Biblioteca **Nuestra Escuela** 2023 | Cuadernos para la enseñanza

Nuestra Escuela
Programa Nacional de Formación Permanente

Colección **Actualizaciones Académicas**

Actualización Académica en enseñar y aprender matemática en el nivel primario

Módulo 5: **La planificación como herramienta profesional**

la educación nuestra bandera

INFoD
Instituto Nacional de Formación Docente

Ministerio de Educación
Argentina

Índice

Clase 1: La enseñanza del cálculo mental y la diversidad del aula

Bienvenida a la clase e introducción

Hola a todas y todos. Los recibimos con mucha alegría, en nuestra primera clase, en la que volveremos sobre algunas de las ideas centrales planteadas en los Módulos 1 y 3.

En primer lugar, retomando el Módulo 1: "Problemas y decisiones de enseñanza" y el texto "Cronologías de aprendizaje" de Flavia Terigi (2010), reconocemos que el proceso de aprendizaje de cada niña y cada niño es diferente, que cada una y cada uno avanzará en función de las posibilidades reales de transitar experiencias formativas que le permitan, a partir de sus saberes previos, la construcción significativa de los conocimientos matemáticos que la escuela se propone enseñar. En segundo lugar, asumimos el enorme desafío de abordar lo heterogéneo del aula en condiciones de enseñanza simultánea. Entonces, nos preguntamos: ¿cómo garantizar aprendizajes comunes para todas y todos?, ¿cómo traducir los diferentes tiempos y modos de aprendizaje de manera concreta al planificar una clase?, ¿cómo hacer para que la diversidad del aula opere a favor de la enseñanza?

Para pensar en estas preguntas y analizar cómo favorecer trayectorias escolares significativas para todos los niños y niñas de la clase consideraremos un caso de la práctica. Esto nos permitirá abordar estrategias para la enseñanza del cálculo mental y para el trabajo con las propiedades que fundamentan los procedimientos de cálculo.

Para acompañar en estas reflexiones, tal como en otros módulos, incluimos momentos para "detenerse a pensar" de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

La planificación en el aula en el diálogo entre maestra y residentes

Compartimos, en distintos episodios, los intercambios entre Nicolás, que está en el último tramo de sus prácticas docentes en 4to grado, con María Luz, la docente del grado, y con una compañera, Romina, que tiene que planificar para 6to grado.

Al leer cada episodio, las y los invitamos a pensar las respuestas a las preguntas que se plantean para reflexionar sobre el diálogo, en la segunda columna. Para esto es posible retomar la lectura de algunos párrafos de las clases de los módulos mencionados y luego escribir sus reflexiones.

Episodio 1

Nicolás, luego de observar varias clases, se reunió con la maestra para hablar sobre el contenido que deberá abordar en la secuencia de Matemática.

María Luz: –Quiero que trabajes en afianzar el repertorio multiplicativo. Tal como viste, en las clases ya hicimos mucho trabajo sobre la tabla pitagórica, ya analizamos las propiedades, cómo pensar productos a partir de otros, cómo usarla para dividir con y sin resto. **Nicolás**: –Si, vi que había carteles escritos por los chicos explicando las relaciones entre las distintas tablas. Pero entonces, ¿qué quiere que trabajemos específicamente? **María Luz**: –Ahora quiero que las memoricen, que las tengan totalmente disponibles. En poco tiempo vamos a avanzar en el trabajo de la división a propósito del algoritmo por aproximaciones sucesivas pero si no manejan las tablas estos procedimientos van a ser larguísimos. **Nicolás**: –¿Puede ser a través de juegos? **María Luz**: –Me parece muy buena idea. En un nuevo encuentro…	¿Qué aspectos interesa destacar en relación con la enseñanza del cálculo mental? ¿En qué sentido el juego puede considerarse un recurso para la enseñanza? ¿Qué es importante tener en cuenta a la hora de jugar?

Nicolás: –Usé los Cuadernos para el aula de 3° y 4° año, pensé usar el Juego del Gato, con el tablero de 9 factores. Y preparé tres clases a ver si estoy encaminado. **María Luz**: –A ver… miremos juntos… armaste tres clases. ¿Me contás cómo las pensaste? **Nicolás**: –Empecé con un juego como habíamos conversado. Elegí el juego del Gato con la idea de que, después de jugar dos veces en la primera clase, pueda armar una puesta en común para discutir cómo encontraron los productos y recuperar las diferentes estrategias utilizadas por las y los chicos. **María Luz:** –¿Y para la segunda clase? **Nicolás**: –Voy a proponer varios problemas en el contexto del juego pero tendrán que responderlas pensando en lo que hicieron en la clase anterior. Y veré sobre cuáles de las preguntas plantear una discusión entre todos. **Maria Luz**: –A ver… (lee los problemas) Me parece bien que hayan puesto el tablero con el que jugaron, para varios es un apoyo para pensar cómo resolver. **Nicolás**: –En la tercera clase puse dos momentos, pero no sé si vamos a llegar. Primero juegan otra vez, luego contestan dos preguntas y hacemos la puesta en común. Al final tienen que completar cálculos… creo que a eso no llego. **María Luz**: –Me parece bien el orden de las actividades. Dejame que la vuelva a mirar y conversamos otra vez. No te preocupes si no llegás, la actividad de completar cálculos puede ser para que la hagan en su casa y luego la retomamos en clase	¿Cuál es la variedad de actividades que incluyó Nicolás en la secuencia? ¿Qué aporta cada actividad?

Cuando realizan una planificación áulica sobre el cálculo mental con números naturales, ¿qué cuestiones incluyen? Registren aquello que consideren que no puede faltar.

Los problemas que eligió Nicolás son los siguientes:

Problemas de la clase 2 de Nicolás

a.- Indicá en qué casillero del cuadro de productos ponen la ficha:

Cuadro de productos

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

Fila de factores

1	2	3	4	5	6	7	8	9

b- Si marco el 24 en el Cuadro de productos y una ficha estaba en el 3 de la Fila de factores, ¿dónde estaba la otra ficha en la fila de factores?

c- Juan colocó las fichas en el 6 y el 7 y marcó el 32 en el cuadro de productos, ¿estás de acuerdo?

d- Mariana quería marcar el 16 en el Cuadro de productos y decidió poner una ficha en el 5 de la Fila de factores y busca en qué otro número podrá poner la otra ficha, ¿podrá lograrlo?

e- Mariano quería marcar el 30 en el tablero de productos y encontró las fichas de la fila de factores en el 8 y 5. ¿Podrá mover para lograrlo? Si es así, ¿cómo le conviene mover?

Problemas de la clase 3 de Nicolás

a- Andrés dice que él siempre empieza colocando dos fichas en el 6 de la fila de factores y marca el 36 en el tablero de productos. En cambio, Julieta dice que ella comienza en cualquier lugar. ¿Qué habrá pensado cada uno?, ¿quién te parece que tiene más posibilidades de ganar?

b- ¿Por qué no está el 17 o el 29 en el tablero de productos?

Se realiza una puesta en común a partir de la pregunta ¿cuáles son las estrategias que permiten ganar el juego? para promover la reflexión y análisis de las estrategias ganadoras y, a partir de ello, dar lugar a la explicitación y comparación de la cantidad de descomposiciones en factores que admiten distintos números.

Completá según corresponda:

6 x 7 =	8 x __ = 32	___ x ___ = 81
4 x 9 =	__ x 3 = 27	____ x ___ = 24
8 x 8 =	7 x __ = 63	____ x ___ = 24

Retomemos primero algunos párrafos del Módulo 3 “Temas de enseñanza de Número y Operaciones” acerca de la enseñanza del cálculo.

Entendemos que una buena formación en torno al cálculo requiere:

- *disponer de un repertorio memorizado de cálculos aditivos y multiplicativos, conocer las propiedades de las operaciones y distintas formas de descomponer los números, para obtener nuevos cálculos a partir de otros conocidos.*

- *conocer diversos procedimientos de cálculo para seleccionar los más adecuados según los números que intervienen y la precisión requerida.*
- *controlar la razonabilidad de los resultados que se obtienen a través de la estimación.*
- *dominar el uso de la calculadora.*

Y, desde una perspectiva ciclada, planteamos la necesidad de recorrer un camino constructivo que avance desde:

- *procedimientos personales hacia otros más cortos y efectivos.*
- *el uso de las propiedades de las operaciones en el primer ciclo a su reconocimiento y explicitación en el segundo.*
- *validaciones apoyadas en el contexto extramatemático y los ejemplos hacia otras más generales y descontextualizadas.*

(Módulo 3, clase 1)

En particular, sobre el cálculo mental:

"…. La concepción de cálculo mental que vamos a desarrollar no excluye la utilización de papel y lápiz, particularmente en cuanto, por ejemplo, el registro de cálculos intermedios en un proceso que es, en lo esencial mental. Parece más neta y fundamental la distinción entre el cálculo en el que se emplea de modo sistemático un algoritmo único, sea cuales fueren los números a tratar y el cálculo en el que, en función de los números y la operación planteada, se selecciona un procedimiento singular adecuado a esa situación, y que puede no serlo para otra. (…) El conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados. Los procedimientos de cálculo mental se apoyan en propiedades del sistema de numeración decimal y en las propiedades de las

> *operaciones y ponen en juego diferentes tipos de escrituras de los números, así como diversas relaciones entre los números".* (Parra, p. 222)

Seguramente, antes del trabajo con la tabla pitagórica las alumnas y alumnos de cuarto grado han resuelto problemas en contexto extramatemático, explorando sentidos de la multiplicación y la división, con diversos procedimientos de cálculo.

> *El trabajo sobre problemas intramatemáticos en torno al cálculo en el segundo ciclo es fundamental no solo para afianzar lo aprendido en el primer ciclo, sino que resulta un punto de apoyo imprescindible para el trabajo propio de la escuela secundaria. La posibilidad de avanzar en el trabajo algebraico requiere de una base aritmética sólida y esa solidez no se alcanza con la ejercitación de algoritmos sino con la comprensión de las propiedades de las operaciones en relación con la estructura del sistema de numeración.*
>
> *(Módulo 3, clase 2)*

> *Por otra parte, como venimos planteando, toda práctica matemática resulta incompleta si no ofrecemos a las y los alumnos situaciones en las que puedan explorar, formular interrogantes, producir e interpretar conjeturas y afirmaciones de carácter general y analizar su campo de validez, defender sus propios puntos de vista, considerar ideas y opiniones de otros, debatirlas y elaborar conclusiones.*
>
> *(Módulo 3, clase 2)*

El juego resulta una herramienta didáctica potente cuando se consideran algunas condiciones que retomamos en los párrafos siguientes:

> *En relación con cada juego que se elige, es importante recordar que:*
>
> - *es necesario jugar más de una vez*

- *al incorporar la reflexión después de jugar se promueve que las y los niños expliciten las estrategias utilizadas para decidir cuáles funcionaron mejor. Al volver a jugar, estas estrategias podrán ser utilizadas por quienes no lo hicieron al inicio.*
- *es conveniente que en el juego las y los niños realicen registros de los cálculos utilizados. A continuación, se podrá generar espacios de reflexión sobre su característica común.*
- *es conveniente que el juego esté inserto en una secuencia de actividades que incluya algunas que evoquen el juego para, por ejemplo, decidir una jugada, analizar la jugada de otro, argumentar por qué una jugada vale o no vale.*
- *es necesario incorporar a la secuencia actividades fuera del contexto del juego, por ejemplo, cálculos incompletos o nuevos cálculos donde se pueden usar los de la lista para resolver, esa lista se puede volver un conocimiento más reutilizable a futuro.*

(Módulo 3, clase 1)

Tal como se afirma en la introducción de "Juegos, un recurso para aprender" (2004)
"Los juegos poseen la ventaja de interesar a los alumnos, con lo que, en el momento de jugar, se independizan relativamente de la intencionalidad del docente y pueden desarrollar la actividad, cada uno a partir de sus conocimientos. Pero la utilización del juego en el aula debe estar dirigida a su uso como herramienta didáctica: jugar no es suficiente para aprender. Justamente, la intencionalidad del docente diferencia el uso didáctico del juego de su uso social. En el momento de jugar, el propósito del alumno es siempre ganar, tanto dentro como fuera de la escuela. El propósito del docente, en cambio, es que el alumno aprenda el contenido que está involucrado en el juego"

(Módulo 3, clase 4)

Retomemos también algunos párrafos acerca de la perspectiva de enseñanza que nos orienta en torno a la actividad matemática en las clases de los Módulos 1 y 3:

Pensar la Matemática como un cuerpo de conocimientos lógicamente organizado, un lenguaje que permite expresar ideas abstractas o como un campo de conocimientos en el que trabaja una cierta comunidad que desarrolla prácticas de producción, lleva a tomar decisiones muy distintas en relación con su enseñanza. Y, a su vez, esto impacta fuertemente en las posibilidades que se da a los niños y niñas de acceder a ella.

En el apartado Elegir los problemas de Cuadernos para el aula, mencionábamos: "Consideramos que cada actividad constituye un problema matemático para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir, si estos le permiten iniciar la resolución del problema y, para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándolas y estableciendo nuevas relaciones".

(Módulo 1, clase 2)

La concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos y, a su vez, cada noción va adquiriendo una forma particular según los contextos en los que se usa y el tipo de prácticas asociadas. Con lo cual las decisiones que tomamos al seleccionar contextos y actividades en nuestra planificación resulta clave en relación con el tipo de saberes que pueden ir construyendo nuestras alumnas y alumnos.

(Módulo 1, clase 2)

También revisemos algunas ideas en torno al tipo de actividades a incluir en nuestras planificaciones miradas desde el punto de vista de los contextos y la descontextualización.

Si todas las actividades refieren a usos de los conocimientos matemáticos en contextos particulares y no se incluyen problemas intramatemáticos en los que esos conocimientos se estudien de manera explícita, no hay posibilidad de identificarlos, relacionarlos con otros conocimientos y reutilizarlos en otros contextos.

(Módulo 1, clase 2)

La posibilidad de independizar una noción de los contextos particulares en los que se usa, depende tanto de la variedad de contextos explorados como de sucesivas descontextualizaciones. Para ello es necesario alternar momentos de trabajo intra y extra matemático, con otros de análisis y sistematización de las conclusiones a las que se vaya arribando.

(Módulo 3, clase 4)

Episodio 2

En este episodio, el diálogo entre la docente de 4º grado y el residente es a propósito de la devolución de la docente en relación con la planificación.

María Luz: –Estuve mirando toda la planificación, me parece que está muy bien orientada, pero se podría fortalecer más la parte de memorización. Te pido que, para los momentos de puesta en común, incluyas posibles conclusiones a las cuales podrían arribar y qué carteles podrían construir entre todos, así van anotando los productos que ya saben. Otra preocupación es que esta propuesta está muy bien para la mayoría. Pero hay cuatro chicos que esto lo tienen "bien clarito" y son los que siempre contestan y otros cuatro que todavía no tienen memorizados ni los dobles. **Nicolás**: –Si, esto pasa en la mayoría de los grados. **María Luz**: –¿Cómo pensás armar los grupos para el juego? **Nicolás:** –En un principio pondría a los chicos que más pueden con los que menos pueden así los que "saben" le muestran como es el juego a los que les cuesta. Luego los dejaría elegir libremente.	¿Por qué es importante el registro y el trabajo sobre las conclusiones?
María Luz: –Te sugiero que sobre esta secuencia pienses para cada clase actividades alternativas para los chicos que te comenté. Tal vez	¿Cómo genera Nicolás distintas

convenga que armemos juntos la organización de los grupos, teniendo en cuenta lo que las y los chicos saben: ● los que no tienen construido un repertorio memorizado mínimo de productos o recién se inician con el tema de enseñanza. ● los que conocen algunos productos pero tienen que fortalecer sus conocimientos antes de avanzar ● los que pueden avanzar en la construcción de un nuevo repertorio. **Nicolás**: –Estuve revisando otros materiales donde el juego del Gato se propone en una versión más sencilla, modificando la fila de factores hasta el 6 y el correspondiente cuadro de productos. **María Luz**: –Sí, y para los que ya conocen casi todos los productos del tablero, puede ir una con productos hasta el 12. **Nicolás**: –Entonces ¿todos juegan al mismo tiempo, cada grupo con su tablero? **María Luz**: –Sí, y después de dos o tres partidas, le pedís a cada grupo que registre los productos que usan en una tabla de dos columnas: productos “fáciles” (si saben el resultado rápidamente) y productos “difíciles” (si tienen que construir el resultado). **Nicolás:** –En la puesta en común, ¿discuten las estrategias?, ¿les pregunto cómo encontraron los productos? **María Luz**: –Sí y también podrías preguntar si hay cálculos con el mismo resultado y por qué les parece que ocurre esto. Y es muy importante, aunque te lleve más tiempo, que escriban un cartel con los productos de cada grupo. En cada cartel se pueden anotar por separado las listas de los productos que se alcanzan con una	actividades que, atiendan a la diversidad? ¿Por qué insiste

multiplicación y las que se alcanzan con dos o más. Hay que buscar ejemplos de los tableros de todos los grupos. ¿Qué conclusiones podrías anotar? Seguí pensando en esto y me lo mandas mañana, ¿te parece? **Nicolás**: –Claro, se lo envío por mail **Envío de Nicolás** <u>Conclusiones</u> Se obtiene el mismo producto con los factores en distinto orden (propiedad conmutativa). Muchos productos se obtienen con distintos factores 12 = 2 x 6 y 12 = 3 x 4 <u>En los cuadernos</u> Copiá 4 multiplicaciones cuyos productos conocés bien y escribí otras que puedas derivar de ellas. Copiá 4 multiplicaciones cuyos productos te cueste memorizar. Para cada uno escribí otro que conozcas y puedas relacionar con él. Para la 2da y 3era clase Nicolás adapta los problemas planteados según los distintos tableros utilizados.	María Luz en el registro de productos fáciles y difíciles?

Para pensar en el trabajo matemático ante la diversidad de conocimientos de los niños y niñas retomemos algunos párrafos del texto de Flavia Terigi (2010) “Cronologías de aprendizaje” que apunta a analizar por dónde va el saber pedagógico y, en particular, el saber didáctico.

