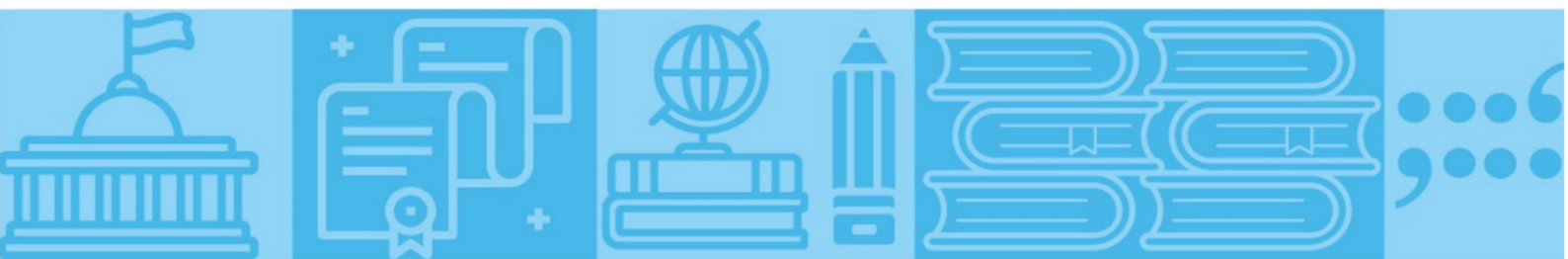


Colección **Actualizaciones Académicas**

Actualización Académica en enseñar y aprender matemática en el nivel primario

Módulo 4: **Temas de enseñanza de Geometría
y Medida**



Índice

Clase 1. Figuras y cuerpos geométricos: un recorrido escolar	8
Clase 2. Problemas geométricos y construcciones	26
Clase 3. Problemas geométricos y textos.....	52
Clase 4. La medida, sus quehaceres y las magnitudes espaciales.....	75

Módulo 4: Temas de enseñanza de Geometría y Medida

Presentación

El propósito de este Módulo es acercar algunas herramientas y construir criterios didácticos que nos permitan reflexionar acerca de la enseñanza de los contenidos del bloque de Geometría y Medida.

Debemos señalar que parte de los objetos de estudio de la geometría son las propiedades de las figuras; su análisis hace posible que las y los alumnos entren en el terreno de las argumentaciones deductivas. Por ello, el eje de la producción geométrica son las construcciones; partimos de ellas para llegar a las figuras y al estudio de sus propiedades.

Es decir, para poder transitar este recorrido es necesario realizar un trabajo entre una geometría “ostensiva”, donde el foco está puesto en las representaciones y en conjeturas empíricas, que se apoyan en lo que se ve y en lo que se dibuja, para avanzar hacia una geometría más deductiva, dando lugar al estudio de las figuras y sus propiedades. En este recorrido, también vamos a acercar algunas propuestas que hacen uso de software de geometría dinámica, para permitir explorar, conjeturar y analizar las figuras mediante otro tipo de construcción. No está de más aclarar que cualquier potencialidad que tenga cualquier propuesta, inclusive el mismo *software*, no se puede desligar de la intencionalidad docente.

A lo largo de las tres primeras clases de este módulo, el foco está puesto en el análisis del modo en el que caracterizamos a los problemas geométricos, para distinguirlos de otros, como en el caso de aquellos donde interviene la medida. Nos proponemos reflexionar acerca del rol de los dibujos y las figuras en el aprendizaje de contenidos geométricos revisando, para ello, argumentos elaborados por las y los niños para validar sus producciones. Respecto a las propuestas de enseñanza se brindan herramientas que permitan analizar didácticamente actividades para desarrollar en una clase y otras tendientes a organizar los contenidos a enseñar a lo largo de los grados de cada ciclo, entre ciclos y al término de la escolaridad primaria. Es en la cuarta clase, donde tomamos la medición efectiva de magnitudes y en particular, el recorte para el nivel primario de los temas perímetro y superficie, entendiendo el campo de medida como un cruce entre lo físico, lo geométrico y lo numérico.

Nos proponemos estudiar los saberes geométricos de la escuela primaria y analizar sus alcances en cada uno de los ciclos. Se presentan, para debatir sobre ellas, propuestas de enseñanza sobre problemas de la geometría plana y de geometría del espacio, lo que nos permite priorizar aquellos saberes que consideramos centrales para nuestros alumnos y alumnas. Las propuestas habilitan el reconocimiento de diversos quehaceres geométricos y actividades de distinto tipo como ser las copias con modelo presente o sin él, las construcciones, los pedidos y dictados de figuras, los análisis de argumentos para decidir por su verdad o falsedad.

En relación con la medida, vamos a estudiar el sentido de diversos quehaceres vinculados a la medición: medir efectivamente, estimar, calcular y aproximar medidas. En particular, nos ocuparemos de analizar propuestas para la enseñanza de las magnitudes de perímetro y área y la interpretación de las letras de sus fórmulas.

Para acompañar las reflexiones propuestas a lo largo de las clases del módulo, incluimos momentos para “detenerse a pensar”, de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

Los/as invitamos a darle mayor espacio que el habitual al debate entre colegas sobre los temas de enseñanza de la geometría y la medida, para reflexionar sobre ellos; se trata de compartir ideas y opiniones acerca de las propuestas que se desarrollan en las clases con otras/os maestras/os de su escuela con la convicción de que los intercambios entre colegas enriquecen y mejoran nuestras propuestas de enseñanza.

Objetivos

- Analizar los objetos de estudio de la geometría y la medida, estableciendo el alcance de cada uno en la escuela primaria.
- Caracterizar los problemas y quehaceres geométricos, identificando tipos de actividades que permiten poner en juego las propiedades de figuras y cuerpos.
- Establecer vínculos entre las exploraciones empíricas y su relación con la elaboración de conjeturas, para relacionar las argumentaciones y al trabajo deductivo con la validación en geometría.

- Estudiar los diversos quehaceres vinculados al estudio de las magnitudes: medir, estimar, calcular y aproximar medidas.
- Analizar propuestas de estudio de las magnitudes perímetro y área y revisar las fórmulas como aporte a la iniciación al uso de letras.

Presentación del módulo

Les damos la bienvenida al Módulo “Temas de enseñanza de la geometría y la medida”. En este módulo, a lo largo de las tres primeras clases, analizaremos el modo en el que caracterizamos a los problemas geométricos, los distinguiremos de otros problemas de la matemática como pueden ser los aritméticos o los algebraicos. Reflexionaremos acerca del rol de los dibujos y las figuras en el aprendizaje de contenidos geométricos y revisaremos argumentos producidos por los/as niños/as para validar sus producciones. Analizaremos secuencias de enseñanza que exploran las actividades ligadas a un contenido geométrico gestionado hacia el interior de un grado como así también se estudiarán otras tendencias a organizar los contenidos a enseñar a lo largo de los grados de cada ciclo. En la cuarta clase, tomaremos la medición efectiva de magnitudes y, en particular, el recorte para el nivel primario de los temas perímetro y superficie, entendiendo el campo de medida como un cruce entre lo físico, lo geométrico y lo numérico.

A lo largo del módulo estudiaremos los saberes geométricos de la escuela primaria y analizaremos sus alcances en cada uno de los ciclos. Dado que caracterizamos la figura como el conjunto de propiedades que reúne y permite identificar a un polígono, estudiaremos cómo alcanzarla a partir de los diversos dibujos geométricos. Recorreremos, para debatir sobre ellas, propuestas de enseñanza sobre problemas de la geometría plana y de geometría del espacio, lo que nos permitirá priorizar aquellos saberes que consideremos centrales para nuestros alumnos y alumnas. Las propuestas habilitarán el reconocimiento de diversos quehaceres geométricos y actividades de distinto tipo como ser las copias con modelo presente o sin él, las adivinanzas y dictados de figuras, las construcciones, etcétera.

Reflexionaremos también sobre el uso de instrumentos para la construcción de figuras incorporando a los instrumentos “físicos” que conocemos –como la regla, el compás, el transportador y la escuadra– las herramientas informáticas que están disponibles en los programas de geometría dinámica como ser GeoGebra¹ para analizar cuál es el aporte de este recurso en la enseñanza.

Para acompañar en estas reflexiones incluimos momentos para “detenerse a pensar”, de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los

¹ Geogebra: software libre que permite al estudiante de matemática recorrer problemas de diversas ramas de la matemática como ser álgebra, aritmética, estudios de funciones y en particular los geométricos.

conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

Los invitamos a darle mayor espacio que el habitual al debate entre colegas sobre los temas de enseñanza de la geometría y la medida para reflexionar sobre ellos y a compartir ideas y opiniones acerca de las propuestas que se desarrollan en clase. con otras/os maestras/os de cada escuela con la convicción de que los intercambios entre colegas enriquecen y mejoran las propuestas de enseñanza.

Clase 1: Figuras y cuerpos geométricos: un recorrido escolar

Bienvenida a la clase

En esta clase nos ocuparemos de reflexionar sobre cuáles son los objetos de enseñanza de la geometría, poniendo el acento en una perspectiva que promueve la evolución de las concepciones de los/as alumnos/as sobre esos objetos, avanzando “del dibujo a la figura” a partir de un cierto tipo de trabajo geométrico que se realice en la clase.

La evolución señalada se ve favorecida por la posibilidad de consensuar entre los integrantes del equipo de docentes de la escuela cuáles priorizar entre los quehaceres –haceres– que ocupen a los alumnos y alumnas en la clase.

El trabajo geométrico en la escuela

Una cuestión que interesa en términos de articulación y de presencias o ausencias de trabajo geométrico en la escuela es el tipo de actividades para la enseñanza de los distintos contenidos geométricos. En un momento como el actual, frente a la complejidad que implicó sostener durante la pandemia la continuidad pedagógica y luego retomar la actividad a partir de los saberes disponibles de nuestros alumnos, la transición que habíamos vivido en las aulas en torno a los tipos de actividades que se planteaban a los/as alumnos/as en las aulas puede verse resentida. Es interesante en este sentido, tal como se plantea en el módulo “Problemas y decisiones de enseñanza”, reflexionar sobre cómo avanzar con el trabajo geométrico en las aulas “más allá de los nombres y las clasificaciones año a año”.

Frente a la preocupación siempre presente de la cantidad de contenidos a gestionar en las clases para desarrollar secuencias didácticas potentes, resulta necesario priorizar ciertos contenidos y establecer relaciones entre ellos y, fundamentalmente, generar acuerdos con colegas de la escuela a fin de conocer lo realizado, registrado en los cuadernos o carpetas de los/as alumnos/as, para tomar los conocimientos allí presentes como punto de partida.

Los objetos geométricos, ¿dibujos o figuras?

¿Las nociones geométricas son “ideales” o “físicas”?



¿Cómo responden ustedes esta pregunta?

Las rectas, las semirrectas, los segmentos, los planos, los semiplanos, los triángulos, los cuadrados, etc., ¿forman parte del espacio físico o tienen presencia en el mundo de las ideas? La respuesta que ensayemos a esta cuestión resulta fundamental para posicionarnos con respecto a su enseñanza.

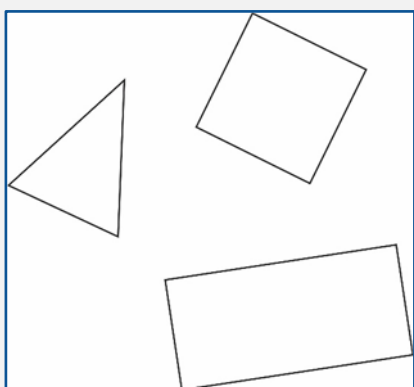
Si concebimos que los triángulos, los paralelogramos son partes de nuestro entorno físico, nuestros sentidos permitirían acceder a ellos. Por el contrario, si consideramos que ellos están en el plano de las ideas, apropiarse de ellos demandará de un acto creativo. Deberemos construir una idea donde no estaba.

Como hemos mencionado, nuestras concepciones con respecto a los objetos nos posicionarán frente al aprendizaje como un acto contemplativo o como un acto creativo. En consecuencia, adquirir las nociones implicará un proceso empírico o un desarrollo reflexivo.

Si bien los objetos que nos rodean pueden tener formas geométricas, las mismas son una “idea” y no un objeto material. Podemos decir que una lata de arvejas tiene forma cilíndrica, que la caja de un medicamento tiene forma de prisma de base rectangular o que un dado tiene forma cúbica, pero la lata no es un cilindro, ni la caja un prisma, ni el dado un cubo. El cilindro, el prisma, el cubo son nociones complejas que podemos construir y emplear para describir la forma de diversos objetos, entre ellos las latas, las cajas, etc. Los cuerpos geométricos son ideas construidas en nuestras mentes, no están conformados por átomos y moléculas.

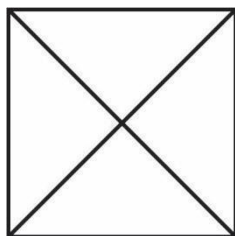
Esto no ocurre exclusivamente con las entidades tridimensionales, también ocurre con las entidades bidimensionales como las figuras planas. Los cuadrados, los triángulos, los rombos, etc. también son ideales. También lo son las rectas, semirrectas, puntos, etc.

En este sentido señalamos que un cubo, un prisma, etc. poseen un largo, un ancho y una profundidad. Por ello decimos que poseen tres dimensiones. En la actualidad suele referirse a esta condición con la sigla 3D. Los triángulos, los cuadrados, los rectángulos solo poseen largo y ancho, por eso decimos de ellos que tienen dos dimensiones. En la actualidad se suele referir a esta condición bajo la sigla 2D. También existen entidades de una sola dimensión. Ellas son las rectas, las semirrectas, los segmentos, etc. Vale aclarar que el punto no tiene dimensión.



Cuando se dibuja un triángulo, un cuadrado, un rectángulo, etc. ¿Se trata de un dibujo de un triángulo, cuadrado, rectángulo particular o se trata de representar una figura genérica?

Los dibujos que hacemos sobre un papel representan estas ideas. Es posible pensar en un cuadrado como un cuadrilátero equilátero, con ángulos rectos y diagonales perpendiculares y congruentes² pero cuando lo dibujamos ya dejó de ser ese cuadrado genérico para pasar a ser uno de ciertas medidas en particular:



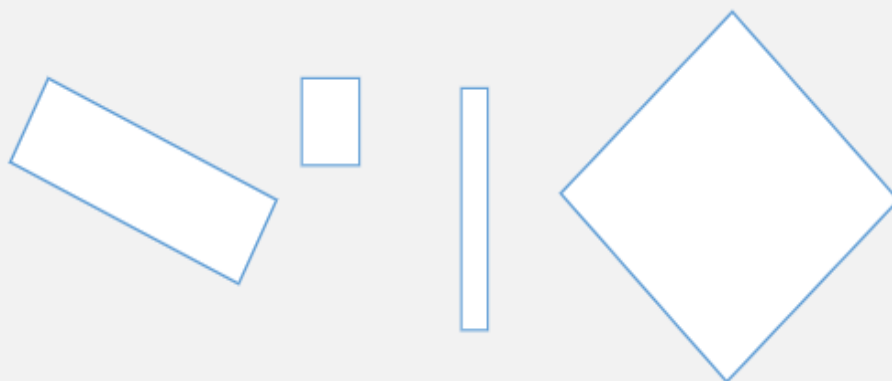
² En geometría el término congruente refiere a “tener la misma medida”. Dos segmentos son congruentes si tienen la misma longitud, dos ángulos son congruentes si tienen la misma amplitud.

Este es el dibujo de un cuadrado de 3 cm de lado. Si bien todos los cuadrados son equiláteros, todos tienen sus cuatro ángulos rectos, sus dos diagonales son perpendiculares, congruentes y se cortan en su punto medio, no todos los cuadrados tienen sus lados de 3 cm de longitud. Al representar esa idea “genérica” de cuadrado por este trazo de tinta sobre un papel o esta imagen luminosa sobre una pantalla de computadora, el cuadrado se despoja de su condición genérica y pasa a ser un cuadrado en particular. Las lecturas que hagamos de esta imagen podrán quedar atrapadas en esa particularidad o podrán alcanzar una reflexión general en la que este dibujo es un representante de esa generalidad. El alcance particular o general estará dado por las preguntas que nos formulemos y las reflexiones que alcancemos en función de ellas.

En muchas ocasiones, nos referimos a ciertas representaciones como figuras cuando en realidad son dibujos. Las llamadas “figuras de análisis” presentan estas características. Cuando se realiza una figura de análisis se realiza un dibujo, atrapado en las particularidades que posean esos trazos. Si se está reflexionando acerca de un rectángulo y se realiza una “figura de análisis” lo que realizamos es un dibujo. Nuestros trazos sobre el papel contendrán una imagen de un rectángulo particular de cierta longitud su base y de cierta longitud su altura.



¿Cómo influyen los dibujos particulares en las ideas que van construyendo las y los alumnos sobre las figuras? ¿Qué características tienen los dibujos que aparecen en los textos escolares o los que realizamos en el pizarrón? ¿Da lo mismo usar cualquiera de estos dibujos para analizar en clase las propiedades de un rectángulo?



La lectura que hacemos de los dibujos deberá ir independizándose de esas particularidades para poder identificar aquellas propiedades presentes en todo rectángulo. La lectura que se hace del mismo se despega de esas particularidades para apropiarse de aquellas condiciones presentes en todo rectángulo. Trazamos un dibujo pero observamos una figura.



Lectura sugerida

Para profundizar acerca del impacto que tienen las representaciones que elegimos para trabajar con las y los alumnos, proponemos consultar el texto de Moriena y Scaglia (2003) [Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría.](#)

Del dibujo a la figura en la escuela

Avanzar a partir de esos trazos particulares sobre un papel para alcanzar el conjunto de propiedades que caracteriza a cada figura es uno de los grandes desafíos que implica aprender geometría en la escuela primaria. Para ello, es importante considerar que no basta observar los dibujos geométricos, o hacer construcciones, para aprender geometría; es necesario hacerse buenas preguntas acerca de ellos y resolver problemas.



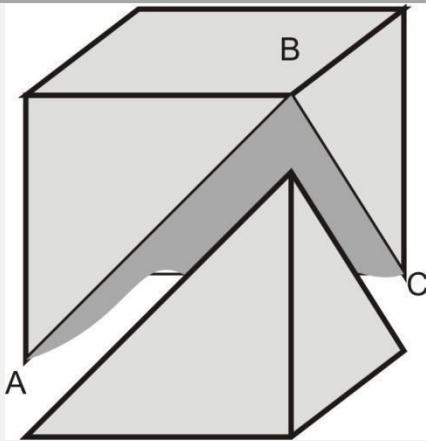
“Los problemas pondrán en interacción a los/las alumnos /as con objetos que no pertenecen al espacio físico, sino a un espacio conceptualizado. Los dibujos trazados por estos /as alumnos /as no hacen más que representarlo.” Barallobres, G. Fioriti y otros. (2000).



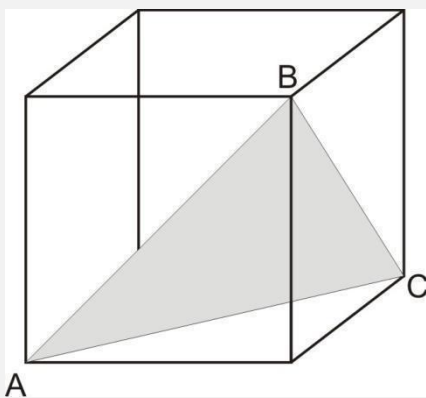
Actividad matemática de la clase

Para diferenciar entre el “dibujo” y la “figura” le proponemos resolver el problema matemático siguiente

¿De qué medida es el ángulo ABC?



A simple vista podríamos afirmar que el ángulo es recto en B. Por ejemplo, si superponemos uno de los ángulos de una hoja de carpeta sobre el dibujo tenderíamos a reafirmar la postura. Esa respuesta está ligada a la percepción. Si completamos el triángulo ABC y volvemos a formularnos la pregunta es probable que notemos que nuestra percepción no es tan confiable.



Si seguimos con la respuesta que la percepción nos brindó, afirmaremos que el triángulo ABC es un triángulo rectángulo (con ángulo recto en el ángulo $B^\wedge$).

¿Es verdad que ABC es un triángulo rectángulo? Expliquen por qué sí o por qué no.

Al final de la clase encontrarán recomendaciones para su entrega.

¿Cómo podemos pensar en la escuela el uso de los dibujos para el aprendizaje de las figuras?

La relación entre dibujos y figuras no es un contenido, es una tensión presente en todas las secuencias didácticas que elaboramos para cada uno de los contenidos geométricos. Cada problema, cada experiencia, irá enriqueciendo las concepciones de las y los alumnos y, progresivamente, los dibujos podrán interpretarse como “figuras de análisis”, siempre teniendo en cuenta que ese nivel de generalización resulta asociado al repertorio de figuras considerado. Nuevas figuras requerirán de nuevos problemas.



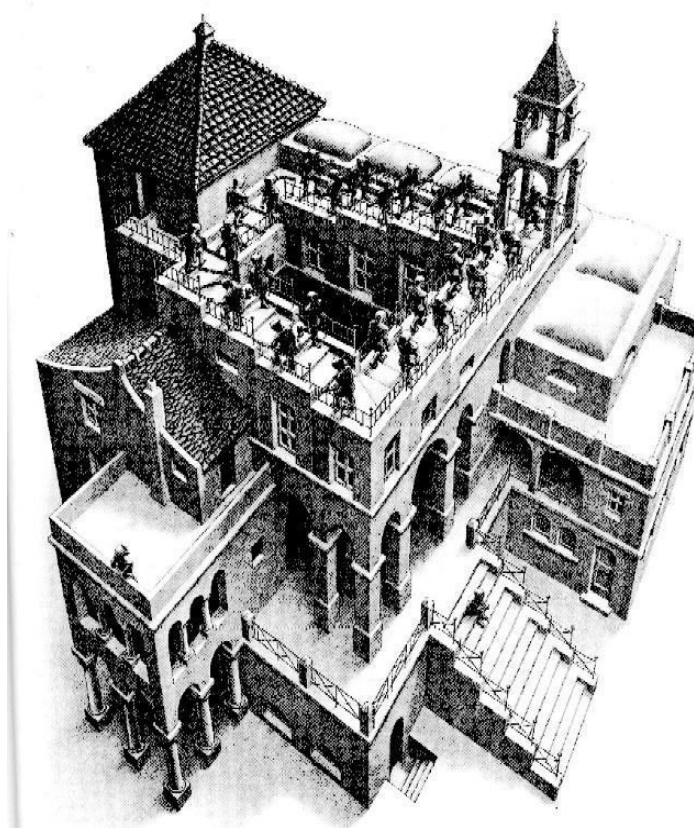
Lectura sugerida

Páginas de 10 a 14 del Documento Curricular N° 5 Acerca de la relación entre dibujo y figura.

Antes de analizar algunas propuestas para pensar cómo podrían resolverlas las y los alumnos y por qué permitirían avanzar en el recorrido desde el dibujo a la figura, le proponemos un recreo para sorprendernos con un video inspirado en dibujos que juegan con perspectivas imposibles en la realidad pero posibles geométricamente.

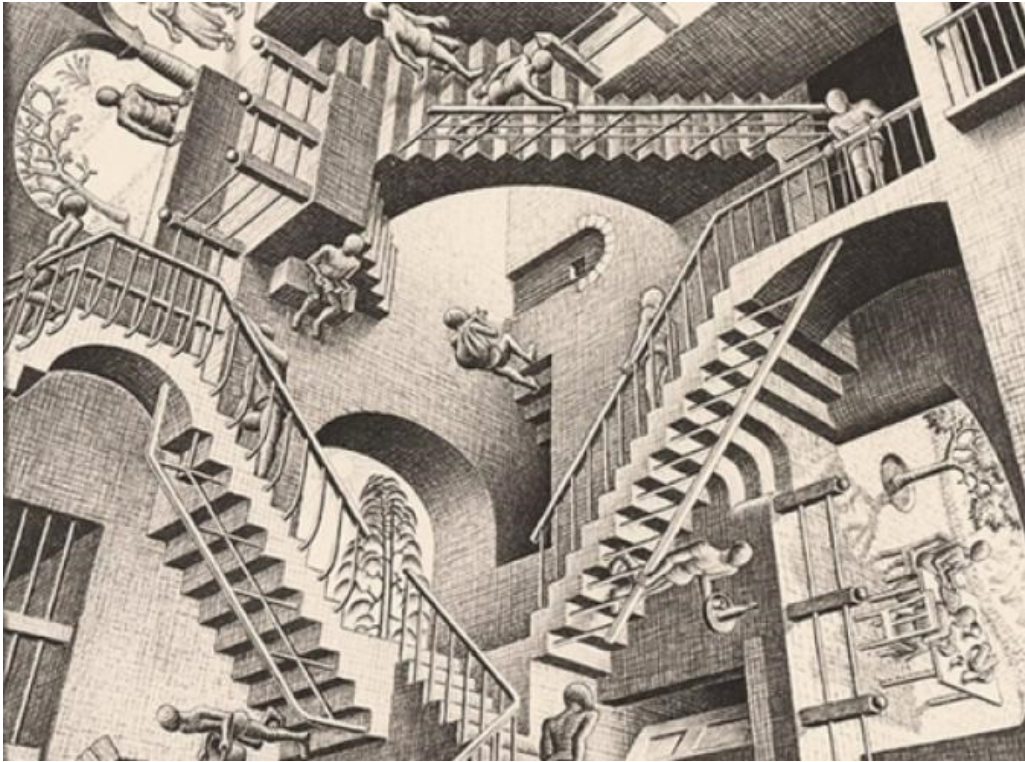
Recreo

El artista holandés Maurice Escher realizó grabados con una gran influencia geométrica. Lo invitamos a observar un fragmento de la película Laberinto de 1986 inspirada en su obra *Escaleras arriba y escaleras abajo*, litografía del año 1960.



