

Redescubriendo la

372.851

A37 c

Geometría



*Mejor Educación
para todos!*

 **PLAN
SOCIAL
EDUCATIVO**
PRESIDENCIA DE LA NACIÓN
Ministerio de Educación,
Ciencia y Tecnología de la Nación

Redescubriendo la

Geometría



PRESTADO
10019424
SIC. 100
372.851
A34 r

Centro Nacional de Información
y Documentación Educativa
PRESTADO - Escuela
"Ezequiel Amador" - C. 2.º
Buenos Aires, Argentina

- Enero 1998 -

Autoras:

Mirta Silvia Andrada
Mónica Mabel Salgado

Asesoramiento Pedagógico:

Beatriz Alen

Índice General.....

1 • Presentación	7
2 • ¿Por qué enseñar Geometría?.....	9
3 • ¿Qué Geometría es más conveniente enseñar en la escuela?.....	15
3.1. El niño conquista el medio	16
3.2. ¿Por qué insistimos en la aprehensión del espacio?	17
3.3. Sugerencias para los docentes de EGB 1 y EGB 2	17
4 • La Geometría vista por Emma Castelnuovo.....	19
4.1. Lo invitamos a ver el video	20
5 • La importancia de las actividades en la enseñanza de la Geometría.....	23
5.1. Manipulativas	23
5.2. Reflexivas.....	27
5.3. De observación del entorno cotidiano	28
6 • El material didáctico en Geometría.....	29
6.1. El uso de materiales en el trabajo con grupos numerosos	30
6.2. Qué hacer si los materiales no alcanzan para todos	32
6.3. El aprovechamiento de los materiales didácticos en el plurigrado	33
6.4. Qué tipo de materiales usar	34
7 • Resolución de problemas.....	35
7.1. ¿Qué es un problema en Matemática?	35
7.2. ¿Cómo caracterizamos una situación-problema?.....	38
7.3. Estrategias docentes para trabajar con problemas en el aula	39
8 • Análisis didáctico de problemas	43
8.1. ¿Cómo analizar problemas aplicando criterios didácticos?	42
Situación con respecto a la longitud de la circunferencia	42
Propuestas para hallar el diámetro y la longitud de la circunferencia.....	45
Método para contornear sobre papel	46
Método para rodear la circunferencia con una cinta.....	46
9 • Algunos problemas de Geometría para plantear a sus alumnos	49
9.1. Primer Ciclo.....	49
9.2. Segundo Ciclo.....	52
10 • Lecturas	55

ANEXO 1	59
<i>El retorno de la Geometría, de Claudi Alsina</i>	59
ANEXO 2	61
<i>Algunos otros métodos para hallar diámetros y longitudes de circunferencias</i>	61
Método de las cuerdas	61
Método para rectificar la circunferencia	62
Método de polígonos inscriptos y circunscriptos	62
ANEXO 3	63
<i>Geometría, de Graciela Chemello</i>	63
ANEXO 4	67
<i>Bibliografía</i>	67

Centro Nacional de Información
y Documentación Educativa

PIZZURNO 935 Subsuelo
14020ACA) Ciudad Autónoma de Buenos Aires
República Argentina



Presentación

Este material está destinado a los docentes del Primero y Segundo Ciclo de la E.G.B.

En él se tratan algunas cuestiones vinculadas a la enseñanza de la Geometría para reflexionar sobre los interrogantes que seguramente usted se ha planteado alguna vez:

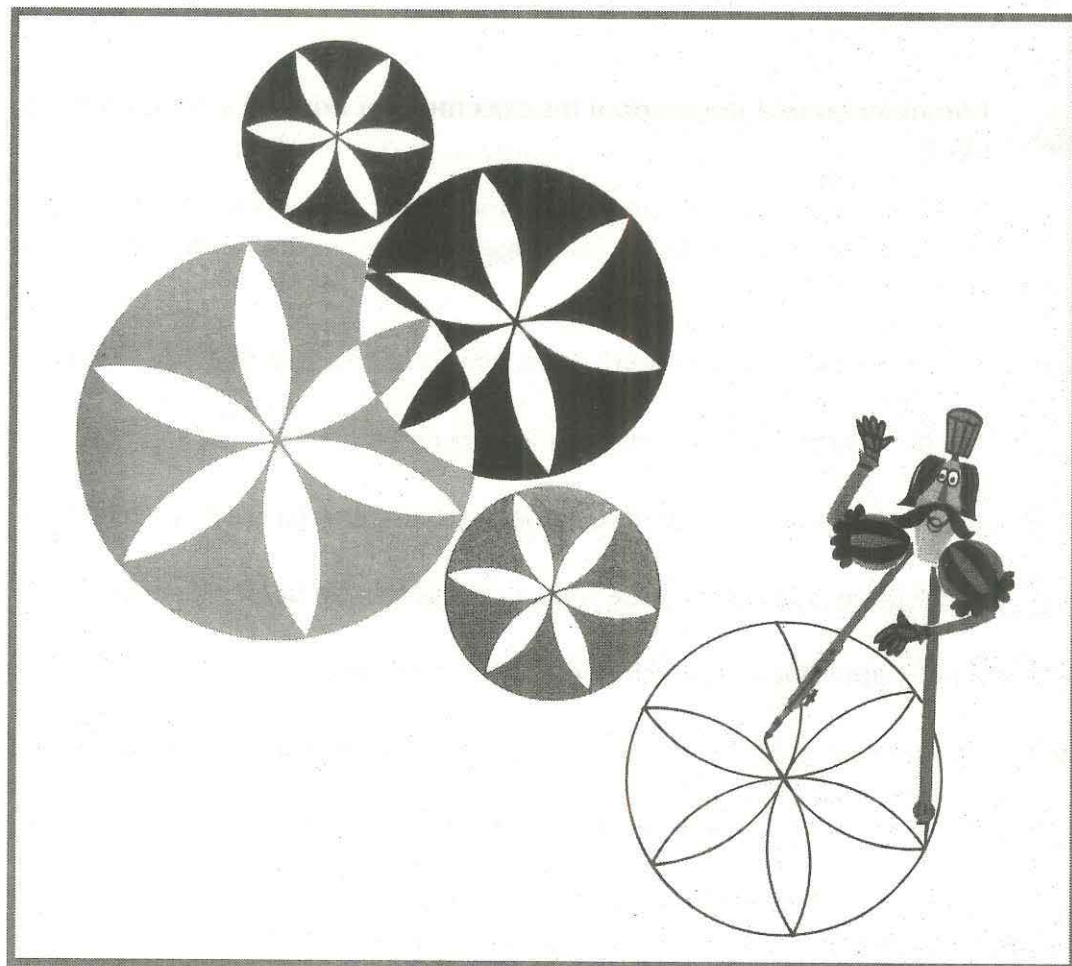
- ¿? ¿Por qué enseñar Geometría? ¿Cuál será su utilidad para la vida cotidiana?
- ¿? ¿Se debe enseñar Geometría en los primeros años?
- ¿? ¿Qué diferencia hay entre la Geometría que se enseña en 1^{er} y 4^{to} año?
- ¿? ¿Qué papel cumple el juego en la enseñanza de la Geometría?
- ¿? ¿Qué papel cumple la intuición en el conocimiento de la Geometría?
- ¿? ¿Es necesario utilizar medios materiales para la enseñanza de la Geometría?
- ¿? ¿Cómo utilizar el material didáctico en Geometría?
- ¿? ¿Cómo plantear problemas en Geometría?

También encontrará en estas páginas sugerencias y propuestas para el trabajo concreto en el aula.

Usted recibirá con este texto un casete de video que contiene un extracto del Seminario de la Profesora Emma Castelnuovo organizado por la Dirección Nacional de Gestión de Programas y Proyectos.

Se le sugiere que, en la medida de lo posible, se vincule con otros docentes para analizar este material y el video. Así podrá discutir con sus colegas las cuestiones teóricas y las propuestas que se plantean en ellos.

Si se complementan estas reflexiones con la revisión de las Jornadas de Perfeccionamiento y de las Fichas Didácticas, se enriquecerá la discusión, el intercambio de opiniones y las posibilidades de analizar las propias experiencias y conocimientos.



... a pesar de los problemas muy especiales de muchos países de América Latina, los resultados obtenidos en la enseñanza de Geometría son muy similares a aquellos obtenidos en casi todas partes del mundo. Y, como el resto del mundo, muchos grupos de matemáticos están expresando la esperanza de que la Geometría -la más antigua teoría matemática, que fue por tantos siglos el método por excelencia para la formación del género humano en el pensamiento lógico y que, de pronto, en el espacio de unas pocas décadas, desapareció completamente del horizonte educativo- jugará, otra vez su propio papel y que, parafraseando a Polya, nosotros podemos decir una vez más que "la Geometría desarrolla la mente" - después que sepamos qué clase de Geometría enseñar y cómo hacerlo.

"Enseñanza de Geometría en América Latina" Emilio Lluis, **UNESCO**.

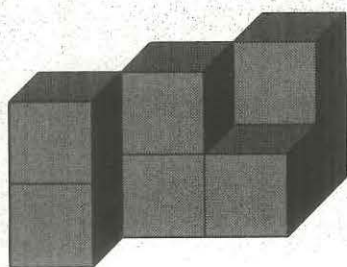


Porque el conocimiento básico de las formas geométricas y las relaciones espaciales son indispensables para desenvolvernó en la vida cotidiana:

- ✓ para orientarnos reflexivamente en el espacio (¿qué camino es más conveniente transitar para llegar a cierto lugar?),
- ✓ para hacer estimaciones sobre formas y distancias (¿a qué distancia nos encontramos de la escuela?),
- ✓ para hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio (¿cómo ubicar los muebles en una habitación para aprovechar mejor el espacio?)



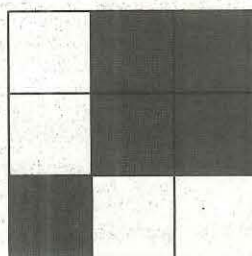
Porque la Geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades: en la producción industrial, en la producción agrícola, el diseño, la arquitectura, la topografía...



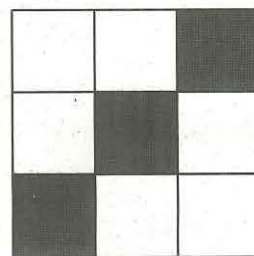
2^{do} nivel

1^{er} nivel

Estructura construida con cubos



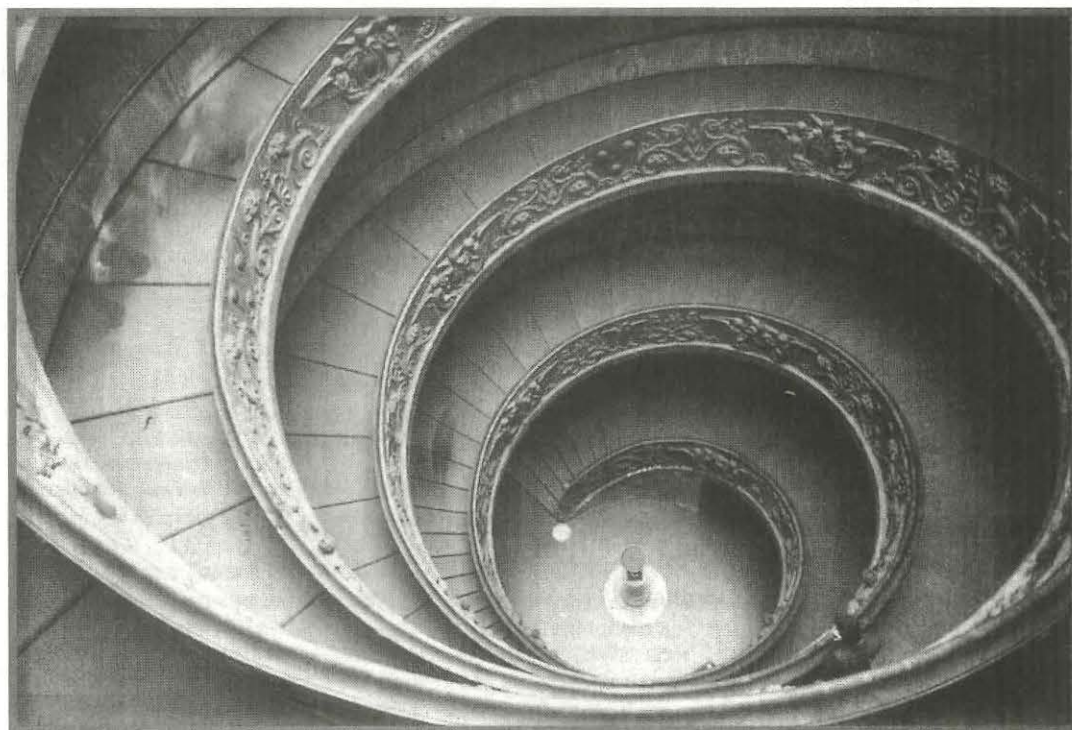
1^{er} nivel



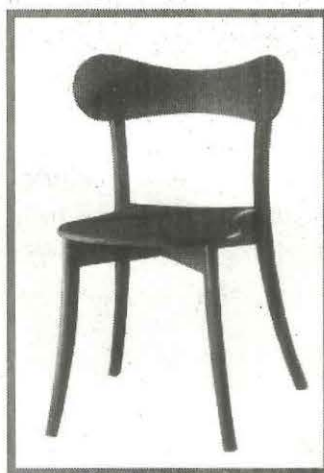
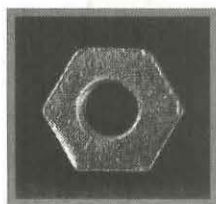
2^{do} nivel

Corte topográfico de la estructura dada

El niño puede descubrir y reconocer relaciones espaciales y formas partiendo de la observación de estas producciones (tijeras, engranajes, ropa, vista aérea del paisaje organizado, de los campos cultivados, almácigos en huertas, moldes de ropa, objetos -utensilios- de uso diario, planos de casas, maqueta de un barrio, cortes de edificios a diferentes niveles, ...)



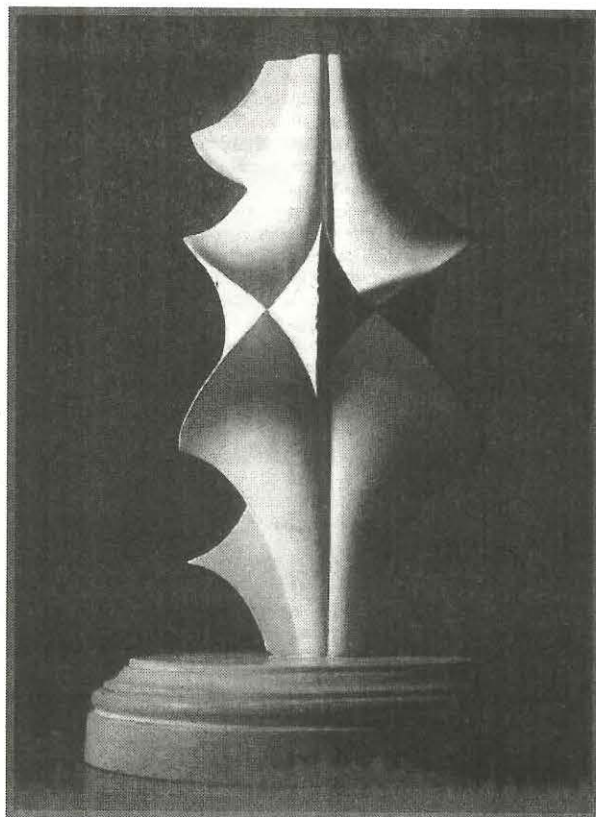
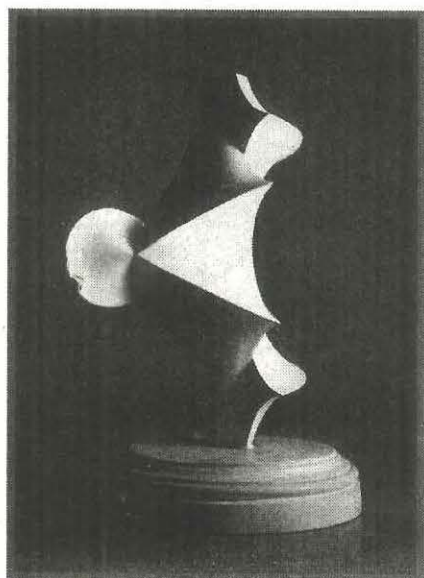
Obra arquitectónica del siglo XVI que recuerda ciertas formas de la naturaleza



La Geometría está presente en el diseño industrial



Porque la Geometría es un componente esencial del arte, no sólo de las artes plásticas sino también de la definición del espacio escénico, de la iluminación y la escenografía en el cine y el teatro, etcétera.

