Biblioteca **Nuestra Escuela** 2023

Cuadernos para la enseñanza

Nuestra Escuela

Programa Nacional de Formación Permanente

Colección **Actualizaciones Académicas**

Actualización Académica en enseñar y aprender matemática en el nivel primario

Módulo 2: **Temas de enseñanza de proporcionalidad directa**

la educación nuestra bandera

INFoD
Instituto Nacional de Formación Docente

Ministerio de Educación
Argentina

Índice

Bienvenida al Módulo 2

Les damos la bienvenida al Módulo 2: "Temas de enseñanza de Proporcionalidad directa". En este Módulo, a lo largo de las cuatro clases, analizaremos el modo en el que la noción de proporcionalidad articula distintos contenidos del currículum para profundizar su construcción a lo largo de toda la escolaridad desde una perspectiva de ciclo, y revisar nuestras decisiones de enseñanza.

Estudiaremos la proporcionalidad desde su aparición dentro del campo multiplicativo en el primer ciclo hasta su modelización como relación entre variables en los ciclos siguientes, incorporando una mirada funcional que permita avanzar en las generalizaciones para continuar con este trabajo matemático en los siguientes niveles de la escolaridad. Para ello, el foco estará puesto en la *reflexión sobre nuestras prácticas docentes* acompañada de algunos aportes teóricos, a fin de articular saberes y generar un espacio para compartir experiencias con otros colegas. Siempre orientados a la búsqueda de los contextos más adecuados que den sentido a la apropiación de este saber y el fortalecimiento de las relaciones entre los conocimientos a medida que se avanza en cada año/ciclo.

Para acompañar en estas reflexiones, tal como en el Módulo, incluimos momentos para "detenerse a pensar"- indicados con el ícono - de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

Hoy más que nunca, el trabajo colaborativo con colegas de la misma institución y por qué no… de otras, nos fortalece, enriquece y da herramientas para gestionar efectivamente las propuestas en el aula promoviendo la toma de decisiones fundamentadas ante la complejidad que constituye el desafío de enseñar a todos y todas nuestros niños y niñas.

Clase 1: De los problemas de multiplicar y dividir a las relaciones entre cantidades

Para comenzar esta clase, nos hacemos algunas preguntas que vuelven sobre cuestiones que quizás hemos pensado en algún momento en relación con la proporcionalidad, pero que intentaremos revisar desde la articulación entre ciclos y así reordenar saberes para generar prácticas cada vez más inclusivas.

Nos preguntamos, entonces...

> ¿Por qué es importante enseñar proporcionalidad en la escuela primaria?, ¿Qué aporta este saber a la formación matemática de nuestros niños y niñas?, ¿Para la apropiación de qué otros saberes es necesario utilizar nociones de proporcionalidad? ¿Qué contextos pueden dar sentido a la proporcionalidad para los niños y niñas en cada ciclo?, ¿Cómo comenzar a abordar estas nociones?

Para aproximarnos a algunas respuestas que pueden surgir ante estos interrogantes, podríamos decir que la enseñanza de la noción de proporcionalidad es importante porque la misma está presente en distintas disciplinas en las que resulta una herramienta necesaria para solucionar problemas en cada una de ellas. Por ejemplo: el concepto de velocidad constante, que permite modelizar algunos fenómenos físicos, da contexto a situaciones de proporcionalidad; a su vez, haber construido el concepto de proporcionalidad permite estudiarlos con precisión y profundidad. Como ejemplo, en el apartado *Para avanzar sobre el sentido de la proporcionalidad en el segundo ciclo* de esta clase incluimos un análisis de la variación del tiempo y la distancia en un tren que se mueve con velocidad constante. También podemos considerar el caso de las relaciones proporcionales que sustentan las equivalencias entre unidades de nuestro sistema de medidas.

Por otro lado, en el contexto de las ciencias sociales, al introducirse, por ejemplo, en la lectura de mapas y sus escalas o comparar la densidad de población entre dos países, descubrimos un contexto adecuado para el planteo de problemas matemáticos que dan sentido a la proporcionalidad directa y, en sentido inverso, encontramos en los conocimientos matemáticos una herramienta para interpretar estas relaciones entre variables, útil a las ciencias sociales.

El arte en todas sus disciplinas encuentra en la proporcionalidad un terreno fértil de aplicación desde los tiempos en que los grandes maestros de la pintura y la escultura descubrieron las relaciones numéricas que estaban en la génesis de sus obras y hoy podemos pensar en sentido inverso, como contexto para su apropiación. Mientras algunos artistas se preocupan por mantener ciertas proporciones, otros las rompen.

Pueden explorar algunas obras de Spilimbergo, Lacámara, Berni, Xul Solar con usos de las proporciones muy diferentes en la colección Arte para las escuelas disponible en: https://www.educ.ar/recursos/131322/arte-para-las-escuelas-la-coleccion

Antonio Berni. La puerta abierta, 1932, óleo s/cartón, 53 x 44 cm. Museo de Arte Latinoamericano. Buenos Aires

En el Centro Virtual de Arte argentino, encuentran obras de Antonio Berni de 1931-1932, como por ejemplo, *Objeto en el espacio II* y *La puerta abierta*, en las que los objetos corrientes cambian su escala respecto de los espacios que ocupan http://www.cvaa.com.ar/02dossiers/berni/4_temas_02_1.php

En https://www.bellasartes.gob.ar/coleccion/obra/9195/ vemos cómo Antonio Segui juega con los tamaños de los edificios, los árboles y las personas en una obra de 1987.

El concepto de proporcionalidad en las aulas

Seguramente, podríamos avanzar en la búsqueda de variados argumentos además de los que venimos mencionando, que avalan la importancia de la enseñanza de esta noción. Nos proponemos, ahora, pensar en su recorrido de enseñanza desde los inicios de la escuela primaria considerando posibles contextos de los problemas que les den sentido, los conocimientos que pueden circular en las aulas, y las conclusiones que se pueden obtener en distintos años de la escolaridad.

Pensar este recorrido lleva a plantearnos la problemática de la articulación a lo largo de la escuela primaria y en la transición primaria – secundaria. Respecto de esta transición, en la Clase 1 del Módulo, nos preguntamos acerca de *¿Qué cuestiones considerar para una mejor transición entre niveles?* Indagamos en los NAP de 6to y 7mo/1er año, y en propuestas para 6to y 7mo o 1^{ero} e identificamos “indicios” que permiten caracterizar el significado institucional de la noción de proporcionalidad directa en cada nivel.

Al llevar la mirada desde los primeros grados, indagando en los NAP y algunos libros de texto que circulan en la escuela de primero a séptimo grado, podemos advertir la presencia sostenida de la proporcionalidad.

¿Qué lugar ocupan en nuestras clases de este año las situaciones de proporcionalidad? ¿Qué contextos le dan sentido al trabajo con la proporcionalidad los libros de texto que usamos para seleccionar actividades? ¿Qué diferentes formas de representación de la proporcionalidad se emplean? ¿Se da lugar a la producción de distintos procedimientos? ¿Se proponen algunos "métodos" de resolución para las situaciones planteadas?

Lectura sugerida

Para profundizar en los modos de representación de las nociones y las ideas de contexto y de significado es posible consultar el apartado "Elegir los problemas" en la Introducción de los *Cuadernos para el aula*.

Tanto cuando pensamos la articulación entre distintos años, como cuando analizamos el alcance de distintos saberes dentro de un mismo año, resulta útil considerar la variedad propia de todo campo conceptual.

Nos referimos a la idea de Vergnaud que considera, para el aprendizaje de las nociones matemáticas, no "temas aislados" sino conjuntos de conceptos y de los problemas que resuelven. Los conceptos y las operaciones de pensamiento requeridas para resolver los problemas están conectados, y pueden ser entrelazados durante el proceso de adquisición.

Por ejemplo, el campo multiplicativo consiste en todas las situaciones para las cuales es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de ambas operaciones. En ellas se involucran varios conceptos como por ejemplo, fracción, razón, tasa, número racional, escala, multiplicación, división, función lineal, entre otros. Si se trata del campo aditivo, los problemas se referirán a sumas, restas o a una combinación de ambas.

El dominio de un campo conceptual no ocurre en algunos meses, ni tampoco en pocos años. Al contrario, nuevos problemas y nuevas propiedades deben ser estudiadas a lo largo *de varios años si quisiéramos que los alumnos progresivamente los dominen. De nada sirve rodear las dificultades conceptuales; ellas son superadas en la medida en que son detectadas y enfrentadas, pero esto no ocurre de una sola vez* (Vergnaud, 1983a, p.401).

¿Hay referencias a cuestiones de proporcionalidad en los distintos ejes del Diseño de su provincia o jurisdicción? ¿En cuáles?

En el primer ciclo, a partir de diversos recursos, los niños y las niñas pueden reconocer y resolver diferentes tipos de problemas, donde la multiplicación y la división asumen distintos sentidos, aun cuando no hayan aprendido “las cuentas de multiplicar y dividir”. Recordemos al respecto que, desde el inicio, es importante no escindir el estudio de la multiplicación y la división, sino relacionarlas, haciéndolas interactuar dentro de su campo conceptual. Así, al reconocer y resolver cada vez nuevos tipos de problemas, ampliar los recursos de cálculo que se utilizan y sistematizar nuevos conocimientos sobre las propiedades de cada operación, se irá abonando el terreno de la proporcionalidad como parte de este campo. En Broitman y otros (1997) podemos leer:

¿Qué significa saber multiplicar? No resulta sencillo definirlo. Algunos aspectos de lo que implica la enseñanza de la multiplicación en la escuela son claros, en cambio otros aparecen más desdibujados. Saber multiplicar es reconocer en qué problemas la multiplicación es un recurso para su resolución, es disponer de procedimientos para calcular productos, es establecer relaciones entre diferentes sentidos de este concepto (proporcionalidad, combinatoria, producto de medidas), es elegir las estrategias más económicas según la situación que se esté abordando y saber multiplicar es también reconocer los límites del concepto, es decir en qué casos la multiplicación no resulta un instrumento adecuado para resolver un problema (pág.5).

Dentro del campo multiplicativo, en esta clase ponemos la lupa sobre problemas de proporcionalidad. Tengamos en cuenta que hay problemas que pueden resolverse con multiplicaciones y/o divisiones y que no corresponden a ese tipo de relaciones entre cantidades. Por ejemplo, los problemas en los que se combinan cantidades para formar pares o los que involucran repeticiones de una misma cantidad.

En los problemas que corresponden a relaciones proporcionales hay dos magnitudes involucradas, lo que permite hacer un análisis dimensional de las cantidades. Por ejemplo, si consideramos el enunciado “sabiendo que en una huevera entran 12 huevos, calculá cuántos huevos pueden acomodarse 3 hueveras” se relacionan dos magnitudes de medida (número de hueveras y número de huevos) y cuatro cantidades: 1 huevera, 12 huevos, 3 hueveras y x huevos.

Para resolver, calculamos 12 x 3 = 36, lo que analizado dimensionalmente resulta:

12 huevos/huevera x 3 hueveras = 36 huevos

En las situaciones de proporcionalidad se vinculan magnitudes discretas y continuas:

- cantidades de elementos que se pueden contar –como por ejemplo masitas y paquetes–;
- cantidades de magnitudes contínuas –como por ejemplo longitud y tiempo–;
- cantidades donde una de ellas corresponde a una magnitud continua y la otra a una discreta –como por ejemplo cantidad de alfajores y masa–.

Ahora bien, los problemas de proporcionalidad no son todos idénticos y la complejidad estará dada por, además de las magnitudes con las que trabajemos (de la misma o distinta naturaleza), por los tipos de tareas (completar una tabla donde se tiene el valor de la constante, representar el problema en un gráfico, encontrar el valor de la constante, entre otras), por los números que intervienen (naturales o racionales) o por la relación entre los datos y la incógnita, entre otras. Nos estamos refiriendo a las diferentes variables didácticas que permiten construir una secuencia, adaptar una consigna u organizar intervenciones en el aula.

Las características de un problema que se pueden modificar y que tienen un efecto importante -cualitativo- sobre las evoluciones de los procedimientos se llaman "variables didácticas" (Brousseau, 1981, p.68).

A partir de segundo ciclo, para articular con lo construido en relación con este sentido de la multiplicación en el primer ciclo, se estudiarán explícitamente las propiedades de la proporcionalidad, reconociendo cuando una situación es de proporcionalidad directa, inversa o cuando no es de proporcionalidad, interpretando qué significa la constante de proporcionalidad, representando las relaciones de proporcionalidad a través de gráficos, tablas, lenguaje coloquial, fórmulas; como así también utilizando sus propiedades para resolver distintos problemas.

Los problemas de multiplicar y dividir en el primer ciclo

Si de problemas de multiplicar y dividir se trata, podemos encontrar en el juego un contexto eficaz para promover la aparición del sentido del concepto de proporcionalidad y la búsqueda de algunas regularidades que permitan construir y luego tener disponibles repertorios de cálculo mental. En ese sentido podemos usar en el aula el juego de los palitos chinos.

Video sugerido

En el siguiente video de Seguimos educando, podemos encontrar una partida acompañada de la secuencia de posibles registros de las jugadas.

Tomando como modelo este juego, pensemos en una versión inicial, con palitos de sólo tres colores diferentes: unos valen 2 puntos, otros 5 y unos pocos, 10. Elegimos estos valores, ya que, puestos a jugar, los niños y las niñas manifiestan, y ciertamente demuestran tener un dominio de estos repertorios multiplicativos previo al de los demás números.

Se dejan caer, entonces, todos los palitos sobre la mesa y cada jugador a su turno deberá levantar uno de ellos, "sin mover ninguno de los restantes". Si lo logra, se acredita como puntaje el valor del palito.

Como con todo juego, para comenzar el análisis será imprescindible que juguemos varias veces entre docentes para descubrir su potencial, y anticipar posibles situaciones que pudieran acontecer en el aula y/o modificaciones que pudiera requerir. Luego, jugar con toda la clase dividida en dos equipos sería una buena opción para que los niños comprendan las reglas y finalmente jueguen en equipos de menos integrantes o por parejas.

Al momento de jugar –en esa instancia se desarrollarán las posibles estrategias de los niños y las niñas –se les podrá solicitar que registren en una tabla el puntaje que vayan acumulando. Si la condición es usar solamente números escritos para registrar el puntaje, se podrá traducir a algún cálculo.

	Puntos de cada palito	**Numero de palitos**	**Puntaje total**
Amarillo	2	5	
Azul	5		
Rojo	10		

¿Cuál sería el objetivo del uso de tablas en esta instancia? ¿Qué avances implica su inclusión como modo de representación respecto de un registro espontáneo sin tablas?

En este caso las dimensiones en juego son puntos y palitos. Por ejemplo, si en una ronda sacaron 5 palitos del color que vale 2 puntos, los niños podrán anotar 5 en la tabla, el análisis dimensional sería:

5 palitos x 2 puntos por palito = 10 puntos

Es importante incluir este análisis con los chicos, indicando el significado de cada número, para advertir las magnitudes en juego ya que, si se considerara

2 puntos + 2 puntos + 2 puntos + 2 puntos + 2 puntos = 10 puntos

se ocultaría el sentido multiplicativo de la relación.

Veamos, esta otra propuesta que incluye el uso de tablas para después de jugar:

"Los chicos de tercero B quisieron disponer rápidamente de los puntajes para cuando sacan todos palitos iguales "del 2" o "del 5". Para eso organizaron tablas donde iban poniendo cantidad de palitos y puntaje. Completen ustedes como lo hicieron ellos".

cantidad de palitos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
puntaje	5									

cantidad de palitos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
puntaje	2									

Estas tablas, partiendo del valor unitario, pueden resultar un nuevo modo de representar esta situación de proporcionalidad, propio del primer ciclo, que permiten usar intuitivamente propiedades al completarlas. Por ejemplo: que al duplicar una de las cantidades, la cantidad correspondiente también se duplica o la posibilidad de sumar valores de una de las cantidades y hacerle corresponder la suma de los valores correspondientes de la otra magnitud. Estas propiedades, que se harán visibles y serán explicitadas a partir de la tabla, permitirán además instalar estrategias de cálculo mental.

Si bien es cierto que el abuso del uso de tablas podría generar el falso criterio de que "porque se usan tablas debe ser una situación de proporcionalidad", no es menos cierto que su uso permite una transición del lenguaje coloquial al simbólico. Es importante destacar que, para iniciarse en la tarea de completar tablas en el primer ciclo, es conveniente que los valores de una de las cantidades vayan variando de uno en uno partiendo de la unidad- como en nuestro caso la cantidad de palitos- para visualizar más fácilmente las relaciones entre cantidades.

Lectura sugerida

En el módulo "Sobre las tablas" de la Serie Piedra libre se puede avanzar en otros juegos que requieren uso de tablas de proporcionalidad.

Antes de avanzar con nuestra mirada sobre el segundo ciclo les proponemos hacer un recreo, para mover el cuerpo, buscar un mate o un café y dar una vuelta por distintos museos buscando obras que juegan con las proporciones.

- [Colección digital del Museo Nacional de Bellas Artes]
- [Museos de arte en Argentina]
- [Museo Dalí de Figueras]
- [Museo de Bellas Artes de Bilbao]
- [Museo Picasso Málaga]

¿Qué obras conocen de artistas de su provincia o jurisdicción que juegan con las proporciones?

Para avanzar sobre el sentido de la proporcionalidad en el segundo ciclo

Nos disponemos ahora a pensar cómo avanza el trabajo en el segundo ciclo. Comencemos por analizar una propuesta que forma parte de un conjunto de problemas extraídos de un libro de texto para séptimo grado.

Cuando sale de vacaciones, Federico viaja en un tren que se desplaza siempre a la misma velocidad y no se detiene hasta llegar a destino.

Una vez, después de 6 horas de viaje vio un cartel indicador y notó que el tren ya había recorrido 300 km.

a) ¿Cuántos kilómetros había recorrido el tren después de 9 horas?

b) Si hasta el final del recorrido el tren recorrió 1200 km, ¿cuánto tardó en llegar?

c) ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido a los 30 minutos de haber partido?

Barallobres, G. (1997) Matemática 7º. Buenos Aires: Aique. p.103

Para tener un mejor seguimiento del análisis, les proponemos que resuelvan el problema y dejen registro de los procedimientos que utilicen.

¿Qué conocimientos pusieron en juego?, ¿utilizaron alguna propiedad y/o técnica? ¿cuál?

Ahora pensemos en nuestros chicos y chicas…

¿Qué procedimientos podrían usar estudiantes de 6to grado o 7mo/1º año que se fueron apropiando desde el 1º ciclo del sentido de la proporcionalidad a partir de situaciones del campo multiplicativo? ¿Qué tipo de representaciones utilizarían? ¿Qué errores podrían aparecer al resolver este problema?

Comencemos el análisis en relación con las características del problema. Se trata de una situación que se enuncia de forma coloquial y en la que, si bien figuran todos los datos necesarios para resolverla, el enunciado no conduce a la aplicación de alguna noción o técnica en particular, como sucede en propuestas que orientan la tarea como como por ejemplo al pedir “completen la tabla usando las propiedades de la proporcionalidad directa”. Al contrario, este problema habilita la construcción y uso de distintos procedimientos, pues no aclara qué hacer de antemano.

En las páginas anteriores nos referíamos a que la complejidad de un problema está dada, por ejemplo, por el tipo de magnitudes que intervienen. En este problema aparecen magnitudes de distinta naturaleza, por un lado el tiempo (medido en horas transcurridas) y, por el otro, la distancia (medida en km) y se hace explícito en el enunciado que el tren viaja a una velocidad constante. Tengamos en cuenta que esta aclaración es necesaria para que podamos considerar que se trata de una relación de proporcionalidad directa, es la que garantiza que para recorridos iguales se emplean tiempos iguales.

Continuando con el análisis del problema, vemos que el enunciado no informa el valor de la constante de proporcionalidad o valor unitario, como es usual en los problemas presentados en el 1º ciclo o al comienzo del 2º ciclo, cuestión que influye en la complejidad del problema y sobre la variedad de procedimientos que pueden desplegarse.

Vemos también, en la recomendación siguiente de Block un criterio de avance entre el primero y el segundo ciclo:

El uso de tablas puede constituir un excelente recurso didáctico, pero no está exento de problemas. Una de las precauciones que se pueden tomar para aminorar la ocurrencia de estos errores consiste en no poner siempre los valores siguiendo una regularidad como en "1, 2, 3, 4" o bien en "1, 2, 4, 8", es decir, ponerlos también sin regularidad alguna, como en 2, 3, 5, 11, 25 (Block, Mendoza y Ramírez, 2010, pág.29).