Y en su obra *Relatividad*, litografía del año 1953.

Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/23081016817011377/>



Fuente: <https://historia-arte.com/obras/relatividad-de-escher>

Les proponemos ahora revisar juntas, juntos, ejemplos de propuestas orientadas a la construcción de la idea de triángulo como figura geométrica. A partir de ellos buscaremos poner en evidencia algunas decisiones didácticas.

Destacamos que todo aprendizaje requiere de decisiones situadas en función de los saberes disponibles en el grupo, de experiencias múltiples en distintos momentos y cada secuencia o propuesta que presentamos en las clases resulta un medio para el intercambio entre colegas, un objeto de análisis y no un modelo a replicar.

Para pensar en el primer ciclo

Sabemos hoy que una cuestión que resulta central desde las primeras interacciones de los/as niños/as con las figuras y cuerpos geométricos es precisar el repertorio sobre el que se va a trabajar. La posibilidad de diferenciar, por ejemplo, el número de lados de una figura depende de la posibilidad

de comparar figuras que tienen distinta cantidad de lados con lo que, en muchos casos, es necesario trabajar con un conjunto amplio de figuras.

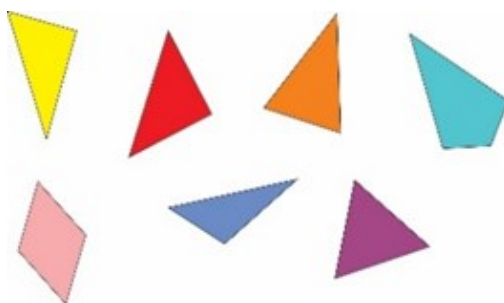
También sabemos que la presentación ostensiva en actividades que se apoyen sólo en lo perceptivo, y solo requieran mirar aquello que el/la docente señale como significativo, no permite contemplar las ideas que los/as chicos/as van elaborando ni la reflexión sobre ellas. Para que ocurra esto último, es necesario proponer problemas de distinto tipo y gestionarlos como tales, como veremos en la clase 2 de este módulo.

Veamos una propuesta con triángulos que podría plantearse en 3er grado, para analizar qué tipo de actividad se puede desarrollar en función de los materiales con los que se trabaje y de las preguntas que se plantean.

Lucía quiere hacer un cartel de feliz cumpleaños como el del modelo para su hermano Leonardo.

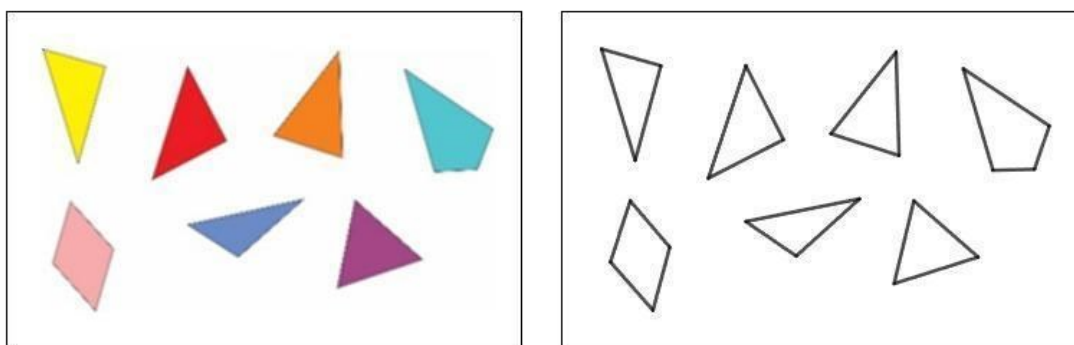


En una caja con recortes de cartulina encuentra algunos que podrían servirle como molde. ¿Cuál o cuáles podría utilizar? ¿Por qué?



En principio, se apunta a que los/as chicos/as identifiquen el recorte que tiene forma de triángulo isósceles acutángulo. Ahora bien, ¿de qué forma pueden identificar el recorte? ¿Qué conocimientos sobre los triángulos se ponen en juego frente a esta pregunta?

En principio, tendríamos que plantearnos algunas preguntas para tomar decisiones en función de lo que sabe nuestro grupo: ¿De qué tamaño conviene presentar el modelo del cartel, en un dibujo o de tamaño natural? ¿Y los recortes? ¿Las niñas y los niños podrán contar efectivamente con recortes de cartulina de distintas formas? ¿Se pueden superponer los recortes con el modelo? ¿Conviene mantener diferentes colores o usar el mismo para todos los recortes?



¿Qué otros elementos, como papel de calcar o papel cuadriculado o regla, tendrán a disposición para realizar la exploración?

Si se elige el conjunto de figuras coloreadas, los/as chicos/as podrán decir “*la figura anaranjada*” o “*el triángulo anaranjado*”, pues en 3ero seguramente reconocen esta figura. De este modo hay un reconocimiento global, sin que se ponga en juego la consideración de los lados o los ángulos.

Si los recortes tienen el mismo color, deberán buscar cómo explicitar alguna de las características – propiedades– que lo diferencian de los otros triángulos. En ese caso, podrán recurrir a comparar los lados y si tienen o no un ángulo “en esquina” dependiendo de la experiencia previa con los ángulos rectos.

En este problema, poner o no color en las figuras es una variable didáctica pues el docente elige la alternativa que cree conveniente y cada una pone en juego distintos conocimientos. También podemos elegir si los recortes se pueden superponer con el modelo, si se puede calcar o medir para comprobar. En tercera clase profundizaremos sobre la argumentación en geometría, analizando cómo varían las justificaciones que dan las y los alumnos en ese proceso en el que van trabajando sobre recortes y dibujos para avanzar hacia la consideración de las propiedades de las figuras.

Podemos pensar también en elegir un recorte para que las y los alumnos/as decidan si tiene la misma forma que los banderines del modelo y justifiquen por qué, en qué se parecen, cuáles son las diferencias.

Se podría comparar con otros modelos, formados por triángulos equiláteros o triángulos isósceles rectángulos a fin de avanzar en el reconocimiento de las características propias de cada una de estas figuras.



¿Qué otras actividades conocen que pongan en juego el reconocimiento y comparación de lados y ángulos en triángulos?

¿Realizan actividades de copia de figuras en el primer ciclo de su escuela? ¿Con qué figuras, tipos de papel, instrumentos?

Hemos tomado el caso de los triángulos, pero, como sabemos, es importante presentar variados problemas sobre cada una de las figuras que formen parte del proyecto anual.

Entre esos problemas, como veremos en la próxima clase, es posible incorporar construcciones de distinto tipo que permitirán ir reflexionando sobre las propiedades que diferencian las distintas figuras. En el caso de los triángulos, diferenciarlos por sus ángulos y las medidas de sus lados.

Sería esperable que, al finalizar el primer ciclo, los/as chicos/as pudieran arribar al reconocimiento del número de lados, cuántos de ellos son congruentes, y si tienen o no ángulos rectos para triángulos, cuadriláteros y otros polígonos. Esta identificación de elementos y algunas propiedades está aún muy ligada a los dibujos particulares y al uso de comprobaciones con plegados o superposiciones.

Para pensar en el segundo ciclo

Volviendo sobre los triángulos, en el segundo ciclo, se profundiza el análisis de los ángulos, la construcción con compás, la propiedad triangular y la de la suma de los ángulos interiores, así como la identificación de sus alturas, lo que se profundiza en la escuela secundaria.

Asimismo, se trabaja sobre sus relaciones con los distintos cuadriláteros al trazar sus diagonales y con diferentes polígonos, entre ellos los regulares inscriptos en circunferencias. Este estudio permite que cada niño, cada niña, vaya incorporando nuevas propiedades a su idea de triángulo y avanzando hacia su conceptualización como figura. Cambiar la construcción inicial con regla por la construcción con compás modifica sustantivamente el modo en el que se conciben los lados de las figuras.



¿Cómo se organiza el estudio de los triángulos y cuadriláteros en su escuela? ¿Qué elementos y propiedades se abordan en cada ciclo? ¿Se usan los triángulos como apoyo para los cuadriláteros o comienzan por cuadriláteros?

En torno a los ángulos en cuadriláteros y triángulos, consideremos, por ejemplo para sexto grado, la secuencia siguiente que fue propuesta por Gustavo Barallobres en diversos textos.

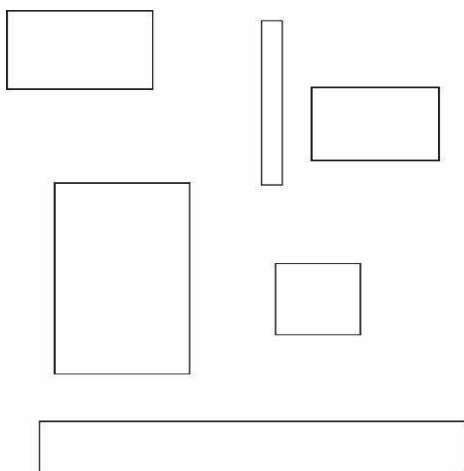
Parte 1

Actividad 1

¿Podrías dibujar un rectángulo con uno de sus ángulos interiores agudo? ¿Y obtuso? ¿Por qué? ¿Cómo son los ángulos interiores de un rectángulo? ¿Cuánto suman los cuatro ángulos interiores de cualquier rectángulo?

Actividad 2

En los siguientes rectángulos trazá una de sus diagonales. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de los triángulos en los que quedó dividido cada rectángulo?



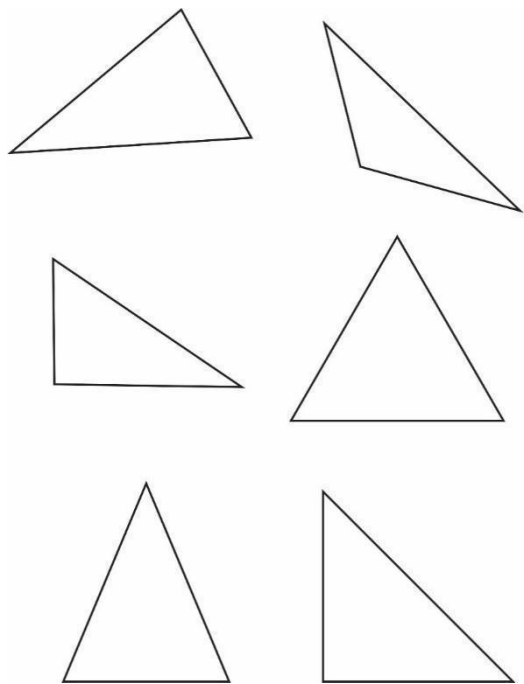
¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de los triángulos rectángulos?

¿Es posible que, para otros rectángulos, la suma de los ángulos interiores de los triángulos rectángulos tenga otro valor?

Parte 2

Actividad 3

- a. Dividí los siguientes en dos triángulos trazando una de sus alturas (Recordá que las alturas son segmentos perpendiculares a los lados que alcanzan al vértice del ángulo opuesto).



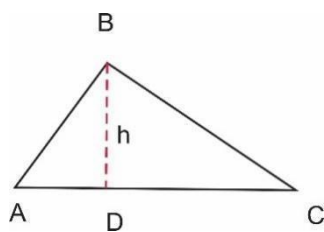
- b. ¿Podrías dibujar un triángulo que no quede dividido en dos triángulos con alguna de sus alturas? Si crees que sí dibújalo, si opinás que no es posible explicá por qué.

Actividad 4

- ¿Cómo son los triángulos en los que queda dividido un triángulo a partir de una de sus alturas?
¿Por qué? ¿Cuánto vale la suma de sus ángulos interiores?

Actividad 5

Al triángulo $\triangle ABC$ le trazaron $\underline{AD}$ que es una de sus alturas.



¿En qué triángulos quedó dividido el triángulo $\triangle ABC$?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de los triángulos $\triangle ABD$

y $\triangle BCD$?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos $\angle ADB + \angle BDC$? ¿Por qué?

¿Qué ángulo se forma al reunir el ángulo $\angle ADB$ y el $\angle BDC$?

¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores del triángulo $\triangle ABC$?



Es interesante analizar la propuesta en términos de articulación en el segundo ciclo. ¿Sería posible trabajar en un grado, por ejemplo en 5to, sólo con las actividades 1 y 2 para luego plantear en 6to las actividades 3 a 5? ¿Qué actividades tendrían que haber hecho antes?

En las dos primeras actividades, la propuesta apunta a derivar una afirmación que vale para los triángulos rectángulos a partir de una afirmación que vale para los rectángulos.

En la segunda actividad, es posible incorporar papel de calcar como condición para el problema a fin de que los estudiantes puedan reproducir y superponer los dos triángulos congruentes que las diagonales determinan y así arribar a la idea de que los dos ángulos no rectos de los triángulos rectángulos suman 90° .

Como se trabaja con rectángulos de diferentes dimensiones, incluyendo un cuadrado, se puede arribar a la propiedad de la suma de los ángulos interiores de los triángulos rectángulos.

En estas actividades resulta fundamental ofrecer una variedad de rectángulos para poder ir independizando las propiedades de los dibujos particulares.

A partir de la tercera actividad se incorpora un nuevo elemento de los triángulos, las alturas y, en la cuarta, se retoma la afirmación elaborada en la actividad 2 pero con otro tipo de análisis.

Saber que la altura es perpendicular al lado, y descomponer un triángulo cualquiera en dos triángulos rectángulos, permite avanzar en la generalización de la propiedad que se ha explorado para los triángulos rectángulos a otros triángulos.

Así como en aritmética descomponemos números y usamos los resultados de un cálculo fácil, conocido, para obtener otro más difícil, descomponer y componer figuras resulta una estrategia muy importante para avanzar en el análisis de las propiedades en geometría. Ya no se trata de comparar dibujos, de superponer con papel de calcar, sino de establecer relaciones entre propiedades de las figuras.

Retomando la idea de recorrido, será importante que diseñemos en cada escuela, para nuestros alumnos, las actividades geométricas que les permitan ir enriqueciendo el conjunto de propiedades que puedan ir asociando a cada figura, a cada cuerpo. Para ellos, habrá que determinar para cada grado el repertorio de figuras y cuerpos a tratar, los elementos y propiedades que serán objeto de estudio y qué tipo de carteles se podrán confeccionar a modo de registro.

En la próxima clase analizaremos actividades de distinto tipo con el propósito de multiplicar las alternativas que permiten ir tratando distintas propiedades de las figuras y los cuerpos designados para ser enseñados en los documentos curriculares de cada jurisdicción.



Lectura sugerida

En los Cuadernos para el aula podrán encontrar una variedad de actividades que, si bien están incluidas en algún Cuaderno en particular, podrán ser adaptadas para los conocimientos disponibles de nuestros alumnos.

Actividades de la clase:

Actividades obligatorias

- **Foro de presentación**
- **Actividad matemática de la clase**



Recomendaciones para la entrega

- El trabajo deberá realizarse en formato Word (Texto justificado, fuente: arial)
- calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad)
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto)
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.
- Deberán entregar el documento en este BUZÓN DE ENTREGA con la denominación:

“Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_1_Aula XX”

- **Actividad didáctica de la clase**

Se espera que participen en el foro con dos intervenciones:

- compartiendo sus registros e ideas,
- seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.



Actividad didáctica de la clase

Como decíamos en otras clases anticipar posibles resoluciones de nuestros alumnos nos ayuda a tomar decisiones en relación con la pertinencia, y la oportunidad, de llevar al aula una actividad incluida en un texto escolar. ¿Usamos los mismos dibujos, las mismas preguntas? ¿Agregaremos una actividad previa? ¿Nos parece valioso elegir o diseñar una o dos más?

Una forma de iniciar este análisis es imaginar, para cada actividad, qué procedimientos harían los niños y las niñas, qué conclusiones podríamos registrar en el pizarrón, en las carpetas, qué cartel se podría pegar en las paredes del aula de modo que contenga una conclusión matemática desprendida del intercambio sobre las producciones.

Le proponemos:

- a. Seleccione una de las actividades de esta clase: El cartel de cumpleaños ó Los ángulos de los rectángulos (sólo la actividad 1 de la secuencia).
- b. ¿En qué año la presentaría? Analice qué necesitarían saber los alumnos antes de empezar y qué se espera que aprendan como nuevo. Elabore un posible cartel a realizar en conjunto luego de la puesta en común.
- c. Escriba una recomendación para el maestro/a del año siguiente que permita a los alumnos volver a usar lo aprendido.

Esta actividad se realiza en el foro de la clase.

Actividad optativa:

- **Foro de consultas**



Foro de consultas

Bibliografía de referencia

- Barallobres, G., Itzcovich, H. Y Sessa, C. (2000) Documento sobre la enseñanza de la Geometría. Tercer Ciclo. Dirección de Currícula, Secretaría de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

- Broitman, C. y Itzcovich, H. (2002) “Geometría en los primeros años de E.G.B. Problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza”, en Panizza, M. (comp.) Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de E.G.B., Buenos Aires, Paidós, 2003.
- Berthelot, R. y Salin, M – H (1993) “La enseñanza de la geometría en la Escuela Primaria” en Grand N, N° 53, Grenoble.
- Moriena y Scaglia, S. (2003) Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría.
- Sadovsky, y otros (1998) Documento de Actualización Curricular N° 5, Matemática, Segundo Ciclo, G.C.B.A.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE LA NACIÓN. (2003-2006). Cuadernos para el aula 1° a 7° año.
- Rossetti, A. (2020) “Geometría, Colección Enseñar Matemática en Primaria”. Buenos Aires, Editorial Tinta Fresca.

Créditos

Autor: Alejandro Rossetti

Cómo citar este texto:

Rossetti, Alejandro (2022). Clase Nro.1: Figuras y cuerpos geométricos: un recorrido escolar. Módulo 4: Temas de enseñanza de la geometría y la medida. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0

Clase 2: Problemas geométricos y construcciones

Bienvenida a la clase

En la presente clase recuperaremos las características de los problemas geométricos escolares. Daremos cuenta de sus características, los quehaceres matemáticos que activan, las formas de razonar propias de la geometría que promueven.

En particular, consideraremos a las construcciones como problemas geométricos y analizaremos el papel que desempeñan en la evolución de los dibujos a las figuras geométricas.

Consideraremos ejemplos de propuestas para los distintos ciclos de la escuela primaria para comparar cómo evoluciona el trabajo con construcciones y la forma de argumentar sobre ellas a lo largo de ella.

Hemos incluido en esta clase algunos ejemplos para trabajar con un programa de geometría dinámica como GeoGebra, solo como una invitación a comenzar a familiarizarse con esa herramienta que resulta sumamente potente. Al final de esta clase, encontrarán algunos materiales en tal sentido que será interesante explorar con el equipo de la escuela.

Problemas y quehaceres geométricos

En los módulos anteriores ya hemos abordado el rol que desempeñan los problemas en la enseñanza de la matemática. La relación entre “hacer matemática” y el aprendizaje en el área es esencial. Vincular la resolución de problemas con el aprendizaje en geometría implica relacionar la resolución de problemas con el aprendizaje de conocimientos geométricos. Entonces podemos preguntarnos:



¿Cuáles son los quehaceres geométricos? ¿Qué distingue hacer geometría de otros quehaceres de la matemática como pueden ser los aritméticos o los algebraicos?

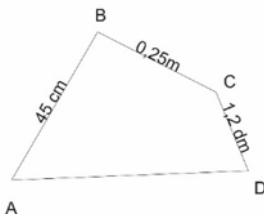
Si los quehaceres se ponen en juego a partir de un problema, podemos intentar precisar qué requisitos tendrá un problema para ser un problema geométrico genuino, siempre pensando en la geometría escolar.

Consideremos los siguientes ejemplos de actividades, que involucran cuadriláteros, ¿qué nociones se ponen en juego al realizarlas? ¿Qué tipos de tareas?

Actividad 1

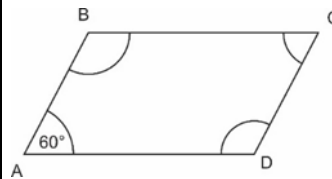
Se quiere calcular la medida del lado AD del cuadrilátero $ABCD$. Explicá cómo lo calculaste.

Perímetro del cuadrilátero $ABCD = 1 \text{ m}$



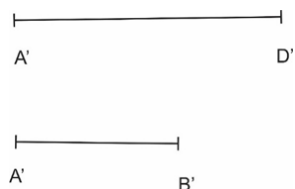
Actividad 2

Calculá la medida de cada uno de los ángulos interiores del siguiente paralelogramo. Justificá.



Actividad 3

Los siguientes segmentos son congruentes a dos de los lados del paralelogramo ABCD. El más largo es congruente al lado AD y el más corto al lado AB.



Construí con regla sin graduar y compás el paralelogramo ABCD y explicá cómo realizaste la construcción. El paralelogramo es único? ¿Por qué?

Actividad 4

Abrí el archivo de geogebra actividad1.ggb y realizá la actividad que se propone y respondé.

¿La construcción es única? ¿Por qué?



¿Qué podrían hacer las alumnas y los alumnos del segundo ciclo para resolverlas? ¿Cuáles son los desafíos que presentan?

En principio, podríamos pensar que los cuatro son problemas geométricos, ya que comprometen en su enunciación y resolución objetos geométricos como cuadrilátero, polígono, perímetro, lados, paralelogramo, ángulo interior. Sin embargo, no en todos ellos la tarea central de la actividad es un quehacer geométrico.

La primera actividad se centra en operar con longitudes expresadas con unidades de medidas diversas, que habrá que unificar antes de concretar la suma. En estas tareas participan productos y cocientes por unidades seguidas de ceros (por potencias de 10), relaciones proporcionales que esencialmente son de corte aritmético.

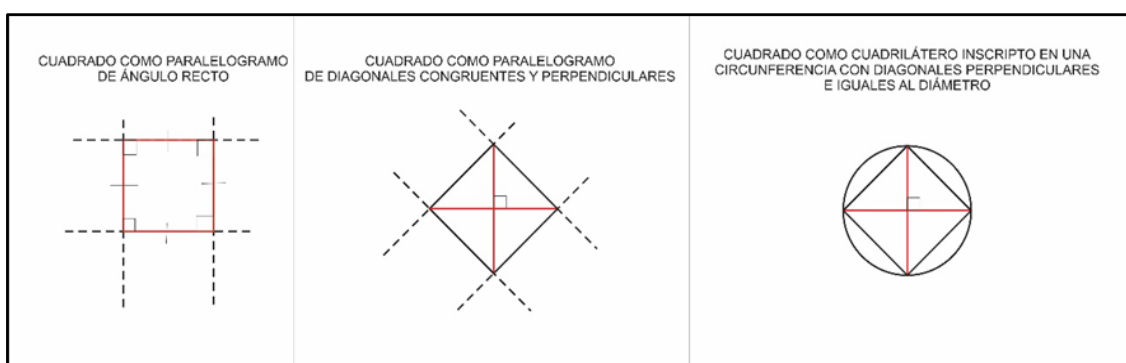
En la segunda actividad también reconocemos un quehacer aritmético como tarea central. La única diferencia es que, en vez de operar con unidades de longitud, se opera con amplitudes y que, para

realizar el cálculo es necesario saber que, en los paralelogramos, los ángulos opuestos son congruentes y que la suma de todos los ángulos interiores es de 360 grados. Se ponen en juego propiedades de las figuras pero, como veremos en la última clase de este módulo, se trata de problemas asociados al cálculo de medidas.

Las actividades 3 y 4 comprometen quehaceres esencialmente geométricos que son las construcciones de figuras. Sea con instrumentos geométricos o con el GeoGebra, se trata de obtener una figura a partir de un conjunto de datos.

Otros quehaceres involucrados en los problemas geométricos son comunes a todos los campos de la matemática. Tal es el caso de la validación de los procedimientos empleados y los resultados obtenidos que, para las construcciones, por ejemplo, implica la explicitación de cómo los “pasos” de la construcción de una cierta figura tienen en cuenta sus propiedades y si esos pasos permiten construir solo la figura pedida o varias.

En este sentido, es oportuno aclarar que cada figura se puede definir de distintas formas, es decir, por diferentes conjuntos de propiedades. Por ejemplo, para el cuadrado se puede decir que “es un paralelogramo con 4 lados y 4 ángulos iguales” o “es un paralelogramo con diagonales perpendiculares y congruentes” o “es un cuadrilátero inscripto en una circunferencia con sus diagonales perpendiculares e iguales al diámetro”. Y estas propiedades permiten construir el cuadrado con procedimientos diferentes.