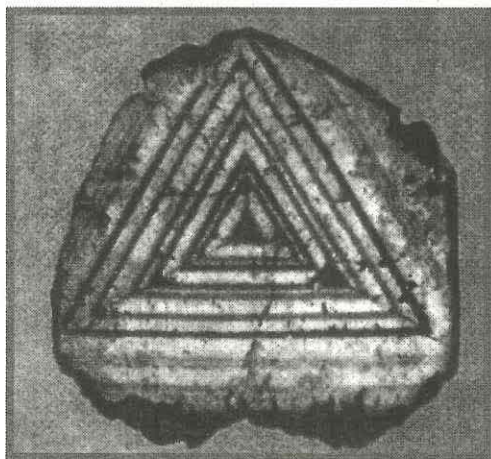


Dos vistas de una misma función matemática traducida al mundo tridimensional, y aparecida como cultura abstracta

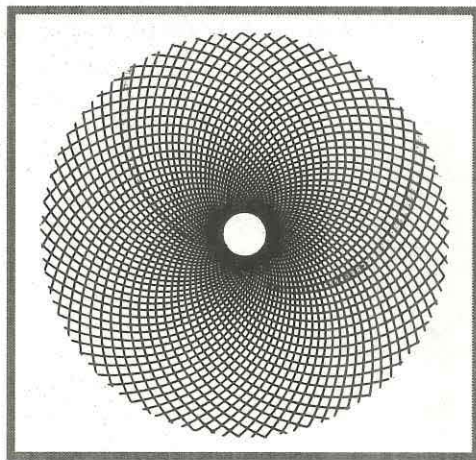
En estas producciones humanas, desde las más primitivas hasta las más evolucionadas, los niños pueden distinguir, descubrir formas y relaciones espaciales. Pero, además, ellos pueden producir objetos artísticos en los que “aparezca” la Geometría.



Porque la forma geométrica representa un aspecto importante en el estudio de los elementos de la naturaleza. A tal punto, que algunos pensadores, como Platón, le asignaron un importante papel a la Matemática, como intermediaria entre el mundo de las ideas y el mundo de las cosas. Hecho que justifica la célebre frase estampada en el pórtico de La Academia: “Sólo entre quien sepa Geometría”.



Piedra semipreciosa de forma prismática con triángulos concéntricos “dibujados” por la misma naturaleza



Esquema de flor de girasol que tiene las semillas dispuestas en forma de espirales, en número de ochenta

Todas estas respuestas a tantos porqués nos muestran que la Geometría está relacionada con las producciones humanas y la naturaleza, lo que nos permite tener una visión más completa de ella.

Sintetizando, el hecho de que la Geometría esté presente en múltiples situaciones de la vida cotidiana, en el arte, en la naturaleza, en la tecnología, constituye una importante fuente motivacional para los niños, no sólo porque a partir de ellas se puede **aprender matemática**, sino también porque permiten ser aprovechadas para “tomarle el gusto a **hacer matemática**”.

.....▶ **LENGUA**

CIENCIAS NATURALES

Bloque 2: EL MUNDO FÍSICO

Bloque 4: LA TIERRA Y SUS CAMBIOS

.....► **CIENCIAS SOCIALES**

TECNOLOGÍA

Bloque 3: TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN Y DE LAS COMUNICACIONES

EDUCACIÓN ARTÍSTICA

Bloque 3: LA INFORMACIÓN SENSORIAL: PERCEPCIÓN

EDUCACIÓN FÍSICA

Bloque 2: LOS DEPORTES

Bloque 3: LA GIMNASIA

Bloque 5: LA NATACIÓN

"Hay un consenso general en el mundo de la Educación Matemática sobre la necesidad del 'retorno' de la Geometría... ¡Estuvo! ¡No está! ¡Debería estar! ... Por ello, tiene sentido reflexionar sobre este posible retorno y, en especial, sobre las características que este reencuentro debería tener".

Claudi Alsina.

Lo invitamos a leer el texto completo de Claudí Alsina "El retorno de la Geometría", Anexo I.

El retorno de una Geometría que atienda al dominio del espacio, la medida, la estimación y, además, tenga en cuenta cómo aprenden los niños y las características evolutivas de sus pensamientos.

Como nos permiten advertir las palabras de Claudí Alsina, la enseñanza de la Geometría desapareció de las aulas desde hace tiempo.

Las modernas investigaciones muestran que el proceso de construcción del conocimiento geométrico sigue una evolución muy lenta, desde las formas intuitivas iniciales de pensamiento a las deductivas finales. Parece que es necesario, entonces, una amplísima base intuitiva en el conocimiento de figuras, cuerpos y sus relaciones, antes de poder razonar sobre ellas sin otro soporte que la mera deducción.

A lo largo del Primero y Segundo Ciclo sería imprescindible, por tanto, un primer acercamiento a la Geometría intuitiva, experimental, al estudio de formas singulares (como prismas, cilindros, ... y también cuadrados, triángulos, concretizados en plastilina, cartulina, etc.), distribuciones espaciales específicas (arriba, abajo, ... de estos objetos), relaciones particulares entre ellas (cómo "ver" al cuadrado como un rectángulo especial), antes de tener en cuenta relaciones puramente lógicas.

Quizás uno de los motivos, entre otros, del abandono de la Geometría al que hace alusión E. Lluís haya sido la muy rápida eliminación de la intuición, en la escuela primaria, como instrumento de acceso al conocimiento geométrico. Así, al no contar con nociones básicas construidas por el niño, la enseñanza debió apoyarse fundamentalmente en la memorización de conceptos y fórmulas.



3.1 • El niño conquista el medio

En realidad, este es el título de un libro de H. Hannoun, en el cual su autor nos hace ver cómo aprehende el niño la noción de espacio, pasando desde un espacio vivido, por un espacio percibido (concreto), hasta llegar a un espacio abstracto (el espacio matemático).

“Paulatinamente vamos tomando posesión del espacio, orientándonos, analizando formas y buscando relaciones de situación, de función o simplemente de contemplación. Así, de esta manera, se va adquiriendo el conocimiento directo de nuestro entorno espacial. Este conocimiento del espacio ambiental que se apropia directamente, primero sin razonamiento lógico, es lo que constituye la intuición geométrica. La primera invitación a la Geometría se realiza, así, por medio de la intuición”¹

La experiencia de vida de los niños de las escuelas rurales y urbano-marginales les permite construir conocimientos altamente significativos: cómo calcular la cantidad de baldes necesarios para regar un almácigo, o para darle de beber a los animales, cómo estimar los plantines que se necesitan para completar la huerta, o cuántas jarras son necesarias para dar el mate cocido a todos los niños del grado, separar la cantidad de harina que se debería usar para hacer el pan del día, reconocer el paralelismo de las vías del tren, de los alambres de las cercas, de la redondez del disco solar, de la luna llena, de las monedas, la semejanza entre los silos y los tanques australianos, etc. La escuela debe recuperar estos conocimientos y potenciarlos. Así como también presentarles a los niños actividades en las que tengan oportunidad de experimentar con otras formas y objetos, utilizar instrumentos geométricos, construir figuras planas y espaciales, ...para que a través de la manipulación y reflexión descubran propiedades de las figuras y los cuerpos, tracen paralelas, perpendiculares, circunferencias, midan ángulos, longitudes, relacionen áreas y volúmenes... y estructuren el espacio.

¹ Claudi Alsina

Este trabajo debe llevarse a cabo con los niños durante todos los años del Primero y Segundo Ciclo de la E.G.B. Usted encontrará ejemplos de actividades con materiales concretos en las Fichas Didácticas y en diversos libros enviados en la Biblioteca del Docente 1996.



3.2 • ¿Por qué insistimos en la aprehensión del espacio?

“La Geometría como cuerpo de conocimientos es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. En un sentido amplio, se puede considerar a la Geometría como la Matemática del espacio”²

Es función de la escuela hacer que el niño realice ese análisis, esa organización y esa sistematización.



3.3 • Sugerencias para los docentes de E.G.B. 1 y E.G.B. 2

Proponemos trabajar en el Primero y Segundo Ciclo tanto el aspecto utilitario de la Geometría como su aspecto formativo:

- ✓ desarrollar capacidades lógico-geométricas, tales como la intuición espacial (o geométrica);
- ✓ desarrollar la capacidad para establecer relaciones espaciales entre los objetos:
 - para hacer estimaciones relativas a la forma y a la medida,
 - para descubrir propiedades geométricas de las figuras,
 - para aplicarlas en situaciones variadas...;
- ✓ hacer investigaciones con objetos concretos o con representaciones de objetos geométricos;
- ✓ aprovechar los juegos espontáneos de los niños y además proponer otros con intencionalidad didáctica, pues los aspectos recreativo y lúdico de la Geometría interesan mucho a los niños.

² Claudi Alsina y otros: *Invitación a la didáctica de la geometría*, Editorial Síntesis, Madrid, 1995.

En el Primero y Segundo Ciclo de la E.G.B. interesa que los niños elaboren estrategias personales para resolver sencillos problemas geométricos y espaciales y que puedan comunicar los procedimientos que usan y los resultados que obtienen, y así se apropien de los conocimientos geométricos.





La Geometría vista por Emma Castelnuovo

Hay un creciente interés entre investigadores y docentes de todo el mundo por la enseñanza de la Geometría. Un indicador es la cantidad enorme de publicaciones dedicadas a ella.

Uno de los cambios más importantes que introducen los C.B.C. de la E.G.B. es la recuperación de la Geometría para conseguir un mejor conocimiento del espacio y como fuente de modelos y situaciones problemáticas para el aprendizaje de la Matemática.

Estas dos razones hicieron que el Ministerio de Cultura y Educación de la Nación invitara a Emma Castelnuovo, especialista en Didáctica de la Matemática, los días 26, 27 y 28 de marzo de 1996, para que dictara un Seminario basado en sus investigaciones.

En la Revista "Zona Educativa", editada por este Ministerio, en el número 4 se publicó un reportaje realizado a esta notable educadora. De él tomamos:

"Emma Castelnuovo enseña Matemática en la prestigiosa 'Scuola Media Tasso' de la ciudad de Roma, en Italia. Es reconocida mundialmente por sus trabajos de investigación científica en el campo de la enseñanza de la Matemática y por ello está en constante contacto con matemáticos y psicólogos italianos y extranjeros. Forma parte de distintas comisiones internacionales dedicadas al estudio de la Matemática y en España una importante asociación de matemáticos lleva su nombre. Es autora de numerosos textos escolares como: 'La Matemática Intuitiva', 'La Geometría' (1981), 'Matemática Nella Realtà' (1976), 'Matemática: Numeri e Figure' (1989) y 'Documenti di un'esposizione di matematica' (1976). Su libro 'La Didáctica de la Matemática' (1963) ganó el premio de la 'Accademia Nazionale dei Lincei' y ha sido traducido a varios idiomas.

En la Argentina muchos docentes admiran y respetan el trabajo de esta incansable investigadora y profesora de 86 años."

Continuando con el reportaje:

“—¿Qué métodos utiliza para enseñar Matemática?

—Habría que reformular la pregunta: ¿qué Matemática es la que se debería enseñar? Entiendo que no una Matemática terriblemente abstracta, sino una que parta de lo concreto y de la realidad, esa es la Matemática que puede ayudar a la unión de los niños y adolescentes de diferentes nacionalidades. La Matemática mantiene un lazo estrecho y constante con los fenómenos que inciden en nuestra vida y con los objetos de uso cotidiano. Basta pensar en la Geometría de las distancias, en las propiedades de los sólidos, en la intervención de la probabilidad en medicina o en las previsiones demográficas.

¿Qué recursos utiliza para enseñar?

—Utilizo los materiales que tengo, materiales no estructurados, casi artesanales. Como barras, elásticos, cartulinas, cosas muy sencillas y baratas.

—¿Por qué le atribuye tanta importancia al estudio de la Geometría?

—Porque pienso que es la Geometría, sobre todo la que puede excitar la fantasía y la intuición del que está aprendiendo”.



4.1 • Lo invitamos a ver el video

En el video que acompaña este material encontrará un extracto de ese Seminario donde la Profesora Castelnovo desarrolla cuestiones didácticas relacionadas con la Geometría correspondientes a la E.G.B. 1 y E.G.B. 2.

Además de los aportes que encontrará en el video, usted hallará en el Anexo VII de las Jornadas de Perfeccionamiento III y IV de Matemática, una propuesta didáctica de la profesora Castelnovo referida a las áreas de figuras planas, que le puede resultar de interés para aplicar en el Segundo Ciclo de la E.G.B.

Queremos destacar, para evitar confusiones, que en Italia la enseñanza está organizada en:

- Escuela Primaria
- Primer Ciclo: 6-7 años
- Segundo Ciclo: 8 a 10 años
- Escuela Secundaria
- Primer Ciclo: 11 a 14 años
- Segundo Ciclo: 15-16 años

Cuando la profesora hace referencia al primero y al segundo ciclo, lo hace pensando en la Escuela Primaria italiana, que no se corresponde exactamente con el Primero y Segundo Ciclo de nuestra E.G.B.

Algunas de las condiciones que debe poseer la enseñanza de la Geometría señaladas por Emma Castelnuovo son:

- ✓ **manipulación** (de cuerpos geométricos, de envases, de objetos familiares o no, con formas de cuerpos geométricos o no, de fichas de rompecabezas, de cartulinas, papeles de variados tamaños);
- ✓ **observación** (de pentágonos, hexágonos en la naturaleza: estrellas de mar, flores, panales de abejas...; de triángulos: en puentes, ángulos de puertas y ventanas en obras en construcción...; de rombos: en algunos posafuentes, algunos alambrados, algunos enrejados...; de cilindros: en envases de tomates, duraznos...);
- ✓ **construcción** (de cuerpos y sus estructuras, figuras planas: triángulos, cuadrados, ángulos, con variados materiales);
- ✓ **dinamismo** (movimiento) (variaciones de triángulos por las diferentes posiciones y diferentes dimensiones; por ejemplo, la vela de un barco a medida que va alejándose..).

Todo esto requiere de un alto nivel de protagonismo de los niños. Niños que manipulen, que observen, que construyan, que realicen concretizaciones de los cuerpos y figuras móviles y no se limiten a representaciones estáticas.



La importancia de las actividades en la enseñanza de la Geometría

"Uno aprende cuando se detiene a pensar".

Jean Piaget

En Geometría, los niños manipulan, accionan sobre los objetos y sobre todo reflexionan sobre las situaciones experimentadas.