“Los chicos no aprenden las diferentes materias de la misma manera ni con el mismo interés ni con la misma profundidad. Y posiblemente el reconocimiento de esta verdad conocida es bastante usual en la vida cotidiana de la escuela, pero lo que no es usual es que esto se traduzca en la programación didáctica en el reconocimiento de estos diferentes niveles de aprendizaje, en aceptar que algunos van a aprender mucho más de ciertas materias que de otras, sin resignar lo que queremos que aprendan todos. No está mal que algunos aprendan más unas materias que otras, el asunto es qué es lo que nosotros queremos asegurar como aprendizajes comunes para todos. (...) Lo mismo se puede decir de los contenidos: ciertas selecciones temáticas que hacemos son tan fragmentadas ellas mismas que es imposible pensar que en torno a ellas pueden estructurarse distintos niveles de aprendizaje. Si nosotros queremos manejar varias cronologías de aprendizaje, una de las propiedades que tienen que tener por los menos algunos de los temas que propongamos es que permitan distintos niveles de aprendizaje. Esto requiere un recorte del contenido muy diferente de esta hiper-fragmentación a la que nos puede haber conducido el saber monocrónico. No es solamente definir núcleos temáticos más poderosos, más potentes, sino además traducir estos diferentes niveles de aprendizaje de manera concreta en la programación… aún allí donde han sido homogeneizados por alguna condición (por ejemplo, por sus bajos niveles de aprendizaje), se presentan muchas diferencias en cuanto a los ritmos y niveles de aprendizaje de los chicos, y si la respuesta es hacer con todos lo mismo, se termina reproduciendo exactamente aquello que se quería combatir”.

Planificar la enseñanza en un aula diversa implica tomar decisiones en relación al contenido a enseñar y al repertorio de actividades a proponer apoyándose en la idea de variable didáctica. Así, los cambios generados intencionalmente sobre una propuesta inicial permiten movilizar distintos saberes. Estos repertorios podrán contribuir a que todas y todos los alumnos y alumnas, a su tiempo, alcancen saberes básicos “irrenunciables”. A su vez, esta variedad de propuestas dará lugar a distintos recorridos en los que se profundizan distintos contenidos que no son necesariamente comunes.

Como se menciona en el Módulo 1: “Problemas y decisiones de enseñanza”:

La variable didáctica, una herramienta “poderosa” para la enseñanza en las aulas diversas

> *Disponer de diferentes versiones de un mismo problema en el aula, atendiendo simultáneamente la enseñanza del contenido y su diversidad, requiere que el docente tome decisiones al momento de planificar una propuesta de enseñanza, a partir de “manipular” las variables didácticas que el problema posibilita. Como lo proponen Broitman, Escobar, Sancha y Urretabizcaya (2015) ...es posible lograr que una situación sea efectivamente desafiante para todos mediante un abanico de intervenciones de comando de variables didácticas que permita modificar el nivel de complejidad sobre el mismo recorte de un contenido matemático.*
>
> *(Módulo 1, clase 1)*

Para avanzar sobre cómo organizar la clase en la actividad cotidiana teniendo en cuenta las distintas trayectorias, recuperamos la idea del “momento de organización, en términos de construir con los chicos memoria de trabajo”.

> *“La memoria de trabajo: hicimos esto, vamos para allá, se acuerdan que veníamos de esto y lo vamos a retomar dentro de..., ese tipo de frases que un investigador que se llama Mercer denomina “frases del tipo nosotros”, que construyen experiencias compartidas, son fuertes mecanismos de protección contra la discontinuidad en que quedan sumidas las cronologías de aprendizaje como consecuencia de la fragmentación que produce el propio cronosistema.*
>
> *Ese momento de organización aparece como una estrategia valiosa que permite que los chicos le den conexión y sentido a lo que de otro modo sólo tiene conexión y sentido en la planificación del maestro... ¿Qué tiene que ver lo que hicimos ahora con lo que hicimos antes y con lo que vamos a hacer luego? Ese tipo de cosas hay que protegerlas en este momento de organización.”*

Nuestra Escuela
Programa Nacional de Formación Permanente

INFoD
Instituto Nacional de Formación Docente

Ministerio de Educación
Argentina

(Terigi, 2010)

Para continuar profundizando en la memoria de trabajo podemos reflexionar sobre "qué se habla y qué se puede escribir" en las clases de matemática, al analizar lo expresado por las y los niños al momento de realizar distintos procedimientos para multiplicar números de 2 cifras:

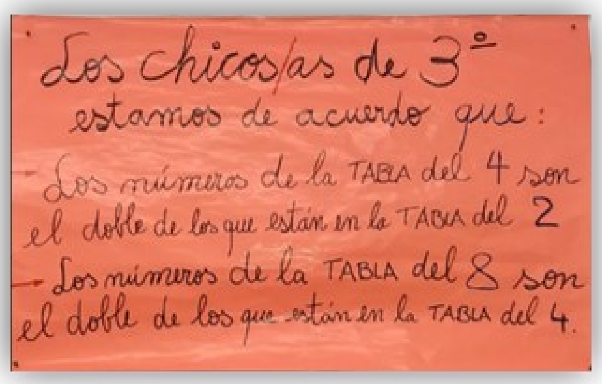
> *Las explicaciones son de tipo descriptivo del hacer, punto de partida del proceso de comunicación de sus ideas más allá de los símbolos matemáticos. Queremos destacar la importancia de este tipo de tarea como un modo de volver sobre lo pensado lo que implica un avance en la conceptualización de las descomposiciones numéricas y de la "reglas" –propiedades– utilizadas.*
>
> *(Módulo 3, clase 1)*

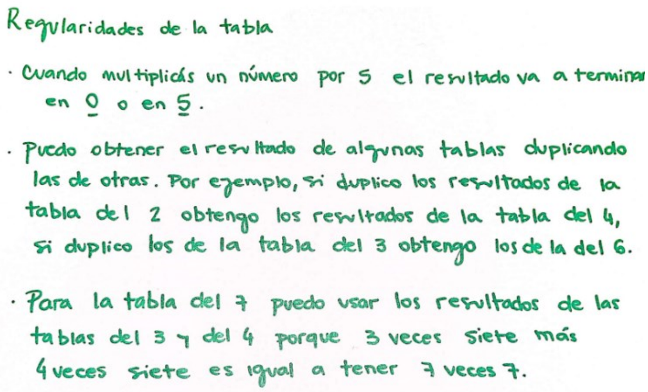
Al respecto, Etchemendy, M. y Zilberman, G. (2012) sostienen:

> *"El lenguaje oral permite que las ideas se exterioricen con facilidad, que circulen en la clase, que pasen del ámbito de lo privado a lo público para poder ser compartidas pero, a diferencia del lenguaje escrito, no deja huellas, es pasajero y temporal. (...) El hecho de anotar, aunque sólo consista en relatar lo realizado, requiere, en cierta medida, volver a pensar en el modo de obtener el resultado y, en algunos casos, involucra un comienzo del proceso de toma de conciencia del camino desplegado al objetivar la acción desarrollada. ¿Qué significa el acto de escritura desde el trabajo personal de cada niño? El acto de escribir contribuye a reorganizar el pensamiento, es decir la escritura funciona como una herramienta cognitiva que ayuda a ordenar lo que se piensa sobre el asunto"* (p. 214)

Esto nos lleva a pensar en la importancia de incluir distintos portadores de información para apoyar el trabajo áulico a la vez que, también, permite evocar los conocimientos matemáticos ya construidos por el grupo escolar en su propio lenguaje. Estos portadores pueden incluir repertorios trabajados y/o conclusiones a las que se arribó con las y los niños después de la puesta en común.

Hemos analizado en profundidad en las clases distintos ejemplos en los que los niños y niñas registran listas de cálculos, afirmaciones sobre procedimientos (provisorias y más elaboradas) y, más adelante, las propiedades de las operaciones vinculadas a los procedimientos de cálculo.





Imagínense como directores de una escuela primaria en una primera reunión de personal en el mes de febrero. Después de acordar sobre la planificación anual, se establecen acuerdos acerca de la enseñanza del cálculo mental, ¿qué cuestiones deberían priorizarse en las unidades de trabajo referidas a este tema?, ¿qué tener en cuenta al elegir las actividades para planificar las secuencia de enseñanza?

Foro 1

Cálculo mental campo multiplicativo con números naturales

Estimadas y estimados colegas:

Comparto con ustedes este espacio pensado para el intercambio de la Clase 1 La enseñanza del cálculo mental y la diversidad del aula. Luego de la lectura de la clase del módulo como de las lecturas sugeridas propuestas, participen en el foro con dos intervenciones:

1. Compartiendo alguno de los criterios que considere prioritarios acerca de la planificación de secuencias de actividades para la enseñanza del cálculo mental en el campo multiplicativo con números naturales
2. Comentando el aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Las y los invito a leernos y mantener un diálogo fluido, a aprovechar esta maravillosa oportunidad de reflexionar y profundizar sobre la enseñanza en aulas diversas de manera colaborativa.

¡Nos leemos!

Foro 2

Cálculo mental campo aditivo con números decimales

Estimadas y estimados colegas:

Comparto con ustedes este espacio pensado para el intercambio de la Clase 1 La enseñanza del cálculo mental y la diversidad del aula. Luego de la lectura de la clase del módulo como de las lecturas sugeridas propuestas, participen en el foro con dos intervenciones:

1. Compartiendo alguno de los criterios que considere prioritarios acerca de la planificación de secuencias de actividades para la enseñanza del cálculo mental en el campo aditivo con números decimales
2. Comentando el aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Las y los invito a leernos y mantener un diálogo fluido, a aprovechar esta maravillosa oportunidad de reflexionar y profundizar sobre la enseñanza en aulas diversas de manera colaborativa.

¡Nos leemos!

Episodio 3

En este episodio, compartimos el diálogo entre Nicolás y Romina, una compañera que está haciendo sus prácticas en 6to grado, luego del intercambio inicial respecto de las docentes y de los grupos que les tocaron.

Nicolás: –Romina, ¿qué tema te dieron? **Romina:** –La docente está con la lectura y escritura de decimales, también con comparación. Está muy preocupada porque con la pandemia los chicos vieron muy poco de esto. Me pidió que planifique suma y resta con decimales. **Nicolás:** –Si, eso es muy general, ¿qué te pidió específicamente? **Romina:** –Todo tipo de cálculo: mental, aproximado y algorítmico **Nicolás:** –Y vos, ¿con cuál vas a empezar? **Romina:** –Pensaba retomar el cálculo algorítmico que se supone que trabajaron en 5to. **Nicolás:** –¿Vos crees que con la pandemia llegaron a trabajarlo? Yo empezaría justamente al revés, proponiendo juegos para que sumen o resten decimales usando procedimientos diversos. Te acordás que en el profesorado vimos “El cinco y medio” que era como “El siete y medio”. Luego Nicolás le cuenta sobre el Juego del Gato y sus intercambios con la docente respecto a trabajar con la diversidad. Cuando vuelven a encontrarse, se produce el siguiente diálogo: **Romina:** –Nico, sirvió mucho lo que hablamos el otro día. Estoy armando la planificación a partir del juego “El huevo”. Armé distintas versiones de dados: Dado 1: 0, 25 - 0,50 - 0,75 - 1 - 1,25 - 1,50 Dado 2: 0,1 - 0,01 - 0,001 - 0,5 - 0,05 - 0,005	¿En qué sentido se sostiene que los niños y niñas extienden lo que saben respecto de los números naturales al nuevo campo numérico? Además de las sugerencias de Nicolás, ¿qué otras cuestiones debería considerar

Dado 3: 0,30 – 0,50 – 0,70 – 0,20 – 0,60 - 0,40 **Nicolás:** –¡Qué buena idea! **Romina:** –Nico, necesito pedirte un favor, ¿podríamos jugarlo juntos? La docente, al leer la planificación, me indicó que pensara en qué repertorio del cálculo con naturales se pueden apoyar para resolverlos y que detalle algunos procedimientos que podrían usar. ¡Ah!, también me dijo que piense qué errores podrían cometer.	Romina en su planificación en relación con el cálculo mental con decimales?

Retomemos, en primer lugar, algunas ideas de la Clase 3 del Módulo 3 "Temas de enseñanza de Número y Operaciones" acerca de la enseñanza de los números racionales.

En el Cuaderno para el aula de 6to año se afirma que

> *"Conocer los números implica no sólo conocer los modos de referirse a ellos en forma escrita u oral, es decir, sus representaciones (con símbolos numéricos, en la recta numérica, etc), sino también sus propiedades, las relaciones que pueden establecerse entre ellos (de orden, aditivas o multiplicativas), cómo intervienen en los cálculos, cómo se usan en las operaciones que resuelven problemas y, más adelante, el tipo de estructura que forman".* (p.39)

En el primer ciclo de la escuela primaria, los niños y niñas trabajan fundamentalmente con el campo de los naturales y construyen ciertas certezas acerca de esos números: "cada número tiene un siguiente", "entre 3 y 4 no hay ningún número", "a mayor cantidad de cifras el número es más grande", "si dos números tienen igual cantidad de cifras, el primero es el que manda". Algunas de estas certezas podrán extenderse al campo numérico de los racionales y otras serán cuestionadas.

A partir de operar con los números naturales los niños/as podrían afirmar que "al sumar y multiplicar números distintos de 0 siempre se obtiene un resultado igual o mayor a los números involucrados", "al restar o dividir se obtiene un resultado menor". Cabe preguntarnos, ¿qué pasa con las operaciones en el nuevo campo numérico? ¿Esas propiedades se cumplen? Y, por otro lado, ¿se conservan las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva?

El conocimiento de los números racionales requiere de un proceso largo de aprendizaje, que recorre y trasciende la escuela primaria al abordarse en el nivel secundario la delimitación de este campo numérico al iniciarse el estudio de situaciones que no pueden resolverse con números racionales y requieren de números irracionales.

(Módulo 3, clase 3)

En segundo lugar, acerca de la perspectiva de enseñanza que nos orienta en relación al cálculo con los números racionales.

> *"Se espera que este proceso de resolución y análisis por parte de los alumnos contribuya al progreso de la utilización de procedimientos más económicos de cálculo, al uso de diferentes recursos y al control de los resultados de multiplicaciones y divisiones con números racionales. Hoy la meta ya no es el dominio de los algoritmos con lápiz y papel sino disponer de una variedad de estrategias que permitan, frente a un desafío de cálculo, decidir cuál es el procedimiento más conveniente priorizando el uso de la calculadora, previa estimación del resultado". (Notas para la enseñanza 2, 2014, 8).*

(Módulo 3, clase 4)

Tengamos en cuenta que, el alcance del trabajo en los NAP para 6to año es el siguiente:

- operar seleccionando el tipo de cálculo y la forma de expresar los números involucrados que resulte más conveniente en función de la situación y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.

> *- elaborar y comparar procedimientos de cálculo –exacto y aproximado, mental, escrito y con calculadora- de divisiones de expresiones decimales, incluyendo el encuadramiento de los resultados entre naturales y analizando la pertinencia y economía del procedimiento en relación con los números involucrados.*
>
> (NAP segundo ciclo, 2003)

Respecto a las sumas y restas con números decimales decíamos que:

Sabemos que los números decimales se escriben extendiendo las reglas que se usan para los números naturales en el sistema de numeración decimal y, como se trata de expresar valores menores que la unidad, en cada posición a la derecha de la coma se va dividiendo por 10 para obtener décimos, centésimos y milésimos.

Así, a la hora de operar se trata de extender las mismas reglas atendiendo a ciertas diferencias y reconociendo ciertas dificultades. Cada número se expresa con "partes del entero del mismo tipo" y esto permite pensar en sumar o restar décimos con décimos, centésimos con centésimos, etc. y lo mismo ocurre al multiplicar un decimal por un natural, se puede repetir el valor de cada posición del decimal tantas veces como indica el número natural.

** Para sumar o restar decimales, basta considerar el valor posicional de cada cifra, atender a la necesidad de agrupar o desagrupar según sea necesario y usar las propiedades conocidas.*

Si se está sumando y se decide descomponer los números aditivamente, se podrá cambiar el orden de los sumandos (propiedad conmutativa) y asociarlos como convenga (propiedad asociativa) en función de las sumas o restas que se tengan disponibles.

También sabemos que lograr un dominio flexible del cálculo requiere que los alumnos tengan la oportunidad de desarrollar estrategias apoyadas en las propiedades de las operaciones, la construcción y memorización de ciertos cálculos, en la descomposición de números de distintas formas y en el uso de reglas construidas como "consejos".

Con respecto a las fracciones y los decimales, podemos conformar una lista de tipos de cálculos y estrategias que es interesante ir trabajando

- *Para sumar y restar*

Sumas y restas que involucren ½ y ¼ como en 3 ½ + 2 ¾

Complemento de una fracción al entero más próximo

Sumas que dan 1 como ½ +1/3 + 1/6

Sumas y restas que compongan 0,25; 0,50; 0,75 como en 3,75 + 1,50

Complementos de décimos y centésimos al entero más próximo

Resultados de sumar o restar 0,1; 0,01; 0,001; etc.

(Módulo 3, clase 4)

Añadiendo a lo ya explicitado en relación con el juego y con el armado de secuencias para trabajar con la diversidad de conocimientos en el aula, es posible agregar:

Los juegos tradicionales suelen presentar reglas claras y el hecho de que hayan perdurado en el tiempo tiene que ver con las condiciones que presentan. Recordar juegos como "El huevo" o el "Siete y medio" nos inspiran para inventar juegos como los siguientes que nos permiten abordar las sumas (y restas) con decimales o fracciones con sumandos que compongan 0,25; 0,50; 0,75 o que involucren ½ y ¼.

(Módulo 3, clase 2)

En función de los repertorios incluidos en los distintos dados se modificarán las estrategias de cálculo y se podrá apelar a distintos repertorios ya conocidos con los números naturales.

¿Qué actividades se podrán proponer para después de jugar? En principio, se promoverá que realicen lo ya vivido en forma individual, con actividades de evocación del juego o juego simulado. En otras, se pueden plantear nuevos desafíos.

(Módulo 3, clase 4)

Actividades

Actividades obligatorias

- Foro de presentación
- Foro de intercambio
- Actividad de entrega

Actividad optativa

- Foro de consultas

Actividad de entrega de la clase

Retomen las preguntas que acompañan a los episodios, sus notas y las reflexiones realizadas en los "Detenerse a pensar" al realizar la lectura de la clase.