Cuando nos preguntamos por los posibles errores de los chicos y chicas al elaborar la tabla con las variables tiempo y distancia, notemos que podrían organizarla tomando los datos sin atender a las unidades que intervienen. Si tomaran 30 minutos como 30 horas, resultaría que en 30 minutos recorrerían 1500 km. Una posible intervención docente podría ser preguntar si eso es posible en función de los demás datos. Al preguntar en el ítem c) cuántos kilómetros habrá recorrido a los 30 minutos de haber partido, se fuerza a la aparición de la expresión fraccionaria ½, que amplía el campo numérico utilizado.

Si en los años anteriores se ha trabajado con problemas donde los datos se presentan en tablas, se podrá anticipar que los alumnos los organicen de ese modo. Y si no surge de manera espontánea, ¿por qué no sugerirlo para conectar con aquellos saberes?

Una vez confeccionada la tabla, podríamos abrir el diálogo sobre lo producido para hacer explícitas las propiedades de la proporcionalidad usadas de modo implícito en los años anteriores, haciendo hincapié en la economía de procedimientos que implica su utilización y las posibilidades de emplear el cálculo mental para situaciones similares en la vida cotidiana. Por ejemplo:

Tiempo (hs)	Distancia (Km)
6	300
3	150
9	450
24	1200
1	50
1/2	25

Analicemos algunas expresiones de los chicos y chicas ante el pedido de la docente que "expliquen cómo completaron la tabla":

Mario: *"Puedo averiguar primero cuántos km recorrió en 3 hs haciendo la mitad de 6hs y la mitad de 300km. ¡Eso me ayuda para calcular 9hs!" "Para calcular cuántos kilómetros recorrió en 9 hs, se pueden sumar los km que recorrió en 6hs más 3hs. Entonces hacemos 300 km + 150 km"*

Carla: *"Para mí es más fácil calcular cuántos km recorre en 1 hs, así después calculo todo"*

Gustavo: *"Yo me di cuenta que el 1200 km es cuatro veces el 300 km, así que puedo multiplicar x 4 las 6 hs"*

Natalia: *"Es más fácil si calculás primero los kilómetros en una hora, ese valor te sirve para multiplicar por cualquier cantidad de horas"*

Notemos que, en las explicaciones que proponen, están utilizando las propiedades de la proporcionalidad directa. Parece aquí oportuna y necesaria, después del análisis de las intervenciones y el intercambio sobre la validez o el alcance de lo que afirma cada uno, la elaboración de conclusiones matemáticas a modo de síntesis para tener presentes las propiedades utilizadas a fin de que sean reutilizadas en futuros problemas.

n el caso de la expresión de Natalia, sería posible avanzar con un registro del tipo

distancia = 50 km/hora x tiempo; anticipando la fórmula: D = 50 km/h x T

que podría usarse en 1er año para expresar la relación, como un ejemplo de f(x) = m.x

También en sentido inverso, es decir que quede explícito que cuando no se cumplen estas propiedades, la relación no se tratará de una situación de proporcionalidad directa. Estas conclusiones, que refieren a los saberes que han circulado, deberían quedar registradas por los mismos chicos y chicas, a modo de ayuda memoria en el aula en forma de afiches y/o en los cuadernos para ser utilizadas cuando lo crean necesario.

Estamos pensando en la necesidad de avanzar en la formulación de las conclusiones en relación a las propiedades de la proporcionalidad directa. Es decir, los chicos y chicas podrán enunciar primero que "al doble le corresponde el doble" o a "la mitad le corresponde la mitad" para ir avanzando en las formulación hasta llegar a enunciar en los últimos años de la escuela primaria que "Al multiplicar (o dividir) una de las cantidades por un número, la cantidad correspondiente se multiplica (o divide) por el mismo número y la proporción se mantiene" y que "al sumar (o restar) dos valores de una de las cantidades se obtiene un número correspondiente con la suma (o resta) de los valores correspondientes de la otra cantidad".

Para abordar lo que acontece en el aula en el transcurrir entre las primeras situaciones de multiplicar y dividir y las relaciones entre cantidades para avanzar en el sentido de la proporcionalidad, iremos incluyendo en las clases siguientes diferentes cuestiones que hacen a la articulación de este saber.

Una mirada atenta sobre la regla de tres

No podemos finalizar esta clase sin detenernos a analizar el uso de la "regla de tres". Todos conocemos esta famosa técnica como una posibilidad para resolver situaciones de proporcionalidad. Muchos la utilizan en sus cálculos cotidianos, donde, si bien es eficiente cuando hay que calcular un solo valor, no lo es al tener que calcular varios valores. En ese caso, conocer la constante resultará más económico.

No será conveniente quedarnos con ese único procedimiento de cálculo, sobre todo porque de ese modo se posterga el sentido y el control de la situación. La utilización de la regla sólo cuando sea conveniente y la posibilidad de justificar su uso es un conocimiento que es deseable para el fin de la escuela primaria y por eso es interesante que abramos un espacio de debate alrededor de ella.

En ese sentido nos preguntamos…

¿Cómo se puede vincular la constante con la regla de tres en los casos en los que se organiza una tabla de valores?

Por ejemplo, consideremos esta situación:

"Por seis latas de gaseosa se pagan $900. ¿Cuánto pagaremos por 9 latas? ¿Y por 8 latas? ¿Y por tres? ¿Y por 7 latas? ¿Y por una docena?

El planteo 6 latas —------- $900

9 latas —------ $x = <u>$900 x 9 latas</u> = $ 1350

6 latas

asume como cierto que no hay diferencia entre los precios de todas las botellas que se compran y que el cálculo 900 x 9 resuelve la situación.

6

Seguramente el completamiento de una tabla con los valores que han sido aportados como datos y las incógnitas permitirá explicitar las propiedades puestas en juego y facilitará el cálculo mental.

latas	3	6	7	8	9	12
precio		900				

¿Puede aportar alguna información el conocer inicialmente el valor unitario? Seguramente para poder completar los precios de 3 (la mitad de las latas), 8 (aumentar en la tercera parte la cantidad de latas), 9 (una vez y media la cantidad de latas) o 12 latas (el doble de latas), no es imprescindible y puede resolverse aplicando propiedades, pero para calcular el precio de 7 latas, será útil conocerlo. Así, podríamos calcular el cociente entre el precio de las latas y la cantidad de latas, para los valores que sí calculamos a partir de las propiedades. ¿Qué significado tiene este valor?

$ 900/ 6 latas = $ 450/3 latas = …= 1800/ 12 latas = 150 $/ lata.

Sin perder de vista las unidades, reconocemos inmediatamente que se trata de un valor constante y que representa el “valor unitario”: $150 por cada lata, la constante de proporcionalidad directa. Calculando el valor de la constante inicialmente, todas las demás cantidades resultan del producto de la misma por cada cantidad de latas.

En el planteo de la regla de tres, el valor de la constante queda “escondido” por el orden en que se hacen las operaciones ya que primero multiplicamos y luego dividimos. Basta realizar el cálculo de otra forma, usando las propiedades de la multiplicación para descubrirla:

6 latas —------- $900

9 latas —------ $x = $900 x 9 latas = $900 x 9 latas = 150$/lata x 9 latas

6 latas   6 latas

Cuando se "pasa por la unidad", la constante queda explícita pero, dado que no se realiza el cociente, el orden en que se hacen las cuentas vuelve a "esconderla".

6 latas —------- $900

1 lata ———— $900

6 latas

9 latas —------ $x = $900 x 9 latas

6 latas

Si se pregunta por un nuevo valor es frecuente que las y los alumnos vuelvan a realizar todo el planteo sin advertir que podrían aprovechar lo que ya han calculado.

6 latas —------- $900

1 lata ———— $900

6 latas

7 latas —------ $x = $900 x 7 latas

6 latas

En lugar de

1 lata ———— $900 = 150 $/L

6 latas

7 latas ——- 150 $/l x 7 latas.

Un trabajo sostenido y articulado entre años, entre distintos modos de calcular y de escribir los cálculos, avanzando progresivamente en la explicitación y formulación de las propiedades de la proporcionalidad directa favorece la posibilidad de elegir el procedimiento más adecuado en función de los datos. Asimismo, permite un uso más reflexivo de la regla de tres, sabiendo cómo usarla y pudiendo controlar si el resultado obtenido tiene o no sentido en el contexto del problema.

Material de lectura obligatorio

Para cerrar esta clase y tener más elementos para elaborar las sugerencias planteadas en la actividad didáctica, proponemos revisar las cuestiones que se plantean en las páginas 27 y 28 del texto: "La proporcionalidad" del Ministerio de Educación de la Provincia de Buenos Aires. (2005) Programa Maestros y profesores enseñando y aprendiendo. Proyecto Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en la Educación Primaria Básica, Buenos Aires. Disponible en:

http://servicios2.abc.gov.ar/recursoseducativos/editorial/catalogodepublicaciones/descargas/docapoyo/proporcionalidad.pdf

Tomar algunas notas del mismo también puede ser de utilidad como insumo para el trabajo final del Módulo.

En pocos días, tendrán disponible la clase 2**:** "Diversidad de contextos y de razones" en la que profundizaremos sobre las razones asociadas a: porcentajes, escalas, cambio de unidades de medida, concentraciones y densidades. Además, analizaremos las diferencias de trabajar con constantes de proporcionalidad natural y/o racional en los problemas que llevamos al aula.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias

Foro de presentación

Para ir conociéndonos, los invitamos a participar del Foro de Presentación.

Foro Actividad didáctica de la clase 1

Consideren un docente que incluyó en sus clases sobre proporcionalidad en sexto grado sólo la enseñanza de la “regla tres”.

¿Qué sugerencia le harían en relación con esta decisión a partir de lo desarrollado en la clase y en el texto de lectura obligatoria?

Se espera que participen en el foro con dos intervenciones:

a) Compartiendo su sugerencia.

b) Comentando la sugerencia de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.

Actividad de entrega

Actividad Matemática de la clase

Consideren el siguiente caso y respondan a las preguntas:

Ana plantea en su clase de séptimo grado el problema de la necesidad de ampliación de una foto cuyo original mide 4 cm de alto y 9 cm de largo de manera que en la ampliación mida 7 cm de alto y pregunta cuál será su largo.

Algunos chicos resuelven usando la regla de tres, pensando que deben poner 3 números y encontrar el cuarto. Otros, usan una regla que vale para cuando se escriben dos razones iguales. Por ejemplo 3/5 y 6/10.

Efectivamente, en este caso, 3/5 = 6/10, son fracciones equivalentes y el cociente es 0,6. Y ocurre que si escribimos 3 valores podemos encontrar el 4^{to} operando con los otros tres. Por ejemplo:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{x} \qquad \text{donde} \quad x = \frac{5 \cdot 6}{3} = 10$$

A veces la usan bien y otras veces no, ¿por qué? Analicen los siguientes procedimientos y las dimensiones que se ponen en juego en cada uno.

Sol 4 cm —— 9 cm 7 cm —— x $\quad x = \frac{7 \cdot 9}{4}$ Seba 4 cm — 7 cm 9 cm — x $\quad x = \frac{9 \cdot 7}{4}$ Analía 4 cm —— 9 cm 7 cm —— x $\quad x = \frac{9 \cdot 4}{7}$	Nico $\frac{4}{9} = \frac{x}{7} \quad x = \frac{4 \cdot 7}{9}$ Nati $\frac{9}{x} = \frac{7}{4} \quad x = \frac{9 \cdot 7}{4}$ Nadia $\frac{7}{4} = \frac{x}{9} \quad x = \frac{7 \cdot 9}{4}$

* Expliquen qué relación hay entre la regla de tres y las propiedades de la proporcionalidad en este problema.

* Expliquen qué relación hay entre la regla de tres y la constante de proporcionalidad en este problema.

Envíen sus respuestas al tutor a través del buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad).

No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

-Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: “Apellido Nombre Actividad obligatoria_Clase_1_Aula XX”

El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividad Optativa:

Foro de consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

- Block, D., Mendoza, T. y Ramirez, M. (2010). ¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica. México: SM de ediciones S.A de C.V.
- Broitman, C.; Itzcovich, H.; Parra, C. y Sadovsky, P. (1997). Documento de trabajo Nº 4. Matemática. Actualización curricular. Ciudad de Buenos Aires, Argentina: Secretaría de Educación.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 2 (3). Paris: La Pensée Sauvage, pp 37-127.
- Etchemendy, M.M; Zilberman, G. y Grimaldi, V. (2011). Sobre las tablas. Serie Piedralibre. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación de la Nación. Disponible en: https://drive.google.com/file/d/10wrsvLu_Yzs05kG2IlCzuZfftrVENUDN/view Fecha de consulta: 22/7/2022
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la República Argentina. (2005). Núcleos de aprendizaje prioritarios (N.A.P). Buenos Aires, Argentina.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la República Argentina. (2007). Serie Cuadernos para el aula. Matemática. Buenos Aires, Argentina.
- Moreira, M. A. (2002). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias, 7 (1). Disponible en: https://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf Fecha de consulta: 22/7/2022

Créditos

Autoras: Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura.

Cómo citar este texto:

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro 1: De los problemas de multiplicar y dividir a las relaciones entre cantidades. Módulo 2: Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Clase 2: Diversidad de contextos y de razones

Introducción

¡Hola colegas! Les damos la bienvenida a la clase 2 del módulo: "Temas de enseñanza de Proporcionalidad directa". En esta clase nos proponemos focalizar el estudio en algunas razones ligadas a la proporcionalidad en diferentes contextos, las asociadas a porcentajes, escalas, cambio de unidades de medida y concentraciones. Analizaremos la complejidad de trabajar con la constante de proporcionalidad racional, es decir una constante que se puede expresar en forma fraccionaria o decimal, y la importancia de hacerlo para avanzar en otros procedimientos y otras conceptualizaciones en torno a la proporcionalidad. El desarrollo que se realiza en las clases del módulo 1 sobre los tipos de contextos y los criterios que ponemos en juego al elegirlos darán marco al análisis a partir de las razones que se proponen en este módulo.

¿Razones o fracciones?

Para iniciar esta clase, nos hacemos algunas preguntas sobre dos términos que se usan en la escuela y en otros ámbitos sin precisar sus sentidos: razón y fracción. Conocerlos en profundidad permite reordenar la enseñanza de saberes y conceptos en función de nuestra intencionalidad docente. Se trata de favorecer el proceso de enseñanza para una mejor apropiación de estos conceptos.

Siempre que analizamos un problema pensando en llevarlo al aula, es importante anticipar procedimientos de resolución. Un primer paso es resolverlo y dejar registro de lo hacemos, lo que nos permite advertir tanto los alcances de las nociones que usamos como posibles procedimientos para nuestras alumnas y alumnos. Dicho esto, les proponemos resolver el siguiente problema, para después analizarlo juntas y juntos.
Este registro resulta útil para seguir la lectura del análisis, ya sea por las coincidencias o contrastes que encontremos.

Para el cumple de Joaquín, su mamá prepara jugo de naranja. Para esto mezcla 2 vasos de jugo puro con 6 vasos de agua. Luego tiene que preparar más y tiene 5 vasos de jugo puro, ¿cuántos vasos de agua deberá agregar para que tenga el mismo gusto? ¿Quedaría con el mismo sabor si Joaquín le agregara 12 vasos de agua?

Al pensar en el problema, habrán notado que el sabor del jugo de naranja no depende solamente de la cantidad de vasos de jugo puro, también depende de la cantidad de vasos de agua que se agreguen, es decir de la relación entre las dos cantidades. Aunque algún niño o niña, podría pensar que como son 3 vasos más de jugo también hay que agregar 3 vasos de agua, para conservar el sabor es necesario mantener la relación entre vasos de agua y de jugo. Esta relación se llama *razón*. Una razón puede expresarse con dos cantidades, por ejemplo: "2 vasos de jugo por cada 6 de agua", o también 2 de cada 6. Lo podemos escribir con una expresión que se usa para las razones 2: 6 y como una fracción $\frac{2}{6}$.

- Una forma de empezar a resolver el problema es encontrar una fracción equivalente a $\frac{2}{6}$, de modo que $\frac{2}{6}=\frac{5}{x}$. Esto seguramente podría ofrecer algún obstáculo a alumnas y alumnos que piensan por cuánto hay que multiplicar a 2 para obtener 5, para luego multiplicar a 6 por ese número, si han usado esa técnica antes para hallar fracciones equivalentes. Como piensan en un número natural, no encuentran respuesta, ya que el número buscado es 5/2.

  2 x 5/2 = 5 entonces x = 6 x 5/2 = 15.

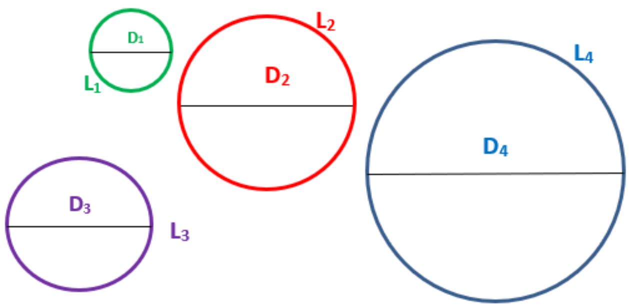
- Otra posibilidad es, en la proporción $\frac{2}{6}=\frac{5}{x}$. multiplicar los medios (5 y 6) y dividir por el extremo (2), es decir, calcular x=6x5/2, aunque no sepamos muy bien por qué funciona esta técnica.

- Sin embargo, se puede analizar fácilmente que 6 es el triple de 2, entonces x tiene que ser el triple de 5, 15.

¿Resolvieron el problema de alguna de estas formas o de otra?

Ahora bien, ¿existen diferencias entre las fracciones y las razones? Una primera respuesta es que la razón es una noción más general que la fracción, ya que todas las fracciones son razones, pero no todas las razones son fracciones.

Mientras que las razones expresan cocientes entre cantidades de magnitudes de cualquier campo numérico, las fracciones expresan cocientes entre números enteros, con divisor no nulo, es decir, expresan números racionales. Por lo tanto, las razones no siempre son números racionales y, por ende, no siempre pueden expresarse mediante una fracción. Por ejemplo, la razón entre la longitud de la circunferencia y la longitud de su diámetro es el número irracional π.



$$\frac{L1}{D1} = \frac{L2}{D2} = \frac{L3}{D3} = \frac{L4}{D4}$$

$$\frac{L}{D} = \pi$$

Si quieren saber más, en pocos minutos, sobre esta razón tan particular pueden ver:

Una "breve" historia del número Pi en

https://www.youtube.com/watch?v=Jajdccy7tWc

Adrián Paenza nos invita a conocer más en Grandes temas de la matemática: **Capítulo 1: El número PI**

https://www.youtube.com/watch?v=RIRDwpOTPVc

También encontramos razones entre cantidades discretas –2 de cada 10 niños usa lentes en cuarto B, 2/10– y otras entre cantidades continuas –la gelatina se prepara con 500 cm^3 de agua cada 20 g de polvo, 500 cm^3 /20 g. O entre una cantidad continua y una discreta, como cuando se menciona, por ejemplo, que en una fiesta se consumen 2,5 l de gaseosa cada 4 invitados- 2,5 l / 4 personas.

Es interesante señalar que las razones pueden expresar una relación entre cantidades de igual o distinta magnitud. Resultan adimensionales en caso que sean de la misma magnitud y unidad –como en el caso de las escalas o de los porcentajes– y, en caso contrario, se expresan con las dos unidades –centímetros cúbicos de agua por gramos de gelatina– . En algunos casos tienen nombre propio, como por ejemplo la densidad 0,3 g/cm^3 o la velocidad en km/h.

Ahora bien, con respecto a las razones Block (2010) expresa que:

Si bien desde hace ya mucho tiempo la razón entre dos cantidades (a, b) y el número que la expresa (a/b) tienden a confundirse, hay circunstancias en las que sigue siendo importante distinguirlas.

Una de estas circunstancias ocurre justamente en la enseñanza: los alumnos pueden no saber, por ejemplo, que el valor de la razón "2 por cada 3" es ⅔ o 0.66 y sin embargo pueden saber muy bien que "2 pesos de impuesto por cada 3" es equivalente a "4 pesos de impuesto por cada 6" y que eso es más que "2 pesos de impuesto por cada 10". Es decir, no conocer el número que expresa al valor de una razón, no necesariamente impide trabajar con esa razón (p.41).