Para los docentes, esta es una premisa básica. El problema se complica a la hora de decidir sobre las actividades de aprendizaje.

¿Cuáles constituyen reales desafíos?

¿Qué aprenden los niños cuando manipulan?

¿Cómo evitar la manipulación sin sentido?

Por eso, le acercamos algunas sugerencias de distintos tipos de actividades:



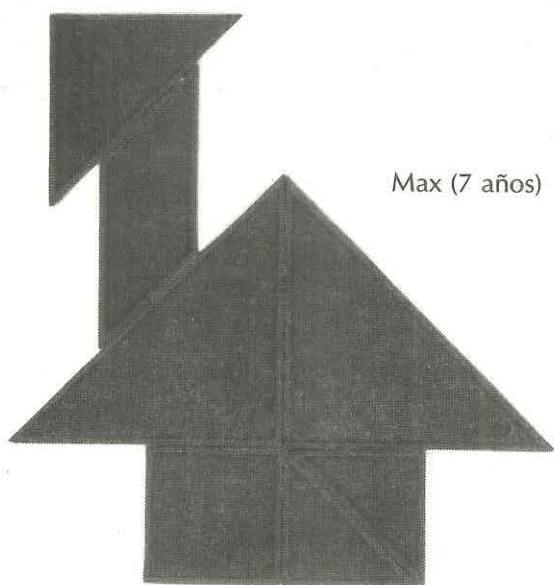
5.1 • Manipulativas

En las que, a través de la observación, el diseño, la construcción y la composición de objetos, se pueden analizar las propiedades de carácter matemático que existen en ellos y/o en su utilización y manejo. Por ejemplo:

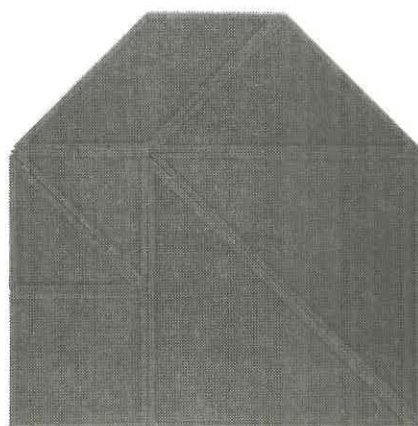


Construcción de figuras del espacio de manera libre o con pautas pre-determinadas.

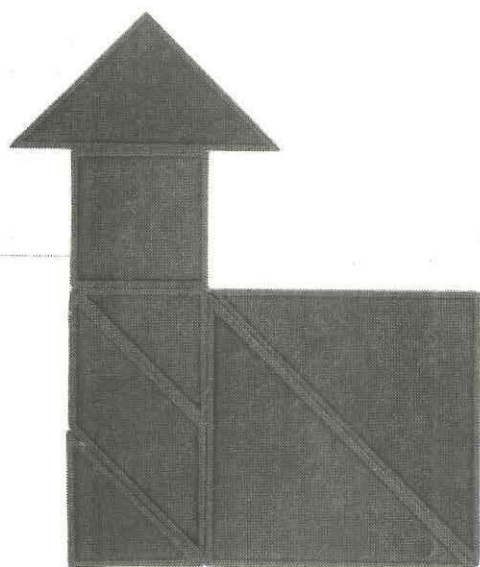
- ✓ Combinar las fichas del Tangram (cuyas características se explican en las Fichas de Matemática) de distintas maneras para conseguir formas que nos recuerden una casa.



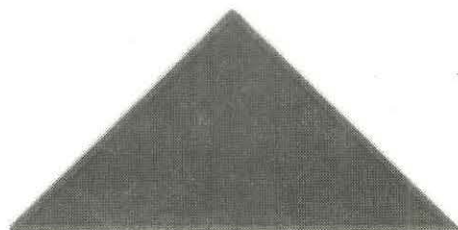
Max (7 años)



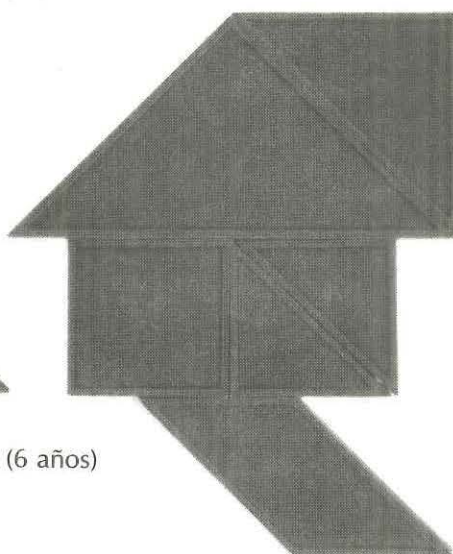
Sofía (8 años)



Francisco (6 años)



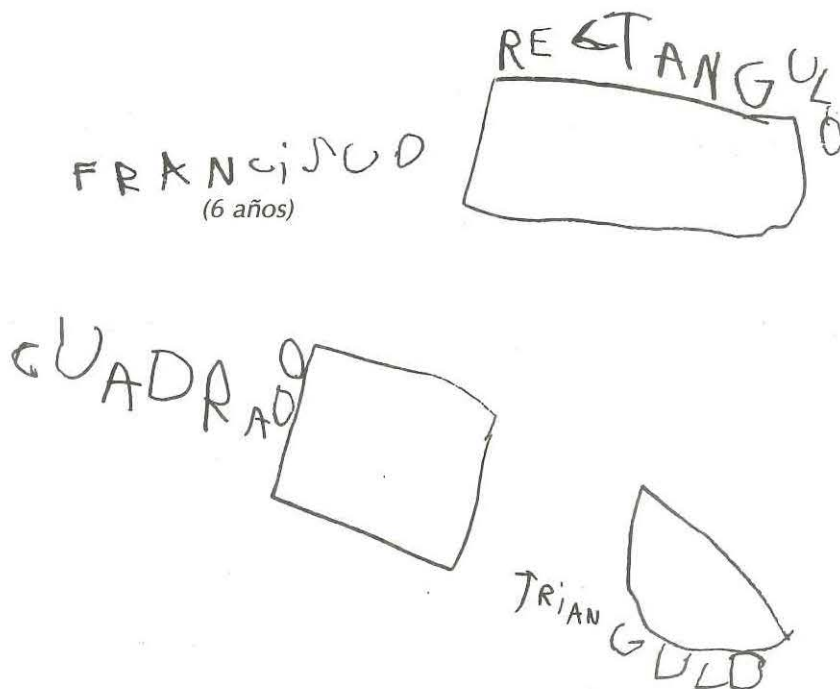
Florencia (6 años)





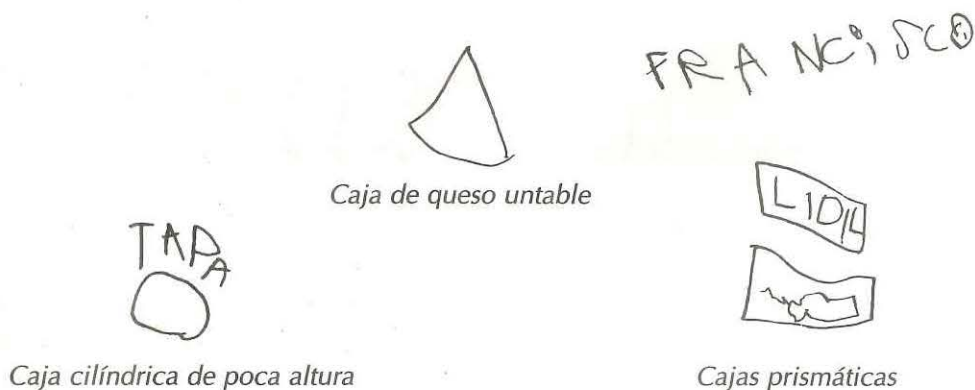
Reproducción de figuras a partir de modelos.

- ✓ A partir de un dibujo, fotografía (plano), pedir a los niños que representen con cubos en el espacio lo que ven. En esta actividad los niños trabajan la relación plano-espacio.
- ✓ Entre diversas figuras realizadas en cartulina reconocer cuadrados, triángulos y rectángulos, y dibujarlos. En esta actividad, los niños trabajan la relación plano-plano.

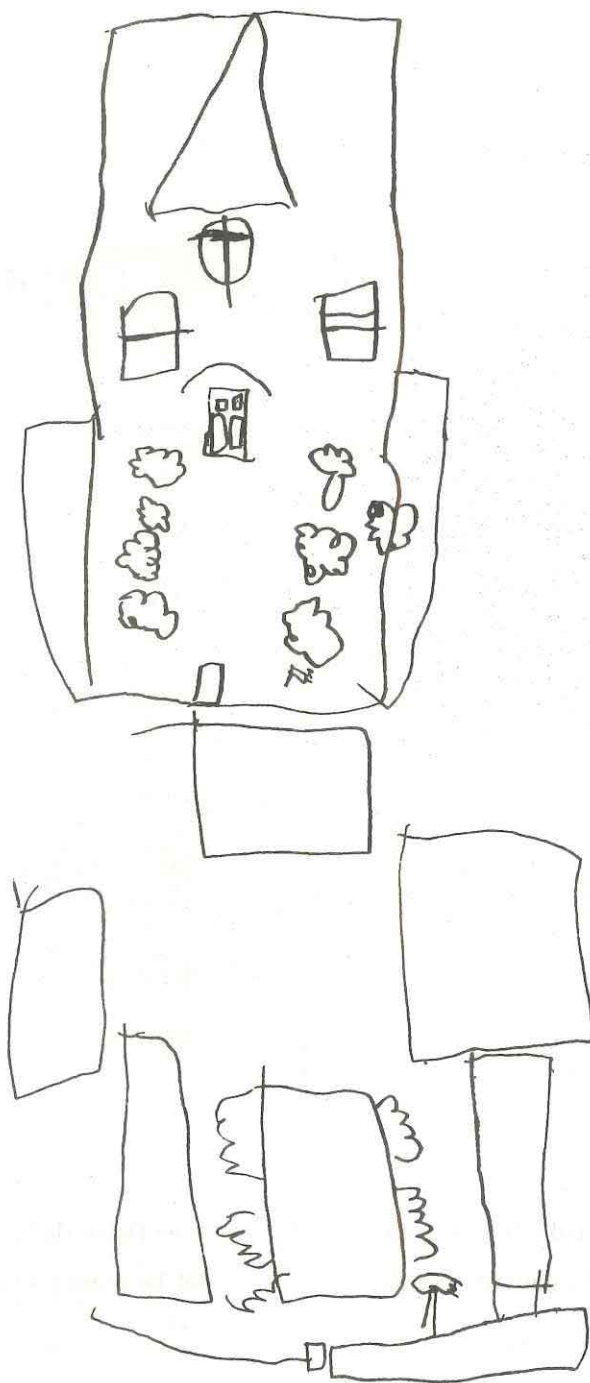


Representación en el plano de figuras tridimensionales.

- ✓ A partir de la observación de envases de distintas formas, se pide a los niños el dibujo de los mismos.



- ✓ A partir de la observación de la maqueta de una casa, se pide a los niños su desarrollo. (Desarrollo de un paralelepípedo.)



Max (7 años) "distribuyó" las paredes alrededor de la casa.

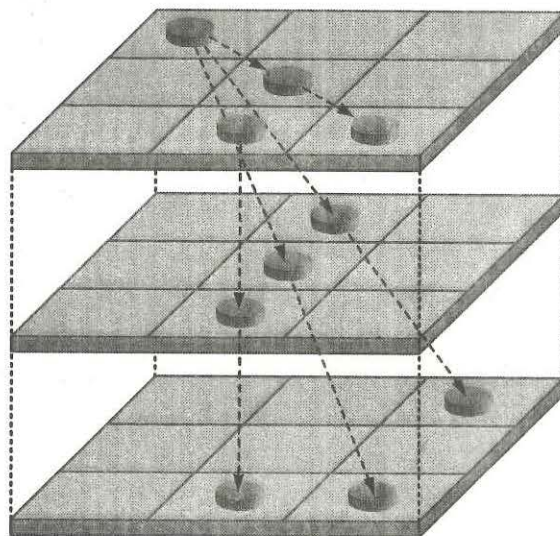
En esta actividad se trabaja la relación espacio-plano.



5.2 • Reflexivas

Son aquellas en las que, utilizando problemas geométricos, juegos lógicos y de estrategia, se pretende que los alumnos desarrollen su capacidad de razonamiento.

- ✓ El juego de Ta-te-tí es un juego de estrategia en el que se trabajan conceptos geométricos. Puede jugarse sólo por jugar pero también para buscar una estrategia ganadora. Nos interesa esto último.
- ✓ También puede jugarse al Cuatro en Línea (Ta-te-tí en un tablero de 4x4) o a El Gato (Ta-te-tí en el espacio).



- ✓ Armar el cubo con las siete piezas del Soma (Ver Fichas de Matemática.)
- ✓ Armar el cuadrado con las siete piezas del Tangram (ver Fichas de Matemática).



5.3 • De observación del entorno cotidiano

En las que analizando, identificando y trabajando sobre éste, se pretende que los alumnos abstraigan su contenido geométrico.

Un ejemplo para primer año podría ser:

- ✓ Reconocer posiciones de objetos, ubicaciones propias y de compañeros en el aula.
- ✓ Describir posiciones en forma oral e individual (delante de..., detrás de..., a la derecha de...)
- ✓ Observar y describir:
 - ¿Dónde está la ventana?
 - ¿Dónde está la puerta?
- ✓ Otra actividad, en la que pueden intervenir dos o más niños: guiar a un compañero, que puede tener los ojos vendados, para que realice un recorrido en el aula, primero sin obstáculos y luego con obstáculos.

En el Primer Ciclo, las actividades manipulativas deben primar sobre las reflexivas y las de observación del entorno.

En el Segundo Ciclo deben primar las reflexivas.

No obstante, en ambos Ciclos deben realizarse los tres tipos de actividades.

En la enseñanza de la Geometría, el material didáctico tiene un papel muy importante.

Uno de los mejores usos del material es para plantear problemas e investigaciones. Estos materiales son buenos generadores de preguntas y, por otro lado, también representan un verdadero soporte para la abstracción.

Ejemplos de recursos:

Tangramas, Geoplanos, Soma (desarrollados en las Fichas de Matemática).

También pueden serlo: los plegados de papeles, los rompecabezas, las obras de arte, el estudio de la naturaleza...

El trabajo sobre un mismo concepto se enriquece notablemente a partir del uso de variados materiales.

Existe otra razón para usar variados materiales: muchas veces creemos que los niños han aprendido algo; por ejemplo qué es un cuadrado, pues lo diferencian de rectángulos (cuando hay mucha diferencia entre las medidas de sus lados). Sin embargo, al presentarles rectángulos cortados en cartulina con lados que tienen poca diferencia, notamos que los confunden con cuadrados. Podemos trabajar entonces con varillas articuladas para construir estas figuras. Se destaca entonces la medida de las varillas que debe usarse para armarlas. Pasa así a un primer plano la igualdad de longitud de los lados en el caso del cuadrado.

Los conceptos se elaboran lentamente y no se aprenden de una sola vez. Cada nueva situación aporta un aspecto diferente de un mismo concepto y hace evolucionar las ideas de nuestros alumnos. Conocer qué ideas ya elaboraron, o en qué estado se encuentra el pensamiento de los niños, nos permite organizar las actividades que debemos presentarles para ayudarlos a avanzar en la comprensión de los contenidos que queremos que aprendan. Si tenemos un grupo grande de alumnos, esta tarea presenta otras posibilidades.