1. Seleccione una de las dos opciones: cálculo mental en el campo multiplicativo con números naturales para el segundo ciclo o cálculo mental en el campo aditivo con números decimales para el segundo ciclo.
2. De la opción elegida, enumeren cuatro criterios específicos que consideran relevantes para planificar la enseñanza del cálculo mental en el segundo ciclo, especificando el año/grado
3. Elaboren un texto breve dirigido a un colega recién recibido con orientaciones para planificar la enseñanza teniendo en cuenta tanto las cuestiones consideradas en el ítem 2 como las alternativas de actividades para atender a la diversidad de conocimientos del aula. Justifiquen su elección.

4. Revisen las lecturas de las clases del Módulo 3 y seleccionen un material bibliográfico que le recomendarían a una/un colega en relación con este tema. Menciónelo y presente una reseña del mismo que, además de justificar su elección, busque persuadir a quien lee de su importancia.

Envíen sus respuestas al tutor a través del buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad), con una extensión máxima de dos carillas.

- Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

Referencias bibliográficas

Agrasar, Monica, Chemello, Graciela y Elizondo Sara (2022). Clase Nro.1: Decisiones para fortalecer las trayectorias. Curso 1: Problemas y decisiones en la enseñanza. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Agrasar, Monica, Chemello, Graciela y Elizondo Sara (2022). Clase Nro 2.: Problemas, contextos y concepciones. Módulo 1, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Agrasar, Monica, Chemello, Graciela y Elizondo Sara (2022) Clase Nro 3: Una mirada ciclada sobre lo aritmético: más allá de los algoritmos año a año. Módulo 1, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Agrasar, Monica; Chemello, Graciela y Elizondo, Sara (2022). Clase Nro. 4: Una mirada ciclada sobre lo geométrico: más allá de los nombres y las clasificaciones año a año. Módulo 1, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Chara, Silvia (2022). Clase Nro.1: El cálculo mental con números naturales. Módulo 3, Temas de enseñanza de Número y Operaciones. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Chara, Silvia (2022). Clase Nro.2: Relaciones entre números, formas de validar. Módulo 3, Temas de enseñanza de Número y Operaciones. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Chara, Silvia (2022). Clase Nro.3: Naturales y racionales, rupturas y continuidades. Módulo 3, Temas de enseñanza de Número y Operaciones. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Chara, Silvia (2022). Clase Nro.4: Decimales y fracciones: escrituras, formas de calcular y cálculo mental. Módulo 3, Temas de enseñanza de Número y Operaciones.. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Chemello, G. (coord.), Agrasar, M., Chara, S. (2004) Juegos en matemática EGB 1 y Juegos en matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender. Material para docentes. MECyT.

Etchemendy, M. y Zilberman, G. (2012). “Hablar y escribir en la clase de matemática: interacciones entre alumnos y maestros”. Capítulo 6 en C. Broitman (comp.). Matemáticas en la escuela primaria II. Saberes y conocimientos de niños y docentes.Buenos Aires: Paidós.

Parra, C. (1994) “El cálculo mental en la escuela primaria” en C. Parra e I. Saiz (comps.), Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones, Buenos Aires: Paidós.

Terigi, Flavia (2010). "Las cronologías de aprendizaje: un concepto para pensar las trayectorias escolares" conferencia en la apertura del ciclo lectivo en Santa Rosa, La Pampa 23 de febrero de 2010. Disponible en: https://rep.lapampa.edu.ar/index.php/biblioteca-digital/conferencias

Créditos

Autores: Silvia Chara y Rosario Castanheira

Cómo citar este texto:
Chara, Silvia y Castanheira, Rosario (2023). Clase Nro.1: La enseñanza del cálculo mental y la diversidad del aula. Módulo 5: La planificación como herramienta profesional. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Clase 2: La enseñanza de la geometría y la articulación entre ciclos

Introducción

La articulación entre ciclos requiere una mirada particular. Nos obliga a revisar cuáles son los propósitos que tiene la enseñanza para cada etapa, y vuelve necesario determinar el alcance, tanto de los contenidos como de los quehaceres matemáticos que les proponemos a nuestras y nuestros estudiantes.

Dentro de ese marco, en esta clase vamos a recuperar lo trabajado en el Módulo "Temas de enseñanza de Geometría". Se trata de volver a poner el foco en las características de los problemas geométricos escolares, los tipos de tareas involucradas y las formas de razonar propias que se promueven.

Es decir, las/os invitamos a revisitar lo que ya abordamos, pero tomando posición en conversaciones que se dan en una sala de maestros, entre colegas de 3° y 4° grado/año. Los problemas, las propiedades de las figuras, las prácticas asociadas, van a ser motivo de análisis, buscando construir criterios para la articulación entre ciclos.

Para acompañar en estas reflexiones, tal como en otros módulos, incluimos momentos para "detenerse a pensar" de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

Un encuentro en la sala de maestros

En la sala de maestros de la Escuela x se encuentran las maestras Paula y Lucía de los dos 3° grados, con Esteban de 4° A y Yamila de 4° B. La directora les viene solicitando que no descuiden el trabajo con geometría, que siempre queda para el final. Por esto, resulta tema de conversación relevante cuando logran coincidir en una hora libre.

El siguiente es un extracto del diálogo que mantuvieron entre sí los cuatro docentes. Al leer cada episodio, las/os invitamos a pensar las respuestas a las preguntas que se plantean para reflexionar sobre el diálogo, en la segunda columna, y tomar nota. Retomar la lectura de algunos párrafos de las clases nos permitirá, luego, completar el análisis y registrar algunas conclusiones.

Episodio 1

Yamila: –Chicas, (dirigiéndose a las maestras de tercero), ¿charlamos un poco acerca de lo que enseñan de geometría en tercero y qué queda para cuarto? **Lucía**: –Yo no sé cuánto tiempo me va a quedar para geometría. Los míos están trabajando con multiplicación y a algunos la resta todavía les cuesta un montón. **Paula**: –Con los míos también pasa lo mismo. Con la suma y la resta más o menos van, pero con la multiplicación recién empiezo. **Esteban**: –Más razón para que charlemos sobre geometría. Nosotros ahora tenemos plástica y después música, ¿ustedes pueden? **Paula**: –Sí, porque tenemos educación física y después tecnología.	
Esteban: –Ustedes, ¿qué figuras enseñan en tercero? **Lucía**: –Yo presento triángulos y algunos cuadriláteros. ¿Vos? (dirigiéndose a Paula). **Paula**: –Yo también doy triángulos. Y de cuadriláteros enseño cuadrado y rectángulo. **Yamila**: –¿Conocen todos los triángulos? **Paula**: –¿Cómo todos los triángulos? **Yamila**: –Me refiero a los nombres. ¿Conocen los escalenos, los isósceles, los equiláteros? **Lucía**: –Yo trabajo con la cantidad de lados iguales de cada uno y si tienen o no ángulos rectos, pero con los nombres no insisto. **Esteban**: –No te preocupes, eso lo doy yo. Este año empecé mirando el cuaderno de tercero, y retomando la listita de propiedades que conocen de cada figura. **Lucía**: –Ahhh, sí eso lo hicimos a fin de año todos juntos.	Al articular el trabajo entre dos grados, además de acordar un repertorio de figuras, ¿qué otros acuerdos deberían realizarse? Las maestras se refieren a “presentar”, “dar” las figuras, ¿qué tipo de problemas geométricos se podrán plantear en 3ero en relación con los triángulos? ¿Y en 4to?

Esteban: –¿Y saben qué pude proponer? En equipos con triángulos, cuadriláteros y otras figuras con distintas propiedades les pedí: “Armen grupos de figuras con algo igual y pongan nombre a cada grupo”. **Yamila**: –Esa actividad salió bien porque usaron distintos criterios. Les dimos las figuras dibujadas y escribieron carteles: “tiene sus lados guales” (habría un cuadrado, un triángulo equilátero y un hexágono regular) “tienen ángulos rectos” (había un cuadrado, un rectángulo, un triángulo rectángulo y un trapecio con un ángulo recto), … nos sirvió para ver qué propiedades se acordaban **Esteban**: –Otra cosa que va con el mismo propósito y que quiero hacer a fin de año es comparar figuras que tengan varias propiedades iguales y alguna no. Por ejemplo, comparar el cuadrado con el rectángulo y el cuadrado con el rombo y explicar en qué se parecen y en qué no.	¿Qué piensan del criterio de Esteban para articular su propuesta con la de las maestras de 3ero? ¿Las actividades que propone Esteban son problemas geométricos?

Para pensar en las preguntas, les recomendamos volver sobre las Clases 1 y 2 del Módulo Temas de enseñanza de Geometría, de las cuales hemos seleccionado algunos párrafos.

En principio tengamos en cuenta que:

> *Avanzar a partir de esos trazos particulares sobre un papel para alcanzar el conjunto de propiedades que caracteriza a cada figura es uno de los grandes desafíos que implica aprender geometría en la escuela primaria. Para ello es importante considerar que no basta observar los dibujos geométricos, o hacer construcciones, para aprender geometría; es necesario hacerse buenas preguntas acerca de ellos y resolver problemas.*
>
> *(Módulo 4, Clase 1)*

Al comienzo de la Clase 2 (páginas 2-3), se presentan cuatro actividades sobre paralelogramos que involucran distintos desafíos:

Actividad 1: dado un cuadrilátero (cualquiera), su perímetro y la medida de tres de sus lados se pregunta cuál es el valor del cuarto lado, priorizando el trabajo aritmético sobre el geométrico.

Actividad 2: se presenta un paralelogramo, donde se indica la medida de uno de los ángulos y se solicita que se calcule la medida del resto de los ángulos. La nota diferencial es que se pide justificar *la respuesta, más allá del cálculo, donde deben aparecer las propiedades entre lados y ángulos en un paralelogramo.*

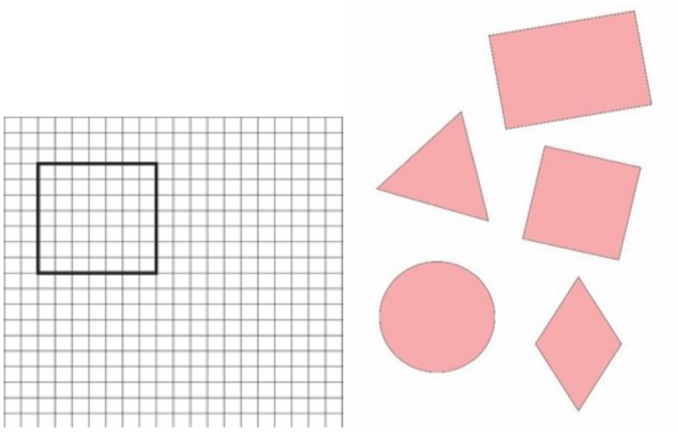
Actividad 3: se presentan dos segmentos, que son los lados de un paralelogramo. Se solicita realizar la construcción usando regla NO graduada y compás y explicar su procedimiento. Además, aparece la pregunta sobre si la construcción es única, poniendo el foco en la exploración de las relaciones entre lados y ángulos.

Actividad 4: se trata de una actividad similar a la planteada en 3), pero utilizando el recurso de Geogebra, lo que habilita otras condiciones. También se pregunta sobre la unicidad de la construcción.

Luego de presentar estas cuatro situaciones, se lee:

> *…podríamos pensar que los cuatro son problemas geométricos, ya que comprometen en su enunciación y resolución objetos geométricos como cuadrilátero, polígono, perímetro, lados, paralelogramo, ángulo interior.*
>
> *(…) Decíamos antes que los problemas geométricos deben tratar de cuestiones que comprometan a objetos geométricos, pero también aclaramos que se trata de ideas y no de objetos concretos y que los dibujos que hacemos sobre un papel o con la computadora representan estas ideas.*
>
> *(Módulo 4, Clase 2)*
>
> *El modo de pensar geométrico supone en apoyarse en propiedades ya estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones desconocidas al resolver problemas. Se trata de poder obtener la solución de ese problema –en principio desconocida– a partir de los conocimientos ya disponibles. A esto lo llamamos un proceso anticipatorio. Por otra parte, se trata también, de poder saber que dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan. A esto lo llamamos validación.*
>
> *(Módulo 4, Clase 2)*

En relación con la articulación, más que seleccionar un repertorio de figuras fijo para cada grado, interesa identificar qué propiedades se trabajarán e incluir las figuras que se consideren necesarias en función del propósito de cada actividad.



Por ejemplo, en el primer ciclo las actividades de copia podrían realizarse sobre cuadrados, rectángulos, algún triángulo, pero en una adivinanza de figuras convendría incluir figuras cóncavas, hexágonos, figuras circulares para generar contrastes.

Sería esperable que, al finalizar el primer ciclo, los chicos pudieran arribar al reconocimiento del número de lados, cuántos de ellos son congruentes, y si tienen o no ángulos rectos para triángulos, cuadriláteros y otros polígonos. Esta identificación de elementos y algunas propiedades está aún muy ligada a los dibujos particulares y al uso de comprobaciones con plegados o superposiciones.

(…)

Retomando la idea de recorrido, será importante que diseñemos en cada escuela, para nuestros alumnos, las actividades geométricas que les permitan ir enriqueciendo el conjunto de propiedades que puedan ir asociando a cada figura, a cada cuerpo. Para ello, habrá que determinar para cada grado el repertorio de figuras y cuerpos a tratar, los elementos y propiedades que serán objeto de estudio y qué tipo de carteles se podrán confeccionar a modo de registro. (Módulo 4, Clase 1)

En el diálogo se advierte un trabajo de comparación de figuras para identificar propiedades comunes lo que puede resultar un antecedente para el trabajo con clasificaciones en el segundo ciclo. Cabe señalar que cada clasificación pone el foco en algunos atributos sobre otros, y que resulta complejo, aun en el segundo ciclo, considerar distintos criterios a la vez.

Para ampliar este tipo de trabajo se puede consultar el texto: Clasificaciones y definiciones en Geometría de Cecilia Laspina.

Episodio 2

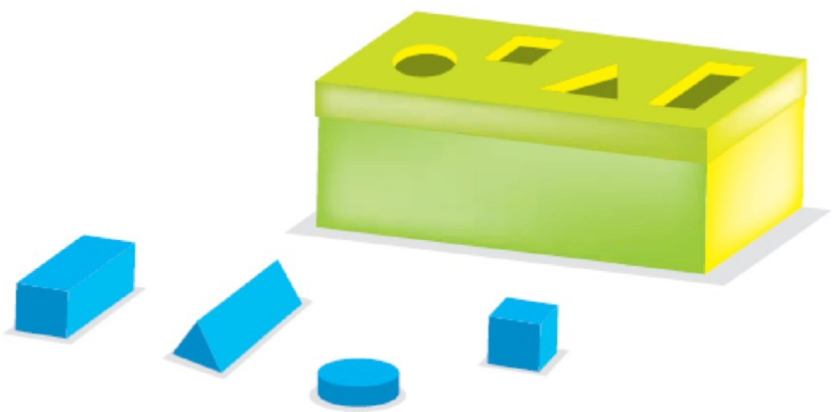
En la sala ya hubo varias interrupciones, desde una pelea entre dos chicos de 3°, hasta la secretaria recordando la entrega del registro de asistencia. Al margen de esto, se comparte un mate cocido, algunas galletas caseras y se sigue trabajando.

Yamila: –Igual, hay algo que quiero plantear, porque me cuesta mucho que los chicos entiendan que, más allá del dibujo, una figura tiene determinadas características. **Lucía**: –No entiendo qué me planteás. **Yamila:** –Por ejemplo, no logran distinguir que el cuadrado tiene todos sus lados iguales y sus ángulos rectos, más allá de que lo dibujen. **Esteban**: –Quizás puede ayudar que nos cuenten, ¿cómo empiezan el trabajo con las formas geométricas? **Paula**: –Con este grupo, primero trabajé algunas relaciones espaciales y, después, teniendo en cuenta que el año pasado trabajaron con cuadrado, rectángulo y triángulo, me puse a buscar formas en el aula… Los chicos se re engancharon a jugar… todos buscábamos triángulos que era más difícil de encontrar ejemplos… **Lucía**: –Claro, yo también empiezo con eso: el pizarrón es un rectángulo, los banderines son triángulos, … De esa manera entienden mejor de qué estamos hablando.	¿Qué sugerencias le podrían hacer a Paula y Lucía en relación con el trabajo sobre las formas de los objetos en el espacio físico? ¿Cómo podrían avanzar hacia reconocer propiedades de las figuras?

Yamila: –Pero esos son objetos, no formas geométricas. Está bueno para empezar, pero… ¿cómo siguen?	

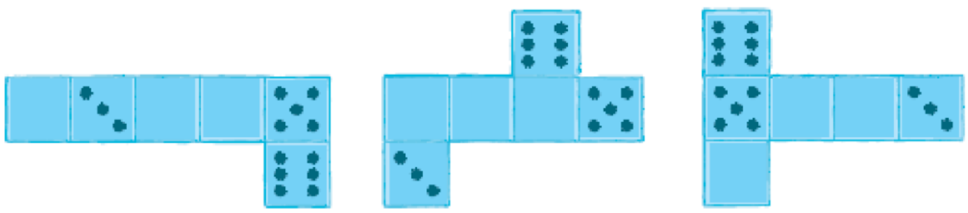
Si pensamos que las distintas figuras geométricas son parte de nuestro entorno físico, significa que nuestros sentidos pueden acceder a ellos. Pero, si consideramos que están en el plano de las ideas, esto demanda otras acciones de nuestra parte.

> *Si bien los objetos que nos rodean pueden tener formas geométricas, las mismas son una "idea" y no un objeto material. Podemos decir que una lata de arvejas tiene forma cilíndrica, que la caja de un medicamento tiene forma de prisma de base rectangular o que un dado tiene forma cúbica, pero la lata no es un cilindro, ni la caja un prisma, ni el dado un cubo. El cilindro, el prisma, el cubo son nociones complejas que podemos construir y emplear para describir la forma de diversos objetos, entre ellos las latas, las cajas, etc.(Módulo 4, Clase 1)*



Cuaderno para el aula, Matemática - 4to grado, pagina 137.

• ¿Con cuáles de estos desarrollos planos podrías armar un dado? En los que sea posible, marcá cómo quedarían distribuidos los puntos que corresponden a cada cara teniendo en cuenta que las caras opuestas suman 7.