Exploremos en algunos libros de texto cómo se presentan las fracciones y las razones, ¿se identifican una con otra o se diferencian? ¿Qué contenidos del currículum pueden contextualizarse en problemas con escalas o porcentajes? ¿Y con velocidades o concentraciones? ¿Han propuesto ese tipo de problemas en sus clases o han visto que sus colegas lo hagan?

El uso de razones en diversos contextos contribuirá a construir su sentido para representar relaciones entre cantidades. Reconocer esos contextos nos dará la oportunidad de no trabajarlas de modo aislado y sólo con fines algorítmicos.

El porcentaje, ¿es una razón?

Un contexto en el que la proporcionalidad directa asume importancia para interpretar y producir información en la vida cotidiana y en otras ciencias, es el de las situaciones de cálculo de porcentajes. Ahora bien, ¿cuál es la constante de proporcionalidad en este caso? ¿Cómo se interpreta la constante? ¿Por qué decimos que la constante no tiene dimensión o es adimensional? ¿Qué vínculo se puede establecer entre porcentaje y razón?

Nos iremos respondiendo estas preguntas a lo largo del análisis de la siguiente actividad que inicia una minisecuencia. Se trata de "Aprendiendo sobre descuentos", que proponemos como una vía de acceso a la noción de porcentaje en íntima relación con los saberes disponibles sobre la proporcionalidad, como así también apoyándose en algunos cálculos mentales memorizados en los años anteriores.

En la librería del barrio de Martín, hay un cartel en la vereda que dice: "¡Pasá y aprovechá! Te descontamos un 10% en tus compras pagando en efectivo". Martín, que aún no sabe de porcentajes, le pregunta a su mamá qué significa eso y ella le explica muy fácilmente: "Por cada $100 que *gastemos nos van a descontar $10". Luego, piensa y anota en un papelito borrador para no olvidar la explicación de su mamá:*

Si gastamos	*$ 100*	*$200*	*$300*	…….	…….
Nos descuentan	*$10*	……..	……..	*$5*	*$1*

a) ¿Lo ayudás a Martín a completar su tabla?

b) ¿Es verdad que para completar la tabla es suficiente con saber dividir y multiplicar por 10? ¿Por qué?

c) ¿Cómo cambiarían las anotaciones de Martín si se descontara un 20% en lugar de un 10%?

d) ¿Cómo le explicarías a una persona, que no sabe qué es el porcentaje, que significa el 30%? Podés usar un ejemplo.

Algunos comentarios sobre esta actividad. Partimos considerando que los chicos y chicas han trabajado con las propiedades de la proporcionalidad directa en los años anteriores, en distintos contextos. Para resolver pueden usar una propiedad conocida, "al doble de una cantidad, le corresponde también el doble", o "al triple, le corresponde el triple" o "a la mitad de una cantidad le corresponde la mitad"... y también pueden reconocer que existe un número, la constante de proporcionalidad "x 1/10", "que permite pasar de una cantidad de una variable a la otra (de gasto a descuento) con solo multiplicar por ese número".

Con los ítems a) y b) apuntamos a que recuperen esos saberes disponibles de años anteriores y que puedan comenzar a pensar la noción de porcentaje realizando algunos cálculos sencillos. El ítem b) puede implicar, en una puesta en común, a concluir la relación entre dividir por 10 y multiplicar por 1/10 o por 10/100 y relacionar esto con el 10 % (diez "por ciento"). Si comparamos la razón entre el descuento y el precio en todas las columnas de la tabla podemos observar que es 1/10.

En el ítem d) se apunta a que puedan formular expresiones similares a la del enunciado del tipo: "*El porcentaje es cuántos pesos por cada $ 100, por ejemplo 20% es $ 20 por cada $100, 30% es $30 por cada $100*" y que esta idea se anote como una conclusión matemática instalada en la clase, como un primer acercamiento a la noción de porcentaje, accesible, para ser utilizada posteriormente.

Estas relaciones entre cantidades -razones- no tienen unidades, es decir, son adimensionales, ¿por qué ocurre esto? Como mencionamos en la clase 1, estamos trabajando con magnitudes de la misma naturaleza y a su vez con las mismas unidades.

$$\$20/\$100 = 20\,/100 = 20\%$$

Podríamos preguntarnos, ¿por qué no comenzamos la secuencia con porcentajes usuales como 50%, 25% o 75%? Si bien es una posibilidad, en este caso la intención fue partir del conocimiento de las propiedades de la proporcionalidad directa y el cálculo memorizado por la unidad seguida de ceros y no de la relación entre porcentajes y fracciones usuales como ser ½= 50%, ¼= 25%, entre otros.

Algunas variables en problemas de porcentaje

Nos gustaría reflexionar, a continuación, sobre una variable en los problemas de porcentaje que, influye sobre los procedimientos de los niños y niñas por el lugar que ocupa la incógnita.

En tal sentido, algunas investigaciones como (Dole, 2000; Hann 1999 y Block y Mendoza, 2013) nos advierten sobre la complejidad que implica calcular la cantidad inicial dado el resultado de una aplicación de porcentaje, le siguen en complejidad los problemas donde hay que determinar qué porcentaje es una cantidad de otra, y por último los problemas más sencillos serían aquellos donde hay que aplicar un porcentaje a una cantidad inicial.

Analicemos algunos ejemplos:

- Calcular un porcentaje de una cantidad inicial

La verdulería "Los naranjos" hace un descuento del 15% cuando vende gran cantidad de frutas. ¿Cuánto costará 1 kg de bananas, en un día de gran venta, si antes del descuento costaba $220?

- Calcular la cantidad inicial dado el resultado de una aplicación de porcentaje

En una tienda recargan el 5% al precio de contado cuando se compra en cuotas. Si Carina compró una remera y el recargo fue de $42,50 ¿Cuánto costaba la remera?

- Calcular qué porcentaje es una cantidad de otra.

Por un artículo que cuesta $880, hoy nos rebajan $120. ¿Qué porcentaje de descuento nos están haciendo?

Si pensamos en estas situaciones, notamos que en las dos primeras la constante es un dato y en la tercera hay que determinarla, lo que implica diferentes tareas para los alumnos y alumnas.

Consideremos otra variable, la interpretación de un porcentaje. Una primera interpretación de un porcentaje es considerarlo como la parte de un todo. Por ejemplo, en el problema siguiente:

El teatro de mi barrio tiene capacidad para 400 personas. Todos los viernes del mes hay función. El primer viernes sólo asistieron 160 personas, el segundo viernes 200 personas, el tercero 320 y el último viernes no quedó ninguna butaca vacía. ¿Qué porcentaje de la capacidad del teatro se ocupó cada viernes?

Veamos una forma posible de resolver:

Asistentes	Porcentaje
160	160/400 = 40%
200	200/400 = 50%
320	320/400 = 80%

En cada caso, el porcentaje es la relación entre la parte de la sala que está ocupada. Por ejemplo:

40 % de 400 = 40/100 x 400 = 160

Interpretar el porcentaje como parte de un todo no funciona para porcentajes mayores que 100%. Preguntas como: “¿Puede aumentar 130% el costo de un producto?” o “La boleta de gas se incrementó un 180% en el último período”, son ideas para trabajar en el aula de matemática y discutir su significado. Si se interpreta el porcentaje como una razón que cuantifica la comparación de dos cantidades, es posible considerar tanto los porcentajes menores que 100 como los menores. Por ejemplo:

Un pantalón que costaba $3000 aumentó en un año el 130 % ¿cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten calcular el porcentaje?

aumento 130/100 x $ 3000 = $ 3900 Nuevo valor $3000 + $3900 = $6900	aumento 100% = 3000; 10% = 300; 30% = 900 130% = 100% + 30% Nuevo valor $3000 + $3900 = $6900	aumento 100% de 3000 + 30% de 3000 = 130% de 3000 = 1,3 x 3000 = 3900 Nuevo valor $3000 + $3900 = $6900

Advertimos en este problema que la comparación entre el aumento y la cantidad inicial se puede expresar como cociente. 3900/3000 = 1300/1000 = 130/100 = 130%

En la librería de mi barrio, para cambiar los precios de la mercadería, la vendedora usa directamente su calculadora. Cuando el aumento es del 30 % ella multiplica por 0,30 el precio inicial y se lo suma al mismo.

a) ¿Cómo se puede justificar este procedimiento relacionándolo con la proporcionalidad directa?

b) Y si quisiera hacer el cálculo con una sola operación, ¿sería correcto que multiplique al precio inicial por 1,30? ¿Por qué?

Lectura sugerida

Los y las invitamos a seguir pensando en el significado del porcentaje y las magnitudes y variables relacionadas, con la lectura del capítulo 10 del Alfasueños de Séptimo grado, donde se propone un recorrido matemático dentro de un contexto desarrollado a partir de una problemática social. La identificación de diferentes variables y las distintas relaciones entre ellas darán lugar a los avances interciclo y serán motivo de algunas progresiones en la complejidad de las mismas, que propondremos en las clases 3 y 4.

Porcentaje de un porcentaje

Avancemos con un problema en el que hay que calcular un porcentaje sobre una cantidad obtenida de otro porcentaje, es decir, con el cálculo de dos porcentajes sucesivos.

A un empleado que cobra por el mes de abril $70000 su jefe le informa que en el mes de mayo tendrá un aumento del 25% y que en junio se actualizará nuevamente su sueldo con un aumento del 5%

a. ¿Es cierto que tendrá un aumento del 30%? ¿Por qué?

b. ¿Cómo se puede calcular el sueldo actualizado a junio usando un solo porcentaje?

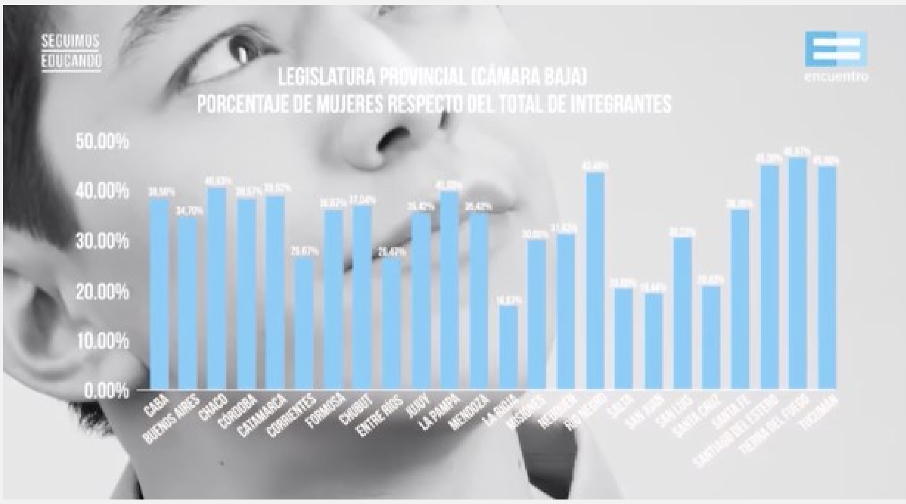
Es un problema para "pensar un poco más", se avanza en complejidad al hacer intervenir dos porcentajes: en mayo hay un aumento sobre el sueldo de abril y en junio sobre el de mayo. Cada porcentaje se calcula sobre una cantidad diferente. Se puede resolver calculando paso a paso – llegando a ($91.875) y comparando con el 30% ($91.000) para así responder en el ítem a) que no es cierto porque no da el mismo resultado.

¿Cómo se podría pensar por qué no es lo mismo? Al hacer el 30% se calculan ambos porcentajes sobre $70000 y en los cálculos sucesivos, en el segundo paso el 5% va también sobre el primer el incremento de sueldo.

Los porcentajes están muy presentes en nuestra vida cotidiana, en los medios de comunicación, en artículos que refieren a resultados de investigaciones en distintos ámbitos, muchas veces asociados a distintos tipos de gráficos. Son expresiones necesarias cuando se trata de hacer comparaciones entre cantidades que corresponden a totales diferentes.

Antes de seguir con otros contextos particulares para las relaciones proporcionales, les proponemos ver un video en el que se muestran distintos tipos de gráficos estadísticos, los beneficios de unos sobre otros y las maneras de utilizarlos. A la vez, los ejemplos ponen en evidencia algunas desigualdades de género que se mantienen en muchos ámbitos y que vale la pena advertir.

Tipos de gráficos para exponer porcentajes, de la colección Seguimos Educando. En: https://www.educ.ar/recursos/157296/tipos-de-graficos-para-exponer-porcentajes



Los cambios de unidades: ¿se trata de correr la coma?

Cuando iniciamos en primer ciclo el trabajo sobre el eje Medida, para cada nueva magnitud que abordamos, solemos proponer la realización de mediciones efectivas que den sentido al saber circulante, habilitando e incluyendo la utilización de instrumentos y la estimación en comparación con la medición efectiva.

Pero una vez establecida la "medida" de la cantidad de alguna magnitud respecto de una unidad convencional, la problematización lleva habitualmente a la búsqueda de equivalencias entre unidades de una misma magnitud. Este tipo de conversiones son necesarias para resolver problemas donde intervienen magnitudes, tanto en el caso de que sean unidades del mismo sistema –metros y cm por ejemplo– o de distinto sistema –cm y pulgadas, por ejemplo.

En esta tarea, empezaremos por cuestionarnos acerca de la búsqueda de equivalencias entre unidades en situaciones donde efectivamente sea necesario, lo que ocurrirá, por ejemplo, cuando haya que sumar o comparar cantidades expresadas con distintas unidades en una misma situación. O cuando una cantidad se repite muchas veces. Por ejemplo, si sabemos que para potabilizar 1 litro de agua se necesitan 0,1 ml de hipoclorito de sodio, para un tanque de 50000 litros se necesitan 5000 ml, es decir 5 litros.

$$0{,}1 \text{ ml} \times 50000 = 5000 \text{ ml} = 0{,}5 \text{ l}$$

Dentro del Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA), es clásico el uso de la famosa "escalerita", donde "si voy para arriba" divido y si "voy para abajo" multiplico, una regla que indica "cómo correr la coma", un algoritmo incomprensible si no se ha trabajado antes con las relaciones entre las distintas unidades.

Para repensar estas cuestiones, nos proponemos revisar el modo de obtener las equivalencias entre las unidades, incluyendo esta tarea entre las problemáticas de proporcionalidad, conceptualizando en ese marco la razón entre cantidades de la misma magnitud expresadas en diferentes unidades.

Se trata de partir, en cada caso, de la relación básica entre la unidad en la que está expresada la medida y aquella en la que se quiere convertir. Por ejemplo, entre metros y centímetros la relación es 1/100, pues 1 m = 100 cm.

1m	2m	2,5m	4,835m	
100cm	200cm	250cm	483,5cm	

También se puede reconocer la relación entre unidad y medida. Nos preguntamos:

¿A cuántos g equivalen 2,5 mg?

Como un 1 g equivale a 1000 mg, el g es una unidad 1000 veces mayor que el mg y, por eso, dividimos por 1000 al cambiar de miligramos a gramos. Si la unidad es mil veces mayor, la medida con esa unidad es mil veces menor, proporcionalmente menor en relación inversa.

: 1.000

2,5 mg = 0,0025 g

x 1.000

En 2,5 mg el 2 significa 2 miligramos	La unidad de medida se refiere al número ubicado en las unidades del número decimal
En 0,0025 g el 0 significa 0 gramos y el 2 queda en la posición de los milésimos de gramo	

Se puede pensar entonces partiendo de la definición de una constante dimensional –razón–, asociada a cada relación de equivalencia entre unidades, a la que se suele denominar "factor de conversión". Este factor permite tener una mirada funcional que favorece la articulación con otros saberes en el avance hacia los siguientes niveles de escolaridad. Por ejemplo: Al querer expresar 230 m en km, la relación 1000 a 1 entre el m y el km puede expresarse como la razón 1 km /1000 m o también 1: 1000. La constante racional –factor de conversión– es justamente 1 km /1000 m, entonces

230 m x 1 km / 1000m = 0,230 km

En cuanto a los cálculos necesarios, recordemos que, la posibilidad de multiplicar y dividir un número por la unidad seguida de ceros se inicia en primer ciclo con números naturales y se continúa en el segundo con números decimales.

Pensar en el significado de cada cifra decimal cuando se expresa una medida y en la equivalencia básica para cada una de ellas permite comprender la nueva expresión y validar la conversión realizada.

Antes de adentrarnos en el terreno de las escalas les proponemos hacer un recreo para explorar un modo de jugar con la escala en la fotografía. ¿Alguna vez intentaron hacer una fotografía como éstas?

Lectura sugerida

Encuentran algunas ideas sobre cómo jugar con la perspectiva en: https://lavozdelmuro.net/25-divertidas-imagenes-sin-photoshop-creadas-solo-jugando-con-la-perspectiva/

Escalas: ¿cómo agrandar y achicar "en proporción"?

Al asociar razones a expresiones de diferente tipo para contextualizarlas en otras disciplinas, probablemente el uso de escalas en la lectura cartográfica para comparar tamaños en la Tierra sea uno de los más difundidos en las Ciencias Sociales, y la reducción o ampliación de figuras en algunas aplicaciones en el Arte y la Tecnología. También en las Ciencias Naturales la escala cobra importancia, en sentido inverso al de las Ciencias Sociales, para comparar tamaños del ámbito de lo microscópico.

Veamos algunas referencias que podemos encontrar en documentos curriculares de diferentes jurisdicciones de nuestro país.

Leemos entre los contenidos del Diseño Jurisdiccional de Ciencias Sociales para Sexto grado de la Ciudad de Buenos Aires: "Comparación de representaciones cartográficas de una misma zona a diferentes escalas para identificar variaciones en la cantidad de información, en las variables seleccionadas y en los códigos utilizados por los cartógrafos."

Si pensamos en representaciones cartográficas, el Documento "*Cartas satelitarias para analizar territorios*" del Ministerio de Educación de la Nación, se refiere, en particular, a las imágenes satelitarias, documentos cartográficos elaborados para Argentina por el Instituto Geográfico Militar (IGM) a partir de imágenes tomadas por un satélite, y mencionan:

> Las cartas de imagen satelitaria elaboradas por el IGM están disponibles en las siguientes escalas: 1:250.000, 1:100.000 y 1:50.000; y en dos soportes: papel y digital. La escala permite relacionar el tamaño en el que aparecen los objetos en la carta con su tamaño en la realidad. Por ejemplo, si se trata de una carta en escala 1: 250.000, cada cm de la carta representa 250.000 cm (equivalentes a 2,5 km) en la realidad. Si dos ciudades están separadas en una carta por 10 cm quiere decir que están a 25 km una de la otra en el terreno.

¿Se considera el trabajo con escalas en el diseño de tu provincia en Matemática? ¿En qué grado?

¿Se incluye el trabajo interdisciplinario con escalas en Ciencias Sociales y Matemática en tu escuela? ¿Y entre Ciencias Naturales y Matemática?

Las escalas son razones entre cantidades de la magnitud longitud que pueden expresarse en diferentes unidades como en el ejemplo anterior: 1 cm / 2,5 km indicando que en 1 cm del mapa se representan 2,5 km - ó que 25 km/1 cm si la definimos en sentido inverso-, o buscando la equivalencia de unidades como una constante adimensional, si escribimos 2,5 km como 250.000 cm, sería 1cm/250.000cm y simplificando las unidades: 1 /250.000. Por lo tanto, cuando la escala es adimensional, en 1 cm se representan 250.000 cm ó en 1 m se representan 250.000m.

Lectura sugerida

Para avanzar en el uso de escalas para interpretar situaciones cartográficas, los invitamos a visitar Cuadernos de la Provincia de Santa Fe -Segunda Etapa- Educación Primaria- 7mo grado- Capítulo 9 - pág 27 y 28 .

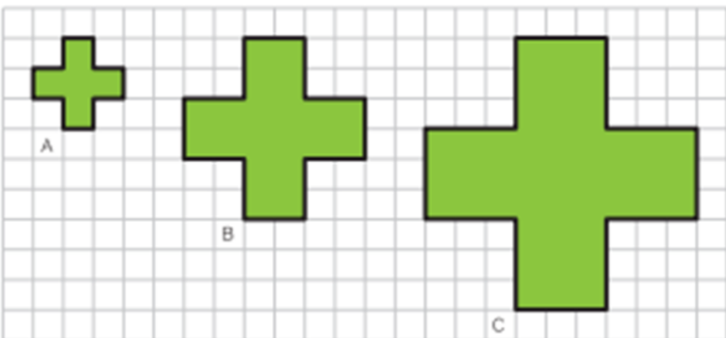
A lo largo de la actividad *"¿Podemos conocer las distancias reales en tierra a partir de los mapas obtenidos desde el aire?"*, aparece la escala gráfica y su traducción a la numérica, y la interpretación de la constante de proporcionalidad directa, dimensional entre unidades de longitud diferentes y el uso de la misma para calcular diferentes valores, como un avance frente al uso de tablas. Se trata de una constante racional que también admite ser planteada de manera adimensional, como 1: 20.000.000 ó 20.000.000: 1, dando sentido además al uso de grandes números.

