

Colección **Actualizaciones Académicas**

Actualización Académica en enseñar y aprender matemática en la escuela secundaria

Módulo 1: **Un marco para pensar y analizar la
enseñanza y el aprendizaje de la Matemática**





Índice

Clase 1: La matemática en la escuela secundaria	3
Clase 2: Los problemas en la clase de matemática	18
Clase 3: La modelización en la clase de matemática.....	30
Clase 4: Las secuencias didácticas, una herramienta valiosa para la enseñanza	46



Módulo 1: Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

Clase 1: La matemática en la escuela secundaria

Presentación del Módulo

Les damos la bienvenida al curso “Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática”, que consta de cuatro clases en las que nos abocaremos a analizar, repensar, precisar, profundizar, fundamentar y ampliar el trabajo matemático que se propone en la escuela secundaria. La intención es problematizar la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina a partir de reflexiones matemáticas y didácticas que colaboren a interpelar la propia práctica docente. Bajo la mirada didáctica que sostiene el Ministerio de Educación de la Nación, explicitada en los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios, así como en otros documentos curriculares, la enseñanza de la matemática en la escuela secundaria tiene entre sus objetivos principales la intención de involucrar a los y las estudiantes en una verdadera actividad de **producción matemática, que surge a propósito de la resolución de problemas y la reflexión sobre lo hecho.**

En el mismo sentido, consideramos que **un/a estudiante construye su conocimiento haciendo matemática y asumiendo esta tarea como un proyecto personal**, que se nutre del intercambio con la comunidad - clase, constituida por sus compañeros y el/la docente, quien oficia de referente y mediador entre los contenidos para enseñar y los conocimientos que circulan en el aula. Desde esta perspectiva, la clase de Matemática toma como referencia los modos de trabajo en la matemática como disciplina científica, considerada un producto que es tanto cultural como social. Cultural, porque sus producciones están condicionadas y permeadas por las concepciones de la sociedad en la que emergen; y social, porque surgen de la interacción entre personas de una misma comunidad (Sadovsky, 2005).

Afirmamos que **“hacer matemática” implica desplegar “actividad matemática”**. Por lo tanto, para que las y los estudiantes puedan hacer matemática en las aulas deberán resolver problemas, enfrentándose a situaciones que requieran explorar, producir aproximaciones, conjeturas, reflexionar sobre lo realizado, comparar distintos abordajes, construir modelos, lenguajes, conceptos, formalizar, validar, presentar y comunicar resultados, entre otras cuestiones, al igual que sucede en la matemática como disciplina científica (Brousseau, 2007; Sadovsky, 2005).



Para explicitar algunos puntos centrales de este posicionamiento respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, los invitamos a escuchar el siguiente audio en el que Andrea Novembre los pone en relevancia:

Como menciona Andrea Novembre, y tal como señalamos en los párrafos anteriores, asumimos que “hacer Matemática no solamente implica resolver problemas, sino que también [es necesario] considera[r] la reflexión sobre lo hecho” dentro de un proyecto personal de estudio. Estas tareas no surgen de manera espontánea por parte de las y los estudiantes, sino que **es el/la docente quien tiene la responsabilidad de proponer situaciones que las habiliten**. También es parte ineludible de su trabajo fomentar las interacciones, exigiendo a las y los estudiantes mayor precisión en las formulaciones, haciendo circular el conocimiento, favoreciendo el intercambio mediante discusiones o interpelando las producciones de algún/alguna estudiante o grupo en particular.



Cabe entonces preguntarnos: ¿cómo podemos habilitar o fomentar la reflexión a propósito de la resolución de un problema en el marco de una clase? ¿Qué tipos de intervenciones podemos hacer las y los docentes para favorecer su surgimiento?

Uno de los objetivos de este módulo es tomar estas preguntas como “hilos conductores”, tenerlas presentes durante todo el recorrido y comenzar a esbozar algunas respuestas o aproximaciones a ellas, en función de nuestras prácticas docentes y de las y los estudiantes. Durante este curso será importante no solo considerar nuestra experiencia como docentes, sino también entrar en diálogo con la de nuestros colegas, con los que compartirán sus impresiones en los foros que iremos proponiendo clase a clase. En estos espacios esperamos que al realizar sus fundamentaciones puedan apoyarse en las lecturas, investigaciones y teoría didáctica que citaremos y desarrollaremos a lo largo de las clases, de modo que refuercen y enriquezcan las opiniones y posiciones, a partir de argumentos sólidos.

También es necesario remarcar que todo lo que hemos discutido hasta el momento en este apartado tiene la intención de instalar algunas problemáticas en torno a aspectos que consideramos relevantes



e ineludibles para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, que desplegaremos en las clases de este primer módulo.

Clase 1: la Matemática en la escuela secundaria

Clase 2: los problemas en la clase de Matemática

Clase 3: La modelización en la clase de Matemática

Clase 4: las secuencias didácticas, una herramienta valiosa para la enseñanza

Queremos mencionar que otro de nuestros objetivos es que este primer módulo funcione como material de referencia para el trabajo con los siguientes. Esperamos que pueda convertirse en un recurso para la propia formación didáctica y es en ese sentido que presentamos autores y producciones de relevancia, con la finalidad de que puedan interiorizarse con la perspectiva didáctica desde la que se posiciona este ministerio o profundizarla.



ACTIVIDAD 1 (OBLIGATORIA)

Participación en el foro de presentación y bienvenida

En este foro deberán realizar dos participaciones: una antes y una después de leer la Clase 1:

1) Para empezar a conocernos, los invitamos a realizar una breve presentación. Dada la diversidad de lugares y formaciones de los cursantes de este curso, puede resultar sumamente interesante que compartan algunos detalles sobre su experiencia docente, su lugar de trabajo, en dónde viven y si ya tuvieron experiencia en formación virtual.

También les proponemos que compartan sus expectativas respecto a este curso.

2) Luego de leer detenidamente la Clase 1, les proponemos que reflexionen en torno a las siguientes preguntas: **¿Es la resolución de problemas una práctica habitual en nuestras aulas? ¿La consideramos como un contenido de enseñanza? ¿Reflexionamos en conjunto con los/as estudiantes sobre cómo los conocimientos matemáticos nos permiten resolver problemas?**



Hacer matemática en el aula de la escuela secundaria

¿Qué es hacer matemática?

Existe un consenso bastante generalizado en el ámbito matemático acerca de que “**hacer Matemática**” es tratar con problemas. Si bien tanto el conocimiento de propiedades, definiciones y teoremas como el dominio de técnicas son parte importante de los saberes matemáticos necesarios para resolver problemas, solamente cobran sentido si pueden ser utilizados para tal fin. En palabra de Régine Douady (1986):



“...tener conocimientos en Matemáticas es ser capaz de provocar el funcionamiento como instrumentos explícitos adaptados en problemas que les dan el sentido...”. Estos conocimientos intervienen para resolver problemas o para plantear interrogantes respecto de ellos.

Es decir que saber Matemática no solo implica conocer los “objetos” matemáticos de manera declarativa, sino que requiere que esos objetos se puedan poner en juego para resolver problemas. Por este motivo, **en esta clase nos centraremos en presentar y analizar un enfoque de enseñanza que tenga como objetivo que los y las estudiantes aprendan a resolver problemas poniendo en juego conocimientos matemáticos.**

Queremos notar que asociamos la actividad de “hacer matemática” a “tratar” con problemas y no solamente a “resolver” problemas. Esto es así porque tratar con problemas también implica reflexionar sobre las resoluciones, con el objetivo de producir conocimientos que sirvan para enfrentarse a nuevas situaciones. Una parte del trabajo matemático consiste en producir nuevos conocimientos que sirvan para resolver nuevas situaciones, a través de procesos de generalización. Y esto no se logra de manera espontánea, sino a través de un trabajo consciente, que debe ser favorecido por los problemas, incentivado por el/la docente y aprendido por los y las estudiantes.

En consecuencia, nos parece importante plantearnos los siguientes interrogantes que pueden servirnos de guía para el desarrollo de la clase:



¿Es posible primero presentar conceptos, definiciones, técnicas, ejemplos, etc., para que luego sean aplicados a la resolución de problemas?

¿Es necesario que los aprendizajes se desarrollen en un contexto de resolución de problemas para que cobren sentido? Y en tal caso, ¿cómo se hace?

La resolución de problemas en la clase de matemática

Muchas veces los/as profesores/as de Matemática identificamos que los y las estudiantes muestran dificultades para avanzar en sus resoluciones cuando son enfrentados a resolver problemas en distintas situaciones. Por ejemplo, en estos casos pueden ser reconocidas como frecuentes ciertas frases de los y las estudiantes del tipo "no entiendo", "no sé cómo empezar", "¿qué tengo qué hacer?", "¿hay que hacer tal o cual cosa?". Consideramos que esta "traba" puede deberse a, por lo menos, dos factores.

Una causa de esta imposibilidad para resolver problemas puede estar asociada a los conocimientos de los que disponen las y los estudiantes. Cabe aclarar que no nos referimos a una situación en la cual para resolver el problema sea necesario poner en juego algún conocimiento que no fue enseñado. Por el contrario, nos proponemos analizar aquellos casos en los cuales las y los estudiantes son enfrentados a problemas relacionados con el contenido que se está estudiando y que, de todas maneras, no son capaces de resolverlos. Surge así una pregunta inmediata.



Si los problemas que se proponen están vinculados a los contenidos que se están tratando en clase, ¿por qué los y las estudiantes presentan dificultades para resolverlos y, en algunos casos, hasta para abordarlos?

Puede suceder que los y las estudiantes hayan aprendido los contenidos matemáticos fuera de un contexto de resolución de problemas, motivo por el cual no sepan cómo "hacerlos funcionar" con ese fin. También existe la posibilidad de que el sentido matemático con el que hayan aprendido esos contenidos no sea el mismo que se requiere poner en juego para resolver los problemas a los que se enfrentan.



Otra causa del porqué los y las estudiantes no pueden resolver problemas puede estar asociada a la capacidad misma de resolver problemas. Esta es una práctica que, como tal, no puede ser enseñada de manera directa, sino solamente a través de la propia práctica. Solamente es posible adquirirla a través de un trabajo prolongado y sostenido en el tiempo. Por más que suene paradójico, para aprender a resolver problemas es necesario resolver problemas (muchos problemas). No existe un procedimiento o una serie de pasos para seguir, que se puedan aprender y que aseguren la efectiva resolución de un problema.



¿Qué podemos hacer los/as profesores/as para que nuestros/as estudiantes sean capaces de resolver problemas?

A partir de esta pregunta y de las consideraciones anteriores, de aquí en adelante nos proponemos analizar las características de una enseñanza que favorezca que las y los estudiantes construyan conocimientos matemáticos y que sean capaces de desplegarlos para resolver problemas.

Enseñar (por medio de) la resolución de problemas¹

La perspectiva didáctica que adoptamos en esta especialización es comúnmente llamada *Enfoque de enseñanza a partir de la resolución de problemas*. Este nombre se debe, justamente, a que sostiene que son los problemas los que deben estar en el centro de todas las propuestas de enseñanza.

Para comenzar, consideramos importante consensuar una caracterización de lo que entendemos por problema matemático desde este enfoque de enseñanza, cuestión que se profundizará en la siguiente clase de este módulo.



Según la caracterización que realiza Charnay (1994), para que una actividad se configure como un problema, la relación entre la situación-problema y los/as estudiantes debe tener ciertas características.

- El enunciado debe ser comprendido por todos los/as estudiantes.

¹ Título análogo al de un artículo de Roland Charnay (1994) Aprender (por medio de) la resolución de problemas.

- Debe permitir a los/as estudiantes utilizar los conocimientos anteriores.
- Debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar a los/as estudiantes a hacer evolucionar los conocimientos anteriores.
- Es deseable que permita que la validación pueda ser realizada por los/as estudiantes.

