

Colección **Actualizaciones Académicas**

Actualización Académica en enseñar y aprender matemática en el nivel primario

Módulo 1: **Problemas y decisiones de
enseñanza desde una perspectiva de ciclo**



Índice

Presentación	3
Clase 1: Decisiones para fortalecer trayectorias	5
Clase 2: Problemas, contextos y concepciones	26
Clase 3: Una mirada ciclada sobre lo aritmético: más allá de los algoritmos año a año	50
Clase 4: Una mirada ciclada sobre lo geométrico: más allá de los nombres y las clasificaciones año a año	70

Módulo 1: Problemas y decisiones de enseñanza desde una perspectiva de ciclo

Presentación

En este módulo se abre la discusión en torno a una problemática de enseñanza que impacta fuertemente en las posibilidades de los alumnos de sostener una trayectoria continua y provechosa en términos de aprendizajes matemáticos potentes tanto en relación a las nociones abordadas como en relación a las prácticas matemáticas puestas en juego.

Nos referimos a la necesidad de vincular las nociones que se van trabajando a lo largo del recorrido escolar en su crecimiento en complejidad y variedad y de relacionar nociones de distintos bloques temáticos del currículum. Conocer los vínculos posibles en ambos sentidos es central para debatir entre los colegas de cada escuela sobre el modo de incluir su tratamiento en cada año y en cada ciclo. Así como pensamos en una memoria didáctica del docente que va tejiendo con sus alumnos/as una trama con “lo que pudo” trabajar y anotando “lo que no pudo”, será importante construir una memoria didáctica del recorrido de cada grupo de modo de ir cubriendo de la mejor manera posible aquellos aprendizajes que se prioricen.

¿Cómo retomar lo conocido y avanzar a lo nuevo?, ¿cómo ligar, por ejemplo, lo aritmético con lo geométrico? son preguntas que pueden funcionar como hilo conductor de los debates para acordar criterios y organizar proyectos institucionales en cada escuela de acuerdo con las necesidades de cada grupo.

Y nuevas preguntas, derivadas de la situación de pandemia que acentuó la diversidad de conocimientos posibles de abordar por el grupo –clase. ¿Qué recuperar de la experiencia de trabajo virtual? ¿Con qué tipo de actividades retomar lo trabajado de maneras tan diferentes a las habituales en los años anteriores? ¿Qué repertorio de actividades sería importante tener disponible para la diversidad de conocimientos en la clase?

En las dos primeras clases planteamos articulaciones posibles y revisamos algunas nociones didácticas ya conocidas para retomar la perspectiva de enseñanza de la matemática que se viene sosteniendo a nivel nacional. Esta perspectiva orientó la construcción de los NAP y diversos documentos curriculares entre los que destacamos dos que circularon en todas las provincias, los

Cuadernos para el aula de 1ero a 6to grado, el Leer, escribir y argumentar de 7mo grado y las Notas para la enseñanza del Plan Matemática para todos.

En las dos últimas clases, abrimos un panorama de lo aritmético y de lo geométrico poniendo foco en las relaciones entre los sistemas de numeración y las formas de calcular y en un abordaje de lo espacial y de lo geométrico, que pone énfasis en las representaciones y su construcción por parte de los y las estudiantes en distintos momentos.

En todos los casos, en las cuatro clases, se prioriza la consideración de decisiones de enseñanza orientadas a acompañar distintas cronologías de aprendizaje.

Objetivos

- Formular preguntas en torno a las decisiones sobre los saberes a enseñar y su articulación.
- Identificar problemas y estrategias en relación con la planificación de la propia tarea y de la tarea con otros colegas.
- Reconocer nuevos focos de enseñanza por su potencial formativo.

Módulo 1: Problemas y decisiones de enseñanza desde una perspectiva de ciclo

Bienvenida a la actualización

Hola colegas, bienvenidas y bienvenidos a la actualización **“Enseñar y aprender Matemática en el nivel primario: articular proyectos y priorizar saberes para fortalecer trayectorias de aprendizaje”**.

Los y las invitamos a un recorrido que inicia con una serie de preguntas abiertas para producir acuerdos entre colegas –módulo 1–, continúa tomando problemáticas de enseñanza específicas de distintos ejes temáticos –módulos 2, 3, y 4– y cierra volviendo a mirar los ejes temáticos para promover la producción de decisiones situadas en torno a las preguntas iniciales –módulo 5–.

Antes de avanzar, y si no lo hicieron antes, les proponemos leer los contenidos del programa y la hoja de ruta de este primer tramo que realizaremos juntos.

Para acompañar la lectura de cada clase incluimos momentos para “detenerse a pensar” – indicados con el ícono  – de los que sugerimos guardar un registro escrito personal que pueda servir para evidenciar el propio proceso de evolución de los conocimientos acerca de la temática, como insumo para los trabajos que se soliciten y para socializar con colegas cuando sea oportuno.

Hoy más que nunca, el trabajo colaborativo con colegas de la misma institución y por qué no... de otras, nos fortalece, enriquece y da herramientas para gestionar efectivamente las propuestas en el aula promoviendo la toma de decisiones fundamentadas ante la complejidad que constituye el desafío de enseñar a todos y todas nuestros niños y niñas.

Clase 1: Decisiones para fortalecer trayectorias

Bienvenida a la clase y presentación

Hola a todos y todas. Los recibimos con mucha alegría, en nuestra primera clase: “Decisiones para fortalecer trayectorias” en la que les proponemos abrir las siguientes preguntas:

1. ¿Qué cuestiones considerar para una mejor transición entre niveles?

2. ¿Qué cuestiones considerar para una mejor transición entre ciclos?

3. ¿Qué cuestiones considerar al relacionar los saberes de los distintos bloques de los NAP?

Pensar en abordar la cuestión de una mejor transición entre niveles y ciclos y a lo largo de un año se relaciona con la preocupación por la continuidad de las trayectorias y la necesidad de reflexionar junto a otros colegas en torno a los saberes a enseñar, de modo que nuestros proyectos de enseñanza favorezcan que los chicos y chicas puedan apoyarse, cada año, en la matemática conocida para aprender la nueva.

Esto nos remite a la importancia de construir una trama articulada de saberes a enseñar, entre niveles, a lo largo de cada ciclo y entre los de cada año, a fin de favorecer una trayectoria escolar significativa para nuestros chicos y nuestras chicas.

El desafío de la articulación resulta particularmente complejo de abordar en una tradición que ha mantenido una organización graduada, con ideas muy arraigadas acerca de lo que debe aprenderse en cada año de la escuela obligatoria.



¿Qué experiencias de articulación entre niveles o entre ciclos pueden recuperar de su escuela? ¿Y una experiencia de articulación en la que hayan participado escuelas de su provincia?

Sabemos del esfuerzo que conlleva organizar reuniones con los colegas para acordar prioridades, dado que requiere generar y sostener las condiciones institucionales que favorezcan este propósito.

Sin embargo, la construcción de esa trama es un trabajo que es necesario compartir con colegas para acordar énfasis, priorizaciones, continuidades, que dependerá de cada escuela, con sus particularidades institucionales y la posibilidad de generar encuentros de trabajo. También dependerá de cada grupo en un aula: en qué medida pueden usar con comodidad lo trabajado en años anteriores, qué temas aún los complican.

Nos proponemos centrarnos en una mirada sobre los saberes indicados para el nivel primario que son fundamentales como base para el nivel secundario, mirar también los del propio año con perspectiva de ciclo y buscar relaciones entre los saberes del mismo año.

Se trata de contemplar, por una parte, las indicaciones curriculares y, por otra, ofrecer un recorrido de aprendizaje acorde a las posibilidades de los integrantes de nuestra clase.

¿Por qué plantearnos la necesidad de construir una trama?

Pensar en la continuidad de las trayectorias escolares pone en primer plano la tensión que provoca la enseñanza graduada y la necesidad de pensar en la relación entre los saberes en diferentes instancias:

- **entre niveles en el sistema educativo;** y, en este sentido, varios son los factores que inciden en el modo en que los alumnos transitan el cambio de un nivel a otro.
- **entre los ciclos de la escuela primaria,** y también allí es necesario contemplar varios factores.
- **entre los saberes a enseñar de los bloques temáticos de contenidos.**

¿Qué cuestiones considerar para una mejor transición entre niveles?