Actividad propuesta en Cuaderno para el aula, Matemática - 4to grado, página 143.

En la escuela, la lectura que hacemos de los dibujos debe ir independizándose de esas particularidades para poder identificar aquellas propiedades presentes, por ejemplo, en todo cuadrado. Trazamos un dibujo, realizamos una construcción de un cuadrado, pero observamos y estudiamos una figura.

> *Las actividades de copia nos permiten ejemplificar decisiones que hacen que una actividad pueda generar un problema geométrico genuino en cierto grado y que no lo sea en otro, ya que dependiendo de los conocimientos disponibles podría resultar un desafío, o no. Por ejemplo, en segundo grado copiar un cuadrado sobre papel cuadriculado puede ser todo un problema y no necesariamente lo es para tercero o cuarto. Del mismo modo, no es el mismo problema geométrico copiar un cuadrado con regla sin graduar y compás sobre papel liso que hacerlo sobre el mismo tipo de papel con regla graduada y escuadra.*
>
> *(Módulo 4, Clase 2)*

Si son maestras/os de Primer o Segundo ciclo, ¿a qué acuerdos le interesaría llegar con sus colegas del otro ciclo en relación con las cuestiones abordadas en estos dos episodios? ¿Cómo se reflejarían esos acuerdos en las planificaciones?

pisodio 3

Es necesario tener tiempo para discutir entre colegas, eso genera mejores condiciones para enseñar. Ubica la trayectoria escolar de las y los chicos como una responsabilidad del colectivo de docentes de la escuela. Sin embargo, y aunque estos cuatro maestros se esfuerzan por articular, los tiempos de encuentro son escasos. Paula y Lucía salieron a cuidar el recreo y ya están de vuelta.

Lucía: –¿Y ustedes qué están dando? (dirigiéndose a Esteban y Yamila).	
Esteban: –En 4° A ya vimos circunferencia y círculo, ahora estamos construyendo triángulos a partir de las medidas de sus tres lados.	
Paula: –¿Después del uso del compás van a enseñar a usar el transportador o ya lo saben usar?	
Esteban: –No creo que lleguemos este año al uso del transportador. Por eso queríamos conversar con ustedes. Es mucho lo que hay que ver en cuarto y no siempre llegamos.	
Yamila: –En 4° B, preferí empezar geometría con los triángulos, porque ya habían dibujado algunos usando papel cuadriculado. Circunferencia y círculo solo lo abordo en actividades de copia, para que aprendan a usar el compás.	
Paula: –Entonces, ¿ustedes introducen el compás y el transportador queda para quinto? No hablamos nada de la escuadra. Mis alumnos la usan para construir cuadrados y rectángulos.	¿Cuál es el sentido del trabajo con distintos instrumentos?
Yamila: –Nosotros la usamos también para clasificar ángulos. Rectos, mayores que el recto y menores que el recto.	¿En qué cambia construir un triángulo usando regla graduada y transportador o regla y compás?
Esteban: –Nosotros también la usamos junto con la regla para trazar paralelas. Cuando construimos paralelogramos lo hacemos en algunas ocasiones con regla y compás, en otras con regla y escuadra y en otras con regla y transportador. Al variar los instrumentos usamos distintas propiedades de los paralelogramos.	
Lucía: –Claro, Esteban, cuando cambian los instrumentos los procedimientos de construcción son diferentes, lo mismo que pasa cuando cambiamos a hoja lisa en lugar de cuadriculada.	
Paula: –A nosotras, el fondo cuadriculado nos sirvió mucho cuando dibujamos cuadrados, rectángulos y los primeros triángulos rectángulos. Cuando pedimos que copien esas figuras sobre papel cuadriculado quedan muy bien, pero cuando lo hacen con papel liso los ángulos no les quedan rectos. Los chicos dicen que el cuadrado que hicieron se está cayendo.	
Lucía: –Además, al contar cuadraditos descubren que los lados miden lo mismo. Cuentan cuadraditos de largo y de ese modo los lados copiados no se alargan ni se acortan.	
	¿Qué le responderían a Esteban? ¿Por qué?

Esteban: De lo que venimos hablando, tengo una pregunta: en las copias, ¿cuándo usamos papel cuadriculado y cuándo al liso?	

Desde esta perspectiva de la enseñanza, los desafíos en los que intervienen objetos geométricos tendrán que dar lugar a una interacción con los dibujos para que, luego, a partir de la reflexión sobre lo realizado, se puedan analizar algunas de sus características para formularlas como propiedades.

En cada año, para el conjunto de figuras que se elijan, se van tratando diferentes conjuntos de propiedades de modo tal que cada niño o niña, para cada figura, vaya incorporando como conocidas cada vez más propiedades.

Como planteamos antes, se trata de pensar las construcciones geométricas de distinto tipo como problemas, como un recurso para la elaboración de propiedades y para descubrir las relaciones existentes entre los distintos elementos –lados, ángulos, diagonales, caras, etc.– y, más adelante, entre propiedades.

(Módulo 4, Clase 2)

En el trabajo geométrico escolar, si queremos proponer cierta progresión de los contenidos a desarrollar entre ciclos, es necesario volver a recurrir a la idea de variable didáctica. Tal como se menciona en la Clase 2, se denomina de este modo a: "el conjunto de condiciones que el docente considera en su propuesta didáctica pero que puede canjearlas por otras en caso de considerarlo necesario".

En la enseñanza de la geometría podemos recurrir, por ejemplo, a decidir qué tipo de papel se utiliza, el tamaño de la figura a construir, si se da un modelo de la figura a construir o no, así como si el modelo está al alcance de quien dibuja o no. En este sentido, los instrumentos geométricos que están habilitados para realizar una construcción, también son variables didácticas.

Entonces, podemos sostener que en ambos ciclos se pueden utilizar los dos tipos de papel, todo depende del tipo de copia que se solicite o de la construcción a realizar. Forma parte de las condiciones y decisiones didácticas que debe asumir la y el docente.

En la Clase 2 del Módulo 4, encontrarán bajo el título, Construcciones geométricas en la enseñanza – Para pensar las construcciones en el Primer Ciclo, páginas 6 a 12, ejemplos y un mayor detalle sobre las variables didácticas mencionadas.

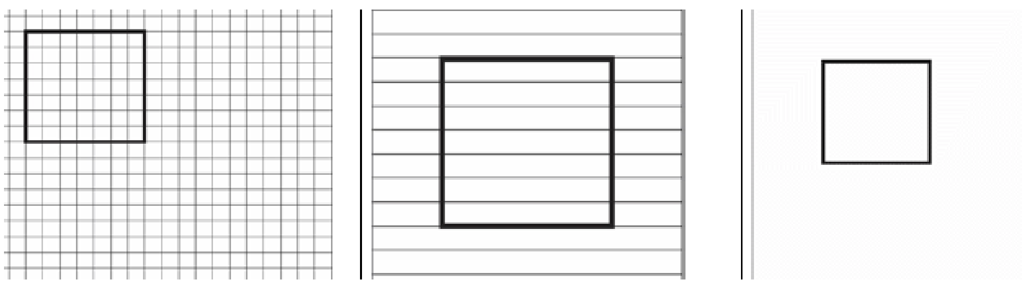
En el trabajo geométrico, el tipo de papel y los instrumentos permitidos generan condiciones diferentes al solicitar una determinada construcción. Al solicitar la construcción de un cuadrado donde se da la medida de los lados, no es la misma tarea si:

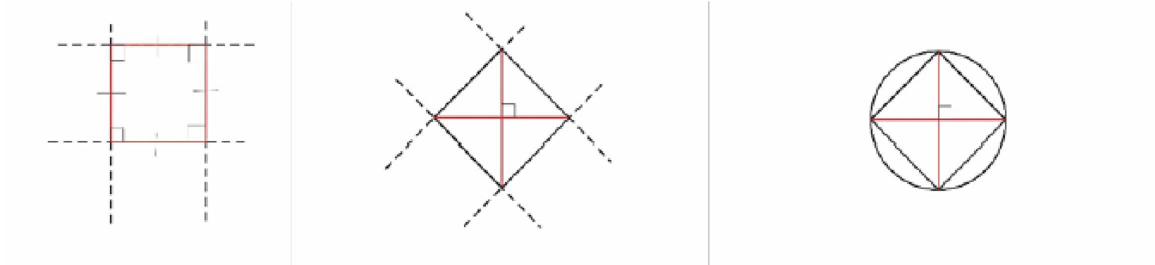
- se trabaja sobre papel cuadriculado o si se debe realizar en papel liso;
- se debe realizar con regla graduada y escuadra o se debe usar regla no graduada y compás; o
- se debe usar un soft de Geometría dinámica como es el Geogebra;
- si se presenta el segmento que debe considerarse como lado del cuadrado, o si se da su medida en cm.

Además del papel y los instrumentos, al tener que realizar la copia de una figura, no resulta de la misma complejidad cuando:

- Se debe realizar respetando instrucciones dadas;
- Se cuenta con la figura a la vista, que pueden consultar en todo momento o no;
- Se debe realizar una copia idéntica o a escala.

Luego de la reflexión precedente, más allá de las diferentes posturas, queda claro que una misma figura puede ser “revisitada” en diversos grados bajo la mirada de propiedades diversas, con construcciones realizadas con distintos instrumentos y tipos de papel.





Por otra parte, retomando lo que plantea Lucía de contar cuadraditos, las actividades de reproducción y construcción de figuras, en tanto problemas geométricos, requieren generar una instancia de validación.

Es importante destacar que, en el primer ciclo, las validaciones de las reproducciones acerca de si se ha dibujado la misma figura son de tipo empírico, es decir que, asegurar que la figura dibujada es congruente con la original, suele darse por superposición de ambas figuras o por medición. Sin embargo, es posible promover la elaboración de afirmaciones donde intervengan semejanzas y diferencias entre lados y ángulos de la figura original y las nuevas. Tal como se menciona en la Clase 3, es posible promover la producción de textos argumentativos, donde se explica por qué se asegura que una afirmación es verdadera y se presentan distintas consignas de trabajo.

> *(…) las actividades de reproducción y construcción de figuras, en tanto problemas geométricos, requieren generar una instancia de validación. También planteamos que, en el primer ciclo las validaciones de las reproducciones acerca de si se ha dibujado la misma figura son de tipo empírico, es decir que, asegurar que la figura dibujada es congruente con la original, suele darse por superposición de ambas figuras o por medición. Sin embargo, es posible promover la elaboración de afirmaciones donde intervengan semejanzas y diferencias entre lados y ángulos de la figura original y las nuevas.*
>
> *(Módulo 4, Clase 3)*

Desde una perspectiva ciclada, es importante destacar que el estudio de las propiedades de las figuras apunta a que los niños y niñas puedan disponer de ellas para resolver diferentes tipos de situaciones como para identificar nuevas propiedades. Por esto, seleccionar cómo avanzar en el conjunto de propiedades asociadas a cada tipo de figura, puede ser un criterio para decidir cuáles tratar en cada ciclo. La diferencia entonces no está en el tipo de figura, sino en el alcance sobre relaciones y propiedades que vayamos planteando de un año a otro.

Foro

Estimadas y estimados colegas:

Comparto con ustedes este espacio pensado para el intercambio de la **Clase 2 La enseñanza de la Geometría y la articulación entre ciclos.**

Luego de la lectura minuciosa de la clase, de cada episodio propuesto, de dar respuesta a las preguntas allí planteadas, las y los invito a que participen en el foro de la clase con dos intervenciones:

1. Compartiendo alguno de los criterios que les parezca importante priorizar acerca de la planificación de secuencias de actividades para la enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas atendiendo la articulación entre el primer y el segundo ciclo de la escuela primaria.
2. Comentando el aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Las y los invito a leernos, a participar recuperando insumos de las clases, de los materiales de lectura y de las intervenciones que vamos realizando para avanzar en la construcción de un colectivo docente que se desafía a pensar de manera colaborativa la enseñanza.

¡Nos leemos!

Episodio 4

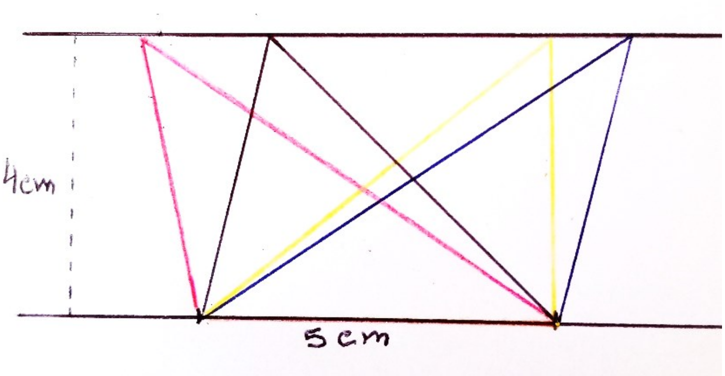
Fin de la jornada. Ya despidieron a los chicos y resolvieron la salida; saludaron a quienes los vinieron a buscar y respondieron consultas de último momento. Es el cierre del día escolar y nuestros maestros se vuelven a encontrar acomodando cada uno sus cosas.

Esteban: –Antes de irnos, me falta plantear algo, ¿en 3° los chicos escriben en matemática? **Yamila: –**Tenés razón, es un tema. **Lucía**: –Claro que escriben en 3°, como en todas las áreas. En mis clases copian las consignas, también las respuestas y, cuando uso el libro, se indican las páginas que estamos resolviendo. **Yamila:** –Creo que Esteban pregunta otra cosa. De a ratos, parece que en matemática no es necesario leer y escribir más allá de lo que copian del pizarrón. Creo que estamos acostumbrados a recuperar lo que van resolviendo en una puesta en común, de manera oral, pero llegado el momento de escribir las conclusiones a las que llegamos entre todos, les cuesta mucho. **Esteban: –**Tal cual, es como si no pudieran expresar lo que aprendieron. Por ejemplo, no logran contarle a una amiga o amigo las conclusiones de la clase. **Paula**: –¿Qué conclusiones? Me parece que en 3° no tenemos conclusiones; no me doy cuenta… ¿es la teoría? **Lucía**: –En mis clases, se escribe mucho… **Esteban**: –No se trata de la teoría matemática, sino de aquellas cuestiones que surgen del trabajo matemático en clase. Me parece que la comunicación es una tarea a tener en cuenta, es otro punto donde nos tenemos que poner de acuerdo para establecer cómo avanzamos de un grado al otro. **Paula**: –Empiezo a entender tu preocupación … que cada uno pueda describir un procedimiento, o lo que tuvieron en cuenta al copiar una figura, o las preguntas en un juego de adivinanza de figuras… ¿de eso se trata?	¿Qué otras actividades ligadas a la comunicación le podrían proponer a Lucía? ¿Qué criterios podrían construir conjuntamente para avanzar en tareas de comunicación?

Mucho ya hemos dicho al respecto en estas clases sobre que los problemas por sí solos no determinan la actividad matemática que se desplegará en las aulas. Debemos pensar en la clase de matemática como un espacio en el cual las y los alumnos producen a partir de las tareas que proponemos las maestras y maestros, en donde se habilitan espacios de intercambio entre los estudiantes, entre ellos y con el docente, en busca de razones y argumentos que sustenten no solo los procedimientos puestos en juego, sino también las ideas y las resoluciones. Realizar este tipo de trabajo es posible a partir del planteo de problemas cuyas estrategias de resolución no sean únicas, que resulten desafiantes y que permitan generar debates tanto en el momento exploratorio como posterior a su resolución.

Es decir, somos las/os docentes quienes tenemos que gestionar la clase para que nuestras y nuestros estudiantes expliquen sus resoluciones, las comparen, analicen posibles errores, y logren formular todo esto tanto de manera oral como por escrito. Y es también el docente el encargado de descontextualizar y generalizar luego el conocimiento emergente a partir de la resolución de las actividades. Quizás, esta tarea de descontextualización y generalización del conocimiento matemático en clase, puede servir para que el docente sea primero el que presta la mano al escribir en el pizarrón las conclusiones a las que llegaron entre todos, mientras las y los chicos van ganando autonomía en sus escrituras.

En la Clase 3, luego de analizar actividades de "dictado de figuras" o las que solicitan instrucciones para una construcción a partir de un conjunto de datos, se plantea un momento fundamental que es el del análisis de los mensajes. Puede haber construcciones que coincidan, aunque los mensajes hayan omitido algún dato o que no coincidan y el mensaje sea correcto. Por ejemplo, para construir "un triángulo de 5 cm de base y 4 cm de altura" hay muchos dibujos e instructivos "correctos".



Es interesante preguntar entonces, cuáles son los datos que es necesario agregar para que la figura a construir sea única. Luego de la exploración realizada, se podrá concluir que un par de alternativa son dar el tercer lado o dar el ángulo comprendido entre ambos lados. Vemos entonces que la producción y análisis de mensajes es un tipo de actividad que puede ser complejizada tanto por la familiaridad con las figuras que tengan los niños y niñas, como por *los datos que es necesario proporcionar por su construcción y aún por la falta de algunos datos.*

(Módulo 4, Clase 3)

Toda conversación genuina entre colegas pone en evidencia las diferencias, tanto de recorridos de formación como de experiencias transitadas en la tarea de enseñar. Sin embargo, no cabe duda que la escucha y el diálogo generan mejores condiciones. Es el camino para construir criterios que habiliten la toma de decisiones sobre el proyecto formativo institucional en el área.

Si son maestras/os de Primero o Segundo Ciclo, ¿qué preguntas le formularían a sus colegas del otro ciclo en relación con las cuestiones abordadas en este episodio?

En las tres primeras clases del módulo "Temas de enseñanza de Geometría" hemos recorrido diferentes tipos de actividades que pueden implicar problemas geométricos para los alumnos y alumnas de los distintos años, siempre que, al elaborar nuestro proyecto de enseñanza, los adecuemos a los conocimientos de los que ellos dispongan.

Desde una perspectiva ciclada, es importante destacar que el estudio de las propiedades de las figuras y los cuerpos geométricos apunta a que los niños y niñas puedan disponer de ellas para resolver diferentes tipos de situaciones como para identificar nuevas propiedades sobre ellos. Así, seleccionar cómo avanzar en el conjunto de propiedades asociadas a cada tipo de figura y cada tipo de cuerpo, puede ser un criterio para decidir cuáles tratar en cada año.