Otro aspecto de la constante sobre el que es posible reflexionar con los alumnos, cuando se avanza en el trabajo con escalas, tiene que ver con que si se utiliza la misma unidad para la realidad y para el dibujo a escala, una constante que sea menor que 1, se vincula a una reducción; mientras que una constante mayor que 1 dará por resultado una ampliación (Panizza y Sadovsky, 1991).

Consideremos ahora una actividad que involucra razones entre medidas de segmentos de figuras planas

Por ejemplo, en esta actividad que corresponde a Cuadernos para el aula 6, pág 176, se plantea la necesidad de descubrir la relación multiplicativa entre los datos de una y otra figura.

• Un grupo de alumnos construyó figuras con la condición dada por la maestra. Hicieron lo siguiente.



a) ¿Cuál creés que fue la condición que les dio la maestra?
b) ¿Qué relación encontrás entre los lados de la figura A y los de la figura C?
c) ¿Es posible obtener los lados de la figura B conociendo los lados de la figura A? ¿Cómo?

Pensando en “la condición” que les dio la maestra, al vincular cada figura con otra, aparecerán las constantes asociadas a cada reproducción.

Se trata de un trabajo sobre hoja cuadriculada donde se muestra la ampliación o reducción de un dibujo A con escala 2 por cada 1 en el dibujo B y luego 3 por cada 2 entre B y C. Esto implicará que cada segmento de la figura A se duplicará en cada segmento de B y que cada segmento de B aumentará con razón 3/2 en la figura C.

Si en cambio se piensa en la ampliación entre A y C, se advierte que la escala será 3 por cada 1 . Y esa escala es producto de dos ampliaciones

$k1 = 2/1$ $k2 = 3/2$ $k3 = 2/1 \times 3/2 = 3/1$

Así, al agrandar la figura, las relaciones entre los segmentos conservan la forma de la misma.

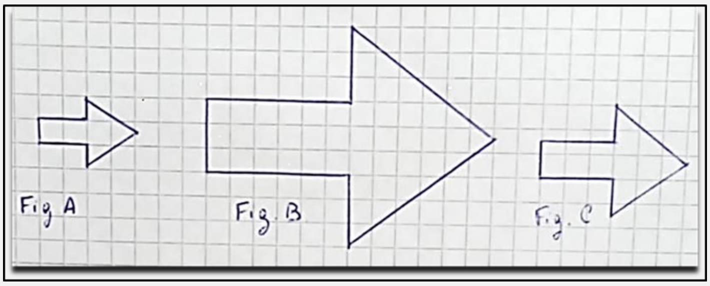
Lectura sugerida

Para avanzar en las posibilidades que ofrece el estudio de las escalas y las posibles conexiones entre contenidos que permite establecer, los convocamos a la lectura de Panizza, M., Sadovsky, P. (1991). El papel del problema en la construcción de los conocimientos matemáticos. Buenos Aires, Argentina: FLACSO.

Actividad matemática de la clase

En el siguiente problema se plantean dos transformaciones de tamaño, una ampliación y una reducción, son dos cambios, uno después de otro.

Joaquín, alumno de 6to grado, construyó las siguientes figuras con las consignas que le había dado su maestra de tarea:



a.-¿Cuál creés que fue la consigna que le dio su maestra? Escribila

b. ¿Se puede asegurar que la figura C también es una figura a escala de A? Argumentá tu respuesta.

c. ¿Qué relación encontrás entre los lados de la figura A y los de la figura C?

a) Identifiquen las constantes y justifiquen por qué no se pueden sumar las constantes para pasar de A a C.

b) ¿Podrían expresar como porcentaje la relación entre los lados de A y de C? Explique cómo.

c) La relación entre las superficies de las figuras es la misma que entre los segmentos? ¿Por qué?

Concentraciones y mezclas: ¿cómo analizarlas?

Hasta aquí hemos comparado el uso de razones en distintos contextos buscando identificar qué aporta cada uno a la comprensión de esa noción. Les proponemos analizar ahora un problema de mezclas, que aunque no es un contexto muy frecuente en la escuela primaria, plantea desafíos muy interesantes en relación con el uso de unidades.

Para preparar una pintura de determinado color se mezclan 10 litros de pintura blanca con 4 litros de pintura verde. Por otro lado, se quiere hacer una mezcla que tenga la misma tonalidad pero usando 5 litros de pintura verde.
a) ¿Cuántos litros de pintura blanca se deberán usar en este caso?
b) Si a una mezcla de 2 litros de pintura verde y 7 litros de pintura blanca se le agrega un litro de cada color, ¿se obtiene un color más claro o más oscuro que el original? Justificar.
c) Juan dice que es posible calcular la cantidad de pintura blanca en el ítem a) multiplicando la cantidad de pintura verde por un número? ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

Extraído de: Sadovsky (2005). Cabe aclarar que, se ha realizado una modificación en uno de los valores de la cantidad de pintura y se agregó el último ítem.

Analicemos las características de este problema…

Notemos que las cantidades que se corresponden forman razones equivalentes y esa equivalencia expresa una misma relación, una constante, en este caso esa relación nos habla de que estamos trabajando con la misma tonalidad de la pintura.

> *"[...] se pone en juego un aspecto del funcionamiento de las fracciones: la constante de proporcionalidad. Es decir, un "operador" que transforma una cantidad de una magnitud en su correspondiente de otra magnitud, mediante la multiplicación. Es un sentido de las fracciones diferente del que los estudiantes podrían haber construido a partir de los problemas de reparto y medida [...]"* (Sadovsky, 2005, p.14).

Al analizar los datos en la consigna, vemos que la elección de los números 4 y 5 para la pintura verde, en el inciso a), no es casual. En efecto, si se hubiera preguntado cuánta pintura blanca para 8l de verde es se puede pensar en relaciones entre las cantidades del mismo tipo, es decir que "al doble de verde le corresponde el doble de blanca". Pero, elegir 5 requiere considerar, de distintas formas, la razón entre las cantidades de ambos colores. Por ejemplo, pensando que "la blanca es dos veces y media la verde" o lo que es lo mismo "por cada 1 litro de verde van 2,5 l de blanca", esto 10/4, la constante de proporcionalidad. Con lo que 2 veces y media 5 litros serán 12,5 litros.

En el inciso b) se trata de comparar dos mezclas 2 verde con 7 blanca y 3 verde con 8 blanca y esto nuevamente requiere comparar las cantidades de ambos colores y también discutir la idea de si se puede agregar "lo mismo de cada color" sin que cambie el tono de verde. Por último, en el inciso c) pensamos en la posibilidad de que la constante de proporcionalidad racional, "aparezca" como el número por el que hay que multiplicar las cantidades de pintura de un color para obtener las cantidades de pintura del otro color.

En esta posible conclusión, se pone de manifiesto una mirada funcional, es decir, viendo a la proporcionalidad como una relación entre cantidades y no solo como una proporción aritmética. Esta cuestión sobre la mirada funcional, la trabajaremos en profundidad en la clase 4 del módulo.

Actividad didáctica de la clase

En la sala de maestros, varios estudiantes de la formación docente discutían el problema de la mezcla de pintura y analizaban los procedimientos siguientes. ¿Qué podrían aportar ustedes a la discusión?

Para el ítem a):

Para mí es una ecuación:

10 l + 4 l = xl + 5 l

14 l - 5 l = x l

9 l = x l

Rta: se necesitan 9 litros de pintura blanca.

Para el ítem b):

"La mezcla queda igual porque se agrega la misma cantidad de pintura"

Para el ítem c):

"No estoy de acuerdo porque por más que lo multiplique por cualquier número entero, no me daría la cantidad que me dice el ítem a)"

El reconocimiento de una constante de proporcionalidad racional y el análisis dimensional que conlleva resulta complejo para alumnos de 6to y 7mo años dado que en general han resuelto problemas con constate natural con lo que resultará importante retomar estos problemas en los inicios de la escuela secundaria.

Lectura sugerida

Para profundizar el análisis de este tipo de problemas y las dificultades que pueden surgir al resolverlo, se puede consultar la tesis de maestría “Las concepciones de los maestros sobre la noción de fracción” citada en la bibliografía.

Nos encontraremos en la clase 3 con otra cuestión que abona a construir el concepto de proporcionalidad en su real dimensión y complejidad: la comparación de situaciones de proporcionalidad directa con las que no lo son, y la existencia de otros tipos de relaciones, puede ayudar a entender además de la proporcionalidad misma, las nociones de variación y dependencia.

Material de lectura obligatoria

Para cerrar esta clase es interesante volver a revisar cuestiones que circularon en la misma intentando establecer diferencias entre los problemas según la naturaleza de los números que intervienen y de las magnitudes que se relacionan. Lo haremos revisando un texto que ya tiene algunos años pero que sigue teniendo plena vigencia.

Panizza, M., Sadovsky, P. (1991). El papel del problema en la construcción de los conocimientos matemáticos. Buenos Aires: FLACSO. Disponible en:

https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/proporcionalidad_panizza_sadovsky.pdf (Apartado 4.2- pág. 5 a 8)

Tomar algunas notas del mismo puede ser de utilidad como insumo para el trabajo final del Módulo.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:

Foro

Actividad didáctica de la clase

En la sala de maestros, varios estudiantes de la formación docente discutían el problema de la mezcla de pintura y analizaban los procedimientos siguientes. ¿Qué podrían aportar ustedes a la discusión?

Para el ítem a):

Para mí es una ecuación:

10 l + 4 l = xl + 5 l

14 l - 5 l = x l

9 l = x l

Rta: se necesitan 9 litros de pintura blanca.

Para el ítem b):

"La mezcla queda igual porque se agrega la misma cantidad de pintura"

Para el ítem c):

"No estoy de acuerdo porque por más que lo multiplique por cualquier número entero, no me daría la cantidad que me dice el ítem a)"

Se espera que participen en el foro:

a) Compartiendo su análisis en relación a la discusión entre los estudiantes, identificando errores y aciertos en los razonamientos.

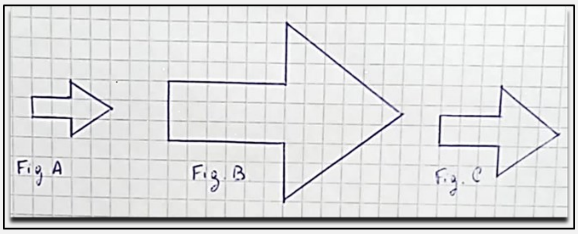
b) Proponiendo alguna intervención docente.

Actividad de entrega

Actividad Matemática de la clase 2

En el siguiente problema se plantean dos transformaciones de tamaño, una ampliación y una reducción, son dos cambios, uno después de otro:

Joaquín, alumno de 6to grado, construyó las siguientes figuras con las consignas que le había dado su maestra de tarea:



a.-¿Cuál creés que fue la consigna que le dio su maestra? Escribila

b. ¿Se puede asegurar que la figura C también es una figura a escala de A? Argumentá tu respuesta.

c. ¿Qué relación encontrás entre los lados de la figura A y los de la figura C?

Luego de resolver el problema:

*Identifiquen las constantes y justifiquen por qué no se pueden sumar las constantes para pasar de A a C.

*¿Podrían expresar como porcentaje la relación entre los lados de A y de C? Explique cómo.

*¿La relación entre las superficies de las figuras es la misma que entre los segmentos? ¿Por qué?

Envíen sus respuestas al tutor a través del buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad).

-No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre del postítulo, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

-Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación:

"Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_2_Aula XX"

Actividad Optativa:

Foro de consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

- Block, D., Mendoza, T. y Ramirez, M. (2010). ¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica. México: SM de ediciones S.A de C.V.
- Imvinkelried, M.L. (2020). "Las concepciones de los maestros sobre la noción de fracción". (tesis de maestría). Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral: Disponible en: https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/handle/11185/5712 Fecha de consulta: 31 de mayo de 2022.
- Instituto Nacional de Formación Docente (2016). Clase 02: La enseñanza de la medida en el segundo ciclo. Módulo: Enseñanza de la Medida. 2do. Ciclo. Especialización Docente de Nivel Superior en Enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria. Buenos Aires: Ministerio de Educación y Deportes de la Nación.
- Mendoza, T. y Block, D. (2013). "Si 100% es todo, ¿cuánto es 120%?", en Broitman, C. (comp.), Matemáticas en la escuela primaria II. Saberes y conocimientos de niños y docentes. Buenos Aires: Paidós.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2007). Cartas satelitarias para analizar territorios. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Disponible

en: http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL002716.pdf Fecha de consulta: 31 de mayo de 2022.

- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2007). Serie Cuadernos para el aula NAP 6. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Disponible en: http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001432.pdf Fecha de consulta: 31 de mayo de 2022.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2012) Matemática: Leer, escribir y argumentar. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Disponible en: https://www.educ.ar/recursos/111095/cuaderno-septimo-ano-matematica-leer-escribir-argumentar-docentes
- Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. (2020) Alfasueños 7mo grado. Disponible en: file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/Cuaderno2_7mo_Web%20(2).pdf. Fecha de consulta: 31 de mayo de 2022.
- Panizza, M., Sadovsky, P. (1991) El papel del problema en la construcción de los conocimientos matemáticos. Buenos Aires: FLACSO. Disponible en: https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/proporcionalidad_panizza_sadovsky.pdf Fecha de consulta: 31 de mayo de 2022.
- Sadovsky, P. (2005). Matemática. Fracciones y decimales. 7 grado. Apuntes para la enseñanza. Buenos Aires, Argentina: Secretaría de Educación-Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Puede descargarse el texto del aula virtual

- Secretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula. (2004) Diseño curricular para la escuela primaria: segundo ciclo de la escuela primaria: educación general básica. Buenos Aires: GCBA. Disponible en: https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/tec/pdf/bibliografia2.pdf Fecha de consulta: 31 de mayo de 2022.

Créditos

Autoras: Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura.

Cómo citar este texto:

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro 2: Diversidad de contextos y de razones. Módulo 2, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Clase 3: Modelos aritméticos y proporcionalidad

Introducción

¡Hola colegas! Les damos la bienvenida a la clase 3 "Modelos aritméticos y proporcionalidad".

En esta oportunidad, y a partir de lo reflexionado en las clases anteriores, pondremos en discusión cómo trabajamos en la escuela con diferentes situaciones en las que se vinculan dos magnitudes, para determinar si se trata o no de relaciones de proporcionalidad directa. Reflexionaremos sobre cómo los vínculos entre los diferentes tipos de relaciones entre cantidades permiten un avance en la conceptualización de la noción de proporcionalidad.

¿Por qué parece interesante incluir este trabajo en el segundo ciclo? Sabemos que una noción se construye resolviendo problemas donde funciona y también encontrando sus límites, es decir, reconociendo aquellos donde no funciona.

Trataremos de pensar, en primer lugar, en situaciones cotidianas en las que están presentes relaciones que ponen límite al concepto de proporcionalidad directa, como es el caso de las ofertas, estableciendo condiciones que permiten usar o no el modelo. Incluiremos luego el estudio de relaciones de aumento-aumento que no son proporcionales, en contextos diversos –numéricos, geométricos–, que responden a una variación de otro tipo, para poder compararlas con las condiciones que impone la proporcionalidad directa. Finalmente analizaremos cambios que se estudian con otros modelos -relación edad con talla- y que muchas veces empleamos para ejemplificar situaciones de no proporcionalidad.

Entre las situaciones que pueden modelizarse con otras variaciones nos ocuparemos, en particular, de las relaciones de proporcionalidad inversa para reconocer contextos verosímiles que le dan sentido, con ejemplos que permiten articular diferentes ejes de contenidos.

La proporcionalidad directa bajo la lupa

Partimos de la idea de que para construir un concepto también es importante dar herramientas para diferenciar cuándo no funciona. En este sentido, es necesario incluir situaciones de variaciones no proporcionales como parte de la construcción misma de la noción. Como venimos pensando desde la primera clase, esto requerirá de un trabajo continuado y secuenciado a lo largo de toda la escuela primaria, en articulación entre ciclos y ejes curriculares.

Desde el primer ciclo, la exploración de situaciones que involucran algunos sentidos de la multiplicación incita a distinguir cuándo se trata de situaciones que están en ese campo y cuándo no. Estas situaciones encuentran en las tablas de proporcionalidad directa un buen lugar para analizar propiedades de relaciones entre magnitudes de igual o diferente naturaleza que permiten reconocer regularidades que se convertirán en constantes.

Es en el segundo ciclo, entonces, cuando la confrontación con situaciones que no son de proporcionalidad directa aporta fundamentalmente a la construcción del concepto. El análisis del dominio de variación de las cantidades en juego y de las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa o inversa o de otro tipo, podrá realizarse a través de la comparación de tablas, de propiedades, de las constantes y, eventualmente, comparando gráficos cartesianos.

Las ofertas

Una primera clase de problemas que favorece la discusión del modelo de proporcionalidad directa es el de las ofertas. Veamos el siguiente ejemplo:

Jabón en polvo "Limpito"

Bolsas de 400 g a sólo $150
Bolsas de 800 g a sólo $300
Bolsones de 1600 g a sólo $600

¡¡Consulte ofertas por cantidad!!

Si quisiera comprar 1600 g de este jabón en polvo, ¿qué bolsas me conviene comprar?
Pedro tiene un lavadero automático y compró 50 kg de "Limpito". Le cobraron $15.000. ¿Es

realmente una oferta?

Aprovecharse de las publicidades con ofertas que nos proveen los portadores sociales de información, es un buen lugar para provocar el análisis de los límites de aplicación de la proporcionalidad directa. Una tabla de precios para decidir si se trata o no de ofertas permitirá calcular nuevos valores y comparar con los que se promocionan estableciendo así la existencia o no de una constante de proporcionalidad como precio unitario y, si se producen rupturas de la relación de proporcionalidad directa, analizar el porqué.

Si pensamos en este problema, por ejemplo, el análisis de la conveniencia de comprar uno u otro envase, que se propone en la primera parte, nos lleva a descubrir que “por el doble de jabón se cobra el doble de precio” o que “por el doble del doble se cobra el cuádruple”. Para concluir que la decisión de comprar uno u otro envase sólo queda en la comodidad del comprador de elegir uno u otro. En este dominio los precios se comportan siguiendo una relación directamente proporcional con el peso del producto. Sin embargo, cuando el cliente compra una cantidad mayor del mismo, surge el criterio de “oferta” que implica un precio menor al que se correspondería al conservar la constante hasta esos valores.

El Portal Educ.ar, al referirse a un problema de ofertas, menciona:

Por eso nos parece interesante discutir con los alumnos cuándo el modelo de proporcionalidad directa sirve para resolver un problema y cuándo no. Es decir, cuáles son los datos que deben aparecer en una situación problemática para garantizar la posibilidad de utilizar proporcionalidad directa para resolverla. [...] Nos parece importante entonces proponer actividades que pongan de relieve este aspecto central de la proporcionalidad, que no sólo atiende a la resolución de problemas sino al análisis de los datos necesarios para poder utilizar el concepto de proporcionalidad directa como modelo de resolución.

Por un lado, por qué se ofrece una oferta será cuestión interesante a discutir con la clase: podríamos pensar que se quiere tentar a comprar grandes cantidades o que el producto está por vencerse, entre otras. Así también, la confección de carteles de propaganda de ventas –ficticia o no– que puede hacer la clase, será una actividad valiosa para poner en juego estos conceptos. Otra posibilidad será, en sentido inverso, modificar los enunciados para que se puedan aplicar efectivamente las propiedades de la proporcionalidad directa.

Por otro lado, pensando en una visita al supermercado y continuando con la educación en los derechos del consumidor que como ciudadanos y ciudadanas podríamos trabajar en estas situaciones, es interesante reconocer los precios más convenientes para realizar una compra y la identificación de ofertas engañosas. Para ello, podemos proponer un recorrido y recoger precios de algunos artículos variando el tamaño de sus envases y comparando el valor unitario. Comparar las relaciones entre peso y precio en productos como galletitas que se venden envasados desde la fábrica y productos como el queso que se vende "al peso" empaquetado en el supermercado, para establecer en qué casos la existencia de una constante asegura la presencia de magnitudes directamente proporcionales. En este último caso, en todo el dominio de la relación valen las propiedades de las magnitudes directamente proporcionales; en cambio, en el caso de las galletitas pueden o no valer según sea el criterio del fabricante.