¿Piensan que estas producciones son de estudiantes de escuela primaria o secundaria?
¿Por qué? ¿Hay indicios que permitan diferenciar el tipo de trabajo que se espera en un nivel y otro?

a - Mariana tiene un álbum de 96 hojas
y 7 en cada una pegó 47 figuritas
¿Cuántas figuritas hay en el álbum?

Planteo:

1 hoja — 47 figuritas
96 hojas — X figuritas

$$\begin{array}{r} 27 \\ 96 \\ \times 47 \\ \hline 672 \\ + 8640 \\ \hline 4512 \end{array}$$

Rta: El álbum tiene 4.512 figuritas.

5 - Completar las tablas con la cantidad de bolsas o caramelos correspondientes en cada caso.

Bolsas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Caramelos de Menta	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

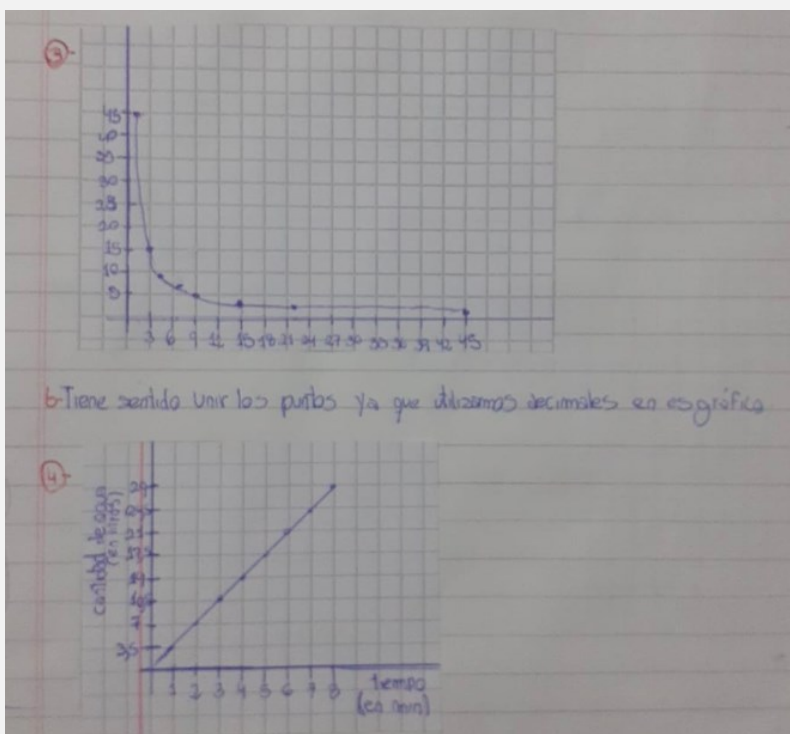
Bolsas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Caramelos de Miel	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80

- 3) En la siguiente tabla se han registrado las medidas de los lados de varios rectángulos, todos de 45 cm^2 de área. (Recordá que el área del rectángulo se obtiene al multiplicar la base por la altura)

Base (en cm)	9	3	6,25	1	45	22,5	15	5
Altura (en cm)	5	15	7,2	45	1	2	3	9

- a) Realizá el gráfico.
b) ¿Tiene sentido unir los puntos? ¿por qué?
- 4) Carina quiere llenar la pileta del fondo de su casa con una canilla que vierte 3,5 litros de agua por minuto. Completen la siguiente tabla, y luego grafiquen:

Tiempo (en min)	1	2	3	4	5	6	7	8
-----------------	---	---	---	---	---	---	---	---



Para abordar el tema de la transición entre niveles comencemos por analizar las indicaciones curriculares.

La forma de describir los objetos de enseñanza en los documentos oficiales ha ido cambiando. En los niveles primario y secundario se ha pasado de aquellos programas sintéticos para cada año en los que se incluía un listado de conceptos y propiedades a los actuales documentos curriculares nacionales y de cada jurisdicción para cada nivel.

Los cambios en esas descripciones asumen, de manera explícita o no, diferentes concepciones sobre la matemática y sobre su aprendizaje. Es por eso que hoy se describen los objetos a enseñar en

términos de saberes y prácticas, en el intento de mostrar una matemática en construcción, viva, poniendo el acento en la actividad matemática que desarrolla una comunidad.

En torno al perfil de los egresados, la perspectiva de enseñanza generalizada hoy, es la de formar a las alumnas y los alumnos no sólo para que conozcan los conceptos, sus relaciones, sus definiciones y propiedades, sino además para “entrar en la cultura matemática”. Se trata de que puedan hacer, pensar y comunicarse de la manera que es propia de la disciplina y estén en condiciones de resolver diferentes situaciones en los que los saberes que ponen en juego sean instrumentos adecuados, pudiendo también asegurarse de sus decisiones y justificar su validez. Es decir, entrar en los modos de hacer matemática, en un tipo de prácticas particulares de este campo ligadas a los modos propios de producción, comunicación y validación de conocimientos.

Entre las causas de las dificultades de articulación entre niveles, podemos recuperar algunas de orden histórico. Por una parte, la escuela primaria estuvo ligada a políticas de masificación desde su inicio y, sólo hace pocos años, esas políticas se extendieron a la educación infantil y a la enseñanza secundaria. Bajo estas condiciones, cada nivel se organizó con lógicas propias. La primaria siempre estuvo marcada por la masividad y, en cambio, hasta hace pocos años, lo que distinguía a la escuela secundaria era la selectividad; cuestión que incidió, entre otras, en

- la definición acerca de las finalidades de la formación en cada nivel,
- los procesos de construcción curricular vinculados con la selección de los conocimientos a impartir, y
- las representaciones de la comunidad acerca de los logros esperables en cada uno.

De manera más general, cabe señalar que la misma elaboración curricular implica un proceso que implica transponer los saberes de la ciencia a la escuela.



Las y los interesados en precisar este proceso pueden consultar el clásico texto de Yves Chevallard (1991), *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

También pueden consultar el artículo “La Teoría de la Transposición Didáctica como marco para pensar la vida de los saberes en las instituciones” de Patricia Sadovsky (2019).

Este proceso implica, luego de una selección que está atravesada por múltiples factores y que es dinámica en el tiempo, estructurar los saberes en grados o en años, estableciendo un orden de aprendizaje, es decir, una secuenciación temporal; un tiempo destinado a su aprendizaje que no reconoce diferencias entre los procesos de diferentes alumnos; y una progresión de logros que se controlan mediante evaluaciones para cada etapa. Si bien esta estructuración contempla criterios didácticos derivados de considerar tanto el recorte que se hace de los objetos disciplinares como de las posibilidades de aprendizaje, el proceso se caracteriza por:



“la fuerte descontextualización de los saberes y las prácticas, su adscripción a una cierta secuencia de desarrollo psicológico, su sumisión a ritmos y rutinas que permitan la evaluación y la sensibilidad a los procesos de selección de saberes a los efectos de poder que tienen en toda sociedad.” (Terigi, 1999: 38)

Los saberes incluidos en el curriculum se organizan por bloques –en Matemática ligados a campos disciplinares– se distribuyen por años según una selección y complejización desde alguna perspectiva didáctica.

En las definiciones curriculares no aparecen las relaciones entre los saberes que aparecen año a año, ni tampoco entre los de un mismo año. Esto se debe al nivel de especificidad con que se explicita el alcance y a que indicar un conjunto de relaciones dejaría afuera otras, limitando los recorridos de enseñanza posibles.

Es necesario explicitar los saberes con un cierto nivel de generalidad para dar cabida a diferentes particularidades y porque es en el nivel institucional, donde se deciden los alcances a partir de los acuerdos que se establezcan en cada escuela.

En este sentido, es importante señalar que el proceso de transposición que se inicia con las definiciones curriculares derivadas de acuerdos nacionales y las decisiones jurisdiccionales continúa en el seno de cada institución y en el aula de cada docente. Veamos cómo se plantea en “Dos perspectivas”.



