es un número ; $\frac{M_1}{M_2}$ es el mismo número

Completa de modo que resulte una proporción:

$$\frac{\quad}{H_3} = \frac{M_2}{\quad}$$

Existe la costumbre de llamar problemas de regla de tres simple a este tipo de problemas, es decir cuando se dan:

- a) dos conjuntos de cantidades directamente proporcionales.

- b) la imagen de un elemento de un conjunto y se pide calcular la imagen de otro elemento.

Aplica lo aprendido y resuelve:

Se sabe que un cuerpo de 3 dm^3 de volumen pesa $21,3 \text{ kg}$. Determina el peso de un cuerpo de $5,1 \text{ dm}^3$ de volumen del mismo material.

Planteo

$$\begin{array}{ccc} 3 \text{ dm}^3 & \longrightarrow & 21,3 \text{ kg} \\ 5,1 \text{ dm}^3 & \longrightarrow & y \text{ kg} \end{array}$$

Formas de resolución

1- Por reducción a la unidad

$$3 \text{ dm}^3 \longrightarrow 21,3 \text{ kg}$$

$$1 \text{ dm}^3 \longrightarrow \frac{21,3 \text{ kg}}{3} = 7,1 \text{ kg} \quad k = 7,1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$5,1 \text{ dm}^3 \longrightarrow 7,1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 5,1 \text{ dm}^3 = 36,21 \text{ kg}$$

Rta.: $36,21 \text{ kg}$

2- Por proporciones

Siendo cantidades directamente proporcionales, resulta:

$$\frac{3 \text{ dm}^3}{5,1 \text{ dm}^3} = \frac{21,3 \text{ kg}}{y \text{ kg}} \rightarrow y = \frac{21,3 \cdot 5,1}{3} = 36,21$$

$$y \text{ kg} = 36,21 \text{ kg}$$

Nota: Como sabemos que para operar con unidades se procede de la misma forma que para operar con números, resulta que la proporción:

$$\frac{3 \text{ dm}^3}{5,1 \text{ dm}^3} = \frac{21,3 \text{ kg}}{y \text{ kg}}$$

le corresponde la igualdad numérica:

$$\frac{3}{5,1} = \frac{21,3}{y}$$

que a veces, por extensión, suele llamarse proporción numérica.

Regla de tres compuesta.

Analicemos el problema siguiente:

Se sabe que 5 piezas de género de 90 cm de ancho y 1000 cm de largo cuestan 200 \$. Determina el precio de 6 piezas del mismo género, sabiendo que son del mismo ancho, pero de 12 m de largo.

En este caso particular, las magnitudes que varían son:

número de piezas

longitud de cada pieza

precio de la pieza

y esas únicamente, son las que determinan la cantidad que se pide calcular, ya que el ancho del género es constante.

Planteando nuestro problema, se tiene:

$$5 \text{ p} \quad 1000 \text{ cm} \quad 200 \text{ \$}$$

$$6 \text{ p} \quad 1200 \text{ cm} \quad y \text{ \$}$$

Este problema presenta una dificultad no vista hasta ahora:

- a) si todas las piezas fuesen de la misma longitud, el precio resultaría directamente proporcional al número de piezas, y por consiguiente existiría una constante de proporcionalidad.
- b) si el número de piezas fuera el mismo, el precio resultaría di-

rectamente proporcional a la longitud de la pieza y por consiguiente existirá una constante de proporcionalidad en general distinta de la anterior.

Uno de los métodos para resolver este tipo de problemas consiste en considerar independientemente las situaciones de los apartados a) y b); resolviendo dos problemas de regla de tres simple. Al estudiar cada problema parcial suponemos que las demás magnitudes se mantienen constantes. Los problemas de este tipo se llaman de regla de tres compuesta.

Consideraremos independientemente cada problema parcial.

Primer problema parcial: mantenemos constante la magnitud: longitud de la pieza.

$$\left. \begin{array}{l} 5 \text{ piezas} \longrightarrow 200 \$ \\ 1000 \text{ cm} \end{array} \right\} 6 \text{ piezas} \longrightarrow y \$$$

$$5 \text{ piezas} \longrightarrow 200 \$$$

$$1 \text{ pieza} \longrightarrow \frac{200}{5} = 40 \$ \rightarrow k^1 = \frac{40\$}{p}$$

$$6 \text{ piezas} \longrightarrow 40 \$ \cdot 6 p = 240 \$$$

Segundo problema parcial: mantenemos el número de piezas.

(Observa que mantenemos constante el número de piezas al que queremos llegar, no al dato, porque en ese caso retrocederíamos en lugar de avanzar en la solución del problema)

$$6 p \left\{ \begin{array}{l} 1000 \text{ cm} \longrightarrow 240 \$ \\ 1200 \text{ cm} \longrightarrow y \$ \end{array} \right.$$

83

$$1000 \text{ cm} \longrightarrow 240 \$$$

$$1 \text{ cm} \longrightarrow \frac{240 \$}{1000} = \frac{6}{25} \$ \rightarrow k = \frac{6}{25} \frac{\$}{\text{cm}}$$

$$1200 \text{ cm} \longrightarrow \frac{6}{25} \frac{\$}{\text{cm}} \cdot 1200 \text{ cm} = 288 \$$$

$$\text{Rta.: } y \$ = 288 \$$$

Otro método de resolución: por proporciones.

Primer problema parcial: constante la longitud de 1000 cm por pieza.

$$1000 \text{ cm} \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ piezas} \longrightarrow 200 \$ \\ 6 \text{ piezas} \longrightarrow y \$ \end{array} \right.$$

$$\frac{5}{6} = \frac{200}{y} \rightarrow y = \frac{200 \times 6}{5} = 240$$

$$y \$ = 240 \$$$

Segundo problema parcial: constante el número de piezas 6

$$6 \text{ piezas} \left\{ \begin{array}{l} 1000 \text{ cm} \longrightarrow 240 \$ \\ 1200 \text{ cm} \longrightarrow y \$ \end{array} \right.$$

$$\frac{1000}{1200} = \frac{240}{y} \rightarrow y = \frac{240 \cdot 1200}{1000} = 288$$

$$y \$ = 288 \$$$

$$\text{Rta.: } y \$ = 288 \$$$

Una constante de proporcionalidad importante.

En Física existen gran número de ejemplos de cantidades directamente proporcionales. Entre ellas analizaremos uno donde la constante de proporcionalidad es una magnitud.