Las formas de argumentar en el aprendizaje de la geometría

Decíamos antes que los problemas geométricos deben tratar de cuestiones que comprometan a objetos geométricos, pero también aclaramos que se trata de ideas y no de objetos concretos y que los dibujos que hacemos sobre un papel o con la computadora representan estas ideas.

En este sentido, es importante señalar que las validaciones de afirmaciones acerca de las figuras deben apoyarse en sus propiedades y no en lo que llamamos comprobaciones empíricas como son, por ejemplo, el plegado de un recorte para ver si coinciden o no sus lados, la superposición de un dibujo sobre otro para ver si son iguales, la medición efectiva de segmentos o ángulos con regla o transportador.



El modo de pensar geométrico supone apoyarse en propiedades ya estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones desconocidas al resolver problemas. Se trata de poder obtener la solución de ese problema –en principio desconocida– a partir de los conocimientos ya disponibles. A esto lo llamamos un proceso anticipatorio. Por otra parte, se trata también, de poder saber que dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan. A esto lo llamamos validación.

Pensando este trabajo como los inicios de una vía de entrada privilegiada al razonamiento deductivo, es necesario diseñar una propuesta que permita evidenciar los límites de los dibujos y las medidas. “Creemos que hay un modo de estudiar geometría que permite que los alumnos desarrollen un modo de pensar propio de la matemática, que sólo existe si la escuela lo provoca y al que creemos que todos los alumnos tienen derecho a acceder. Es la relación con el saber la que está en juego”. H. Itzcovich en La matemática escolar (2008).

Ahora bien, el estudio de la geometría en la escuela se inicia sobre exploraciones de formas, del trabajo con papeles –que pueden doblarse o recortarse– objetos y dibujos y será necesario elaborar consignas o intervenciones adecuadas para que las comprobaciones empíricas dejen lugar, progresivamente, a argumentos más generales. En este sentido, resulta central el trabajo de articulación que hagamos entre años, entre ciclos, ya que se trata de un proceso largo.

A continuación, recorreremos algunos ejemplos de actividades que involucran construcciones para advertir cómo pueden evolucionar los conocimientos sobre las figuras y los modos de argumentar asociados.

Construcciones geométricas en la enseñanza

Desde una perspectiva de la enseñanza, los desafíos en los que intervienen objetos geométricos tendrán que dar lugar a una interacción con los dibujos para que, luego, a partir de la reflexión sobre lo realizado, se puedan analizar algunas de sus características para formularlas como propiedades.

En cada año, para el conjunto de figuras que se elijan, se van tratando diferentes conjuntos de propiedades de modo tal que cada niño o niña, para cada figura, vaya incorporando como conocidas cada vez más propiedades.

Como planteamos antes, se trata de pensar las construcciones geométricas de distinto tipo como problemas, como un recurso para la elaboración de propiedades y para descubrir las relaciones existentes entre los distintos elementos –lados, ángulos, diagonales, caras, etc.– y, más adelante, entre propiedades.

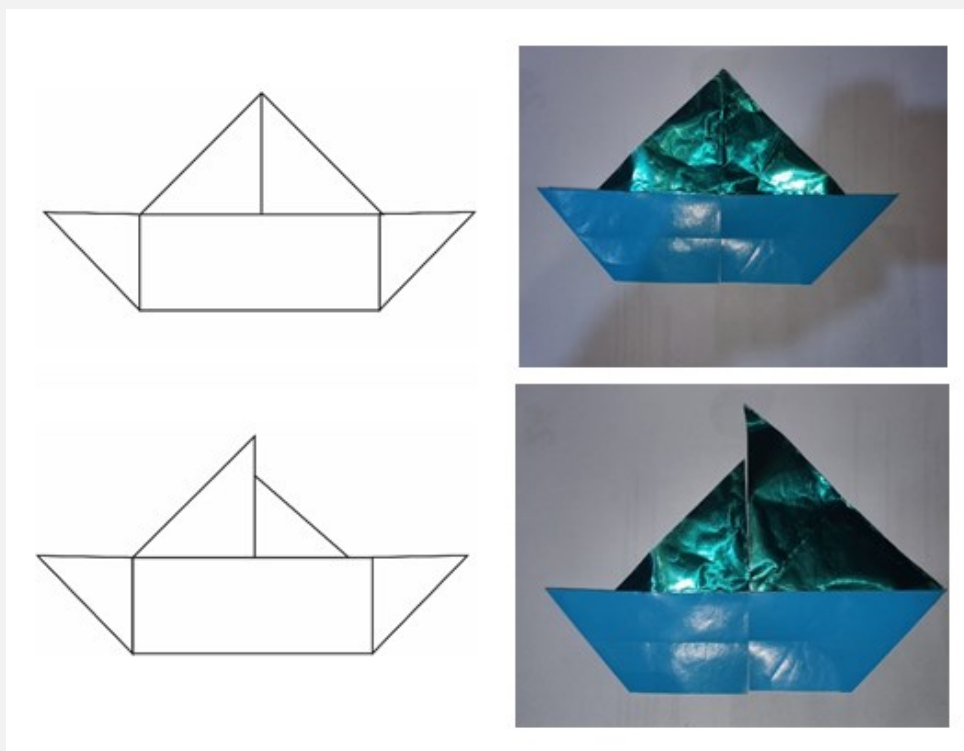
En los apartados siguientes vamos a centrarnos en ejemplos sobre figuras planas, pero vale el mismo tipo de consideraciones para el trabajo con cuerpos, figuras de tres dimensiones.

Para pensar en construcciones en primer ciclo

Es posible que los niños y niñas que ingresan a primer año hayan tenido la oportunidad de interactuar con distintas representaciones de las figuras y los cuerpos geométricos, sea con objetos de su entorno o a través de dibujos, de recortes u objetos de distintos materiales. En el nivel inicial, en la sala de 5, tal vez hayan podido realizar algunas reproducciones de figuras o cuerpos como actividades organizadas por su maestra/o. Esto les habrá permitido reconocer perceptivamente algunas formas, haciendo una identificación global de las mismas y reconociendo, por ejemplo, el número de “puntas”.



Sobre hoja lisa, armar esquema de barco con recortes de figuras pegados en una hoja, todos del mismo color, por ej, con rectángulo y un paralelogramo, y 2 triángulos rectángulos y uno isósceles no rect (dos pequeños y uno más grande) Su “copia” tb con papeles pegados.



Es a lo largo del primer ciclo que el trabajo de representar figuras geométricas se centra en su reproducción sobre papel, retomando lo realizado en el nivel inicial o inaugurando este tipo de actividad que permite obtener representaciones sobre las que se puede reflexionar y, aunque no son construcciones geométricas clásicas, las consideramos construcciones geométrías escolares pues permiten obtener dibujos y que, en la bibliografía didáctica, aparecen denominadas como reproducciones.

Para pensar en los avances de estas actividades a lo largo del ciclo, recurramos a la idea de *variable didáctica*. Recordemos que se denomina de este modo a: “*el conjunto de condiciones que el docente considera en su propuesta didáctica pero que puede canjearlas por otras en caso de considerarlo necesario*”.

Entre ellas, en la enseñanza de la geometría, podemos recurrir, por ejemplo, a decidir qué instrumentos geométricos quedan habilitados para realizar una construcción. El tipo de papel

utilizado es otra variable didáctica, el tamaño de la figura a construir también lo es y, si se da un modelo de la figura a construir o no, así como si el modelo está al alcance de quien dibuja o no, también.

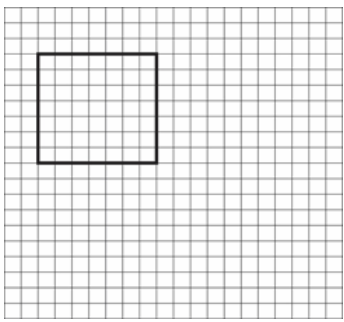
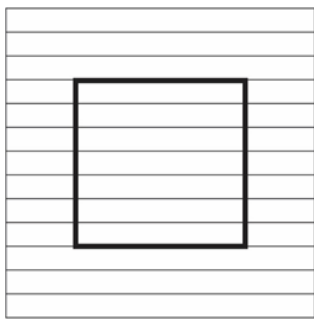
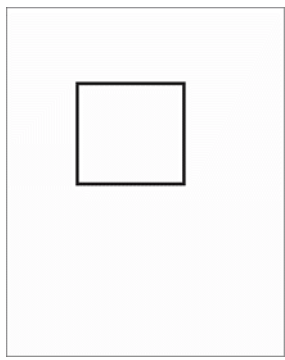
¿En qué forma las variables didácticas modifican un problema geométrico?

Las actividades de copia nos permiten ejemplificar decisiones que hacen que una actividad pueda generar un problema geométrico genuino en cierto grado y que no lo sea en otro, ya que dependiendo de los conocimientos disponibles podría resultar un desafío, o no. Por ejemplo, en segundo grado copiar un cuadrado sobre papel cuadriculado puede ser todo un problema y no necesariamente lo es para tercero o cuarto. Del mismo modo, no es el mismo problema geométrico copiar un cuadrado con regla sin graduar y compás sobre papel liso que hacerlo sobre el mismo tipo de papel con regla graduada y escuadra.

Además del papel y los instrumentos, otras variables son el tamaño del dibujo –la copia debe quedar idéntica o se trata de una copia a escala– y si las y los alumnos cuentan con un modelo en su banco y si pueden consultarlo las veces que lo consideren necesario o no. El modelo también podría estar en un sector del salón de clases (el escritorio del o la docente, por ejemplo) y las y los estudiantes tienen solo una oportunidad para considerar qué información deben registrar para hacer su dibujo. Es importante destacar que, en estos casos, lo que resulta ser insumo del debate en el aula no son solo las copias en sí mismas, sino las notas que tomaron las y los alumnos.

Analicemos las siguientes producciones que presentan copias con modelo presente en las que se habilitaron distintos tipos de papel.

El dibujo para copiar siempre es el mismo, un cuadrado ubicado con sus lados paralelos a los bordes de la hoja, lo que también es una variable didáctica, y los chicos y chicas cuentan con regla graduada y escuadra para realizar la copia del dibujo.

 Opción A papel cuadriculado	 Opción B papel rayado	 Opción C papel liso
--	--	---

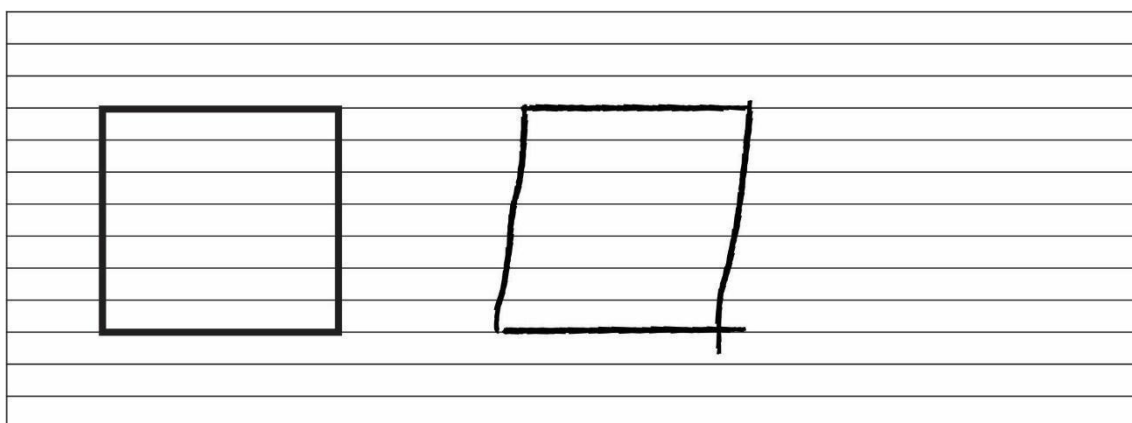


¿Qué conocimientos se necesitan en cada caso, qué instrumentos en cada caso?

¿La copia en papel rayado, podría introducirse en 3ro para usar la escuadra?

La copia en papel liso, ¿podría proponerse en 3ro? Si así fuera, ¿podría retomarse en 4to?, ¿con qué propósito en cada año?

Al volver sobre lo realizado y analizar las propias producciones en el caso del papel rayado, las chicas y los chicos identifican aspectos que necesitan ser revisados de sus copias que se evidencian en las siguientes expresiones: “Me quedó chueco”, “Me quedó torcido”, “Se está cayendo”.





¿Por qué les parece que la copia quedó torcida?

¿Cómo piensan que serán las copias en papel cuadriculado?

La validación de estas construcciones se inicia con la posibilidad de superponer la figura original con la copiada para determinar si coincide, para luego generar discusiones acerca de los procedimientos, los instrumentos y su relación con el dibujo resultante.

Una cuestión central para señalar es que, más allá de que en muchas actividades se proponga manipular materiales (doblar un papel cuadrado por la mitad, dibujar la huella de una cara de un polígono apoyándola sobre una hoja y pasando un lápiz en el contorno), la actividad geométrica no es motriz ni solamente perceptiva, sino que es una actividad intelectual en la que los materiales funcionan como apoyo pero lo que se propone requiere en general de una anticipación y se solicita una reflexión posterior sobre lo producido. Se invita a los niños y niñas a usar los conocimientos que ya tienen, pero para reorganizarlos y aprender nuevos.

Entendemos que, a partir del uso de manera implícita de propiedades y relaciones entre los elementos se va comprendiendo, globalmente, que hay un conjunto de ellos que interesa caracterizar para diferenciar las distintas figuras.

Al diseñar un proyecto articulado vale señalar que, en este ciclo, será importante avanzar en la diferenciación, para las figuras, del número de lados, vértices y ángulos y su congruencia y, para los cuerpos, el ser poliedros o redondos, y el número de caras y sus formas. Esto requiere, entre otras alternativas, realizar reproducciones con más de una figura para compararlas, por ejemplo, cuadrado y rectángulo, cuadrado y rombo, cuadrado con otra figura dibujada “adentro”, rectángulo y triángulo con un lado común, etc.



Lecturas sugeridas para Primer Ciclo

- En torno a la relación entre figuras y cuerpos geométricos, se puede consultar Plantear situaciones para construir y copiar formas (pp 98 a 101) en [Cuaderno para el aula de 1er año](#) (2005).

- En torno a actividades con los cuerpos geométricos, se puede consultar la actividad Desarrollo plano de cuerpos. Secuencia para 2° y 3° años. Tiempo estimado: 4 a 5 clases y anexo III (pp. 67 A 72 y pp. 103 a 110) en Broitman e Itzcovich (2002) “El estudio de figuras y cuerpos geométricos en el primer ciclo”. Novedades Educativas.

Recreo

Para hacer una pausa, compartimos el cuento “El país de la geometría” de María Elena Walsh.



En el siguiente link podrán escuchar el cuento [El país de la geometría, de María Elena Walsh \(audiolibro\) - Educ.ar](https://www.educ.ar/educar/contenidos/audiodispositivos/audiolibros/audiolibros-2017/audiolibros-2017-10/el-pais-de-la-geometria)

En youtube pueden encontrar varios videos elaborados por maestros para sus alumnas y alumnos a partir de ese texto.

Para pensar en las construcciones en 4to y 5to

Comparemos dos propuestas de copia de figuras, presentes en “La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo” (1998), una con modelo presente y otra sin modelo presente, que nos invitan a pensar en el modo en el que las y los alumnos reproducen figuras en las que se familiarizan con el uso del compás y se involucran circunferencias.

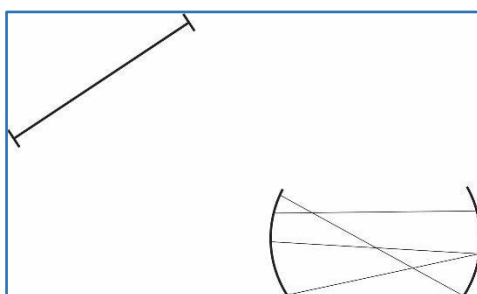
Actividad 1

Dibujá un segmento de la misma longitud que el dado. No importa la posición, lo importante es que tenga el mismo largo que el original. Podés usar regla sin graduar y compás. Tené en cuenta que no es posible hacer marcas sobre la hoja.



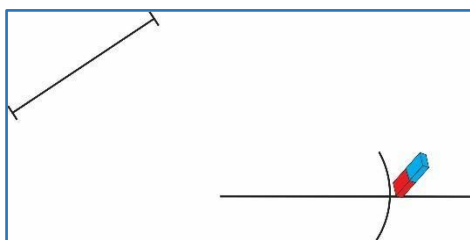
Tengamos presente que la copia debe respetar el tamaño original y que, repartiendo el modelo en una hoja para cada niño/a, el segmento a copiar, está presente dado que cada uno/a cuenta con el modelo en el banco para consultarlo todas las veces que lo considere necesario.

Son muchos los aspectos que se pueden analizar en la copia. Uno de los más relevantes lo constituye el orden en el que se utilizan los instrumentos. Algunos estudiantes recurren primero al compás y en segundo término a la regla mientras que otros usan los instrumentos en orden inverso. Por ejemplo, en la actividad 1, aquellos que emplean primero el compás y luego la regla enfrentan dos arcos de circunferencia trazados con su compás con la longitud dada por el dibujo del segmento y luego unen arbitrariamente un punto del primer arco con otro del segundo arco.



Como los puntos que se unen son arbitrarios, en algunas ocasiones se unen puntos más próximos y en otras ocasiones se unen puntos más distantes. Si bien en general la diferencia es pequeña, habrá que discutir acerca de qué segmentos más largos y otros más cortos no pueden ser todos de igual medida que el original.

Esto no ocurre con quienes iniciaron la copia recurriendo a la regla. Primero trazan una línea recta que luego “cruzan” con el arco de circunferencia para finalmente borrar el excedente.

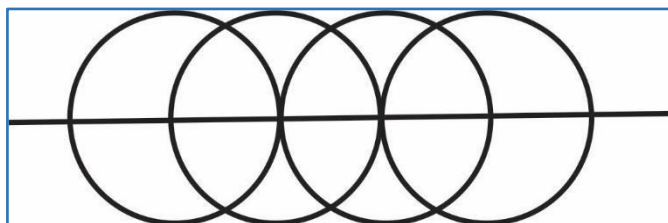


Se espera que las/los chicas/os utilicen el compás como un instrumento que conserva las longitudes. La disponibilidad del modelo presente hace que permanentemente puedan controlar sus copias. Si se duda acerca de si el nuevo segmento dibujado en cada caso conserva la longitud original, es más largo o es más corto que lo pedido se puede usar el modelo disponible para verificar y eventualmente corregir la copia.

Veamos ahora una actividad de copia en la que el modelo está dispuesto en una ubicación del salón distante de los bancos y los chicos disponen de un solo viaje para tomar contacto con el modelo y registrar la información necesaria para la copia.

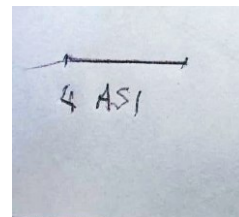
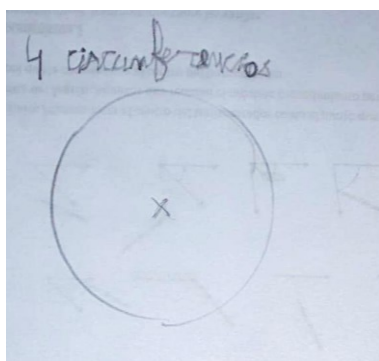
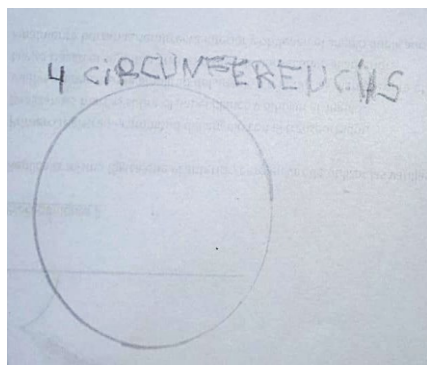
Actividad 2

Tenés que tomar notas en un solo viaje para realizar el siguiente dibujo en tu banco a partir de las notas que tomaste. Podés usar una regla graduada, compás y una hoja lisa.



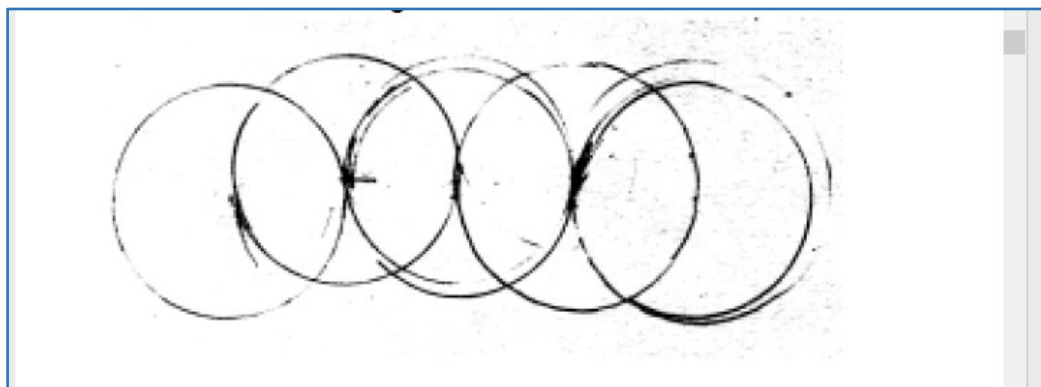
En este caso, el hecho de contar con un solo viaje no hace posible verificar permanentemente la copia cotejando con el modelo y genera distintos procedimientos. Algunos chicos/as registran circunferencia por circunferencia mientras que otros/as lo expresan en forma genérica. Este es un aspecto interesante al gestionar la puesta en común. ¿Es necesario identificar cada circunferencia para reconocer su tamaño o no es necesario? Esto puede tornar más evidente una de las características importantes del dibujo. Las cuatro circunferencias que lo componen tienen el mismo tamaño.

Otra cuestión es cómo registrar el tamaño de las circunferencias. Mencionamos a continuación algunas de las notas tomadas para asignar tamaño a las circunferencias:



Como se puede observar, dos de los estudiantes necesitan dibujar la circunferencia. Uno de ellos marca el centro, pero el otro no. En el tercer caso hace una línea con la distancia que debe abrir las patas del compás y el último indica lo mismo, pero haciendo dos marcas una que dice “desde” y la otra que dice “hasta”. Es muy interesante poder discutir con ellos qué es necesario registrar para poder trazar la circunferencia. Es importante notar que, a pesar de contar con regla graduada, ninguno de ellos recurrió a registrar la distancia de aperturas de las patas del compás (radio de la circunferencia) en centímetros.

En esta actividad, el orden también es importante. Quienes primero recurren a la regla pueden alinear los centros de las circunferencias sin dificultad, pero a aquellos/as que primero utilizaron el compás los centros no les quedan alineados y dicen “se me caen” o “me quedaron chuecas” y, cuando quieren trazar la línea recta que contenga a todos los centros, no les es posible.



Ref: ilustración del documento 5 GCBA.

Entre 4to y 5to año, además de tomar en distintas actividades la idea de circunferencia, sus elementos y las relaciones entre ellos, habrá que seguir trabajando con los polígonos conocidos incluyendo, para los cuadriláteros, la noción de diagonal y las propiedades de las diagonales de cada uno. Eventualmente en 6to y 7mo se podrá avanzar a considerar las diagonales de otros polígonos.

En este sentido, tanto las reproducciones con modelo presente como ausente darán lugar a diferentes procedimientos de construcción según las propiedades que permitan poner en juego los instrumentos que habilitemos para realizarlas. El análisis de las decisiones que se toman para la construcción permite ir verbalizando lo que está implícito en la copia, y dan lugar a identificar los elementos de las figuras y las relaciones entre ellos.

Esto permitirá avanzar en la validación no solo con el criterio empírico de constatar que la “figura quedó igual” por superposición o medida –como ocurría en el primer ciclo– sino por la posibilidad de realizar debates en los que las propiedades y las relaciones queden explícitas y formen parte de los argumentos que se vayan expresando.

Asimismo, convendrá registrar las conclusiones de los debates de modo tal que las propiedades de cada figura puedan ser anotadas en carteles para que luego se utilicen como conocimiento disponible en nuevas actividades. Así, se irá pasando a la posibilidad de realizar un tipo de validación intelectual, de formulación de pruebas, es decir, explicaciones apoyadas en conocimientos matemáticos aceptados como válidos por la comunidad de la clase.



Lectura sugerida

Los/as invitamos a analizar, a modo de ejemplo, las actividades de la secuencia didáctica desarrollada por Graciela Zilberman para recoger cuáles eran los conocimientos disponibles de los alumnos y alumnas al iniciar el segundo ciclo en el marco del Plan Piloto de Matemática 2009. Al hacerlo, presten atención al rol que desempeñan en la secuencia las actividades anticipatorias y aquellas que analizan los resultados de las copias.