“En la instancia de transposición que corresponde al profesor de enseñanza secundaria, al armar su proyecto de enseñanza, toma como insumo tanto los documentos curriculares como los libros de texto que considera valiosos. La distribución de contenidos en el año, el tiempo que dedique a cada uno, la consideración o no de alumnos con diferentes conocimientos y diferentes tareas a realizar, las formas de evaluación que elige, los problemas y ejercicios que incluye... son todas decisiones que lo hacen actor de la transposición”. (Elizondo y Chemello, 2021).

Avanzando en el análisis, y dentro de la perspectiva cultural, es fértil una noción que se origina en la teoría antropológica de lo didáctico de Chevallard (1991), quien postula que los saberes viven en distintas instituciones y que en cada una de ellas son objeto de prácticas sociales específicas. Es la idea de significado institucional de los objetos matemáticos, y es presentada por Godino y Batanero (1994).



Para profundizar se puede consultar el artículo [“Significado institucional y personal de los objetos matemáticos”](#) de Godino y Batanero, en el que los autores desarrollan estas nociones. que permiten inferir cuál es la incidencia del tránsito por diferentes instituciones en las concepciones que van construyendo los sujetos.

¿Qué fenómeno visibiliza esta idea?

Hemos advertido que cada conocimiento matemático asume en cada institución donde funciona – donde se produce, donde se usa, donde se enseña, donde “vive” – características diferentes. Así, en instituciones educativas distintas como son la escuela primaria y la escuela secundaria no se estudia la “misma” noción de proporcionalidad, o de área, o de función. Más aún, en escuelas secundarias

con distinta orientación como son las técnicas, las artísticas, y los bachilleratos también las nociones aparecen de manera distinta. Advertir estas formas en que aparecen los objetos matemáticos en las instituciones es lo que ha dado lugar a la noción de significado institucional de un conocimiento matemático.

Si partimos de considerar que, para cada objeto matemático, el significado institucional está ligado a:

- los problemas que se presentan para su tratamiento,
- las representaciones del mismo que se eligen,
- los tipos de tareas que se presentan a los alumnos

resulta central intercambiar experiencias entre profesores y profesoras de ambos niveles para identificar problemas, representaciones y tipos de tareas propios de su nivel. Para acordar criterios de trabajo entre niveles, sabiendo que para que un nuevo conocimiento sea significativo debe apoyarse en los conocimientos anteriores, no basta con tener información sobre la denominación del objeto matemático y algún aspecto trabajado –“vimos los cuadriláteros y su clasificación”, o “vimos suma y resta de fracciones”- sino que habrá que avanzar en el análisis de los aspectos mencionados.

Para precisar esta idea, tomemos un contenido que forma parte de los indicados para ambos niveles, primario y secundario, y busquemos cómo va avanzando la propuesta curricular para su tratamiento como es el caso de Proporcionalidad en el nivel primario y Función de proporcionalidad/ Función lineal en el nivel secundario.

A partir de los NAP de 6to y 7mo/1er año, podemos encontrar indicios que nos permitan caracterizar el significado institucional de la noción de proporcionalidad directa.

Asimismo, es posible señalar el crecimiento en complejidad en las propuestas de enseñanza en diferentes materiales de desarrollo curricular



Lectura sugerida

En tal sentido es posible revisar propuestas en el [Cuaderno para el aula de 6to](#), en el apartado “Plantear situaciones para analizar relaciones de proporcionalidad” (páginas 72 a 84) y en [Leer, escribir y argumentar para 7mo/1ero](#), en el apartado “En las relaciones entre cantidades, ¿cuándo vale la proporcionalidad directa?” (páginas 34 a 38).

En esos materiales podemos advertir las diferencias y los avances en cada uno de los aspectos ligados al significado institucional:

- los contextos de los problemas avanzan en el uso de ambas magnitudes continuas y aparecen constantes de proporcionalidad con “nombre propio” como las escalas, los porcentajes y las velocidades y también la diferenciación de la función de proporcionalidad de otras variaciones;
- en las representaciones se pasa del uso de tablas a la incorporación de gráficos cartesianos y se avanza al uso e interpretación de fórmulas, por ejemplo en contexto geométrico;
- también se incorpora la explicitación cada vez más general de propiedades y nuevas tareas propias de un hacer matemática ligado a los nuevos conceptos y representaciones.

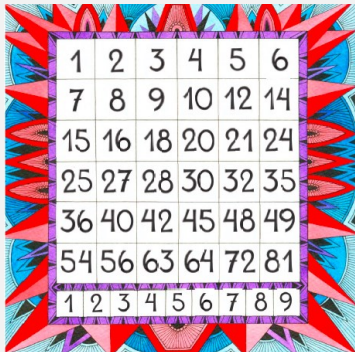
Otra cuestión central que incide en la articulación entre escuelas de distinto nivel y también en la transición entre ciclos, es acordar criterios de priorización, es decir, para cada par de instituciones particulares cuáles serán los énfasis, los focos temáticos a los que se dedicará mayor tiempo de trabajo.

Estas priorizaciones, han de ser situadas, contemplando los intereses de las poblaciones escolares de cada una de las escuelas en función de la modalidad elegida y la forma de cursada (escuela rural o urbana, técnica, agraria, orientación del bachillerato), buscando coordinar las perspectivas didácticas de los docentes y la actualización de los criterios para focalizar saberes y prácticas de los alumnos.

¿Qué cuestiones considerar para una mejor transición entre ciclos?



Les proponemos jugar a *El gato*, con una niña, un niño de al menos unos 10 años y luego con un joven o un adulto.
¿Jugarían en la escuela? ¿En qué año? ¿Para qué?



1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12

En nuestra tradición escolar, es frecuente que identifiquemos algunos saberes como “típicos” de un año determinado. Por ejemplo, “las tablas son de tercero” o “la división es de quinto”, cuando en realidad sabemos que se trata de procesos de aprendizaje que llevan varios años.

En la transición entre ciclos se puede afinar el análisis al construir de manera conjunta la trama de relaciones entre los saberes a enseñar.

Por ejemplo, consideremos el caso de dos maestras de 3º y 4º de una escuela de CABA que han decidido priorizar las relaciones entre productos y factores en la tabla pitagórica y las multiplicaciones por 10, 100 y 1000, como parte del trabajo en el campo multiplicativo sobre estrategias de cálculo:

- “las relaciones entre productos y factores en la tabla pitagórica” y
- “las multiplicaciones por 10, 100 y 1000”.

En ese caso podemos encontrar en las Progresiones curriculares elaboradas desde la jurisdicción:

3º

Memoriza algunos productos de la tabla pitagórica.

Multiplica mentalmente número de una cifra por 10, por 100 y por 1000.

4º

Memoriza los productos de la tabla pitagórica o puede reconstruirlos fácilmente a partir de otros conocidos

Multiplica mentalmente número de una cifra por 10, por 100 y por 1000.

Multiplica mentalmente número de una cifra por número redondos (múltiplos de 10, de 100, de 1000 como $\times 20$, $\times 300$, $\times 500$, etc.

Esto implicaría, en 3º, elegir qué productos conviene que sean memorizados en primer lugar. Es clásico comenzar con la memorización de la tabla del 2 y fácil para los niños y niñas, a partir de las escalas, memorizar la tabla del 5. Sería interesante avanzar luego con actividades sobre dobles y mitades de números de dos cifras para analizar que, en la tabla pitagórica, unas tablas tienen productos que son el doble de los productos de otra tabla: “los productos de la tabla del 4 son el doble que los de la tabla del 2”, que “los de la tabla del 8 son el doble que la del 4”, “los de la tabla del 6 son el doble que la del 3” y “los de la tabla del 10 son el doble que los de la tabla del 5”.

De este modo, la memorización tiene un plus, empezar a establecer relaciones entre los productos y es posible avanzar hacia “la reconstrucción a partir de otros conocidos”.



Actividad didáctica de la clase

Consideren los siguientes ejemplos de actividades en relación con la enseñanza del repertorio multiplicativo. Comparen las actividades propuestas sobre la tabla pitagórica en los [Cuadernos para el aula de 3º \(pp. 84 a 88\) y 4º \(pp. 100 a 103\) años](#)

- ¿Qué diferencias encuentran en el tratamiento de las relaciones entre productos? ¿Y en el tipo de actividades propuestas?
- Respondan a las preguntas y registren sus ideas para compartirlas en el foro Actividad didáctica clase 1.