En el caso de la relación cantidad-precio, habitualmente consideramos el uso de la proporcionalidad directa sin analizar cuál es el rango en el que vale esa relación, y que tiene un límite según la situación. En otros casos, como por ejemplo, la relación entre la longitud del lado de un cuadrado y su perímetro, las propiedades de la proporcionalidad directa valen para cualquier par de valores, sin restricciones.

Los precios por tramos

Otra clase de problemas que resulta de interés para comparar las diferentes relaciones entre magnitudes, se da en aquellas donde al aumentar las cantidades de una, también aumentan las cantidades correspondientes de la otra, pero no en forma proporcional. Como por ejemplo: el caso del cobro de algunas tarifas en función del peso. Se trata de relaciones que tienen un criterio de variación, pero no de proporcionalidad directa. Veamos un ejemplo de relación entre el peso y el precio de tarifa para un envío, a partir del siguiente problema:

Lucas va a comprar un juguete de regalo para su hijo en un negocio que está en otra ciudad. Para que se lo envíen a su casa debe incluir en el precio el costo de la encomienda. El empleado del correo le informa que el costo del envío depende del peso, o sea cuanto más pesado sea, más costo tendrá el envío. Y le da esta tabla:

PRECIO:

CLASE DE PRODUCTO	Regional
Hasta 1kg	$ 1.160,00
Hasta 5kg	$ 1.330,00
Hasta 10kg	$ 1.790,00
Hasta 15kg	$ 2.280,00
Hasta 20kg	$ 2.640,00
Hasta 25kg	$ 3.080,00

Averiguá que el juguete que quiere comprar pesa 7,5 kg y entonces calculá:

"Si por 5 kg me cobran $1330… por 7,5 kg (que es una mitad más que 5 kg) me cobrarían $1330 + $1330/2 = $ 1995" y concluye… "algo no anda bien, me cobran mucho menos… ¿será alguna oferta?"

a. ¿Qué podríamos decir sobre la oferta? ¿Hay errores en el razonamiento de Lucas? ¿Es una promoción especial?

b. ¿Cuánto le cobrarán por el envío del regalo?

c. Y si compra dos juguetes iguales, ¿le cobran el doble por el envío?

Las inconsistencias observadas en la situación anterior permiten mostrar cómo se comportan las variables en situaciones como esta, donde las tarifas corresponden a intervalos completos y, por lo tanto, no son relaciones de proporcionalidad directa. ¿Podríamos modificar la situación para que si lo sea? Probablemente esto podría plantearse si la tarifa por envío fuera de $1160 por kg, así para 5 kg cobrarían $5800, para 10 kg, $11600 y así sucesivamente, suponiendo que también se mantiene la relación para fracciones del kilo. Obviamente, es mucho más costoso que como se plantea por intervalos, pero bien vale el análisis y la traducción del enunciado a un modelo de proporcionalidad, para comparar con este.

Este tipo de relación, usual en la vida cotidiana, donde las tarifas están descriptas por intervalos, se suele denominar escalonadas, ya que entre los extremos del intervalo el valor de la tarifa se mantiene constante. También se da este caso en los estacionamientos, donde se relaciona el tiempo que permanece el auto estacionado con el monto a pagar: el costo está indicado por hora y, aunque se desee retirar el móvil a una hora y media de estacionado, el monto a pagar será por dos horas.

Los lados y las áreas

Otro tipo de problemas que plantean aumento simultáneo de las cantidades de las dos magnitudes pero no corresponden a situaciones de proporcionalidad directa, es el siguiente:

Consideremos un cuadrado de 5 cm de lado y calculemos su área. Vayamos luego aumentando de a 1 cm la medida de su lado, calculando el área y volquemos los valores en una tabla:

Medida del lado (cm)	*5*	*6*	*7*	*8*
Área (cm^2)	*25*	*36*	*49*	*64*

¿Podemos afirmar que siempre que una de las cantidades aumenta, la otra también lo hace? ¿En la misma proporción? ¿Se trata de magnitudes directamente proporcionales?

Pensamos que completar la tabla no representa una situación compleja, desde el punto de vista numérico –comprendido el sentido del cálculo involucrado–, e implica vincular saberes de diferentes ejes a partir del concepto de proporcionalidad. Estamos frente a una variación funcional que se diferencia de los otros ejemplos sobre los que estuvimos reflexionando, ¿en qué aspecto? Lejos de realizar el estudio de la función cuadrática, la intención será mostrar que la variación está regida por una ley, pero no de proporcionalidad directa. Retomaremos estos conceptos, vinculados a las variaciones regidas por leyes en la clase 4.

Los "adicionales" fijos

Finalmente vamos a considerar una tipo de relación que puede definirse mediante una ley pero tampoco se trata de magnitudes directamente proporcionales pues hay que considerar un "adicional", por ejemplo un costo fijo. Veamos la siguiente situación:

En la ciudad de Rosario los taxis cobran $100 por la "bajada de bandera" y $6 por cada 100 metros recorridos. Matías y Lucía irán a casa de sus amigos. Matías debe recorrer 2 km y Lucía 4 km. ¿Es cierto que Lucía paga el doble que Matías por su viaje en taxi?

Este problema puede invitarnos a comparar precios en una tabla para analizar si se cumplen propiedades de la proporcionalidad directa. Calculemos y veamos:

recorrido (m)	2000	4000	6000	8000
costo del viaje ($)	220	340	460	580

Nuevamente, se trata de una situación donde al aumentar una cantidad de una de las magnitudes, aumenta también la otra. Pero, como es evidente, al duplicarse la distancia recorrida, aumenta el precio, pero no se duplica, ni al triplicarse se triplica, y así sucesivamente. Esto sucede, como sabemos, porque el precio de la bajada de bandera interviene en el costo final, agregando un costo extra fijo al monto que se paga en forma proporcional por la distancia recorrida.

Avanzaremos sobre este tipo de variación en la próxima clase, interpretando la variación en términos de regularidades que se puedan poner en palabras para ser descriptas en el segundo ciclo y eventualmente traducirla a una fórmula en séptimo grado.

Cuando no se puede modelizar con una fórmula

Ahora bien, hay otras situaciones que, si bien forman parte del repertorio que analizamos en nuestra tradición escolar, confunden el concepto de relación entre cantidades con el de cambios que se pueden analizar a partir de tablas que se obtienen estadísticamente, por ejemplo, para el control médico del crecimiento de una persona.

En ese lugar podemos considerar los cambios que se producen en la talla de una persona con el paso de los años. Estos cambios podrían acercarse a una variación directamente proporcional en algún intervalo mínimo pero no durante toda la vida.

No estamos planteando trabajar con los niños con estas situaciones pero sí analizarlas ahora pues podrán aparecer en un texto escolar.

Carla encontró su cartilla de control pediátrico y vio que a los dos años medía 85 cm, a los tres años 95 cm y a los cinco años 1m 15 cm. A partir de estos valores ¿cuánto medirá a los 50 años?

Si se confecciona una tabla donde relacionar los valores es posible observar que hasta los 5 años la relación entre edad y talla "guarda proporción directa", aumentando 10 cm por año de vida. Pero entre el año y los cinco años, ¿el aumento fue proporcional día a día? Ciertamente no. ¿Será escalonado como el caso del correo? Tampoco, si no estaríamos pensando que la niña aumentó su talla repentinamente el día que cumplió años y así quedó hasta cumplir años otra vez… no es verosímil.

El equívoco comienza al considerar que "todas las relaciones entre magnitudes donde al aumentar una aumenta la otra son de proporcionalidad directa" ¿Podría modificarse el problema de alguna forma para que las magnitudes resulten directamente proporcionales? Al contrario que en otras situaciones, como la de oferta, en este caso no es posible, ya que se trata de valores que varían de modo particular para cada sujeto y que pueden compararse con los que se construyen estadísticamente en tablas de uso médico.

Muchas variaciones se estudian a partir de registros estadísticos y se analizan atendiendo a criterios que dependen de conceptos asociados al cálculo de probabilidades, cuestión que se puede abordar en el ciclo orientado de la escuela secundaria.

¿Cuáles de las situaciones que se han descripto hasta aquí, en esta clase, aparecen en los libros de texto que se utilizan en tu escuela en segundo ciclo o séptimo grado? ¿Aparecen otras situaciones de no proporcionalidad directa más allá de las que se han contemplado en esta clase? ¿Cuáles?

Hemos visto que hay muchas relaciones entre cantidades en las que el aumento en una de ellas está asociado al aumento en otra, pero, ese aumento, no es proporcional.

Como recreo, les proponemos asomarnos al mundo de los fractales, en el que, a través de un proceso recursivo, la misma forma se repite una y otra vez a escalas cada vez más pequeñas.

Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas. Un ejemplo típico es el triángulo de Sierpinski, compuesto por copias cada vez más pequeñas de sí mismo. En el primer paso se pasa de un triángulo de color a 3, en el segundo a 9, en el tercero 27, etc. ¿Cuántos triángulos de color hay en el paso 5? ¿Y en los siguientes?

Videos sugeridos

Para disfrutar de las imágenes:

[Best fractals zoom ever]

[El Mundo de la Geometría Fractal]

Para saber más :
[Construcción del triángulo de Sierpinsky]

Otro tipo de proporcionalidad: la proporcionalidad inversa

Exploremos ahora algunos problemas que involucran relaciones de proporcionalidad inversa, y que pueden vincularse con otros contenidos del currículum: el cálculo de áreas, expresiones fraccionarias y decimales y relaciones entre variadas magnitudes. Estos problemas, que en general se abordan hacia el final de la escolaridad primaria, también son casos que se pueden estudiar dentro de las relaciones que no son de proporcionalidad directa, pero por su importancia conceptual, ameritan un análisis detallado.

El envasado de productos

Pensemos, para comenzar, en el contexto que aporta el fraccionamiento de algunos productos en envases de igual tamaño. Veamos el siguiente problema:

Una pequeña empresa planea vender jugo de pomelo en novedosos envases de diferentes capacidades. La producción diaria se reparte en envases iguales, cada uno de ellos con la misma cantidad de jugo.

Capacidad del envase (litros)	5	10	1	1/2		2,5
Cantidad de envases	100	…..	…..	…..	2000	

a- Completen la tabla para mostrar cuántos envases se necesitan por día según la capacidad que se elija.
b- ¿Cuánto jugo de pomelo se envasa por día? ¿Cómo obtuviste ese valor?

Para completar la tabla, los estudiantes podrían pensar en que “si tengo envases más pequeños, necesitaría más envases” o, más precisamente que, “con el doble de capacidad, voy a necesitar la mitad de envases para repartir todo el jugo”. En este caso se trata de comparar cantidades de una misma magnitud, envases con envases y litros con litros.

También podrían pensar que "si se necesitan 100 envases de 5 litros cada uno, voy a necesitar la mitad de los envases al tener recipientes de 10 litros de capacidad". ¿Podrían advertir que la cantidad de jugo que se envasa es 500 litros? Si pudieran hacerlo, luego sería posible ir probando por cuánto multiplicar a los valores de la cantidad de envases para obtener 500 litros como resultado. En este caso estarían advirtiendo que 500 es la constante de proporcionalidad.

Otros razonamientos y procedimientos correctos son posibles, como así también algunos errores que pueden surgir al recuperar las propiedades de la proporcionalidad directa, propiedades que no son aplicables a esta situación.

En el ítem b- se apunta a analizar la constante de proporcionalidad inversa, que se obtiene al multiplicar cada valor de la variable "capacidad del envase" por el valor que le corresponde a la variable "cantidad de envases". Por ejemplo: 5 litros/envase x 100 envases= 500 litros.

De este análisis podemos inferir que se establecen dos relaciones diferentes para resolver la situación, como nos refieren los Cuadernos para el aula 6:

[...] entre las magnitudes inversamente proporcionales se pueden establecer dos tipos de relaciones y que estas relaciones pueden ser utilizados por los chicos y chicas para resolver cada uno de los problemas:

- *una relación entre cantidades de una misma magnitud, es decir una relación escalar.*
- *una relación funcional que vincula magnitudes diferentes y que refleja el sentido de la unidad de razón o la constante de proporcionalidad* (p.83).

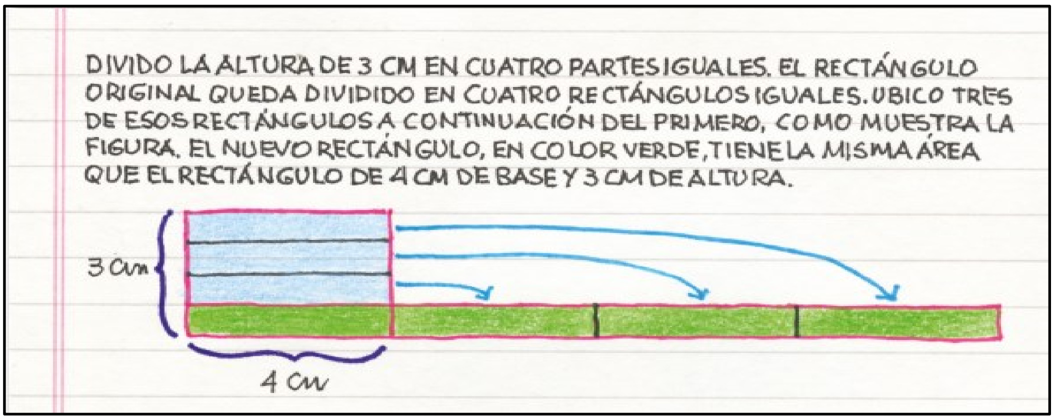
¿Qué saberes disponibles deberían tener los niños y las niñas para abordar la situación del envasado? ¿Con qué contenidos del currículum vincularía este problema? ¿Promovería el uso de la calculadora para realizar los cálculos necesarios para completar la tabla? ¿Se imaginan qué errores podrían surgir al querer completarla?

El área constante

Continuemos explorando las posibilidades de tratamiento de la proporcionalidad inversa. Para esto, analicemos el siguiente problema, seleccionado de un documento curricular de la Ciudad de Buenos Aires:

El siguiente rectángulo tiene base igual a 4 cm y altura igual a 3 cm.

a. A partir de este rectángulo, construyan otro que tenga la misma área.
b. Decidan si a partir del siguiente procedimiento se obtiene un rectángulo de igual área que el anterior.



• ¿Cuáles son las medidas de la base y la altura del rectángulo verde construido con este procedimiento?
c. ¿Se podrá construir un rectángulo de 8 cm de altura y que su área sea de 12 cm^2? ¿Cuál será la medida de la base?
d. ¿Puede ser que la base de un rectángulo mida 100 cm y que su área sea de 12 cm^2? Si piensan que no, expliquen por qué; si piensan que sí, den la medida de la altura de ese rectángulo.
e. A partir del trabajo realizado en los ítems anteriores, completen la siguiente tabla, que relaciona la base y la altura de diferentes rectángulos que tienen área igual a la del primer rectángulo.

Base del rectángulo (cm)	4							
Altura del rectángulo (cm)	3							

Extraído de: Ministerio de Educación e Innovación, (2019), pág.12

Un análisis exhaustivo del problema puede encontrarse en el documento mencionado. Pero quisiéramos destacar la importancia de realizar el análisis sobre los valores que pueden tomar la base o la altura. En este sentido, notemos que sería importante que surjan valores como los siguientes:

base= 16 cm y altura= 0,75 cm

base= 8 cm y altura = $\frac{3}{2}$ cm

base= 100 cm y altura= 0,12 cm; entre otros…

Así, es posible seguir encontrando valores para los lados del rectángulo multiplicando o dividiendo los valores que ya tenemos en la tabla. Este proceso de búsqueda no tiene límites, y las posibles dimensiones que podemos encontrar para el rectángulo son infinitas (aunque algunos sean muy difíciles de medir efectivamente).

Al completar la tabla con los valores buscados, es posible elaborar conclusiones que permiten "hablar" de lo que hicieron, como una primera aproximación a las propiedades de la proporcionalidad inversa:

"Al doble de la base, le corresponde la mitad de la altura; al triple de una (cantidad), le corresponde la tercera parte de la otra"
"Si se multiplica la base y la altura da siempre igual, 12 cm^{2}*".*
"Si se divide uno de los lados por un número, se tiene que multiplicar el otro lado por el mismo número para que siga dando igual el área"

A partir de un trabajo sostenido con este tipo de problemas, se podrían obtener conclusiones más generales aplicables a cualquier situación de proporcionalidad inversa:

“Si las cantidades de dos magnitudes vinculadas entre sí varían de modo tal que su producto permanece constante, decimos que se trata de una relación de proporcionalidad inversa”.

“Al multiplicar una de las cantidades por un número, la cantidad correspondiente se divide por el mismo número, y la proporción se mantiene”.

Actividad didáctica

Les proponemos indagar en libros de texto y/o con los docentes de su escuela los contextos que se utilizan como vías de acceso a la proporcionalidad inversa.

a) Hagan un listado con cinco ejemplos.

b) Comenten si consideran adecuada esa variedad o agregaría otros contextos.

Encontrarán al final de la clase recomendaciones para la entrega.

Volvemos sobre las observaciones que ya hemos planteado en relación con la elección de los contextos más adecuados, y que éstos resulten verosímiles, siguiendo las ideas que se plantearon en la clase 2 del módulo 1. Analicemos este ejemplo:

“Si tres albañiles terminan una obra en 12 días, ¿cuánto demorarán 18 albañiles, que trabajan a igual ritmo?”

Todos/as hemos planteado y resuelto problemas de este tipo y, seguramente, podemos encontrar estos enunciados en varios libros de texto. Hoy sabemos que, si pretendemos que se construya sentido, resulta necesario revisar la verosimilitud de los contextos donde se plantean las situaciones antes de iniciar cualquier análisis en términos de proporcionalidad o no proporcionalidad.

En principio, podríamos preguntarnos: ¿cómo medir que todos los albañiles realicen igual trabajo en tiempos idénticos?, ¿es posible que dos actividades diferentes que se realizan en una obra en construcción conserven algún ritmo?, ¿será verosímil que 18 personas trabajen simultáneamente en un mismo espacio, sin interferir unas con otras, pero sobre todo con tareas simultáneas y no sucesivas como corresponde a una obra en construcción?

Afirmar que "cuantas más personas trabajen, menos tiempo requerirán para terminar la obra" resultaría de considerar una relación que no es posible cuantificar. No se trata de una situación de proporcionalidad inversa, no podemos referir a una constante ni a una relación funcional que vincule estas magnitudes: cantidad de albañiles y tiempo en el que se realiza un trabajo.

Fórmulas para otras variaciones

Buscando contextos de uso de la proporcionalidad inversa para darle vida al concepto en nuestras clases, nos encontramos con situaciones que, analizadas en el aula, ofrecen la oportunidad de que los chicos y las chicas descubran los límites de utilización de ciertas "enunciaciones" adjudicadas a la proporcionalidad.

Veamos, por ejemplo, la siguiente situación:

En sexto B, los chicos y las chicas están faltando mucho. En el grado son 20, en total. El lunes faltaron 10, el martes faltaron 6, el miércoles faltaron 8, el jueves vinieron 12 alumnos y el viernes faltaron 7 alumnos.

Ausentes	Presentes
10	....
6	....
8	....
....	12
7	....

¿Cómo se puede expresar la relación entre las cantidades de ausentes y presentes?

Registramos estas expresiones de algunos chicos y chicas del grado, puestos a resolver la situación:

Marcos: "*Fijate que cuando de una columna aumentan las cantidades, del otro lado baja… Es como te digo: Aumenta de 6 a 8 y del otro lado baja de 14 a 12*"

Julieta: "*Y no sólo que cuando una baja, la otra sube, ¡¡la misma cantidad!! De 10 a 6, baja 4 y de 10 a 14 te sube 4*"

La maestra aprovechó para preguntar: "*¿Quiere decir, entonces que aquí hay alguna constante*?"