Podríamos condensar (de manera incompleta) la caracterización anterior en una sola oración: a fin de que una situación para resolver se configure como un verdadero problema debe estar lo suficientemente próxima a los conocimientos de un/a estudiante como para que este/a pueda abordarla, pero también lo suficientemente distante como para que no se transforme en un ejercicio de aplicación.

Para profundizar acerca de lo que significa enseñar a partir de la resolución de problemas, les proponemos ver un video en el cual se compara el rol de los problemas en este enfoque de enseñanza con el rol que juegan en una enseñanza “tradicional”.



En el siguiente video la profesora Andrea Novembre caracteriza de manera resumida lo central del enfoque de enseñanza.



AMS01 Clase01 video 1

Ver más ta... Compartir

Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

Ver en YouTube

INFoD

Ministerio de Educación Argentina

Una de las ideas que queremos destacar del video es la que hace referencia a que los conocimientos que los y las estudiantes pueden construir –sus aprendizajes– están condicionados por el modo en el que son enseñados. En consecuencia, una enseñanza estructurada a partir de la resolución de



problemas favorecerá no solo el aprendizaje de conocimientos matemáticos, sino también el aprendizaje y la conformación de la capacidad de resolver problemas por parte de los/as estudiantes.

Con respecto a los conocimientos matemáticos específicos, su construcción por parte de los y las estudiantes en el contexto de la resolución de problemas permite dotarlos de sentido. En palabras de Charnay (1994): “Lo que da *sentido* a los conceptos o teorías son los problemas que ellos o ellas permiten resolver”. De manera más general, el aprendizaje en este contexto favorece en los/as estudiantes la conformación de la idea de que los conocimientos matemáticos son instrumentos para resolver problemas.



Para un concepto matemático, conviene distinguir su carácter “instrumento” y su carácter “objeto”. Por instrumento entendemos su funcionamiento científico en los diversos problemas que permite resolver. Un concepto toma sentido por su carácter “instrumento” (Douady, 1986, p. 3).

Entonces, ante el hecho de que los/as estudiantes presentan dificultades para resolver problemas, y retomando el interrogante acerca del porqué, las/os docentes podemos preguntarnos si tuvieron las oportunidades suficientes para desarrollar la capacidad de resolver problemas y de dotar de sentido a los conocimientos. Es decir, cuestionarnos si desde la enseñanza las y los docentes les propusimos instancias de resolución de problemas adecuadas en cantidad y variedad.

Tratar con problemas es más que resolver problemas

Como mencionamos anteriormente, el enfoque de enseñanza propone la resolución de problemas como el recurso adecuado para la enseñanza de contenidos matemáticos. Sin embargo, la tarea de resolver problemas no asegura por sí sola la construcción de nuevos conocimientos por parte de los/as estudiantes. Para que esto suceda es necesario que los/as estudiantes se involucren en una tarea más amplia, que es la de **tratar con problemas**. Recordemos que tratar con problemas implica también reflexionar sobre las resoluciones con distintos objetivos. Por un lado, incluye la **validación** de las resoluciones que aseguren que las soluciones desarrolladas son correctas. Por otro lado, conlleva la tarea de sistematizar nuevos conocimientos que sirvan para resolver nuevas situaciones a través de procesos de **generalización**. Cabe aclarar que el tratamiento de los problemas en las aulas,



que incluye todas estas tareas, no debe quedar solamente a cargo del/de la docente, sino que debería ser una actividad que los/as estudiantes vayan asumiendo también como propia. Sin embargo, al igual que venimos estudiando con respecto a la tarea de resolver problemas, no es esperable que tengan la capacidad de realizarlas sin haberlas aprendido y sin que alguien se las haya enseñado. Como podemos apreciar, la validación y la generalización son prácticas que, como tales, solo pueden ser aprendidas a partir de la propia práctica, a través de una enseñanza prolongada y sostenida en el tiempo. Es decir que la actividad en el aula debe estar impregnada por situaciones de validación y generalización, tanto durante y después de resolver problemas, como por parte de los/as estudiantes y del/de la docente.



Consideramos fundamental que la actividad en la clase de matemática contemple la reflexión permanente sobre las resoluciones de los problemas, con el objetivo de validar las producciones y de generalizar para que puedan ser utilizadas en la resolución de nuevos problemas. Algunos posibles interrogantes que favorecen esta reflexión en la práctica matemática del aula son:

- ¿Cómo sé que está bien lo que estoy haciendo y/o lo que hice?
- ¿Con qué otro contenido se relaciona?
- ¿Para qué otras situaciones similares esta reflexión me podría servir?
- Si cambio algunos de los datos del problema, ¿me sigue sirviendo?
- ¿Lo podría haber resuelto de otra manera?

Tratar con problemas en el aula

Para que el tipo de trabajo matemático que venimos desarrollando se despliegue en las aulas, nuestras clases deberían tener ciertas características que nos proponemos describir. Con el propósito de realizar esta caracterización de manera sistemática podemos pensar en distintas instancias, situaciones y/o momentos que se espera que sucedan durante las clases. Cabe aclarar que muchas veces estas instancias no se dan de manera “separada”, sino que se interrelacionan unas con otras. Sin embargo, este modo esquemático de presentación puede servirnos al momento de planificar y reflexionar sobre una clase.



Para planificar una clase en la que se trate con problemas es posible considerar distintas instancias de trabajo:

- Resolver problemas
- Debatir de manera colectiva
- Elaborar conclusiones

Para cada una de estas situaciones, será necesario entonces considerar tanto las actividades que se proponen en el aula, como la producción por parte de los y las estudiantes y la gestión de clase que realice el/la docente.

Resolver problemas

El tipo de propuesta de enseñanza que proponemos generalmente contempla comenzar el abordaje de un contenido a enseñar sin que haya una explicación previa por parte del/de la docente y sin que se desarrolle contenido teórico vinculado al tema. Por supuesto, sí será necesario considerar los conocimientos previos que los/as estudiantes tengan disponibles, ya que serán los que les permitirán afrontar la resolución de los problemas que tienen por objetivo construir nuevos conocimientos. Retomando algunas de las características de los problemas que mencionamos anteriormente, recordemos que los conocimientos previos que poseen los/as estudiantes deberían resultar insuficientes para poder resolver los problemas de manera directa. Es decir que el problema ofrecerá cierta resistencia y consistirá en un desafío a sortear. En este sentido, el conocimiento que se pretende que los/as estudiantes construyan debe ser el necesario para que la resolución del problema sea exitosa.

Una de las características principales de esta instancia de trabajo radica en que los/as estudiantes se enfrentan “solos” a la resolución de los problemas. Pueden realizar la tarea de a pares o en grupos, pero de manera autónoma, “haciéndose cargo” de la resolución. Esto no significa que el rol del/de la docente se limite solamente a presentar la propuesta de trabajo (los problemas). También se espera que interactúe con las y los estudiantes e intervenga durante esta instancia, pero de manera tal que no se desvirtúe la autonomía de producción y de validación de las resoluciones. Para esto resulta importante que circule por el aula observando y analizando las estrategias que los/as estudiantes despliegan, pudiendo intervenir para hacerlas avanzar, lograr que se expliciten ideas (de manera oral



o escrita), orientar y encauzar resoluciones, hacer que se validen resultados y procedimientos, alentar a que se elaboren conclusiones, etc. Como se puede apreciar, no se espera que la producción de los/as estudiantes solo consista en la resolución autónoma de los problemas, sino que también formen parte de ella la validación de las resoluciones y de los resultados, y la elaboración de conclusiones.

Con respecto a la validación, queremos remarcar una cuestión importante referida al rol docente durante esta instancia de trabajo. Dado que las intervenciones tienen como objetivo favorecer la construcción de nuevos conocimientos por parte de los/as estudiantes, estas no deberían apuntar a sancionar sus respuestas, explicitando si están bien o mal, o señalando de manera directa los errores. Por el contrario, podrían tomar la forma de indagaciones que posibiliten sostener la incertidumbre y habiliten a los/as estudiantes a que sean ellos quienes reconozcan los errores y entiendan por qué los cometieron. Es decir, con la intención de lograr que con el paso del tiempo y como consecuencia de un trabajo sostenido sean los y las estudiantes quienes identifiquen si sus resoluciones son adecuadas y expliquen, fundamenten, argumenten y busquen razones de por qué esto es así.

Debatir de manera colectiva

Como se describió anteriormente, durante el momento de resolución autónomo, ya sea individual o en pequeños grupos de estudiantes, la/el docente podría realizar un relevamiento de las producciones y de los argumentos que emergieron en el aula. Esta información recolectada, y en función de sus objetivos para la clase, le podría servir para organizar un momento colectivo de trabajo. Cabe aclarar que este espacio no se concibe como un momento de corrección de las resoluciones, sino como una oportunidad para que circulen distintas estrategias de resolución, técnicas, argumentos y conclusiones que hayan sido producidas por los distintos estudiantes al interior de sus grupos de trabajo y que la/el docente decide socializar. En este sentido, resulta indispensable que la/el docente haya relevado las producciones correctas, pero también las provisorias y las incorrectas, y que decida cuáles son de interés para ser comparadas, analizadas y puestas en relación.

Durante este momento el/la docente cumple un rol de moderador, en cierto sentido: selecciona a quién darle la palabra, en qué orden, elabora preguntas que permitan ir explicitando algunas de las lógicas de resolución, indaga respecto de los argumentos que permiten validar o no las afirmaciones,



apoyado en el pizarrón para registrar todas estas cuestiones. En resumen, genera las condiciones de intercambio para que de manera colectiva se puedan reconocer los errores, entender las razones que les dieron lugar, comprender y fundamentar por qué las resoluciones correctas lo son y sistematizar estrategias y técnicas de resolución. El/la docente es entonces el responsable de gestionar un debate en el cual la circulación y confrontación de ideas matemáticas sea el principal asunto de la clase.

Con respecto al rol de las y los estudiantes durante esta instancia de trabajo, para que este tipo de debate tenga lugar es necesario que participen de manera activa en un sentido intelectual, con compromiso en el desarrollo de las ideas, tratando de comunicar para que otros las comprendan, aceptando que se pongan en cuestión sus estrategias de resolución e involucrándose con las de sus compañeros. Estas dinámicas no surgen de manera espontánea, sino que requieren de una práctica sostenida en el tiempo, a partir de un/a docente que convoque a los/as estudiantes y, a su vez, provoque y sostenga los intercambios de manera intencional.

Si se lo considera de manera global, el objetivo de un debate es producir conclusiones colectivas que incluyan las estrategias, técnicas y otros conocimientos que se desarrollaron al resolver los problemas.

Elaborar conclusiones

La resolución de problemas y los debates colectivos abonan a que los/as estudiantes produzcan conocimientos durante las clases de Matemática. Sin embargo, seguramente estos conocimientos no se organizarán de manera sistemática ni surgirán con las mismas características que los saberes matemáticos convencionales. Es esperable que se trate de estrategias personales y particulares que no lleguen a conformar los objetos matemáticos propiamente dichos. Por ejemplo, al resolver problemas de variación uniforme es probable que los/as estudiantes produzcan resoluciones y técnicas referidas a las funciones lineales, pero no se puede esperar que por sí solos definan lo que es una función lineal ni que realicen una generalización acerca de los tipos de situaciones que permite resolver. El/la docente es el encargado de poner en relación la producción de los/as estudiantes con el saber cultural, de manera que la tarea de sistematizar nuevos conocimientos y resignificar los previos en referencia a saberes matemáticos está en manos, principalmente, del/de la docente. Por lo tanto, es parte de su tarea enunciar y registrar conocimientos de manera general para que puedan



ser aplicados a nuevas situaciones. Estos saberes pueden ser propiedades, técnicas, procedimientos, definiciones, etcétera.