Trabajo N° 15 :

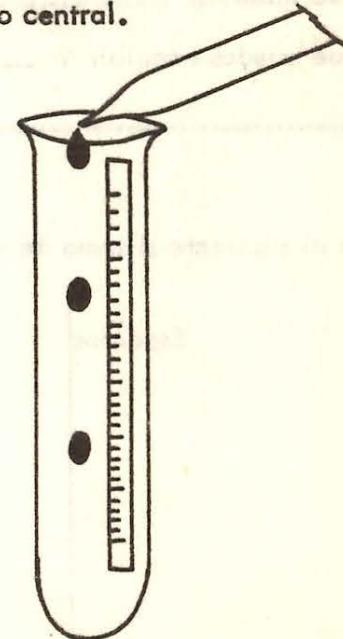
Estudio de la caída de una gota de agua en un tubo conteniendo aceite. Gráfica del espacio en función del tiempo. Velocidad.

Materiales a utilizar:

- Un tubo de vidrio con un extremo cerrado (diámetro 1,5 a 2 cm y altura 30 cm aproximadamente).
- Aceite comestible.
- Un frasco gotero.
- Cinta adhesiva transparente.
- Reloj con segundero central.

1) - a) Sobre el tubo de vidrio, sujeta con cintas adhesivas una tira delgada de papel blanco dividida en centímetros. Llena luego el tubo con aceite.

b) Por medio del gotero deja caer una gota de agua dentro del aceite. Observa su movimiento. Como el gotero deja caer gotas iguales, el movimiento puede repetirse todas las veces que se desee en las mismas condiciones. (Conviene introducir la punta del gotero por debajo del nivel del aceite).



2) - Con el objeto de analizar el movimiento de las gotas de agua dentro del aceite, completa el siguiente cuadro, colocando los tiempos que tarda una gota en recorrer los espacios indicados.

(Conviene comenzar a medir los tiempos, una vez que la gota ha descendido 2 o 3 centímetros por debajo del nivel del aceite).

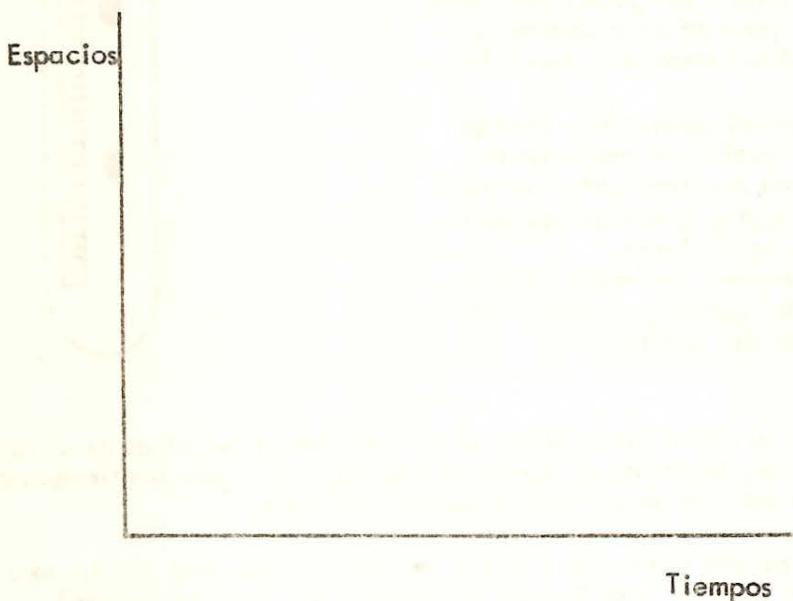
Distancia (cm)	2	4	6	8	10	12	14	15	16
Tiempo (seg)									

Distancia (cm)	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Tiempo (seg)									

Qué observas ?

Qué puedes concluir ?

3)- En el siguiente sistema de ejes, grafica los resultados experimentales obtenidos:



Qué obtienes como gráfica ?

.....

4)-El análisis cuidadoso del cuadro y del gráfico indica que la gota de agua recorre espacios iguales en tiempos iguales, o dicho con otras palabras, el espacio recorrido por la gota es proporcional al tiempo. A la constante de proporcionalidad se la denomina velocidad de la gota.

Calcula finalmente, utilizando todos los datos obtenidos experimentalmente, la velocidad de la gota de agua o sea k para estas cantidades.

$$v = \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

5)-Utilizando el mismo procedimiento indicado anteriormente, calcula la velocidad de caída de una gota de agua salada o de una esferita de plástico dentro del aceite.

6)-Para el caso analizado sobre la proporcionalidad de espacios y tiempos completa:

$$T^* = \{ \text{tiempos posibles} \}$$

$$E^* = \{ \text{espacios recorridos} \}$$

$$T \in T^* \longrightarrow E = \dots \quad t \in E^*$$

$$k = \dots$$

$$[k] = \dots$$

Conjunto de problemas:

15- Siendo $[A] = [k] [B]$ completa el siguiente cuadro:

$[A]$	(k)	$[B]$
\$		cm^2
	$\frac{\$}{\text{l}}$	l
	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$	cm^3
\$		días
kg	$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$	
cm^3		cm^2

16- Piensa en un cuadrado de 5 cm de lado:

su perímetro es

su superficie es

Si el cuadrado tiene 6 cm de lado, su perímetro es; su superficie es

Puedes decir que el perímetro es directamente proporcional al lado?

En caso afirmativo, cuál es k ?

Es la superficie del cuadrado proporcional al lado? Por qué?

17- El círculo posee las mismas características que el cuadrado. Luego:

el perímetro es directamente proporcional al

y k es La superficie..... directamente proporcional al

al radio pues

18- Es la superficie lateral de un cono proporcional al radio?

Por qué?

En caso negativo, existen conos particulares para los cuales

$$r \longrightarrow k r = \text{sup. lat. del cono}$$

Si es así, indica de qué conos se trata y confecciona una tabla con seis posibles valores.

r	sup. lat.
.....
.....
.....
.....
.....