Para pensar en las construcciones en 6to y 7mo

Avanzar en la caracterización de las figuras a partir de conocer un conjunto cada vez más amplio de propiedades implica, como ya planteamos, independizarse progresivamente de las características

particulares que se ven o se miden en los dibujos que usamos para representarlas. Para avanzar en este sentido, y entre otros tipos de actividades, es posible plantear construcciones de una figura a partir de diferentes datos, instructivos e instrumentos. Esto permite establecer relaciones entre una representación y otra, y los argumentos usados para justificar el resultado de un procedimiento comprometerán diferentes propiedades de una misma figura.

Por ejemplo, podemos volver sobre distintas formas de caracterizar un cuadrado que mencionamos al inicio de esta clase. Aunque es una figura muy familiar para todas y todos, es posible pensar en nuevos desafíos que nos invitan a descubrir nuevas relaciones. Consideremos, por ejemplo, las siguientes construcciones:

Dibujen un segmento AB de 5 cm y, a partir de ese segmento un cuadrado de modo que el segmento AB sea un lado.

¿Cómo sabemos que el dibujo representa un cuadrado?

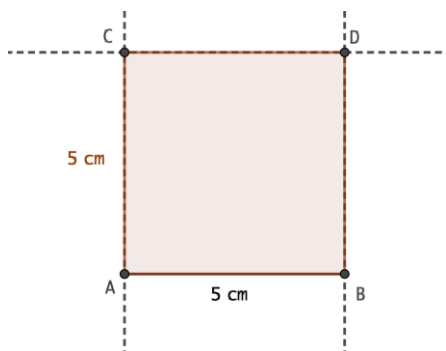


Tal como hemos planteado en otras oportunidades, realizar efectivamente la construcción nos permite anticipar tanto posibles procedimientos de alumnas y alumnos como los conocimientos necesarios para poder abordarlas y los desafíos que involucran.

¿Cómo cambian los procedimientos si se dispone de regla graduada y escuadra o si se incluye el compás? ¿Y si se usa transportador?

Como es posible advertir analizando algunas construcciones, los conocimientos que se ponen en juego son diversos, dependiendo de los instrumentos que se usen o, incluso del orden en el que se realizan los pasos de cada construcción.

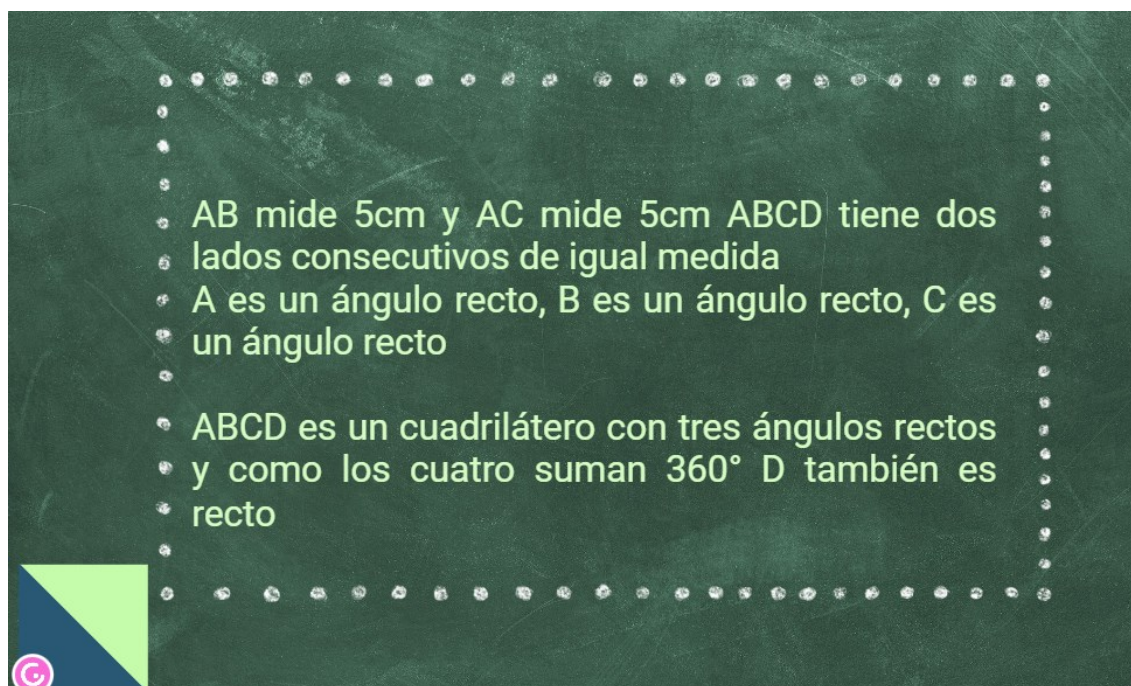
Por ejemplo, en la construcción con regla graduada y escuadra a partir del lado podríamos describir el paso a paso del modo siguiente:



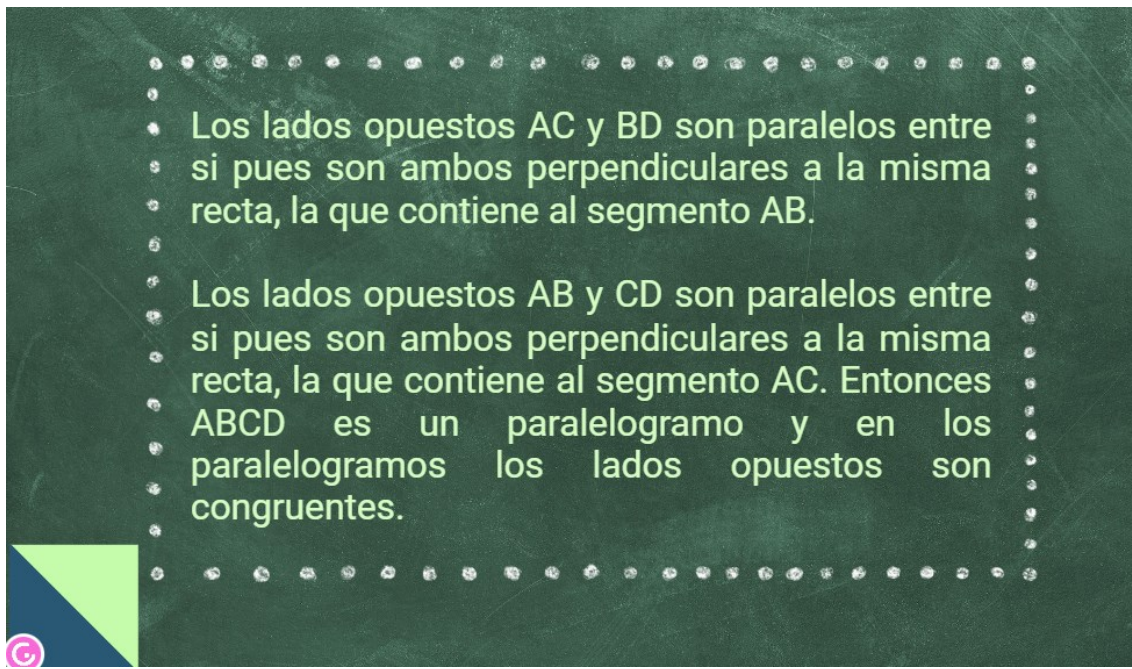
1. Se traza AB de 5 cm con regla.
2. Se traza con escuadra y regla una perpendicular a AB por A.
3. Se mide con regla un segmento AC de 5 cm.
4. Luego se trazan con escuadra y regla las perpendiculares a AB por B y a AC por C. Ambas perpendiculares se cortan en D.

Según este paso a paso, se usó la regla para trazar rectas, la regla para medir longitudes de segmentos, la escuadra y la regla para marcar ángulos rectos.

¿Qué propiedades están usadas en la construcción?



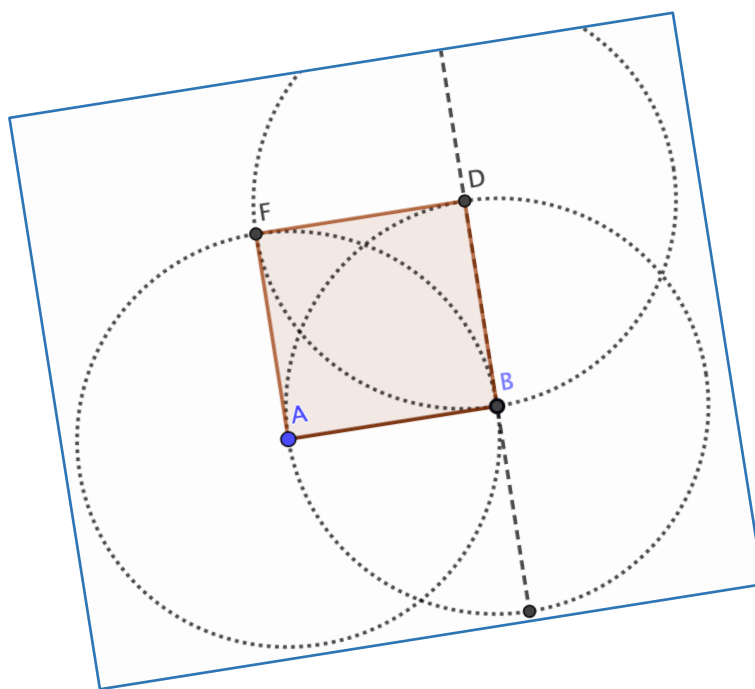
Hasta aquí, los argumentos ligados estrictamente con la construcción y que seguramente pueden explicar las y los alumnos, pero ¿esto es suficiente para asegurar que estamos representando un cuadrado? Es claro que lo vemos con forma cuadrada, y seguramente eso basta para las y los alumnos pero, ¿qué sabemos de las longitudes de los lados CD y DB? ¿Las y los alumnos han analizado antes la relación entre paralelas y perpendiculares? Si en lugar de escuadra se hubiera usado el transportador para determinar los ángulos rectos, se pierde de vista esta relación.



Ahora sí, podemos afirmar que el conjunto de propiedades garantiza que ABCD es un cuadrado.

Es frecuente que, aunque se trabaje en hoja lisa, las y los alumnos realicen el segmento AB paralelo a los bordes de la hoja, lo que ayuda, perceptivamente al trazado de paralelas y perpendiculares. Aunque parezca una variación menor, si entregamos hojas con los segmentos ya dibujados en distintas posiciones hay un mayor desafío en el ajuste de la escuadra.

Si a la escuadra se suma el uso del compás es posible trazar una perpendicular a AB en un extremo y tres circunferencias que tengan el segmento AB como radio, con centro en A, en B y en D el punto de intersección de la perpendicular con una de las anteriores. De este modo podemos asegurar que los lados son todos iguales, se trata de un rombo, y sabemos que ese rombo tiene un ángulo recto.



¿Qué propiedades de los rombos nos permiten asegurar que se trata de un cuadrado?



Actividad matemática de la clase

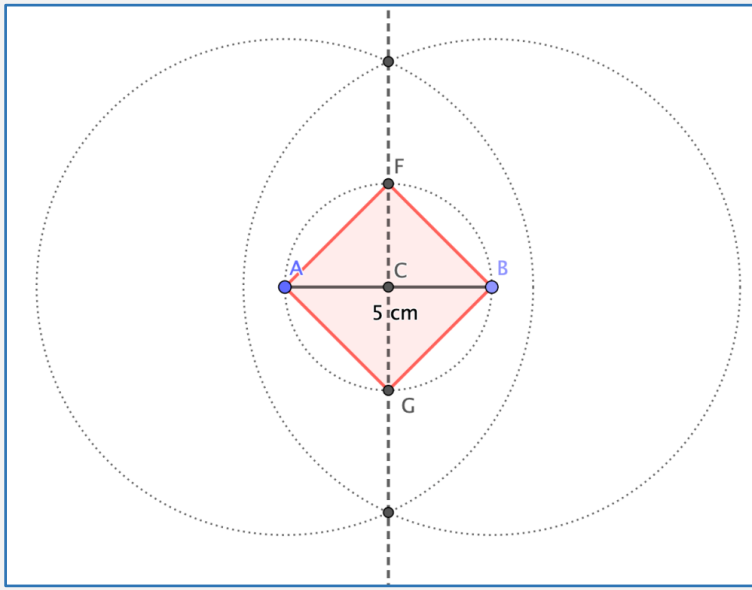
Para realizar en el foro

Analicen las siguientes construcciones de cuadrados a partir de usar AB como diagonal. Identifiquen, en cada caso, qué propiedades que se ponen en juego en cada construcción y permiten asegurar que los dibujos representan cuadrados.

Construcción cuadrado 1

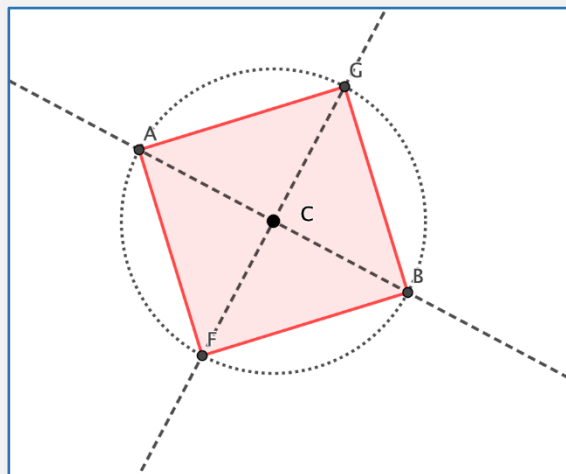
- Trazar AB de 5 cm.
- Construir su mediatriz y determinar C, punto medio.
- Trazar con centro en C una circunferencia de radio CB, para determinar los puntos E y F en los que esa circunferencia corta a la mediatriz de AB.

- A, G, B y F son vértices de un cuadrado.



Construcción cuadrado 2

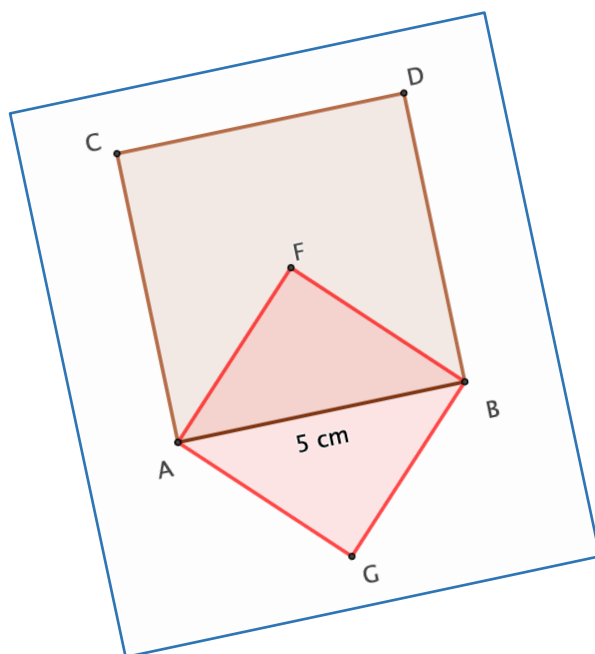
- Trazar un par de rectas perpendiculares en un punto C.
- Con centro en C, trazar una circunferencia de 2,5cm de radio y determinar los puntos A, B, G y F donde la circunferencia corta a las rectas.
- Esos puntos son los vértices de un cuadrado.



Al final de la clase encontrarán indicaciones para su participación.

Al comparar estas construcciones con las anteriores se pone en evidencia que la longitud de la diagonal, no es igual a la del lado, cuestión que no es evidente para algunas y algunos estudiantes. Se podría analizar la relación entre los tamaños de los cuadrados, estableciendo algunas

comparaciones de áreas, pero para conocer qué medida tendría que tener la diagonal para que el segundo trazado sea congruente con el primero, se requiere establecer relaciones entre la medida del lado y la diagonal usando el teorema de Pitágoras.



Aun cuando se trate de figuras que supuestamente conocemos, es posible advertir el potencial de este tipo de propuesta para establecer relaciones entre elementos y propiedades a partir del análisis de construcciones.



Lectura sugerida

“Acerca de la enseñanza de la geometría” de H. Itzcovich Cap. 6 en *La Matemática escolar*. Aique Educación. (2008)

Si bien no hemos abordado el conjunto de aspectos a considerar en la complejidad que supone el avance del trabajo geométrico en la escuela primaria, hemos planteado algunas notas que podrían orientar nuestra mirada para revisar el tipo de actividades que proponemos en cada ciclo.

Analizar cómo distribuimos los repertorios de figuras, las distintas modalidades de copia, las construcciones a partir de distintos instructivos o conjuntos de datos y distintos instrumentos permite tomar decisiones colectivas en relación con una mejor articulación.

Dado que el tiempo que dedicamos al trabajo aritmético suele ser mayor que el que dedicamos a la enseñanza de la geometría, resulta vital entonces organizar esta distribución para que, sobre un recorte consensuado, el tipo de trabajo pueda avanzar. De otro modo, en cada año, abordamos un cierto repertorio de figuras, tareas y propiedades, pero el modo de argumentar queda restringido a las comprobaciones empíricas y la conceptualización sobre las figuras queda muy limitada por los dibujos particulares sobre los que hemos trabajado.

En síntesis, se trata de usar elementos y propiedades de manera implícita en las primeras aproximaciones, identificar luego los elementos y comenzar a explorar sus relaciones (cómo pueden variar los ángulos, los lados, las diagonales y qué efectos producen esas variaciones en los dibujos), avanzar en el uso de instrumentos asociándolos a los distintos tipos de problemas que permiten resolver. Al ir registrando un cierto repertorio de propiedades para cada figura, se trata de usar lo conocido en nuevos dibujos combinándolos y descomponiéndolos, lo que permite ampliar el repertorio de propiedades y las relaciones entre figuras. Explorar las diferentes formas de construir y de definir a partir de distintos conjuntos de datos contribuye a la producción y validación de conjeturas sobre relaciones y propiedades geométricas, avanzando desde las argumentaciones empíricas hacia otras más generales.

Si bien en esta clase nos hemos centrado en las construcciones, hay otras actividades, muy necesarias por cierto para avanzar en la conceptualización, en las que se trata de usar lo conocidos no solo para dibujar, sino también para hablar sobre los dibujos y las construcciones, cuestión sobre la que avanzaremos en la próxima clase.



Lectura obligatoria

Es interesante tener en cuenta el uso del Geogebra en el trabajo geométrico en la escuela primaria. En estas clases lo hemos mencionado y, para profundizar en su uso al realizar

distintas actividades proponemos que lean en Notas para la enseñanza 2, “Las actividades de las secuencias y el uso de Geogebra” (Agrasar, M. 2014) (PDF).

Actividades de la clase:

Actividades obligatorias

- Actividad matemática de la clase



Se espera que participen en el foro con dos intervenciones:

- compartiendo sus registros e ideas,
- seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

- Actividad didáctica de la clase



Recomendaciones para la entrega

- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibre tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad).
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.
- Deberán entregar el documento en este BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: “Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_2_Aula XX”.

Actividad optativa:

- Foro de consultas



Actividad didáctica

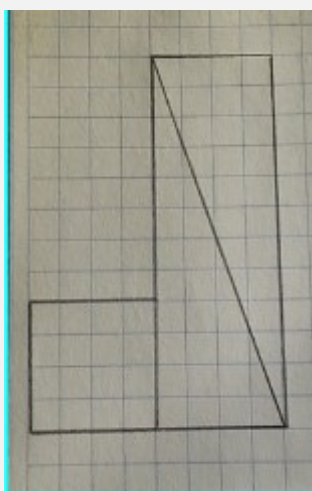
Se entrega por buzón de actividades

Elijan una de las actividades y luego

1. Anoten al menos dos alternativas de procedimientos para realizar la figura indicada.
2. Anticipen posibles debates sobre las producciones y las conclusiones que anotarían en un cartel luego de la copia.
3. Escriban otra actividad para que los niños/as realicen luego de la copia, de tal modo que la propuesta implique un nuevo aprendizaje sobre el rectángulo y/o el cuadrado.
4. Expliciten para la nueva actividad su propósito, cuál es la variable didáctica que eligió y cuál o cuáles serían las nuevas propiedades que se ponen en juego.

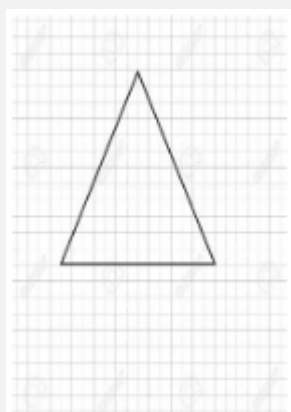
Para primer ciclo

Copíá este dibujo en una hoja cuadriculada. Podés usar regla y/o escuadra.



Para el segundo ciclo

Copíá este dibujo en hoja lisa usando regla y compás



Referencias bibliográficas

Agrasar, M. (2014) “Las actividades de las secuencias y el uso de Geogebra” en Notas para la enseñanza 2. Programa Matemática para Todos en el nivel primario. Ministerio de Educación de la Nación.

Broitman e Itzcovich (2002) “Desarrollo plano de cuerpos. Secuencia para 2° y 3° años” en *El estudio de figuras y cuerpos geométricos en el primer ciclo*. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Itzcovich, H. (2008) “Acerca de la enseñanza de la geometría” (Cap. 6). En *La Matemática escolar*. Buenos Aires: Aique.

Ministerio de Educación. (2005). “Plantear situaciones para construir y copiar formas” Cuaderno para el aula de 1er año.

Sadovsky y otros (1998) “La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo” Matemática. Documento 5. GCBA. Dirección de currícula.

Zilberman, G (2009) Problemas para conocer los conocimientos geométricos iniciales en 4to grado. Documento para el Plan Piloto Matemática para Todos en el nivel primario. Ministerio de Educación.

Créditos

Autor: Alejandro Rossetti

Cómo citar este texto:

Rossetti, Alejandro (2022). Clase Nro.2: Problemas geométricos y construcciones. Módulo 4: Temas de enseñanza de la geometría y la medida. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0

Clase 3: Problemas geométricos y textos

Bienvenida a la clase

En la presente clase nos centraremos en las descripciones de figuras y cuerpos y en la producción y análisis de argumentos como dos tareas que permiten explorar, contrastar y explicitar propiedades de las figuras y, por lo tanto, dan lugar a plantear problemas geométricos. Estos problemas involucran quehaceres propios de la geometría que es necesario proponer a lo largo de la totalidad de la escolaridad primaria.

También volveremos sobre los modos de validar las producciones en los problemas abordados, aquellos que usan nuestros alumnos, los aceptados en geometría, y el modo de promover su evolución.

Ida y vuelta del dibujo al texto: las descripciones en geometría

Venimos sosteniendo la idea de presentar a los alumnos problemas que impliquen un desafío a sus conocimientos anteriores para que construyan nuevos, como estrategia central de enseñanza en la clase de matemática. En el caso de los conocimientos geométricos en el nivel primario, buscamos que los problemas promuevan avanzar en el recorrido que permite a las niñas y los niños transitar del dibujo a la figura y, para ello, además de plantear la realización de reproducciones y construcciones como los abordados en la clase 2, es posible incluir actividades en las se requiere reconocer, comparar, explicitar y eventualmente organizar las propiedades que las caracterizan, en textos de distinto tipo.

Esa explicitación se da, por ejemplo, en las situaciones en las que es necesario intercambiar información oral o escrita sobre las figuras y los cuerpos con distintos propósitos: para individualizar una figura entre varias, para elaborar o interpretar un mensaje sobre cómo realizar una construcción. Ambas son actividades geométricas genuinas, que posibilitan la identificación de propiedades y en ambas, los textos son de tipo descriptivo.

Los textos resultan otro modo de referirse a las figuras y su producción requiere recurrir en forma explícita o implícita a un dibujo de la figura y a una reflexión sobre las relaciones entre ambas representaciones, texto y dibujo, en términos de las propiedades presentes. Es posible así, ir avanzando en la “idea” que implica cada figura o cuerpo.

Preguntas para identificar figuras y cuerpos

Las actividades de identificación de figuras o cuerpos, llamadas también “adivinanzas de figuras” en alguna bibliografía didáctica, apuntan a descubrir una figura entre varias que se dan dibujadas en una lámina o en naipes, o un cuerpo entre varios representados por objetos con distintas formas.

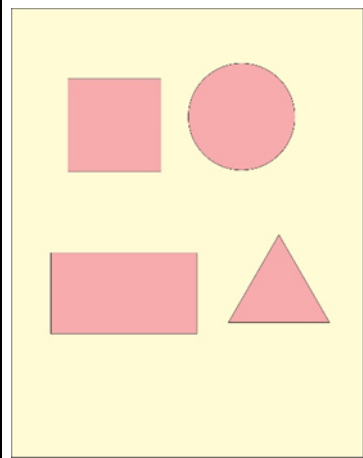
Ya sea a modo de juego entre grupos o parejas o como actividad a desarrollar con el conjunto de la clase y la coordinación del docente, tener que elaborar preguntas para descubrir, entre varios, en dibujo elegido por un alumno o el docente permite avanzar en la caracterización de las distintas figuras. No se trata estrictamente de “adivinar”, lo que podría incluir el azar, sino de pensar buenas preguntas, teniendo en cuenta las que ya se han formulado, para poder asegurar de qué figura o cuerpo se trata, sin verlo, en la menor cantidad de pasos posibles.