En estas situaciones también resulta necesario que los/as estudiantes muestren un compromiso intelectual y que participen de manera activa para interpretar las relaciones entre las diversas producciones analizadas y los saberes matemáticos que el/la docente se encarga de establecer. A su vez, se espera que construyan la necesidad de guardar registro escrito de las conclusiones, con el objetivo de recuperarlas en un futuro al resolver nuevos problemas e identificar situaciones en las que es posible utilizar lo aprendido. De esta manera, no solo están aprendiendo Matemática, sino que también están aprendiendo a estudiar.



ACTIVIDAD2 (OBLIGATORIA)

Participación en el foro de análisis de la resolución de un problema

Imaginen que llevan a un aula de Ciclo Básico de Escuela Secundaria el siguiente problema:

¿Es cierto que siempre que se suman tres números naturales consecutivos se obtiene como resultado un múltiplo de 3? Expliquen su respuesta

Los estudiantes tienen conocimientos previos acerca de múltiplos y divisores y, en particular, pueden identificar sin problemas a un múltiplo 3.

Supongan que un estudiante responde a la pregunta planteada en el problema de la siguiente manera:

“Sí, es cierto que el resultado es múltiplo de 3 porque si hago $1 + 2 + 3 = 6$ y 6 es múltiplo de 3. Y pasa lo mismo si hago $110 + 111 + 112 = 324$, que también es múltiplo de 3. No importa qué números elijas, siempre va a ser múltiplo de 3 el resultado”.

Compartan en el foro, poniendo en relación su respuesta con los conceptos y nociones abordados en esta primera clase:

- **¿Podemos decir que la actividad propuesta resultó un problema para este estudiante? ¿Por qué?**
- **¿Qué conocimientos puso en juego en su resolución? ¿Qué intervenciones realizarían para hacer avanzar sus ideas?**



Actividades

ACTIVIDAD 1 (OBLIGATORIA)

Participación en el foro de presentación y bienvenida

En este foro deberán realizar dos participaciones: una antes y una después de leer la Clase 1:

1) Para empezar a conocernos, los invitamos a realizar una breve presentación. Dada la diversidad de lugares y formaciones de los cursantes de este curso, puede resultar sumamente interesante que compartan algunos detalles sobre su experiencia docente, su lugar de trabajo, en dónde viven y si ya tuvieron experiencia en formación virtual.

También les proponemos que compartan sus expectativas respecto a este curso.

2) Luego de leer detenidamente la Clase 1, les proponemos que reflexionen en torno a las siguientes preguntas: ¿Es la resolución de problemas una práctica habitual en nuestras aulas? ¿La consideramos como un contenido de enseñanza? ¿Reflexionamos en conjunto con los/as estudiantes sobre cómo los conocimientos matemáticos nos permiten resolver problemas?

ACTIVIDAD 2 (OBLIGATORIA)

Participación en el foro de análisis de la resolución de un problema

Imaginen que llevan a un aula de Ciclo Básico de Escuela Secundaria el siguiente problema:

¿Es cierto que siempre que se suman tres números naturales consecutivos se obtiene como resultado un múltiplo de 3? Expliquen su respuesta

Los estudiantes tienen conocimientos previos acerca de múltiplos y divisores y, en particular, pueden identificar sin problemas a un múltiplo 3.

Supongan que un estudiante responde a la pregunta planteada en el problema de la siguiente manera:

“Sí, es cierto que el resultado es múltiplo de 3 porque si hago $1 + 2 + 3 = 6$ y 6 es múltiplo de 3. Y pasa lo mismo si hago $110 + 111 + 112 = 324$, que también es múltiplo de 3. No importa qué números elijas, siempre va a ser múltiplo de 3 el resultado”.

Compartan en el foro, poniendo en relación su respuesta con los conceptos y nociones abordados en esta primera clase:

- ¿Podemos decir que la actividad propuesta resultó un problema para este estudiante? ¿Por qué?
- ¿Qué conocimientos puso en juego en su resolución? ¿Qué intervenciones realizarían para hacer avanzar sus ideas?

Bibliografía de referencia

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Charnay, R. (1994). *Aprender (por medio de) la resolución de problemas*. En Parra, C y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador.

Douady, Régine (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. Recherches en *Didactique des Mathématiques*, Vol. (7.2), 5-32. París, Francia: Editions La Pensée Sauvage (Traducido al castellano, “Relación enseñanza - aprendizaje, dialéctica instrumento - objeto y juego de marcos”).

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Créditos

Autores: Novembre, Andrea (coord.). Benito, Carolina; Nicodemo, Mauro; Sanguinetti, Débora; Trillini, María Paula.

Cómo citar este texto:

Novembre, A. (coord.); Benito, C.; Nicodemo, M.; Sanguinetti, D.; Trillini, Ma. P. (2022). Módulo 1. Clase Nro. 1: La matemática en la escuela secundaria. Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0



Módulo 1: Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

Clase 2: Los problemas en la clase de matemática

Introducción

En la clase anterior afirmamos nuestro posicionamiento respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, en sintonía con lo propuesto en los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios (NAP) y que podemos sintetizar diciendo que “hacer Matemática” requiere “tratar con problemas”.

A partir de plantear e identificar algunas de nuestras preocupaciones como docentes, que suelen ser recurrentes y surgir a propósito de la apropiación, por parte de las/os estudiantes, de los contenidos matemáticos enseñados, esbozamos algunas estrategias, posibles alternativas, escenarios e intervenciones que pueden colaborar al momento de repensar la enseñanza y comenzar a proyectar posibles alternativas o soluciones a estas preocupaciones, pero sobre todo, teniendo como norte acercar la Matemática a todos los/as estudiantes. Para ello describimos, en forma general, algunas situaciones en las que los problemas viven en la clase con diferentes objetivos: aprender nuevos conocimientos, debatir, elaborar conclusiones, reinvertir conocimientos aprendidos, etcétera. La elección o elaboración de estos problemas no resulta una tarea menor, implica considerar diferentes dimensiones, entre las que se encuentran el contexto de la clase, los conocimientos disponibles de los/as estudiantes y los conocimientos que se espera que movilicen trabajando con esa actividad, el rol del/de la docente durante la puesta en aula, entre otras.

El propósito de esta segunda clase es retomar y profundizar estos asuntos, es decir, la especificidad y el rol de la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática. En un primer momento nos abocaremos a analizar un registro de una clase de Matemática en el Ciclo Básico, que recupera una instancia en el plano colectivo de discusión en torno a la resolución de un problema. También realizaremos, como lectura obligatoria, un texto de Roland Charnay que nos brindará más elementos para enriquecer nuestras reflexiones a propósito de dicho registro y, por supuesto, de nuestras propias clases de Matemática.



Una escena de clase para pensar sobre la resolución de problemas

La primera actividad que proponemos resolver tiene la intención de poner el foco sobre el rol de los problemas y la discusión en torno a las diferentes estrategias de resolución en la clase de Matemática. Está dividida en tres partes, para facilitar la realización de pausas de reflexión entre cada una de ellas, en las que les sugerimos guardar registro de preguntas, impresiones y también de las respuestas a las consignas planteadas.

Al final de este recorrido encontrarán un video en el que se recuperan algunas de las cuestiones centrales presentadas a lo largo de estas tres instancias de trabajo. La finalidad es que comparen y enriquezcan sus apuntes, a partir del contenido de dicho video.



Resulta importante aclarar que, si bien ninguna de estas tres partes debe ser enviada al tutor para ser corregida o revisada, las notas que tomarán podrán ser de utilidad en el foro de discusión de la clase 2, que será la actividad obligatoria de esta clase, además de un buen material para la elaboración del trabajo final del módulo.

Los invitamos entonces, a iniciar la actividad:



ACTIVIDAD 1 - PARTE 1

A continuación, les presentamos el enunciado de una situación trabajada en segundo - tercer año de Ciclo Básico. Les proponemos resolverla, anticipando posibles estrategias de las y los estudiantes (correctas, incorrectas, incompletas), que servirán para enriquecer el análisis correspondiente a la PARTE 2 de esta primera actividad.

Problema

Una sustancia se encuentra a 25°C , pero a partir de un momento determinado su temperatura comienza a descender de manera uniforme a razón de 2°C por minuto.

- a) ¿Qué temperatura alcanzó la sustancia 15 minutos después del comienzo del proceso?
- b) ¿En cuánto tiempo la sustancia alcanzará los 0°C ?
- c) ¿Cuál o cuáles de estas fórmulas representan mejor la variación de la temperatura T de la sustancia, medida en grados centígrados, en función del tiempo M en minutos, desde el inicio del proceso?
 - $T = 25 + 2 \cdot M$
 - $T = 25 - M$
 - $T = -2 \cdot M + 25$



- $T = 25 - 2 \cdot M$
- $T = 25 \cdot M - 2$
- $T = -2 \cdot M - 25$

ACTIVIDAD 1 - PARTE 2



Escuchen el siguiente audio, acompañado de su transcripción, que recupera una escena de clase en la que fue implementada la situación propuesta en la PARTE 1.

Reflexionen respecto de las razones por las cuales esta escena da cuenta de elaboración y apropiación de conocimiento matemático por parte de los y las estudiantes. ¿Qué momentos pueden identificar como evidencias de ello?



The thumbnail shows a blue background with white text. At the top left is the Nuestra Escuela logo. In the center, it says "AMS01 Clase02 video 1". To the right are "Ver más ta..." and "Compartir" buttons. Below this, the title "Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática" is displayed, with a red play button in the center. At the bottom, there's a "Ver en YouTube" link, the Nuestra Escuela logo, the INFoD logo, and the Ministry of Education Argentina logo.

Disponible en: <https://youtu.be/YdsIZSi-U9w>

[Transcripción](#)

En la tercera parte de esta actividad los convocamos a que lean un texto de Roland Charnay, profesor e investigador francés y uno de los referentes de la Didáctica de la Matemática en el marco del enfoque de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

ACTIVIDAD 1 - PARTE 3



Lean el texto “ Aprender (por medio de) la resolución de problemas”

- Pongan en relación el texto con lo reflexionado en las partes 1 y 2 de esta actividad y enriquezcan sus apuntes a partir de ello. Por ejemplo, pueden elegir algún fragmento del texto y explicitar su vinculación con las actividades anteriores.
- ¿Por qué podemos afirmar que el enunciado de la situación estudiada termina constituyéndose en un problema para la clase analizada?



Los problemas en la clase de Matemática

Para comenzar la reflexión, les propondremos pensar acerca de las siguientes preguntas, que se irán recuperando, ampliando y poniendo en discusión a lo largo de esta clase:



- ¿Qué atributos consideran que podría tener una situación para que pueda usarse como recurso para la enseñanza, es decir, para que posibilite que los/as estudiantes se apropien de los contenidos que queremos que aprendan?
- ¿Qué cuestiones relacionadas al “entorno de la clase” se pueden tener en cuenta al momento de elegir o elaborar situaciones de enseñanza? Por ejemplo: los instrumentos que se habilitan para la resolución de problemas, los conocimientos previos de los/as estudiantes, etcétera.
- ¿Cómo podemos gestionar una clase para convertir a la resolución de problemas en una oportunidad para potenciar la actividad matemática que se genera a partir de ellos y enriquecer los aprendizajes de los/as estudiantes?
- Reconociendo el valor de las instancias de reflexión junto a las/os estudiantes luego de resolver los problemas, ¿por qué creen que esto favorece el aprendizaje?