Actividades de la clase

Actividades obligatorias

- Foro de intercambio

- Actividad de entrega

Actividad optativa

- Foro de consultas

Actividad de la clase

Retomen las preguntas que acompañan los episodios y las notas tomadas al realizar la lectura de la clase.

1. Enumeren cuatro criterios específicos que consideren relevantes para planificar la enseñanza de figuras geométricas en el primer y en el segundo ciclo, es decir, entre 3º y 4º año/grado
2. Elaboren un texto breve sintetizando qué le interesaría compartir en una reunión de articulación entre ciclos con los colegas de su escuela teniendo en cuenta las cuestiones consideradas en el ítem 1. Justifiquen su elección.
3. Revisen las lecturas de las clases del Módulo 4 y seleccionen un material bibliográfico que le recomendarían a una/un colega en relación con este tema. Menciónelo y presente una reseña del mismo que, además de justificar su elección, busque persuadir a quien lee de su importancia.

Envíen sus respuestas al tutor a través del buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad), con una extensión máxima de dos carillas.

- Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

Referencias bibliográficas

Rossetti, Alejandro (2022) Módulo 4 Temas de enseñanza de Geometría y Medida. Clase 1: Figuras y cuerpos geométricos: un recorrido escolar. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Rossetti, Alejandro (2022) Módulo 4 Temas de enseñanza de Geometría y Medida. Clase 2: Problemas geométricos y construcciones. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Rossetti, Alejandro (2022) Módulo 4 Temas de enseñanza de Geometría y Medida. Clase 3: Problemas geométricos y textos.Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Créditos

Autores: Adriana Díaz y Alejandro Rossetti

Cómo citar este texto:
Díaz, Adriana y Rossetti, Alejandro. (2023). Clase Nro.2: La enseñanza de la Geometría y la articulación entre ciclos. Módulo 5: La planificación como herramienta profesional. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Clase 3: Sobre temas de proporcionalidad directa en la articulación entre ciclos y niveles

Introducción

Como ya señalamos, el propósito de este módulo es volver a pensar sobre lo más significativo de las clases anteriores, estableciendo nuevas relaciones entre los distintos temas que abordamos.

En la primera clase del Módulo "Temas de proporcionalidad directa" planteamos varios interrogantes:

> *¿Por qué es importante enseñar proporcionalidad en la escuela primaria? ¿Qué aporta este saber a la formación matemática de nuestros niños y niñas? ¿Para la apropiación de qué otros saberes es necesario utilizar nociones de proporcionalidad? ¿Qué contextos pueden dar sentido a la proporcionalidad para los niños y niñas en cada ciclo? ¿Cómo comenzar a abordar estas nociones?*

El recorrido sobre estas preguntas, partió de reconocer dentro del campo multiplicativo las relaciones de proporcionalidad directa para representarlas en tablas en donde las propiedades se usen primero implícitamente para ser luego identificadas y verbalizadas, con complejidad creciente, hasta definir la constante de proporcionalidad.

En esta construcción, destacamos la importancia de proponer actividades que pongan de relieve el análisis de los datos para poder utilizar, o no, el concepto de proporcionalidad directa como modelo de resolución o para usarlo con algunas restricciones. Focalizamos también el análisis sobre las relaciones de proporcionalidad inversa, como otro modo de variación caracterizado por una constante.

El uso de razones en diversos contextos contribuyó a construir su sentido para representar relaciones entre cantidades y a establecer vinculaciones con el eje de medida.

Incluimos, además, otro modo de representación en articulación con la escuela secundaria, la gráfica en ejes cartesianos, destacando la importancia de la traducción entre las formas: verbal, en la tabla, con la fórmula, y en la gráfica, para poder "leer" la relación entre variables en cada situación.

Finalmente, abordamos las nociones de proporcionalidad directa e inversa como relaciones entre variables y, en particular, como modelos funcionales, para permitirnos el acercamiento al trabajo algebraico a partir de las fórmulas de perímetro, superficie y volumen.

En esta clase, retomamos ese recorrido a propósito del *análisis de un caso*, para poner en diálogo las conclusiones que se fueron elaborando, las reflexiones sobre las actividades y discusiones que surgieron. Explicitar algunos criterios para organizar la enseñanza al mirar la articulación entre niveles será un insumo para el trabajo final de esta Actualización.

Para acompañar en estas reflexiones, tal como en otros módulos, incluimos momentos para "detenerse a pensar" de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

Una reunión de equipos para articular nivel primario y secundario

Analía y Marcela son maestras de matemática de una escuela primaria. Ambas trabajan en el último año y recibieron consultas de algunas mamás, que les preguntaron si iban a enseñar ecuaciones para que los chicos y las chicas estén mejor preparados para la secundaria. Las maestras respondieron a los padres que no se preocuparan, que estaban en contacto con los profesores de las escuelas secundarias a las que suelen inscribirse los chicos y chicas que terminan en esta escuela primaria.

Compartimos algunos diálogos de una de las reuniones que organiza la vicedirectora de la escuela, Rosa, con Ernesto y Sandra, dos profesores que trabajan en varias escuelas secundarias de la zona.

Mientras realizan la lectura de esas conversaciones en la primera columna del cuadro, las y los invitamos a pensar unas primeras respuestas a las preguntas que planteamos en la segunda columna, para retomarlas luego de la lectura de la clase y escribir sus reflexiones.

Episodio 1

Rosa: –La idea de este encuentro es retomar los intercambios que hicimos a principio de año sobre algunos problemas de la articulación entre niveles. Estuvimos trabajando mucho sobre estrategias de cálculo mental y propiedades de las operaciones, también sobre fracciones y decimales. Ahora estamos con proporcionalidad y como es un tema muy amplio queríamos acordar qué tipo de problemas podemos trabajar y cuáles quedan para la secundaria. **Ernesto**: –¿Empiezan con proporcionalidad en sexto? **Rosa**: –¡No! Si es por empezar… se empieza en segundo grado con la multiplicación y las tablas pero sin decir “proporcionalidad”. Eso lo planteamos desde cuarto cuando aparecen problemas con preguntas para relacionar distintos valores, que no son los típicos problemas “de multiplicar” o “de dividir".	¿Respecto de qué aspectos habría que establecer acuerdos entre los dos niveles? ¿Qué cuestiones del primer ciclo, en relación al estudio de la proporcionalidad, es necesario explicitar?
Marcela: –Esta semana estuve trabajando mucho con tablas y propiedades de la proporcionalidad directa e inversa. Resuelven bien los problemas pero, a veces, les cuesta identificar qué propiedad usan. **Sandra** (profe): –¿Son tablas con números o con cantidades? Si hacen problemas con medidas es más fácil estimar si los resultados son razonables o no. Yo siempre les hago estimar antes de resolver y tener en cuenta qué unidad corresponde a cada número. **Marcela**: –Usamos mucho longitudes, pesos y precios, con eso van bien. **Ernesto:** –¿Trabajan con racionales?	¿Qué variedad de procedimientos se pueden identificar en función de las propiedades? ¿Por qué Sandra y Marcela dan tanta importancia al contexto de la medida en el que presentan los problemas?

Marcela: Depende, para fortalecer el uso de las propiedades trabajamos mucho con naturales.	

Este intercambio nos permite pensar sobre los modos y porqués de cada decisión didáctica, e identificar algunas preocupaciones en la transición entre el nivel primario y secundario.

En la clase 1 del módulo "Problemas y decisiones de enseñanza", al referirnos a las necesarias articulaciones entre niveles, planteamos:

> *En torno al perfil de los egresados, la perspectiva de enseñanza generalizada hoy, es la de formar a las alumnas y los alumnos no sólo para que conozcan los conceptos, sus relaciones, sus definiciones y propiedades, sino además para "entrar en la cultura matemática". Se trata de que puedan hacer, pensar y comunicarse de la manera que es propia de la disciplina y estén en condiciones de resolver diferentes situaciones en los que los saberes que ponen en juego sean instrumentos adecuados, pudiendo también asegurarse de sus decisiones y justificar su validez. Es decir, entrar en los modos de hacer matemática, en un tipo de prácticas particulares de este campo ligadas a los modos propios de producción, comunicación y validación de conocimientos.*
>
> *(Módulo 1, Clase 1)*

En este sentido, al intercambiar experiencias entre profesores y profesoras de ambos niveles, interesa identificar no solo temas y contenidos, sino el tipo de trabajo que se propone con los problemas.

En particular, en relación a la proporcionalidad, podemos advertir las diferencias y los avances en distintos aspectos ligados al significado institucional de esta noción, que se expresan de distinto modo en los materiales curriculares de cada jurisdicción:

- los contextos de los problemas avanzan en el uso de ambas magnitudes continuas y aparecen constantes de proporcionalidad con "nombre propio" como las escalas, los porcentajes y las velocidades y también la diferenciación de la función de proporcionalidad de otras variaciones;

• en las representaciones se pasa del uso de tablas a la incorporación de gráficos cartesianos y se avanza al uso e interpretación de fórmulas, por ejemplo, en contexto geométrico;

• se incorpora la explicitación cada vez más general de propiedades y nuevas tareas propias de un hacer matemática ligado a los nuevos conceptos y representaciones.

Otra cuestión central que incide en la articulación entre escuelas de distinto nivel y también en la transición entre ciclos, es acordar criterios de priorización, es decir, para cada par de instituciones particulares cuáles serán los énfasis, los focos temáticos a los que se dedicará mayor tiempo de trabajo.

(Módulo 1, Clase 1).

Al recorrer el proceso de la enseñanza de la proporcionalidad, como planteamos en el módulo sobre “Temas de enseñanza de proporcionalidad directa”, podemos afirmar que en el primer ciclo se presenta de la mano de las operaciones con números naturales en el campo multiplicativo. Una condición importante en este proceso será proponer situaciones donde, con diversos recursos, los niños y las niñas puedan reconocer y resolver diferentes tipos de problemas, donde circulen distintos sentidos de la multiplicación y la división, aun cuando no hayan aprendido “las cuentas de multiplicar y dividir”, sin escindir el estudio de ambas operaciones.

Al reconocer y resolver cada vez nuevos tipos de problemas, ampliar los recursos de cálculo que se utilizan y sistematizar nuevos conocimientos sobre las propiedades de cada operación, se irá aprendiendo cada vez más sobre el campo multiplicativo, abonando el terreno de la proporcionalidad desde el sentido mismo de estas problemáticas.

A partir de segundo ciclo, comenzaremos a estudiar explícitamente las propiedades de la proporcionalidad, a reconocer cuando una situación es de proporcionalidad directa, inversa o cuando no es de proporcionalidad, a reconocer e interpretar qué significa la constante de proporcionalidad, a poder representar las relaciones de proporcionalidad a través de gráficos, tablas, lenguaje coloquial, fórmulas; como así también a utilizar sus propiedades para resolver distintos problemas.

Ahora bien, los problemas de proporcionalidad no son todos idénticos y la complejidad estará dada según los tipos de tareas (completar una tabla donde se tiene el valor de la constante, representar el problema en un gráfico, encontrar el valor de la constante), los números que intervienen (naturales o racionales), las magnitudes con las que trabajemos (de la misma o distinta naturaleza), y la relación entre los datos y la incógnita, entre otras.

En algunas clases de este mismo módulo, se encuentran distintos ejemplos que ilustran esta variedad de tipos de problemas. Consideremos éste, vinculado a una fábrica que envasa aceite:

- ★ Si se trata de distintas cantidades de aceite que se envasan al llenar envases de capacidad fija (constante), se puede ir viendo cuánto aceite se envasa al llenar distintas cantidades de envases.

Cantidad de envases	2	4	40	100
Cantidad de aceite (ml)	1500	3000	30000	75000

¿Cómo se podría plantear un problema semejante sobre una familia que compra aceite y lo envasa para venderlo, en los primeros años?

Cambiando los valores se puede plantear cuánto aceite se podrá envasar para distintas cantidades de envases de capacidad fija, por ejemplo, con esta tabla:

cantidad de envases	1	2	4		100
cantidad de aceite (litros)	2			10	

La situación se resuelve dentro del campo multiplicativo y requiere alternar multiplicaciones y divisiones.

La puesta en común de los procedimientos para completar permite poner en palabras conclusiones vinculadas con la relación entre las cantidades: podrán enunciar que *"al doble le corresponde el doble"* o *a "la mitad le corresponde la mitad", "a diez veces más le corresponde diez veces más"*… entre otras. En este caso, se trata de comparar cantidades de una misma magnitud, envases con envases y litros con litros, es decir, es una relación escalar.

Si observamos, los modos de expresar este tipo de relaciones podríamos comenzar por afirmar que la utilización de tablas para organizar la información, con las intervenciones adecuadas, y la verbalización de las regularidades que pueden observarse, favorecen la explicitación de las propiedades de la proporcionalidad. Y esto puede hacerse ya en el primer ciclo.

Iniciar la tabla con el valor unitario o no, ir variando de uno en uno la cantidad de envases o respetando otra relación, son variables que pueden asumir distintos valores según la intencionalidad docente.

En la medida en que se haya trabajado con problemas donde los datos se presentan en tablas, se podrá anticipar que las/os alumnas/os los organicen de ese modo. Y si no surge de manera espontánea, ¿por qué no sugerirlo para conectar con aquellos saberes?

En los problemas que corresponden a relaciones proporcionales hay dos magnitudes, lo que permite hacer un análisis dimensional de las cantidades e identificar la expresión de una constante que, según las unidades que se utilicen puede asumir un valor u otro.

Por ejemplo:

- ambas cantidades discretas: 6 alfajores por paquete.
- ambas cantidades de magnitudes continuas: Velocidad 90 km por hora = 1,5 km por minuto; escala 2,5 km por cm o 1/2,5 cm/km = 1cm/250000 cm = 1 : 250000
- una cantidad corresponde a una magnitud continua y la otra a una discreta: 1/2 litro por envase = 250ml /envase

Al trabajar en el contexto de la medida, las magnitudes involucradas y las unidades en las que se expresan las cantidades influyen en el tipo de números con los que se opera, y por lo tanto funcionan como variables didácticas al elegir los problemas.

Si son maestras/os de segundo ciclo (o primer ciclo), ¿a qué acuerdos les interesaría llegar con sus colegas del primer ciclo (o segundo ciclo) en relación con las cuestiones abordadas en este episodio?

Episodio 2

Analía: –¿Ustedes esperan que dominen la regla de tres y puedan identificar la constante? Nos centramos en que puedan utilizar las propiedades. Para nosotras, el tema de la constante es complejo, sobre todo si es fracción o decimal. Estamos trabajando con eso. **Marcela**: –El trabajo con tablas ayuda bastante, al comparar los números los chicos pueden pensar en las relaciones. **Ernesto:** ¡Qué bueno! las tablas de valores son indispensables para representar relaciones funcionales y de allí en adelante realizar gráficos cartesianos… pero "regla de tres" necesitan saber en Ciencias Sociales, Naturales, eso lo dicen en todas las reuniones los compañeros. **Sandra:** –Pero con que identifiquen si es proporcional o no, que puedan usar algún procedimiento con control de lo que hacen y expresar las propiedades de algún modo es suficiente. Avanzar con la idea de función nos toca a nosotros.	¿Qué diferencias pueden encontrarse entre las diferentes representaciones, el análisis de una constante y el uso de propiedades en cada nivel? ¿Hablan de lo mismo la maestra y el profesor al referirse a las tablas? ¿Qué significado le otorga cada uno?

Como planteamos en el módulo "Temas de enseñanza de proporcionalidad directa":

A partir de segundo ciclo, comenzaremos a estudiar explícitamente las propiedades de la proporcionalidad, a reconocer cuando una situación es de proporcionalidad directa, inversa o cuando no es de proporcionalidad, a reconocer e interpretar qué significa la constante de proporcionalidad, a poder representar las relaciones de proporcionalidad a través de gráficos, tablas, lenguaje coloquial, fórmulas; como así también a utilizar sus propiedades para resolver distintos problemas.

La formulación de las conclusiones en relación a las propiedades de la proporcionalidad directa, a partir de lo analizado sobre las tablas en primer ciclo, puede avanzar hasta llegar a enunciar que *"Al multiplicar (o dividir) una de las cantidades por un número, la cantidad correspondiente se multiplica (o divide) por el mismo número y la proporción se mantiene"* y que *"al sumar (o restar) dos valores de una de las cantidades se obtiene un número correspondiente con la suma (o resta) de los valores correspondientes de la otra cantidad".*

En el segundo ciclo, no solo se utilizan las propiedades mencionadas, sino que se plantean razones entre las cantidades correspondientes para descubrir en esa razón un valor constante.

En el caso del ejemplo que venimos considerando, la capacidad de los envases.

1500 ml /2e = 3000 ml/4 e = 75000 ml / 100e = 750 ml/envase

Esta constante de proporcionalidad puede ser usada en sentido inverso, para hallar nuevos valores.

K = $\frac{cantidad\ de\ aceite}{cantidad\ de\ envases}$= cantidad de aceite que entra en cada envase

Por ejemplo, para 10 envases será 750 $\frac{ml}{env}$ x 10 e = 7500 ml

Podemos, retomar lo dicho hasta aquí, para enunciar que:

"Si las cantidades de dos magnitudes vinculadas entre sí varían de modo tal que su cociente permanece constante, decimos que se trata de una relación de proporcionalidad directa"

El cociente entre las cantidades correspondientes refleja el sentido de la unidad o la constante de proporcionalidad para una relación funcional que vincula magnitudes diferentes.

Este enunciado, a la vez que permite reconocer si una situación es o no proporcional, pone en evidencia un nuevo procedimiento de cálculo, más general.

El uso de razones en diversos contextos contribuirá a construir su sentido para representar relaciones entre cantidades. Reconocer esos contextos nos dará la oportunidad de no trabajarlas de modo aislado y sólo con fines algorítmicos.

A propósito de las razones, recuperamos ideas de la clase 2 que retoman la importancia de los contextos y los tipos de cantidades que aparecen en los diálogos del episodio 1.

Es interesante señalar que las razones pueden expresar una relación entre cantidades de igual o distinta magnitud, por lo que resultarán adimensionales en caso que sean de la misma magnitud y unidad- como en el caso de las escalas o de los porcentajes-; en caso contrario se expresarán con las dos unidades –centímetros cúbicos de agua por gramos de gelatina- y sólo en algunos casos tendrán nombre propio-, como por ejemplo la densidad 0,3 g/cm^3 o la velocidad en km/h.