19- Piensa nuevamente en el círculo y completa:

r^2	sup. círculo
9
16
25
36
r^2

$$r^2 \longrightarrow \text{Sup. círculo}$$

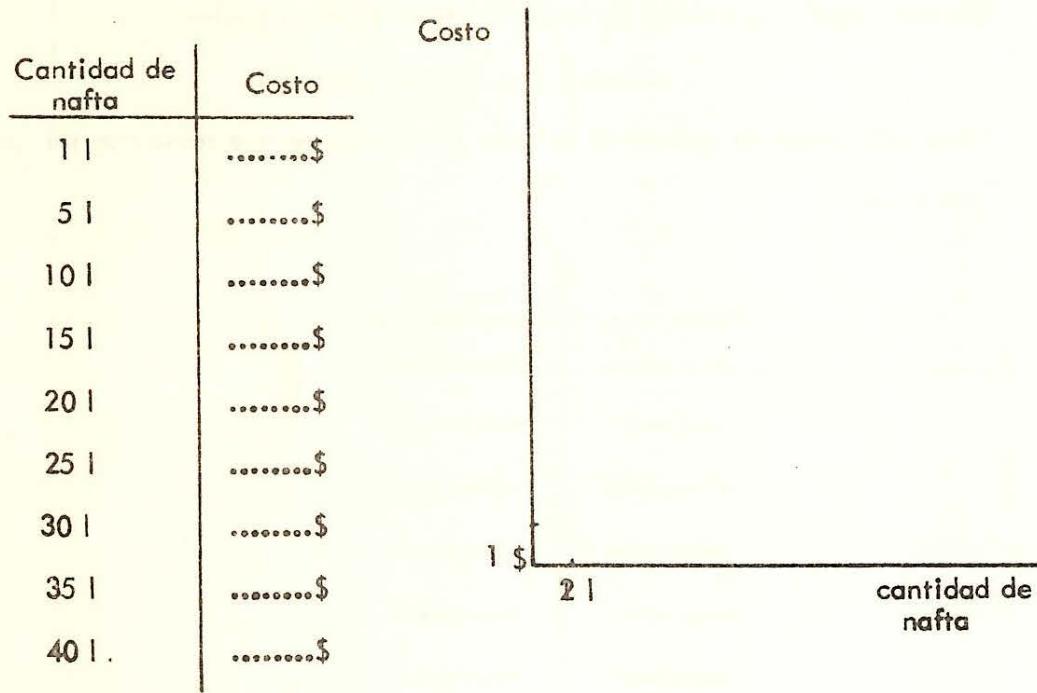
Luego:

la superficie de un círculo es directamente proporcional a
porque k es

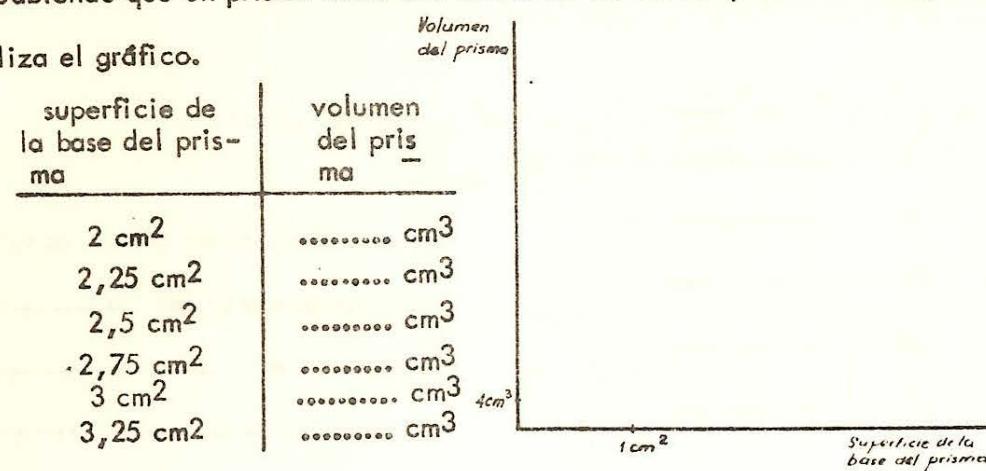
Puedes repetir esto para el cuadrado?

Cuál es el valor de k , en este caso?

- 20- El litro de nafta cuesta \$ 0,55. Completa la tabla y realiza el gráfico correspondiente, suponiendo que el costo de la nafta es directamente proporcional a la cantidad de la misma.



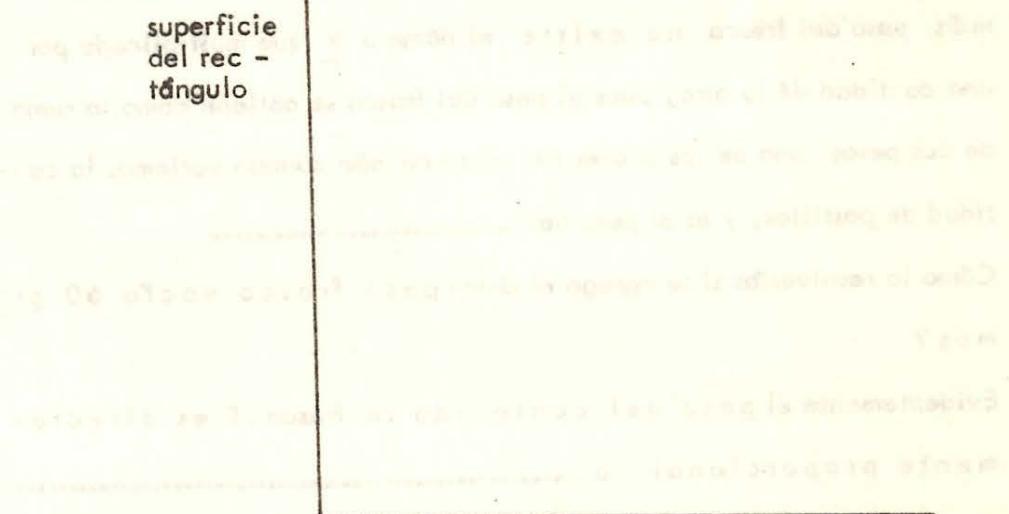
- 21- Sabiendo que un prisma tiene una altura de 10 cm completa la tabla y realiza el gráfico.



22- Considerando los rectángulos de igual altura y la tabla que consigna las superficies que corresponden a cada base, complétalo.

base del rectángulo	0,4	1	1,4	2	3	6
superficie del rectángulo	7,5

Realiza el gráfico correspondiente utilizando para cada eje la escala que más te convenga.



base del rectángulo

Dibuja 3 rectángulos de igual altura, donde se ponga de manifiesto la proporcionalidad entre las superficies y las bases correspondientes.

- 23- Un frasco con 100 píldoras de vitamina C pesa 130 gramos. Cuánto pesará el mismo frasco con 75 píldoras ?