Retomando lo que se mencionó en la introducción, **el hecho de que un problema pueda ser utilizado como un recurso para la enseñanza no se reduce simplemente a la situación propuesta, sino que es necesario analizarlo en relación con los conocimientos matemáticos y prácticas disponibles de los y las estudiantes, los objetivos de enseñanza y la gestión del/de la docente**. Con respecto a los/as estudiantes, una primera cuestión para considerar es si la resolución de la situación que se pretende plantear resulta realmente un problema para ellos/as. Como lo expresa Charnay (1994) en el siguiente párrafo, para considerar un problema es necesario ponerlo en relación con el/la alumno/a y con su entorno.



[...] el término “problema” utilizado aquí no se reduce a la situación propuesta (enunciado-pregunta). Se define, más bien, como una terna: situación-alumno-entorno. Solo hay problema si el alumno percibe una dificultad: una determinada situación que “hace problema” para un determinado alumno puede ser inmediatamente resuelta por otro (y entonces no será percibida por este último como un problema). Hay, entonces,



una idea de obstáculo a superar. Por fin, el entorno es un elemento del problema, en particular las condiciones didácticas de la resolución (organización de la clase, intercambios, expectativas explícitas o implícitas del docente) [Charnay, 1994, p.62].

En el mismo texto, el autor enumera algunas características que considera, debe tener una situación para convertirse en un problema genuino para los y las estudiantes.



Relación entre la situación-problema y los alumnos:

- La actividad debe proponer un verdadero problema que resolver para el alumno: debe ser comprendido por todos los alumnos (es decir que estos puedan prever lo que puede ser una respuesta al problema).
- Debe permitir al alumno utilizar los conocimientos anteriores [...], no quedar desarmado frente a ella.
- Pero, sin embargo, debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a hacer evolucionar los conocimientos anteriores, a cuestionarlos, a elaborar nuevos (problema abierto a la investigación del alumno, sentimiento de desafío intelectual).
- Finalmente, es deseable que la sanción (la validación) no venga del maestro, sino de la situación misma.

Charnay, 1994, pp.61-62.

Cabe recordar que cuando se hace referencia a problemas que involucran la construcción de nuevos conocimientos, la situación le debe permitir al/a la estudiante utilizar conocimientos anteriores, aunque resulten insuficientes para dar una respuesta adecuada al problema. No se piensa ni en la aplicación directa ni en la ejercitación de un conocimiento ya aprendido, en cuyo caso estaríamos en presencia de problemas de reinversión o de evaluación.



Podríamos agregar algunas características más al listado propuesto por Charnay. Por ejemplo, es deseable que el problema:

- admita variedad de estrategias de resolución. A causa de la diversidad de preguntas que el/la estudiante puede plantear y/o por los abordajes que puede desplegar se conforma una cierta incertidumbre durante la resolución del problema, lo que lo obliga necesariamente a tomar decisiones;

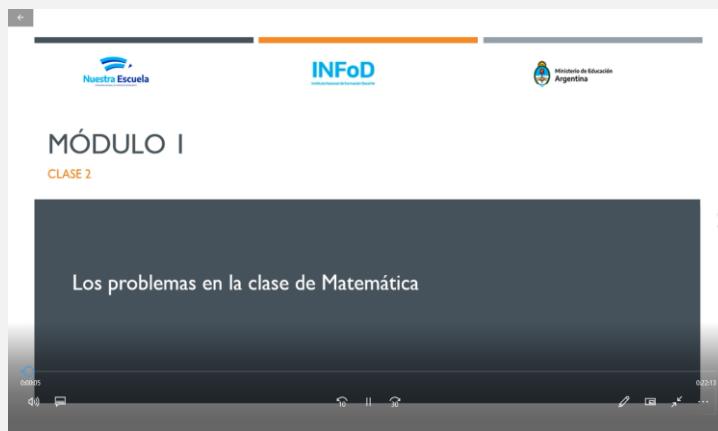


- pueda formularse desde diferentes ámbitos de la Matemática. Por ejemplo, que sea posible interpretarlo por medio de funciones, de cálculos y/o de ecuaciones, etcétera.

Según lo que venimos desarrollando hasta aquí, y a partir del texto de Charnay, podemos afirmar que contar con una buena situación o enunciado y que resulte efectivamente un problema para las y los estudiantes es una condición necesaria para tratar con problemas en la clase de Matemática, pero no es suficiente. Es necesario también considerar otros aspectos vinculados con la gestión de la clase.



Para ejemplificar esto, compartimos un video en el que retomamos y analizamos el problema propuesto en la Actividad 1 en relación con la discusión colectiva que se da en la clase.



The screenshot shows a video player interface. At the top, there are three logos: 'Nuestra Escuela', 'INFoD', and 'Ministerio de Educación Argentina'. Below these, the title 'MÓDULO I' is displayed, followed by 'CLASE 2'. The main content area contains a dark slide with the text 'Los problemas en la clase de Matemática'. At the bottom of the slide, there are navigation icons for a video player, including arrows for volume, brightness, and play/pause. The video player has a progress bar at the top and a timestamp '00:01:11' at the bottom right.

Disponible en: <https://youtu.be/y6jD4RZFIZY>

En el desarrollo de esta actividad, hemos propuesto diferentes instancias de trabajo para analizar el abordaje de un problema matemático en el aula. En primer lugar, hemos considerado la importancia que tiene en el planteo de la situación que el problema sea comprendido por todos/as los/as estudiantes. Con esto no queremos decir que todos puedan resolverlo correctamente, sino que lo que queremos destacar es que los estudiantes deben poder desarrollar una estrategia para abordarlo.

En segundo lugar, es necesario que el/la docente realice un análisis didáctico del problema identificando aquellos conceptos que se elaboran en la interacción con dicho problema. Otra cuestión para tener en cuenta en este análisis, previo a la puesta en aula del problema, es anticipar posibles errores o respuestas incompletas por parte de los/as estudiantes. De este modo, el/la



docente podrá planificar cómo intervenir ante estos errores sin sancionarlos, sino ayudando, proponiendo preguntas que inviten a la reflexión sobre lo realizado e intentando brindarles herramientas que les permita “leer” cierta información sobre sus resoluciones de manera autónoma, es decir que vayan construyendo mecanismos de control de su producción.

Finalmente, para que el problema se convierta en una herramienta fundamental al servicio de la enseñanza es necesario que el/la docente también anticipa y considere cómo gestionará la clase planificando momentos de discusión en torno a las resoluciones de los y las estudiantes, cuáles son las posibilidades de validación y qué se explicitará y quedará escrito en el pizarrón luego de la discusión colectiva.

Para seguir profundizando sobre la potencia del tratamiento con problemas en la clase de Matemática, los invitamos a realizar la siguiente actividad.



Elian un enunciado de una situación que suelan utilizar en sus clases y, a partir de lo analizado en este apartado, piensen qué modificaciones o adaptaciones harían y qué tipo de trabajo propondrían en la gestión para que se convierta en un problema “más potente” para la clase que llevan adelante.

Como cierre de esta clase les proponemos que participen del siguiente foro (actividad obligatoria de la clase 2).



ACTIVIDAD OBLIGATORIA - Participación en el foro de la clase 2

1. Les proponemos que compartan en el foro dos ideas extraídas del texto de Charnay que les hayan resultado interesantes o controversiales, fundamentando su postura a partir de lo estudiado en esta segunda clase del curso.
2. Considerando las reflexiones del ítem anterior y, como nuestra intención es abocarnos al análisis del problema presentado en esta segunda clase, les pedimos que además compartan algunas de las estrategias correctas, incompletas y/o incorrectas que anticiparon en la Actividad 1- Parte 1 y los conocimientos previos que tienen que tener los estudiantes para poder resolver este problema.

Para poder hacer de este foro un espacio de debate colectivo, sugerimos que lean las



intervenciones que realizan sus colegas para no repetir ideas, puedan preguntarse entre ustedes si algún aporte les genera dudas y, por último, aporten nuevas ideas a las ya compartidas.

Reflexiones finales

Al momento de enseñar, los/as docentes elegimos ciertas situaciones en las que se seleccionan un conjunto de conceptos y relaciones que se abordarán en la clase. A lo largo de esta clase, hemos mencionado la potencia que tiene para la enseñanza el trabajo en torno a la resolución de problemas. También hemos identificado sus características, la importancia de tener en cuenta el contexto y el grupo en donde esos problemas vivirán, cómo se promoverán las discusiones colectivas, etcétera. Además, profundizamos sobre qué es lo que hace que un problema sea potente para la enseñanza y que esto depende de muchas variables y no solo de su enunciado.

Por último, nos parece necesario mencionar que uno de los mayores desafíos que tenemos como docentes al trabajar con problemas en el aula, está vinculado con gestionar y promover las discusiones colectivas sin que estos momentos de la clase sean instancias en las que se comparten las resoluciones, sino que se conviertan en momentos de reflexión y discusión sobre lo realizado. Si queremos que las y los estudiantes aprendan más y mejor Matemática, la escuela debe ofrecer situaciones que permitan una relación con el saber en la que se puedan compartir miradas y diferentes puntos de vista sobre los asuntos que se proponen.



Actividades

ACTIVIDAD 1 - PARTE 1

A continuación, les presentamos el enunciado de una situación trabajada en segundo - tercer año de Ciclo Básico. Les proponemos resolverla, anticipando posibles estrategias de los/as estudiantes (correctas, incorrectas, incompletas), que servirán para enriquecer el análisis correspondiente a la PARTE 2 de esta primera actividad.

Problema

Una sustancia se encuentra a 25°C , pero a partir de un momento determinado su temperatura comienza a descender de manera uniforme a razón de 2°C por minuto.

- a) ¿Qué temperatura alcanzó la sustancia 15 minutos después del comienzo del proceso?
- b) ¿En cuánto tiempo la sustancia alcanzará los 0°C ?
- c) ¿Cuál o cuáles de estas fórmulas representan mejor la variación de la temperatura T de la sustancia, medida en grados centígrados, en función del tiempo M en minutos, desde el inicio del proceso?
 - $T = 25 + 2 \cdot M$
 - $T = 25 - M$
 - $T = -2 \cdot M + 25$
 - $T = 25 - 2 \cdot M$
 - $T = 25 \cdot M - 2$
 - $T = -2 \cdot M - 25$

ACTIVIDAD 1 - PARTE 2

Escuchen el siguiente audio, acompañado de su transcripción, que recupera una escena de clase en la que fue implementada la situación propuesta en la PARTE 1.

Reflexionen respecto de las razones por las cuales esta escena da cuenta de elaboración y apropiación de conocimiento matemático por parte de las y los estudiantes. ¿Qué momentos pueden identificar como evidencias de ello?



MÓDULO 1

CLASE 2



Escena de clase para pensar sobre la resolución de problemas en el aula.

ACTIVIDAD 1 - PARTE 3

Lean el texto “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”

- a) Pongan en relación el texto con lo reflexionado en las partes 1 y 2 de esta actividad y enriquezcan sus apuntes a partir de ello. Por ejemplo, pueden elegir algún fragmento del texto y explicitar su vinculación con las actividades anteriores.
- b) ¿Por qué podemos afirmar que el enunciado de la situación estudiada termina constituyéndose en un problema para la clase analizada?

ACTIVIDAD OBLIGATORIA - Participación en el foro de la Clase 2

1. Les proponemos que compartan en el foro dos ideas extraídas del texto de Charnay que les hayan resultado interesantes o controversiales, fundamentando su postura a partir de lo estudiado en esta segunda clase del curso.
2. Considerando las reflexiones del ítem anterior y, como nuestra intención es abocarnos al análisis del problema presentado en esta segunda clase, les pedimos que además comparten algunas de las estrategias correctas, incompletas y/o incorrectas que anticiparon en la



Actividad 1- Parte 1 y los conocimientos previos que tienen que tener los estudiantes para resolver este problema.