En la clase 2 veníamos advirtiendo cómo la relación de proporcionalidad directa vincula las unidades del sistema métrico decimal. Por ejemplo, la relación 1000 a 1 entre el m y el km puede expresarse como la razón 1 km /1000 m o también 1: 1000 constante racional a la que se denomina factor de conversión. Para “ver” la conversión más allá de subir o bajar en una “escalerita” de unidades.

Por otro lado, en *la clase 3* propusimos analizar qué ocurre cuando medimos una misma longitud con distintas unidades. Para evidenciar la potencia que tiene el reconocimiento de estas constantes de proporcionalidad, en las *clases 2 y 3* hallamos un valioso ejemplo que conecta los saberes de los diferentes ejes en Matemática, aportando una mirada más amplia e integrada a la búsqueda de equivalencias del SIMELA.

El reconocimiento de una constante de proporcionalidad racional y el análisis dimensional que conlleva resulta complejo para alumnos de 6to y 7mo años dado que en general han resuelto problemas con constante natural con lo que, además de tratarlos en estos grados, resultará importante retomarlos en los inicios de la escuela secundaria.

¿A qué apunta el trabajo con tablas a diferencia del uso de la regla de tres?

El trabajo sobre tablas, rico en relaciones, no destaca un procedimiento por sobre otro y pone el acento en el uso de las propiedades de la proporcionalidad en función de las relaciones entre los valores dados. El descubrimiento de la correspondencia entre la constante y el valor unitario, habilita un procedimiento más general: el cálculo del correspondiente a cualquier valor multiplicándolo por la constante.

Cantidad de aceite = cantidad de aceite por envase x número de envases.

De este modo se pone en evidencia una mirada funcional sobre la relación de proporcionalidad y que podrá relacionarse con la escritura de la fórmula y = k . x en el nivel secundario.

La regla de tres, en cambio, surge de la coordinación de un problema de multiplicar y uno de dividir para, dados tres valores, encontrar el cuarto. Si bien es una técnica general deriva de una mirada aritmética.

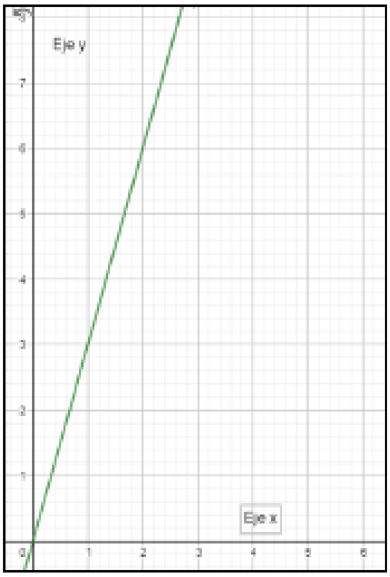
Es interesante, como lo hemos planteado en la clase 1 del módulo 2, poner en relación esa técnica con el uso de la constante para poder tener control sobre lo que se hace al usarla.

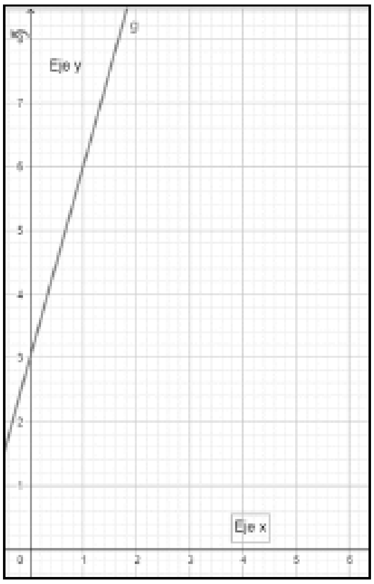
$$\begin{array}{l} 6 \text{ latas} \;—\; \$900 \\ 9 \text{ latas} \;—\; \$x = \dfrac{\$900 \times 9 \text{ latas}}{6 \text{ latas}} = \underbrace{\dfrac{\$900}{6 \text{ latas}}}_{\text{constante}} \times 9 \text{ latas} = 150 \,\$/l \times 9 \text{ latas} \end{array}$$

La utilización de esta técnica, cuando sea conveniente y se pueda justificar su uso, es un conocimiento posible para el fin de la escuela primaria. Sin embargo, habrá que tener presente que el uso mecánico de cualquier regla no da cuenta del tipo de trabajo reflexivo que interesa fortalecer en todos los niveles de la escuela obligatoria.

También hacia el fin de la escuela primaria es posible incluir el análisis del comportamiento de los valores en una tabla, de forma gráfica. Por ejemplo, al analizar las variaciones lado/ perímetro, como planteamos en la clase 4.

¿Cuál/es de estos gráficos podría representar la relación entre el lado y el perímetro de un triángulo equilátero? Argumenten por qué se podría elegir o descartar cada uno.





Es necesario advertir que el trabajo con gráficos cartesianos requiere de un recorrido previo que, tal como se plantea en la clase 4 del módulo 1, es importante tener en cuenta:

> *Un requisito para poder trabajar sobre un sistema de ejes cartesianos será el manejo de la ubicación de puntos en un único eje (recta numérica) teniendo en cuenta diferentes escalas. Las tablas de doble entrada, los juegos como la batalla naval o distintos tipos de crucigramas y grillas con palabras, también son soportes interesantes para analizar. Avanzar en el uso de sistemas de coordenadas supone coordinar la interpretación de dos relaciones de proporcionalidad directa (la escala de cada eje), más la relación que se quiere representar a través de la identificación de un punto de la relación con sus coordenadas.*
>
> *(Módulo 1, Clase 4)*

Si son maestras/os de segundo ciclo (o primer ciclo), ¿qué preguntas le formularían a sus colegas del primer ciclo (segundo ciclo) en relación con las cuestiones abordadas en este episodio? ¿Y si tuvieran oportunidad de conversar con un/a colega de secundaria?

Foro

Hola colegas!

Comparto con ustedes este espacio pensado para el intercambio de la clase 3. Luego de la lectura minuciosa de la clase, de sus episodios y habiendo dado respuesta a las preguntas planteadas, las y los invito a participar en el foro con dos intervenciones:

a. Compartiendo cómo articular el trabajo sobre propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa en 4to, 5to y 6to grado (y 7mo si en su jurisdicción 7mo está en primaria) indicando cómo avanza la complejidad de los problemas/secuencias que se incluyen en la planificación en cada grado, según los criterios que le parezca importante priorizar.

b. Comentando el aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Nos leemos

Episodio 3

Ernesto: –Yo estoy de acuerdo, con lo de proporcionalidad pero creo que un punto importante son las ecuaciones. El uso del lenguaje simbólico es un punto débil. **Analía: –**Desde hace un tiempo, el trabajo con letras aparece primero cuando vemos divisibilidad y después de avanzar bastante con proporcionalidad, cuando revisamos las variaciones de área y perímetro, con el tema de fórmulas. **Ernesto:** –A ver…contame un poco de esto… No sé si estamos pensando en lo mismo, ¿no resuelven ecuaciones?, ¿cómo trabajan el lenguaje simbólico? **Marcela: –**Con respecto a las ecuaciones, no lo tenemos en el curriculum. Sí vamos avanzando con el uso de letras para expresar regularidades o producir fórmulas.	¿Estarán pensando en el mismo tipo de actividades al mencionar lenguaje simbólico y trabajo con letras? ¿Qué cuestiones puede aprovechar el nivel secundario de esta forma de trabajo?

Al reflexionar sobre este episodio, nos interesa identificar algunas **prácticas matemáticas** de los ejes de Medida y Número y operaciones en la escuela primaria que se retoman y profundizan en la escuela secundaria en el eje “En relación con el álgebra y las funciones”. Estas **prácticas matemáticas** ya fueron expuestas en las *clases 3 y 4* del Módulo 2, pero destacaremos algunas ideas para aportar al análisis del caso de articulación.

Para comenzar, volvamos una vez más, sobre los NAP de 6to grado y 7mo/1º año para notar el avance en la complejidad, según el nivel.

Para 6to leemos:

-elaborar y comparar distintos procedimientos –incluyendo el uso de la constante de proporcionalidad– para calcular valores de cantidades que se corresponden o no proporcionalmente, evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con los datos disponibles

- explicitar las características de las relaciones de proporcionalidad directa.

- analizar la variación del perímetro y el área de una figura cuando varía la longitud de sus lados.

Para 7mo/1º año:

El uso de relaciones entre variables en situaciones problemáticas que requieran:

- interpretar relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas en diversos contextos (regularidades numéricas, proporcionalidad directa e inversa,…)
- producir y comparar fórmulas para analizar las variaciones de perímetros, áreas y volúmenes, en función de la variación de diferentes dimensiones de figuras y cuerpos.

Aquí advertimos que, ni en 6to ni en 7mo/1º año se propone trabajar con la noción de ecuación, cuya complejidad corresponde al nivel secundario, después de abordar la noción de variable que se plantea en ambos años para representar las variables en diversas fórmulas, entre ellas las de las magnitudes espaciales.

Les proponemos recuperar los apuntes donde resolvieron algunas de las siguientes actividades y analizarlas buscando puntos de encuentro que aporten algunas herramientas para una posible articulación y continuidad en el tipo de práctica matemática.

Para pensar en la articulación entre ambos niveles, consideremos dos problemas en los que intervienen magnitudes espaciales.

- ***Actividad para último año de primaria***

Primera parte:

La siguiente tabla relaciona la base (b) de un rectángulo cualquiera y su altura (a) con el área del mismo.

b / a	2	3	4	6
18	36	54	72	108
12	24	36	48	72
9	18	27	36	54
6				

a. ¿Qué sucede con el área cuando la base vale 18 y la altura va variando?

b. ¿Y cuando la base vale 9?

c. Escribí con palabras qué sucede con el área cuando se duplica la altura y se mantiene constante la base.

d- Escribí con palabras qué sucede con el área cuando se triplica la base y se mantiene constante la altura.

e-Explicá qué tipo de relación es y las razones por las que estás seguro de tu respuesta.

f- Escribí los ítems c- y d-, utilizando la fórmula del área del rectángulo donde **b** es la base del rectángulo y **a** es la altura.

Segunda parte

El siguiente rectángulo tiene base igual a 6 cm y altura igual a 3 cm.

a. Construyan otro rectángulo que tenga la misma área.

b. ¿Se podrá construir un rectángulo de 12 cm de base y que su área sea de 18 cm^2? ¿Cuál será la medida de la altura?

c. ¿Puede ser que la base de un rectángulo mida 1cm y que su área sea de 18 cm^2? Si piensan que no, expliquen por qué; si piensan que sí, den la medida de la **altura de ese** rectángulo.

d. Completen la siguiente tabla, que relaciona la base y la altura de diferentes rectángulos que tienen área 18 cm^2

Base del triángulo (cm)		*1/2*	*4*	*1*	
Altura triángulo (cm	*2*				*10*

e- Escribí con palabras qué sucede con la base del rectángulo cuando se duplica la altura, si el área sigue siendo de 18 $cm^{2.}$ Utilizando la fórmula del área del rectángulo donde **b** es la base del rectángulo y **a** es la altura, escribí lo que sucede.

Al pensar en este problema como parte de una planificación, podríamos abordarlo luego del trabajo sobre el cálculo de área del rectángulo, y de haber discutido y analizado algunos problemas de proporcionalidad directa e inversa en otros contextos.

¿Qué se espera que puedan concluir los chicos y las chicas luego de resolver la primera parte? Por ejemplo, podrán afirmar "*El área del rectángulo es directamente proporcional a la base cuando la altura es constante*" ó "*Cuando la altura se mantiene fija, por ejemplo 2, a medida que aumenta la base el área aumenta de forma directamente proporcional*" "*Me doy cuenta que es directamente proporcional porque en la tabla, al doble de base corresponde el doble de área, y también porque 36/18 = 24/12 = 18/9, siempre da 2 que es la constante* " . Y lo mismo ocurre al dejar constante la base, se puede afirmar que "*El área del rectángulo y la altura son directamente proporcionales cuando la base es constante*".

¿Y en la segunda parte? En este caso la magnitud constante es el área, 18 cm^2 y la relación entre base y altura es inversamente proporcional. ¿Cómo podrán formular la relación los alumnos?

Problemas como este nos permiten "[…] poner nuestra atención sobre las fórmulas para calcular áreas considerándolas desde el punto de vista de la proporcionalidad que ellas expresan. En particular nos llevan a considerar las fórmulas como relaciones entre variables" (Sessa y Giuliani, 2008, p.19)

Este tipo de problemas son interesantes desde el punto de vista de la articulación y, con datos numéricos de otro campo en la tabla o cambiando la representación por un gráfico, por ejemplo, permiten retomar en secundaria lo conocido de primaria.

Otra alternativa en este tipo de problemas, que puede proponerse en el nivel secundario, es la vinculada a la magnitud analizada y a cuántas variables se consideran. Por ejemplo, recuperamos aquí la actividad matemática de la clase 4 del módulo 2.

a. ¿Cuántas veces crece el volumen de un prisma rectangular cuando todas las aristas se duplican? ¿Y si solo se duplica el largo y ancho del prisma? ¿Y si sólo se duplica la altura?
b. ¿Cómo tiene que modificarse el ancho de un prisma si el largo se duplica y la altura se mantiene fija, para que el volumen sea constante? ¿y si el largo se triplica?
c. ¿Qué tipo de relación de proporcionalidad puede establecerse entre la medida de la altura y el volumen del prisma si la superficie de la base permanece constante?
d. Si se duplican las medidas del largo y del ancho de la base, ¿qué debería suceder con la altura del prisma para que el volumen permanezca constante?

Analicemos el ítem a, a modo de ejemplo, de esta actividad y el trabajo que podrían realizar los y las profes para continuar las prácticas matemáticas que comenzó la escuela primaria. En la misma, se hace referencia explícita al trabajo con expresiones algebraicas.

Sabemos que, llamando **V** al volumen original del prisma rectangular, **L** a la altura del prisma, **a** al ancho de la base, y **b** al largo de la base, el volumen del prisma se puede escribir: **V = L** x **a** x **b**

Para resolver y analizar las variaciones, los estudiantes podrán, por ejemplo, usar fórmulas. Al responder a la primera pregunta del ítem a, podrían escribir

Volumen original V = L x a x b

Volumen duplicando aristas V1 = 2 L x 2 a x 2 b = 8 (L x a x b) = 8 V que resulta de la aplicación de las propiedades asociativa y conmutativa en este producto.

Cuando todas las aristas del prisma rectangular se duplican el volumen del prisma será 8 veces mayor

Seguramente habrá otros modos de expresar estas relaciones entre las medidas del largo, ancho y altura del prisma, pero en algunos casos el uso del lenguaje simbólico mediará las respuestas para justificarlas y en otros utilizarán los cálculos aritméticos con medidas, tablas de valores o lenguaje coloquial. Este es un tipo de trabajo distinto de la clásica “traducción de lenguaje coloquial al simbólico” usando expresiones con una única interpretación. Por ejemplo al solicitar expresar el siguiente del doble de un número como 2x + 1 sin un contexto que dé sentido a la necesidad de la traducción y, a la inversa, si se pide la interpretación de 2x + 1 y se admite solo el siguiente del doble de un número sin pensar por ejemplo en la expresión de un número impar.

¿Podremos encontrar en la verbalización de estas relaciones y su escritura un modo de ir y volver de la expresión coloquial a la expresión como fórmula? Efectivamente, como ya hemos planteado, expresar en lenguaje matemático las relaciones que se establecen al resolver un problema suele estar precedida de otras formas de expresión que incluyen palabras, dibujos, flechas…, vincular el significado de esas expresiones informales con las que se usan en la disciplina permite a los estudiantes ir accediendo a las formas de leer y escribir propias de la matemática.

> *Las formas de representación en matemática son sumamente importantes, pues solo accedemos a los objetos que estudiamos a través de ellas y, a la vez, ellas mismas también se constituyen en objeto de estudio. Conocer las distintas expresiones que usa la matemática para representar una misma idea permite identificarla en distintos contextos, utilizarla para resolver problemas y, eventualmente, cambiar a otra representación si esto habilita procedimientos más económicos o permite comunicar la información más eficazmente.*
>
> *(Módulo 2, Clase 4, en “Leer, escribir y argumentar”, p. 19).*

En relación con las expresiones que involucran letras, identificamos en la clase 4 una serie de tareas que, en el marco del trabajo aritmético, contribuyen al avance en los procesos de generalización y resultan un apoyo muy significativo para los desafíos que enfrentarán las y los alumnos en el nivel secundario.

> *[…] concebir las operaciones como relaciones funcionales, pensar en la formulación de reglas generales a partir del análisis de las regularidades que se establecen sobre un conjunto de datos, realizar comparaciones y recíprocamente proponer ejemplos que responden a una cierta relación, anticipar los efectos que provoca operar sobre una relación (y no solo sobre una cantidad), involucrarse en la elaboración de diversas formas de representación –muchas de ellas completamente originales– como modo de registrar pero también como recurso para elaborar nuevas ideas… son tareas que configuran una aritmética que ofrece tempranamente a los niños la posibilidad de inferir, de hipotetizar, de generalizar […]*
>
> *(Sadovsky, 2011, en Módulo 2, Clase 4).*

De este modo, entendemos que para promover una mejor articulación entre niveles es necesario fortalecer los saberes, las prácticas, que resultan puntos de apoyo para los nuevos aprendizajes, sin necesidad de anticipar en un nivel versiones simplificadas de las tareas propias del siguiente.

propias del siguiente.

Actividades de la clase

Actividades obligatorias

- Foro de intercambio
- Actividad de entrega

Actividad optativa

- Foro de consultas

Actividad de la clase

Retomen las preguntas que acompañan los episodios y las notas tomadas al realizar la lectura de la clase.

1. Enumeren cuatro criterios específicos que consideren relevantes para planificar la enseñanza de la proporcionalidad en el primer y en el segundo ciclo, es decir, entre 3º y 4º año/grado de la escuela primaria.
2. Elaboren un texto breve sintetizando qué le interesaría compartir en una reunión de articulación entre ciclos, con los colegas de su escuela teniendo en cuenta las cuestiones consideradas en el ítem 1. Incluya, además, alguna consideración sobre el segundo ciclo que sea relevante para la articulación con el nivel secundario. Justifiquen su elección.
3. Revisen las lecturas de las clases del Módulo 2 y seleccionen un material bibliográfico que le recomendarían a una/un colega en relación con este tema. Menciónelo y presente una reseña del mismo que, además de justificar su elección, busque persuadir a quien lee de su importancia.