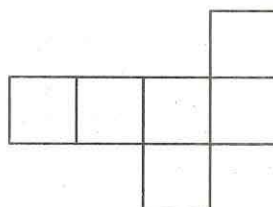
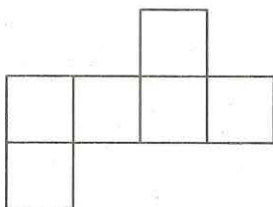
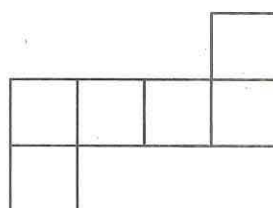
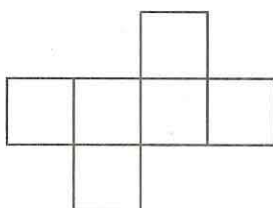
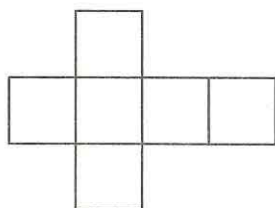


6.1 • El uso de materiales en el trabajo con grupos numerosos

Si usted tiene un grupo numeroso, beneficiará a los niños el trabajo en pequeños grupos, la discusión entre ellos, la justificación, explicación o defensa de lo que hacen o dicen. Con este modo de organizar la clase, aparecen respuestas diferentes y explicaciones diversas.

Por ejemplo: en el Primer Ciclo.

- ✓ Entregue a cada grupo de niños un cubo hecho en cartulina y solicite que lo reproduzcan. (Pueden cortarlo si lo creen necesario, para hacer el otro idéntico.)
- ✓ Seguramente algunos lo cortarán por las aristas, para “aplanarlo”.
- ✓ Otros harán “rodar” el cubo sobre la cartulina, e irán obteniendo las caras por contorneado...
- ✓ Finalizada la tarea, el maestro ordena la discusión en el grupo general; puede elegir algunos de los procedimientos que realizaron sus alumnos y solicitarles la explicación y/o el registro en el pizarrón e iniciar el debate de ideas sobre ellos. Luego, destacar lo que sea necesario y poner el nombre correspondiente a las cosas. Dirá por ejemplo: *“Los cubos desarmados y llevados al plano se llaman desarrollos del cubo. Nosotros vimos que son varios. Ustedes obtuvieron cinco diferentes”*.



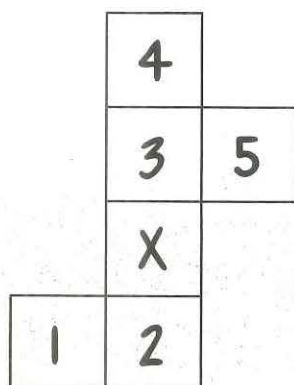
- ✓ Usted puede plantear a continuación: *“¿Habrá otros?”*

Así como la confrontación de ideas favorece el avance del conocimiento de los niños, su trabajo individual contribuye, por un lado, a detectar sus dificultades, y por otro, facilita el hecho de presentar actividades diferenciadas según las necesidades de cada alumno. Por esto interesa alternar ambos tipos de trabajo: el individual y el grupal.

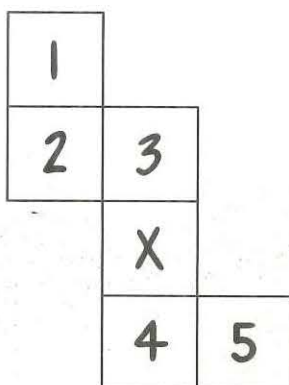
Veamos una posible actividad individual para trabajar con el desarrollo del cubo:

Se le entrega a cada niño las siguientes redes y se le da como consigna:

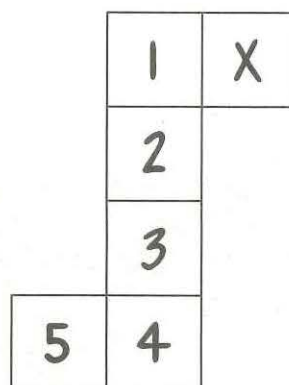
- ✓ Pensá con cuál de estas redes es posible armar un cubo.
- ✓ Identificá cuál es la cara opuesta a la marcada con X.
- ✓ Armá los cubos que sea posible.



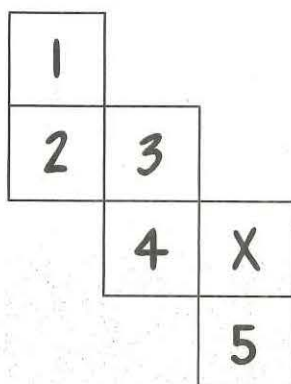
A



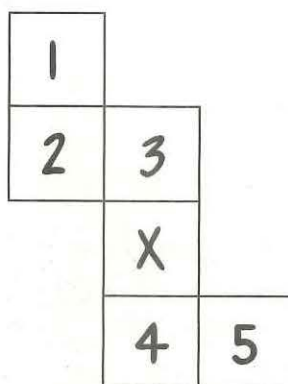
B



C



D



E



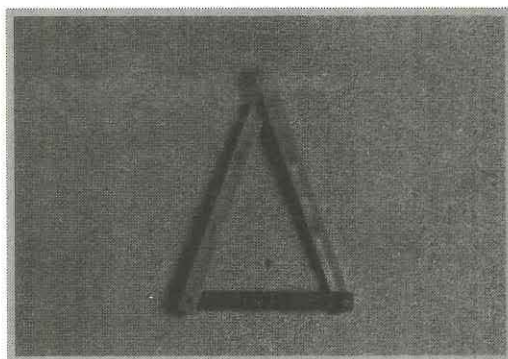
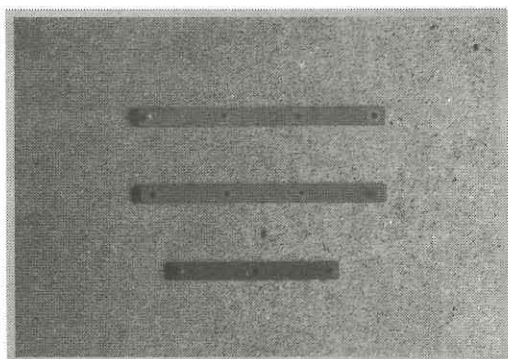
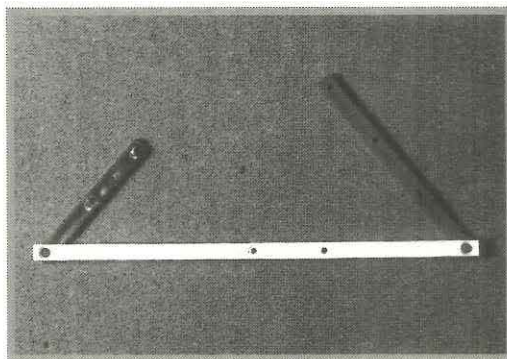
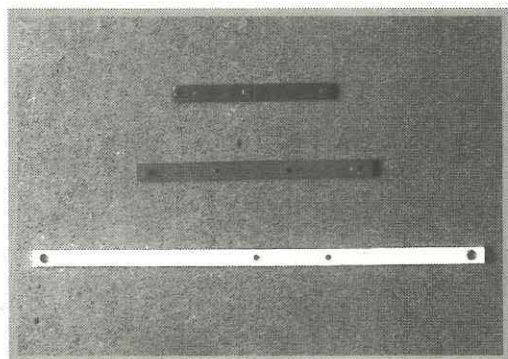
6.2 • ¿Qué hacer si los materiales no alcanzan para todos?

Quizá se esté preguntando: ¿es necesario que todos manipulen los materiales al trabajar en Geometría?

Por ejemplo, al trabajar con polígonos, es necesario que en algún momento todos hayan construido polígonos con varillas. Pero no hace falta que todos lo hagan al mismo tiempo. Hay diversas posibilidades que usted puede elegir según las diferentes necesidades. Mientras en un grupo algunos manipulan los otros observan y reflexionan anticipando lo que sucederá.

Veamos este caso:

Si tienen tres varillas para armar un triángulo (una negra, otra gris y la otra blanca), podrán anticipar si en ese caso es posible armarlo. Luego intercambian roles. Los que manipulaban, ahora anticipan: *¿qué tipo de triángulo se obtiene con dos varillas grises y una negra?* (cada color nos indica determinada longitud).



Otra variante podría ser que cada grupo investigue con diferentes materiales.

Un grupo investiga propiedades de cuadriláteros en geoplanos, y otro lo hace con varillas y elásticos, otro lo hace con cuadriláteros recortados en cartulina y otros registran por escrito lo que sus compañeros descubren. Rotan los materiales y buscan verificar los descubrimientos ahora con otros elementos. Los que manipularon ahora registran y viceversa.

Si usted tiene preparadas fichas de investigación, puede hacer que cada grupo estudie cuestiones distintas con los diferentes materiales.



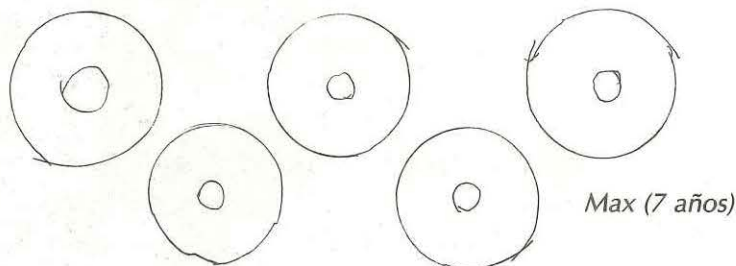
6.3 • El aprovechamiento de los materiales didácticos en el plurigrado

*"...mientras el uso del material como un 'juego' puede ser recomendable en los primeros cursos, el aspecto lúdico tendrá que ir dejando paso paulatinamente a la actitud de investigación. Así como un compás puede evolucionar desde el recortado de redondeles hasta los ya intrincados problemas métricos de los triángulos y la circunferencia."*³

Estas ideas pueden servir para presentar diversidad de propuestas sobre un mismo tema, utilizando el mismo material en las escuelas donde hay plurigrado.

Por ejemplo, el recurso usado aquí es el compás; el concepto, el círculo.

En los primeros años sólo significará el trazado de círculos y su recortado, la realización de guardas...



En el Segundo Ciclo, estará relacionado con la solución de situaciones problemáticas. Algunos ejemplos aparecen en el video "¡Qué problema los problemas!", producido por el Plan Social Educativo.

³ Claudi Alsina y otros : *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis. Madrid, 1991.



6.4 • Qué tipo de materiales usar

"Otro aspecto a destacar es la conveniencia de que el material de tipo tridimensional y visual sea previo al material de tipo plano o más simbólico"

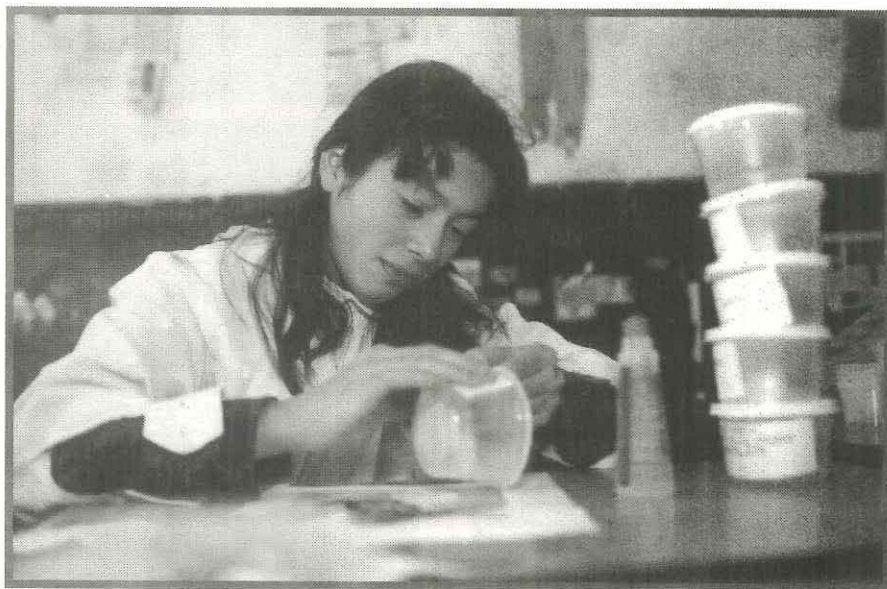
Claudi Alsina

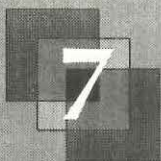
Esto también lo afirma Emma Castelnuovo en el video que acompaña a este material.

Propone comenzar con un trabajo de cuerpos (tridimensional), los cuales se encuentran en un nivel más concreto de percepción por los sentidos que las superficies (figuras planas) que son conceptos abstractos.

Para favorecer este proceso usted puede recurrir a materiales de uso cotidiano, como cintas, bandas elásticas, cajas y envases de diversas formas, papeles, varillas, etcétera.

Lo más importante, a la hora de tomar decisiones, es **planificar el uso de los materiales didácticos**.





Resolución de problemas

Aprender Matemática es hacer Matemática, y hacer Matemática implica resolver problemas.



7.1 • ¿Qué es un problema en Matemática?

Todos los docentes plantean problemas a sus alumnos cuando enseñan Matemática, pero el “problema de los problemas”: sigue siendo un desafío.

En el ámbito de la Educación General Básica, un problema matemático es un planteo que han de resolver los alumnos; es decir:

- ✓ que lleguen a comprenderlo, pero que deban adecuar y/o desarrollar estrategias matemáticas para resolverlo;
- ✓ que apliquen conceptos matemáticos conocidos de modos diversos y puedan descubrir otros nuevos.

Debemos tener en cuenta que lo que es un problema para un niño, no lo es para otro que ya elaboró los conceptos y habilidades requeridos para su resolución.

Así como el entorno natural ha sido fuente de estudio e inspiración de la actividad humana (la medición del tiempo, la forma, el tamaño y el crecimiento de los seres vivos, etc.), los juegos y la simple especulación acerca de cuestiones inventadas o fantasiosas (cuántos pasos debería dar para llegar a la Luna,...) siempre interesaron y es por ello que también interesan a los niños.