Al final de la clase encontrarán sugerencias para la participación.

Después del intercambio en el foro sería interesante compartir sus impresiones con las y los colegas de su escuela y conversar acerca del modo en el que se tratan las relaciones entre productos en ambos ciclos. ¿Qué estrategias podrían acordar para consolidar el repertorio multiplicativo y el uso de las propiedades como herramienta de cálculo?

¿Qué cuestiones considerar al relacionar los saberes de los distintos bloques?

Al momento de organizar distintas unidades de trabajo en el año escolar, nos vemos con la oportunidad de revisar las relaciones matemático-didácticas entre los diferentes bloques de contenidos y al interior de cada bloque.

En principio, como hemos visto, por las características de los diseños curriculares no se incluyen explícitamente las relaciones entre saberes, aprendizajes, logros, de los distintos bloques temáticos, aunque algunas de ellas se mencionan en otros documentos curriculares con orientaciones didácticas.

En el nivel institucional, es importante identificarlas para poder incluirlas en nuestro proyecto de enseñanza, es decir, para no dejar a cargo de los alumnos el establecimiento de esas relaciones.

Para los niños y niñas, tener presentes y disponibles esas relaciones como parte de la construcción matemática personal de cada uno potencia la posibilidad de resolver situaciones diversas con recursos matemáticos diversos.

Desde el punto de vista de la enseñanza, asumir la inclusión de actividades en el aula que permitan establecer relaciones entre diferentes contenidos implica poner en práctica una perspectiva sobre el aprendizaje basada en las reorganizaciones sucesivas de los conocimientos y no en un avance lineal. Sadovsky lo plantea del modo siguiente:



Aunque corremos el riesgo de presentar las cosas de manera un poco rígida y dicotómica, queremos subrayar la diferencia entre una visión de progreso en los aprendizajes que se basa en avanzar en el programa y otra, que se sustenta en la resignificación y la reorganización de las ideas a raíz de las interacciones que tienen lugar cuando se abordan colectivamente cuestiones complejas. Un tiempo que avanza acumulando saberes, contrapuesto a un tiempo que va y viene transformándolos (Sadovsky, p.12).

Apostar a este “va y viene” que promueve la transformación de los conocimientos de los estudiantes implica incluir en las planificaciones actividades pensadas para relacionar lo nuevo con lo viejo, de modo de ir generando vínculos entre los saberes. Nos referimos a vínculos en distintos planos. Por ejemplo:

- En lo conceptual (¿qué relación hay entre una fracción y una razón? ¿qué relación hay entre un cuadrado y un rectángulo?);
- En las escrituras (¿cuáles son las formas posibles de registrar el resultado de una división? ¿cómo se “ve” en un gráfico cartesiano la constante de proporcionalidad?);
- En las razones que justifican una afirmación (¿por qué podemos decir que todo cuadrado es un rombo pero no que todo rombo es un cuadrado? ¿por qué no es cierto que el siguiente de $\frac{2}{4}$ es $\frac{3}{4}$?).

Por otra parte, si consideramos los bloques temáticos de Número y Operaciones y de Geometría y Medida, es posible pensar en algunos de sus asuntos centrales para identificar relaciones entre bloques o dentro del mismo bloque y, consecuentemente, generar actividades para tomarlas como objeto de estudio.

En un mismo bloque, por ejemplo, Número y Operaciones:

- Entre las formas de pensar y escribir los números y las estrategias de cálculo

Si bien abordaremos estas relaciones en otra clase de este módulo, señalemos aquí que la historia de la matemática nos proporciona ejemplos de cómo los diferentes sistemas de numeración inventados por distintas culturas dieron también origen a distintas formas de calcular. La diversidad de sistemas incluye algunos aditivos (el egipcio y el romano, por ejemplo) y otros posicionales (el maya, el babilonio y el indoarábigo); con y sin cero, con base 20 y apoyo en el cinco, con base 60 y con base 10. En cuanto a las formas de “operar” con los símbolos, veremos que los posicionales tienen una lógica común y también que, para un mismo sistema, es posible pensar en una diversidad de procedimientos de cálculo según la interpretación que se haga de las escrituras numéricas.

- Entre la forma de escribir los números naturales y los racionales con expresión decimal

Sabemos que la escritura de números racionales se inició con escrituras no decimales, de tipo fraccionario (hay registro de “partes” tanto en el sistema egipcio como en el babilonio) y que pasó

tiempo desde el uso del SND para la escritura de números naturales y su generalización para escribir también racionales de forma decimal.

¿Por qué es posible? Al pensar cualquier fracción como suma de fracciones decimales, es posible extender la regla de escribir en la posición siguiente una cifra cuyo valor es 10 veces mayor o menor que el anterior, sabiendo que $1/10 = 10^{-1}$, $1/100 = 10^{-2}$, etc. Así, por ejemplo, para $\frac{1}{4} = 25/100 = 2/10 + 5/100$, resulta un valor exacto ($\frac{1}{4} = 0,25$). Para otras fracciones, resulta un valor aproximado con decimales periódicos ($1/3 = 0.666\dots$) o aproximados con infinitas cifras decimales como es el caso de pi y, en estos casos, el número ya no es del campo numérico racional.

Entre distintos bloques, por ejemplo, entre el de Número y Operaciones y el de Geometría y Medida.

- Entre el campo aritmético y el geométrico a través de la noción de medida

Por una parte, al perímetro, el área y el volumen se las denomina magnitudes espaciales pues son susceptibles de ser medidas en una, dos o tres dimensiones del espacio, tanto para los objetos que nos rodean como para el mismo espacio real. Desde los griegos se ha ligado el producto de dos dimensiones con el área y de tres con el volumen, estableciendo así una relación de lo espacial con lo numérico y, de manera más general, con lo algebraico.

Por otra parte, el resultado de toda medición requiere de una escritura numérica y, según la unidad elegida, se expresará con distintos números ($4,55 \text{ m} = 455 \text{ cm} = 455 \text{ m} \times 10^{-2}$). A la vez, la elaboración de escalas graduadas en muchos instrumentos que se usan para medir diferentes magnitudes (lineales) se apoya en la comparación de longitudes. Por ejemplo, la capacidad con la altura de un líquido en un recipiente, la amplitud de un ángulo con partes de la circunferencia, el peso de un objeto o la temperatura ambiente con la posición en una escala graduada de la balanza o el termómetro.

También la representación gráfica de variaciones de magnitudes tuvo una etapa geométrica sin unidades (Oresme, la variación uniforme de velocidad se representaba con un triángulo rectángulo) hasta que, a través del establecimiento de una unidad de longitud arbitraria (Descartes), fue posible establecer segmentos correspondientes - x^2 , x^3 , ..., x^n - para distintos valores de la variable independiente.

- Entre las reglas del SND y las del sistema métrico decimal

La historia de los sistemas de medida muestra la diversidad de unidades elegidas para medir longitudes desde la antigüedad, muchas inicialmente ligadas a partes del cuerpo, algunas de las cuales persisten en su uso –pie, pulgada– por su difusión en el mundo industrial y comercial, aunque matemáticamente hayan dejado de tener sentido.

Estas unidades conviven en el uso con las del sistema métrico decimal que se ha universalizado tanto para expresar medidas con unidades simples –metro, litro, gramo– como con unidades compuestas –velocidades en km/k, peso específico o densidad en g/cm³–.

La razón fundamental de la expansión del SMD es la elección de múltiplos y submúltiplos de la unidad para cada magnitud de modo que cada una sea 10ⁿ veces mayor o menor que otra, lo que resulta en una gran facilidad para transformar la expresión de una misma medición al cambiar la unidad –en ese sistema– pues el número que expresa la medida está en el mismo sistema.



Actividad matemática de la clase

- Elijan alguna actividad referida al uso de propiedades para fortalecer el repertorio multiplicativo de su planificación o de un libro de texto que utilicen en su escuela. Transcriban la actividad e identifiquen qué propiedades se abordan, qué tarea deben realizar las y los alumnos y cuál es el modo en que podrían expresar esas propiedades.
- Comparen esa formulación con una expresión formal adecuada para el fin de la escuela primaria como la que se muestra a continuación. Señalen cuáles son las similitudes y diferencias.