Envíen sus respuestas al tutor a través del buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad), con una extensión máxima de dos carillas.

- Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

Bibliografía

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro. 1: De los problemas de multiplicar y dividir a las relaciones entre cantidades. Módulo 2: Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro. 2: Diversidad de contextos y de razones. Módulo 2, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro. 3: Modelos aritméticos y proporcionalidad. Módulo 2, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro. 4: Proporcionalidad y modelos funcionales. Módulo 2, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Créditos

Autores: María Laura Imvinkelried y Beatriz Bricas.

Cómo citar este texto:
Bricas, Beatriz y Imvinkelried, María Laura. (2023). Clase Nro.3: Sobre temas de proporcionalidad directa en la articulación entre ciclos y niveles. Módulo 5: La planificación como herramienta profesional. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Clase 4: Planificar el estudio para acompañar las trayectorias

Introducción

La tarea de enseñar matemática, cuando se prioriza la inclusión de todos los niños y las niñas y se asume la responsabilidad sobre sus trayectorias escolares buscando la construcción del sentido de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos a través de una práctica matemática genuina, supone una serie de desafíos. Muchos de ellos los hemos abordado a lo largo de las clases de esta actualización.

En este módulo, hemos planteado varias tensiones en relación con las decisiones que tomamos al planificar la enseñanza, a través de la palabra de distintos/as docentes sobre su práctica cotidiana.

En esta clase, y antes de organizar el trabajo final, les proponemos mirar particularmente las instancias de comunicación y sistematización de saberes en el proceso de estudio y hacer una síntesis sobre algunas cuestiones centrales que orientan la toma de decisiones al planificar.

La planificación de secuencias de enseñanza

Para atender a las trayectorias, es tan necesario mirar las relaciones entre temas y actividades a lo largo del año como vincular la propuesta con las de los años anterior y posterior.

Cuando pensamos en el aula, en un año particular, es importante generar una red de relaciones entre las nociones que vamos a abordar y entre distintos aspectos de cada una de ellas.

Al elaborar una planificación para estudiar un tema, entendemos que no es suficiente con elegir un conjunto de actividades sin pensar en un propósito que oriente su elección y las vaya conectando en un recorrido que pueda ser claramente caracterizado en términos de los aprendizajes que se espera promover.

Coincidimos con Tarasow (2005) cuando afirma:

"(...) planificar es un proceso de anticipación. Es una hipótesis de trabajo que trata de organizar un tiempo, pensar actividades que puedan funcionar con los alumnos, seleccionar o adaptar aquello más conveniente para enseñar y, decidir cómo hacerlo. La planificación posibilita ajustar permanentemente la enseñanza, ofrece al maestro una plataforma segura, le permite prever, en parte, lo que ocurrirá en la clase y, por lo tanto, reducir la incertidumbre. Es un espacio privilegiado para valorar y transformar la práctica en tanto se la piense como un conjunto de anticipaciones, de bosquejos flexibles que permiten orientar las clases y analizar lo sucedido tras su desarrollo.

El diseño de la enseñanza no puede considerarse como un acto estrictamente privado. Pensar la planificación como una producción colectiva, admite la inclusión del intercambio y el debate con los colegas como una parte importante del proceso. ´La pregunta, pues, no es solo ¿qué haremos?, sino también ¿por qué eso y no otra cosa? [...] con respecto a la segunda, se hace necesario teorizar la propia acción y eso, o se realiza desde el debate colectivo y de forma regular, o hay grandes posibilidades de que la planificación, quizás como otros aspectos de nuestra enseñanza, derive en actividad rutinaria a expensas de los grandes diseñadores de las modas pedagógicas.´(D. Salinas, 1990)

Las decisiones respecto de lo que se hará en el aula inciden en lo que los alumnos van a aprender. Recordemos que, las opciones de enseñanza no son diferentes caminos para enseñar los mismos conocimientos. Por el contrario,

> diferentes enseñanzas configuran distintos objetos de conocimiento y, por lo tanto, posibilitan aprendizajes muy diversos. Por este motivo la planificación, al momento de decidir qué harán los alumnos, se vuelve indispensable.” (pp. 15)

Hoy, los avances en las investigaciones didácticas nos permiten descubrir en nuestras prácticas y las de nuestros colegas, cuestiones que no contemplábamos hace dos o tres décadas. Hemos podido derivar criterios de trabajo tanto para la elección de un problema que sea tal como para la gestión de cada clase. Y aún más, para diseñar un conjunto de problemas sobre una misma noción que abarque un período de dos o más semanas de clases.

¿Cuáles son algunos puntos de partida para planificar secuencias de enseñanza?

Hemos aprendido que, para enseñar una noción matemática y lograr aprendizajes disponibles para ser utilizados en diversas ocasiones, quien aprende debe tener oportunidad de hacerlo resolviendo problemas, en interacción con otros/as, en instancias de producción y validación de procedimientos y soluciones.

Para ello, las nociones a enseñar pueden ser contextualizadas en situaciones que aporten a la construcción de su significado, así como a la posibilidad de elaborar procedimientos personales y de validarlos, aun cuando no se disponga de herramientas matemáticas expertas. A la vez, es necesaria la descontextualización posterior, para identificar el conocimiento que funcionó como instrumento al resolver para que pueda ser reutilizado.

Atender a la diversidad de conocimientos en una clase requiere adecuar los problemas para que sean verdaderos desafíos para todos/as sus alumnos/as, modificando algunos de sus componentes –variables didácticas– generando un repertorio de alternativas.

En relación con el tipo de trabajo a desarrollar en clase, sabemos que las prácticas desplegadas a propósito de una noción son constitutivas de su sentido y, por ello, es necesario dar a las niñas y niños la oportunidad de poner en juego las formas de hacer, pensar y escribir propias de la matemática.

¿Qué criterios didácticos considerar al elegir un conjunto de actividades?

Al elegir un conjunto de problemas orientados a la enseñanza de un tema, es posible estudiar solo algunas cuestiones, entre las tantas que es posible abordar en función de los propósitos y los criterios que pueden utilizarse considerando los aportes de distintas investigaciones didácticas. Para explicitar algunos de ellos tomamos aportes del texto “Enseñar construyendo una red de conocimientos” (Agrasar y Chemello, 2016).

“Por una parte, habrá que incluir problemas que contemplen las tres componentes señaladas por Vergnaud (1997) aquellos que permitan abordar el estudio de los significados que la noción a enseñar asume por las situaciones que permite resolver en distintos contextos, problemas donde intervengan las propiedades que le son propias y las relaciones asociadas a ella, y también problemas donde la noción vaya apareciendo con sus diversas representaciones para identificarlas y conocer cómo pasar de una a otra según los requerimientos de la situación (Duval 1995).

Habrá que elegir algunos problemas de contexto extramatemático que permita explorar su uso para responder preguntas propias de las actividades y la cultura en la que viven los alumnos, y preguntas que se hacen las personas en distintos ámbitos de la actividad social. Otros de contexto matemático en los que se pregunta alguna cuestión propia del ámbito puramente matemático, buscando comprender mejor alguna propiedad o el alcance de una noción, por ejemplo si un determinado procedimiento es o no adecuado, si funciona o no para distintos tipos de números.

Si todas las actividades refieren a usos de los conocimientos matemáticos en contextos particulares, y no se incluyen problemas intramatemáticos donde esos conocimientos se estudien de manera explícita, no hay posibilidad de identificarlos, relacionarlos con otros conocimientos y reutilizarlos en otros contextos. Y, en el caso opuesto, un trabajo puramente intramatemático en el nivel primario obstaculiza la construcción de sentido y la identificación de los problemas que dieron origen a esos conocimientos, impidiendo reconocer cuándo usarlos y cuándo no. Por ejemplo, presentar las operaciones a partir de la resolución de cálculos e insistir en los mecanismos antes de pasar a los "problemas"[1] *conduce a que los chicos, frente a un enunciado y casi antes de leerlo, pregunten si "es de más o de menos".*

En algunos problemas, el conocimiento matemático funcionará de manera implícita en la toma de decisiones en la acción (Douady, 1999), como cuando los alumnos eligen una manera personal para resolver o toman participan de un juego. Otros darán lugar a la formulación explícita de las nociones, avanzando en el uso del lenguaje propio de la disciplina, al relatar por ejemplo un procedimiento. Otros permitirán producir y analizar explicaciones que justifiquen los diversos procedimientos elaborados en clase.

Llegar a dominar una técnica requiere de numerosas actividades en las que distintos procedimientos se comparan y analizan para descubrir sus ventajas, límites y razones de ser, en lugar de repetir una y otra vez un procedimiento cuyo funcionamiento no se comprende.

Cuando la enseñanza se centra en la actividad matemática, cada conocimiento ha de pasar de un primer momento en el cual se presenta en

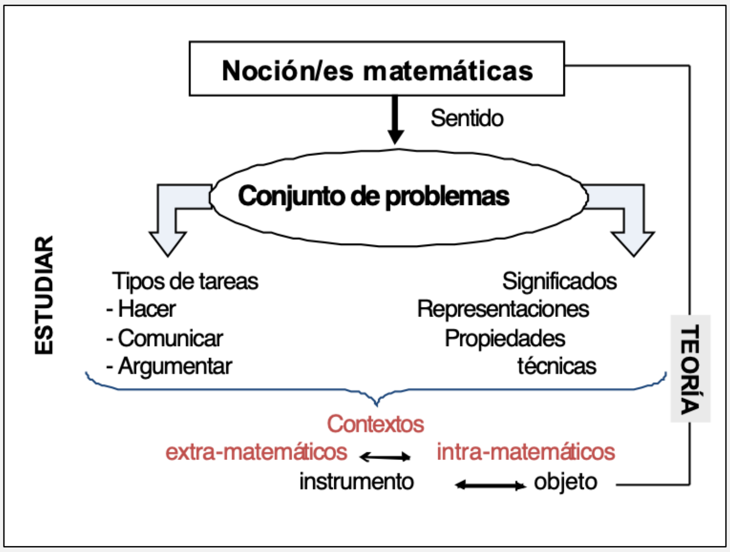
[1] El encomillado refiere al uso escolar habitual de la palabra problema ligada a un texto breve que incluye datos numéricos sobre cantidades o medidas y una o varias preguntas a las que hay que responder usando una o más operaciones y no a la noción más general de problema como desafío cognitivo.

clase como herramienta de la actividad matemática, a otro en el que se transforma en objeto de estudio.

Luego de la resolución y como parte de la puesta en común, enunciar las conclusiones obtenidas y explorar su alcance, identificar los conocimientos nuevos y relacionarlos con otros conocidos, es fundamental para que lo que se aprende pueda ser reutilizado en nuevos problemas. El preguntarse si las conclusiones obtenidas se modifican después de analizar varios ejemplos - cuando se cambian las cantidades, los números, las figuras,etc.- y si es así como es una parte central del avance en los procesos de generalización.

También es necesario incluir actividades relacionadas con el proceso de estudio con diferentes propósitos. Por ejemplo, afianzar el uso de algún procedimiento específico, sistematizar propiedades descubiertas y utilizadas en actividades anteriores, identificar los nuevos conocimientos aprendidos y elaborar una síntesis, registrar los propios avances en el aprendizaje y las nuevas preguntas que interesa investigar, entre otros posibles.

El cuadro siguiente resume lo planteado



(...) Claro que, reunir todos estos criterios en el diseño de una única secuencia de trabajo no es posible para ni para un contenido , ni para un año escolar tanto por el necesario tiempo de apropiación y puesta en relación con otras nociones, como por la obsolescencia de su vida en la clase. Si, en cambio, es posible distribuirlos en la organización de distintas secuencias para distintos recortes de un contenido y sucesivos años escolares."

Una vez delineada una secuencia, podríamos preguntarnos entonces, por ejemplo:

¿Qué significados o representaciones se mantienen o cambian en las distintas actividades?

¿Cómo se alternan los contextos y los tipos de tareas?

¿Qué conclusiones de una actividad se retoman en la siguiente?

¿En qué momento/s se da lugar a la producción de argumentos y la sistematización de conclusiones?

¿Cuáles son las conclusiones a las que se espera arribar luego de realizar una o más actividades?

¿Qué variables didácticas es posible identificar para elaborar alternativas para estudiantes con distintos recorridos?

¿Qué otras actividades se podrían agregar? ¿Con qué propósitos?

¿Qué actividades complementarias pueden brindar nuevas oportunidades para que los alumnos utilicen lo aprendido en nuevas situaciones o para afianzar algunos conocimientos específicos?

Si al responder las preguntas encontramos, por ejemplo, que todos los contextos son distintos, que los tipos de representaciones varían de una actividad a otra, que cambia el repertorio numérico o de figuras sin identificar algunas regularidades, no se podría inferir cuál es el propósito de la secuencia.

Identificar el conjunto de elecciones que orientan las secuencias abordadas en un año, en relación con los saberes priorizados, nos permite, caracterizar mejor el alcance del trabajo realizado para comunicarlo a las y los colegas y aportar a la articulación de la enseñanza.

En este sentido, al describir el recorrido abordado en un año escolar, no es suficiente con enunciar temas o contenidos nominalmente con grandes títulos como por ejemplo “sumas y restas con números hasta 1000” o “construcciones de triángulos y cuadriláteros”. Interesa caracterizar, con el mayor detalle posible, el tipo de práctica realizada a propósito de esos temas, los contextos y representaciones utilizadas, las conclusiones obtenidas y sus modos de argumentación. Esta caracterización necesariamente deberá incluir los logros conseguidos por distintos grupos de niñas y niños.

¿Cuáles de estos criterios le resultan más relevantes para tener en cuenta al planificar?
¿Qué acuerdos realizan en su escuela en relación con las planificaciones y la comunicación de los alcances de los saberes priorizados por grado?

Dado que en clases anteriores hemos desarrollado distintos criterios relativos a la elección de los problemas teniendo en cuenta sus contextos, tipos de tareas, representaciones involucradas y variables didácticas asociadas para distintas nociones, les proponemos detenernos ahora en las propuestas que, después de haber trabajado sobre una secuencia de problemas, están orientadas a la explicitación, sistematización de los saberes abordados.

En la presentación que acompaña esta clase podrán revisar algunos ejemplos que muestran cómo se fueron contemplando los criterios que desarrollamos en este apartado en las distintas clases de los módulos de esta Actualización.

Las actividades y el estudio en Matemática

Si bien, entendemos que el conjunto de actividades de una planificación corresponde a un proceso de estudio, es posible identificar algunas que enfatizan la explicitación, sistematización y reutilización de los saberes puestos en juego en un cierto recorrido de trabajo.

Retomamos aquí algunas ideas que plantea Paola Tarasow (2005) al respecto en el texto “La tarea de planificar”:

> *“No hay aprendizaje sin un trabajo personal del alumno. Este trabajo personal es el estudio y es responsabilidad del docente contribuir al mismo por parte del alumno. Entender qué significa estudiar en matemática es un aprendizaje. Requiere que el docente prevea no solo el trabajo en la clase y la tarea, sino otros momentos de estudio.*
>
> *Estudiar es mucho más que resolver ejercicios en la carpeta, aunque esta actividad esté incluida en el estudio. Supone volver hacia atrás, revisar los problemas ya hechos, analizar los errores, identificar qué tipos de problemas se pueden resolver y cuáles no con determinada herramienta, elaborar conclusiones a partir de todo lo realizado, poder comunicarlas, etcétera.*
>
> *Por un lado, los alumnos pueden buscar en lo aprendido las herramientas para resolver nuevas situaciones. Por otro, sus carpetas o cuadernos deben ser considerados como un registro valioso que dan cuenta del avance producido. Para esto sea posible, debe quedar registro de los procedimientos erróneos, de argumentaciones incompletas, etc. Si se usan cuadernos borradores y luego se “pasa” a la carpeta solo lo correcto para que “quede prolijo”, no es posible volver atrás y analizar los errores. Además, es importante que se instale la práctica de escribir acuerdos, de señalar un problema que haya resultado particularmente difícil indicando por qué, de redactar un consejo para no equivocarse en determinado tema, o de escribir una pregunta que por el momento no puede responderse y sobre la que se volverá más adelante, revisar en la carpeta lo trabajado sobre algún contenido y hacer una lista de las cosas que se aprendieron, etc.* (pp.23-24).

En las clases hemos insistido sobre la explicitación de procedimientos, la escritura de carteles con las conclusiones de la clase, la necesidad de plantear instancias de validación y de exploración de los alcances de lo que se afirma. Sin embargo, cuando revisamos por ejemplo las primeras planificaciones de las y los estudiantes de profesorado no encontramos momentos en los que, de manera explícita, se proponga volver sobre las actividades anteriores para reflexionar sobre el trabajo realizado y explicitar su alcance, establecer relaciones, identificar aprendizajes. Nuestras prácticas se han centrado, muchas veces, más en el hacer que en la reflexión sobre ese hacer, considerando implícitamente que, presentada una secuencia de actividades, se logra un conjunto de aprendizajes similares para las y los alumnos, caracterizados previamente. Por otra parte, hay una atomización de los contenidos y su tratamiento que no asume para la enseñanza las relaciones entre saberes.

Nuestra tradición escolar muestra un avance monocrónico de los aprendizajes, como plantea Terigi (2010) en la conferencia que leímos al iniciar esta actualización:

"Cuando hablamos de aprendizajes monocrónicos estamos hablando de la idea de que es necesario proponer una secuencia única de aprendizajes para todos los miembros de un grupo escolar y sostener esta secuencia a lo largo del tiempo de modo tal que, al final de un proceso más o menos prolongado de enseñanza, el grupo de alumnos haya aprendido las mismas cosas. Este es el supuesto de la escolaridad moderna: secuencias unificadas de aprendizajes sostenidas a lo largo del tiempo con el mismo grupo de alumnos, a cargo del mismo docente, de forma tal que al final de un período más o menos prolongado de tiempo y desarrollada la enseñanza tal como haya sido prevista, los sujetos habrán logrado aprender las mismas cosas. Todos sabemos que habrá algunos que aprendan un poquito más, otros que aprendan un poquito menos, pero la idea es que cierta cronología de aprendizaje más o menos unificada se conserva para el grupo clase. Cuando

un sujeto se desfasa demasiado de esa cronología, la respuesta que hemos tenido como sistema es que repita, que la vuelva a hacer, a ver si volviéndola a hacer logra esos aprendizajes, con otro grupo, en otro tiempo.”