Seguramente, sus alumnos le habrán preguntado alguna vez cuánto tendrían que caminar para dar la vuelta al mundo, cuántas cañas como esta habría que poner una a continuación de otra para llegar a la Luna, cuántos granos de arena hay en el desierto... Con estas preguntas los niños están planteando verdaderos problemas geométricos, y que además son genuinos e interesantes para ellos; por eso preguntan. Lejos de desestimar estos interrogantes, puede aprovecharlos didácticamente guiándolos hacia ciertas estimaciones:

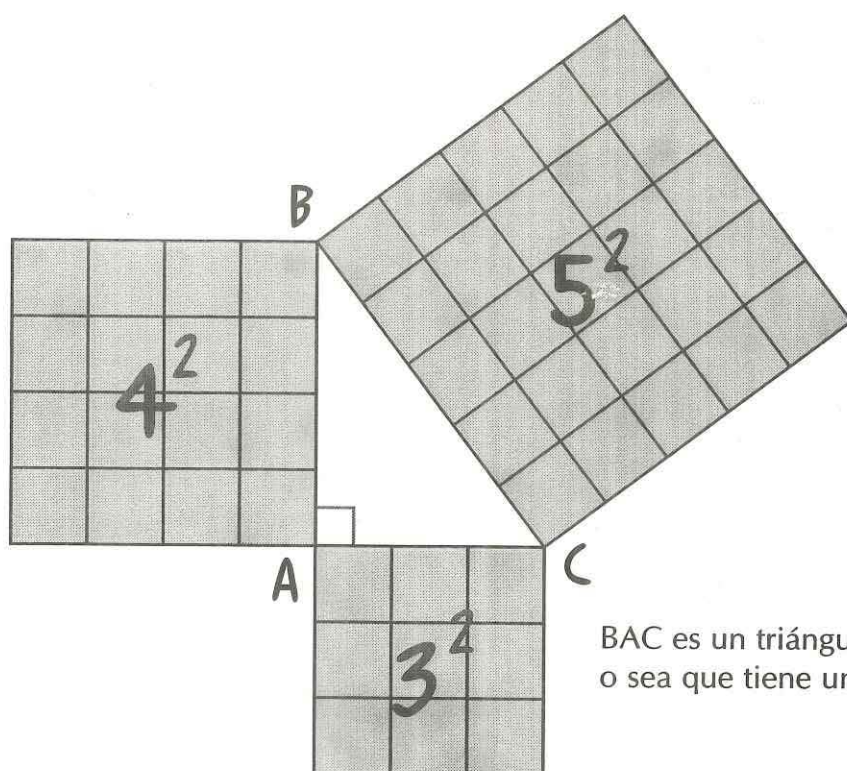
¿cuántos pasos hay que dar para recorrer el largo de este terreno?,
 ¿cuántos largos como ese necesitás para llegar a la Luna?,
 ¿en cuánto tiempo recorriste el terreno?,
 ¿cuánto tiempo te llevaría llegar a la Luna?,
 ¿tuviste en cuenta que tendrías que dormir?, ¿contaste ese tiempo?...

Lo importante no es que lleguen a la respuesta exacta. Lo que interesa, sobre todo, es la **reflexión matemática**.

Ha sucedido, en Historia, que se comienza solucionando un problema, se crea el saber-herramienta, y luego se sigue, generalizándolo, más allá de solucionar ese caso concreto.

Por ejemplo:

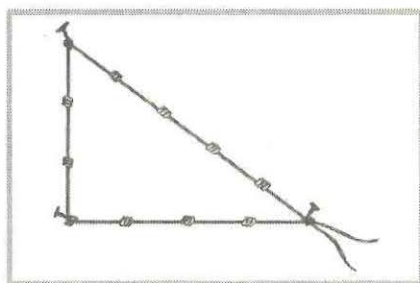
Los egipcios conocieron y usaron un caso particular del Teorema de Pitágoras: $3^2 + 4^2 = 5^2$



BAC es un triángulo rectángulo, o sea que tiene un ángulo recto

Interpretación geométrica de una igualdad aritmética

Descubrir y conocer esta relación les permitió trazar ángulos rectos con una sogá con nudos a iguales distancias, y clavando estacas en la tierra.

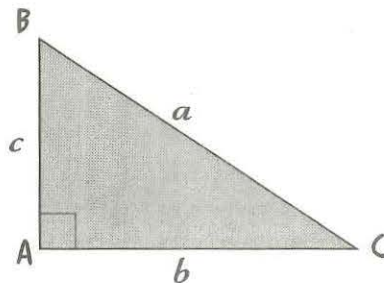


Usaron este método para delimitar y trazar los terrenos que periódicamente inundaba el Nilo.

Los griegos se preguntaron luego, sin ninguna finalidad práctica: ¿siempre se dará esta relación?, ¿en qué casos se cumplirá? Y llegaron a demostrar entonces el caso general:

En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

$$b^2 + c^2 = a^2$$



Algo parecido sucede con las situaciones que les planteamos a los alumnos; muchas veces, a partir de ellas, surgen nuevas, variando los datos, profundizando las investigaciones, buscando generalizar descubrimientos o simplemente porque así lo exige el desarrollo de la clase por las necesidades que manifiestan los niños.

Un ejemplo de este último caso lo encontrará usted en la Actividad 1 de la Jornada III de Perfeccionamiento Docente en el Área Matemática, donde se presenta un registro de clase correspondiente a un 5º año, centrado en el proceso de medida de longitudes y superficies así como la diferenciación entre el contorno y la superficie de rectángulos.



7.2 • ¿Cómo caracterizamos una situación-problema?

Cuando el docente elabora, selecciona o adecua una situación problemática, es importante revisar que:

- ◆ sea interesante para los destinatarios, en este caso los niños, vinculándose con sus necesidades, actividades y preocupaciones,
- ◆ pueda expresarse matemáticamente en su planteo y que sean necesarias las operaciones y otros conceptos matemáticos para resolverla;
- ◆ sea susceptible de enriquecimiento, es decir lo suficientemente rica como para que cada alumno pueda hacer “algo” de acuerdo con sus posibilidades y que las dificultades no sean tantas como para desanimarlos,
- ◆ sea abierta, permitiendo buscar diferentes caminos o estrategias para su resolución; incluso puede o no contener preguntas o planteos en sí misma, ya que los alumnos pueden elaborarlos;
- ◆ sea sencilla para ser fácilmente comprendida, según el nivel evolutivo de los alumnos y, a la vez, aproveche sus saberes previos.

En síntesis:

- ✓ Que representen desafíos.
- ✓ No rutinarios.
- ✓ Que partan de la realidad
- ✓ Que estén a la altura de las posibilidades de los niños.



7.3 • Estrategias docentes para trabajar con problemas en el aula

"Sin problemas no se aprende matemática, pero con problemas no siempre se aprende matemática"

G. Brousseau

El mejor problema matemático en sí mismo no basta para generar aprendizajes significativos. La estrategia metodológica de presentación del problema y acompañamiento de los alumnos en la búsqueda de la o las soluciones es crucial para ir arribando a mejores logros.

La modalidad de intervención del maestro debe favorecer en los alumnos la puesta en juego y dominio de las operaciones matemáticas básicas que se requieren para la resolución de un problema.

¿Cómo hacerlo? Esto es lo más difícil.

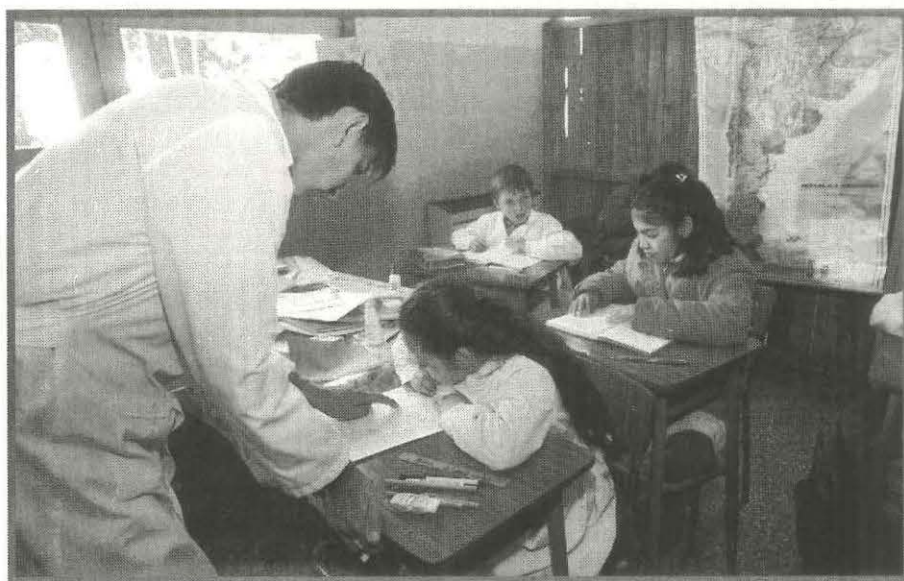
Podríamos comenzar diciendo que un criterio general consiste en que el docente sobre todo ayude a sus alumnos a usar sus propias herramientas, que presenten los caminos para llegar a la solución.

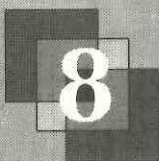
Más específicamente, esto se traduce en una acción docente que favorezca que los alumnos:

- ✓ formulen preguntas en torno al problema (las mismas de otra manera, las que a ellos se les ocurran, etc.);
- ✓ presenten y resuelvan los planteos según sus propias estrategias, conocimientos y habilidades;
- ✓ construyan tablas y gráficos cuando resulten útiles;
- ✓ interpreten los datos;
- ✓ utilicen material concreto, dibujen o dramatizen la situación para comprenderla mejor;
- ✓ puedan intercambiar entre ellos sus estrategias de resolución y fundamentar sus posturas;

- ✓ puedan alternar tiempos de trabajo individuales y grupales;
- ✓ puedan descubrir sus errores (si los hubiese) y corregirlos, ya sea en forma grupal o individual, rescatando siempre que el error forma parte de todo aprendizaje;
- ✓ usen el suficiente tiempo para realizar estas acciones tratando de que nuestras ansiedades no interfieran en los procesos de descubrimiento de los niños.

En el video “¡Qué problema los problemas!” que acompaña a este material, se atiende esta problemática relacionándola con el Bloque N° 7 de los Contenidos Básicos Comunes: “Procedimientos relacionados con el quehacer matemático”.





Análisis didáctico de problemas

“Lo que hemos sido obligados a descubrir por nosotros mismos deja una senda en la mente que se usa nuevamente cuando surge la necesidad”.

Lichtemberg. Aforismos

En función de lo que venimos presentándole, creemos que para hacer de la enseñanza de la Matemática una práctica reflexiva, será importante que usted la planifique y potencie analizando didácticamente los problemas.

Podríamos centrarnos en analizar aspectos matemáticos teóricos, o analizar aspectos parciales, como la organización del aula, el comportamiento de algunos alumnos, etc. Elegimos, en cambio, analizar didácticamente las actividades de enseñanza y aprendizaje, fundamentalmente situaciones problemáticas, pues pensamos que los contenidos, los objetivos de la enseñanza, las ideas y actitudes de los docentes y de los alumnos, las relaciones entre docentes y alumnos se concretan en el desarrollo de las clases.

La tarea docente implica seleccionar y elaborar propuestas didácticas adecuadas a sus realidades escolares. Resulta enriquecedor el hecho de compartir con otros colegas propuestas didácticas que posibiliten realizar aprendizajes significativos.

Registrar de alguna manera las propias clases es un valioso instrumento de la acción pedagógica, pues posibilita el seguimiento de las acciones realizadas. Es factible acudir a este registro tantas veces como sea preciso, para revisar y corregir la intervención pedagógica.

El análisis didáctico consiste en:



Resolver las situaciones problemáticas antes que los alumnos.



Identificar en esta resolución:

- ✓ qué conceptos debe (o puede) actualizar el alumno para resolverlas;
- ✓ qué procedimientos debe (o puede) poner en juego;
- ✓ qué errores cabe esperar por parte de los alumnos;
- ✓ qué formas de representación se utilizan en el enunciado;
- ✓ qué formas de representación cabe esperar por parte de los alumnos;
- ✓ qué actividades, discusiones y elaboraciones es posible promover en clase a propósito de estas situaciones.

Analizar de este modo las situaciones que se van a plantear a los alumnos nos permite a los docentes orientar nuestro trabajo en el aula.



8.1 • ¿Cómo analizar problemas aplicando criterios didácticos?

A modo de ejemplo, realizaremos el análisis didáctico de problemas vinculados a la longitud de la circunferencia.

Una propuesta de situación con respecto a la longitud de la circunferencia es la siguiente:

Problema “histórico”:

Un habitante de la antigua Sumeria perdió una rueda de su carro en un despendedor. Se lo llevó a un herrero para que le haga la rueda faltante.

¿Qué habrá hecho el herrero para decidir qué largo debía tener la varilla de hierro que usaría?

¡Medirla con un hilo!

El herrero pensó: Muchas veces no encuentro un hilo tan largo. ¿Cómo podré calcular el largo de la varilla, para cualquier caso, sin usar tanto hilo?, ¿podré medir de otro modo?

El material que se ha de entregar a cada grupo de alumnos para resolver este problema debe ser: objetos circulares de diferentes medidas, preferentemente de diámetro mayor de 10 cm (para disminuir el error en las mediciones), un metro de cinta tipo "ribonette" (pues los hilos comunes se estiran), cinta métrica, papeles cuadriculados y/o milimetrados, etcétera.

Este problema debe ser propuesto a los alumnos antes de que conozcan la fórmula de la longitud de la circunferencia y es precisamente a partir de esta investigación que se espera que arriben a ella.

Veamos cómo funciona este tipo de análisis didáctico:

Si usted es docente de sexto año y sus alumnos están acostumbrados a trabajar en estas investigaciones matemáticas, es posible que los niños propongan:



Completar tablas como:

Longitud del diámetro (d)	Longitud de la circunferencia (L)	K
10 cm	32 cm	$32 \text{ cm} : 10 \text{ cm} = 3,2$
18 cm	56,50 cm	$56,50 \text{ cm} : 18 \text{ cm} = 3,138$
24 cm	75,30 cm	$75,30 \text{ cm} : 24 \text{ cm} = 3,137$

Si no se les ocurre podríamos preguntarles:

¿Qué haríamos en lugar del herrero?

Es probable que respondan: Primero observaríamos diferentes círculos.

¿Qué ven en ellos?

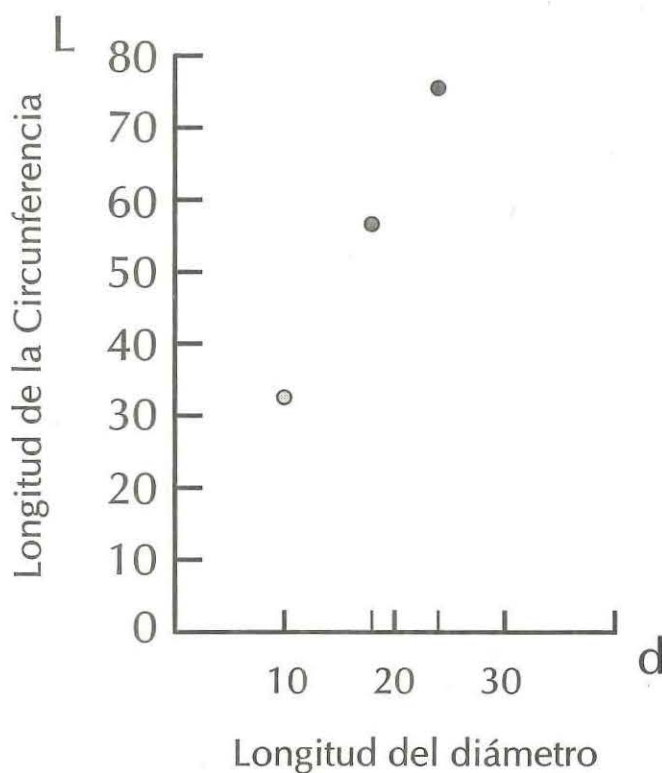
Ellos observarán que algunos círculos y sus circunferencias son más anchos que otros.

Si a los niños no se les ocurre hacer mediciones, usted puede preguntarles acerca de las longitudes de las circunferencias y los diámetros.

El primer problema será encontrar el diámetro y medirlo.

Otras actividades que suelen realizar los niños son:

✓ Representar gráficamente en coordenadas cartesianas los datos obtenidos.



✓ Buscar relaciones entre esos datos.

✓ Caracterizar el gráfico obtenido:

- ¿Qué pasa con los puntos? ¿Están alineados?
- ¿La recta pasa por el origen?

✓ Relacionar con proporcionalidad directa y/o inversa y sus propiedades.

¿Qué relación guardan las longitudes de los diámetros con respecto a las longitudes de las respectivas circunferencias? ¿Con qué proporcionalidad se puede relacionar?