Lo has resuelto? Espero me conteste no, es imposible sin otro dato, pues el peso del frasco con píldoras y la cantidad de píldoras que posee no son directamente proporcionales. Si bien es cierto que me nos píldoras \longleftrightarrow peso del frasco píldoras \longleftrightarrow más peso del frasco no existe el número k que multiplicado por una cantidad de la otra, pues el peso del frasco se obtiene como la suma de dos pesos, uno de los cuales no altera aún cuando variemos la cantidad de pastillas, y es el peso del

Cómo lo resolverías si te agrego el dato: peso frasco vacío 60 gramos?

Evidentemente el peso del contenido del frasco sí es directamente proporcional a

$$\text{peso de las 100 píldoras} = \dots$$

$$\text{peso de las 100 píldoras} = \underline{k} \cdot \text{número de píldoras}$$

$$\dots = \underline{k} \cdot \dots$$

$$\underline{k} = \dots$$

$$\text{peso de las 75 píldoras} = \underline{k} \cdot 75$$

$$\text{peso de las 75 píldoras} = \dots$$

$$\text{peso del frasco con 75 píldoras} = \dots$$

- 24- Cuál será la altura de un árbol cuya sombra mide 9 m, sabiendo que próxi mo a él y a la misma hora una varilla vertical de 0,56 m de longitud arro ja una sombra de 0,72 m?

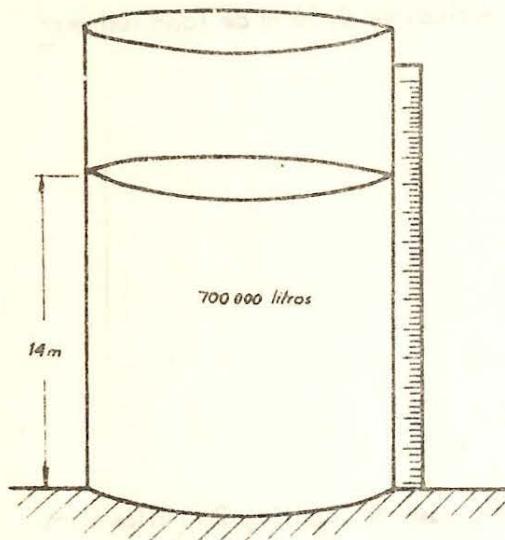


- 25- Durante dos meses se consumieron, en una casa de familia, 260 kilovatios hora, pagándose a Agua y Energía una factura de \$ 49,40.

a) Cuánto cuesta el Kilovatio hora?

b) Cuánto se deberá pagar si se hubiesen consumido 350 Kilovatios hora?

- 26 - Para medir el volumen de un tanque de almacenamiento de nafta este posee adosado a su costado un indicador que revela el nivel que alcanza dicho combustible dentro de él. Sabiendo que cuando la nafta ocupa 14 m de altura del tanque este posee 700.000 litros de nafta, qué altura debe alcanzar el nivel de la nafta para poseer 4.553 hectolitros?



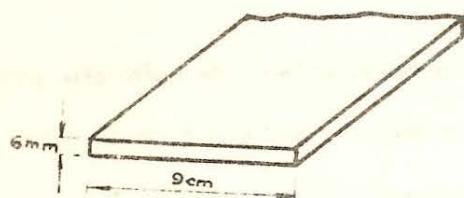
27- Un bebé al nacer mide 0,55 m; a los 4 años mide 1,10 m. Puedes conjeturar qué altura tendrá a los 32 años?

28- Una planchuela o barra de cobre (su uso principal es transportar corriente eléctrica) cuya sección normal es de 6 mm de alto por 9 cm de ancho pesa

4,8 kgf.

a) Qué longitud tiene dicha barra si el peso específico del cobre es $8,9 \frac{\text{kgf}}{\text{dm}^3}$?

(El peso de un cuerpo es el peso específico del material por el volumen del cuerpo)



b) Cuánto pesará una barra de igual sección y de 1,85 m de largo?

29- En un almacén se vendían los 100 grs de jamón cocido a 1,20 \$. Al día siguiente se vende el $\frac{1}{4}$ kg de ese mismo artículo a 3,20 \$. Aumentó o rebajó el precio del jamón?. Qué porcentaje de aumento o rebaja se registró?

30- Se sabe que 7 motores consumen 6.000 l de nafta funcionando simultánea-

mente durante 23 horas. Se descomponen 2 motores cuando se han consumido 1200 l. Durante cuántas horas podrán funcionar los otros motores con el combustible restante?

La idea de proporcionalidad es muy útil y suele ser aplicada para efectuar mediciones indirectas. Por ejemplo, sirve para medir superficies empleando una balanza. A través de este trabajo práctico podrás hacerlo aplicando las ideas aprendidas.

Trabajo N° 15 : Medición de superficies regulares e irregulares utilizando la balanza.

Materiales a utilizar:

. Lápiz, papel y tijera.

. Regla milimetrada y un compás.

• Papel milimetrado (2 hojas)

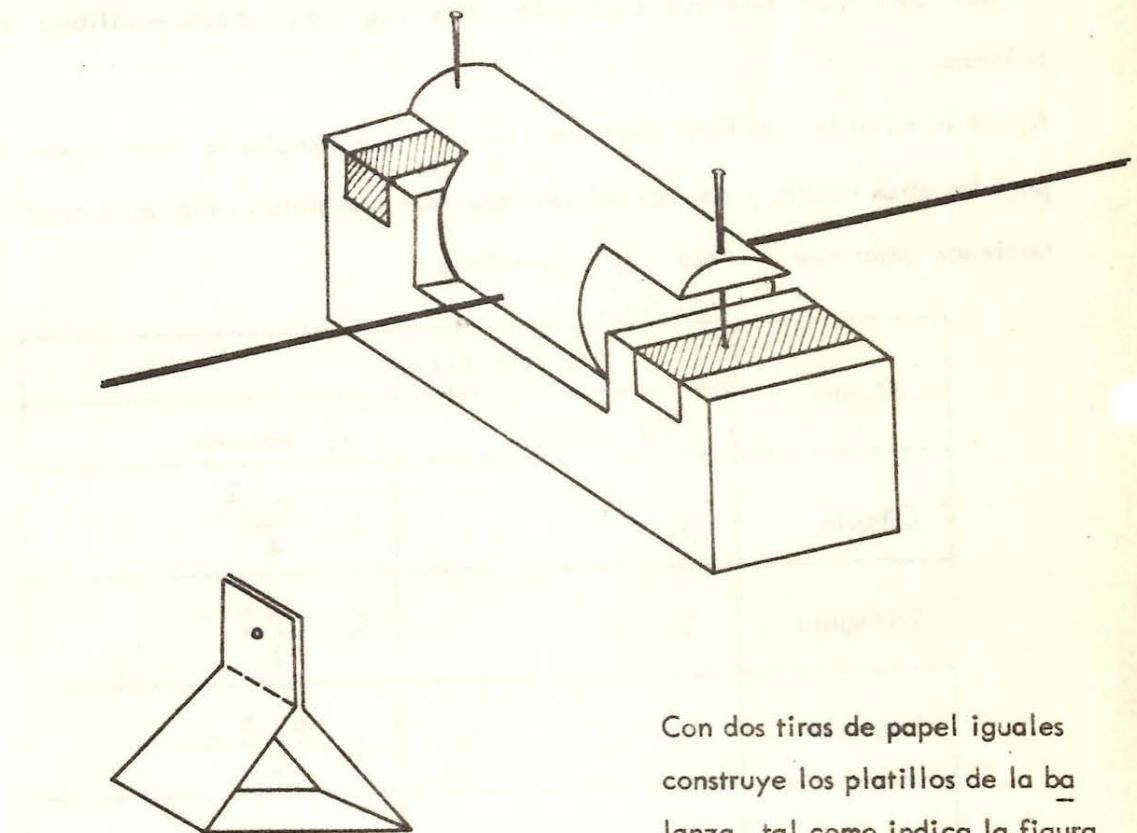
Elementos para construir la balanza:

Un corcho. Dos alfileres. Una hojita de afeitar.

Un alambre rígido de 20 cm de longitud. Soporte de madera. Papel de aluminio.

Armado de la balanza

(Los fundamentos de la balanza fueron dados en el Trabajo N° 7)



Con dos tiras de papel iguales
construye los platillos de la ba-
lanza, tal como indica la figura
de la izquierda.

A.- Una vez equilibrada la balanza, corta de una hoja de papel milimetrado:

- a) un círculo de 7 cm de diámetro.
- b) un triángulo de 5 cm de base y 7 cm de altura.
- c) un trapecio de 5 cm de base menor, 7 cm de base mayor y 3 cm de altura.
- d) un hexágono de 3 cm de lado.

Coloca una de las figuras anteriores en uno de los platillos de la balanza; agrega en el otro platillo cuadraditos de $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2$ (del mismo papel del que fueron cortadas las figuras), hasta equilibrar la balanza.

Ajusta el equilibrio al final colocando $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4} \text{ cm}^2$. Repite la misma operación para las otras figuras y con los valores obtenidos completa el siguiente cuadro haciendo notar que Peso = k . Superficie

Figura	Superficie	
	Por pesadas	Por cálculo
Círculo	$S_c =$	$S_c = \frac{\pi d^2}{4} =$
Triángulo	$S_t =$	$S_t = \frac{b \times h}{2}$
Trapecio	$S_T =$	$S_T = \frac{b + B}{2} h =$
Hexágono	$S_e =$	$S_e =$

Cuál es en este caso el valor de k ?, y la unidad de k

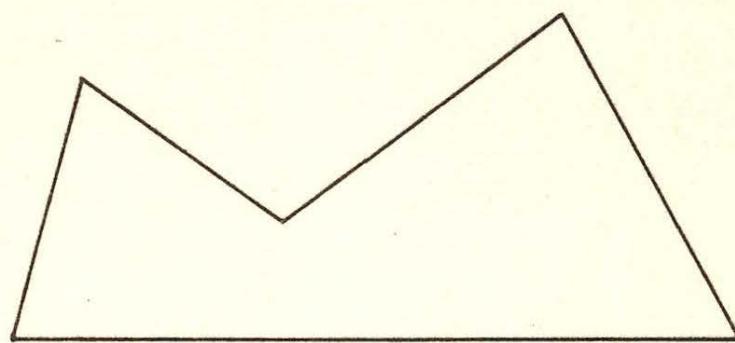
.....

.....

.....

B.- Calcula las superficies de las siguientes figuras y luego verifica los resultados utilizando la balanza.

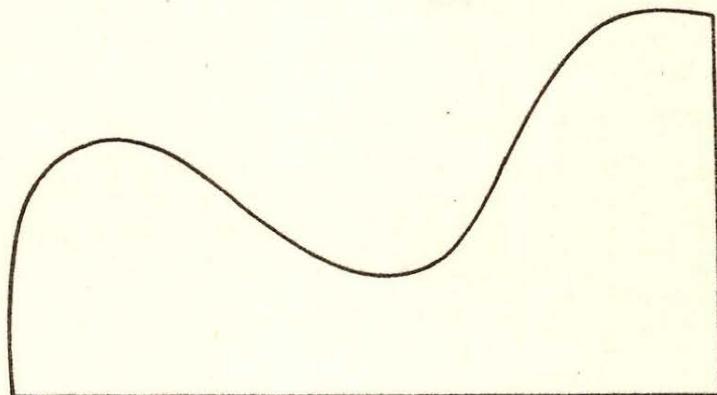
19)



$S =$

(Sugerencia : divídela en otras figuras más simples).

29)



$S =$

(Sugerencia : divídela en franjas verticales delgadas)

C. - Calcula la superficie de la República Argentina utilizando:

- un mapa de nuestro país en escala
- una tijera
- la balanza.

UNIDAD 1

- LOS NUMEROS RACIONALES NO NEGATIVOS.

PROPORCIONALIDAD . FUERZA Y PRESION -

Objetivos:

a) Rever los conceptos de números y proporcionalidad ya adquiridos, aplicándolos a las nociones de fuerza y presión y a cuestiones geométricas.

b) Construcciones y experiencias simples referidas a la presión atmosférica, a la presión en un líquido y a la descripción de fenómenos superficiales.

1.1 Revisión de las propiedades, operaciones y relación de orden sobre el conjunto de los números racionales no negativos.

1.2 Representación gráfica de los números racionales no negativos y de algunos productos cartesianos de los mismos.

1.3 Revisión de proporcionalidad directa e inversa. Porcentaje.

1.4 Fuerza y presión. Unidades. Presión en los fluidos.

Trabajo N° 1 : Presión atmosférica. Experiencias que ponen de manifiesto a la presión atmosférica. Vacío. Construcción de un barómetro.

Trabajo N° 2 : Presión en un líquido. Construcción de un manómetro. Niveles.

Trabajo N° 3 : Construcción de una bomba hidráulica y de un sifón. Ludián.