Propiedades de la multiplicación de números naturales

- *Propiedad asociativa*

Si se tienen más de dos factores es posible operar reuniendo distintos pares de factores sin modificar el resultado: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

- *Propiedad conmutativa*

En la multiplicación, es posible cambiar el orden de los factores y no se modifica el resultado: $a \times b = b \times a$

- *Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma*

Si a , b y c son números naturales cualesquiera, si se suman a y b y a la suma se la multiplica por c , se obtiene el mismo resultado que si primero se multiplicaran a por c , y b por c , y luego se sumaran ambos productos: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

Esta propiedad también vale para la resta: $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Encontrarán al final de la clase recomendaciones para su entrega.

Material de lectura obligatoria

Para ampliar lo desarrollado en la clase les proponemos la lectura de: Terigi, Flavia (2010) Cronologías de aprendizaje. Apartado VI (pp 21 a 27) “Por donde va el saber pedagógico y en particular el saber didáctico”. Disponible en:

https://aulainfod2.infod.edu.ar/administracion/location.cgi?wseccion=15&id_curso=11&wid_repositorio=R1&wid_objeto=120

Seleccionen algún párrafo que les resulte particularmente significativo en relación con lo abordado en esta clase o con preguntas que se hayan formulado en relación con el acompañamiento a las trayectorias de sus estudiantes para registrarlo en su cuaderno de apuntes. Esta y otras referencias bibliográficas les serán útiles en el momento de desarrollar el trabajo final de este módulo.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:



Foro de Presentación

Para ir conociéndonos, los invitamos a participar del Foro de Presentación.



Foro

Actividad didáctica de la clase 1

Consideren los siguientes ejemplos de actividades en relación con la enseñanza del repertorio multiplicativo.

Comparen las actividades propuestas sobre la tabla pitagórica en los [Cuadernos para el aula de 3º](#) (pp. 84 a 88) y [4º](#) (pp. 100 a 103) años

¿Qué diferencias encuentran en el tratamiento de las relaciones entre productos?

¿Y en el tipo de actividades propuestas?

Se espera que participen en el foro, con dos intervenciones:

- compartiendo sus registros e ideas,
- seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.



Actividad de Entrega:

Actividad matemática de la clase

- a. Elijan alguna actividad referida al uso de propiedades para fortalecer el repertorio multiplicativo de su planificación o de un libro de texto que utilicen en su escuela. Transcriban la actividad e identifiquen qué propiedades se abordan, qué tarea deben realizar las y los alumnos y cuál es el modo en que podrían expresar esas propiedades.
- b. Comparen esa formulación con una expresión formal como la que se muestra a continuación. Señalen cuáles son las similitudes y diferencias.

Propiedades de la multiplicación de números naturales

- *Propiedad asociativa*

Si se tienen más de dos factores es posible operar reuniendo distintos pares de factores sin modificar el resultado: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

- *Propiedad conmutativa*

En la multiplicación, es posible cambiar el orden de los factores y no se modifica el resultado: $a \times b = b \times a$

- *Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma*

Si a , b y c son números naturales cualesquiera, si se suman a y b y a la suma se la multiplica por c , se obtiene el mismo resultado que si primero se multiplicaran a por c , y b por c , y luego se sumaran ambos productos: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

Esta propiedad también vale para la resta: $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Forma de Presentación:

- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibre tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad)
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto)

- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las [normas APA](#).
- Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: “Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clas_e_1_Aula XX”
- El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividades Optativas:



Foro de Consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

- Chevallard. Yves (1991) *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, Buenos Aires: Buenos Aires.
- Elizondo y Chemello (2021) “Dos perspectivas”, clase 1 de la diplomatura virtual para profesores de enseñanza media y universitaria de la UNAHUR.
- Godino, J y Batanero, C (1994) Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 14, n° 3. pp. 325-355. (España). E.mail: JGODINO@UGR.ES; CBATANERO@UGR.ES. 1. Investigación subvencionada por el Proyecto PS93-0196 de la DGICYT (MEC, Madrid)
- Ministerio de Educación de la Nación:
Núcleos de aprendizaje prioritario para nivel primario y Núcleos de aprendizaje prioritario para nivel secundario. (2005)
Matemática 3 y 4. Serie Cuadernos para el Aula. (2006-2007)
Entre el nivel primario y secundario. (2010)

- Ministerio de Educación de CABA:
Progresiones de aprendizaje. (2016)
- Sadovsky, P. (2019) La Teoría de la Transposición Didáctica como marco para pensar la vida de los saberes en las instituciones. (pp101 -120) En Balagué (comp.) *Bitácoras de innovación pedagógica*. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe.
- Terigi, F. (1991) *Curriculum. Itinerarios para aprender un territorio*. Buenos Aires: Editorial Santillana.

Créditos

Autoras: Mónica Agrasar, Graciela Chemello Graciela y Sara Elizondo

Cómo citar este texto:

Agrasar, Monica, Chemello, Graciela y Elizondo Sara (2022). Clase Nro.1: Decisiones para fortalecer las trayectorias. Módulo 1: Problemas y decisiones en la enseñanza. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0

Módulo 1: Problemas y decisiones de enseñanza desde una perspectiva de ciclo

Clase 2: Problemas, contextos y concepciones

¡Hola colegas! En la clase anterior abrimos este recorrido con algunas preguntas sobre la transición entre ciclos y niveles y sobre la articulación entre contenidos de distintos ejes temáticos.

Esta mirada sobre la articulación nos acompañará durante todos los módulos, buscando revisar nuestras prácticas en relación con el acompañamiento de las diversas trayectorias de nuestras alumnas y alumnos, en estos tiempos tan desafiantes.

Pensar la Matemática como un cuerpo de conocimientos lógicamente organizado, un lenguaje que permite expresar ideas abstractas o como un campo de conocimientos en el que trabaja una cierta comunidad que desarrolla prácticas de producción, lleva a tomar decisiones muy distintas en relación con su enseñanza. Y, a su vez, esto impacta fuertemente en las posibilidades que se da a los niños y niñas de acceder a ella.

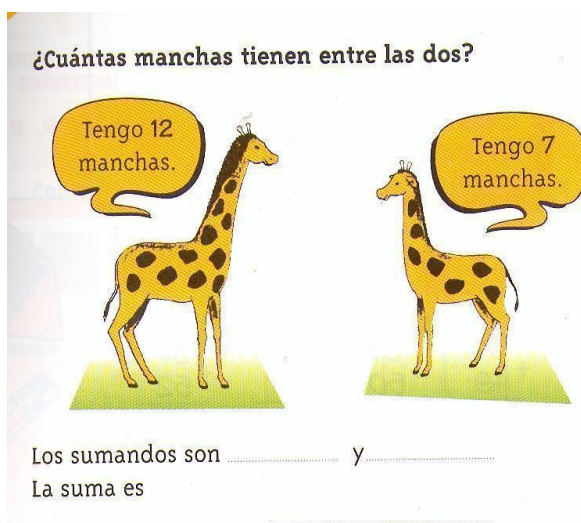
Como hoy damos particular relevancia a la resolución de problemas, les proponemos en esta clase revisar algunos de los criterios que ponemos en juego cuando elegimos los contextos para los problemas. Estos contextos, además de influir en las posibilidades de resolución, van marcando las ideas que nuestros alumnos se forman acerca de la Matemática.

Para ello, revisaremos primero una idea muy extendida y que quisiéramos problematizar: siempre convienen los contextos de la vida cotidiana, son significativos para los alumnos y facilitan el aprendizaje. Luego, pondremos la mirada sobre el trabajo que llamamos intramatemático para revisar su sentido y presencia en las aulas.

Asimismo, nos preguntaremos por las decisiones colectivas que tomamos en la escuela en relación con el diseño de proyectos que articulan más de un área, y se desarrollan con alumnas y alumnos de un mismo año o de un mismo ciclo.

Decisiones al elegir los contextos en los que presentamos los problemas

Antes de entrar de lleno al análisis de los contextos, las y los invitamos a reflexionar sobre esta curiosa actividad, incluida en un libro de texto para segundo año:



Pareciera que el propósito de incluir la imagen es el de permitir un apoyo concreto en el conteo.