Después de todo este análisis, sus alumnos llegarán a concluir que los datos en la tabla y en el gráfico guardan la siguiente relación:

$$L = K \cdot d$$

y obtendrán que K (constante de proporcionalidad) es *aproximadamente* 3,14. Usted podrá informarles que K representa un número que posee infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente; les presentará el primer número irracional que ellos conocerán: 3,141519...

La relación a la que usted llegará con los niños es la fórmula de la longitud de la circunferencia:

$$L = \pi \cdot d$$

¿Se preguntó alguna vez por qué interesa obtener fórmulas en Matemática?

Ni más ni menos que para cortar caminos. Por ejemplo: sería muy tedioso volver a pensar cómo obtener la longitud de la circunferencia cada vez que aparezcan datos diferentes. También resulta más sencillo, con sólo conocer el diámetro, hallar la longitud de la circunferencia sin que sea necesario medirla; de alguna manera, podríamos decir que la fórmula sintetiza todos los casos particulares.

Propuestas para hallar el diámetro y la longitud de la circunferencia

¿Qué caminos seguirán los niños para obtener las longitudes de las circunferencias y longitudes de los diámetros de las mismas?

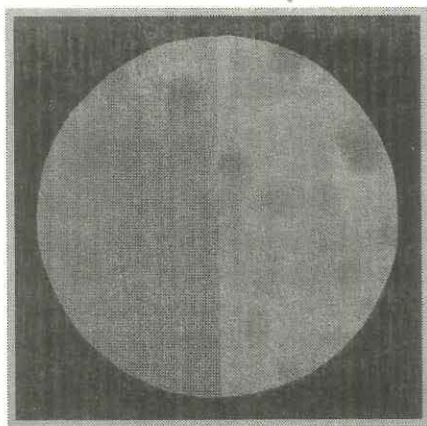
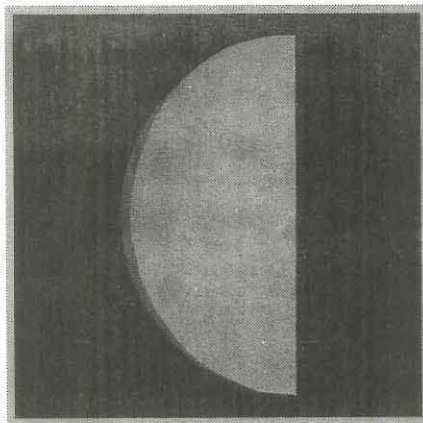
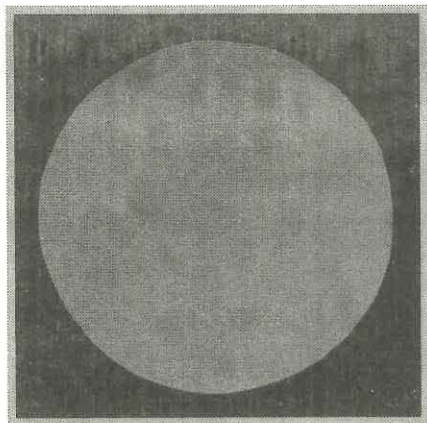
Algunos que suelen usar son:

- ✓ método de contornear sobre papel
- ✓ método de rodear la circunferencia con una cinta.



Método de contornear sobre papel

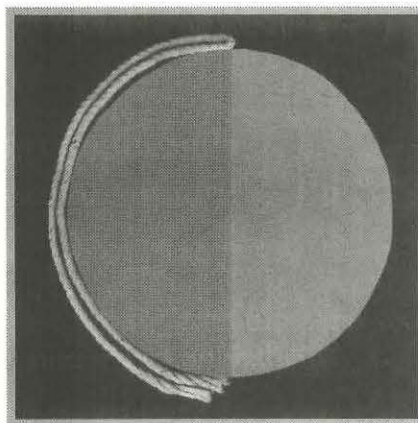
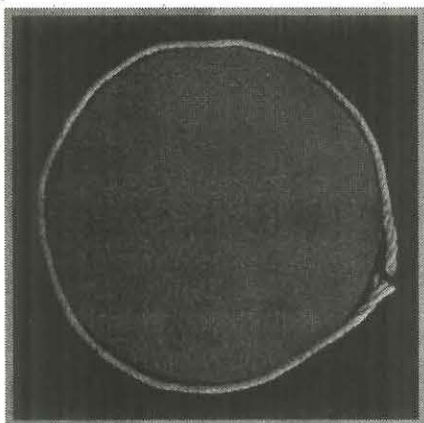
Contorneando un objeto circular sobre un papel se obtiene su circunferencia. Recortando el papel y doblándolo por la mitad quedan determinadas dos semicircunferencias. El doblez que quedó entre ellas es el diámetro, puesto que éste es el eje de simetría del círculo y de la circunferencia correspondiente.





Método de rodear la circunferencia con una cinta

Rodear la circunferencia con cinta y doblar esta última por la mitad. Al apoyar la cinta doblada sobre la circunferencia se encuentran los extremos del diámetro que coinciden con los extremos de la semicircunferencia.



Es muy común que se confunda la longitud de la semicircunferencia con la longitud del diámetro. Cuando se superpone la cinta doblada sobre lo que sería el diámetro se observa que dicha longitud supera a la del diámetro de la circunferencia. Es un camino que permite descubrir que el diámetro “entra” una vez y media aproximadamente en la semicircunferencia y, por lo tanto, tres veces y “algo más” (el valor de d) en la circunferencia completa.

En el Anexo 2 se encuentran otros procedimientos para hallar el diámetro y para determinar la longitud de una circunferencia.

Sería interesante que usted analice didácticamente otros problemas.

Recuerde:

- ✓ resolver la situación;
- ✓ identificar los conceptos matemáticos que se ponen en juego;
- ✓ reconocer los diversos procedimientos para su resolución;
- ✓ señalar las diferentes formas de representación que sus alumnos pueden proponer;
- ✓ presentar otras actividades en relación a este tema.



Algunos problemas de Geometría para plantear a sus alumnos

Le proponemos una serie de actividades que puede utilizar en diferentes momentos de acuerdo a la planificación de sus clases.



9.1 • Primer Ciclo



Luego de haber manipulado cuerpos:

- ✓ Jugar al veo veo (describiendo cuerpos).

Un niño elige un cuerpo de una caja y lo describe, sin mostrarlo. Los otros niños escuchan la descripción y sacan uno igual de otra caja de cuerpos, o bien lo identifican en láminas de cuerpos dibujados en perspectiva.



Luego de realizar impresiones con cuerpos, usándolos como sellos, es posible realizar actividades individuales como la siguiente:

- ✓ ¿Con cuáles armo este cuerpo?

Pintá los polígonos de la derecha que se necesitan para “armar” el cuerpo de la izquierda.



Ubicar en un lugar visible un cuerpo formado por cubos (que ocupen de 30 cm a 50 cm aproximadamente)

Cada niño lo dibuja como lo ve.

Se exponen los dibujos.

Se pregunta desde qué lugar se dibujó.



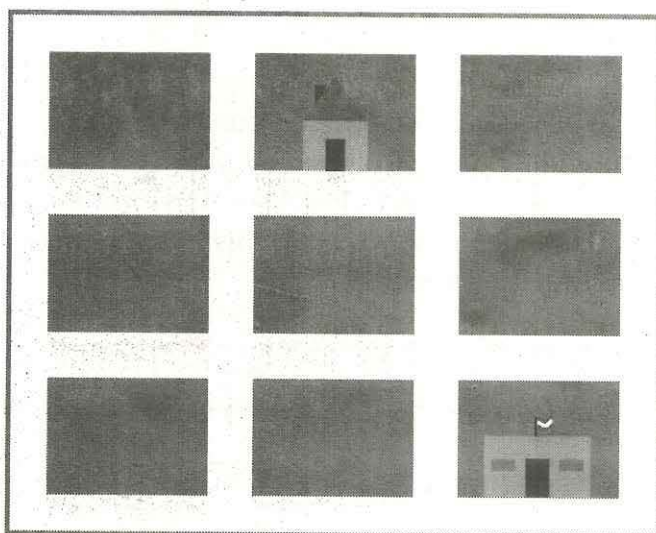
Para trabajar la noción de trayectoria y la relación “más largo que”:

Marcá con una línea el camino más largo entre:

la



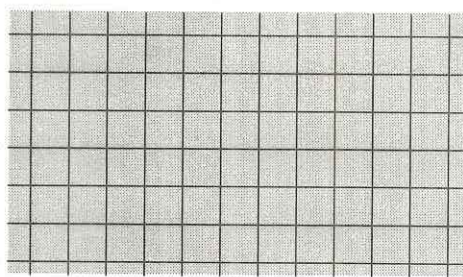
y la



Reconocer figuras rectangulares que se observan en la clase o en los hogares.



Usar papel cuadriculado para dibujar un rectángulo ABCD cuyos lados midan 4 y 7 unidades.





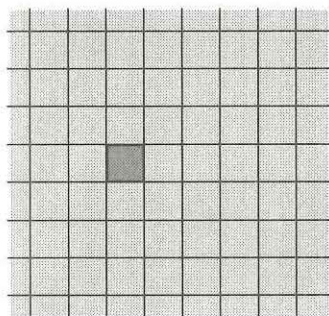
Tomar un cubo de madera con una mano y con dos dedos de la otra “caminar” por los bordes (aristas); recorrerlos todos y contarlos: ¿cuántos son?



Diferenciar frontera, región interior. Trabajar las relaciones “arriba”, “abajo”, “derecha”, “izquierda”.

✓ Dibujá otro cuadrado como este 

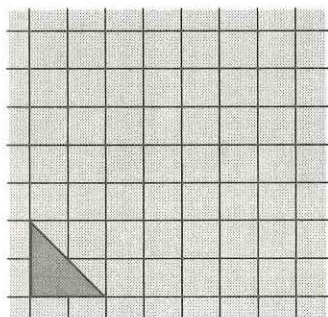
3  a la derecha y 1  hacia abajo del que está dibujado en la cuadrícula.



Pintá de rojo el interior de cada figura.
Pintá de azul el borde de cada figura.

✓ Dibujá otro triángulo como este 

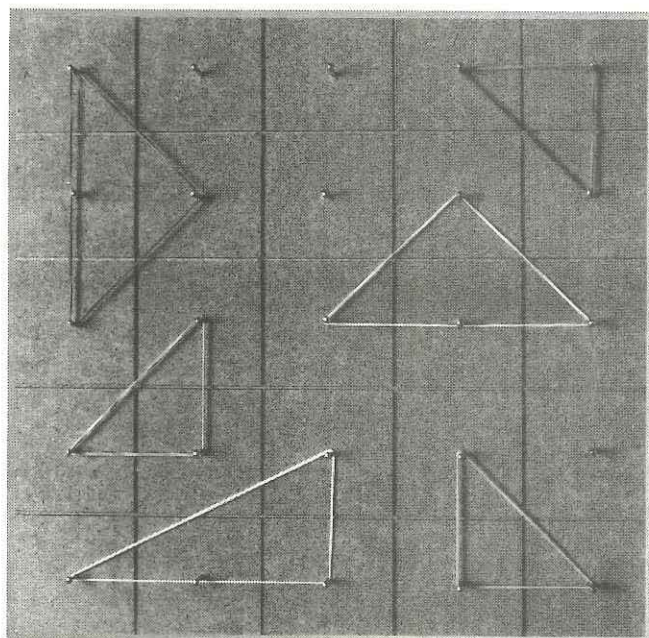
4  hacia la derecha y 3  hacia arriba del que está dibujado en la cuadrícula.



Pintá de rojo el interior de cada figura.
Pintá de azul el borde de cada figura.



Buscar los “iguales” entre diferentes triángulos contruidos con gomas elásticas sobre un geoplano.



9.2 • Segundo Ciclo



Describir a nivel verbal, aludiendo a las características principales de una figura, de tal manera que sea posible identificarla o construirla a partir de su descripción. Ejemplo: “Es una figura formada por un cuadrado y tres triángulos isósceles unidos al cuadrado por sus bases. El lado del cuadrado mide 5 cm y la altura de los triángulos mide 7 cm”.



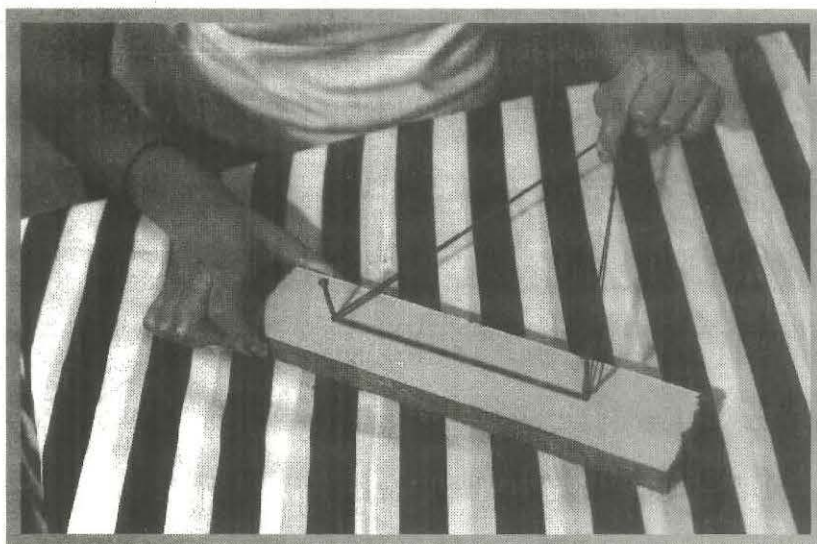
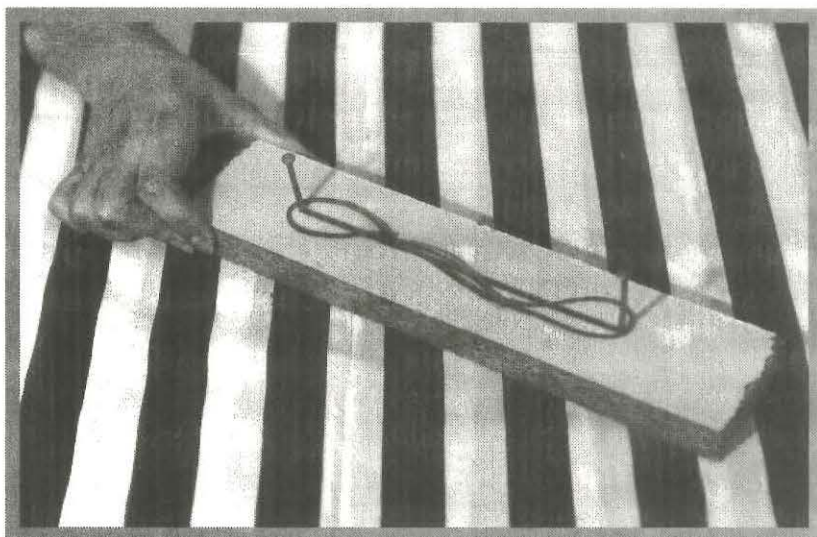
A partir de datos, construir una figura o un cuerpo. Ejemplo: “construir un cilindro de 4 cm de radio y 9 cm de altura”.



Solicitar a los alumnos que armen diferentes rectángulos con varillas y que hallen sus áreas y perímetros. Que muevan las varillas de cada rectángulo para obtener distintos paralelogramos. Los niños podrán anticipar las áreas y perímetros de estos últimos. Luego deberán cotejar midiendo efectivamente.



Clavar una varilla y atarle un elástico. Estirar el elástico con un dedo para formar un triángulo. “Estudiar” los diferentes triángulos que se forman.