De este modo hemos construido una cierta tendencia a asumir que las y los alumnos aprenden lo mismo frente a la misma enseñanza, aunque sabemos de hecho que no es así.

Las actividades de sistematización y reflexión, además de atender a su propósito específico, contribuyen a poner en consideración, tanto para el/la docente como para cada alumna, alumno, la variedad de aprendizajes que se pueden identificar en la clase, asociados a un cierto recorrido de enseñanza, en un determinado momento. Un primer paso para poder acompañar trayectorias es reconocer e identificar esta variedad. Un segundo paso será diseñar recorridos alternativos en función de los logros identificados.

Veamos ahora algunas propuestas, vinculadas a los recortes temáticos que hemos desarrollado en las tres clases anteriores, que aportan ejemplos en relación con lo que venimos planteando sobre reflexión y sistematización de conocimientos.

Las y los invitamos a comparar los siguientes materiales e identificar las consignas y tareas involucradas en cada uno. Cabe señalar que, cada propuesta, está asociada a una secuencia previa de otras actividades y por lo tanto resultaría necesario conocerlas para analizarlas en profundidad. Por esta razón se incluyen las referencias a las secuencias completas para quienes estén interesados/as.

Creemos necesario destacar una vez más que ninguna de estas secuencias, o cualquier otra propuesta incluida en un texto escolar o material de desarrollo curricular, debiera interpretarse como una selección de actividades a aplicar con cualquier grupo de alumnos/as. Siempre se trata de una elección, entre tantas otras posibles, que es útil para identificar algunos criterios y que, al considerarse en relación con su uso con un grupo particular debe reformularse necesariamente y ampliarse con un repertorio de otras actividades ajustadas tanto a la diversidad del grupo como la los propósitos e intereses del docente.

- Material 1 : Serie Transiciones. Entre primaria y secundaria. Matemática.

La [serie Transiciones] (MEN, 2021), tiene como propósito acompañar a las y los estudiantes y a sus docentes con recorridos de trabajo que pueden ser abordados en ambos niveles con la misma perspectiva didáctica. Se complementa con el cuadernillo para docentes.

ACTIVIDAD DE ESTUDIO 1
Reflexionar sobre lo que aprendimos

Primera Parte : La proporcionalidad directa y los números naturales

Actividades 1 a 6: problemas en contextos extramatemáticos con datos organizados en tablas

A. Recorran los problemas trabajados hasta acá y elaboren un “machete” donde se mencionen cuáles de las actividades les costaron más (identificando por qué), propiedades vistas, ejemplos donde ellas se pongan en juego, conclusiones, carteles de precaución, etc.

B. Intercambien el “machete” realizado con el de otro/a compañero/a con la idea de hacerle algún aporte y luego completen el suyo.

ACTIVIDAD DE ESTUDIO 2
Reflexionar sobre lo que aprendimos

Segunda parte: La proporcionalidad directa y los números racionales

Actividades 7 a 11: problemas en contextos extramátematicos con y sin uso de tablas

A. Vuelvan a leer los problemas trabajados hasta acá e identifiquen en cuáles de ellos hay proporcionalidad directa entre las magnitudes involucradas y en cuáles no. Luego escriban un texto donde expliquen cómo se dieron cuenta.

B. Considerando las “situaciones de proporcionalidad directa”, revisen en sus procedimientos de resolución cuándo “pasaron por la unidad” para completar las tablas. ¿Por qué creen que tuvieron que encontrar este valor? ¿Hay otra forma de completar la celda en cuestión? Si la hay, mencionen cuál es y si creen que no la hay, expliquen por qué.

- **Material 2: Matemática para todos en el Nivel Primario. Notas para la enseñanza 2. (ME. 2014) Operaciones con fracciones y números decimales. Propiedades de las figuras geométricas.**

Se trata de secuencias didácticas para el análisis en espacios de trabajo compartido entre maestros y acompañantes didácticos para enriquecer las prácticas de enseñanza.

La enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas

Secuencia para 4to grado: Triángulos y cuadriláteros, lados iguales y ángulos rectos

Actividades 1 a 8:
Problemas que involucran reconocimiento, construcción y descripción de triángulos y cuadrilátero, centrándose en las propiedades relativas a lados –iguales o no– y ángulos –rectos o no–.

Actividad 9. ¿Se puede o no se puede?
Si se puede, mostrá un ejemplo haciendo un dibujo. Si no se puede explicá por qué o anotá qué información falta para que sí se pueda.
I. ¿Se puede armar un cuadrado combinando dos recortes iguales con forma de...?
a) rectángulos.
b) triángulos equiláteros.
c) triángulos rectángulos.

II. ¿Se puede dibujar una figura que tenga...?
a) cuatro lados iguales y ningún ángulo recto.
b) un ángulo recto y ningún lado igual.
c) solo tres lados y dos ángulos rectos.

Actividad 10. Mirar lo que aprendimos
a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
c) Si un compañero dice que dibujó un triángulo que tiene todos sus ángulos menores que un ángulo recto, ¿podrías asegurar que dibujó un triángulo equilátero?
d) Si alguien te pregunta cuál es la diferencia entre equilátero e isósceles, ¿qué le dirías?
e) Hacé una lista con todo lo que sabés de estas figuras: cuadrado, rectángulo, rombo.

Secuencia para 5o grado. Triángulos y cuadriláteros, lados y ángulos
Actividades 1 a 8:
Reconocimiento, construcción y descripción de cuadriláteros a través de sus propiedades, centrándose en las relativas a los lados (congruentes o no, paralelos o no, perpendiculares o

no) y ángulos (rectos, agudos, obtusos).

Actividad 9. ¿Vale o no vale?

a) Javier dice que siempre que el cuadrilátero tiene dos pares de lados congruentes entre sí, tiene dos pares de lados paralelos.
Moni dice que el rombo tiene dos pares de lados congruentes, pero no tiene pares de lados paralelos. ¿Con quién de ellos estás de acuerdo? ¿Por qué?

b) Discutí con tus compañeros si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. - Los cuadrados tienen dos pares de lados paralelos.
- Los rectángulos son paralelogramos.
- Los rombos tienen dos pares de lados paralelos.
- Los trapecios pueden tener hasta dos ángulos rectos.

Actividad 10. Mirar lo que aprendimos

a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
c) ¿Qué tenés en cuenta para establecer las características de los cuadriláteros?
d) ¿Podés explicar a un compañero cómo diferenciás un paralelogramo de un trapecio? Anotá tu explicación.
e) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver situaciones donde debas usar propiedades de los cuadriláteros?

¿Son frecuentes este tipo de consignas en las propuestas de enseñanza en su escuela?

¿Pueden identificar otro tipo de consignas orientadas a la reflexión y sistematización?

Estos ejemplos ilustran, entre muchos otros posibles, distintos modos de volver sobre lo trabajado en una secuencia de actividades organizada con un propósito específico y una selección de problemas realizada en función de ese propósito. Tal como planteamos para el conjunto de las actividades, las producciones de las y los alumnos resultarán siempre diversas, tanto en su contenido como en sus formas de expresión.

Otras instancias de reflexión sobre lo estudiado son las que pueden organizarse al finalizar una unidad, un bimestre, un año o un ciclo. En estos casos, no se trata de volver sobre lo abordado recientemente sino de identificar y sistematizar saberes centrales que serán necesarios como punto de apoyo para otros en una próxima etapa. Estas instancias debieran darnos insumos para intercambios con otras y otros colegas a propósito de la articulación entre ciclos y niveles.

Como ejemplo, podemos considerar las propuestas incluidas en

Matemática, Leer, escribir y argumentar, (MECyT, 2007) elaboradas para la finalización de la escuela primaria. (El material se descarga del aula virtual)

Si cambian los números, ¿valen las mismas propiedades?

En Aritmética, es importante tener en cuenta con qué números estamos trabajando, ya que lo que es válido para un conjunto numérico no siempre vale para otro conjunto.

En los números naturales, cada número tiene un siguiente. ¿Esto también vale para los números racionales?

Si un número es par, podemos asegurar que se puede dividir exactamente por 2. ¿Y si es impar?

Si dividimos dos números racionales, siempre obtendremos otro número racional, pero si dividimos dos números naturales, no siempre obtendremos como resultado un número natural.

¿Para qué números vale cada propiedad?

<u>Problema 1</u>

Flavia y Pablo son dos chicos conocidos por sus compañeros porque siempre están discutiendo por todo en la clase de Matemática. Les cuesta tanto escucharse, que a veces ni se dan cuenta si están hablando o no sobre las mismas cosas. Las que siguen son frases que iniciaron algunas de sus famosas discusiones.

¿Creés que lo que dicen es cierto a veces, siempre o nunca? ¿Qué les dirías para convencerlos?

<u>Problema 2</u>

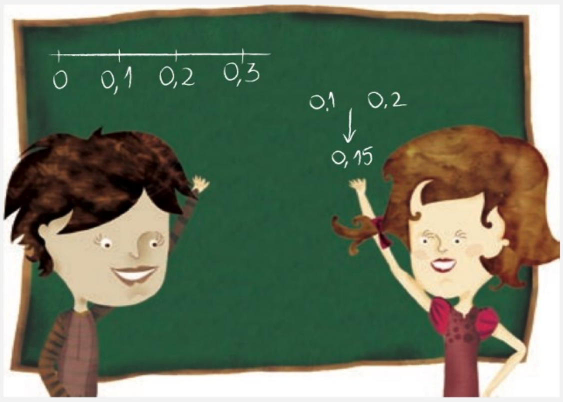
¿Cuántas fracciones existen con denominador 7 que sean menores que 1? ¿Y que sean equivalentes a 1?, ¿y mayores que 1?

b. ¿Cuántas fracciones existen con numerador 7, que sean menores que 1? ¿Y equivalentes a 1? ¿Y mayores que 1?

<u>Problema 3</u>

a. Pablo sostiene que el sucesor de 2/5 es 3/5 . Flavia responde que no sabe si será otra fracción pero que 3/5 seguro no es, porque 2/5 es menor que un medio y 3/5 es mayor que un medio. Entonces, entre 2/5 y 3/5 se encuentra 1/2. ¿Cuál es tu opinión?

b. Pablo sostiene que el sucesor de 0,1 es 0,2. Flavia dice que no puede ser, porque 0,15 es mayor que 0,1 y menor que 0,2. ¿Cuál es el sucesor de 0,1? ¿Por qué?



Problema 4

Pero no solamente Flavia y Pablo discuten en la clase de Matemática. Es- tas son algunas de las discusiones que mantuvieron otros integrantes.

a. Paula le dice a Carlos que cuando se divide un número, el resultado siempre es menor que ese número, porque la división es una operación que siempre reduce. ¿Es cierta esta afirmación? ¿Por qué?

b. Paula también dice que la multiplicación es una operación que siempre agranda porque el resultado es mayor que los números que se multiplican. ¿Es cierta la afirmación? ¿Por qué?

c. Pensando en las fracciones, ¿por qué si dividimos numerador y denominador por un mismo número natural se obtiene una fracción equivalente?

Problema 5

Esta es otra discusión que mantuvieron en la clase Juan, Pablo y Mariela.

a. ¿En qué número está pensando Mariela? ¿Quién tiene razón? ¿Por qué? ¿Qué le dirías para convencer al que, según tu opinión, está equivocado?

–Pablo: Yo no entiendo bien. Para sumar dos fracciones algunos usan una regla en la que hay que buscar un múltiplo común, el menor posible, de los números que están en el denominador. Entonces, ¿está bien pensar en múltiplos cuando trabajo con fracciones?

–Mariela: No. Una cosa es querer buscar el múltiplo de una fracción y otra es usar esa regla.

b. ¿Qué está pensando Mariela?

En los problemas que resolviste, habrás comprobado que los criterios para comparar números, la cantidad de números que se pueden encontrar entre otros dos y la posibilidad de encontrar un resultado que sea del mismo campo numérico son algunos de los aspectos que cambian según cuáles sean los números con los que trabajamos. Estos cambios provienen de las propiedades que posee cada uno de los tipos de números.

a. Si considerás los números naturales, ¿cuál es el sucesor de 5? ¿Y el de 6? b. Si tenemos en cuenta los números racionales, entre el 5 y el 6 encontramos una infinidad de valores intermedios. Buscá cinco ejemplos que usarías para convencer a un compañero que piensa que esto no es cierto.

b. Esto último también ocurriría entre otros dos números racionales diferentes. No importa cuán cercanos consideremos los dos valores, siempre encontraremos nuevos valores entre ellos. ¿Cómo podrías mostrar esta idea con ejemplos a un compañero?

c. Para pensar los ejemplos anteriores, ¿usaste expresiones fraccionarias o decimales?

Compará tus escrituras con las de otros compañeros y discutan las ventajas de usar una u otra. Si no lo hicieron antes, representen los ejemplos elegidos en la recta numérica.

d. Al plantear multiplicaciones y divisiones entre pares de fracciones o decimales y comparar esos números con el resultado, no siempre ocurre lo mismo. A veces, el resultado de la multiplicación es mayor que cada factor y a veces no. A veces el cociente es mayor que el dividendo y a veces no. Buscá ejemplos de ambas posibilidades para cada operación y escribí un criterio para anticipar cómo será el resultado en cada caso.

¿Por qué no tiene sentido plantear las relaciones de múltiplo y divisor con las fracciones y los decimales?

Más allá de estos ejemplos, tengamos en cuenta que al planificar es importante considerar la necesidad de construir una trama de relaciones entre los saberes que han sido seleccionados para enseñar. Tal trama debiera poder ser reconocida por las y los alumnos a través de actividades orientadas a ese fin.

Una mirada sobre el recorrido realizado

Como hemos planteado en distintas oportunidades, la responsabilidad sobre el acompañamiento a las trayectorias de nuestras y nuestros alumnos es una cuestión colectiva, que involucra al conjunto de docentes de una institución. Es por eso que en las clases de este módulo les propusimos analizar distintas escenas entre docentes y preguntarse:

¿A qué acuerdos les interesaría llegar con sus colegas del primer o segundo ciclo en relación con las cuestiones abordadas en este episodio? ¿Qué preguntas le formularían a sus colegas del primer/segundo ciclo en relación con las cuestiones abordadas en este episodio?

A su vez, les solicitamos que elaboraran textos breves, uno para cada eje temático, sintetizando qué les interesaría compartir en una reunión de articulación entre ciclos, con los colegas de sus escuelas. Más allá de las oportunidades que tengan de avanzar efectivamente en estos intercambios en sus instituciones, entendemos que identificar estas cuestiones es un paso fundamental para revisar nuestras planificaciones atendiendo a la necesidad de construir una trama articulada de saberes a enseñar, entre niveles, a lo largo de cada ciclo y entre los de cada año, a fin de favorecer una trayectoria escolar significativa para nuestros chicos y nuestras chicas.

En este sentido, esperamos que las actividades de este módulo hayan orientado un proceso de reflexión y sistematización de algunas de las ideas abordadas en nuestro propio recorrido de actualización.

Con estas ideas presentes, les proponemos revisar sus producciones y los textos de la bibliografía para elaborar su trabajo final.

Actividad de la clase

Actividades de la clase

Actividades obligatorias

- Foro de intercambio
- Actividad de entrega

La actividad consiste en la elaboración del Trabajo final cuya consigna ya han recibido. Recuerden que pueden recurrir al Foro de consultas para preguntar lo que consideren necesario para realizar el Trabajo final del módulo.

Actividad optativa

- Foro de consultas

Foro

Hola colegas:

Comparto con ustedes este espacio pensado para el intercambio de la **Clase 4. Planificar el estudio para acompañar trayectorias de las y los estudiantes**. Luego de la lectura minuciosa de la clase, las y los invito a participar en el foro con dos intervenciones:

a. Compartiendo criterios prioritarios para considerar en la planificación el estudio de un contenido matemático trabajado (en relación con los tiempos, actividades con propósitos específicos, etc.), un conjunto de actividades a realizar dentro y fuera de la clase

b. Comentando el aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Nos leemos

Bibliografía de referencia

- Agrasar, M. Rossetti, A. (2007). *Matemática. Leer, escribir y argumentar.* Serie Cuadernos para el aula. Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación (pp30- 33) Material para docentes. https://www.educ.ar/recursos/111095/cuaderno-septimo-ano-matematica-leer-escribir-argumentar-docentes
- Agrasar, M. y Chemello, G. (2016). "Enseñar construyendo una red de conocimientos. Los aportes didácticos de las secuencias de enseñanza". Revista Quehacer Educativo. Montevideo.

- Agrasar, M. Chemello, G. y Díaz, A. (2014). Notas para la enseñanza 2. Ministerio de Educación de la Nación. Disponible en : https://www.educ.ar/recursos/158249/matematica-para-todos-en-el-nivel-primario-notas-para-la-ens Fecha de consulta: 15/2/2023
- Murúa, R. Becerril, M.; Koenig, M y Carreño, L. (2021). Proporcionalidad Directa. Transiciones Matemática Cuaderno 2. Ministerio de Educación de la Nación Matemática- Material para estudiantes disponible en: https://www.educ.ar/recursos/157793/transiciones-proporcionalidad-directa-cuaderno-para-estudian Material para docentes disponible en: https://www.educ.ar/recursos/157792/transiciones-proporcionalidad-directa-cuaderno-para-docentes Fecha de consulta: 15/2/2023
- Secretaría de Educación del GCBA: “La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar Matemática, serie: Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio.” Disponible en: https://buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/serie_aportes.php?menu_id=20709
- Tarasow, P. (2005). La tarea de planificar. en: Enseñar Matemática en la EGB. Serie Respuestas. Buenos Aires: Tinta Fresca.

Créditos

Autores: Mónica Agrasar y Graciela Chemello

Cómo citar este texto:
Agrasar, Mónica y Chemello, Graciela (2023). Clase Nro.4: Planificar el estudio para acompañar trayectorias. Módulo 5: La planificación como herramienta profesional. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.