Pero, ¿quién sumaría manchas de jirafas? ¿Para qué necesitaría ese valor? También resulta extraño pensar que las manchas que tienen esas jirafas son solo las que se ven.

En los textos escolares, son cada vez menos frecuentes los problemas en los que se propone, por ejemplo, averiguar el total de patas de una cierta cantidad de aves, cuántos patitos hay en una laguna si había 5 y llegaron 2, o qué parte de un poste le falta pintar a un pintor si ya pintó los $\frac{2}{7}$ de la tercera parte. Sin embargo, es interesante detectar qué “nivel de ficción”, de parodia de lo cotidiano, encontramos en algunos de los textos que tenemos en la escuela.



Tal vez sea posible intercambiar con los colegas de la escuela ejemplos de situaciones poco verosímiles que, con algo de humor y sin ser demasiado severos con nuestro propio hacer profesional, nos permitan estar atentos a los efectos que tienen estos enunciados en los aprendizajes de nuestros alumnos.

Si revisamos los Cuadernos para el Aula, encontramos que en la introducción se afirma que la concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. Por lo tanto, el tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse, o no, capaz de aprenderla.

Cuando el aprendizaje se lleva a cabo en situaciones reales de práctica, esa práctica permite atribuir sentido al conocimiento puesto en juego y controlar el éxito de la tarea realizada. Es el caso por ejemplo, del aprendizaje de un oficio acompañado por un experto, o cuando se aprende un deporte, un juego, una cierta tarea de interés para el que aprende.

Sucede también con los aprendizajes acerca de los números y las operaciones que se dan en situación de uso social, cuando los niños o los adultos manejan el dinero u otras cantidades al participar de las actividades sociales, productivas o comerciales en su comunidad.



De este modo, las ideas y conceptos que una persona construye siempre están asociados a la actividad y a los escenarios sociales en los que tuvieron lugar. Pero, ¿qué ocurre cuando esa transmisión está en manos de una institución como la escuela? En particular, ¿cuáles son las prácticas y los contextos que se eligen para transmitir los saberes matemáticos?



Actividad didáctica de la clase

¿Qué contextos son los que usamos más frecuentemente?

Elijan una unidad de su propia planificación sobre uno de estos temas y registren los contextos extramatemáticos a los que refieren las actividades.

- a) Campo multiplicativo con números naturales.
- b) Operaciones con números racionales.
- c) Proporcionalidad.
- d) Medida.

Intercambien en el foro correspondiente –hay uno por tema– sobre la variedad y tipo de contextos que identificaron. ¿Refieren a la vida cotidiana? ¿Son todos verosímiles? ¿Hay

referencias a problemas de Ciencias Sociales o Ciencias Naturales? ¿Son variados o predomina algún tipo?

Al final de la clase encontrarán indicaciones para la participación.

Incluir objetos del mundo sensible, conocidos por los chicos, ¿asegura la significatividad de la tarea?

Veamos algunos ejemplos:



¿A qué clase de autitos se refiere el otro problema? ¿Cómo son esas cajas para que tengan 362 autitos?

Agosto

Sumas 7

¡Piensen!

En una caja tengo 362 autitos. ¿Cuántos autitos tendrá en 3 cajas?

Solución

$$\begin{array}{r} 362 \\ \times 3 \\ \hline 1086 \end{array}$$

Respuesta: Tendrá 1086 autitos

290	426	588
$\times 3$	$\times 3$	$\times 3$
870	1278	1524



Reconocemos cuerpos geométricos

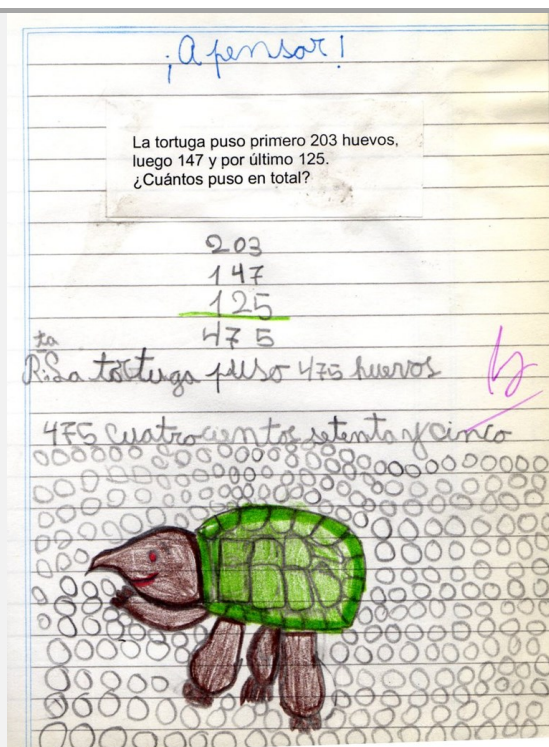


¿Es un dado o un cubo, es un embudo o un cono?

Cuando los enunciados de los problemas remiten a situaciones que son inverosímiles, o a preguntas que solo se hacen para dar lugar a la realización de una cuenta, cumplir una consigna del docente, la tarea solo tiene algún sentido dentro de la escuela. Las decisiones que se toman para resolver el problema no dependen en absoluto del contexto sino de palabras clave (agregar, total, repartir, etc.) presentes en el texto o de la similitud de la estructura de ese enunciado con otro. De este modo, comienza a construirse a veces una ficción escolar en la que no importa lo que se suma o se multiplica, mientras el resultado de la cuenta sea el correcto.



Por otra parte, si miramos algunos enunciados como el siguiente desde las Ciencias Naturales podríamos preguntarnos: ¿tiene sentido?, ¿enriquece o confunde en relación con el conocimiento del mundo natural?



En cambio, podríamos buscar vinculaciones genuinas tanto con contenidos de Ciencias Naturales como de Ciencias Sociales en las que la matemática aporte herramientas para el estudio de problemas de interés, a propósito del cuidado de la salud, el ambiente, el estudio de las migraciones, etc.

Por ejemplo, consideremos esta actividad en el marco del trabajo “Sobre los incendios en la zona de islas y Delta del Paraná”, propuesta que tiene como eje el cuidado del ambiente donde se articulan contenidos de las áreas curriculares.



CAPÍTULO 7: ¿Qué cantidad de superficie resultó afectada?

Hasta el momento más de 17 000 hectáreas resultaron afectadas en la zona norte y sur del puente Rosario-Victoria. ¿Se imaginan el tamaño de la superficie afectada?

Actividad A

Necesitamos tu ayuda porque no sabemos muy bien cómo es de grande la superficie afectada.

Leé y analizá lo que discuten estas personas:

JUAN: —Para mí, 17 000 hectáreas es más o menos la superficie de mi escuela, o de la escuela de mi hermano que es más grande... o... no sé...

BEATRIZ: —¡Me parece que es mucho más! Mi hermana más grande me contó que una hectárea es aproximadamente una manzana, como el lugar que ocupa una plaza en Santa Fe, algo así como un cuadrado de 100 m de lado.

NANCY: —A mí, hectárea, me suena a hectómetro... Me acuerdo que el año pasado, la maestra nos enseñó que 1 hectómetro es igual a 100 metros. Pero no me imagino cuánto es 17 000 hectáreas...

- ¿Con quién/es estás de acuerdo? ¿Por qué?
- Compartí con una compañera o un compañero la respuesta anterior, ¿coinciden o no? Podés escribirle un mensaje o hacer un llamado telefónico.
- ¿Podrías relacionar los datos correctos que tienen las personas que están discutiendo y escribir cuánto es una hectárea (ha)?
- Tu casa, ¿tiene una superficie mayor o menor a una hectárea? ¿Y tu escuela?
- La zona afectada, entonces, ¿cuántas manzanas ocupa?



1 hectárea
se simboliza
«ha»

Cuaderno 2. Alfabetización. Educación primaria. 7mo grado. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 2021 Disponible en [Cuaderno2_7mo_Web.pdf](#)

Si las, los niños y las, los jóvenes tienen su acceso a la matemática mediado por situaciones que no son relevantes para su entorno inmediato, ni propias de tareas reales de distintas personas en la sociedad, incluidos los matemáticos, se contribuye —aun sin querer— a la construcción de un sinsentido para la actividad matemática. Lo que los niños aprenden no es más que una colección de reglas arbitrarias cuya aplicación resulta difícil de anticipar. Y de allí, que para algunos saber matemática queda restringido a saber hacer cuentas o usar fórmulas y, para muchos chicos y chicas, decidir qué “hay que hacer” lleva a preguntarle al maestro/a, al profesor/a, si hay que sumar o multiplicar o qué hacer con la x.