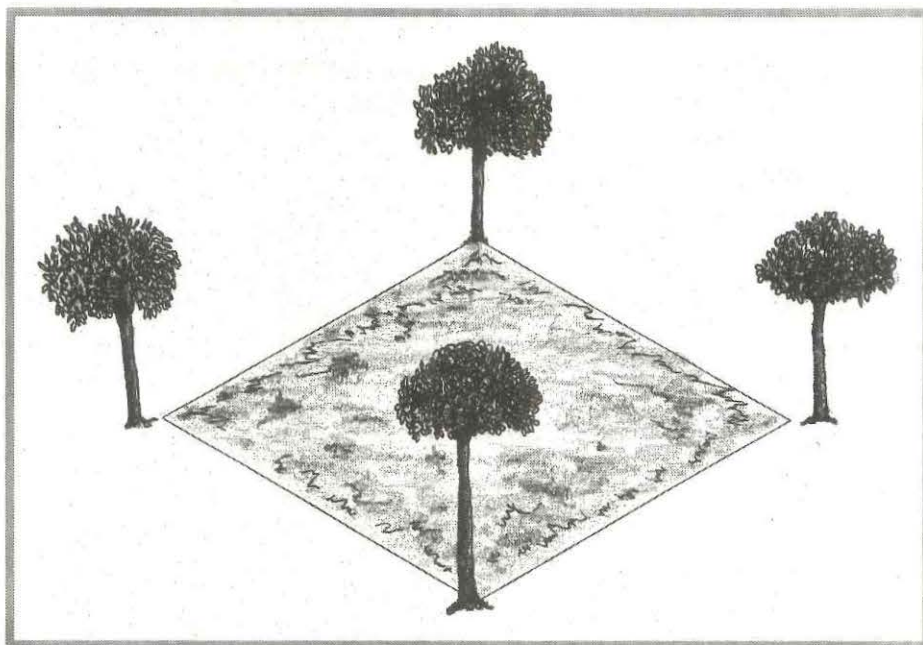
De un rectángulo de 12 cm de largo y 6 cm de ancho, ¿cuál es la mayor cantidad de círculos de 3 cm de radio que se podrán recortar?



Reproducir una figura o un cuerpo, dados en forma concreta o dibujados, sin indicaciones del docente respecto al procedimiento que se puede utilizar.



Tenemos un estanque cuadrado (ver figura). En sus ángulos crecen, cerca del agua, cuatro viejos robles. Hay que ensanchar el estanque, haciendo que su superficie sea el doble, conservando su forma cuadrada y sin tocar los viejos robles. ¿Puede agrandarse el estanque hasta las dimensiones deseadas, quedando los robles fuera del agua, en las orillas del nuevo estanque?



" ... Imaginamos un campesino, azada en mano, limpiando el terreno como un autómatas, como una máquina bien regulada... Llegas un momento en que el hombre se detiene, apoya el mentón en la azada y piensa. Contempla la tierra rosada y limpia, abarca de una ojeada toda su labor... Es en ese momento que nace la agricultura científica, el trabajo racionalizado. Es la hora de la teoría, después de la cual vuelve a un trabajo más racional, menos inhumano, más productivo. El hombre actúa y después explica (teoriza) la acción y teoriza (anticipa la acción) para actuar... Es en la práctica cuando el hombre concibe la teoría y es la teoría la que orienta al hombre para la práctica..."

Lauro de Oliveira Lima

Sería productivo que usted compartiera la lectura del Anexo 3 "Geometría" de G. Chemello con otros colegas para luego intercambiar pareceres y repensar juntos las experiencias de aula a la luz de estos aportes.



Lea el contenido del Anexo 3.



Compare los planteos propuestos por la autora con lo trabajado en este material, respecto de:

- ✓ ¿qué es Geometría?,
- ✓ ¿cómo enseñar Geometría en la escuela?,
- ✓ ¿qué saben los chicos de Geometría?,
- ✓ el papel de los problemas espaciales.

También sería conveniente que usted dedique un tiempo a la lectura de algunos capítulos de libros que recibió en la Biblioteca del Docente 1996:

- M. E. Rey: **"Didáctica de la Matemática"**. Primer Ciclo. Editorial Estrada. Bs. As., 1992
Capítulo IV: La exploración del espacio.
- M. E. Rey: **"Didáctica de la Matemática"**. Segundo Ciclo. Editorial Estrada. Bs. As., 1993
Capítulo II: Las cantidades continuas. La medida.
Capítulo IV: La geometría. Organización del espacio.
- Cecilia Parra e Irma Saiz (comp.): **"Didáctica de Matemática"**.
Aportes y reflexiones. Editorial Paidós. Bs. As., 1994
Capítulo VIII: La Geometría. La psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la Geometría en la Escuela Elemental, escrito por Grecia Gálvez.



En el Anexo 4 encontrará bibliografía comentada sobre:

- Didáctica de la Matemática,
- Investigaciones acerca del aprendizaje de la Matemática,
- Matemática recreativa y aplicada a cuestiones cotidianas,

Nos queremos despedir con otras palabras escritas por Claudi Alsina, ya que sintetizan el espíritu que, creemos, debe tener la enseñanza de la Geometría:

"Las figuras, las medidas y las transformaciones son simplemente un instrumento para educar el ingenio, para construir sobre la realidad plana y espacial, para dar a los futuros ciudadanos una práctica de la inteligencia, un conocimiento útil y un sentimiento de placer intelectual y entusiasmo cultural".

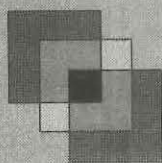
Anexo 1

Anexo 2

Anexo 3

Anexo 4

Anexos



Anexo 1



EL RETORNO DE LA GEOMETRÍA ⁴

Hay un consenso general en el mundo de la Educación Matemática sobre la necesidad del “**retorno**” de la Geometría... ¡Estuvo!. ¡No está! ¡Debería estar!... por ello, tiene sentido reflexionar sobre este posible retorno y en especial sobre las características que este reencuentro debería tener.



1 • El retorno de la Geometría

Convencidos sobre la necesidad del regreso (¡nunca debió desaparecer o camuflarse!) me gustaría, ya de entrada, evocar la tesis principal de esta conferencia y que el resto de la misma sirva acaso de aclaración a los puntos explicitados en primer lugar. Me he permitido expresarlos en forma de carta para así poder dar un tono al discurso que sin despreciar la racionalidad permita también poner una pequeña dosis de emotividad. La carta dice así:

Querido/a profesor/a de Matemáticas,

Queremos invitarte a participar en un acontecimiento hermoso. Hacer posible que la Geometría retorne a tu maravillosa aventura de enseñar. Te invitamos a mantenerte alejado de los que nunca tienen tiempo de nada porque quieren darlo todo dando sólo una parte.

Te rogamos que no te subas al “Mathematics Express”, el tren de los asesinos que mataron sucesivamente a la Geometría con sus formalismos y estructuralismos. Nos gustaría que te prepararas para un regreso de la Geometría pero con planteamientos renovados.

Tu Geometría debe partir de la realidad. No te adelantes a ella. Mira la realidad y mímlala. Dibújala, moldéala, analízala. Y de ahí para adelante.

⁴ Resumen de la conferencia pronunciada por Claudi Alsina el día 27 de abril de 1992 en Aveiro durante el 5º Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Tu espacio es la hoja de dibujo, el espacio es el de la casa y el de la calle, el espacio debe vivirse y andarse. Es un espacio con color y textura...

Tu Geometría necesita de muchos lenguajes. No te rindas a un modelo único. Dale a cada problema su lenguaje adecuado pero no te centres en un lenguaje sobre el que plantear problemas. Tú no haces geometría en tu clase para que Euclides te considere hijo predilecto o Descartes te envíe un libro dedicado o Monge una postal en perspectiva o el general Bourbaki te ascienda de categoría. Agradece a la historia el progreso alcanzado y visítala siempre que puedas. Pero no llesves a tu clase discusiones centenarias que los siglos han tolerado pero tu curso no admitiría. No intentes nunca reducir tu Geometría a los versos perfectamente rimados de una teoría ya acabada. En tu clase el verso es la comprensión y la rima es el entusiasmo, el interés y el gozo de aprender.

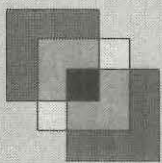
Tu Geometría debe empaparse de modernidad. Recupera la representación y el dibujo, visita el exterior y dale realidad a las medidas de las cosas de hoy. Intenta la vivencia del taller y del proyecto. Tu lugar no es el teatro griego, ni tu problema el radio de la Tierra, ni tu intriga la altura del castillo. Tu paisaje es el más cercano. Tus rectas son... Tu $2\pi R$ está en una pizza. Tus cilindros en las motos...

Tu Geometría debe ser emocionante. Haz posible que tu Geometría sea como la música. Ni tú ni los tuyos tenéis que componer la partitura. Quizás sea bueno saber algo de solfeo pero por encima de todo disfrutar con la audición y el descubrimiento de ideas, sentimientos y emociones. Sí, los polígonos deben ser misteriosos, los poliedros dar carcajadas, los giros deben vivir en calidoscopios de colores y las simetrías en espejos. Todos los problemas deben ser un reto. Deja que la emoción y la fantasía sean compañeros de viaje.

Tu Geometría no es un fin sino un medio. En realidad tu camino no se hace para definir el baricentro, conocer la pirámide y calcular la distancia. Las figuras, las medidas y las transformaciones son simplemente un instrumento para educar el ingenio, para instruir sobre la realidad plana y espacial, para dar a los futuros ciudadanos una práctica de la inteligencia, un conocimiento útil y un sentimiento de placer intelectual y entusiasmo cultural.

Geométricamente vuestro, *Claudi Alsina.*

Claudi Alsina es un profesor de Matemática español, autor de excelentes libros de Matemática y de Didáctica de la Matemática, muy preocupado por la forma de enseñarla.



Anexo 2

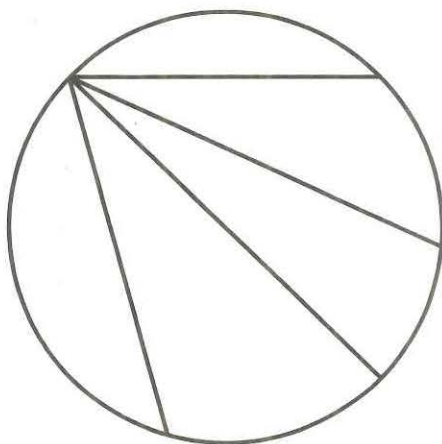


Algunos otros métodos para hallar diámetros y longitudes de circunferencias

.....➤ Método de las cuerdas.

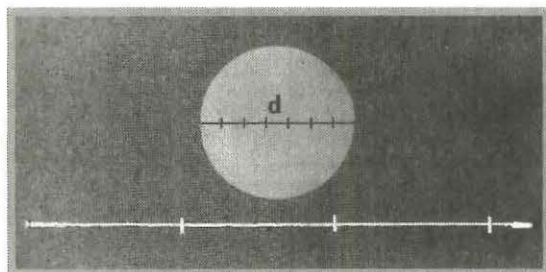
Las cuerdas de una circunferencia son todos los segmentos que tienen por extremos puntos de esa circunferencia.

Midiendo diferentes cuerdas se puede encontrar la más larga, que es el diámetro.



.....► **Método para rectificar la circunferencia.**

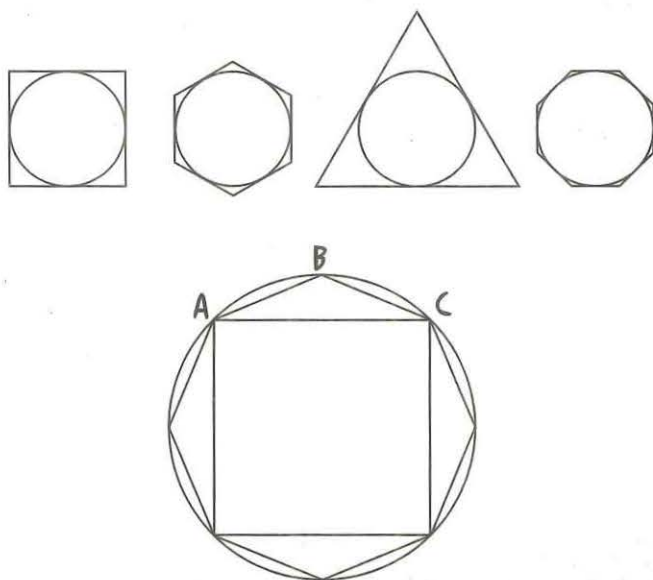
Rodeando la circunferencia con una cinta y luego estirándola se obtiene la circunferencia rectificada. Al superponerle la medida del diámetro, se observa que “entra” tres veces y un poco más. También se observa que ese “poco más” es la séptima parte del diámetro. Luego, la circunferencia rectificada mide aproximadamente los $\frac{22}{7}$ del diámetro.

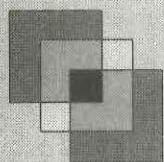


.....► **Método de polígonos inscritos y circunscriptos.**

Todo polígono regular puede ser tanto inscripto como circunscripto a un círculo. Puede observarse que cuanto mayor es el número de lados del polígono regular más se acerca su perímetro a la longitud de la circunferencia.

Si los polígonos son inscriptos los perímetros son menores que la longitud de la circunferencia; por lo tanto al considerar cualquiera de ellos en lugar de la longitud de la circunferencia se comete un error por defecto. En el caso de polígonos circunscriptos se comete un error por exceso. En ambos casos cuanto mayor es el número de lados del polígono que se considera, menor será el error cometido. Por ello algunos dicen que la circunferencia es un polígono de infinitos lados.





Anexo 3



GEOMETRÍA

.....► Geometría, Aproximaciones al espacio ⁵

...Hay distintas geometrías según cuáles sean las propiedades que se tengan en cuenta. Entre ellas, por ejemplo, se encuentran:

- **La geometría topológica:** es la geometría de la membrana de caucho, una reflexión a mano alzada sobre el espacio (las nociones de frontera, región interior-exterior, vecindad - entre otras-, pertenecen a esta geometría);

- **Geometría métrica:** es la que tiene en cuenta la técnica de la medida.

¿Qué geometría enseñar en la escuela?

Hacer geometría en la escuela debería posibilitar al alumno:

- ✓ construir el espacio según diferentes aproximaciones;
- ✓ describir y representar el mundo en el cual vivimos;
- ✓ elaborar técnicas de construcción de figuras y técnicas de medida;
- ✓ acceder por una vía privilegiada a las leyes del razonamiento lógico.

Por otra parte, tal como plantea Hannoun en **El niño conquista el medio**, es necesario tener en cuenta que la geometría debería abarcar el estudio de las distintas categorías espaciales: orientación, ubicación y delimitación. Esto implica estudiar el espacio como el lugar donde están y se mueven los objetos, y también las formas de los objetos y sus movimientos en el espacio.

⁵ Páginas 14 a 17 de Guía para el Docente de los libros *Destrabacuentas* para 1º, 2º y 3º año. Graciela Chemello y otros. Editorial Aique.

Esta distinción agrupa los temas de geometría en dos grandes bloques:

- 1 • orientación, localización y representación del espacio, y
- 2 • delimitación de figuras y cuerpos.

¿Cómo aprehenden los chicos el espacio?

Los chicos aprehenden por sí mismos el espacio que los rodea, no en forma lineal sino espiralada; y sus aproximaciones son plurales: topológicas, proyectivas y, poco a poco, métricas. Esta aprehensión está ligada al descubrimiento, reconocimiento y uso de las relaciones espaciales en situaciones ligadas a otras disciplinas, como la educación física y deportiva, las artes plásticas, la geografía.