Una alternativa de organización de la clase es pegar una lámina en el pizarrón con los dibujos de las figuras elegidas y pedir, por ejemplo, “Elegí una de las figuras de la lámina y escribí un mensaje para un/a compañera /compañero para que descubra la figura que elegiste”. Luego, se intercambian los mensajes para su lectura e interpretación. En una primera etapa, la actividad podría plantearse en forma oral.

Consideremos el caso de dos actividades para fin del primer ciclo.

En la primera se propone elaborar un mensaje.

Actividad 1

	<i>Cada una/uno debe leer el mensaje recibido. Si ya están seguros de cuál es la figura que eligió la señalan en la lámina. Si tienen dudas pueden enviar un nuevo mensaje con una o dos preguntas. Las preguntas no pueden contener el nombre de la figura. Por ejemplo, no vale preguntar ¿Elegiste el cuadrado?</i>
---	---

Veamos un intercambio entre Paola y Martín de chicos de segundo grado cuando realizaron la actividad propuesta.

Texto de Paola: “Tiene tres puntas. ¿Cuál es?”

Texto de Martín: “Tiene cuatro lados. ¿Cuál es?”

Martín no necesitó realizar preguntas para reconocer la figura descrita por Paola. Le señala en la lámina el dibujo del triángulo y anuncia: “Elegiste este”.

Paola duda y pregunta: “¿Tiene dos lados largos y dos lados cortos?”

Martín responde: “No”.

Entonces Paola se para y, señalando el cuadrado de la lámina, dice: “Este es el tuyo”.

Como se puede notar, para elaborar el mensaje los chicos deben reconocer características específicas de la figura elegida. En el caso del relato podemos observar que la cantidad de lados y vértices de cada uno de los polígonos, resultaron ser las primeras propiedades que “descubrieron”. Contar la cantidad de vértices se constituyó en una condición suficiente para identificar al triángulo y distinguirlo de las demás figuras de la lámina (del cuadrado, del círculo y del rectángulo).

Pero no ocurrió lo mismo con el mensaje de Martín. Solo mencionar la cantidad de lados, si bien responde a una característica esencial del cuadrado (es decir es necesario que un polígono tenga cuatro lados y cuatro vértices para ser cuadrado), es insuficiente para distinguir al cuadrado del

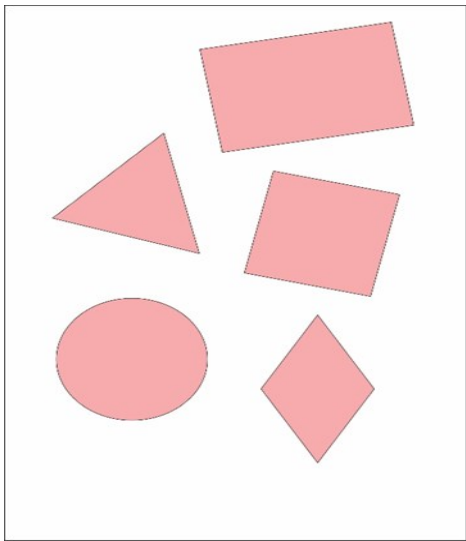
rectángulo. Tener cuatro lados y cuatro vértices es una característica compartida por todos los cuadriláteros, pero es insuficiente para distinguir al cuadrado del rectángulo.

La primera formulación permitió reconocer al cuadrado como un polígono de cuatro lados y de cuatro vértices y la segunda permitió agregar la característica de tener cuatro lados de igual medida. Este primer reconocimiento se hace en forma perceptiva, global, sin que haya una comprobación efectiva de las medidas en el dibujo.

La dinámica de la actividad, en este caso la posibilidad de formular preguntas tendientes a ganar precisión y evitar ambigüedades, permitió que el cuadrado como figura resulte más nutrido de propiedades.

En la siguiente clase se propone una nueva lámina que promueve la formulación de nuevos mensajes.

Actividad 2

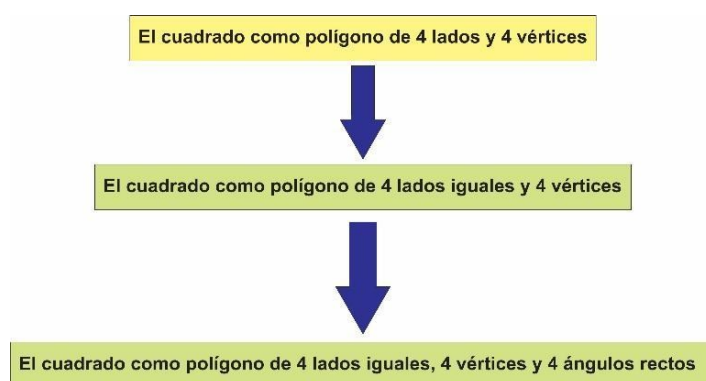
	<i>Consigna:</i> <i>Seguimos con los mensajes. Escriban uno para ubicar una de las figuras de la lámina.</i> <i>Mensaje de Rocío:</i> <i>“Tiene 4 lados, 4 puntas y no tiene lados cortos y largos, todos miden lo mismo.”</i>
---	--

Ante la consigna, Rocío eligió el cuadrado y escribió el mensaje del recuadro.

La maestra pregunta: “¿El mensaje nos permite identificar sin dudas cuál es la figura elegida o debemos hacer alguna pregunta?”, buscando generar la necesidad de agregar otras características al cuadrado.

Dado que en la nueva lámina hay otros dos cuadriláteros y uno de ellos también tiene sus lados de igual medida (el rombo es equilátero) se deberá argumentar acerca de las inclinaciones de los lados para distinguir entre el cuadrado y el rombo.

Comenzar a hablar sobre las características de los dibujos, contrastándolos con otros, permite ir avanzando hacia la identificación de las propiedades que definen una figura. Habrá que ir estableciendo con las y los alumnos cómo se podría comprobar la congruencia de segmentos o ángulos, por ejemplo, usando modelos o papel de calcar para superponer.



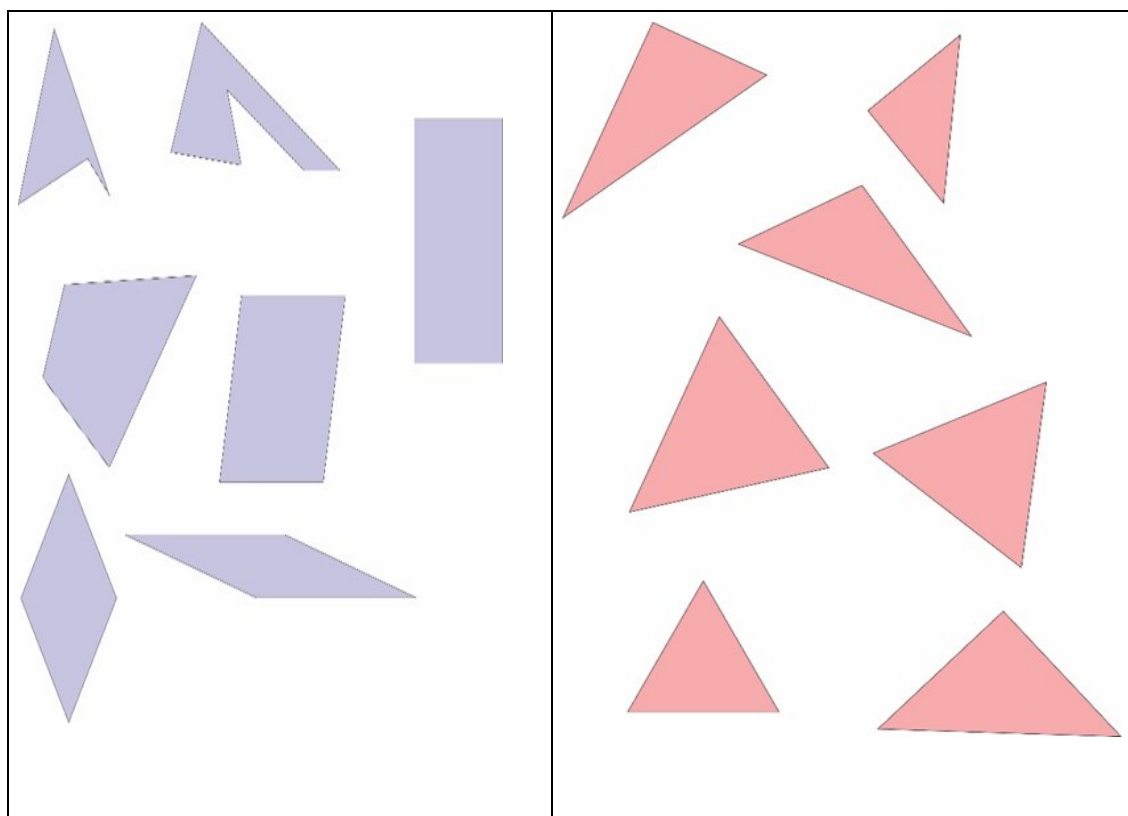
Otra alternativa de organización de una actividad similar que podría proponerse en 5to o en 6to es plantear un juego de equipos en el que los/as alumnos/as formulan preguntas que solo serán respondidas por Sí o por No por la/el docente y en las que no se puede nombrar el tipo de figuras (¿es un triángulo?, no vale) pero si sus elementos (¿tiene tres lados?, vale).

Cuando todos tengan una respuesta, ganará el juego el equipo que haya necesitado menos preguntas para hacerlo. Ya en esta etapa habrá que incluir mediciones efectivas, con la consecuente discusión acerca de la precisión en relación con la graduación de los instrumentos, o presentar dibujos que tengan referencias sobre medidas.

El análisis de los conjuntos de propiedades mencionadas en las preguntas, permitirá reconocer cuáles tuvieron respuesta afirmativa y por lo tanto cuáles son las propiedades que se pueden asociar a la figura elegida por el/la docente para ser descubierta.

Es interesante notar que la elección del conjunto de figuras a presentar resulta fundamental en relación con las propiedades que se quieren trabajar. Es decir, qué figuras se incluyen en las láminas determinan que las reflexiones se centren en las propiedades de las figuras que se desea discutir. El conjunto de figuras es variable didáctica de la situación.

Veamos dos ejemplos:



Así como en el caso del primer ciclo se buscó que aparecieran preguntas sobre lados, ángulos y vértices del cuadrado, en el conjunto de cuadriláteros vemos que hay algunos cóncavos y otros convexos, paralelogramos y no paralelogramos. Si elegimos, por ejemplo, que identifiquen un rombo, para hacerlo los niños y niñas tendrán que escribir preguntas recurriendo a las propiedades que diferencian los tipos de cuadriláteros, concavidad, paralelismo o no de lados, congruencia o no de lados, tipo de ángulos. Será importante precisar cuál será el modo en que se determina, por ejemplo, si los lados son iguales, paralelos o los ángulos son rectos o iguales, superando las primeras apreciaciones “a ojo”.



En la colección de triángulos dibujados ¿Qué propiedades piensan que aparecerán en las preguntas de los niños y las niñas? ¿Cuál podría ser un conjunto de preguntas para identificar al triángulo isósceles rectángulo?

Para el caso de los cuerpos geométricos se puede proponer una actividad similar pensando también en qué cuerpos incluir para ir advirtiendo que las primeras propiedades que los niños incluyen en sus mensajes se refieren a si los cuerpos tienen sólo caras (superficies planas) y si tienen o no vértices para luego incluir también datos sobre la forma de las caras, su número y su congruencia. Tengamos en cuenta, en particular en el primer ciclo, que geométricamente interesa distinguir caras planas o curvas en los cuerpos, y no su posibilidad de rodar o no.

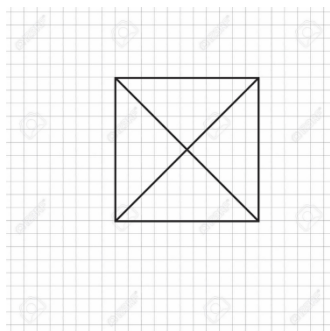
Se advierte entonces que, al pensar en diseñar un proyecto institucional, será importante que acordemos qué conjunto de propiedades para las figuras y para los cuerpos se seleccionan para cada ciclo y para cada grado.

Mensajes para dibujar figuras y armar cuerpos

En estas actividades se busca comunicar información que permita reproducir o construir una figura geométrica. Veamos dos ejemplos, uno para cada ciclo.

Una posibilidad para fines del primer ciclo es la siguiente:

a) Piensen en el grupo un mensaje para esta figura. Escribanlo entre todos para recordar lo que dicen.



b) Este es el mensaje que envió uno de los grupos. Dibujen cómo era la figura:

“DIBUJEN UN CUADRADO QUE TENGA 4 LADOS IGUALES, TODOS DE 5 CUADRADITOS, Y CUATRO VÉRTICES. ADENTRO DEL CUADRADO HAY UNA DIAGONAL”

En este caso, tanto los mensajes como los dibujos se analizan en una puesta en común.

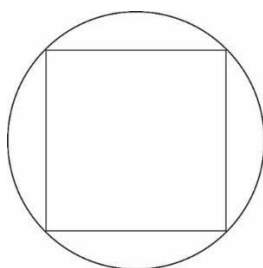
Al leer el mensaje vemos que da información sobre la cantidad de lados y vértices, cuestión que se podría obviar al decir que es un cuadrado: sí interesa la media. Por otra parte, se menciona sólo una diagonal, cuestión que podrá confrontarse con lo que digan otros mensajes.

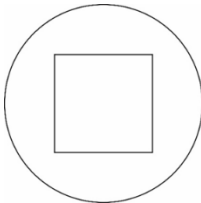
Para el segundo ciclo, la actividad es similar sólo que, antes de la puesta en común se intercambian los mensajes y, según como hayamos organizado la clase, el intercambio puede producirse entre dos alumnos o entre dos equipos. En la bibliografía didáctica suele denominarse a este tipo de actividad, “dictado de figuras”.

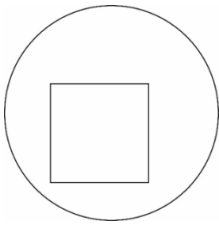
Para producir el mensaje, cada alumno/equipo recibe un dibujo geométrico que no debe ser visto por quien o quienes lo interpretarán. La tarea es escribir un instructivo de cómo realizar ese dibujo paso a paso recordando que los que lo lean no lo vieron.

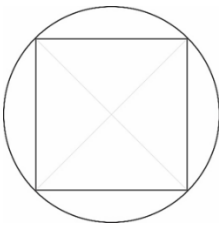
Una vez completado el conjunto de instrucciones de cada uno, se intercambian los instructivos y quienes lo recibieron comienzan a realizar los dibujos siguiendo los trazados indicados en cada uno de los pasos enunciados en el texto recibido. En caso de duda y que esa duda no permita continuar con el trazado, quienes dibujan, puede enviar una pregunta a sus compañeros solicitando las aclaraciones. Éstos sólo pueden contestar las preguntas recibidas, no pueden agregar información que no se les haya solicitado. En la puesta en común se analizan los textos originales, las preguntas y las respuestas complementarias.

Veamos un conjunto de instrucciones, y sus respectivas preguntas y respuestas al elaborar instrucciones para el siguiente dibujo:



Texto 1	Dibujo realizado
Tenés que dibujar un círculo que tenga un cuadrado dentro. Pregunta para el texto 1 ¿Qué tamaño tiene que tener el círculo? El diámetro del círculo es de 6 cm.	

Texto 2	Dibujo realizado
Hacé un cuadrado y rodealo con un círculo. Pregunta para texto 2 ¿De qué medida el cuadrado? Un poco más de 4,2 cm, no llega a 4,3 cm.	

Texto 3	Dibujo realizado
Hacé una cruz pero no derecha, inclinada como un signo por. Las líneas tienen que ser de 6 cm. Ahora tenés que dibujar un cuadrado uniendo las cuatro puntas de la cruz. Te tiene que quedar un cuadrado con las diagonales que son las líneas de la cruz. Agarrá el compás y pinchá en donde se cruzan las diagonales y abrí las patas hasta un vértice del cuadrado. Con ese centro y esa medida trazá una circunferencia. Borrá la cruz. <u>Pregunta:</u> ¿Seguro que la circunferencia tiene que pasar por un solo vértice? No me queda, pasa también por los otros tres. <u>Respuesta:</u> Está bien, la circunferencia tiene que pasar por los cuatro vértices.	

Pensemos en posibles intervenciones docentes al gestionar la puesta en común.

Como se puede notar, los primeros dos textos contienen información insuficiente y también presentan un déficit de preguntas dado que las mismas no logran construir un dictado consistente. Es interesante pensar qué posibles preguntas se pueden formular a la clase durante la puesta que tienda a evidenciar aspectos necesarios para confeccionar el dibujo pedido.

Si bien el tercer texto es mucho más descriptivo que los dos anteriores y además logra el dibujo propuesto, es interesante analizar que hay ciertos sobreentendidos que generaron la necesidad de formular una pregunta. Esas líneas en cruz (como un signo por) que menciona la autora de la

descripción son de gran importancia. Dado que los segmentos que la componen cumplen un doble rol en la figura. Son diagonales del cuadrado y son diámetros de la circunferencia. Esta doble condición permite inferir la relación entre las diagonales de un cuadrado. Analizar esa imposibilidad de pasar por uno de los vértices sin pasar por los otros permitirá afirmar que las diagonales del cuadrado no sólo miden lo mismo, sino que además se cortan entre sí en su punto medio.

¿Cómo se validan los mensajes?

El hecho de que coincidan la figura que da origen al mensaje y la figura dibujada por quienes lo reciben asegura, en general, que el mensaje es correcto. Sin embargo, puede haber construcciones que coincidan, aunque los mensajes hayan omitido algún dato o que no coincidan y el mensaje sea correcto. Este tipo de trabajo requiere sostener bastante tiempo la atención sobre el análisis de los mensajes y los dibujos, lo que resulta desafiante para muchos grupos.

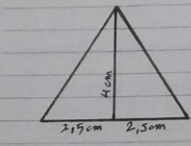
Otra alternativa para el trabajo con mensajes que permiten dibujar una figura es tomar solo su interpretación. En tal caso, una complejización que puede plantearse en 6to ó 7mo años es la de proporcionar para su análisis un mensaje con información insuficiente para realizar la construcción.

Veamos un ejemplo y analicemos la información que se proporciona.



a. En un juego de mensajes, Paula y César recibieron una tarjeta con el siguiente texto:

Paula dijo que hay que buscar el punto medio de la base y dibujar en él una perpendicular de 4 cm de largo. Luego, unir el extremo libre de la altura con los dos extremos libres de la base, de este modo:



César dijo que se pueden dibujar muchísimos triángulos. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

b. Si la tarjeta que recibieron los chicos hubiera sido esta, ¿cuántos triángulos se podrían dibujar?

TRIÁNGULO DE 5 CM DE BASE Y 4 CM DE ALTURA.

TRIÁNGULO CON UN LADO DE 5 CM Y OTRO DE 4 CM.

Leer, escribir y argumetar, p. 42.

Para el ítem a., Paula interpreta que la altura es perpendicular al lado, cuestión que es correcta. También pensó que los 4 cm son de la altura correspondiente a la base (pues trazó la perpendicular a ese lado) aunque podría ser altura de cualquiera de los tres lados. Y en el relato de su procedimiento, Paula dice que trazó la altura a partir del “punto medio de la base” pero, si bien esta es una alternativa, también podría ser trazada a partir de cualquiera de los infinitos puntos del lado correspondiente. Es así que el triángulo que construye Paula es uno de los posibles pero César tiene razón, “se pueden dibujar muchísimos triángulos”.

Para el ítem b., también hay infinitos triángulos posibles.



¿Por qué le parece que esto es así?

En este caso, si aparecen dudas se puede pedir a los niños y niñas que dibujen el triángulo con los datos del mensaje y los comparen. Así verificarán que las figuras no serán congruentes pues seguramente el tercer lado tendrá diferente medida en cada dibujo y también el ángulo comprendido entre los lados de 4cm y 5 cm será diferente en cada uno.

Es interesante preguntar entonces, cuáles son los datos que es necesario agregar para que la figura a construir sea única. Luego de la exploración realizada, se podrá concluir que un par de alternativa son dar el tercer lado o dar el ángulo comprendido entre ambos lados.

Vemos entonces que la producción y análisis de mensajes es un tipo de actividad que puede ser complejizada tanto por la familiaridad con las figuras que tengan los niños y niñas, como por los datos que es necesario proporcionar por su construcción y aún por la falta de algunos datos.

Recreo

Antes de continuar, disfruten de un breve recreo que nos lleva a pensar acerca de las particularidades que tiene en la Matemática el modo de asegurar que una proposición es verdadera. Luego continuaremos pensando en alternativas de actividades que promuevan el trabajo con textos argumentativos.



Los invitamos a compartir el monólogo científico de Eduardo Sáenz de Cabezón matemático español sobre la validez de las afirmaciones en Matemática



<https://www.elmundo.es/elmundo/2013/10/08/baleares/1381222619.html>



Luego de mirar el video, ¿Usted considera que las propiedades de las figuras se descubren o se crean? Reconocer las propiedades de las figuras, ¿implica un acto creativo o contemplativo?

Argumentos para asegurarse de lo que vale

Hemos mencionado en la clase anterior que las actividades de reproducción y construcción de figuras, en tanto problemas geométricos, requieren generar una instancia de validación. También planteamos que, en el primer ciclo las validaciones de las reproducciones acerca de si se ha dibujado la misma figura son de tipo empírico, es decir que, asegurar que la figura dibujada es congruente con

la original, suele darse por superposición de ambas figuras o por medición. Sin embargo, es posible promover la elaboración de afirmaciones donde intervengan semejanzas y diferencias entre lados y ángulos de la figura original y las nuevas.



Lectura sugerida

Para ampliar la información sobre cómo piensa un experto cuando razona deductivamente, es interesante el ejemplo que se muestra en el texto.

Veremos ahora cómo es posible promover la producción de textos argumentativos, donde se explica por qué se asegura que una afirmación es verdadera y nos ocuparemos también de analizar propuestas en las que se analizan afirmaciones para decidir sobre su validez.

Figuras para armar figuras

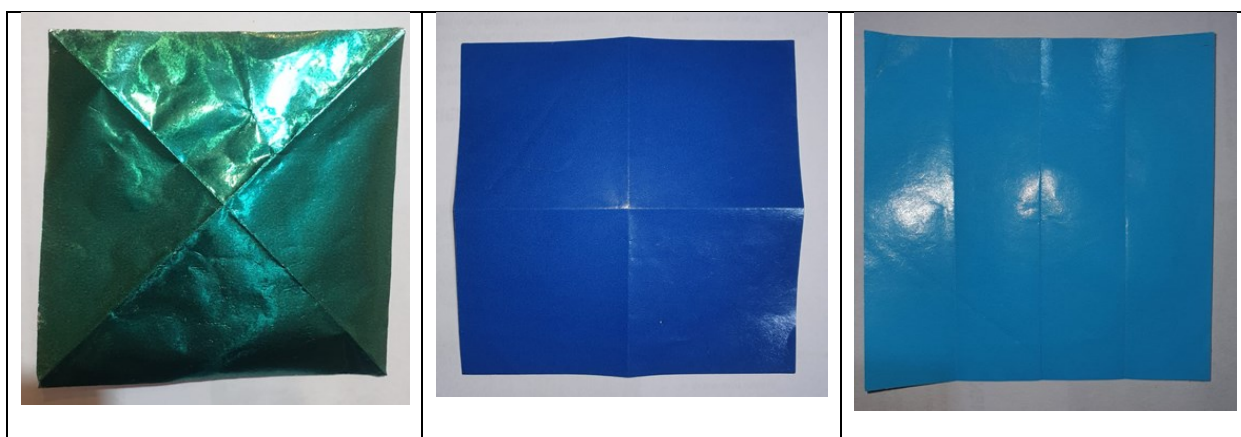
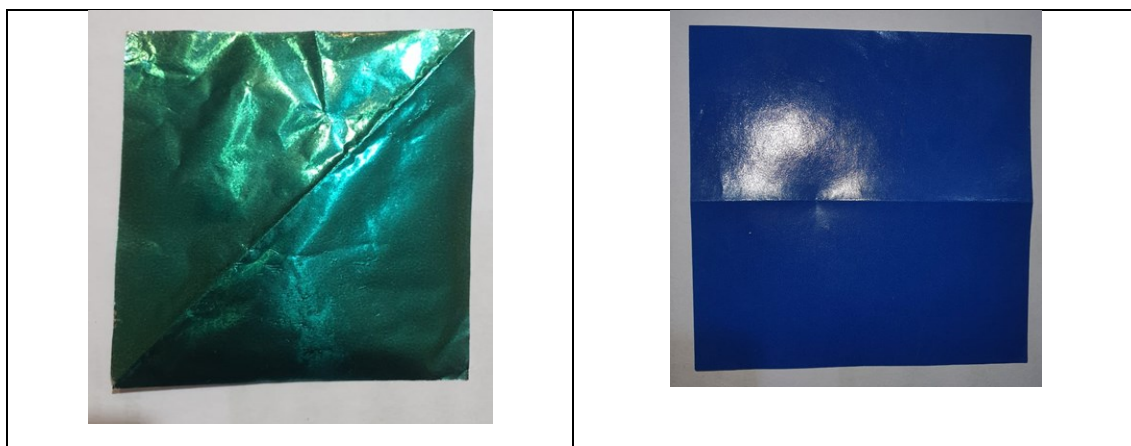
En el primer ciclo es posible iniciar a los niños y niñas en el “armado” de nuevas figuras a partir de otras y también en obtener nuevas figuras “desarmando” otras con el propósito de analizar las figuras obtenidas.