Trabajo N° 4 : Observación y explicación de los fenómenos
debidos a la tensión superficial. Ascenso capilar. Pompas de jabón.

- 1.5 Proporcionalidad entre ángulos centrales de una circunferencia y los arcos y sectores correspondientes.

Objetivos:

- a) Suministrar los medios operativos para el cálculo de volúmenes de cuerpos regulares.
- b) Verificar experimentalmente el principio de Arquímedes y su aplicación al cálculo de pesos específicos.

2.1 Cálculo de volúmenes de sólidos. Volúmenes de prismas, pirámides, cilindros, conos, esferas, troncos y cuerpos compuestos.

2.2 Trabajo Nº 5 : Empujes. Medición de empujes con el dinamómetro. Verificación del principio de Arquímedes utilizando vasos de derrame.

2.3 Relación entre el peso y el volumen de un cuerpo. Peso específico. Unidades.

Trabajo Nº 6 : Determinación de pesos específicos aplicando el principio de Arquímedes.

UNIDAD 3 - SEMEJANZA Y MEDICIÓN DE GRANDES DISTANCIAS**Objetivos:**

Estudiar semejanza y sus propiedades,
aplicando estos conocimientos a la
medición de grandes distancias.

3.1 Semejanza de figuras planas. Escala de representación.

3.2 Trabajo N° 6 : Medición de grandes distancias utilizando las pro-
piedades de la semejanza entre triángulos.

Trabajo N° 7 : Medición de grandes distancias utilizando el fenó-
meno de paralaje.

3.3 Aplicaciones de la semejanza de figuras planas a problemas geomé-
tricos del plano y del espacio.

Objetivos:

Estudiar las coordenadas esféricas y sus aplicaciones a las coordenadas terrestres. Introducción elemental a problemas de Astronomía

4.1 Angulos diedros. Medida de un ángulo diedro por medio de un ángulo plano. Ángulo entre recta y plano.

4.2 Esfera terrestre. Polos. Ecuador. Paralelos y meridianos. Determinación de un punto sobre la esfera terrestre por sus coordenadas esféricas.

4.3 Husos horarios. Determinación de la hora en distintos lugares de la esfera terrestre en función de la hora en un determinado lugar.

4.4 Trabajo N° 8 : El sistema solar. Planetas y satélites naturales y artificiales. Las estrellas. El Universo.

UNIDAD 5**- ATOMO Y ELECTRICIDAD . ECUACIONES.****CORRIENTE ELECTRICA****Objetivos:**

- a) Introducir experimentalmente el concepto de carga eléctrica, fuerzas entre cargas eléctricas y corrientes eléctricas.
- b) Analizar y ejercitarse en el concepto de ecuación y solución para lograr una razonable agilidad operativa.

5.1 Conjunto de partículas subatómicas: electrones, protones y neutrones. Cargas eléctricas elementales. Fuerzas entre cargas eléctricas.

Trabajo N° 9 : Electrización por frotamiento. Construcción de un péndulo eléctrico y de un electroscopio.

Trabajo N° 10 : Clasificación de las sustancias en conductoras o no conductoras. Cargas por inducción.

Trabajo N° 11 : Construcción de un generador Van de Graaff. Experiencias.

5.2 Ecuaciones lineales con una incógnita. Revisión de las propiedades de las operaciones de números, aplicables a la resolución de ecuaciones. Concepto de ecuación y de solución. Resolución de ecuaciones simples.

5.3 Problemas de geometría y de Física que dan lugar a ecuaciones

106 - ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA - LA ENERGÍA

lineales con una incógnita. Homogeneidad dimensional.

5.4 La corriente eléctrica como un movimiento de portadores de cargas eléctricas. Generadores de corriente eléctrica. Circuitos eléctricos.

5.5 Intensidad, resistencia eléctrica y diferencia de potencial.

Trabajo N° 12 : Construcción de circuitos eléctricos sencillos.

Descubrimiento de la ley de Ohm.

Trabajo N° 13 : Construcción de una pila electro lítica.

UNIDAD 6 - ESTADISTICA DESCRIPTIVA Y LA ENERGIA**Objetivos:**

- a) Ejercitarse al alumno en las técnicas estadísticas de obtención y ordenamiento de datos.
- b) Establecer en una primera aproximación el concepto de energía y su importancia para la descripción de los fenómenos naturales.

6.1 Nociones de población y muestra. Clasificación de un conjunto de observaciones realizadas en clase. Frecuencia absoluta y frecuencia relativa.

6.2 Ordenamiento y normas para la presentación de datos. Histogramas y polígonos de frecuencia.

6.3 Trabajo Nº 14 : Realización repetitiva de experiencias y observaciones. Presentación ordenada de datos y cálculo de media aritmética y recorrido.

6.4 Energía. Energía mecánica: potencial y cinética. Energía eléctrica y energía química. El calor como una forma de energía.

Trabajo Nº 15 : Experiencias para poner de manifiesto la diferencia entre calor y temperatura.

MATEMÁTICA

UNIDAD 1 - CONJUNTOS Y LOS NÚMEROS RACIONALES NO NEGATIVOS

Objetivos:

Efectuar una revisión, desde un escala superior, de los conceptos ya adquiridos sobre conjuntos, números racionales no negativos, ecuaciones e inecuaciones.

1.1 Revisión de la teoría de conjuntos. Ejercicios y problemas. Partición de un conjunto. Producto cartesiano de conjuntos.

1.2 Relación de equivalencia y clases de equivalencia.

1.3 Números racionales no negativos. Representación sobre el eje numérico. Relación de orden entre los números racionales no negativos.

1.4 Revisión de las operaciones y propiedades de los números racionales no negativos.

1.5 Ecuaciones e inecuaciones sencillas. Aplicaciones Físicas y Geométricas.

UNIDAD 2 - GEOMETRIA. RECTA. PLANO. ANGULOS**Objetivos:**

Estudiar los conceptos básicos de la Geometría del plano y del espacio y la congruencia entre figuras haciendo aplicación del concepto de equivalencia.

- 2.1 Recta. Semirrecta. Segmento. Congruencia. Operaciones. Plano. Semiplano. Conjuntos convexos sobre la recta, el plano y el espacio.
- 2.2 Ángulos planos. Congruencia de ángulos planos. Operaciones con ángulos planos. Ángulos poliedros. Congruencia de ángulos poliedros.
- 2.3 Rectas coplanares y alabeadas. Paralelismo de rectas. Perpendicularidad. Posiciones relativas entre rectas, planos y rectas y planos en el espacio. Medida de ángulos diedros. Aplicaciones.