Los chicos estructuran el espacio a partir de la manipulación y la reflexión en diferentes situaciones: las formas geométricas en el espacio de tres dimensiones, con los juegos de ladrillos, con los envases, y las formas geométricas planas en el espacio de dos dimensiones, con rompecabezas, con mosaicos.

.....► **Describir el espacio**

¿Qué saben los chicos de geometría antes de su escolaridad primaria?

Así como hemos señalado respecto de los números, los chicos entran a primer año con conocimientos acerca de algunas figuras geométricas y de algunas relaciones espaciales.

Claro que esos conocimientos son variables de un chico a otro, no sólo en cuanto al repertorio de figuras conocidas, sino también en cuanto al uso del vocabulario específico. El vocabulario es un código, un modo de comunicación oral y escrito, del cual el chico se irá apropiando a medida que vaya construyendo cada concepto.

Inicialmente reconocen, en primer año, el cuadrado, el rectángulo (*cuadrado largo*), el triángulo (*puntudo*), y el círculo (*redondo*).

Con respecto a las relaciones espaciales que indican posición y orientación, en general conocen los opuestos: arriba-abajo, adelante-atrás, etcétera.

.....► **Representar el espacio**

La posibilidad de representar figuras y cuerpos requiere para su desarrollo trabajar con técnicas de construcción. Entre ellas, destacamos el trazado a mano alzada de figuras. Esta es una aproximación topológica que obvia las dificultades métricas. Facilita de entrada las construcciones, ya que no requiere instrumentos.

También los trazados en papel cuadriculado son prácticos, al disponer de las líneas perpendiculares y los ángulos rectos; y aunque los chicos no los usan bien al principio -hacer trazados entre líneas-, permiten aproximaciones a la noción de medida, con el número de cuadraditos.

Con respecto a las construcciones con instrumentos como regla, escuadra y compás, tanto sobre papel cuadriculado como sobre papel liso, es aconsejable que se vayan instrumentando de a poco.

Finalmente, queremos destacar que las actividades manuales (las viejas “actividades prácticas”) y técnicas están íntimamente ligadas a la geometría, por lo que pueden incluirse, comenzando con objetos sencillos.

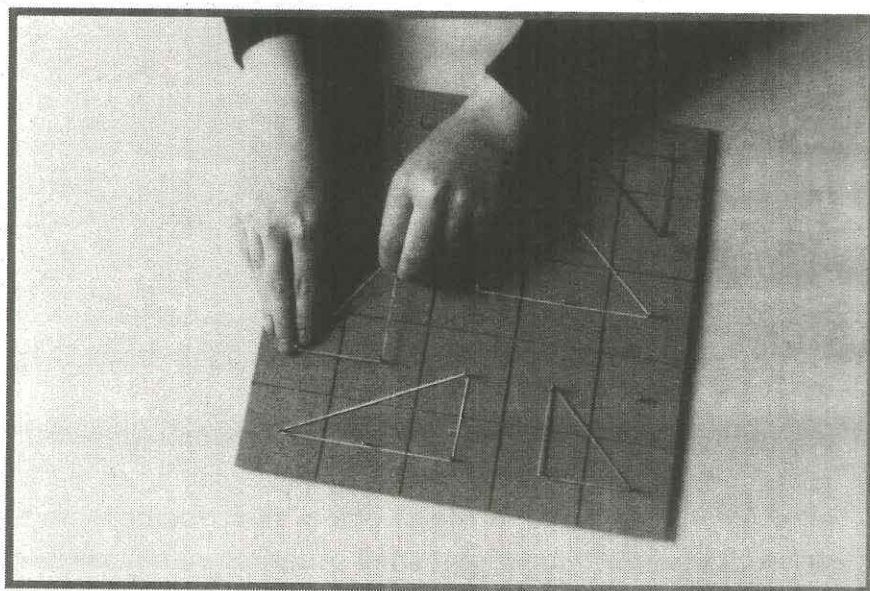
.....► **Resolver problemas... espaciales**

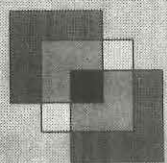
También en geometría conviene buscar, en la actividad del aula, el sentido y el significado de los contenidos considerando su utilidad para resolver problemas.

Es posible plantear problemas a partir de materiales que permitan desarrollar la observación, la manipulación y la comprobación de intuiciones. Entre ellos mencionamos:

- ✓ Los rompecabezas: tangramas, triominós y tetraminós, formas geométricas planas combinadas o formas geométricas particulares.
- ✓ Los juegos de construcción: ladrillos, bloques, etcétera.
- ✓ Los objetos del mundo real: envases, muebles, útiles, ...
- ✓ Los objetos de arte: pinturas, esculturas, edificios.
- ✓ La naturaleza: observar la simetría de algunas flores, hojas, del cuerpo, ...
- ✓ Los mosaicos y embaldosados. Son una manera de sensibilización de los chicos al estudio de las simetrías, rotaciones y traslaciones en el plano mediante la observación, descripción y construcción de motivos. Estos también pueden observarse en papeles impresos, papeles pintados y papeles de regalo. Las construcciones y dibujos de Escher, grabador y matemático holandés que se inspiró en mosaicos del arte islámico resultan particularmente interesantes para estas actividades.

- ✓ Los plegados. Permiten poner en evidencia elementos y propiedades de las figuras tales como ejes de simetría, diagonales, ángulos. Posibilitan educar la mirada y el movimiento en la evaluación de longitudes y ángulos, sin necesidad de usar instrumentos de medición, y pueden obtenerse figuras sin necesidad de usar instrumentos de dibujo.
- ✓ El geoplano. Es una malla de puntos (clavos) ubicados en forma de cuadrícula o de triángulos equiláteros sobre una base, que permite trabajar nociones de ubicación en el plano, utilizando bandas elásticas de colores.
- ✓ Los papeles tramados. Con trama cuadriculada o triangular, en ellos se pueden trabajar trayectos por etapas y desplazamientos hacia arriba, abajo, adelante y atrás, y también componer figuras grandes a partir de otras más pequeñas y viceversa.





Anexo 4



Bibliografía

.....► Hora de Matemática

Alicia de De Rendo.

Editorial Aique, Buenos Aires, 1992

La actitud valiente que implica repensar el propio modo de conducir la enseñanza, permite descubrir a cada paso una rica red de relaciones entre maestro y alumnos, entre realidad y conceptos matemáticos.

Partiendo de un trabajo coparticipado en el ciclo superior de la escuela primaria, la autora desarrolla estrategias enriquecedoras para la reflexión crítica sobre la práctica del maestro y las teorías del capacitador.

.....► Didáctica de la Matemática Moderna

Emma Castelnuovo.

Trillas, México, 1980.

En este libro, que puede considerarse muy valioso, la maestra y profesora Castelnuovo hace un importante análisis de las corrientes pedagógicas y psicológicas que más han influido en la enseñanza: Comenio, Pestalozzi, Decroly, Montessori, Jean Piaget, Hans Aebli, Louis Johannot, etc., son estudiados en sus aportes a la metodología de la enseñanza, en una secuencia que nos conduce de la didáctica general a la particular de la Matemática. Explica el método constructivo en la enseñanza de la Geometría, presenta varios tipos de materiales.

.....► **Didáctica de Matemática. Aportes y reflexiones.**

Cecilia Parra e Irma Saiz. (compiladoras).

Paidós Educador, Buenos Aires, 1994.

Esta obra incluye siete trabajos escritos por personas de distinta formación y experiencia profesional que comparten convicciones y preocupaciones sobre la educación matemática actual y futura. Ha sido concebida con la intención de aportar elementos a los espacios de estudio, debate y producción en didáctica de Matemática, e incluye:

- ✓ reflexiones sobre cuál es la Matemática que hay que enseñar en la educación básica obligatoria;
- ✓ aportes relativos al desarrollo de la didáctica de la Matemática en el mundo (occidental);
- ✓ análisis de la situación actual de la enseñanza y el aprendizaje de contenidos importantes de la E.G.B.;
- ✓ propuestas didácticas que, a la vez que buscan la oportunidad a los alumnos de poner en juego sus conceptualizaciones, sus reflexiones y sus cuestionamientos, otorgan un rol fundamental al maestro, quien asume la responsabilidad social de lograr más y mejor conocimiento matemático para todos los niños.

.....► **Didáctica de Matemática**

PRIMER CICLO.

SEGUNDO CICLO.

TERCER CICLO.

María Esther Rey.

Editorial Estrada, Buenos Aires, 1994.

Cada unidad contiene los fundamentos matemáticos, la evolución psicológica de la noción respectiva y las propuestas didácticas correspondientes, con una abundante bibliografía de consulta.

Todos contienen un capítulo dedicado a planeamiento didáctico.

.....► Ideas y Tendencias en la Resolución de Problemas

Alan H. Schoenfeld.

O.M.A., Buenos Aires, 1994.

Es una separata del libro *La enseñanza de la matemática a debate*, publicado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid, 1985.

Contiene: Una breve descripción del “estado actual” en que se encuentra la resolución de problemas, a nivel mundial. Sugerencias para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Contiene también ejemplos de problemas para hacer en clase para el Tercer Ciclo de la E.G.B. y para niveles mayores.

.....► Biografías de Palabras. Pesquisas en el lenguaje matemático.

Alfredo R. Palacios. Arturo Alvarez. Omar Argerami.

Editorial del Magisterio del Río de la Plata.

Buenos Aires, 1995.

Estamos habituados a hacer uso de las palabras y los signos, pero no a reflexionar sobre ellos, y mucho menos pensarlos como a seres vivientes. Y lo cierto es que toda palabra y todo signo tienen a sus espaldas una larga y a veces accidentada “vida” y que conocer esa “vida” puede ser no sólo interesante sino también útil. Los autores desean presentar “biográficamente”, es decir, exponiendo su origen y su historia, una serie de palabras y de signos del lenguaje matemático, de esos que conviven a diario en la escuela o fuera de ella, a fin de que, conociendo sus “vidas”, los lectores puedan entenderlos y, por medio de ellos, comprender el particular universo que representan. Ellos piensan que si consiguen persuadir a los lectores de que vale la pena adentrarse en el universo matemático a través de sus palabras y sus signos, entonces habrán despertado en ellos un interés general por los lenguajes, y podrán explorar con provecho el origen y la historia de cada palabra y de cada signo de los múltiples lenguajes que a diario se manejan.

.....► Léxico Matemático

Alfredo Palacios, Emilio Giordano y otro.

Ediciones Gram, Buenos Aires, 1986.

Un diccionario matemático con la historia de los términos matemáticos y de algunos símbolos.

.....► **Aprendizaje y Matemática. La Medida**

*María Esther Rey, Alicia T. de Nocera, Delia N. Sanguinetti de Saggese,
María I. Álvarez de Ludueña.*

Editorial Plus Ultra, Buenos Aires, 1992.

Las autoras proponen actividades para cada una de las siguientes magnitudes: longitud, capacidad, peso, superficie, volumen. Son actividades que llevan a la reflexión pero que parten de acciones llevadas a cabo con materiales concretos y haciendo mediciones efectivas.

.....► **El Aprendizaje de las Matemáticas**

Linda Dickson. Margaret Brown. Olwen Gibson.

MEC. Labor. 1991

¿Cómo hallar nuevos métodos para una mejor enseñanza de la matemática? ¿Cómo poner los hallazgos de tales investigaciones al alcance de los docentes? Estas preguntas llevaron a un equipo de expertos, propuesto por el Comité Director del proyecto de recuperación de alumnos rezagados en matemática, patrocinado por el School Council Británico, a la redacción de este libro, que recoge la experiencia acumulada por diversos equipos de expertos.

El libro, que se concentra en las ideas matemáticas fundamentales, está dividido en cuatro secciones: pensamiento espacial, medidas, número y lenguaje (palabras y símbolos). Las tres primeras se ocupan de aspectos específicos de programas matemáticos, mientras que la cuarta se extiende a todos los campos de la matemática.

Se incluyen en el texto muchos ejemplos de respuestas reales de los alumnos que arrojan luz sobre lo complejo que es aprender (o dejar de aprender) matemática.

.....► **La Matemática en la Escuela, aquí y ahora**

Delia Lerner de Zunino.

Editorial Aique, Buenos Aires, 1992.

Esta obra, producto de los datos obtenidos en un estudio diagnóstico con niños de 1º, 3º y 5º año, y en entrevistas dirigidas a padres, docentes y alumnos sobre la situación actual de la enseñanza de la Matemática en la es-

cuela, revisa la forma en que se enseña y cuestiona las reales oportunidades de los alumnos para apropiarse de los conocimientos matemáticos, enfrentarse al desafío de los problemas y las cuentas, y manejar las estrategias de resolución de operaciones.

Su lectura abre líneas de acción que transforman el vínculo de aprendizaje y optimizan el aprovechamiento escolar y extraescolar.

.....► **Ciencia con Creatividad**

Marcelo Leonardo Levinas.

Aique. (Didáctica), Buenos Aires, 1994

Este libro propone una manera ágil y participativa para desarrollar algunos temas de Ciencias Naturales en el aula, desde 2º a 7º año. A lo largo de sus páginas se exponen veintidós ejemplos muy diversos y completos sobre cómo estimular el desarrollo del pensamiento científico en los niños. Tiene ejemplos de cuestiones matemáticas también.

Propone una didáctica dinámica que facilita la tarea del docente, ejemplifica propuestas que avanza hacia la incorporación de metodologías y contenidos, o de ambos simultáneamente.

La intención de esta obra no es desarrollar actividades, sino caracterizar problemas y proponer actitudes que favorezcan un trabajo activo por parte del niño.

.....► **Colección: Matemáticas: Cultura y Aprendizaje**

Editorial Síntesis. Madrid.

Valiosa colección en la que se proporcionan las bases psicológicas mínimas para abordar una progresión didáctica adecuada, incluyen numerosos juegos y actividades, fundamentados desde un punto de vista estrictamente matemático, atendiendo a los diferentes niveles, algunos desde el preescolar y todos desde la E.G.B. Esta colección está pensada para la formación inicial y permanente de los maestros de estos niveles de enseñanza.

Algunos títulos de esta colección :

9. ESTIMACIÓN EN CÁLCULO Y MEDIDA

*Isidoro Segovia Alex, Encarnación Castro Martínez,
Enrique Castro Martínez, Luis R. Romero.*

11. MATERIALES PARA CONSTRUIR LA GEOMETRÍA

Carme Burgués Flamerich, Claudi Alsina Catalá, Josep Ma. Fortuny Aymemi.

12. INVITACIÓN A LA DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA

Claudi Alsina Catalá, Josep Ma. Fortuny Aymemi y Carme Burgués Flamerich.

16. METODOLOGÍA ACTIVA Y LÚDICA DE LA GEOMETRÍA

Angel Martínez Recio, Francisco Juan Rivaya.

34. RECURSOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Francisco Hernán Siguero, Elisa Carrillo Quintela.

DIVERTIMENTOS MATEMÁTICOS

ACTIVIDADES MATEMÁTICAS

MÁS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS

*B.Bolt.
Labor, Barcelona, 1990
Libros de matemática recreativa.*

LA MATEMÁTICA APLICADA A LA VIDA COTIDIANA

*Fernando Corbalán.
Editorial Graó, Barcelona, 1995.*

CONTENIDOS BÁSICOS COMUNES de la E.G.B

Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. 1995.

*Mejor Educación
para todos*

 **PLAN
SOCIAL
EDUCATIVO**
PRESIDENCIA DE LA NACIÓN
Ministerio de Educación,
Ciencia y Tecnología de la Nación