Patricia Sadovsky, en *Enseñar Matemática hoy* (2005), plantea el siguiente ejemplo:



“un profesor quiere enseñar función cuadrática y hace notar a sus alumnos que muchos faros de los autos tienen forma de parábola. Les comenta que las funciones que van a estudiar se representan gráficamente a través de una parábola y se embarca en un

estudio más o menos convencional de ese objeto. Nada de lo que propone como estudio explica algo vinculado al tema de los faros de los autos. La referencia a un contexto de uso, ni aporta al estudio ni permite apreciar cómo se aplica el resultado de dicho estudio.” (p. 113)

Algunos intentos para darle más “realidad” a las matemáticas escolares pueden traer consigo mecanismos que generan exclusión, a pesar de que la intención para ponerlos en práctica sea justamente la contraria, la de incluir.

Incluir situaciones reales, ¿asegura un mayor control de los procedimientos y los resultados?

Hemos planteado la necesidad de vigilar la verosimilitud de las situaciones que proponemos y la necesidad de recuperar las razones de ser de los conocimientos matemáticos. Pero, por una parte, las situaciones a las que nos enfrentamos fuera de la escuela, en contextos reales, son de una complejidad tal que a veces resulta excesiva para los alumnos o bien requieren decisiones que no dependen estrictamente de resultados matemáticos. Por otra parte, el conocimiento del contexto agrega información a los enunciados de los problemas, que podría no ser relevante y complejizar los procedimientos o desviar el propósito de enseñanza. Veamos unos ejemplos:

El caso de las compras para el asado

Los chicos de un cuarto grado estaban resolviendo el siguiente problema:

Para preparar distintos presupuestos para un asado, según la cantidad de comensales, se calcula 1 kg cada 3 o 4 personas, dependiendo si hay chorizos o no, y el kilo cuesta \$700. Completá la tabla con los precios que faltan:

<i>personas</i>	4	8	12	10	20	50
<i>precio</i>	700					

Después de completar la tabla se armó la discusión:

Nacho: –Por más que sean 50 personas ni loco te cuesta más de ocho mil pesos, y el de 20 también me parece que está mal.

Pili: –Te digo que está bien, ya revisé las cuentas y da eso.

Nacho: –Te digo que no cuesta eso. Si no me creés, vamos a la carnicería donde trabaja mi papá y vas a ver que tengo razón.

Pili: –Y yo te digo que estamos en la escuela y no en la carnicería.



¿Vale pensar que estamos en la carnicería para responder? Si no es así, ¿qué aporta el contexto? ¿Qué le dirían ustedes a Nacho y a Pili?

¿Qué preguntas podrían anticiparse para discutir en clase?

Nacho sabe que, para más de una cierta cantidad de kilos, en la carnicería varía el precio. De todos modos, conocer el valor calculado con la relación de proporcionalidad –asumiendo que la relación se mantiene– nos permite decidir, en la carnicería, si la oferta que nos hace el carnicero nos parece razonable o no. Claro que la decisión de comprarle a ese carnicero o a otro, no dependerá solo de la comparación con el resultado de la tabla.

Muchas veces, en la escuela, se asume que las cantidades que guardan una relación proporcional, la mantienen para cualquier valor. Y esto, a veces es así, como cuando se trata de la relación entre la medida del

lado de un cuadrado y su perímetro, y a veces no, como en el caso de los precios, como analizaremos en el Módulo 3.

Preguntarnos en la clase por los alcances y los límites de los resultados de un problema es una tarea sumamente interesante y fértil tanto para el estudio matemático de las nociones involucradas, como para considerar cuál es el aporte que la matemática puede hacer a la comprensión y toma de decisiones en diversas situaciones.

Muchas veces, después de la resolución de un problema, la clase termina con la sistematización de las conclusiones a las que se llegó, pero no es frecuente que se abran preguntas que pongan en cuestión el alcance de la solución o la validez de los procedimientos utilizados.

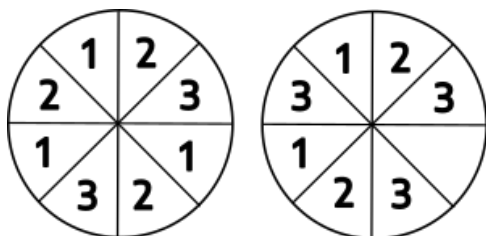
Otro ejemplo:

El caso de Sandra y las pizzas

Sandra es maestra de quinto grado y para empezar con algo sencillo sobre fracciones les propuso a los chicos:

Tres amigos fueron a la pizzería y pidieron 2 pizzas chicas. Si no dejaron nada y todos comieron lo mismo. ¿Cuánto comió cada uno?

¿Qué hicieron los chicos?



Esta porción hay que repartirla entre 3, ¿qué lío! Son 5 porciones y un cachito para cada uno. Queda una mini porción.

Aunque con ayuda de Sandra los chicos llegaron al resultado, la clase se complicó más de lo esperado y se avanzó con la idea de “parte de parte” y equivalencias entre fracciones que no era lo que ella había planificado.



¿Qué comentarios le harían a Sandra?

Frente al problema de expresar el resultado de repartir de modo equitativo 2 pizzas entre 3 comensales, en lugar de la respuesta esperada por la maestra ($2/3$), y que asumía sencilla para los alumnos, los chicos se encontraron con la dificultad de obtener primero la tercera parte de $1/8$ y luego sumar ese $1/24$ a $5/8$ para hallar el resultado. Y esto solo porque habitualmente la pizza viene cortada en 8 porciones. En este caso también se juega la consideración, por parte de Sandra, de la fracción como expresión de un cociente y la interpretación por parte de los chicos de la fracción como parte de un entero. En el Módulo 2, veremos con detalle otros ejemplos.

De este modo, es importante que reflexionemos acerca de las ventajas y riesgos que supone la elección de algunos contextos “cotidianos”. Esto es interesante y valioso, porque contribuye a recuperar el vínculo de la matemática escolar con lo que ocurre fuera de la escuela. Sin embargo, cuando lo hacemos, es necesario considerar y hacerse cargo de la aparición en la clase de información propia del contexto.

En el caso del trabajo por proyectos, las preguntas formuladas en el ámbito de las ciencias sociales o naturales, brindan excelentes oportunidades para usar herramientas matemáticas conocidas, o aprender nuevas. Las alumnas y los alumnos tienen que buscar o interpretar información cuantitativa y trabajar con ella para tomar una decisión, argumentar para sostener una posición o establecer relaciones vinculadas con la comprensión del tema en estudio. Este trabajo, además de la recuperación o aprendizaje de conocimientos específicos, requiere del análisis y producción de textos desde una mirada sobre el hacer matemático que trasciende la aplicación de una técnica para realizar un cálculo o interpretar un gráfico.

Se trata de resolver problemas, muchas veces abiertos, en un contexto particular y en diálogo con las ciencias sociales o naturales, lo que implica poder seleccionar entre diversas formas de representar, de resolver, de comunicar resultados y procedimientos, de evaluar y producir argumentos.

En síntesis, incluir lo cotidiano, o cuestiones propias de las ciencias naturales o sociales requiere, en principio, conocer las situaciones contextuales reales de nuestros alumnos, ya que sin esos datos no es posible proponer situaciones que resulten significativas y que permitan tomar sus conocimientos como base para la adquisición de nuevos saberes matemáticos. Asimismo, habrá que considerar cuáles son las problemáticas de interés para la comunidad y los temas que desde otras áreas resulten significativos para desarrollar prácticas matemáticas contextualizadas.

A propósito, Paulo Freire nos advierte:



“Tratar de conocer la realidad en la que viven nuestros alumnos es un deber que la práctica educativa nos impone: sin esto, no tenemos acceso a su modo de pensar y difícilmente podremos, entonces, percibir lo que saben y cómo lo saben”. (2002)



Pero ese punto de partida merece ser ampliado, con el acceso a otros espacios, a otras realidades que no son accesibles desde el entorno familiar y que nos permitirán desde la escuela ir ampliando los ámbitos de uso de los conocimientos matemáticos.