UNIDAD 3 - TRIANGULOS. EL CONCEPTO DE DEMOSTRACION**Objetivos:**

Estudiar el triángulo e introducir el concepto de demostración realizando una intensiva aplicación del mismo a un conjunto de problemas de Geometría, donde el alumno ponga en juego todos los conocimientos adquiridos hasta este momento.

3.1 Poligonal. Polígono. Triángulo. Congruencia de

triángulos. Los criterios intuitivos de congruencia.

3.2 Introducción al concepto de demostración. Suma

de los ángulos interiores de un triángulo. Suma de los ángulos interiores de un polígono.

3.3 Aplicación del concepto de demostración a cues-

tiones de geometría del plano y del espacio.

CIENCIAS FISICAS

Objetivos generales:

Los programas de CIENCIAS FISICAS para el segundo ciclo de la Escuela Intermedia, de la misma manera que los trabajos experimentales propuestos para el primer ciclo, deben desarrollar en el alumno, actitudes científicas y métodos científicos de planteamiento, observación y trabajo.

Todos los temas son experimentales y están programados para que los alumnos trabajen en forma individual o en grupos de dos alumnos como máximo; pues de esa manera todos participan en forma activa en la enseñanza, sacando cada uno sus propias conclusiones.

Esta forma de realizar las experiencias no significa que los alumnos no trabajen en grupo, discutiendo las conclusiones y observaciones obtenidas, sino que pretende como objetivo fundamental que todos los niños midan longitudes, pesen, martillen y calienten.

Las experiencias deben ser programadas utilizando materiales de bajo costo y fácil obtención y deben ir acompañadas de una guía de trabajo.

Las Aplicaciones, que figuran al final de cada uno de los programas de CIENCIAS FISICAS deberán ser desarrollados por grupos de alumnos en forma de monografías. Estos temas pretenden hacer hincapié en la aplicación práctica de los principios estudiados, en habituar a los alumnos a la lectura de temas científicos y a capacitarlos en la búsqueda bibliográfica.

1 - REVISION DE MEDICIONES FUNDAMENTALES

Introducción:

Nociónes de errores en las mediciones. Errores de apreciación. Errores absolutos

y relativos.

Trabajo N° 1 : a) Medición de longitudes. Cálculo de superficies y volúmenes.

b) Medición de intervalos de tiempo.

c) Medición de masas y fuerzas.

Revisión de las experiencias, sobre estos temas, realizadas en el primer ciclo.

2 - EL AGUA, EL AIRE Y OTRAS SUSTANCIAS

Introducción:

Revisión de los conceptos de elemento, compuesto y mezcla. Propiedades físicas y químicas del agua y del aire.

Trabajo N° 2 : El agua

Soluciones y solubilidad. Cristales. Impurezas de agua. Purificación del agua.

Trabajo N° 3 : El aire

El oxígeno del aire. Estudio de la combustión. Fenómenos debidos a la presión atmosférica. Experiencias con aire comprimido y con corrientes de aire.

Trabajo N° 4 : Oxidos, óxidos y sales

Experiencias y propiedades de los mismos.

3 - CALOR Y TEMPERATURA

Introducción:

Diferencia entre calor y temperatura. El calor como una forma de energía.

Trabajo N° 5 : Dilatación producida por el calor

Experiencias que pongan de manifiesto la dilatación de sólidos, líquidos y gases por efecto del calor.

Determinación del coeficiente de dilatación lineal de un sólido.

Trabajo N° 6 : Verificación de los puntos fijos de un termómetro

Cero grado Celsius (0°C) y Cien grados Celsius (100°). Es-
calas. La temperatura en los cambios de estado.

Trabajo N° 7 : Propagación del calor

Experiencias que pongan de manifiesto la transmisión del calor por: conducción, convección y radiación.

Trabajo N° 8 : Cantidad de calor y cambios de estado

Medición de cantidades de calor. Mezcla de aguas. Determinación de calores específicos.

Calor de fusión y calor de vaporización. Variaciones del punto de ebullición con la presión.

4 - VIBRACIONES Y ONDAS . EL SONIDO

Introducción:

Ideas simples sobre vibraciones y ondas en medios elásticos. El proceso de la audición.

Trabajo N° 9 : Las ondas sonoras

Características del sonido. Reflexión del sonido. Eco. Velocidad del sonido. Resonancia.

Trabajo N° 10 : Acústica musical

Cuerdas y tubos sonoros. Escala musical. Instrumentos musicales.

Aplicaciones:

A. - Por qué vuelan los aviones ? . Aviones de hélice y a chorro.

B. - Motores térmicos: el motor de nafta, el motor diesel, el motor de vapor y la turbina.

C. - Meteorología. Tiempo y clima.

UNIDAD 1 - TRANSFORMACIONES EN EL PLANO**Objetivos:**

Efectuar una revisión de conceptos adquiridos en el año anterior introduciendo la noción de simetría y sus propiedades y formalizando la definición de congruencia.

1.1 Revisión de las transformaciones traslación y rotación y sus propiedades.

1.2 Simetrías. Propiedades y aplicaciones.

1.3 Revisión de congruencia de figuras y problemas de aplicación.

UNIDAD 2 - CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO**Objetivos:**

Estudiar la circunferencia, el círculo y sus propiedades, afianzando los conceptos de definición y demostración.

2.1 Nociones de punto interior, exterior y frontera de un conjunto de puntos.

2.2 Círculo y circunferencia. Definiciones y propiedades.

2.3 Ángulos en una circunferencia. Propiedades.

2.4 Polígonos regulares. Construcción. Longitud de la circunferencia.

2.5 Posiciones relativas entre recta y circunferencia y entre círculos entre sí.

LOS NUMEROS RACIONALES - LAS CUATRO OPERACIONES FUNDAMENTALES.

O bjetivos:

Efectuar un estudio detallado de las operaciones entre los números racionales relativos introduciendo al educando con creciente formalidad en el método deductivo.

- 3.1 Revisión de las leyes de composición suma y producto sobre el conjunto de los racionales.
- 3.2 Sustracción y cociente sobre los racionales. Propiedades.

UNIDAD 4 - POTENCIA DE EXPONENTE ENTERO - M.C.M. Y M.C.D.**Objetivos:**

Estudiar la potencia de exponente entero y sus propiedades. Se aprovecharán las excelentes oportunidades que brinda el tema para diferenciar claramente el concepto de definición del de demostración.