Para poder hacer de este foro un espacio de debate colectivo, sugerimos que lean las intervenciones que realizan sus colegas para no repetir ideas, puedan preguntarse entre ustedes si algún aporte les genera dudas y, por último, aporten nuevas ideas a las ya compartidas.

Material de lectura

Charnay, R. (1994). *Aprender (por medio de) la resolución de problemas*. En Parra, C y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador.

Bibliografía de referencia

AA. VV. (2013). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Matemática. Ciclo básico. Educación secundaria. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

AA. VV. (2012). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Matemática. Campo de Formación General. Ciclo Orientado. Educación Secundaria. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Charnay, R. (1994) *Aprender (por medio de) la resolución de problemas*. En Parra, C y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador.

Chevallard, Y.; Bosch, M. y J. Gascón (1997). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE - Horsori.

Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires:

Libros del Zorzal.

Créditos

Autores: Novembre, Andrea (coord.). Benito, Carolina; Nicodemo, Mauro; Sanguinetti, Débora; Trillini, María Paula.

Cómo citar este texto:

Novembre, A. (coord.); Benito, C.; Nicodemo, M.; Sanguinetti, D.; Trillini, Ma. P. (2022). Módulo 1. Clase Nro. 2: Los problemas en la clase de matemática. Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0



Módulo 1: Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

Clase 3: La modelización en la clase de matemática

Introducción

En las dos primeras clases de este módulo nos abocamos a reflexionar en torno a los problemas en la clase de Matemática, poniéndolo en relación con diferentes dimensiones para considerar al momento de planificar una clase.

En esta tercera clase nos centramos en un tipo particular de problemas: aquellos que involucran tratar con modelizaciones matemáticas. Nos proponemos realizar una observación de las prácticas docentes vinculadas a la modelización. La intención es indagar acerca de qué entendemos por modelizar en Matemática y qué tipos de problemas implican esta tarea.



¿Trabajamos con problemas de modelización en nuestras clases? ¿Para enseñar qué temas?

Registren por escrito algún problema de modelización, a modo de ejemplo, que utilicen usualmente en sus clases.

Usualmente se suele asociar la modelización matemática a un proceso que se reduce a representar matemáticamente una situación dada en un contexto extramatemático. En esta clase podremos empezar a ampliar esta mirada y comprender que modelizar es un proceso que involucra dichas acciones, pero también muchas más. Veremos que la modelización no se restringe únicamente al plano extramatemático, sino que es posible (y aconsejable) tratar también con modelos intramatemáticos, es decir, aquellos que se basan en problemas matemáticos provenientes de la misma disciplina.

Tomaremos como referencia, para todo este trayecto de formación, la caracterización que hace Patricia Sadovsky de la noción de modelización matemática:



Un proceso de modelización requiere:

- Recortar una problemática frente a cierta realidad.
- Identificar un conjunto de variables pertinentes a esa problemática.
- Producir relaciones entre las variables tomadas en cuenta.
- Elegir una teoría para operar sobre las relaciones.
- Producir conocimientos nuevos sobre dicha problemática.

Sadovsky, 2005.

Con la intención de seguir estudiando la idea de modelización, los invitamos a realizar la lectura obligatoria correspondiente a esta clase: un fragmento del texto de Patricia Sadovsky “Enseñar matemática hoy”.



ACTIVIDAD 1

Les proponemos que lean el siguiente extracto del capítulo 1 del libro “Enseñar Matemática hoy” de Patricia Sadovsky. Disponible en el aula.

En él van a encontrar un problema de modelización en un contexto intramatemático y su análisis.



Anteriormente les solicitamos que eligieran un problema de modelización que suelen usar en sus clases. Luego de la lectura y de lo discutido hasta el momento, ¿qué características de las mencionadas por Patricia Sadovsky pueden identificar en dicho problema? ¿Cambiarían la elección del problema? ¿Por qué?

La importancia de la modelización de situaciones en contextos intramatemáticos

Durante mucho tiempo se asoció la palabra “modelización” con la idea de aplicar un conocimiento matemático construido previamente a una situación extramatemática. Actualmente se reconoce que esta idea constituye una pequeña parte del trabajo de modelización y que ampliarla enriquece la

reflexión en torno a esta noción, influyendo en el tipo de actividades que pueden ser incluidas en el aula.

Este “cambio de mirada” posibilita quitar de escena la discusión en torno a “qué tan real” es la situación para modelizar, para trasladar el debate hacia qué tan rico es el problema en términos de la actividad matemática que permite generar.



El punto de partida relevante para el diseño de un proceso de estudio no debería ser el carácter más o menos real de las cuestiones iniciales, sino la posibilidad que éstas ofrezcan para crear un complejo articulado e integrado de organizaciones matemáticas que permita el desarrollo de una actividad matemática amplia en una determinada institución escolar (...).

Bosch, M., García, F.J., Gascón, J. y Ruiz Higueras, L., 2006.

A propósito de estos asuntos, les proponemos mirar un fragmento del siguiente video de la Dra. Mónica Villarreal, investigadora y una importante referente de la Didáctica de la Matemática en nuestro país.



Los invitamos a mirar el video hasta el minuto 1:18



<https://www.youtube.com/watch?v=owodmx6zVq4>



Con el propósito de profundizar la reflexión en torno a la importancia de incluir problemas que involucran modelizaciones de situaciones intramatemáticas. les proponemos que busquen en sus materiales de clase un problema que requiera trabajar con un modelo intramatemático. ¿Qué aspectos de la actividad matemática posibilita desarrollar?

El trabajo de modelización matemática en el aula

Con las ideas que estuvimos desarrollando hasta el momento podemos comenzar a pensar en tipos de tareas que surgen al trabajar con modelos matemáticos. En este sentido, Chevallard nos ofrece una caracterización.

En uno de los capítulos del libro *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, Chevallard, Bosch y Gascón se dedican a caracterizar el trabajo matemático partiendo de la pregunta "¿Qué significa 'hacer matemática'?".

Una de las conclusiones a las que arriban es que "un aspecto esencial de la actividad matemática consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos" (Chevallard et al., 1997, p. 51).

Sobre la base de lo expuesto en dicho capítulo, podemos considerar que existen tres tipos de problemas diferentes que implican un trabajo de modelización:

- los problemas que favorecen la producción de un modelo: a partir de un enunciado que describe una situación de manera coloquial producir un modelo (identificar los datos relevantes, definir variables, establecer relaciones, etc.) y resolver el problema poniendo en juego y produciendo nuevos conocimientos matemáticos;
- los problemas que implican la interpretación de un modelo: en el enunciado se define el modelo que debe ser considerado para una situación determinada, y así se establece como tarea la correcta interpretación y, como consecuencia, la utilización pertinente del modelo para resolver el problema;
- los problemas que proponen la aplicación de un modelo: a partir de un enunciado que describe una situación de manera coloquial, aplicar un modelo ya conocido (a diferencia de



los problemas propuestos para producir un modelo, el sujeto que debe resolver el problema reconoce rápidamente que el problema puede resolverse aplicando un modelo ya estudiado y conocido).

En el cierre del capítulo mencionado se encuentra el siguiente párrafo a modo de conclusión:



Hemos caracterizado el *hacer matemáticas* como un *trabajo de modelización*. Este trabajo convierte el estudio de un sistema no matemático o un sistema previamente matematizado en el estudio de problemas matemáticos que se resuelven utilizando adecuadamente ciertos modelos. Se pueden destacar tres aspectos en este trabajo: la *utilización rutinaria* de modelos matemáticos ya conocidos; el *aprendizaje* (y la eventual *enseñanza*) de modelos y de la manera de utilizarlos; y la *creación* de conocimientos matemáticos, es decir, de nuevas maneras de modelizar los sistemas estudiados.

Chevallard et al., 1997, p. 57.



Actividad 2

Con el propósito de comenzar a caracterizar la modelización matemática y pensar cómo puede desplegarse en las aulas un trabajo que la involucre, les proponemos:

- a) Resolver los problemas incluidos a continuación, tomando nota de las diferentes resoluciones que se podrían realizar y de los diferentes tipos de tareas asociadas a ellas.
- b) Luego de resolver los problemas, analicen:
 - ¿Qué tipo de trabajo asociado a la tarea de modelización se puede desarrollar con cada uno?
 - ¿En qué momento de una secuencia didáctica se podría ubicar cada uno de ellos?
 - ¿Qué cuestiones sería importante sistematizar con todos los/as estudiantes tras el trabajo con cada uno de los problemas?

Problema A

A partir de cierto momento, una pileta se comenzó a vaciar mediante una bomba que operaba a ritmo constante. Se sabe que, a los 20 minutos de haber comenzado a



vaciarse, la pileta contenía 3780 litros y que, a los 35 minutos de haber comenzado a vaciarse, contenía 3150 litros.

1. ¿Cuánto tiempo demoró en vaciarse completamente la pileta?
2. ¿Cuántos litros había en la pileta cuando comenzó a vaciarse?
3. ¿Cuántos litros había en la pileta una hora y media después de que comenzó a vaciarse?
4. ¿Cuántos litros por minuto extrajo la bomba?

Problema B

Se llenó un tanque de agua de 6200 litros por medio de una bomba. La fórmula $L(t) = 400t + 800$ permite calcular la cantidad de litros que contenía el tanque para cualquier tiempo medido en horas, desde que comenzó su llenado.

1. ¿Cuántos litros de agua contenía el tanque cuando se lo comenzó a llenar?
2. ¿Cuántos litros contenía una hora y media después de que comenzó a llenarse?
3. ¿Es verdad que la bomba operó a un ritmo constante? ¿A razón de cuántos litros por hora?
4. ¿Cuánto tiempo demoró en llenarse completamente el tanque?

Problema C

Se llenó el tanque de un camión de bomberos con una bomba que opera a ritmo constante, cargando 150 litros por minuto. El tanque tiene una capacidad de 10000 litros y al momento de encender la bomba ya contenía 2500 litros en su interior.

1. Definan una función que represente la cantidad de agua (medida en litros) que contiene el tanque en función del tiempo transcurrido (medido en minutos) desde que comenzó a funcionar la bomba.
2. ¿Cuántos litros contenía una hora y media después de que comenzó a llenarse?
¿Cuánto tiempo demoró en llenarse completamente?

A primera vista, se podría decir que el problema A se vincula con la tarea de producción de un modelo, el problema B con la tarea de interpretación y el problema C con la de aplicación. Sin embargo, **esta clasificación dependerá no solamente de las características de los problemas, sino también de los conocimientos previos de las y los estudiantes y de en qué momento de una secuencia didáctica se proponga el trabajo con los mismos.** Por ejemplo, el problema B podría asociarse con una tarea de



aplicación, si es que las y los estudiantes ya estudiaron modelos lineales y las fórmulas asociadas. Con esos conocimientos como base podrían identificar, a partir de la estructura de la fórmula, que se trata de un proceso de variación uniforme. Además, es posible "leer" en la fórmula la ordenada al origen y la pendiente: la primera, como la cantidad de agua que tenía el tanque al comienzo del proceso y la segunda, como la razón entre la cantidad de litros de agua que ingresaron al tanque y la cantidad de horas transcurridas desde que comenzó a llenarse el tanque.

En el caso del problema A, por la forma en que está presentado, se favorece la producción de un modelo para su resolución. Es verdad que este problema se podría considerar también como un problema de aplicación, resolvéndolo mediante el armado de una fórmula que represente a la función que relaciona el tiempo transcurrido con la cantidad de agua en la pileta. Sin embargo, es posible resolverlo íntegramente prescindiendo de ella. Es más, la construcción y uso de una fórmula podrían ser el producto final del trabajo con el problema y no un requerimiento previo.

Una posible intervención docente a propósito de este problema puede ser una propuesta de organización de los datos en una tabla como la que se muestra a continuación, en la cual las tres casillas en blanco corresponden a las respuestas de las preguntas planteadas en el problema.