Si se reparte a los chicos papeles glasé y se les formulan preguntas como la siguiente, podrán anticipar su respuesta y luego comprobar si lo pensado resulta.

¿Cómo plegarían el cuadrado para que queden mitades iguales? ¿Qué figuras obtienen?

Se advierte que hay más de una alternativa, se pueden obtener dos triángulos iguales (rectángulos isósceles) al doblar por una diagonal y dos rectángulos iguales al doblar por la base media. Si se les pide que anticipen qué figuras quedarán si se hace un nuevo doblez, podrán obtener nuevos triángulos, rectángulos o cuadrados.

Dibujar dos cuadrados, uno con una diagonal y otro con una base media, y otros tres cuadrados, uno con dos diagonales, otro con dos bases medias, otro con cuatro rectángulos.



En estas actividades, al preguntar “¿qué figuras obtienen? o ¿cómo saben que la nueva figura es un ...? rectángulo, cuadrado, etc.”, es posible que sus afirmaciones, en una primera instancia, contengan algunas de las propiedades conocidas de las mismas, por ejemplo “es un rectángulo porque tiene dos lados cortos y dos lados largos”.

También se podría preguntar “¿si comparan los lados cortos, son iguales o distintos? ¿Por qué?”. En ese caso podrán superponerlos, medirlos. En el primer ciclo la superposición suele ser más efectiva que las mediciones que aún no se dominan. Por otra parte, las mediciones efectivas involucran, siempre, la consideración del error y la precisión, lo que se aborda en el segundo ciclo. Es difícil sostener un debate cuando en un dibujo efectivamente un lado de un cuadrado mide un poquito más que 4,5 cm y otro 4,6 cm.

Si pedimos que comparen esos lados con los del cuadrado original, podrán decir: “los lados cortos del rectángulo son iguales porque son la mitad del lado del cuadrado”. Y con los triángulos, por ejemplo: “los lados de los triángulos son iguales porque son lados del cuadrado” o “el ángulo recto es igual en las dos figuras”.

De este modo podrán aparecer argumentos sobre las nuevas figuras apoyados en lo que saben de las figuras originales.

Luego, se podrían proponer una actividad para “armar” figuras. Por ejemplo, se podrían repartir varios papeles con forma de triángulos rectángulos isósceles iguales y preguntar

¿Qué figuras pueden armar usando dos de los triángulos? ¿Y usando tres? ¿Y con cuatro triángulos?

En la variedad de posibilidades, aparecerán nuevos triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos, etc., es decir figuras cuyo nombre conocen y otras de nombre desconocido, y que tampoco interesa que conozcan. Sólo interesa que amplíen el repertorio de figuras con distinta forma y distinta cantidad de lados y que las puedan ubicar en un cartel, por ejemplo, pegándolas en él, reconociendo cuáles tienen tres lados, cuatro lados, etc.

En el segundo ciclo, también es posible proponer el armado de nuevas figuras a partir de otras, preguntando si pueden asegurar de algún modo qué tipo de figura es. Se busca, en continuidad con lo propuesto en el primer ciclo, que puedan argumentar apoyados en propiedades conocidas de la figura original, es decir, que puedan validar elaborando pequeños encadenamientos deductivos dando por válido lo que sabemos de los recortes y aquí será importante incluir marcas sobre los dibujos o aclarar que vamos a asumir que, por ejemplo, los lados son iguales, sin medir con la regla.

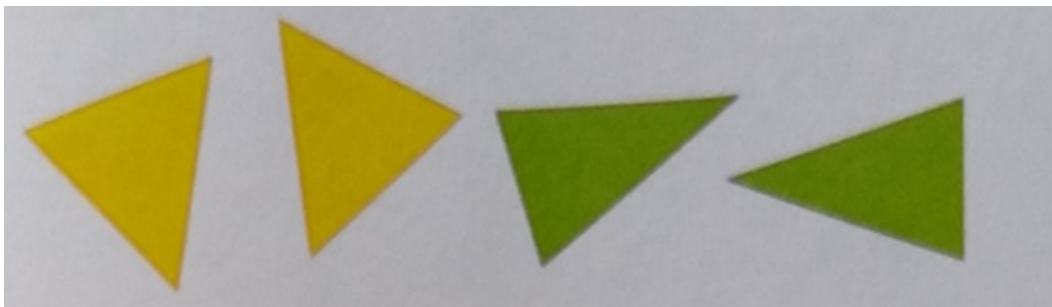


Lectura sugerida

En Cuadernos para el aula de 4to (pp 147 a 150) pueden consultar la secuencia a sobre propiedades de triángulos y cuadriláteros “Armando y desarmando figuras”.

Veamos un ejemplo de actividad que apunta a la producción y el análisis de argumentos que forma parte del material “Leer, escribir y argumentar” de la Serie Cuadernos para el aula. (p. 41)

a. ¿Cuántos cuadriláteros diferentes se pueden formar combinando dos triángulos equiláteros o dos triángulos isósceles?



b. ¿En ambos casos los cuadriláteros que se obtienen tienen lados congruentes? ¿Por qué?

c. ¿Qué se puede afirmar sobre la congruencia (igualdad de la medida) de los ángulos de los cuadriláteros que se forman?

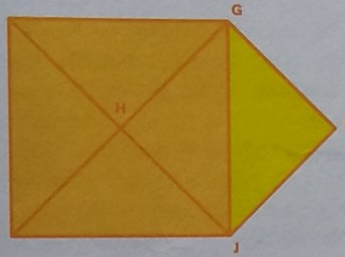
d. ¿Cómo cambian las respuestas a las preguntas anteriores si los dos triángulos que combinan para formar los cuadriláteros son escalenos?

Como se advierte al comparar esta propuesta con la planteada para primer ciclo, la elección de las figuras originales incluye datos sobre el tipo de triángulos que implican la puesta en juego de sus diferencias y con ello, el uso de nuevas propiedades para afirmar qué tipos de figuras se obtienen.

Otra propuesta de este tipo se incluye en el Cuaderno para el aula de 5to (p. 145) donde se agrega un triángulo a un cuadrado. En este caso, se busca conocer qué tipo de figura se arma con el nuevo triángulo y otro igual a él que forma parte del cuadrado.



• Analicen la figura siguiente y respondan:



- a) ¿Se puede asegurar que la figura HGIJ es un cuadrado, sabiendo que se construyó a partir de agregar al cuadrado naranja un triángulo amarillo igual a GJH? ¿Por qué?
- b) Si la figura naranja fuera un rectángulo, ¿qué cuadrilátero se hubiera obtenido al agregar el triángulo amarillo? ¿Por qué?
- c) ¿Y si la figura naranja fuera un rombo? ¿Qué figura se obtiene? ¿Por qué?

En el ítem a. se pide formular un argumento que asegure que la nueva figura es un cuadrado. Luego en los ítemes b. y c. se abre a dos nuevos problemas cambiando las figuras y manteniendo el mismo tipo de tarea.



¿Qué argumento se puede escribir para asegurar que sus cuatro lados son iguales pensando las diagonales del rombo? ¿Y para asegurar que sus cuatro ángulos son rectos?

¿Es suficiente asegurar esas dos condiciones para saber sin duda que la nueva figura es un cuadrado, ¿Por qué?



Lectura sugerida

Para otras actividades donde se propone pensar en las diagonales de los paralelogramos y cómo partir de esas propiedades para decidir qué tipo de figura se puede armar a partir de ellas se puede consultar en Cuadernos para el aula de 5to, la “Secuencia para avanzar en el conocimiento de las figuras: “las diagonales de los cuadriláteros”

Se advierte entonces la posibilidad de articular en reuniones de equipo docente de cada escuela, las propuestas de ambos ciclos sobre el conocimiento de nuevas propiedades de las figuras geométricas a partir de actividades de armar y desarmar figuras.

Afirmaciones para decidir

Hemos planteado que una tarea diferente con textos que incluyen argumentos es su análisis para considerar si son verdaderas o falsas o para analizar su campo de validez. Este tipo de actividades, pensadas para 6to y 7mo grado, requiere poner en juego propiedades conocidas de los diferentes elementos de las figuras conocidas para ver cuáles se requieren para determinar un tipo de figura o si una condición determina más de un tipo de figura. Otras afirmaciones permiten pensar en las relaciones entre diferentes clases de figuras.

Analicemos un ejemplo de esta última alternativa, tomando la actividad siguiente de Leer, escribir y argumentar (p. 44).

Señalá si las siguientes afirmaciones son verdaderas a veces, siempre o nunca.

- a. Si un cuadrilátero tiene los cuatro lados de igual medida, entonces es un cuadrado.
- b. Si las diagonales dividen al cuadrilátero en cuatro triángulos congruentes, entonces es un cuadrado.
- c. Si un triángulo es equilátero, entonces es acutángulo.
- d. Si un triángulo es acutángulo, entonces es equilátero.
- e. Si un triángulo tiene todos sus lados congruentes, entonces sus tres ángulos también son congruentes.
- f. Si un cuadrilátero tiene todos sus lados congruentes, entonces sus cuatro ángulos también son congruentes.



Epígrafe Leer, escribir y argumentar. Pág. 44

En la primera afirmación se parte del conjunto de los cuadriláteros, es decir, polígonos que tienen 4 lados, para decir que, si tiene los cuatro lados de igual medida, son cuadrados. Y hay que pensar si eso se cumple siempre, a veces, o nunca.

¿Qué cuadriláteros conocemos con lados de igual medida? Los cuadrados y los rombos. Entonces, entre los cuadriláteros, algunos con lados de igual medida son cuadrados y otros con lados de igual medida son rombos. No podemos decir que siempre son cuadrados y tampoco que nunca son cuadrados. Podemos decir que los cuadriláteros que tienen los cuatro lados de igual medida, “a veces” son cuadrados.

Se advierte cómo se ponen en juego las propiedades que se conocen de cada clase de figuras y, en este punto, considerar las relaciones entre cuadrados y rombos, cuadrados y rectángulos, triángulos isósceles y triángulos equiláteros, etc.



Lectura sugerida

Para consultar sobre actividades que promueven el estudio de propiedades de los cuerpos geométricos, pueden consultar:

En Cuaderno para el aula 4to: Secuencia sobre prismas y desarrollos planos: “Armando y desarmando cajas” (pp. 140 – 143)

En Notas para la enseñanza 2, Programa MPT en el nivel primario,

Secuencia para 4to grado. “Triángulos y cuadriláteros, lados iguales y ángulos rectos.”

Secuencia para 5to grado. “Triángulos y cuadriláteros, lados y ángulos”.

Secuencia para 6to grado. “Triángulos y cuadriláteros, lados, ángulos y diagonales.”

En las tres primeras clases de este módulo hemos recorrido diferentes tipos de actividades que pueden implicar problemas geométricos para los alumnos y alumnas de los distintos años, siempre que, al elaborar nuestro proyecto de enseñanza, las adecuemos a los conocimientos de los que ellos dispongan.

Desde una perspectiva ciclada, es importante destacar que el estudio de las propiedades de las figuras y los cuerpos geométricos apunta a que los niños y niñas puedan disponer de ellas para resolver diferentes tipos de situaciones como para identificar nuevas propiedades sobre ellos. Así, seleccionar cómo avanzar en el conjunto de propiedades asociadas a cada tipo de figura y cada tipo de cuerpo, puede ser un criterio para decidir cuáles tratar en cada año.



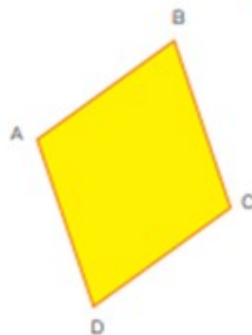
Lectura obligatoria

“La actividad geométrica en la historia y sus implicaciones en las aulas”. Adaptado de Agrasar, M. y Chemello, G La enseñanza de la geometría y los desafíos de la capacitación Clase 12 Ciclo Formativo Plan Matemática para Todos en el Nivel Primario Ministerio de Educación de la Nación. 2013.



Actividad matemática

a. Considerá un rombo ABCD, no cuadrado, y escribí 3 afirmaciones que sean verdaderas y 3 que sean falsas. En cada caso, justificá las razones de tu decisión. Por ejemplo:



Los segmentos AB y DC son paralelos.	Verdadero, porque los rombos son paralelogramos.
Los ángulos A y B son congruentes.	Falso, porque son suplementarios y ninguno mide 90° .

b. Considerá ahora las siguientes afirmaciones sobre el cuadrilátero MNOP. ¿Podrías asegurar de qué figura se trata?

Los segmentos MN y OP son paralelos.	Falso
Las diagonales NP y MO se cortan en sus puntos medios.	Falso
Las diagonales NP y MO son perpendiculares.	Verdadero
Los segmentos MN y NO son congruentes.	Verdadero
Los ángulos opuestos M y O son congruentes.	Verdadero

c. Sabiendo que el cuadrilátero FGHI es un paralelogramo (FG es paralelo a HI y F es opuesto a H) decidí si las siguientes expresiones son verdaderas, si son falsas o si no podés establecer su validez. En este último caso, registrá qué información necesitarías conocer para poder hacerlo.

FI es paralelo a GH.
FH es congruente con GI.
F es congruente con G.
F es congruente con H.
FH es perpendicular a GI.
FH y GI no se cortan en sus puntos medios.

Leer, escribir y argumentar. Pág. 41

Al final de la clase verán las recomendaciones para la entrega.



Actividad didáctica

Para trabajar en el foro

En la actividad matemática de esta clase, que forma parte de un material con actividades para 7mo grado, han debido realizar tres tareas diferentes. En la primera hay que escribir afirmaciones verdaderas y falsas, en la segunda analizar afirmaciones para descubrir a qué figura se refieren y en la tercera decidir, para una figura dada, cuáles de las afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas

Analicen las tres tareas y consideren una propuesta para 5to grado/año:

- a. ¿Considera que todas son adecuadas para el proyecto de trabajo?
¿Cuáles sí, cuáles no, por qué?
- b. ¿Para qué figuras las propondría? ¿Para cuáles propiedades?
- c. Justifique sus decisiones.

Al final de la clase verán las indicaciones para participar.

Actividades de la clase:

Actividades obligatorias

- **Actividad matemática de la clase**



Recomendaciones para la entrega

- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad)
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto)
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.
- Deberán entregar el documento en este BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: "Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_3_Aula XX"

- Actividad didáctica de la clase



Se espera que participen en el foro con dos intervenciones:

- compartiendo sus registros e ideas,
- seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Actividad optativa:

- Foro de consultas



Foro de consultas

Bibliografía de referencia

Agrasar y Rossetti (2012) Leer, escribir y argumentar. Serie Cuadernos para el aula 7mo. Ministerio de Educación de la Nación.

Agrasar, M. y Chemello, G (2022) “La actividad geométrica en la historia y sus implicaciones en las aulas”. Adaptado de *La enseñanza de la geometría y los desafíos de la capacitación* Clase 12 Ciclo Formativo Plan Matemática para Todos en el Nivel Primario Ministerio de Educación de la Nación, 2013.

Rossetti, A. (2022) ¿Cómo se derivan nuevos conocimientos matemáticos de los ya conocidos?

Cuadernos para el aula de 4to y 5to. Ministerio de Educación (2003/2007)

Notas para la enseñanza 2. Programa Matemática para todos en el nivel primario. Ministerio de Educación (2009/2014)

Créditos

Autores: <Alejandro Rossetti>

Cómo citar este texto:

Rossetti, Alejandro (2022). Clase Nro. 3: Problemas geométricos y textos. Módulo 4: Temas de enseñanza de la geometría y la medida. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0

Clase 4: La medida, sus quehaceres y las magnitudes espaciales

Bienvenida a la clase

Les damos la bienvenida a la clase 4, última de este módulo. En esta oportunidad nos convoca el estudio didáctico de la medida.

A lo largo de la clase encontraremos oportunidades para reflexionar acerca de los quehaceres ligados a la medida: medir, estimar y calcular y su sentido como parte de la formación de los niños y las niñas. Estos quehaceres, puestos en juego en problemas sobre magnitudes como la longitud, la capacidad, el peso, el área, darán lugar a que los niños y las niñas vayan comprendiendo la idea de medida.

En particular nos ocuparemos de abrir interrogantes en torno a la enseñanza de las magnitudes espaciales perímetro y área para analizar propuestas que consideren, entre otras cuestiones, sus diferencias, la independencia de sus variaciones, el significado de sus fórmulas.

Es relevante considerar que el conjunto de saberes al que referimos habitualmente bajo la denominación de “medida” tiene vínculos con casi todos los contenidos que se estudian en la escuela primaria y se proyecta hacia otros que alcanzan la escolaridad secundaria. En el aprendizaje de la medida se ponen en juego conocimientos sobre los números naturales y números racionales (fracciones y decimales), el sistema de numeración decimal, las razones y proporciones.

En el campo de la medida intervienen lo físico –las cantidades de magnitud a medir o a estimar– y las unidades –lo numérico– derivado del valor numérico que muestra la comparación entre cantidades y la relación entre las unidades del sistema elegido, y lo geométrico –dado por la extensión de las magnitudes en un cierto espacio.

Medidas y magnitudes. Para ponernos de acuerdo

En principio, les proponemos compartir el sentido con el que emplearemos a lo largo de la clase varios términos dado que, en el uso cotidiano, se utilizan como sinónimos con mucha frecuencia.

Para ello, en los próximos párrafos plantearemos algunas preguntas que contienen términos que vamos a emplear a lo largo de la misma.



¿Qué es medir? ¿Es lo mismo una medida que una unidad de medida? ¿Qué relación existe entre una unidad de medida y sus múltiplos o submúltiplos? ¿Qué es una magnitud? ¿Y un atributo?

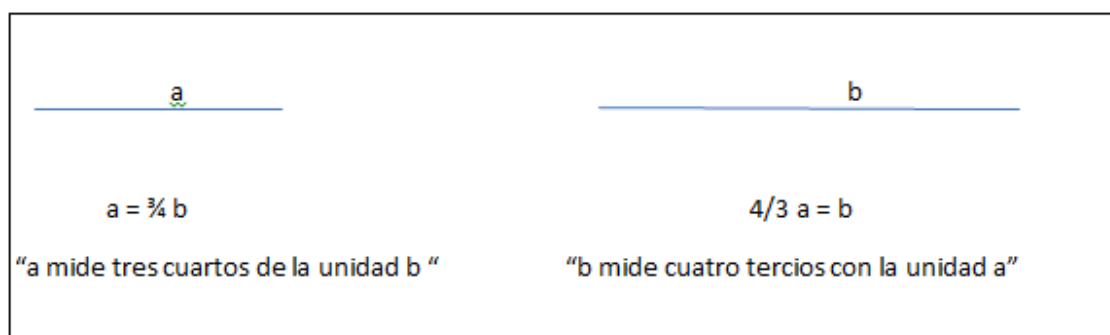
¿Qué entendemos por medir? Medir siempre implica comparar. La comparación es intrínseca al acto de medir.

Al decir que el largo de una mesa es de 2 metros estamos comparando la longitud del largo de la mesa con la longitud de la unidad de medida llamada metro. Es decir, comparamos dos cantidades de la magnitud y longitud. Esta comparación nos lleva a reflexionar acerca de la segunda y tercera preguntas. La escritura “2 metros” expresa una medida y en ella hay un valor numérico, 2, y una unidad de medida, el metro.

Cuando decimos que la distancia entre Buenos Aires y Mar del Plata es de 400 kilómetros aproximadamente, también comparamos esa distancia con el metro y, como *kilo* significa 1000, sabemos que esa distancia es aproximadamente 400.000 veces la unidad metro. Podemos decir que el valor de la medida es 400.000 y la unidad el metro, o que el valor numérico es 400 y la unidad es el kilómetro.



De manera más general, al comparar dos cantidades a y b , cualquiera de ellas se puede usar como unidad para medir la otra. Según cuál se tome como una unidad de medida, se podrá decir que:



Sabemos que las unidades mayores que la unidad básica se denominan múltiplos y que los prefijos *kilo*, *hecto*, *deca*, significan mil, cien y diez respectivamente. También que a aquellas unidades inferiores a la unidad se las identifica como submúltiplos y que los prefijos *deci*, *centi*, *mili* significan décimo, centésimo y milésimo. Y el conjunto de unidades para las distintas magnitudes forman un sistema de medidas, en este caso, el sistema métrico decimal.

¿Qué entendemos por magnitud? Si bien no todas las propiedades de los objetos son medibles algunas, denominadas magnitudes extensibles, sí lo son. Es el caso de aquellas en las que tiene sentido sumar.



"La idea que se esconde debajo es la siguiente: en dichas magnitudes tiene sentido sumar, puede definirse la suma de cantidades de magnitud, y además, la medida respeta esa suma, de forma que la medida de la suma de dos cantidades es la suma de sus medidas respectivas".

Chamorro p.112

La longitud, la masa y el tiempo son sumables. En nuestros ejemplos anteriores dimos dos medidas, 2 m y 400 km. En ambos casos, la longitud es la magnitud evaluada.

Para un mismo objeto se pueden medir diferentes magnitudes. Así, para latas de tomates de forma cilíndrica que se quieren acopiar en cajas, se puede medir la longitud de su altura, o el diámetro de la circunferencia de la base para saber cuántas entran en una caja. También se puede medir el peso

y averiguar el peso total de la caja. Longitud y peso son dos magnitudes que pueden medirse del objeto “lata de tomate”.

Tener en cuenta que en cada objeto pueden medirse distintas magnitudes al elegir propuestas de enseñanza es una cuestión que incide en las concepciones de los niños y niñas, pues si siempre pensamos en ver solo el peso de la lata de duraznos, o solo la longitud del largo de un lápiz, o solo la capacidad de un vaso, les resultará difícil separar el objeto de la magnitud que se mide. En principio, es importante precisar cuál es el problema que interesa resolver, para elegir qué magnitud medir, con qué unidad y con qué grado de precisión.

Una aclaración necesaria para abordar a fines del segundo ciclo:

Generalmente si nos preguntan cuánto pesamos, damos un valor en kilogramos, que es una unidad de masa. En la vida cotidiana suelen confundirse los conceptos de masa y peso que son magnitudes diferentes. El peso es la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre cualquier objeto y se mide en newtons (N).

La masa o cantidad de materia, que se mide en kilogramos, es independiente del lugar donde la midamos, sin embargo, el peso no. Cuanto más alejados del centro de la Tierra nos encontremos, menor será nuestro peso, ya que la gravedad disminuye a medida que nos alejamos de dicho centro. $\text{Peso} = \text{masa} \times \text{gravedad}$

Si alguien tiene una masa de 50 kg, su peso en la superficie terrestre a nivel del mar será $P = 50 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 490 \text{ N}$.

En lo que sigue en este apartado nos ocuparemos de poner ejemplos sobre la magnitud longitud, una de las que permite hacer comparaciones más tempranamente, entendiendo que es posible pensar interrogantes y propuestas similares para las demás magnitudes, sin perder de vista los problemas que dan sentido al estudio de cada una y el tipo de experiencias que tienen niñas y niños en su entorno cotidiano.

También porque la longitud es la magnitud utilizada para marcar graduaciones en distintos instrumentos de medición. El peso, la temperatura, la capacidad, la amplitud angular, se leen en las escalas sobre rectas graduadas y sobre tramos de circunferencia.

Los quehaceres vinculados a la medición. Un recorrido escolar

En el nivel primario, los NAP indican para el primer ciclo comenzar el abordaje de la longitud, el peso/masa y la capacidad, incorporando en el segundo ciclo al estudio del perímetro, el área y el volumen.

Otras magnitudes, como el tiempo y la temperatura, no están indicados para un estudio específico más allá del uso habitual de las unidades correspondientes. En el caso de las amplitudes angulares, solo se trabaja con la unidad grado sexagesimal sin abordar los submúltiplos, pues los cálculos en los que ellos intervienen ya no forman parte de los aprendizajes prioritarios incluidos en el nivel primario.

El tratamiento indicado en los NAP para cada una de las magnitudes y las correspondientes unidades implica el desarrollo de prácticas de medición y estimación y también de cálculo de medidas, atendiendo a la construcción de sentido.

¿Por qué focalizamos, en principio, en las prácticas de medición y estimación de la medida?