"*Sí*", gritaron varios, y Lucía agregó: "*Seguro que hay una constante, fijate que siempre suma 20*"

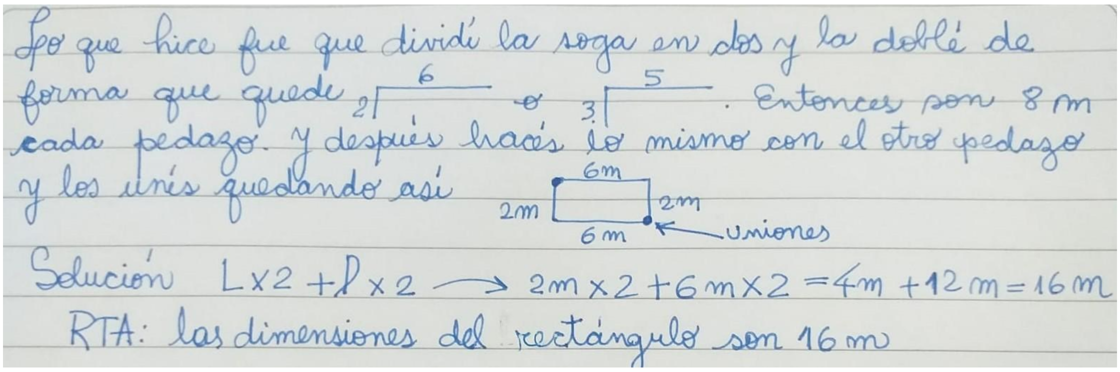
Y finalmente Lucas dijo: "*La respuesta al problema es que son inversamente proporcionales*"

> ¿Cómo podría intervenir la docente en esta clase para aprovechar los conocimientos de sus alumnos? ¿Qué aclaración habría que realizar sobre la idea de constante? ¿Y sobre las de proporcionalidad inversa? ¿Cómo se podría expresar la relación del ejemplo?

Si se desea avanzar en la exploración de las fórmulas no como herramienta de cálculo sino como expresión de una variación se puede plantear un problema como el siguiente:

> *Con 16 m de soga vamos a determinar el borde de una zona de juegos, de forma rectangular en la vereda. ¿Cuáles pueden ser las dimensiones de este rectángulo?*

Puestos a resolver este problema, los niños y las niñas recurren a diferentes estrategias. Veamos la siguiente, de Tomás, cursando séptimo grado:


Lo que hice fue que dividí la soga en dos y la doblé de forma que quede 2 [6] o 3 [5]. Entonces son 8 m cada pedazo. Y después hacés lo mismo con el otro pedazo y los unís quedando así

Solución L x 2 + l x 2 → 2m x 2 + 6m x 2 = 4m + 12m = 16m

RTA: las dimensiones del rectángulo son 16 m

Si fueran docentes de Tomás: ¿Qué cuestiones te interesaría hacer circular en el aula sobre esta solución del problema? ¿Cómo intervendrían para hacer notar ciertas regularidades en las respuestas?

Tomás ha puesto en juego los saberes que tenía disponibles: en principio la necesidad de explicitar la “fórmula del perímetro” para apoyarse en esa idea y mostrar cómo se encuentra la solución del problema.

En sus cálculos sólo emplea números enteros, probablemente porque se apoya en el cálculo mental como estrategia prioritaria y advierte que hay más de un resultado posible. Cabría consultarlo acerca de la posibilidad de otros valores, incluyendo decimales. Y, por qué no, proponer el uso de tablas para organizar la información y descubrir qué tipo de regularidad existe.

Reconocemos, entonces, que la interpretación del problema no presenta, aparentemente, demasiados inconvenientes, pero para que en la puesta en común se puedan dar algunos pasos hacia el reconocimiento de regularidades habrá que realizar intervenciones adecuadas.

Para finalizar el análisis, nos interesará plantear alguna pregunta en torno a la respuesta que da Tomás, buscando distintas formas de expresar esa relación. Por ejemplo:

(L + l) x 2 = 16

L + l = 8

Afirmar que la suma de los lados tiene que ser 8, y registrarlo L + l = 8 , da cuenta del uso de la fórmula como expresión de una variación en lugar de pensarla solo como una expresión que permite realizar un cálculo.

También se podría plantear si la relación entre las medidas del largo y el ancho es o no una relación de proporcionalidad y por qué.

Las respuestas de los niños y las niñas, abren diferentes posibilidades para avanzar en la comparación de diferentes tipos de relaciones.

La ampliación en la variedad de relaciones entre cantidades que hemos estado viendo en esta clase muestra un amplio repertorio que habrá que ir abordando en el segundo ciclo.

En la clase 4, la última de este módulo, estudiaremos otros ejemplos y avanzaremos con las formas de representación asociadas.

Actividad matemática

En la clase 2 advertimos la relación de proporcionalidad directa que vincula las unidades del sistema métrico decimal. Por ejemplo, la relación 1000 a 1 entre el m y el km puede expresarse como la razón 1 km /1000 m o también 1: 1000 constante racional a la que se denomina factor de conversión.

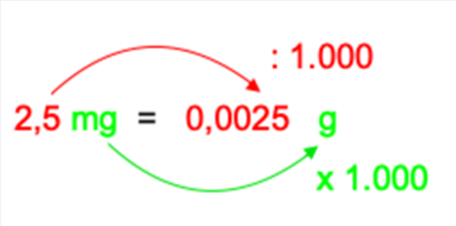
Pero, ¿qué ocurre cuando medimos una misma longitud con distintas unidades?, ¿qué tipo de relación se puede analizar?

a) Consideren una longitud L que se mide con cuatro unidades diferentes A, B, C, y D y se ubican los resultados de las mediciones en una tabla. Formulen una afirmación que permita advertir qué tipo de relación se da entre las medidas y las unidades….

Unidad A   Unidad B = ½ A   Unidad C = ½ B Unidad D = ½ C

Unidad	A	B	C	D
Medida	4 A	8 B	16 C	32 D

b) Analicen las siguientes afirmaciones a partir de este ejemplo:



- Cuando la unidad es más chica entra más veces.
- Cuando medimos con dos unidades distintas, si una unidad mide la mitad de la otra, la medida es el doble.
- Si la unidad es 10 veces más chica, la medida es 10 veces más grande.
- Si una unidad es mayor que otra, la medida con esa unidad es proporcionalmente menor.
- Las medidas son inversamente proporcionales a las unidades utilizadas.
- Entre las medidas y las unidades existe una constante de proporcionalidad que es la cantidad a medir.

Encontrarán al final de la clase las recomendaciones para la participación en el Foro.

Material de lectura obligatoria

En esta clase retomamos la idea de que una noción se construye resolviendo problemas donde funciona y también encontrando sus límites, es decir, reconociendo aquellos donde no funciona. Para ampliar esta idea proponemos la lectura de las págs. 22 a 27 del siguiente texto, donde se presentan diferentes contextos que aportan a la comparación entre situaciones de proporcionalidad directa y otras que no lo son.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. (2019). Matemática: relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto: séptimo grado. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación. Disponible aquí.

Tomar algunas notas del mismo puede ser de utilidad como insumo para el trabajo final del Módulo.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:

Foro

Actividad Matemática de la clase

En la clase 2 advertimos la relación de proporcionalidad directa que vincula las unidades del sistema métrico decimal. Por ejemplo, la relación 1000 a 1 entre el m y el km puede expresarse como la razón 1 km /1000 m o también 1: 1000 constante racional a la que se denomina factor de conversión.

Pero, ¿qué ocurre cuando medimos una misma longitud con distintas unidades?, ¿qué tipo de relación se puede analizar?

a) Consideren una longitud L que se mide con cuatro unidades diferentes A, B, C, y D y se ubican los resultados de las mediciones en una tabla. Formulen una afirmación que permita advertir qué tipo de relación se da entre las medidas y las unidades….

Unidad A Unidad B = ½ A Unidad C = ½ B Unidad D = ½ C

Unidad A B C D

Medida 4 A 8 B 16 C 32 D

b) Analicen las siguientes afirmaciones a partir de este ejemplo:

- Cuando la unidad es más chica entra más veces.
- Cuando medimos con dos unidades distintas, si una unidad mide la mitad de la otra, la medida es el doble.
- Si la unidad es 10 veces más chica, la medida es 10 veces más grande.
- Si una unidad es mayor que otra, la medida con esa unidad es proporcionalmente menor.
- Las medidas son inversamente proporcionales a las unidades utilizadas.
- Entre las medidas y las unidades existe una constante de proporcionalidad que es la cantidad a medir.

Se espera que participen en el foro :

a) Formulando alguna afirmación que permita advertir qué tipo de relación se da entre las medidas y las unidades del ítem a).

b) Comentando alguna de las afirmaciones del ítem b) y comparando sus aportes con los de algún colega que se refiera a la misma, buscando coincidencias o diferencias.

Actividad de entrega

Actividad Didáctica de la clase

Les proponemos indagar en libros de texto y/o con los docentes de su escuela los contextos que se utilizan como vías de acceso a la proporcionalidad inversa.

a) Hagan un listado con cinco ejemplos.

b) Comenten si consideran adecuada esa variedad o agregaría otros contextos.

Envíe su producción al tutor/a, donde incluya la selección realizada y la justificación de la misma, por el buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad).

-No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

-Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: "Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_3_Aula XX"

Actividad Optativa:

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

- Block, D., Mendoza, T. y Ramirez, M. (2010). ¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica. México: SM de ediciones S.A de C.V.
- Sessa, C. y Giuliani, D. (2008). "Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza", en Broitman, C. (comp.). Enseñar Matemática: Nivel Inicial y Primario. Buenos Aires, Argentina: 12 (entes).
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. (1997). Materiales de apoyo para la capacitación docente.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la República Argentina. (2007). Cuadernos para el aula 6°. Matemática. Buenos Aires, Argentina.

- Ministerio de Educación e Innovación. (2019). Matemática: relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto: séptimo grado. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Créditos

Autoras: Beatriz Bricas y María Laura Imvinkelried.

Cómo citar este texto:
Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro 3: Modelos aritméticos y proporcionalidad. Módulo 2, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Clase 4: Proporcionalidad y modelos funcionales

Introducción

¡Hola colegas! Les damos la bienvenida a la clase 4 “Proporcionalidad y modelos funcionales”, donde llegamos al final del recorrido de este módulo. Hasta aquí revisamos las propiedades de la proporcionalidad directa como relación entre cantidades y diversos contextos que permiten pensar en constantes de proporcionalidad como razones particulares, caracterizamos las relaciones de proporcionalidad inversa y analizamos situaciones en las que se cumplen otras relaciones.

En esta clase, queremos compartir algunas ideas para mirar la proporcionalidad como una relación entre variables. Para ello, analizaremos la búsqueda de regularidades como una vía de acceso a la enseñanza de modelos proporcionales, que son los primeros modelos funcionales del recorrido escolar. Analizaremos distintos tipos de variaciones para iniciar la construcción de las nociones de constante, variación y dependencia, así como nuevas representaciones de las mismas en un recorrido que se propone comenzar a trabajar en el segundo ciclo del nivel primario para continuar en la escuela secundaria.

Modelos funcionales

¿Por qué hablamos de modelos funcionales?

Aunque ya hemos mencionado la idea de modelo, vamos a especificar en esta clase a qué nos referimos. Sadovsky plantea el proceso de modelización del siguiente modo:

> [...] un proceso de modelización supone en primer lugar recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y

> transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objetivo de producir conocimientos nuevos sobre la problemática que se estudia (2005, pág. 27).

Los modelos matemáticos son, entonces, una forma de referirnos a las nociones que permiten tratar, desde la mirada de nuestra disciplina, una situación a resolver. Con este horizonte emprendemos la tarea, en esta última clase, de abordar las nociones de proporcionalidad directa e inversa como relaciones entre variables y, en particular, como modelos funcionales a partir de distintos problemas.

¿Qué implica considerar a la proporcionalidad como un modelo funcional?

Hasta aquí hemos considerado a las relaciones de proporcionalidad, directa o inversa, como relaciones entre cantidades de distintas magnitudes donde se cumplen distintas propiedades, entre ellas, la existencia de una constante de proporcionalidad.

- Para la proporcionalidad directa la constante k es el cociente entre cada par de cantidades correspondientes.
- Para la proporcionalidad inversa, la constante k es el producto entre cada par de cantidades correspondientes.

Para distintas situaciones analizadas en clases anteriores y según las cantidades consideradas podemos pensar en un ejemplo de estas relaciones:

★ Si se trata de distintas cantidades de aceite que se envasan al llenar envases de capacidad fija (constante), se puede ir viendo cuánto aceite se envasa al llenar distintas cantidades de envases.

Cantidad de envases	2	4	40	100
Cantidad de aceite (ml)	1500	3000	30000	75000

1500 ml /2 = 3000 ml/4 = 12000 ml / 16 = 75000 ml / 100 = 750 ml/recipiente

K = cantidad de aceite = cantidad de aceite que entra en cada envase
cantidad de envases

★ Si se trata de una cantidad fija (constante) de aceite que se debe envasar, se puede ir viendo la cantidad de envases necesarios según la capacidad del envase que se elige.

Cantidad de envases	2	4	8
Capacidad de cada envase (ml)	1500	750	375

1500 ml/e x 2 e = 750 ml/e x 4 e = 375 ml/e x 8 e= 3000 ml

K = cantidad de envases x capacidad de cada envase = cantidad de aceite a envasar

Pensemos ahora en cada una de esas cantidades como variables **x** e **y** de tal modo que, para cada valor de una de ellas corresponde un único valor en la otra, decimos que esa relación es una función.

En nuestro ejemplo,

- si al cambiar una la otra también cambia mediante una relación tal que para cada par y/x = k , se trata de una función de proporcionalidad directa.

Decimos que **x**, la cantidad de aceite envasado, es la variable independiente y que **y**, la cantidad de recipientes, es la variable dependiente.

- si al cambiar una la otra también cambia mediante una relación tal que para cada par x . y = k , se trata de una función de proporcionalidad inversa.

Decimos que **x**, la capacidad de cada envase es la variable independiente y que **y**, la cantidad de envases, es la variable dependiente.

> En síntesis, cada uno de los dos modelos de proporcionalidad estudiados puede ser pensado como una relación entre variables de un tipo particular, una función de proporcionalidad directa o una función de proporcionalidad inversa.

Un recorrido para la proporcionalidad directa

Ya hemos señalado en este módulo que plantear a los niños los primeros problemas de multiplicación y división implica ponerlos en contacto con la noción de proporcionalidad.

El avance desde esos problemas en el primer ciclo hacia la proporcionalidad como relación funcional está apoyado en la idea de búsqueda de regularidades y avances en las formas de expresarlas, desde las tablas de valores hasta las fórmulas y gráficas.

La idea de regularidad- de una regla que se repite en un conjunto de elementos- la trabajamos desde los primeros grados, por ejemplo, en la tabla pitagórica, dando lugar a reflexiones de los niños como las siguientes:

- “en la fila del 5, se va agregando 5 cada vez”

+5

5	10	15		20	25	30	35	40	45	50

- “contamos cinco por cada uno”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	x5
5	10	15	20	25	30	35	40	45	

Antes de avanzar, recuperemos algunas ideas que desarrolla Sadovsky acerca de la formulación de reglas generales a partir del análisis de las regularidades como un modo de avanzar en la generalización, en su prólogo a Shlieman, Carraher, y Brizuela (2011):

> […] concebir las operaciones como relaciones funcionales, pensar en la formulación de reglas generales a partir del análisis de las regularidades que se establecen sobre un conjunto de datos, realizar comparaciones y recíprocamente proponer ejemplos que responden a una cierta relación, anticipar los efectos que provoca operar sobre una relación (y no solo sobre una cantidad), involucrarse en la elaboración de diversas formas de representación -muchas de ellas completamente originales- como modo de registrar pero también como recurso para elaborar nuevas ideas…son tareas que configuran una aritmética que ofrece tempranamente a los niños la posibilidad de inferir, de hipotetizar, de generalizar…(p. 12).

Para pensar en 4to y 5to

Al iniciar el segundo ciclo, solemos presentar situaciones en las que las tablas donde registrar los valores que se irán comparando son una herramienta útil para encontrar regularidades.

Se trata de recorrer un camino en el que los niños y niñas puedan formular conjeturas verbalizando las regularidades para luego avanzar hacia la formulación de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa e inversa y la escritura de fórmulas.

Una posibilidad, para las relaciones de proporcionalidad directa, es la de trabajar inicialmente con preguntas sobre la tabla pitagórica donde se completaron sólo dos columnas, para dar lugar a hipótesis y formulaciones y luego retomarlas en relación con la idea de perímetro.

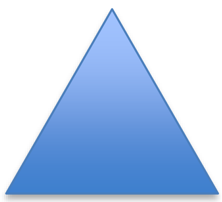
Actividad 1

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2		6	8						
3		9	12						
4		12	16						
5		15	20						
6		18	24						
7		21	28						
8		24	32						
9		27	36						
10		30	40						

a. *Si tuvieran que contarle a un hermanito cómo hacer para escribir la tabla del 3, ¿qué le dirían? Escriban lo que pensaron*

b. *Y eso que escribieron, ¿se puede decir también para la tabla del 4?*

Actividad 2



a) *"¿Cuál es el perímetro de un triángulo equilátero de 3 cm de lado? Y cuando el lado mide 4cm, 5cm, ……., ¿cuánto vale el perímetro? Vayan registrando las medidas en la tabla.*

b) *Si los lados van aumentando su medida de a un cm, ¿en cuánto va aumentando su perímetro? Expliquen cómo es el aumento.*

Lado (cm)	3	4	5	6	7	8	9	10
Perímetro (cm)	9	12						

c) “¿Cuál es el perímetro de un cuadrado de 5 cm de lado? Y cuando el lado mide 6 cm, 7 cm, etc. ¿cuánto vale el perímetro? Vayan registrando las medidas en la tabla.

d) Si los lados van aumentando su medida de a un cm, ¿en cuánto va aumentando su perímetro? Expliquen cómo es el aumento.

Lado (cm)	5	6	7	8	9	10	11	12
Perímetro (cm)	20							

Actividad 3

a) ¿Es cierto que, para el triángulo, al doble de lado corresponde el doble de perímetro? ¿Y para el cuadrado? ¿Es posible “ver esto en la tabla”?

b) Florencia dice que para saber el perímetro de un triángulo equilátero de 15 cm de lado ella puede sumar los perímetros de los triángulos de 7cm y 8cm de lado. ¿Te parece que tiene razón? ¿Por qué?

Por supuesto, resultan los mismos valores numéricos en las mismas tablas en la actividad 2 que las señaladas en la actividad 1. Y con las reflexiones de la actividad 3 se podrá concluir que el perímetro de un triángulo equilátero o de un cuadrado, con el valor del lado, es una relación directamente proporcional, pues se cumplen las propiedades conocidas.

También, si se piensa “cómo va variando el lado” y “cómo va variando el perímetro” se podrá ver que: en el triángulo equilátero, al aumentar 1 cm cada lado, su perímetro aumenta en 3 cm -1 cm por cada lado-, y para el cuadrado cada 1 cm de aumento del lado su perímetro aumenta en 4 cm.

Se puede entonces calcular la constante de proporcionalidad k para cada relación:

k = <u>Perímetro(cm) </u>= 3 (cantidad de lados del triángulo)

lado(cm)

$$k = \frac{\text{Perímetro(cm)}}{\text{lado(cm)}} = 4 \text{ (cantidad de lados del cuadrado)}$$

Todas las demás propiedades de las magnitudes directamente proporcionales se verifican en esta relación y son aplicables para el cálculo de los valores correspondientes.

Como vemos, en esta relación ocurre que para cada valor de una variable (el lado) corresponde un único valor de la otra variable (el perímetro), decimos que tenemos una función. Es decir que, el perímetro del triángulo equilátero es función de la medida de su lado y el perímetro del cuadrado es función de la medida de su lado. Esto es, sus perímetros P se obtienen multiplicando por 3 o por 4 la medida de su lado L.

P = L x 3 **P = L x 4**

La "fórmula" que se puede aplicar para el cálculo del perímetro de un triángulo equilátero es una expresión de la relación de proporcionalidad entre la medida del lado y el perímetro, de constante 3. O sea, una relación funcional entre lado y perímetro, que resulta ser de proporcionalidad directa pues se cumple que hay una constante.

> ¿Nos animamos aquí a proponer una **L** en la tabla de valores? Esto es, ubicar **L** en el renglón correspondiente a los lados, para preguntas cómo escribiríamos que "multiplicamos por 3 el valor del lado" y así provocar la aparición de la expresión **3 x L** en la de los perímetros, y avanzar en el uso del lenguaje simbólico.

Al encontrar la "ley", la regularidad, y no un único valor asociado a una determinada cantidad y hacer foco en la manera en que varían las magnitudes involucradas, es posible preguntar si la regla también funciona cuando la medida del lado se expresa con un número decimal, con lo que se amplía el dominio de validez de la relación que, en las tablas anteriores, se había analizado sólo para valores enteros.

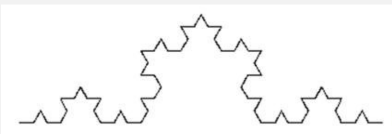
¿Podremos encontrar en la verbalización de estas relaciones y su escritura un modo de ir y volver de la expresión coloquial a la expresión como fórmula?