Tiempo (minutos)	0	20	35	90	
Litros en la pileta		3780	3150		0

Para ir "completando casilleros" según las consignas, resulta necesario utilizar como dato fundamental que la bomba opera a ritmo constante. Una forma de hacerlo es considerando la relación de proporcionalidad que se establece entre la cantidad de minutos transcurridos y la cantidad de agua que extrae la bomba en ese lapso. Por ejemplo, podría plantearse que, como en 15 minutos (que es el tiempo transcurrido entre los instantes dados como dato) la bomba extraío 630 litros ($3780 - 3150$), entonces en 5 minutos, que es la tercera parte del tiempo, debió haber extraído 210 litros (la tercera parte de 630). Así, quedaría establecido que, cada 5 minutos, la bomba extraío 210 litros. Esta relación podría utilizarse para completar todos los valores de la tabla, ya que todos los valores correctos del tiempo son múltiplos de 5.



En 55 minutos, que es el tiempo que pasó de los 35 a los 90 minutos, el agua extraída fue de $11 \cdot 210 = 2310$, pues 55 es 11 veces 5. Dado que a los 35 minutos quedaban 3150 litros y se trajeron 2310 litros, a los 90 minutos quedaron 840 litros en la pileta. De manera análoga, utilizando lapsos de 5 minutos, se puede averiguar en qué momento la pileta se vació y cuántos litros tenía al comenzar a vaciarse.



Muchas veces suele pensarse que la modelización requiere de la producción de una fórmula que represente la relación entre las variables presentes en la situación estudiada. Es importante destacar el hecho de que este problema puede ser resuelto sin recurrir a una fórmula, es decir, puede tratarse de una actividad que funcione como punto de partida para la posterior construcción y sistematización de una fórmula.

En el enunciado del problema B se define el modelo que debe ser considerado. En este caso, será necesaria la interpretación correcta del modelo propuesto o "el aprendizaje (y la eventual enseñanza) de modelos y de la manera de utilizarlos" (Chevallard et al., 1997).

Para responder a la primera pregunta es necesario interpretar que al momento en el que comienza a llenarse el tanque le corresponde el tiempo cero. Será necesario también, una vez identificado el valor correspondiente al tiempo, conocer el funcionamiento de la fórmula para obtener los litros de agua en el tanque.

En la cuarta pregunta se propone un trabajo sobre la relación inversa a la trabajada en las dos primeras, siendo necesario averiguar el tiempo correspondiente a una cantidad dada de litros de agua en el tanque. La comprensión de este cambio de "dirección" no es inmediato por parte de los y las estudiantes, por lo que se constituye como una de las cuestiones para ser aprendidas (y enseñadas) con respecto a los modelos, su interpretación y su manera de utilizarlos.

Existen por lo menos dos maneras de realizar esta resolución y para ambas se debe retomar el enunciado del problema e interpretar que la capacidad máxima del tanque son 6200 litros, dato que no se utilizó para responder las dos primeras preguntas.

Una posibilidad es llevar a cabo una resolución algebraica: identificando en la fórmula que la cantidad de agua está representada por la expresión $L(t)$, se puede plantear y resolver la ecuación $6200 = 400t + 800$.



Otra forma de arribar a la solución puede ser utilizando cuánta agua introduce la bomba por cada hora, que es en lo que consiste la tercera pregunta. Para calcular este valor se deberá suponer que el caudal es constante y bastará con calcular la cantidad de agua que contiene el tanque en dos instantes de tiempo que difieran en una hora. Así, calculando que la bomba introduce 400 litros por hora, se podría trabajar con una tabla de modo análogo a lo realizado en el problema A.

Volviendo a la tercera pregunta, que trata sobre el ritmo al que opera la bomba y si lo hace de manera uniforme, se podrían considerar distintas cantidades de agua que contiene la pileta a intervalos regulares de tiempo (sin que sea necesario que sean de 1 hora) para verificar que el agua introducida en el tanque es la misma en cada caso. Es importante destacar que, si bien este procedimiento no constituye una validación matemáticamente suficiente, resulta valiosa en este momento escolar, pues da cuenta de nociones asociadas al concepto de variación uniforme.

Para calcular el ritmo al que opera la bomba es necesaria la reducción de la variación del tiempo a la unidad. No se espera que en un primer trabajo con el problema se reconozca la pendiente como la razón de cambio del fenómeno, sino que este conocimiento se vaya construyendo a partir del trabajo con diversos problemas de este tipo.

El problema C tiene como propósito que se despliegue la utilización rutinaria de modelos matemáticos ya conocidos, la aplicación de un modelo ya estudiado. El enunciado brinda todos los datos necesarios para concluir que el modelo que representa la situación es lineal y, a partir de esos datos, plantear una fórmula. Siendo el caudal de la bomba la pendiente y la cantidad de agua en el tanque al momento inicial la ordenada al origen, se poseen todos los datos necesarios para el armado de la fórmula $C(t) = 150t + 2500$. Luego, a partir de ella se pueden responder las diferentes preguntas del enunciado de modo análogo que en el problema B.

Es importante advertir que el armado de la fórmula no es una condición necesaria para la resolución del problema, sino que se podría resolver del mismo modo que el problema A.



A partir de todo este trabajo de análisis de los problemas, podemos concluir que no se puede afirmar que un problema es de producción, de interpretación o de aplicación, sino que favorece alguno de estos tres tipos de trabajo vinculados a los procesos de modelización.



Como **actividad obligatoria** para esta clase, les proponemos participar del foro de debate de la clase 3, en donde reflexionaremos a propósito de un problema extraído de un libro de texto:



ACTIVIDAD OBLIGATORIA. Participación en el foro de la clase 3

¿Qué tipo de tarea de modelización consideran que podría favorecer la resolución de este problema? ¿Por qué? ¿Qué conocimientos deberían tener disponibles los y las estudiantes para que la resolución del problema favorezca este tipo de modelización?

El gráfico representa la cantidad de agua que queda dentro de un tanque a medida que pasa el tiempo desde que se abre una canilla que la deja salir.



- ¿Cuál era la cantidad de agua al iniciarse el proceso de vaciado?
- ¿Cuánta agua sale por minuto?
- Llamando $f(x)$ a la cantidad de agua que queda en el tanque en función del tiempo x desde que comienza a vaciarse, escribí una fórmula que represente a esta función.

(Este problema fue extraído del libro “Matemática en secundaria 1. °/2. °”, con autoría de M. Mónica Becerril, P. García, V. Grimaldi y H. Ponce. Editado por Santillana y coordinado por Claudia Broitman y Horacio Itzcovich).



Reflexiones finales

A lo largo de esta clase reflexionamos en torno a diversos aspectos vinculados a la modelización en la clase de Matemática. Hicimos hincapié en la importancia de la inclusión de problemas que involucran modelos matemáticos en nuestras clases, ampliamos algunas ideas vinculadas a la modelización, considerando tanto modelos extramatemáticos como intramatemáticos; y analizamos tres tipos de tareas que se pueden movilizar. A su vez, destacamos que esta clasificación está fuertemente asociada al tipo de trabajo que proponemos en el aula y a los conocimientos previos de los y las estudiantes.

ACTIVIDAD OPTATIVA: Preparando el Trabajo Final

En este foro les proponemos comenzar a analizar el material bibliográfico que será de referencia para la elaboración del Trabajo Final.

Les proponemos entonces que:

- 1) Lean la introducción del siguiente material (páginas 7 a 12) "Documento No. 2. Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de las y los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática"
<https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf>
- 2) Luego de la lectura, seleccionen un párrafo que les haya hecho pensar en sus prácticas (porque representa algo nuevo que no tenían en cuenta a la hora de planificar sus clases, porque es algo que hacen habitualmente pero no lo habían reflexionado de ese modo, etc.) y comparten el párrafo explicando por qué lo eligieron.

Si bien esta no es una actividad obligatoria, queremos alentar su participación ya que esperamos que sea un espacio de acompañamiento para la elaboración del Trabajo Final.

Actividades

Actividad 1

Les proponemos que lean el siguiente extracto del capítulo 1 del libro “Enseñar Matemática hoy” de Patricia Sadovsky. Disponible en el aula:

En él van a encontrar un problema de modelización en un contexto intramatemático y su análisis.



Actividad 2

Con el propósito de comenzar a caracterizar la modelización matemática y pensar cómo puede desplegarse en las aulas un trabajo que la involucre, les proponemos:

- a) Resolver los problemas incluidos a continuación, tomando nota de las diferentes resoluciones que se podrían realizar y de los diferentes tipos de tareas asociadas a ellas.
- b) Luego de resolver los problemas, analicen:
 - ¿Qué tipo de trabajo asociado a la tarea de modelización se puede desarrollar con cada uno?
 - ¿En qué momento de una secuencia didáctica se podría ubicar cada uno de ellos?
 - ¿Qué cuestiones sería importante sistematizar con todas/os las/os estudiantes tras el trabajo con cada uno de los problemas?

Problema A

A partir de cierto momento, una pileta se comenzó a vaciar mediante una bomba que operaba a ritmo constante. Se sabe que, a los 20 minutos de haber comenzado a vaciarse, la pileta contenía 3780 litros y que, a los 35 minutos de haber comenzado a vaciarse, contenía 3150 litros.

1. ¿Cuánto tiempo demoró en vaciarse completamente la pileta?
2. ¿Cuántos litros había en la pileta cuando comenzó a vaciarse?
3. ¿Cuántos litros había en la pileta una hora y media después de que comenzó a vaciarse?
4. ¿Cuántos litros por minuto extrajo la bomba?

Problema B

Se llenó un tanque de agua de 6200 litros por medio de una bomba. La fórmula $L(t) = 400t + 800$ permite calcular la cantidad de litros que contenía el tanque para cualquier tiempo medido en horas, desde que comenzó su llenado.

1. ¿Cuántos litros de agua contenía el tanque cuando se lo comenzó a llenar?
2. ¿Cuántos litros contenía una hora y media después de que comenzó a llenarse?
3. ¿Es verdad que la bomba operó a un ritmo constante? ¿A razón de cuántos litros por hora?
4. ¿Cuánto tiempo demoró en llenarse completamente el tanque?



Problema C

Se llenó el tanque de un camión de bomberos con una bomba que opera a ritmo constante, cargando 150 litros por minuto. El tanque tiene una capacidad de 10000 litros y al momento de encender la bomba ya contenía 2500 litros en su interior.

1. Definan una función que represente la cantidad de agua (medida en litros) que contiene el tanque en función del tiempo transcurrido (medido en minutos) desde que comenzó a funcionar la bomba.
2. ¿Cuántos litros contenía una hora y media después de que comenzó a llenarse?
3. ¿Cuánto tiempo demoró en llenarse completamente?

ACTIVIDAD OBLIGATORIA. Participación en el foro de la clase 3

¿Qué tipo de tarea de modelización favorece la resolución de este problema?

El gráfico representa la cantidad de agua que queda dentro de un tanque a medida que pasa el tiempo desde que se abre una canilla que la deja salir.



- a) ¿Cuál era la cantidad de agua al iniciarse el proceso de vaciado?
- b) ¿Cuánta agua sale por minuto?
- c) Llamando $f(x)$ a la cantidad de agua que queda en el tanque en función del tiempo x desde que



comienza a vaciarse, escribí una fórmula que represente a esta función.

(Este problema fue extraído del libro “Matemática en secundaria 1.º/2.º”, con autoría de M. Mónica Becerril, P. García, V. Grimaldi y H. Ponce. Editado por Santillana y coordinado por Claudia Broitman y Horacio Itzcovich).

ACTIVIDAD OPTATIVA: Preparando el Trabajo Final

En este foro les proponemos comenzar a analizar el material bibliográfico que será de referencia para la elaboración del Trabajo Final.