Estas prácticas se desarrollan al resolver problemas propios de este campo que implican desafíos intelectuales y una gestión de la clase en la que los niños y las niñas puedan producir soluciones originales y debatir sobre ellas argumentando sobre la validez de las respuestas encontradas. En este marco, los problemas que implican prácticas de medición, estimación y cálculo pueden contribuir a la construcción del sentido de la medida si estamos atentos y atentas al analizar las actividades de los libros de texto y al diseñar nuestras propuestas de enseñanza.



Lectura sugerida

Para revisar la idea de problema y el tipo de gestión que se propone en los NAP, lean la Introducción de los Cuadernos para el aula.

¿Qué cuidar al elegir una actividad?

En principio, es importante estar alerta acerca del sentido de las preguntas y los cálculos que se plantean y de las unidades involucradas en los enunciados. También interesa que nos preguntemos

acerca de la pertinencia de solicitar expresar la respuesta utilizando unidades que no son las requeridas por el contexto.

¿Cuál es la medida de la longitud de un camino de una hormiga hacia el hormiguero si primero recorrió 300 cm, luego 45 dm y finalmente 0,32 dam?

De una pieza de género se vendieron primero 0,38 hm, luego 4200 cm y por último 1 dam. Si todavía queda 1 m, ¿cuántos cm tenía la pieza de género?

Al respecto podemos retomar las preguntas que se formulan en “La enseñanza de la medida y los desafíos de la capacitación”:



¿Quién necesita estos resultados? ¿Para qué? ¿Por qué se eligen esas unidades? Justamente, frente a un problema real de medida, el mismo problema llevará a decidir qué unidades e instrumentos son pertinentes, en función de si se necesita una medida estimada o más o menos precisa, y de las condiciones en las que se realiza la medición.
(p.3)

En nuestras propuestas entonces, habrá que pensar en problemas de medida reales, verosímiles, donde el medir tenga sentido y también las unidades que se utilizan. Entre esos problemas, habrá que incluir aquellos donde se realizan prácticas de medición efectivas. Si bien estas pueden requerir más trabajo de gestión, nos interesa poner un acento en su realización en la clase, pues a partir de esas experiencias es posible identificar qué decisiones es necesario tomar y derivar reflexiones sobre cuestiones que hacen a la construcción de la idea de medida.

Al comparar cantidades de una misma magnitud, es necesario decidir qué unidades y procedimientos se van a usar, lo que involucra poner en discusión la iteración de la unidad en el proceso de medir, el uso de unidades menores que la unidad para aproximar la medida, la idea de que la medida efectiva da un valor en un intervalo, el error que conlleva toda medición, las formas de escribir el resultado de la medición, el uso de instrumentos con escala que permiten transportar diferentes unidades, la aproximación en la medida que depende del instrumento utilizado.

Esas reflexiones pueden retomarse y ampliarse proponiendo nuevos “problemas reales de medida” que compartan los mismos contextos en que se realizaron las mediciones efectivas –pero donde no

haya que realizarlas nuevamente– y también problemas en nuevos contextos tanto extra como intramatemáticos.

Otro quehacer que interesa desarrollar en la clase es la estimación de medidas. Para ello cada niño, cada niña, tendrá que ir construyendo ciertas unidades como referentes, es decir como cantidades que permitan establecer comparaciones “sin medir”, realizando una apreciación “a ojo”. La posibilidad de estimar resulta una estrategia de control de las mediciones y, en muchas situaciones es suficiente realizar una estimación para tomar una decisión.

Esto resulta más sencillo con las longitudes. Por ejemplo, si se han realizado mediciones con el “objeto metro” los niños y las niñas podrán ir construyendo el metro como referente, y realizar comparaciones con longitudes que midan más de un metro, o menos de un metro. Por otra parte, la práctica de mediciones con regla también les permitirá construir como referente el centímetro.

Con respecto a las unidades para las mediciones, una cuestión para reflexionar es sobre el uso de las no convencionales que aparecen en muchas actividades en los libros de texto. Si bien, los procesos históricos de construcción de los sistemas de unidades, ayudan a comprender el modo como el saber matemático permite mejorar algunos procesos atendiendo a su eficiencia y comunicabilidad, esto no implica un camino didáctico de pasaje desde el uso de unidades no convencionales hasta el uso de las convencionales.

Las actividades que proponen medir, por ejemplo, longitudes con gomas o lapiceras resultan un sinsentido que solo funciona dentro de la escuela. Distinto es proponer la realización de mediciones con unidades de uso habitual como es el caso de las tazas, vasos y cucharadas en las recetas o las baldosas en pisos ya que, aunque no pertenecen al SIMELA, son convencionales en los contextos sociales de referencia.

Si un grupo de niños/as de cuarto año tuviera que medir el largo del pizarrón para solicitar a la cooperativa la compra de uno nuevo, no dudaría en recurrir al uso de la regla –o de una cinta métrica, si estuviera disponible para hacerlo. Los mismos niños/as usarían pasos como unidad para determinar los límites de una cancha de fútbol improvisada en un terreno. Es el problema y sus condiciones lo que orienta el uso de una u otra unidad de medida. Hay un momento para elegir unidades, convencionales o no, para resolver problemas y otro para discutir acerca de su pertinencia y precisión.

También es importante tener en cuenta que la creación del sistema decimal de unidades –en particular, el surgimiento del metro– no respondió a la necesidad “ingenua” de comunicarnos sin obstáculos, sino a profundos procesos de cambio social enmarcados en la búsqueda de igualdad de derechos para todos los ciudadanos.

Otro aspecto que se debe tener en cuenta al analizar las actividades escolares es la presencia, o no, de la diferenciación entre medida exacta y aproximada, y de la explicitación del margen de error de una medición o de un cálculo derivado de una medición. En “La enseñanza de la medida y los desafíos de la capacitación” (p 6) se plantea:



Generalmente, esta cuestión se elude, lo que da lugar a una concepción errónea: es posible obtener una medida “exacta” expresada a través de “un” número si la medición se realiza con suficiente cuidado y con un instrumento adecuado. Esta idea se refuerza al utilizar expresiones con una cifra decimal para expresar resultados de longitudes y operar con ellos cuando, por ejemplo, se trabaja con segmentos.

Muchas veces, se pide “naturalmente” a los alumnos que dibujen usando una regla escolar un rectángulo de 12 cm de perímetro o que construyan un ángulo de 120° con transportador, y luego se trabaja con esos dibujos asumiendo que efectivamente “tienen” esas medidas. En realidad, la acción de medir es una tarea concreta realizada con instrumentos sobre objetos materiales, cuyo resultado es necesariamente un intervalo. Por ejemplo, en el caso del rectángulo, tendríamos que considerar la medida en centímetros en el intervalo 11,9-12,1. En el aula, asumimos que es suficiente una precisión de más o menos un milímetro si se usa la regla –y de un grado cuando se usa el transportador–, pero no siempre se explicita esta decisión a los alumnos, que depende de la graduación de los instrumentos que se usan.

En Matemática, podemos concebir una medida exacta expresada por un único número y no por un encuadramiento en un intervalo. Por ejemplo, la longitud de una circunferencia cuando se toma como unidad de medida su diámetro es π .

Aunque pueda parecer que esta diferenciación no es significativa en la escuela primaria, la ausencia de su tratamiento en este nivel genera obstáculos importantes en el nivel siguiente y dificulta una construcción ajustada de la noción de medida.

Para medir, estimar y expresar medidas en el primer ciclo

Hemos planteado que la realización de mediciones efectivas con distintas unidades que permitan poner en juego las comparaciones de distintas cantidades de la misma magnitud resulta un quehacer esencial para la comprensión de la idea de medida.

Y una condición de estas mediciones es que formen parte de un problema de medida, es decir, una situación desafiante donde tenga sentido realizarlas. En el primer ciclo se podría proponer realizar mediciones con unidades que no impliquen el uso de instrumentos numerados. Así, se podría:

- *medir cuántos vasos pueden llenarse con una jarra de jugo para decidir cuántas jarras hacen falta para que alcance para todos los alumnos y alumnas de la clase.*
- *medir en tazas de harina o cucharadas de azúcar las cantidades de una receta.*
- *medir el largo y ancho del salón por la cantidad de baldosas del piso o por el número pasos de un compañero si hay que comparar dos aulas.*

Lo interesante de este tipo de mediciones es que las unidades son usuales en contextos de la vida cotidiana con lo que tiene sentido proponerlas. En el proceso de medir los niños y las niñas tendrán oportunidad de iterar el uso de la unidad para realizar la medición pues el recipiente, vaso o taza, contiene una cantidad que funciona como unidad del mismo tipo de aquella que hay que medir.

Aunque no todos los vasos y las tazas tienen la misma capacidad, ni todos los pasos la misma longitud, para las mediciones en el aula en una determinada actividad, se podrá “convenir” en usar siempre el mismo vaso, la misma taza y acordar el paso de cuál compañero se elige. Esta cuestión de los convenios será parte de la discusión en las situaciones de realización de mediciones, así como las diferencias que genera en la medida resultante el usar unidades distintas.

También es importante que, en las primeras oportunidades, que se puedan expresar las medidas de manera no exacta: “cuatro vasos y un poco”, “casi dos tazas”, “un poco más de 30 baldosas y no llega a 31 enteras”.

De aquí, si la situación lo amerita, se podrá derivar la necesidad de usar unidades más pequeñas para una mayor precisión, una medida más aproximada, por ejemplo, si usamos la unidad “medio vaso” podríamos escribir “4 vasos y $\frac{1}{2}$ ” y si usamos la unidad “cuarto de taza”, “a dos tazas le falta $\frac{1}{4}$ ”



Así, el uso de unidades con sentido, la posibilidad de iterar la unidad en el proceso de medir y la necesidad de usar otras unidades adicionales más pequeñas –o eventualmente más grandes si se quisiera usar el metro para saber cuánto mide una cuadra– serán condiciones importantes para las situaciones de realización de mediciones efectivas.



En su escuela, ¿se realizan este tipo de experiencias en algún año del primer ciclo? ¿Qué decisiones toman las niñas y los niños? ¿Cuáles de las condiciones mencionadas toma en cuenta en su planificación? ¿Piensan que las mediciones efectivas deberían cumplir también con otras condiciones? ¿Cuáles?

El conocimiento de la unidad metro, materializada para hacer mediciones efectivas en una sogá, una cinta, u otro elemento que se crea conveniente, es parte del trabajo en este ciclo, así como comprobar que es necesario iterar su uso para conocer longitudes cuya medida se necesita por distintas razones.

Luego, habrá que comparar ese objeto unidad con el instrumento metro en alguno de sus soportes, el metro de hule de modista, el de madera del carpintero, la cinta métrica, etc. Se podrá, entonces, discutir sobre por qué es conveniente que esos instrumentos tengan una longitud de varios metros. También se podrá ver que ellos tienen marcadas ciertas “rayitas” numeradas, los decímetros y los centímetros que son “como los de la regla”. Asimismo, será interesante comparar el instrumento metro con la regla y discutir las diferentes situaciones de uso de uno y otro instrumento.



¿Qué actividades en las que tenga sentido medir propondrían para realizar mediciones efectivas con la regla? ¿Qué preguntas incluirían para atender a la cuestión de la medida aproximada?

Para la construcción de referentes que permitan estimar la medida antes de realizar la medición efectiva o como control una vez realizada, en el Cuaderno para el aula de 3ero se propone:



... es necesario que los niños exploren y midan longitudes, capacidades y pesos de ciertos objetos de uso frecuente para luego tomarlos como dato de referencia. Por ejemplo, el alto de una puerta, la capacidad de una botella de agua, el ancho de una mano, la cantidad de manzanas o naranjas que entran en un kilo, etc.
(p.125)

¿Cómo escribir las medidas en este ciclo?

Cuando se propone a los niños/as escribir el resultado de una medición, en algunas ocasiones aparecen las primeras escrituras fraccionarias, lo que favorecerá la construcción de sentido de dichos números. Luego, esas expresiones podrán formar parte de preguntas que requieran realizar comparaciones o cálculos. Por ejemplo:

Ailén tomó 3 vasos de $\frac{1}{4}$ litro de jugo y Nacho 2 botellitas de $\frac{1}{2}$ litro. ¿Quién tomó más?

Recreo

Antes de continuar la lectura le proponemos que haga un pequeño recreo compartiendo dos informaciones. Una sobre el origen de los sistemas de medidas y otra sobre un error en navegación espacial que costó caro.

¿Sabía usted...

...que el Sistema Internacional de medidas tiene su origen en una de las reivindicaciones de la Revolución Francesa?

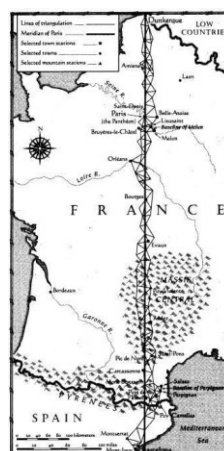
Famosa es la terna de palabras que sintetizan los reclamos de la Revolución Francesa: *Liberté, Égalité, Fraternité* (Libertad, igualdad y Fraternidad). Pero no todos saben que el segundo término contenía en la igualdad de medidas una de sus principales reivindicaciones. La gran cantidad de unidades de medidas que coexistían, hacía que cada vez que el señor feudal quería aumentar los impuestos que los agricultores debían pagar para contar con su protección, lo ocultaba detrás de un cambio de

unidad de medida. Es por ello que una de las demandas de la Revolución fue igualdad de medidas para todos. El 15 de marzo de 1790, la Revolución suprimió los derechos feudales referentes a pesos y medidas.

Bureaux de Pussy pronunció el siguiente discurso frente a la Asamblea "La diversidad gótica de nuestras medidas se ha perpetuado, convierte en extranjeras, las unas con respecto a las otras, a las provincias de un mismo imperio, las villas y las aldeas de una misma provincia, algunas veces hasta a los diferentes barrios de una misma ciudad; y en la Era de las Luces, todavía nos encontramos gobernados por instituciones absurdas, humillantes, contra las que nuestros antepasados ya habían comenzado a rugir en siglos de ignorancia y tosquedad".

Dos días más tarde, la Asamblea encargaba la reforma métrica a la Academia de Ciencias, una reforma que Condorcet, poco después víctima él mismo -como Lavoisier- del terror, dedicó "a todos los pueblos, a todos los tiempos".

La Academia de Ciencias de París encargó a dos astrónomos franceses Pierre-François-André Méchain y Jean-Baptiste Joseph Delambre medir el arco de meridiano comprendido entre Dunkerque y Barcelona (Meridiano que pasa por París). Méchain iniciaría la medición por el sur y Delambre por el norte. La tarea les llevó siete años. El método empleado fue el de triangulación. En ese período se iniciaron los procesos de contrarreforma con lo que los científicos debieron completar su obra monumental en la clandestinidad, ocultando las torretas que construían con vegetación para no ser detectados y sin respaldo económico, enterrando los instrumentos para que no les sean confiscados y ellos llevados a prisión y ejecutados.



Insólito retroceso

El 23 de septiembre de 1999, la NASA esperaba entrar en contacto con la sonda espacial Mars Climate Orbiter que había despegado de la Tierra el 11 de diciembre de 1998. Después de 10 meses de viaje la sonda no pudo enviar información a la Tierra dado que se estrelló en la superficie de Marte. El motivo fue el error de conversión entre las unidades inglesas y las métricas. Con el paso de los años, Mars Climate Orbiter ha quedado como uno de los mayores fracasos de la era espacial. Con un costo de 125 millones de dólares y años de investigación, la sonda nunca pudo cumplir su función de apoyo a las sondas Mars Polar Lander y Deep Space como lo señala la página de la NASA.

Diseñado para estudiar Marte desde la órbita y servir como un relé de comunicaciones para las sondas Mars Polar Lander y Deep Space, el Mars Climate Orbiter no tuvo éxito debido a un error de navegación causado por una falla al traducir las unidades inglesas a métricas.

Para medir, estimar y expresar medidas en el segundo ciclo

En cuanto a las prácticas de medición y estimación, ¿qué cuestiones retomar en el segundo ciclo?

Una cuestión intrínseca a la medición sobre la que insistir en este ciclo es que es un proceso que siempre implica cierto error de medición. Esto es tanto porque los instrumentos con los que se efectúan las mediciones tienen una cierta graduación que define la menor unidad con la que puede expresarse la medición, las marcas de esas unidades pueden ser más o menos precisas y los sujetos que miden pueden apreciar de manera diferente el valor según como miren la marca –la rayita– en la escala del instrumento.

Por otra parte, retomando lo planteado sobre medida exacta y aproximada sabemos que, según la precisión de los instrumentos utilizados, el valor de la medida será más o menos aproximado y estará en un intervalo. Se puede leer una medida, por ejemplo, ¿en metros y centímetros? ¿O en metros, centímetros y milímetros? ¿Y llegar a las décimas de milímetro? ¿En qué casos puede ser significativa una diferencia de 1 mm? ¿En qué casos no?



Lectura sugerida

Con respecto a la estimación, es posible encontrar propuestas muy recomendables para incorporar a las planificaciones haciendo las adecuaciones necesarias en el Cuaderno para el aula de 5to. (pp. 155 a 160) Anexo 2. Plantear situaciones para estimar, medir y expresar medidas.

Respecto de la escritura de la medida, una cuestión central que toma gran importancia en este ciclo es que las mediciones pueden funcionar como contexto que permite dar sentido a las primeras escrituras decimales. Esta cuestión adquiere gran importancia cuando no es posible apoyarse en el sistema monetario por no tener sentido los precios con centavos.

Para incluir la discusión sobre el uso de la coma en la expresión de medidas se pueden plantear actividades como la siguiente en la que también se podrá analizar en la clase la cuestión del error en la medición y el valor aproximado de cada medida.

Guille y Gaby midieron el largo y el ancho de una mesa y escribieron.

a. *Guille escribió*

1 m 5 dm 2 cm de largo y 8 dm 5 cm de ancho

b. *Gaby escribió*

1 m 53 cm de largo y 84 cm de ancho

¿Se trata de las mismas medidas? ¿Cómo lo pensaron? ¿Les parece que usaron una cinta métrica diferente? ¿Por qué?

c. *Cecilia dice que conviene escribir*

1,52 m de largo y 0,85 m de ancho

¿Por qué usa sólo la unidad metro para expresar la medida?

La equivalencia de las escrituras 1 m 5 dm 2 cm, con 1 m 52 cm se desprende de las relaciones básicas entre las unidades metro, decímetro y centímetro (52 cm son 5 dm y 2 cm) pero habrá que debatir sobre la interpretación del lugar de la coma y la unidad elegida para arribar a la convención de su uso.

Este criterio en torno al trabajo con equivalencias de tomar como punto de partida las relaciones básicas y que cada niño, cada niña realice las transformaciones que necesite para llegar a otra escritura toma en cuenta la noción de proporcionalidad.

En efecto, como se dice en “Los cambios de unidades ¿se trata de correr la coma?” (clase 2 del módulo 4):

Se trata de partir, en cada caso, de la relación básica entre la unidad en la que está expresada la medida y aquella en la que se quiere convertir. Por ejemplo, entre metros y centímetros la relación es 1/100, pues $1\text{ m} = 100\text{ cm}$.

1 m 2 m 2,5 m 4,835 m

100 cm 200 cm 250 cm 483,5 cm

Como se ve en el ejemplo, la relación 1/100 entre metros y centímetros es una constante de proporcionalidad que permite transformar las escrituras.

Esta perspectiva difiere del uso de la regla para “correr la coma” que los alumnos vinculan rápidamente con la búsqueda de equivalencias. Este uso, presente en muchos libros de texto, no permite controlar las relaciones entre unidades y cantidades, ni la razonabilidad del resultado obtenido lo que conlleva a muchos errores. Al respecto, hemos planteado (MEN, clase del ciclo formativo, 2013):



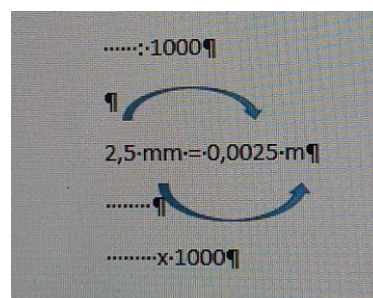
Al referirse a los errores que los alumnos cometen en las “reducciones”, Bressan y Yaksich (2001: 19) afirman que “[...] muchos provienen de la falta de representaciones mentales de las unidades más comunes como referentes, lo cual les permitiría juzgar criteriosamente los resultados que logran mecánicamente”.

Las autoras también coinciden con Chamorro (2001) en que los problemas de “reducciones”, de operaciones con cantidades y de reemplazo de valores en fórmulas son problemas de aritmética a través de los cuales se ejercitan operaciones con números decimales, pero que no profundizan el sentido de la medición.

No estamos afirmando aquí que no es necesario proponer actividades en las que se requiera expresar cantidades usando distintas unidades y analizar las relaciones entre

medidas y unidades. Es más, esto se explicita claramente en los saberes propuestos en los NAP y es fundamental para poner en evidencia las relaciones entre el sistema de numeración, el sistema métrico, las expresiones decimales. Pero es importante diferenciar aquellas actividades en las que las unidades responden al contexto del problema de las que planificamos para analizar y reflexionar sobre las equivalencias de escrituras con distintas unidades. En este último caso, más que insistir en ejercitar conversiones, se trata de establecer relaciones entre la variación de la unidad y la variación de la medida.

Por ejemplo, como un 1 m equivale a 1.000 mm, el metro es una unidad 1.000 veces mayor que el milímetro y, por eso, dividimos por 1.000 al cambiar de milímetros a metros. Si una unidad es mayor que otra, la medida con esa unidad es proporcionalmente menor.



Magnitudes espaciales: perímetro y área

Las nociones de perímetro, área y volumen, que suelen denominarse magnitudes espaciales, comienzan a estudiarse a nivel escolar en el segundo ciclo de la escuela primaria y luego se continúa en la escuela secundaria. En esta clase priorizamos analizar la enseñanza de la noción de área y su relación con la de perímetro.

Sobre el área y la multiplicación

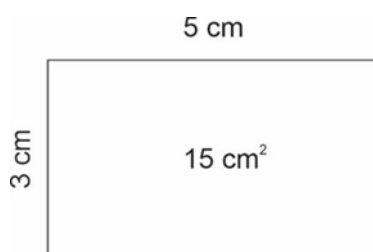
Una cuestión que señalamos inicialmente es que el cálculo de áreas a partir de longitudes está asociada a la de multiplicación y que su estudio implica una ruptura con el significado de multiplicación como proporcionalidad. ¿Por qué?

Sabemos que esta operación alcanza diversos sentidos a partir de los problemas que la encuentran como modelo de resolución. Estos sentidos y sus respectivos problemas fueron analizados por Vergnaud al desarrollar sus estudios acerca del campo multiplicativo.

En los problemas de multiplicación que denominamos de proporcionalidad simple, intervienen dos magnitudes. Por ejemplo, si hay que calcular el precio total de una cantidad de artículos dado el precio unitario, la magnitud “precio” del producto es del mismo tipo que la de uno de los factores.

En otros casos, como ocurre al calcular el área de un rectángulo, se multiplican dos medidas lineales y la magnitud producto no es del mismo tipo que la de uno de los factores. Vergnaud a estos problemas los denominó “productos de medida” y constituyen uno de los sentidos de la multiplicación. Si pensamos en un rectángulo de 3m x 5 m su área resulta 15 m², esta unidad de medida es novedosa con respecto a los factores.

Como ocurre con otras magnitudes, para mensurar un área, habrá que compararla con un área unidad. En particular, es interesante atender a cuáles son las relaciones entre las distintas unidades de medida del área en el Simela, pues al pensar en la relación entre dos unidades como, por ejemplo, mm² y cm², habrá que considerar la relación correspondiente para cada dimensión, 1 a 10 en este caso (1cm = 10mm). Esta no es una cuestión menor si decidimos dejar de lado la regla “correr la coma dos lugares por cada unidad” y nos proponemos explicitar las transformaciones que implica la escritura con otra unidad. Por ejemplo, para el rectángulo siguiente:



$$\text{Área del rectángulo} = 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2 = 30 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} = 1500 \text{ mm}^2$$



¿Qué actividades se proponen en los libros de texto que se usan en su escuela para transformar la escritura de una medida cambiando la unidad?

Sobre las relaciones entre perímetro y área

Las magnitudes área y perímetro mantienen fronteras difusas para los estudiantes, cuestión que se manifiesta en dos concepciones erróneas cuyo cuestionamiento y modificación requieren de un trabajo específico.

- Si dos figuras poseen el mismo perímetro tienen igual área.
- Si dos figuras tienen igual área tienen el mismo perímetro.

En efecto, en La enseñanza de la medida (MEC, 2013) planteábamos:

Las dificultades detectadas en el aprendizaje del perímetro y del área de las figuras –y, posteriormente, del volumen de los cuerpos– frecuentemente llevan a identificar un nudo problemático. Así lo expresan algunos maestros: “Los alumnos aplican bien las fórmulas, pero no ponen unidades en la respuesta”, “Les da lo mismo metro que metro cuadrado”, “Siempre preguntan si el área del cuadrado es lado por 4 o lado al cuadrado”.