- 4.1 Potencia de exponente entero. Distintos casos. Propiedades. La notación científica para indicar magnitudes muy grandes y muy pequeñas.
- 4.2 La relación "factor de". Propiedades. Criterios de divisibilidad.
- 4.3 Números primos y compuestos. Descomposición de un número en el producto de factores primos.
- 4.4 Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

Objetivos:

Completar informalmente el conjunto de los números reales y estudiar los radicales y sus propiedades.

- 5.1 Motivación de la necesidad de ampliar el conjunto de los números. Los números reales. Una introducción a la definición de número real.
- 5.2 Relación de orden sobre los reales. Intervalo. Amplitud de un intervalo.
- 5.3 Radicación. Propiedades fundamentales. Radicales aritméticos. Propiedades.
- 5.4 Potencia de exponente racional.

UNIDAD 6 - HOMOTECIA . SEMEJANZA . TRIGONOMETRIA**Objetivos:**

Estudiar la semejanza de figuras y sus propiedades e introducir a los problemas elementales de la trigonometría.

6.1 Producto de un real por un vector. Aplicaciones a homotecia y semejanza.

6.2 Figuras semejantes. Propiedades.

6.3 Funciones trigonométricas de ángulos comprendidos entre 0° y 90° .

Objetivos:

Introducir el concepto probabilístico que rige la casi totalidad de los acontecimientos.

7.1 Revisión de los conceptos de frecuencia relativa y presentación gráfica de datos.**7.2 Noción de espacio muestral y sucesos. La noción de Probabilidad de un suceso. Aplicaciones a cuestiones de la vida diaria.**

1 - ELECTRICIDAD Y ESTRUCTURA ATOMICA

Introducción :

El átomo y su estructura. Cuantos de electricidad. Protones, neutrones y electrones. Fuerzas atractivas y repulsivas entre cargas eléctricas. Noción de campo eléctrico.

Trabajo Nº 1 : Atracción y repulsión entre objetos electrificados . Inducción.

Construcción de péndulos eléctricos y electroscopios. Separación de cargas eléctricas por frotamiento. Dieléctricos y conductores. Cargas por inducción.

2 - CORRIENTES ELECTRICAS

Introducción :

Corrientes eléctricas en los metales, en las disoluciones y en los gases. Ionización. Fuentes de energía eléctrica.

Trabajo Nº 2 : La corriente eléctrica en los metales

Construcción, con elementos sencillos de interruptores, portalámparas, portapilas, pulsadores y fusibles.

Armado de circuitos simples. Resistencia eléctrica, corriente eléctrica y tensión eléctrica. Ley de Ohm. Pilas en se-

rie y en oposición. Lámparas en serie y en paralelo.

Armado de circuitos más complicados.

Trabajo N° 3 : Conductividad en las disoluciones

Electrólisis. Transporte de materia en la electrólisis: cobreado.

Electrólisis del agua: construcción de un voltímetro. Producción de tensión eléctrica por procedimientos químicos: construcción de pilas y acumuladores.

Trabajo N° 4 : Conductividad en los gases

Construcción de una cámara de niebla.

3 - MAGNETISMO Y ELECTROMAGNETISMO

Introducción:

Campos magnéticos de los imanes y de las corrientes eléctricas.

Trabajo N° 5 : Imanes

Polos de un imán. Interacción entre polos magnéticos. Agujas magnéticas. Campo magnético terrestre.

Trabajo N° 6 : Electroimanes

Construcción de solenoides. Experiencias. Adición de núcleos de hierro a los solenoides. Polos. Construcciones utilizando electroimanes.

Trabajo N° 7 : Motores eléctricos

Construcción de un motorcito eléctrico.

4 - LA LUZ Y SUS PROPIEDADESIntroducción:

Nociones sobre la naturaleza de la luz.

Velocidad de la luz. Ondas y rayos luminosos. La visión y los colores.

Trabajo N° 8 : Reflexión, refracción y dispersión de la luz.

Reflexión y refracción en superficies planas. Experiencias con espejos planos, espejos esféricos y lentes. Imágenes. Dispersión de la luz con un prisma. Arco iris. Reflexión total.

Trabajo N° 9 : Instrumentos ópticos

La lupa. El microscopio y el telescopio.

Trabajo N° 10 : Fotografía

Introducción a las técnicas fotográficas: Tomas. Revelado.

Ampliaciones.

Aplicaciones:

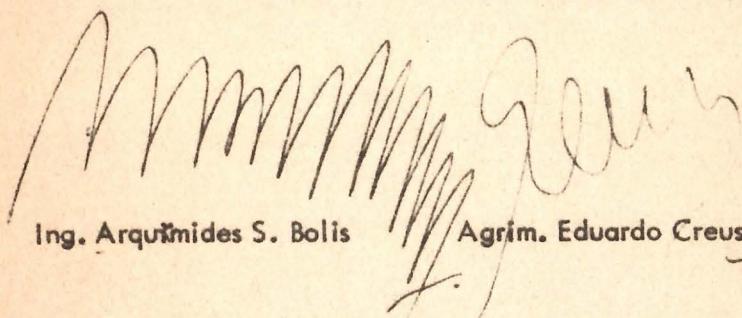
A. - Usos familiares de la electricidad. Aparatos caseros: su funcionamiento. Dispositivos de seguridad: fusibles y tomas a tierra.

B. - Generación y abastecimiento de corriente eléctrica en nuestro país. Posibilidades futuras.

C. - El núcleo atómico. Producción de energía nuclear. Reacción en cadena. Usos pacíficos de la energía nuclear.

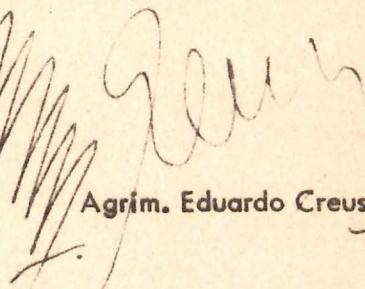
D. - Electrónica. Elementos esenciales de un radio-receptor. Televisión. Radar.

Rosario, 9 de enero de 1971



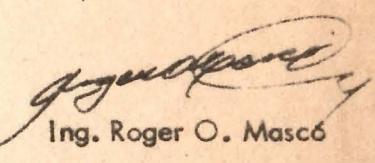
Arquimedes S. Bolívar

Ing. Arquimedes S. Bolívar



Eduardo Creus

Agrim. Eduardo Creus



Roger O. Mascó

Ing. Roger O. Mascó