Les proponemos entonces que:

- 3) Lean la introducción del siguiente material (páginas 7 a 12) “Documento No. 2. Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de las y los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática”
<https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf>
- 4) Luego de la lectura, seleccionen un párrafo que les haya hecho pensar en sus prácticas (porque representa algo nuevo que no tenían en cuenta a la hora de planificar sus clases, porque es algo que hacen habitualmente pero no lo habían reflexionado de ese modo, etc.) y compartan el párrafo explicando por qué lo eligieron.

Si bien esta no es una actividad obligatoria, queremos alentar su participación ya que esperamos que sea un espacio de acompañamiento para la elaboración del Trabajo Final.

Material de lectura

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Napp, C.; Novembre, A.; Sadovsky, P. y Sessa, C. (2000). *Documento No. 2. Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática*. Buenos Aires: DGCyE. Subsecretaría de Educación. Disponible en: <http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf>

Bibliografía de referencia

Alagia, H., Bressan, A. y Sadovsky, P. (2005). Reflexiones teóricas para la Educación Matemática. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Artigue, M. (1990). Epistemología y didáctica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, pp. 241-286.

Bosch, M.; García, F. J.; Gascón, J. y Ruiz Higueras, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación matemática*, 18(2), 37-74. Recuperado de <http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol18-2.pdf>

Broitman, C.; Itzcovich, H. (coord.) (2011). Matemática en secundaria 1.º/2.º. Buenos Aires: Santillana.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7. (Traducción: Universidad Nacional de Córdoba.)

Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? *Enseñanza de las ciencias*, 8.

Chevallard, Y., M. Bosch y J. Gascón (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE - Horsori.

Chevallard, Y. (2013). *La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.



Créditos

Autores: Novembre, Andrea (coord.). Benito, Carolina; Nicodemo, Mauro; Sanguinetti, Débora; Trillini, María Paula.

Cómo citar este texto:

Novembre, A. (coord.); Benito, C.; Nicodemo, M.; Sanguinetti, D.; Trillini, Ma. P. (2022). Clase Nro. 3: La modelización en la clase de matemática. Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
[Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0](#)



Módulo 1: Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

Clase 4: Las secuencias didácticas, una herramienta valiosa para la enseñanza

En las clases anteriores nos referimos a los problemas como un elemento fundamental en la clase de Matemática, a tal punto que enunciamos que *hacer matemática es tratar con problemas*. En particular, en la clase 3, analizamos aquellos problemas que implican tratar con una modelización matemática. Esta modelización puede abordarse desde la producción de un modelo matemático, la interpretación de un modelo dado o bien, desde su aplicación para resolver un problema. Esto depende no solo de las características del enunciado del problema, sino también de los conocimientos previos que tengan las y los estudiantes al momento de resolverlos y del momento en el que se presentan dentro de la enseñanza de un tema.

En esta clase vamos a profundizar sobre una herramienta valiosa a la hora de planificar nuestras clases: las secuencias didácticas.

Introducción

Cuando pensamos en un proyecto de enseñanza, seguramente nos surgen diversos interrogantes: ¿qué enseñar?, ¿cómo hacerlo?, ¿qué actividades proponer?, ¿qué conocimientos previos tienen las/os estudiantes?, entre otros. Estas preocupaciones se enmarcan en el contexto en el cual se llevará adelante la propuesta de enseñanza, lo que nos lleva a considerar una condición inherente a las aulas que es la heterogeneidad o diversidad.



¿Cómo atendemos a la diversidad en el aula? ¿Cómo hacemos para trabajar en torno a la resolución de problemas cuando los puntos de partida de nuestros/as estudiantes son tan diversos? ¿Cómo hacer para que todos/as los/as estudiantes construyan aprendizajes significativos?



Las secuencias didácticas

Desde la perspectiva didáctica que adoptamos, la secuenciación de problemas para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos resulta una herramienta importante. Sin embargo, no toda colección de problemas es una secuencia didáctica, motivo por el cual vamos a tomar las palabras de Paola Tarasow para explicitar a qué nos referimos:



Las secuencias didácticas desarrollan un contenido específico. Incluyen varios tipos de problemas vinculados a él y contemplan diferentes grados de dificultad. Para decidir el orden de los problemas es imprescindible anticipar qué se espera que aprendan los alumnos con cada uno de ellos, qué aporta cada problema a los anteriores, qué nuevas relaciones se ponen en juego, etc. Una secuencia también debería prever instancias de sistematización que permita a los niños analizar el trabajo realizado y afianzar algunos conocimientos. Esto implica un espacio para que los alumnos estabilicen los conceptos aprendidos y se familiaricen con ellos, enfrentados a ejercicios en los que reutilicen los conceptos y técnicas ya aprendidos.

Tarasow P., 2013, p.17.

Pero ¿por qué afirmamos que este criterio de organización de problemas y actividades, acompañado de una gestión docente planificada, puede dar lugar a un aprendizaje profundo, sólido y con sentido?



Un trabajo sostenido en torno a ciertas cuestiones vinculadas entre sí favorece la reflexión y la reorganización de estrategias de resolución, permite volver sobre las relaciones que se identificaron o establecieron en clases o problemas anteriores, y habilita a abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones.

Además de retornar sobre un mismo tipo de situaciones con nuevas herramientas, es necesario que los estudiantes se enfrenten a nuevos problemas que amplíen los sentidos del conocimiento que se está tratando. Es así como se van incorporando progresivamente ciertas variaciones que agregan nuevos desafíos. Y aquellas cuestiones que inicialmente se resuelven con estrategias menos avanzadas podrán resolverse con recursos más adaptados, convirtiendo –a través del estudio de dichos problemas– lo novedoso en conocido.



Itzcovich, H. [et al.], 2020.

Considerando las palabras citadas anteriormente, podemos decir que la noción de “secuencia didáctica” va más allá de la elección o elaboración de una colección de problemas relacionados en torno a un contenido. Estos problemas, para ser considerados parte de una secuencia, tendrán que presentar ciertas características que posibiliten retomar estrategias de resolución y conocimientos construidos en problemas anteriores, y que además preparen el camino para avanzar en el aprendizaje de nuevos saberes.

En cierto sentido, el trabajo con secuencias didácticas genera la oportunidad de explicitar ante los/as estudiantes que la apropiación de saberes es un proceso gradual, no instantáneo, en el que resulta necesario volver sobre lo hecho, cuestionarlo, reafirmarlo y profundizarlo.

Por otro lado, a propósito de las palabras de Paola Tarasow, podemos afirmar que la planificación de las clases en torno a los problemas que conforman la secuencia didáctica es lo que estructura y dirige la propuesta que se lleva al aula. Las anticipaciones realizadas pueden contribuir a clarificar objetivos de enseñanza, reformularlos y ganar precisión al momento de identificar los conocimientos que las/os estudiantes podrían utilizar al resolver las actividades.

Además, tener en cuenta la gestión de la clase durante la elaboración de una secuencia implica asumir la provisoriedad de dicha propuesta, que podrá modificarse de acuerdo con el grupo y a lo que va aconteciendo en el aula a medida que se pone en juego. En particular, en lo referente a lo que sucede en las instancias de discusiones y debates colectivos.

Por otra parte, al resolver un problema, el conocimiento que emerge a partir de su resolución suele quedar, para muchos/as estudiantes, fuertemente ligado al contexto de la clase y al problema en sí mismo. Por eso, disponer de secuencias didácticas, que posibiliten revisitar estrategias de resolución en diferentes instancias y a propósito de diversas actividades, puede colaborar en generar ese distanciamiento necesario para que los conocimientos no queden “atados” al contexto en el que fueron producidos. Sin embargo, es responsabilidad del/de la docente esta tarea de descontextualización y generalización propia del trabajo matemático.

Finalmente, queremos agregar que la secuenciación de actividades implica trabajar con un conjunto de problemas o situaciones durante cierto tiempo. Como mencionamos en la introducción, los



conocimientos que circulan en el aula no son homogéneos y algunos/as estudiantes necesitan más tiempo para resolver, explorar, validar, etcétera. Por este motivo, plantear discusiones acerca de un tema de enseñanza, proponiendo diferentes actividades que permitan discutir sobre distintos aspectos de ese contenido, puede ser una oportunidad para incluir a todos las y los estudiantes en la propuesta.

Sobre la planificación de secuencias didácticas

Planificar secuencias didácticas requiere tomar una gran cantidad de decisiones vinculadas al contenido que se pretende enseñar, a la organización de la clase y su gestión, teniendo en cuenta el contexto en el cual se llevará adelante la propuesta y los conocimientos previos que los/as estudiantes necesitarán poner en juego al momento de resolver los problemas. En este apartado tomaremos como referencia la caracterización realizada por Graciela Chemello y Adriana Díaz en el texto citado en la bibliografía de referencia, e iremos abordando algunos de estos aspectos con la intención de organizarlos, de modo tal que pueda resultar orientativo durante la realización y planificación de una secuencia. Dado que la propuesta dependerá de cada escenario y grupo en el que se lleve adelante, es importante que estos “criterios” no sean tomados como “recetas”, sino como un punteo para la reflexión y el análisis del diseño elaborado.

Sobre el alcance del contenido para enseñar y los propósitos de las actividades

Un primer abordaje para la elaboración de criterios está asociado con los contenidos para enseñar. En este sentido, el diseño curricular puede resultar una guía para la elección o elaboración de actividades, así como también la propuesta que, como docentes, queremos llevar al aula. Algunos puntos sobre los que se puede fundar esta reflexión son:

El despliegue de los contenidos matemáticos:

1. ¿Cuáles son los diferentes contextos de utilización de la/s noción/es para enseñar?
2. ¿Cuáles son los problemas para los que la noción considerada puede funcionar como herramienta idónea de resolución?
3. ¿Hay técnicas o “procedimientos expertos” que podrían utilizarse para resolver?



4. ¿Qué relaciones es posible establecer con otras nociones?
5. ¿Qué tipo de representaciones se utilizan para esa noción y qué propiedades se asocian a ella?

El contexto y población específicos en el que se desarrollará la clase:

1. De los contextos y problemas anteriores, ¿cuáles son accesibles a los/as estudiantes?
2. De los “procedimientos expertos”, ¿su comprensión está al alcance de los/as estudiantes?
3. ¿Qué otros procedimientos, representaciones y propiedades podrían utilizar los/as estudiantes para resolverlos?
4. ¿Qué grado de dominio y de disponibilidad, del saber y el saber-hacer, se quieren lograr a corto, medio o largo plazo por parte de los/as estudiantes?
5. ¿Qué aspectos se van a evaluar?
6. ¿Qué relaciones es posible establecer con otras nociones ya conocidas por los/as estudiantes?

Sobre las diferentes etapas y tipos de tareas en la enseñanza y el aprendizaje

Teniendo en cuenta el apartado anterior, en referencia al alcance del contenido y el contexto y población específicos en los que se llevará adelante la propuesta, durante el desarrollo de la secuencia didáctica también resulta importante considerar las siguientes cuestiones:

1. Analizar cada uno de los problemas propuestos, explicando la relación entre ellos e identificando el aporte de cada problema a los siguientes. ¿Qué cuestiones de las abordadas en este problema sirven para los próximos? ¿Qué asuntos se seguirán discutiendo? ¿Qué nuevas relaciones se ponen en juego? ¿Qué nuevos conocimientos se construyen a partir de las relaciones que se ponen en juego?
2. Anticipar los procedimientos que podrían poner en juego las/os estudiantes, considerar resoluciones correctas, incorrectas e incompletas. Identificar variables didácticas para ajustar la situación y hacer avanzar el trabajo de todos las/os estudiantes.
3. Definir el modo en el que se realizará la puesta en aula para cada instancia de la secuencia. ¿Cómo se organizará la clase? ¿Qué cuestiones se discutirán en el espacio colectivo?