En principio, cabe destacar que el tratamiento “aritmético” de las magnitudes hace que resulte difícil para el alumno diferenciarlas, ya que, en definitiva, pareciera que solo se trata de “correr la coma”, aplicar fórmulas y operar con decimales. Y este trabajo es común para todas las magnitudes. Más aún, frente a una presentación ostensiva y prematura de las fórmulas, los alumnos pueden “aplicarlas” cuando se incluyen los datos en el enunciado de un problema, pero tienen dificultades para explicitar a qué se denomina “altura” en un triángulo o confunden la altura de un paralelogramo con un lado si tienen que tomar las medidas de un dibujo.

Otro factor que influye en la dificultad para diferenciar estas magnitudes es el tratamiento “aislado”, derivado de la distribución de los contenidos que suele hacerse en el segundo ciclo. Habitualmente, se inicia el tratamiento de la noción de perímetro en cuarto grado. En quinto, se dedica un tiempo a su profundización y luego se inicia el trabajo sobre superficie. En sexto grado, el trabajo se focaliza en los cálculos de superficies. En séptimo, eventualmente, se aborda el volumen. El tratamiento de estas magnitudes no siempre incluye su puesta en relación, cuestión que sí se presenta como necesaria en los NAP:

EN RELACIÓN CON LA GEOMETRÍA Y LA MEDIDA

El análisis y uso reflexivo de distintos procedimientos para estimar y calcular medidas en situaciones problemáticas que requieran:

QUINTO AÑO: • comparar figuras analizando cómo varían sus formas, perímetros y áreas cuando se mantiene alguna o algunas de estas características y se modifica/n otra/s.

SEXTO AÑO: • Analizar la variación del perímetro y el área de una figura cuando varía la longitud de sus lados.

Por otra parte, nuestra experiencia sensible muchas veces nos lleva a suponer que longitud, superficie y volumen siempre crecen o decrecen conjuntamente. Por ejemplo, para reformar una habitación más grande que otra, anticipamos que usaremos más alfombra, más zócalos, más pintura. Intuitivamente tendemos a pensar que esto siempre es así.

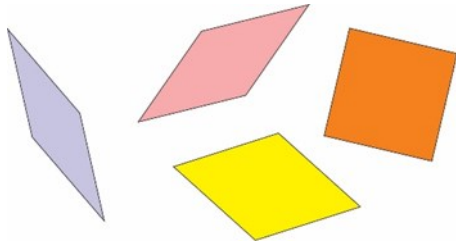
¿Cómo generar instancias que nos lleven a revisar lo que se hace en las aulas sin que el análisis derive en tal desestabilización de las prácticas, que paralice la acción? ¿Cómo intervenir cuando se ponen en evidencia concepciones “erróneas” de los propios adultos?

Como ya hemos señalado, cuando se piensa el aprendizaje en términos de concepciones que se van construyendo, ampliando, revisando, aquello que solemos interpretar como “error” se resignifica en términos de conocimiento provisorio, derivado de las experiencias en las que el sujeto ha tenido oportunidad de participar. Esto –que vale tanto para niños como para adultos, no sólo en lo que respecta al conocimiento matemático, sino también al didáctico– nos lleva a pensar de manera más dinámica en saberes que se transforman antes que en conocimientos que se tienen, o no se tienen, de manera acabada. Esta cuestión impregna todas nuestras intervenciones.

Resulta entonces interesante plantearnos las preguntas iniciales de este apartado y analizar los problemas siguientes:

Problema 1

Todos estos rombos tienen el mismo perímetro. ¿Tienen la misma área? ¿Alguno tiene un área mayor que el resto? ¿Y un área menor? Justifiquen su respuesta.

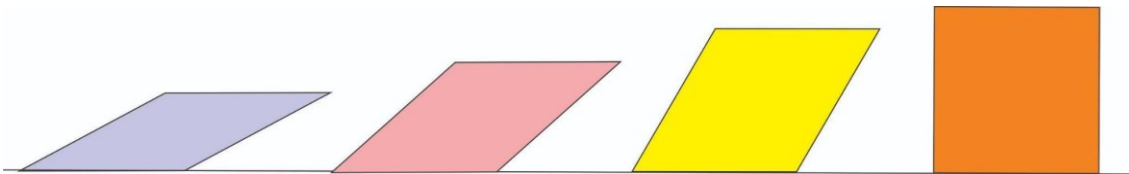


Problema 2

Un rombo tiene una de sus diagonales de 6 cm y la otra de 4 cm. Otro tiene una de sus diagonales de 12 cm y la otra de 2 cm. ¿Cómo son sus áreas? ¿Y sus perímetros? Podés construirlos si te resulta necesario para responder.

En el problema 1 es dato que los rombos tienen el mismo perímetro y por lo tanto el mismo valor para la medida del lado. ¿Qué ocurre con sus áreas? Podríamos comparar sus diagonales para evaluar sus áreas. Sin embargo, al hacerlo para un par, por ejemplo, para el rombo naranja y el rosa, es posible advertir que una diagonal del rombo rosa es más larga y otra más corta que en el rombo naranja.

Otra alternativa es dibujar todos los rombos sobre una recta que contenga a un lado. Allí se advierte que al calcular $b \times h$, para la misma base la altura va decreciendo.



Es decir, las áreas no son iguales y, de las figuras dibujadas, el rombo naranja –el cuadrado– tiene el área mayor y el rombo lila la menor.

¿Qué ocurre con los rombos del problema 2? Al usar la fórmula y multiplicar las diagonales se advierte que tienen igual área.



¿Cómo se puede averiguar si los perímetros son iguales? Si se construyen, ¿cómo harían para responder? ¿Pueden encontrar otro procedimiento para responder y asegurar su respuesta?



Lectura sugerida

Para trabajar estas relaciones en clase, es interesante consultar la Secuencia para relacionar perímetro y área: “Armando figuras” en el Cuaderno para el aula de 5to (pp. 168 a 173).

Además de explorar cómo cambia el área (perímetro) de una figura si se modifica la forma, manteniendo el perímetro (área), interesa que las y los alumnos vayan precisando bajo qué condiciones una afirmación es válida o no. Por ejemplo, afirmar que, si aumenta el área de una figura, va a aumentar su perímetro, es cierto si nos restringimos al caso los cuadrados, o los polígonos regulares, pero no es válido para cualquier figura.

Sobre las fórmulas de perímetro y área

El trabajo con fórmulas de perímetro y área es un clásico en la enseñanza de la geometría a partir de propuestas en las que cada fórmula funciona como un esquema a completar con datos. La experiencia nos indica que, este tipo de propuesta, genera dificultades y confusiones en los niños y las niñas tanto para elegir qué fórmula usar, como para decidir cuáles son las unidades que corresponden y cuáles son los datos de la figura que están involucrados en las fórmulas. Abordar estas dificultades nos plantea preguntarnos, por una parte, cómo se han construido esas fórmulas y, por otro, qué actividades podemos plantear para pasar de su uso como algoritmos de cálculo a su consideración como expresiones de variaciones.

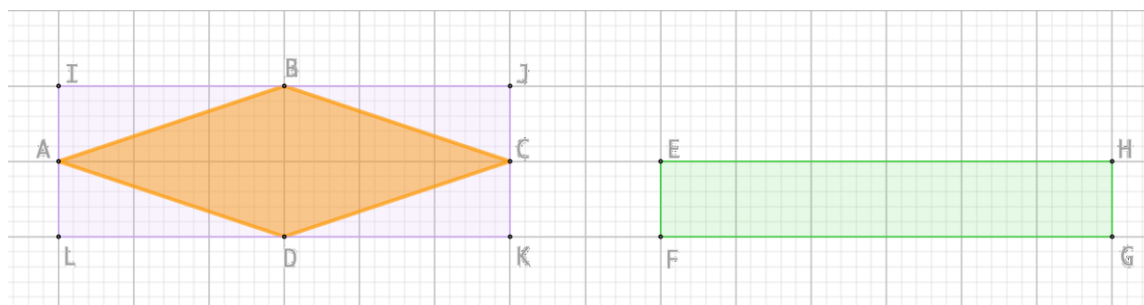


¿Cómo se pueden calcular áreas y perímetros si no recordamos las fórmulas? ¿Cómo se puede saber si una fórmula es de perímetro o de área? ¿Es cierto que siempre que se conocen los datos que hacen falta para calcular el área de una figura, se puede calcular el perímetro? ¿Cuándo es posible, cuándo no? Si se conocen los datos que hacen falta para calcular el perímetro, ¿se puede calcular el área en todos los casos?

Como decíamos, una primera cuestión es revisar el modo en el que las niñas y niños han construido las fórmulas ya que, por ejemplo, en ocasiones se realiza un trabajo inicial con baldosas en un patio

rectangular, para pasar rápidamente a la fórmula base x altura. Luego, se suelen presentar las fórmulas de otros cuadriláteros.

Si bien, entre cuadriláteros, la posibilidad de transformar la figura en un rectángulo, contribuye a relacionar las fórmulas, mostrar esas equivalencias sin que se haya dedicado tiempo a explorar distintas descomposiciones, composiciones y modos de calcular un área a partir de conocer unos datos u otros, resulta insuficiente.



Por ejemplo, el área del rombo ABCD es equivalente al del rectángulo FEHG o a la mitad del área del rectángulo LIJK.

El segmento AC, es la diagonal mayor (D) de ABCD y tiene la misma medida que la base (b) FG del rectángulo verde y que la base LK del rectángulo lila. De modo similar la longitud de la diagonal menor (d) de ABCD es la misma que la longitud de LI (h) y EF mide $\frac{1}{2}$ de la longitud de BD.

Entonces podemos expresar el área de ABCD como:

$$\text{área ABCD} = \frac{1}{2} \text{ área LIJK} = \frac{1}{2} b \times h = \frac{1}{2} D \times d$$

$$\text{área ABCD} = \text{área FEHG} = b \times \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} D \times d$$

Tanto las equivalencias de áreas como las relaciones entre la base y la altura de los rectángulos con las diagonales del rombo, no son evidentes para las y los alumnos y se necesita un trabajo progresivo y articulado en los distintos años del ciclo para abordarlas.



Lectura sugerida

En relación con los triángulos, la comparación de áreas, y la noción de altura que no resulta nada sencilla, pueden consultarse las actividades incluidas en el apartado “Una técnica: la

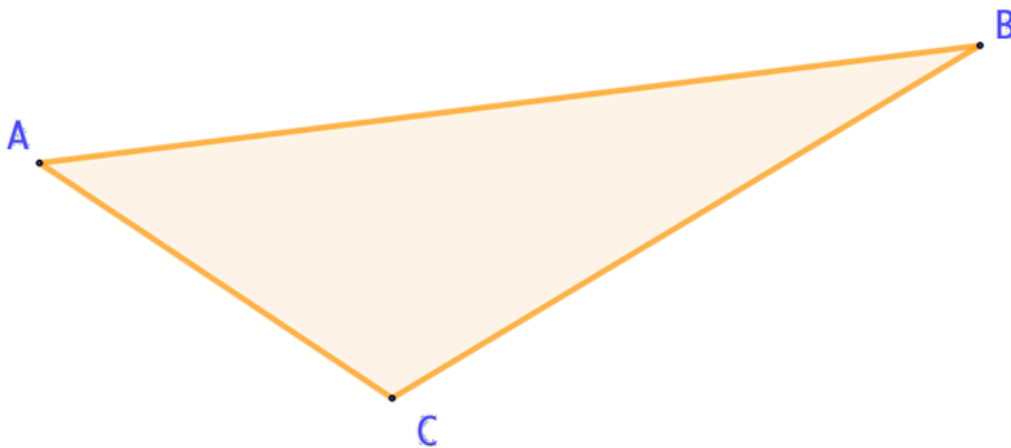
comparación de áreas” en el documento Geometría, Aportes para la enseñanza Nivel medio (2007) (pp. 53-63).

Estas actividades pueden abordarse en 6to o 7mo año, las primeras incluso en 5to, teniendo en cuenta que algunas afirmaciones que se dan como válidas van a requerir ser revisadas en la escuela secundaria para precisar las razones que las sustentan. Tengamos en cuenta que no basta comparar un par de dibujos para comparar áreas y generalizar ese resultado a una familia de figuras.

En este sentido podríamos plantear que la idea no es avanzar rápidamente a la generalización de fórmulas válidas para cualquier cuadrilátero o triángulo sino establecer relaciones entre los elementos de las figuras y el cálculo del área del rectángulo asociado. El uso de la cuadrícula permite establecer fácilmente algunas relaciones, pero será necesario luego trabajar sin ese apoyo apelando a las propiedades de las figuras.

Por ejemplo:

a) *Para calcular el área de este triángulo, Silvia pensó en transformarlo en un rectángulo de base AB, calcular su área y dividir por 2. Dani dice que no hace falta que sea un rectángulo, que es más fácil transformarlo en un paralelogramo de base CB y también su área por 2. ¿Están de acuerdo con Silvia o con Dani? ¿Qué medidas necesita tomar cada una?*



b) *Silvia afirma que, para calcular el área de un triángulo, no hace falta construir otra figura. Es suficiente medir cualquiera de los lados, trazar una paralela a ese lado que pase por el*

vértice opuesto y medir la distancia del lado a la paralela. ¿Son suficientes esos datos para calcular el área? ¿Qué cuentas hará Silvia?

En esta actividad, además de ampliar el estudio del cálculo de áreas de triángulos, brinda la oportunidad de discutir con los alumnos la inexactitud de la medida y la necesidad de considerar el error que se comete en las mediciones, y que se traslada al cálculo. También se vuelve aquí sobre la idea de altura, por medio de una construcción.

Ahora bien, hasta aquí hemos puesto en evidencia algunos aspectos que hacen la construcción y comprensión de las fórmulas.

Comparar y analizar distintas fórmulas, permite identificar escrituras equivalentes para un mismo cálculo y explicitar algunas propiedades de las operaciones, poniendo en evidencia la vinculación entre distintos temas del currículum. Por ejemplo:

- a) *Mirando estas fórmulas, ¿es posible afirmar si sirven para calcular un perímetro o un área? ¿Por qué?*

$l + l + l$	$l \times l$	$b \times 2 + a \times 2$
$b \times a$	$1/2 D \times d$	$l \times 6$

- b) *Roberto dice que todas las fórmulas que tienen una multiplicación, se usan para calcular áreas y que en las de perímetro se usa la suma. ¿Están de acuerdo? ¿Qué le dirían a Roberto?*

- c) *¿Qué diferencias encuentran entre estas fórmulas? ¿Piensan que permiten calcular el área de una misma o de distintas figuras? ¿Por qué?*

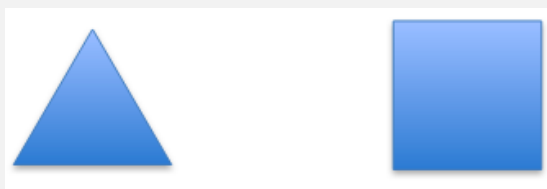
$$A1 = 1/2 b \times a \quad A2 = b \times a : 2 \quad A3 = l \times 6 \times a : 2 \quad A4 = l \times l : 2 \quad A5 = l \times a \times 3$$

Si bien hay un primer trabajo de escrituras con letras, estas fórmulas se usan como registros de procedimientos de cálculo y no se interpretan aún como la expresión de una variación.

Para avanzar en este sentido es necesario articular el trabajo de medida y geometría con las relaciones proporcionales, tal como hemos planteado en el Módulo Temas de enseñanza de la proporcionalidad (Imvinkelried, 2022).



Al iniciar el segundo ciclo, solemos presentar situaciones en las que las tablas donde registrar los valores que se irán comparando son una herramienta útil para encontrar regularidades. Se trata de recorrer un camino en el que los niños y niñas puedan formular conjeturas verbalizando las regularidades para luego avanzar hacia la formulación de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa e inversa y la escritura de fórmulas. Por ejemplo:



1. “¿Cuál es el perímetro de un triángulo equilátero de 3 cm de lado? Y cuando el lado mide 4cm, 5cm,, ¿cuánto vale el perímetro? Vayan registrando las medidas en la tabla.

2. Si los lados van aumentando su medida de a un cm, ¿en cuánto va aumentando su perímetro? Expliquen cómo es el aumento.

<i>Lado (cm)</i>	3	4	5	6	7	8	9
<i>Perímetro (cm)</i>	9	12					

3. “¿Cuál es el perímetro de un cuadrado de 5 cm de lado? Y cuando el lado mide 6 cm, 7 cm, etc. ¿cuánto vale el perímetro? Vayan registrando las medidas en la tabla.

4. Si los lados van aumentando su medida de a un cm, ¿en cuánto va aumentando su perímetro? Expliquen cómo es el aumento.

Lado (cm)	5	6	7	8	9	10	11
Perímetro (cm)	20						

Si se piensa “cómo va variando el lado” y “cómo va variando el perímetro” se podrá ver que: en el triángulo equilátero, al aumentar 1 cm cada lado, su perímetro aumenta en 3 cm -1 cm por cada lado-, y para el cuadrado cada 1 cm de aumento del lado su perímetro aumenta en 4 cm.

Se puede entonces calcular la constante de proporcionalidad k para cada relación:

$$k = \frac{\text{Perímetro(cm)}}{\text{lado (cm)}} = 3 \text{ (cantidad de lados del triángulo)}$$

$$k = \frac{\text{Perímetro(cm)}}{\text{lado(cm)}} = 4 \text{ (cantidad de lados del cuadrado)}$$

Todas las demás propiedades de las magnitudes directamente proporcionales se verifican en esta relación y son aplicables para el cálculo de los valores correspondientes.

Como vemos, en esta relación ocurre que para cada valor de una variable (el lado) corresponde un único valor de la otra variable (el perímetro), decimos que tenemos una función. Es decir que, el perímetro del triángulo equilátero es función de la medida de su lado y el perímetro del cuadrado es función de la medida de su lado. Esto es, sus perímetros P se obtienen multiplicando por 3 o por 4 la medida de su lado L .

$$P = L \times 3 \quad P = L \times 4$$

La “fórmula” que se puede aplicar para el cálculo del perímetro de un triángulo equilátero es una expresión de la relación de proporcionalidad entre la medida del lado y el perímetro, de constante 3. O sea, una relación funcional entre lado y perímetro, que resulta ser de proporcionalidad directa pues se cumple que hay una constante. Al encontrar la “ley”, la regularidad, y no un único valor asociado a una determinada cantidad y hacer foco en la manera en que varían las magnitudes involucradas, es posible preguntar si la regla también funciona cuando la medida del lado se expresa con un número decimal, con lo que se amplía el dominio de validez de la relación que, en las tablas anteriores, se había analizado sólo para valores enteros.

¿Podremos encontrar en la verbalización de estas relaciones y su escritura un modo de ir y volver de la expresión coloquial a la expresión como fórmula?

Efectivamente, expresar en lenguaje matemático las relaciones que se establecen al resolver un problema suele estar precedida de otras formas de expresión que incluyen palabras, dibujos, flechas, ..., vincular el significado de esas expresiones informales con las que se usan en la disciplina permite a los niños y las niñas ir accediendo a las formas de leer y escribir propias de la matemática.

Por ejemplo, para el caso de un triángulo equilátero, las expresiones “para calcular el perímetro hay que multiplicar la medida del lado por tres” o “el perímetro del triángulo es el triple de la medida del lado” son antecedentes de $\text{perímetro} = \text{lado} \times 3$ y, más adelante, $p = l \times 3$

Este trabajo de exploración de variaciones y uso de letras para expresar esas variaciones que es propio de los últimos años de la escuela primaria requiere, como hemos planteado para el caso de las fórmulas, de la articulación con los años anteriores.



Lectura sugerida

Apartado Para pensar en 6to y 7mo pág. 12 a 19 de “Temas de enseñanza de proporcionalidad directa”

Volvemos en el cierre de la clase a insistir con la necesidad de articular en la escuela las propuestas de trabajo año a año. Por ejemplo, en relación con lo presentado sobre perímetro y área, se podría abordar en 5to las cuestiones relativas a las relaciones entre áreas y perímetros y dejar para 6to y 7mo el trabajo con fórmulas y el estudio de las variaciones de áreas y perímetros en función de la variación de los lados.



Lectura obligatoria

En el siguiente texto se muestra cómo la Historia de la Matemática contiene ejemplos sobre el origen de las nociones que pueden ser inspiradores al pensar su aprendizaje y enseñanza. En particular, en el Anexo 6 encontrarán el caso de la relación entre la fórmula del área del rectángulo y otras fórmulas.

Sessa, C. y Giuliani, D. (2008): “Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza”. En *Revista Enseñar matemática en Nivel Inicial y Primaria*. Nº 4. 12ntes. Buenos Aires.

Actividades obligatorias

- Actividad didáctica de la clase



Recomendaciones para la entrega:

- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibre tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad)
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto)
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

Deberán entregar el documento en este BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: “Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_4_Aula XX”

- **Actividad matemática de la clase**



Se espera que participen en el foro con dos intervenciones:

- compartiendo sus registros e ideas,
- seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Actividad optativa:

- **Foro de consultas**



Actividad matemática de la clase

En la clase estuvieron viendo algunos ejemplos sobre si a igual perímetro corresponde igual área y si a igual área corresponde igual perímetro. Resuelvan el problema siguiente en el que también hay que analizar cambios de área y perímetro.

Los chicos discuten ahora acerca de cómo cambia el área de una figura cuando cambia su perímetro.

a. Juan dice que cuando aumenta el perímetro, aumenta el área y Julia dice que ella fue agregando cuadrados y que el perímetro del rectángulo va aumentando de a 3 y el área aumenta de a 1, así que aumenta. Para justificar sus afirmaciones, mostraron estos dibujos.

JUAN



JULIA



¿Sirven los ejemplos de Juan y Julia para asegurar que siempre que aumenta el perímetro de una figura aumenta su área? ¿Por qué?

b. ¿Es cierto que si a un rectángulo se le resta un centímetro de la base y se le suma un centímetro de la altura, su área y su perímetro no cambian? ¿Por qué? ¿Existe algún caso particular en que se cumpla?

Compartan la respuesta en el foro.



Actividad didáctica de la clase

Un nuevo maestro toma una suplencia de dos meses en un sexto grado. Los alumnos han estado trabajando la semana anterior calculando perímetros de distintas figuras y expresando cantidades con diferentes unidades de longitud. Como no está muy seguro, no conoce la institución y solo estuvo dos días con los chicos, le pide consejo a la maestra del grado paralelo y le comenta que piensa trabajar con la secuencia siguiente tomada de Matemática 5 de la serie Cuadernos para el aula (pp. 168-173).

Lean la secuencia y respondan

- ¿Qué procedimientos podrán realizar alumnos de 5to para resolver los problemas?
- ¿Qué conclusiones se podrán obtener en cada clase?
- ¿Mantendrían todas las actividades? ¿Agregarían alguna?
- ¿Qué consejo le darían al nuevo maestro?

Suban sus respuestas a través del buzón de entrega.

Bibliografía de referencia

Agrasar, M. y Rossetti, A. (2010). Leer, escribir y argumentar. Serie Cuadernos para el aula. Ministerio de Educación.

Agrasar, M.; Chemello, G. y Díaz, A. (2016) *Geometría y Medida. Relaciones métricas en las figuras: de los procedimientos de cálculo para el perímetro y el área usando fórmulas, a su estudio como variaciones. Manual de Matemática*, MEN - UNTREF.

Bressan, A. y A. Yaksich (coords.) (2001), La medida: propuestas para repensar su enseñanza en la EGB. Módulo 1. Serie "Aportes al Proyecto Curricular Institucional" (Obra colectiva de la Red de Escuelas de Campana). IIPE OIE/UNESCO. Disponible en <http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/medidamodulo1.pdf> Fecha de consulta: 12 de septiembre de 2022.

Broitman, C. y Itzcovich, H. (2010). Matemática: El estudio de la medida. Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. (Aportes para la enseñanza. Segundo ciclo). En Memoria Académica. Disponible en: <http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/libros/pm.557/pm.557.pdf> Fecha de consulta: 12 de septiembre de 2022.

Chamorro, C. (2001). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones del Instituto Superior de Formación del Profesorado. Ministerio de Educación Cultura y Deporte.

D'Amore, B. y M. I. Fandiño Pinilla (2007). "Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 10, Nº 1, pp. 39-68.

Ministerio de Educación. Serie Cuadernos para el aula. Matemática 5. 2007.

Ministerio de Educación. Matemática para todos en el nivel primario. Clase 14 del curso La enseñanza de la medida y los desafíos de la capacitación. Graciela Chemello, Silvia Chara, Mónica Agrasar y Analía Crippa. Equipo Áreas curriculares. (2013)

Rossetti, A. (2020). *Medidas* - Colección Enseñar Matemática en Primaria. Buenos Aires: Editorial Tinta Fresca.

Sessa, C. y Giuliani, D. (2008). "Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza". En *Revista Enseñar matemática en Nivel Inicial y Primaria*. N.º 4. 12ntes. Buenos Aires.

Créditos

Autores: <Alejandro Rossetti>

Cómo citar este texto:

Rossetti, Alejandro (2022). Clase Nro. 4: La medida, sus quehaceres y las magnitudes especiales. Módulo 4: Temas de enseñanza de la geometría y la medida. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0