Efectivamente, expresar en lenguaje matemático las relaciones que se establecen al resolver un problema suele estar precedida de otras formas de expresión que incluyen palabras, dibujos, flechas, …, vincular el significado de esas expresiones informales con las que se usan en la disciplina permite a los niños y las niñas ir accediendo a las formas de leer y escribir propias de la matemática.

Por ejemplo, para el caso de un triángulo equilátero, las expresiones “para calcular el perímetro hay que multiplicar la medida del lado por tres” o “el perímetro del triángulo es el triple de la medida del lado” son antecedentes de perímetro = lado x 3 y, más adelante,

p = l x 3

Es sencillo para nosotros calcular estos perímetros, pero… ¿Cómo se puede conocer el perímetro de un fractal como el que vimos en la clase anterior? Les proponemos un recreo para investigar este tema con un video sobre un fractal bastante sencillo de interpretar, la curva de Koch, o con un cuento de ciencia ficción en el que se diseñan baldosas con forma de copo de nieve.



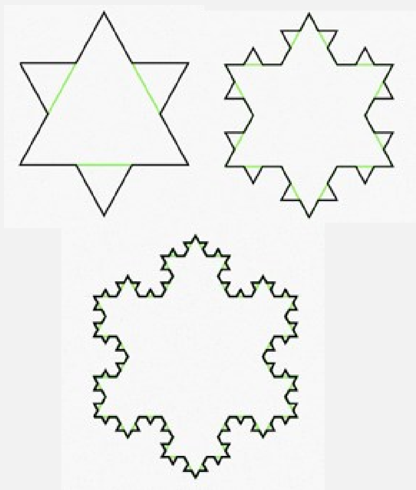
Encuentran la construcción de la curva de Koch en el siguiente video.

La historia de la baldosa del Palacio de Nholeghoveck

(...) La criatura mostró una pantalla a Onaep en la que se veía un triángulo equilátero. “Aquí puede ver la base del diseño, un simple triángulo equilátero de un metro de lado. Sí, sí… puede parecer poco impresionante, perespere.” Varios de sus ojos se fijaron en la pantalla, mientras otros observaban al Lémur y un par de ellos miraban al teclado. Sus tentáculos pulsaron un par de teclas con un sonido húmedo. “Sobre cada lado, ponemos otro pequeño

triángulo equilátero de modo que la base del nuevo triángulo es un tercio del lado inicial. Cada uno de los lados de los nuevos triángulos soporta la base de un nuevo triángulo equilátero cuyo lado es un tercio del anterior, y así hasta el infinito. ¡Hasta el infinito! Será una estructura de infinito detalle, infinita delicadeza, infinito interés…”

Para seguir la historia: disponible aquí



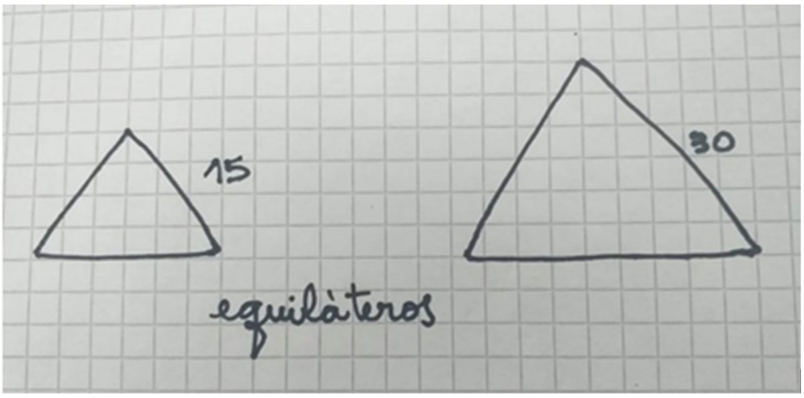
Para pensar en 6to y 7mo

Más avanzado el segundo ciclo, por ejemplo en 6to o 7mo grado, es posible plantear preguntas que, dependiendo del trabajo realizado en 4to y 5to, retomen conclusiones anteriores (por ejemplo, lo tratado en la actividad 3 anterior) pero sin proporcionar una tabla para completar valores y agregando nuevas preguntas que apunten al análisis y producción de explicaciones.

Actividad 1

a) Si se duplican las medidas de los lados de un triángulo equilátero, ¿se duplica su perímetro? ¿Cómo lo pensaste?

b) Santiago hizo un dibujo de dos triángulos, escribió "equiláteros" y les puso, sin medir, unos valores que pensó, 15 y 30. Dice que si duplica el lado, el perímetro se duplica ¿qué habrá pensado Santiago?, ¿tiene razón?



c) Agustín piensa con una soguita: "si pongo una soga alrededor del triángulo de 7 cm de lado y otra para el de 8 cm de lado y después las junto, tengo 21 cm + 24 cm y con 45 cm tengo tres lados de 15cm". ¿Qué te parece lo que pensó Agustín?

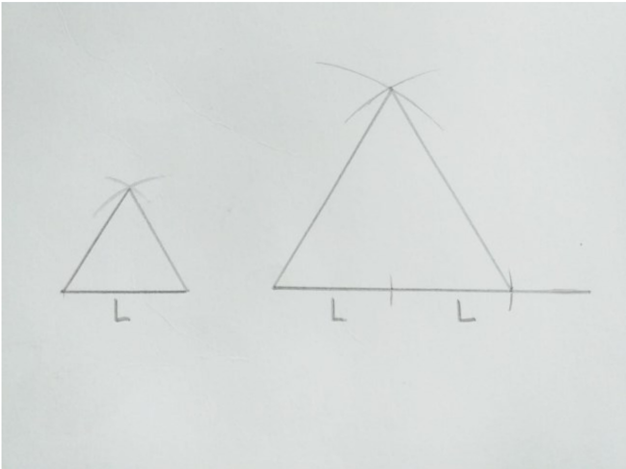
Para resolver el ítem a) de esta situación, sin duda, los niños y niñas podrían hacerlo particularizando en valores para calcular y luego concluir una respuesta.

Por ejemplo, podrán pensar en construir los triángulos equiláteros: uno de lado 4 cm y otro de lado 8 cm; luego uno de lado 5 cm y otro de lado 10 cm. O también podrán construir una tabla para algunos pares de valores y calcular, o simplemente calcular para decidir si realmente se duplica el perímetro. Seguramente habrá una variedad de medidas en sus procedimientos. En sus explicaciones sobre cómo lo pensaron podrán apoyarse en sus cálculos y dibujos; nuestras intervenciones podrán avanzar hacia preguntas sobre si "se puede estar seguro de que, si un chico de otro grado dibuja un triángulo y luego otro con lado de medida doble, ¿responderá lo mismo?"

En cuanto a lo que hace Santiago, no usa la regla graduada ni el compás, dibuja unos triángulos cualesquiera (no dibuja los segmentos con regla ni los mide), y "piensa los triángulos como equiláteros". La medida que escribe sobre los lados podría ser la que pone o cualquier otra, razona sobre el caso particular como si esa medida fuera una medida "cualquiera", como si fuera general.

En esa misma línea podrán analizar el argumento de Agustín que resulta interesante pues, aunque está apoyado en una experiencia empírica, esta no se realiza efectivamente, se imagina, y luego utiliza el cálculo y las relaciones "lado x3" y "perímetro :3", es decir avanza hacia un argumento apoyado en ideas matemáticas.

Discutir con los chicos argumentos que han elaborado y los de Agustín y Santiago, permitirán avanzar a un esquema como el siguiente:



Ahora bien, si lo pensamos desde el lenguaje simbólico, podemos escribir la fórmula ya conocida de 4to y 5to y apoyarnos en la propiedad asociativa de la multiplicación

$$\mathbf{P_1 = L \times 3}$$

si se duplica el lado L, el perímetro será $\mathbf{P_2 = (2 \times L) \times 3 = 2 \times (L \times 3) = 2\,P_1}$

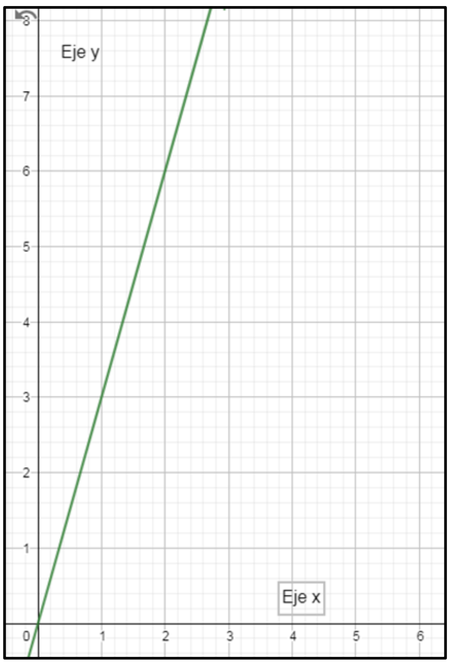
Este razonamiento, en principio, propuesto por el docente y acompañado de la verbalización de lo escrito, podrá ser una vía de acceso a futuras expresiones de este tipo para otras situaciones, conectado con la interpretación geométrica anterior.

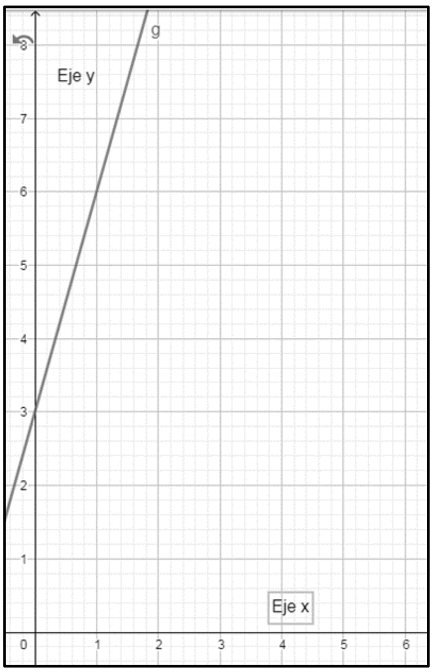
Nuevamente, ¿podemos pensar en escribir **6 x L** en la segunda fila de una tabla de valores lado/perímetro, para reconocer **2 x L** como medida del lado? Cada clase dará una oportunidad diferente al docente de decidir hasta dónde se podrá avanzar en este sentido.

Es importante destacar a esta altura, en conexión con lo que se analiza en el módulo 4, que consideramos que la construcción geométrica, “sin medidas”, dando como dato el lado dibujado para construir a partir de él, favorecería el pasaje a expresiones más generales que no dependan siempre de la medición efectiva. Para los niños y las niñas, pasar del dibujo geométrico a la construcción pura, sin medidas, representa muchas veces un obstáculo, pero es el obstáculo a superar en el camino hacia la generalización. También implica reconocer por los propios medios la validez de una afirmación y reflexionar sobre el alcance más general de las relaciones que han circulado, construyendo algunas “reglas” válidas para cualquier caso.

Actividad 2

¿Cuál/es de estos gráficos podría representar la relación entre el lado y el perímetro de un triángulo equilátero? Argumenten por qué se podría elegir o descartar cada uno.





Continuando con el criterio de ir avanzando hacia diferentes formas de representación de las relaciones que estamos proponiendo desde la primera clase, vamos a analizar cómo se comportan los valores de la tabla construida al variar las medidas de los lados de forma gráfica.

En principio, podemos ver rápidamente, qué información nos aportan los puntos de intersección de los gráficos con el eje vertical; y así descartar el gráfico que no parte del origen de coordenadas, porque si bien en la tabla no aparece el par ordenado (0;0) es un valor posible para la relación lado/perímetro.

Luego, habrá que identificar cada par ordenado que resulte de la tabla de valores en el otro gráfico cartesiano, de modo de interpretar qué información aportan para decidir si el otro gráfico corresponde a la situación. Esto puede darnos certeza respecto de cuál es el correcto, solo al comparar dos puntos: si estos pertenecen a la recta, todos los restantes estarán. ¿Siempre sucederá esto?

Es necesario destacar que el trabajo con gráficos cartesianos requiere de un recorrido previo que, tal como se plantea en la clase 4 del módulo 1, es importante tener en cuenta. Hay tres relaciones en juego, la escala del eje **y**, la escala del eje **x**, pero también, en este caso, la relación entre lado y perímetro.

Todo el análisis anterior, aporta al trabajo con otro tipo de representación. En "Leer, escribir y argumentar", leemos:

Las formas de representación en matemática son sumamente importantes, pues solo accedemos a los objetos que estudiamos a través de ellas y, a la vez, ellas mismas también se constituyen en objeto de estudio. Conocer las distintas expresiones que usa la matemática para representar una misma idea permite identificarla en distintos contextos, utilizarla para resolver problemas y, eventualmente, cambiar a otra representación si esto habilita procedimientos más económicos o permite comunicar la información más eficazmente (p. 19).

Al analizar los gráficos anteriores, nos referimos a la representación en un gráfico cartesiano. Al respecto nos parece interesante abrir una discusión didáctica: ¿aparece este modo de representación repentinamente?, ¿qué saberes han debido circular para permitir que en esta instancia se pueda interpretar la relación en esta forma?

En la clase 4 del módulo 1, nos hemos referido a considerar, desde tercer grado, situaciones donde se plantee la necesidad de utilizar un sistema de referencia para ubicar puntos en el plano de un modo inequívoco. Estos planteos suelen venir acompañados de algunos materiales, como el geoplano, que aportan una primera aproximación de la organización rectangular de los puntos en el plano, para identificar filas y columnas y así denominar los pares ordenados.

Lectura sugerida

Para profundizar y secuenciar una propuesta articulada entre el primero y segundo ciclo, sugerimos la lectura de Cuadernos para el aula 3 (p. 107), Cuadernos para el aula 4 (p. 123 a 126) y Cuadernos para el aula 5 (p. 133 a 135).

¿Por qué pudimos unir los puntos de la representación cartesiana de la relación entre la medida del lado del triángulo y su perímetro con una línea recta? ¿En qué casos no podrían unirse?

Veamos como argumenta esta cuestión el texto "Leer, escribir y argumentar":

Cuando diseñamos gráficos, es importante tener en cuenta qué valores puede adoptar una variable y cuáles no. Si estamos contabilizando gente, nuestro gráfico deberá estar constituido por puntos y no podemos unirlos con una línea, pues entre dos naturales consecutivos no existe otro natural. Pero si nuestro gráfico expresa tiempo, distancia, etc., entonces sí debemos unir los puntos con una línea. Así, podremos medir el tiempo en lapsos tan pequeños como necesitemos y también podremos medir las longitudes con la precisión deseada. Entre dos lapsos de tiempo siempre podemos encontrar otro intermedio, entre dos longitudes siempre podemos encontrar otra intermedia. Como vemos, al hacer gráficos también debemos tener en cuenta las propiedades de los números involucrados (pág.39).

Al incluir este nuevo modo de representación, la gráfica en ejes cartesianos, será importante la traducción permanente entre las formas verbal, en la tabla, con la fórmula, y en la gráfica, para poder “leer” la relación entre variables del modo en que sea necesario en cada situación.

En 7mo grado, podríamos seguir el razonamiento de actividades anteriores y realizar un análisis similar para el cálculo del perímetro del cuadrado o de cualquier otro polígono regular ¿Cuál sería la constante en cada caso?

Actividad 3

a) Completen las tablas para el cálculo del perímetro de algunos polígonos regulares y escriban, si es posible, la constante de proporcionalidad en cada caso.

b) ¿Qué significa la constante de proporcionalidad para cada figura?

Lado (cm)	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Perímetro del hexágono (cm)							

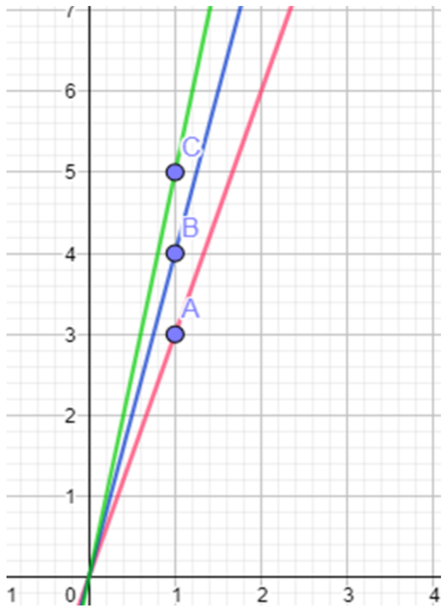
Lado (cm)	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Perímetro del pentágono regular(cm)							

Seguramente no será complejo para los chicos y las chicas advertir que, la constante de proporcionalidad en cada caso coincide con el número de lados del polígono.

Por ejemplo:

$\frac{\text{Per. del triángulo}}{\text{lado del triángulo}} = 3 \quad \frac{\text{Per. del cuadrado}}{\text{lado del cuadrado}} = 4 \quad \frac{\text{Per. del pentágono}}{\text{lado del pentágono}} = 5$

Si llevamos los valores de las tablas a un único gráfico cartesiano resulta interesante observar que las diferentes constantes se relacionan con la inclinación de las rectas y a medida que aumenta la cantidad de lados del polígono regular, más inclinada está la recta.



Actividad didáctica

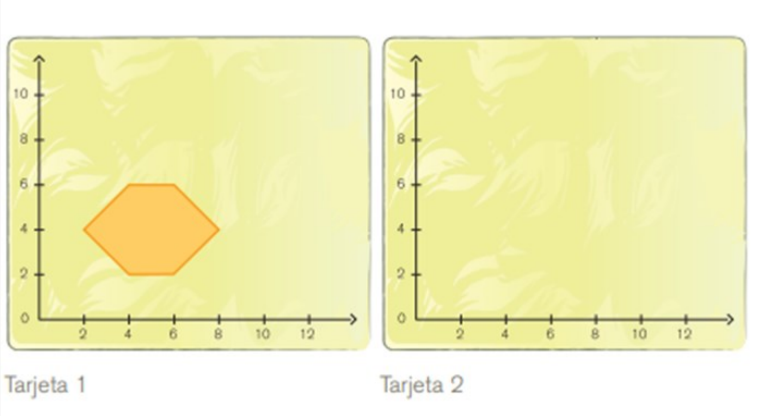
Consideren las siguientes actividades para trabajar en 6to grado. Cada una de ellas, podría formar parte de una mini-secuencia de actividades que se podría desarrollar antes de presentar las de representación gráfica de las funciones de proporcionalidad directa.

Elijan una de ellas y justifiquen su decisión, indicando el propósito y el contenido que estaría trabajando.

“Un mensaje con puntos”: ubicar los vértices de figuras geométricas.

Materiales: cada grupo contará con una tarjeta con una determinada figura sobre un sistema de ejes, y otra tarjeta en la que sólo esté dibujado el sistema de coordenadas de las mismas dimensiones que el sistema anterior.

Por ejemplo:



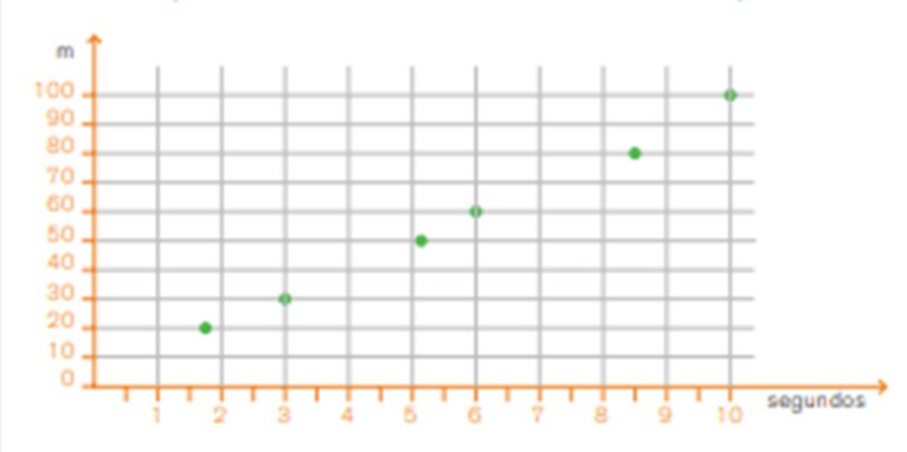
Organización de la clase: en un número par de grupos, de 4 ó 5 integrantes.