4. Pensar posibles intervenciones: para presentar los problemas, para hacer avanzar una explicación o resolución, para solicitar más argumentos, en la puesta en común, etc. También es importante considerar cómo se intervendrá ante las resoluciones incorrectas o incompletas. En este punto será importante el análisis a priori para poder contar con preguntas que ayuden a reflexionar sobre lo realizado.
5. Decidir los materiales que serán necesarios para el desarrollo de las actividades. ¿Es necesario utilizar instrumentos de geometría? ¿Se trabajará con computadoras o celulares? ¿Se requiere el uso de calculadora?
6. Considerar instancias de descontextualización, generalización y sistematización, identificando los conocimientos construidos. Explicitar las nuevas relaciones, propiedades, nociones, reconociéndolos como saberes adquiridos y percibidas como eficaces para resolver determinada clase de problemas.



¿Cuáles de los criterios mencionados, en estos últimos dos apartados, ponen en juego habitualmente al momento de realizar una propuesta didáctica para el aula? ¿Utilizan algún otro que no esté siendo contemplado en los listados anteriores y que consideran valioso tener en cuenta?



ACTIVIDAD 1 (Lectura obligatoria y reflexión)

Como lectura obligatoria de la clase les proponemos que lean el apartado “Segundo ejemplo a partir de una secuencia de problemas”, correspondiente al documento “Recorridos en escenarios diversos. Recuperar lo trabajado en matemática” (páginas 14 a 19). Disponible en:

<https://www.educ.ar/recursos/158239/recorridos-en-escenarios-diversos-recuperar-lo-trabajado-en-/download/inline>

A partir de lo estudiado en los apartados anteriores de esta clase, analicen cada uno de los problemas propuestos en la lectura obligatoria. Por ejemplo, identificando relaciones entre ellos, el aporte de cada problema a los siguientes, qué cuestiones de las abordadas en un problema sirve para el próximo, qué asuntos se pueden seguir discutiendo, qué nuevas relaciones o conocimientos se ponen en juego, etcétera. Tomen nota de estas reflexiones porque podrán tomarse en cuenta para la actividad obligatoria correspondiente a esta clase y para el trabajo final del curso.

Acerca de las actividades de estudio

Hasta el momento hemos mencionado criterios que pueden orientar la elaboración de secuencias didácticas, enfocados fundamentalmente en las características de los problemas y su gestión en la clase. Sin embargo, el proyecto didáctico del/de la docente no puede dejar de lado la formación de los/as alumnos/as como estudiantes, por lo que la inclusión en la secuencia didáctica de actividades que apunten a crear y establecer estrategias de estudio resulta indispensable.



Todos los profesores esperan que los alumnos estudien fuera de la clase. Pero lo que los docentes entienden por estudio no es necesariamente lo mismo que entienden los estudiantes. Puede de esta manera generarse un malentendido. Pensamos que al ser el estudio una actividad compleja, que incluye trabajos de diversos órdenes, debe convertirse en un contenido de enseñanza. Es decir, los profesores deben proponer actividades en clase cuyo objetivo sea brindar estrategias de estudio que los alumnos puedan utilizar en la escuela y fuera de ella.

El estudio debe ser el objetivo principal del proceso didáctico: los alumnos van a clase para estudiar matemática. De esta manera, la enseñanza se constituye en un instrumento de apoyo para el estudio, produciendo cambios sustanciales en los roles del profesor y del alumno. Será necesario para ello un cambio de prácticas que tienda a que los alumnos acepten responsabilidades de su proceso de aprendizaje. Esto de ninguna manera significa que el rol del profesor será secundario. Sólo decimos que su rol será diferente del que tenía.

Napp, C., Novembre A., Sadovsky, P. y Sessa, C.; 2000.

En el siguiente video de las Jornadas “Libros para aprender”, las especialistas Mónica Agrasar, Claudia Broitman y Andrea Novembre reflexionan en torno a la siguiente pregunta: “¿Cómo enseñar a estudiar matemática en la escuela?”.



Si bien consideramos que toda la charla resulta un material valioso para pensar en torno a la problemática del estudio en la clase de Matemática, los invitamos a mirar dos fragmentos específicos, que nos van a permitir discutir sobre cuestiones particulares de esta clase. En primer lugar, el fragmento correspondiente al intervalo de 06:55 a 11:10; y en segundo lugar, el correspondiente a 1:08:23 a 1:15:40.





MESA III: ¿Cómo enseñar a estudiar matemática en la escuela?

<https://www.youtube.com/watch?v=jGLM2-TJuA&t=738s>

A partir del video anterior, queda claro que las investigaciones en didáctica de la matemática han dado cuenta de la importancia de incluir momentos (colectivos, entre pares o individuales) de reflexión sobre lo realizado, ya sea a propósito de la resolución de un problema o de un conjunto de problemas. Pensar acerca de lo hecho, explicitando aquello que se aprendió o se está aprendiendo (en forma oral o por escrito) es intrínseco a la actividad matemática y pueden ser consideradas actividades valiosas para colaborar en el estudio. Pero ¿qué otro tipo de tareas se pueden proponer con este fin? En el siguiente enlace van a poder encontrar un documento que contiene algunas ideas sobre actividades que pueden propiciar el trabajo en torno al estudio en la clase de matemática. Los invitamos a leerlo:



ACTIVIDAD 2 (LECTURA OBLIGATORIA)

En el “Documento No. 2. Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de las y los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática” (con el que estuvimos trabajando en el foro optativo de la Clase 3) se incluyen ejemplos e ideas de actividades concretas para incorporar en secuencias didácticas. Por lo que proponemos que completen la lectura iniciada en la Clase 3:

<https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf>



ACTIVIDAD 3 (OBLIGATORIA)

Participación en el foro de la clase 4

En la secuencia didáctica presentada en la actividad 1, se propone una actividad de síntesis que puede pensarse como una “actividad de estudio” similar a las que estuvimos trabajando en esta clase. Los invitamos a que, teniendo en cuenta las propuestas del material de lectura obligatoria de la Actividad 2, elaboren una “actividad de estudio” adicional que forme parte de esta secuencia.

Además, será fundamental que justifiquen su propuesta, a partir de lo trabajado en esta



clase.

Compartan sus producciones en el foro correspondiente a la clase 4.

Reflexiones finales

En esta última clase abordamos la enseñanza del estudio como parte constitutiva del proyecto del/de la docente y la importancia de organizar la clase de matemática a partir de secuencias de problemas. Uno de los aspectos centrales que se discutieron es que las secuencias didácticas, además de incluir problemas para la construcción de nuevos conocimientos matemáticos, pueden incluir otros tipos de problemas, como, por ejemplo, aquellos que involucran reinvertirlos, sistematizarlos, elaborar y/o estabilizar una determinada técnica, etcétera.

Por otro lado, enunciamos una serie de criterios que pueden ser útiles al momento de diseñar secuencias didácticas, considerando tanto el contenido para enseñar y los propósitos de las actividades como las diferentes etapas y tipos de tareas en este proceso.

Cierre del curso

Para finalizar queremos compartir algunas reflexiones acerca de lo que estuvimos trabajando a lo largo de este curso. En primer lugar, notamos que hacer matemática es tratar con problemas, lo que implica considerar no solo la resolución, sino también la reflexión posterior, con el objetivo de producir conocimientos que sirvan para enfrentarse a nuevas situaciones. A su vez, analizamos que las clases de Matemática se enriquecen cuando, a propósito de las resoluciones de las y los estudiantes, se da lugar a espacios colectivos en donde se discute acerca de las diferentes estrategias de resolución, se elaboran y se validan conjeturas, se debate acerca de ellas. Luego estudiamos algunas características de los problemas que favorecen la producción de conocimientos, a partir de los aportes de distintos autores y tomando como ejemplo un episodio de clase. En particular profundizamos sobre algunas propuestas para el aula en torno a la modelización matemática. En esta última clase, realizamos consideraciones acerca de las relaciones que deben existir entre los distintos problemas que constituyen una propuesta de enseñanza. Por este motivo, valoramos y analizamos las secuencias de enseñanza como un recurso potente para la producción de conocimiento matemático en el aula.



Esperamos que las discusiones que emergieron a propósito de las actividades propuestas hayan ampliado su mirada acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática y les hayan permitido reflexionar sobre su propia práctica, así como también brindado algunas herramientas para poner en práctica en el aula. Los invitamos a compartir sus impresiones en un último foro, el de despedida.



Foro de despedida

Los invitamos a compartir en el foro sus impresiones, reflexiones e ideas acerca de su paso por este curso.

Muchas gracias por habernos acompañado en este recorrido.

Actividades

ACTIVIDAD 1 (Lectura obligatoria y reflexión)

Como lectura obligatoria de la clase les proponemos que lean el apartado “Segundo ejemplo a partir de una secuencia de problemas”, correspondiente al documento “Recorridos en escenarios diversos. Recuperar lo trabajado en matemática” (páginas 14 a 19). Disponible en: <https://www.educ.ar/recursos/158239/recorridos-en-escenarios-diversos-recuperar-lo-trabajado-en-/download/inline>

A partir de lo estudiado en los apartados anteriores de esta clase, analicen cada uno de los problemas propuestos en la lectura obligatoria. Por ejemplo, identificando relaciones entre ellos, el aporte de cada problema a los siguientes, qué cuestiones de las abordadas en un problema sirve para el próximo, qué asuntos se pueden seguir discutiendo, qué nuevas relaciones o conocimientos se ponen en juego, etcétera.

Tomen nota de estas reflexiones porque podrán tomarse en cuenta para la actividad obligatoria correspondiente a esta clase y para el trabajo final del curso.



ACTIVIDAD 2 (LECTURA OBLIGATORIA)

En el “Documento No. 2. Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de las y los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática” (con el que estuvimos trabajando en el foro optativo de la Clase 3) se incluyen ejemplos e ideas de actividades concretas para incorporar en secuencias didácticas. Por lo que proponemos su que completen la lectura iniciada en la Clase 3:

<https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf>

ACTIVIDAD 3 (OBLIGATORIA)

Participación en el foro de la clase 4

En la secuencia didáctica presentada en la actividad 1, se propone una actividad de síntesis que puede pensarse como una “actividad de estudio” similar a las que estuvimos trabajando en esta clase. Los invitamos a que, teniendo en cuenta las propuestas del material de lectura obligatoria de la Actividad 2, elaboren una “actividad de estudio” adicional que forme parte de esta secuencia.

Además, será fundamental que justifiquen su propuesta, a partir de lo trabajado en esta clase.

Compartan sus producciones en el foro correspondiente a la clase 4.

Material de lectura

AA. VV. (2021). Recorridos en escenarios diversos: recuperar lo trabajado en matemática. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Napp, C.; Novembre, A.; Sadovsky, P. y Sessa, C. (2000). *Documento No. 2. Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática*. Buenos Aires: DGCE. Subsecretaría de Educación. Disponible en: <http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf>

Bibliografía de referencia

Itzcovich, H. [et al.] (2020). El libro de mate 1.º / 2.º. Libro del docente. Buenos Aires: Santillana.



Tarasow, P. (2013). *La tarea de planificar*. En: Castro A. [et. al]. *Enseñar Matemática en la escuela primaria. Serie Respuestas*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Tinta Fresca.

Créditos

Autores: Novembre, Andrea (coord.). Benito, Carolina; Nicodemo, Mauro; Sanguinetti, Débora; Trillini, María Paula.

Cómo citar este texto:

Novembre, A. (coord.); Benito, C.; Nicodemo, M.; Sanguinetti, D.; Trillini, Ma. P. (2022). Clase Nro. 4: las secuencias didácticas, una herramienta valiosa para la enseñanza. Curso: Un marco para pensar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirlGual 3.0