Desarrollo: cada grupo recibirá una tarjeta con una figura del tipo de la tarjeta 1 y tendrá que elaborar un mensaje para que el grupo receptor pueda construir la figura. En el mensaje no podrá contener dibujos ni el nombre de la figura. Al intercambiar los mensajes, los grupos que ahora funcionan como receptores recibirán otra tarjeta como la 2 en la que estará dibujado el sistema de ejes sobre el que dibujarán la figura. Cuando hayan terminado de dibujar la figura, los emisores y receptores que forman el mismo equipo se reunirán para comparar las figuras.

Cuaderno para el aula de 6to. P.p.130-131

Problema 3

Un preparador físico registró las distancias recorridas por un atleta que se entrena para correr los 100 metros llanos, para distintos tiempos:



a. ¿Cuál fue el mejor tiempo obtenido por el atleta? ¿Y el peor?

b. Consideren el gráfico para estimar los tiempos en los que este atleta podría recorrer 40 metros, 90 metros, 45 metros.

c. ¿Piensan que también se podría usar el gráfico para estimar cuánto tiempo puede tardar el atleta en recorrer 120 metros? ¿Y 200 metros?

d. ¿Creen que tiene sentido unir los puntos del gráfico? ¿Por qué?

Leer, escribir y argumentar, p.35.

Encontrarán al final de la clase las recomendaciones para la participación en el Foro.

Para seguir con 6to y 7mo. La doble proporcionalidad

Continuando con este modo funcional de analizar las fórmulas es interesante también considerar los problemas referidos al área de algunas figuras, por ejemplo el rectángulo, tomando una de las dimensiones constante, y la otra dimensión y el área, variables.

Actividad 1

La siguiente tabla relaciona la base de un rectángulo cualquiera y su altura con el área del mismo.

b / a	2	3	4	6
18	36	54	72	108
12	24	36	48	72
9	18	27	36	54
6				

a. ¿Qué sucede con el área cuando la base vale 18 y la altura varía?

b. ¿Y cuando la base vale 12?

c. Escribí con palabras y con fórmula la relación entre la altura y el área cuando se mantiene constante la base.

d. Explicá qué tipo de relación es y las razones por las que estás seguro de tu respuesta.

Podríamos abordar este problema luego del trabajo sobre cálculo de área del rectángulo, como así también después de haber discutido y analizado algunos problemas de proporcionalidad directa más sencillos. También podrán plantearse preguntas similares para analizar cómo cambian la base y el área cuando la altura es constante.

¿Qué se espera que puedan concluir los chicos y las chicas luego de resolverlo? Por ejemplo, podrán afirmar "El área del rectángulo es directamente proporcional a la base cuando la altura es constante" ó "El área del rectángulo y la altura son directamente proporcionales cuando la base es constante".

Actividad 2

La siguiente propuesta es una adaptación de Block, Mendoza y Ramírez (2010),

En la primera fila del siguiente cuadro aparecen distintas medidas posibles para el lado "a" de un rectángulo. En la primera columna aparecen medidas posibles para el lado "b" del rectángulo.

b/a	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*

5	*30*				
6					
7					
8					

a. Anote en la tabla las medidas de las superficies correspondientes. Por ejemplo, un rectángulo cuyos lados, a y b, miden 6 cm y 5 cm tiene una superficie de 30 cm^2

b. Conteste las siguientes preguntas. En cada caso, proporcione un ejemplo que ilustre su respuesta. ¿Qué ocurre con el área de un rectángulo cuando…?

i. se duplica la longitud de un lado y se mantiene fijo el otro lado.

ii. se duplica un lado y se triplica el otro.

iii. se duplican dos lados.

iv. se multiplica la longitud de un lado por n y se mantiene fijo el otro lado.

A partir del análisis de las respuestas que propusieron para este problema:

¿Qué avances encontramos entre las actividades 1 y 2? ¿Qué saberes tendrían que tener disponibles los estudiantes para poder abordarlas? ¿Qué errores podrían aparecer en las producciones? ¿Qué conclusiones matemáticas podrían elaborar los chicos y chicas luego de resolver estas consignas?

Analicemos algunos aspectos de la actividad 2, y cómo se avanza en el proceso de generalización. Nos aprovechamos de los conocimientos disponibles acerca del cálculo de áreas de rectángulos para, luego de realizar algunos cálculos, inferir hipótesis en relación con las dimensiones de las figuras. Notemos que el completamiento de la tabla en esta actividad no aporta explícitamente las respuestas, habrá que inferir otros valores para obtener las conclusiones.

En el ítem b), al preguntar primero qué pasaría cuando se duplica un lado, estamos pidiendo un análisis apoyado en propiedades que remite a considerar, como en el problema anterior, que se trata de una función de proporcionalidad entre la base y el área.

Luego, cuando se pregunta qué ocurre al duplicar un lado y triplicar el otro o a duplicar ambos lados, ambos lados, se avanza a considerar dos relaciones de proporcionalidad directa y, en un caso la constante es x2 x3 = x6 y, en el otro, la constante será x2 x2 = x4. Es decir K = k1 x k2

Finalmente "qué sucedería si se multiplicara la longitud de un lado por n" estamos introduciendo una consigna que intentará generalizar la situación.

Las respuestas anteriores permiten verbalizar algunas conclusiones matemáticas que vinculan las dimensiones del rectángulo y su área, haciendo uso de la doble proporcionalidad, como las siguientes:

"El área de un rectángulo es proporcional a la medida de cada uno de sus lados cuando el otro lado se mantiene constante" o "Si los dos lados de un rectángulo se duplican, el área no se duplica, sino que se hace 4 veces mayor".

Pensamos, entonces, que será posible partir de las relaciones de proporcionalidad, construidas en otros contextos, para analizar las relaciones entre las dimensiones de las figuras en las fórmulas del área, o partir del cálculo del área de figuras como contexto para dar sentido a las relaciones de proporcionalidad.

En este tipo de problemas, aparece una magnitud, la longitud, para las dimensiones base y altura y otra magnitud, el área, que se obtiene de multiplicar las dos primeras. Esta nueva magnitud "producto" se relaciona proporcionalmente con cada magnitud de las originales, lo que origina una doble proporcionalidad. De este modo, esta propuesta, aporta a un modelo de trabajo funcional al poner el foco de análisis en las relaciones entre variables.

El trabajo realizado nos permite…

[…] poner nuestra atención sobre las fórmulas para calcular áreas considerándolas desde el punto de vista de la proporcionalidad que ellas expresan. En particular nos llevan a considerar las fórmulas como relaciones entre variables. Como señala Gerard Vergnaud (1987), es en esa relación de proporcionalidad que se encuentra el sentido profundo de

> *las fórmulas. [...] el área del triángulo es proporcional a la base, cuando la altura permanece constante, (o también a la altura, cuando la base permanece constante).* (Sessa y Giuliani, 2008, p.29).

Un recorrido para la proporcionalidad inversa

En el caso de la proporcionalidad inversa, comenzamos a plantear problemas sobre el final del segundo ciclo y con un trabajo sobre tablas para diferentes variables. Se avanza a problemas que permitan arribar a otra forma de representación de la relación, las fórmulas en el contexto de las medidas espaciales. Para estas relaciones no se trabaja en la escuela primaria con gráficos cartesianos.

Para pensar en 6to y 7mo

En la búsqueda de relaciones de proporcionalidad inversa encontramos aquellas que pueden establecerse entre la medida de los lados y las áreas de algunas figuras.

En la clase anterior, habíamos analizado la relación de proporcionalidad inversa entre las medidas de la base y la altura de rectángulos para mantener el área constante.

> ¿En qué grado presentaría los problemas donde analizar la relación de proporcionalidad inversa entre las medidas de la base y la altura de rectángulos para mantener el área constante? ¿Piensan que tiene alguna relación con los problemas de organizaciones rectangulares? Por ejemplo, si hay que buscar distintas formas de armar un friso con 48 baldosas decoradas. Compartan sus opiniones con colegas de su escuela.

En los problemas siguientes, nos ocuparemos de la variación entre la base y la altura de un triángulo de área constante.

Actividad 1

En la siguiente tabla se pueden anotar los datos de la base y la altura de diferentes triángulos que tienen 8 cm^2 de área a medida que se responden las preguntas:

Base del triángulo (cm)		*1/2*	*4*	*1*	
Altura triángulo (cm	*2*				*10*

a. ¿Se podrá construir un triángulo de 2 cm de altura con un área de 8 cm^2? ¿Cuál será la medida de la base?

b. ¿Puede ser que la base de un triángulo mida 1/2 cm y que su área sea de 8 cm^2? Si piensan que no, expliquen por qué; si piensan que sí, den la medida de la altura de ese triángulo.

c.- ¿Puede ser que la altura de un triángulo mida 10 cm y que su área sea de 8 cm^2?

Actividad 2

Si la altura de un triángulo se reduce a la mitad, ¿qué variación se debe hacer en la base del triángulo para mantener el área constante?

En la primera actividad, al completar la tabla con los valores faltantes, los chicos y chicas notarán que cuando se duplica la altura, la base se reduce a la mitad; cuando la altura se quintuplica, la medida de la base se divide por cinco; y así advertirán posiblemente que se pueden seguir estableciendo relaciones de proporcionalidad inversa entre las cantidades de una misma magnitud, es decir utilizar relaciones escalares –de bases con bases y alturas con alturas– para completar la tabla con más pares de valores.

Por otro lado, es posible calcular un área constante de 16 cm^2, que en este problema representa la constante de proporcionalidad pero este valor, ¿es el valor del área del triángulo? Analicemos esta pregunta, y para esto recuperemos la fórmula para calcular el área de un triángulo cualquiera:

Área del triángulo= $\frac{b.h}{2}$ y notemos que en la tabla anterior la constante de proporcionalidad es igual a 2 veces el área del triángulo, es decir: 2 . Área del triángulo= *b. h*

Entonces, para que "2. área del triángulo" se mantenga constante necesitamos que entre la base (b) y la altura (h) se establezcan relaciones de proporcionalidad inversa. Por ejemplo:

2. Área del triángulo= $\frac{1}{2}$ *b. 2 h*

o también *2. Área del triángulo = 3.b.* $\frac{1}{3}$ *h*

entre otros ejemplos que podrían considerar.

Descubrimos, entonces, en respuesta a la actividad 2, que la medida de la base en cualquier triángulo es inversamente proporcional a la medida de su altura para mantener constante su área. Y encontramos una forma de interpretar "la fórmula" del área del triángulo de un modo funcional, estableciendo determinadas variables y constantes.

Para seguir reconociendo este tipo de relaciones en otras fórmulas conocidas, sugerimos analizar la variación entre las diagonales de rombos y romboides, para un área constante.

Actividad matemática

Veamos esta cita de Block (2010): *"El volumen de un prisma rectangular constituye un ejemplo de proporcionalidad múltiple (Vergnaud, 1988: 150). A partir de sexto de primaria, o en la secundaria, puede ser conveniente que los alumnos analicen la noción de volumen desde esta perspectiva"* (pág. 57).

A partir del desarrollo de la clase y la lectura obligatoria analizar:

a- ¿Cuántas veces crece el volumen de un prisma rectangular cuando todas las aristas se duplican? ¿Y si solo se duplica el largo y ancho del prisma? ¿Y si sólo se duplica la altura?

b.- ¿Cómo tiene que modificarse el ancho de un prisma si el largo se duplica y la altura se mantiene fija, para que el volumen sea constante? ¿y si el largo se triplica?

c.- ¿Qué tipo de relación de proporcionalidad puede establecerse entre la medida de la altura y el volumen del prisma si la superficie de la base permanece constante?

d.- ¿Si se duplican las medidas del largo y del ancho de la base, ¿qué debería suceder con la altura del prisma para que el volumen permanezca constante?

Encontrarán al final de la clase recomendaciones para la entrega.

Material de lectura obligatoria

Para finalizar esta clase proponemos la lectura del siguiente texto (descargar desde al aula virtual) que aporta al análisis realizado en cuanto a las exigencias de explicitación, de argumentación, de revisión y de validación que brindan oportunidades para transformar el conocimiento y hacerlo más reconocible.

- Agrasar, M. y Rossetti, A. (2007). Leer, escribir y argumentar, libro para el docente. Serie Cuadernos para el aula. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (pág. 16 y 17)

- Agrasar, M. y Rossetti, A. (2007). Leer, escribir y argumentar, libro para el alumno. Serie Cuadernos para el aula. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (pág. 26 y 27)

Tomar algunas notas del mismo puede ser de utilidad como insumo para el trabajo final del Módulo.

Hemos llegado al final del Módulo de *Temas de enseñanza de la proporcionalidad directa*. Esperamos haber contribuido con la profundización de este conocimiento y el análisis de distintas actividades para la enseñanza con el fin de ofrecerles herramientas para acompañarlos en sus prácticas áulicas.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:

Foro

Actividad didáctica de la clase 4

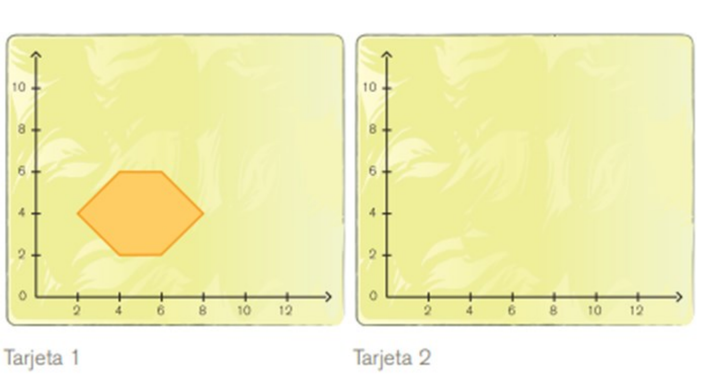
Consideren las siguientes actividades para trabajar en 6to grado. Cada una de ellas, podría formar parte de una mini-secuencia de actividades que se podría desarrollar antes de presentar las de representación gráfica de las funciones de proporcionalidad directa.

Elijan una de ellas y justifiquen su decisión, indicando el propósito y el contenido que estaría trabajando.

"Un mensaje con puntos": ubicar los vértices de figuras geométricas.

Materiales: cada grupo contará con una tarjeta con una determinada figura sobre un sistema de ejes, y otra tarjeta en la que sólo esté dibujado el sistema de coordenadas de las mismas dimensiones que el sistema anterior.

Por ejemplo:



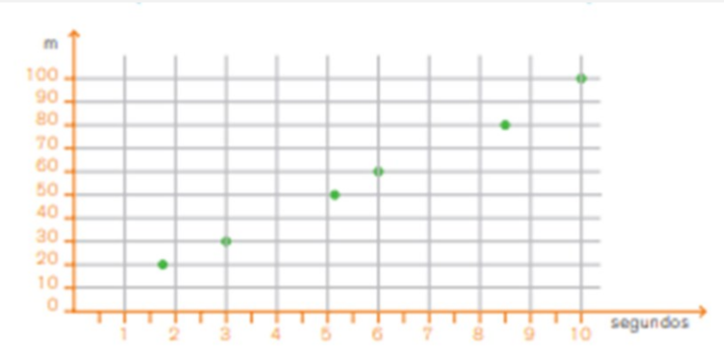
Organización de la clase: en un número par de grupos, de 4 ó 5 integrantes.

Desarrollo: cada grupo recibirá una tarjeta con una figura del tipo de la tarjeta 1 y tendrá que elaborar un mensaje para que el grupo receptor pueda construir la figura. En el mensaje no podrá contener dibujos ni el nombre de la figura. Al intercambiar los mensajes, los grupos que ahora funcionan como receptores recibirán otra tarjeta como la 2 en la que estará dibujado el sistema de ejes sobre el que dibujarán la figura. Cuando hayan terminado de dibujar la figura, los emisores y receptores que forman el mismo equipo se reunirán para comparar las figuras.

Cuaderno para el aula de 6to. P.p.130-131

Problema 3

Un preparador físico registró las distancias recorridas por un atleta que se entrena para correr los 100 metros llanos, para distintos tiempos:



a. ¿Cuál fue el mejor tiempo obtenido por el atleta? ¿Y el peor?

b. Consideren el gráfico para estimar los tiempos en los que este atleta podría recorrer 40 metros, 90 metros, 45 metros.

c. ¿Piensan que también se podría usar el gráfico para estimar cuánto tiempo puede tardar el atleta en recorrer 120 metros? ¿Y 200 metros?

d. ¿Creen que tiene sentido unir los puntos del gráfico? ¿Por qué?

Leer, escribir y argumentar, p.35.

Se espera que participen en el foro compartiendo su decisión e interactúen en tal sentido con los colegas de su aula.

Actividad de entrega

Actividad Matemática de la clase 4

Veamos esta cita de Block (2010): *"El volumen de un prisma rectangular constituye un ejemplo de proporcionalidad múltiple (Vergnaud, 1988: 150). A partir de sexto de primaria, o en la secundaria, puede ser conveniente que los alumnos analicen la noción de volumen desde esta perspectiva"* (pág. 57).

A partir del desarrollo de la clase y la lectura obligatoria analizar:

a-¿Cuántas veces crece el volumen de un prisma rectangular cuando todas las aristas se duplican? ¿Y si solo se duplica el largo y ancho del prisma? ¿Y si sólo se duplica la altura?

b.- ¿Cómo tiene que modificarse el ancho de un prisma si el largo se duplica y la altura se mantiene fija, para que el volumen sea constante? ¿y si el largo se triplica?

c.-¿Qué tipo de relación de proporcionalidad puede establecerse entre la medida de la altura y el volumen del prisma si la superficie de la base permanece constante?

d.- ¿Si se duplican las medidas del largo y del ancho de la base, ¿qué debería suceder con la altura del prisma para que el volumen permanezca constante?

Envíen sus respuestas al tutor a través del buzón de entrega.

Forma de Presentación:

-El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibri tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad).

No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).

-Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

-Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: "Apellido Nombre Actividad obligatoria_Clase_1_Aula XX"

El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividad Optativa:

Foro de consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

– Agrasar, M. y Rossetti, A. (2007). Leer, escribir y argumentar. Libro del docente Serie Cuadernos para el aula. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Recuperado desde aquí.

– Agrasar, M. y Rossetti, A. (2007). Leer, escribir y argumentar. Libro del estudiante. Serie Cuadernos para el aula. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Recuperado desde aquí.

– Block, D., Mendoza, T. y Ramirez, M. (2010). ¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica. México: SM de ediciones S.A de C.V.

– Broitman, C…(et al.) (2018). “Proporcionalidad, variable y modelo funcional”. En: La divina proporción: la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela primaria y en los inicios de la escuela secundaria. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina: Santillana.

– Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2007). Serie Cuadernos para el aula. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación.

– Sadovsky, P. (2005). Enseñar Matemática hoy. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

– Sessa, C. y Giuliani, D. (2008). “Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza.” En: Enseñar Matemática: Nivel Inicial y Primario nº4. Broitman, C. (coord.). Buenos Aires, Argentina: 12 (ntes).

– Shlieman, A.; Carraher, D. y Brizuela, B. (2011). El carácter algebraico de la aritmética: De las ideas de los niños a las actividades en el aula. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Actividad final de acreditación del módulo 2

1- Recuperen las lecturas obligatorias y revisen sus notas de las distintas clases para seleccionar al menos dos de las cuestiones analizadas en ellas en relación con la enseñanza de la proporcionalidad que les resulten particularmente significativas. (tipo de variación y su caracterización, representaciones utilizadas, contextos, tipos de magnitudes, tipos de procedimientos, articulación, entre otros).

2.- a) Elaboren una propuesta para fin de la escuela primaria que contemple las cuestiones analizadas en el ítem 1-. Para hacerlo elijan un problema de un libro de texto (transcribirlo y citar la fuente) y agreguen otro elaborado por ustedes que permita a las y los alumnos abordar los aspectos considerados.

b) Resuelvan los problemas con al menos dos procedimientos y expliciten las conclusiones matemáticas a las que se podría arribar.

3. Justifiquen el propósito de incluir su propuesta en una secuencia de enseñanza, poniéndola en relación con las cuestiones elegidas en el ítem 1. Incluyan en su justificación al menos una referencia a las clases y una cita de la bibliografía obligatoria.

Forma de Presentación:

- El trabajo deberá presentarse en un archivo con extensión .doc.
- Incluir portada nombre de la actualización, Nombre de la actividad, nombre del cursante, nombre del tutor, número de aula (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las normas APA.

-La extensión del mismo podrá ser entre tres y seis carillas (incluidas portada y referencias bibliográficas)

- Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: "Apellido_Nombre_Actividad_final_AulaXX"

El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Créditos

Autoras: Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura.

Cómo citar este texto:

Bricas Beatriz e Imvinkelried María Laura. (2022). Clase Nro. 4: Proporcionalidad y modelos funcionales. Módulo 2, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.