¿Qué importancia tiene el trabajo en contextos intramatemáticos?

Hace ya muchos años que circula en las instituciones educativas (escuelas y profesorados) la preocupación por la resolución de problemas en la clase de matemática y por la vinculación de las reglas y definiciones teóricas con sus aplicaciones. Sin embargo, en algunos casos, esto nos ha llevado a considerar como problema solo a las situaciones en contextos extramatemáticos y a dar un poco menos de importancia al trabajo intramatemático.

Veamos un ejemplo:

El caso de Ana

Ana es estudiante de formación docente y está haciendo sus primeras prácticas en tercer grado. La maestra le dio como tema suma y resta con números de tres cifras.

Ana pensó en usar la calculadora e iniciar con esta actividad:

Usando la calculadora:

a) Buscá qué número hay que sumarle a 150 para obtener 300.

b) Colocá en el visor de la calculadora 170.

- ¿Qué número hay que sumarle para que aparezca 300 en el visor?

- ¿Y para que aparezca 350? ¿Y para 400?

Cuando se la mostró a la maestra, ella le dijo que podía ser, pero que mejor resolviera problemas y que no hiciera cuentas sueltas.



¿Qué idea de problema tienen Ana y la maestra? ¿Piensan ustedes que es la misma?

¿A qué nos referimos cuando decimos “cuentas sueltas”?

Si bien sería aventurado comentar la decisión de Ana y la intervención de la maestra, ya que no conocemos nada acerca del proceso que venía siguiendo ese grupo de niños, sí podemos reflexionar acerca de la idea de problema y de la preocupación por no hacer “cuentas sueltas”.

Coincidimos con la maestra en que el trabajo sobre el cálculo requiere de un trabajo de uso en situaciones con cantidades para otorgar sentido a la operación y que proponer una práctica de sumas o restas, que no pueden vincularse entre sí no parece resultar un trabajo muy fértil. Sin embargo, si revisamos la propuesta de Ana, los números elegidos permiten establecer relaciones entre las cuentas, usando el resultado de una para pensar el resultado siguiente. Esto podría dar lugar, después de respondidas las preguntas, a un trabajo reflexivo que permitiera explicitar el uso de algunas descomposiciones particulares de los números para simplificar procedimientos de cálculo.



¿Cuáles podrían ser las consignas para esa parte de la clase?

Retomar una situación relativa a, por ejemplo, compras y gastos en el supermercado permitiría tal vez tener un cierto control del resultado, pero no da lugar al análisis de las relaciones entre sistema de numeración y cálculo que se ponen en juego en la propuesta de Ana.

Patricia Sadovsky, en *Enseñar Matemática hoy*, plantea el análisis de una intervención docente frente a problemas sobre división entera en los que los alumnos debían proponer cuentas de dividir que cumplieran ciertas condiciones, como, por ejemplo, cuentas de dividir en las que el divisor sea 32 y el resto sea 27. Frente al “bloqueo” de algunos alumnos, la docente propuso un problema de reparto de caramelos entre 34 chicos de modo que cada uno recibiera 18 y sobraran 12, para preguntar cuántos caramelos repartieron. Los alumnos resolvieron usando multiplicación y suma, sin establecer ninguna relación con el problema original ni establecer relaciones entre multiplicación y división.



“en la situación planteada en un contexto intramatemático, las relaciones relativas a la división entera que hay que movilizar quedan a cargo del alumno en tanto que, si se plantea la situación aparentemente equivalente pero contextualizada, no es necesario establecer relaciones entre la multiplicación y la división. La referencia al contexto de reparto-fértil para la construcción del sentido de la división- no permite acceder a las relaciones que pone en juego la situación descontextualizada que planteamos nosotros. El ejemplo nos ayuda a sostener que el contexto interno a la matemática muestra relaciones que lo contextualizado en lo cotidiano no puede mostrar. En otros términos, no estamos diciendo : “en este caso el contexto externo no aporta” sino que estamos diciendo: “en este caso el contexto externo oculta aquello que queremos que sea tratado”” (p. 110)

Cabe señalar que, en nuestra tradición y en el uso coloquial habitual en la escuela de la palabra “problema”, se la asocia a los contextos extramatemáticos. Si nos referimos, en cambio, a la idea de desafío cognitivo, la propuesta de Ana podría funcionar como un problema para ese grupo de niños, o no, dependiendo de los conocimientos disponibles. Y esto vale tanto en relación con la suma y la resta, como con el uso de la calculadora. Abordaremos en detalle el trabajo sobre el cálculo y el uso de la calculadora en el Módulo 2.

No hay práctica matemática genuina sin preguntarse por las relaciones entre los números o las figuras, el porqué de ciertas reglas o el alcance de las propiedades conocidas cuando se cambia de operación o de campo

numérico. Tengamos en cuenta que un problema sobre números, sobre cuentas o sobre figuras puede ser tan desafiante o a veces más que un problema en un contexto que, de tan conocido, resulta poco provocador.

Por otra parte, hay contenidos y saberes que deben abordarse necesariamente en el contexto del propio trabajo matemático y restringir ese acceso impacta tanto en el modo en que se conoce la matemática como en la posibilidad de tomar decisiones desde una posición de dominio de sus herramientas.



¿Por qué basta mirar las dos últimas cifras de un número para saber si es divisible por 4?

¿Las distintas operaciones en un cálculo, se van resolviendo de izquierda a derecha en el orden en que aparecen o hay que tener en cuenta alguna regla?

¿Es suficiente tener información sobre los lados de un cuadrilátero para saber que es un cuadrado?

¿Cómo se pueden ubicar todos los puntos que están a una misma distancia de otro?

Si todas las actividades refieren a usos de los conocimientos matemáticos en contextos particulares y no se incluyen problemas intramatemáticos en los que esos conocimientos se estudien de manera explícita, no hay posibilidad de identificarlos, relacionarlos con otros conocimientos y reutilizarlos en otros contextos. En el caso particular de la Geometría, que desarrollaremos en profundidad en el Módulo 4, cabe señalar que el trabajo inicial con materiales y dibujos sobre las formas en el primer ciclo debe independizarse progresivamente de lo perceptivo para poder avanzar en el tratamiento de los objetos geométricos en el segundo ciclo.



Actividad Matemática de la clase

Decíamos antes que no hay práctica matemática genuina sin preguntarnos por el porqué de ciertas reglas y, en ese sentido, les proponemos revisar las reglas o definiciones que usamos.

Analicen las siguientes preguntas y elaboren una explicación para enviar a su tutor/a. Al final de la clase, encontrarán recomendaciones para su entrega.

- ¿Por qué basta mirar las dos últimas cifras de un número para saber si es divisible por 4?
- ¿Es suficiente tener información sobre los lados de un cuadrilátero para saber que es un cuadrado?

Cabe señalar aquí que la posibilidad de independizar una noción de los contextos particulares en los que se usa, depende tanto de la variedad de contextos explorados como de sucesivas descontextualizaciones. Para ello es necesario alternar momentos de trabajo intra y extra matemático, con otros de análisis y sistematización de las conclusiones a las que se vaya arribando.

En el caso opuesto, un trabajo puramente intramatemático en el nivel primario obstaculiza la construcción de sentido y la identificación de los problemas que dieron origen a esos conocimientos, sus razones de ser, impidiendo reconocer cuándo usarlos y cuándo no.

De este modo queda abierto el desafío de articular el trabajo en distintos contextos, y de fortalecer el estudio de las nociones que vamos identificando con las chicas y los chicos. Preguntarse si lo que vale para una operación, vale para otra, explorar cómo varía el resultado de un cálculo cuando cambian los números, hacerse preguntas acerca de la validez de lo que afirmamos son tareas que no pueden faltar en la clase de matemática.

Hasta aquí hemos reflexionado sobre cómo pueden influir en las ideas sobre la matemática que se van formando los alumnos algunas de las decisiones que tomamos al elegir los contextos en los que presentamos los problemas.

Pero, antes de avanzar con la última parte de la clase, es hora de un recreo, de buscar más agua para el mate u otro cafecito y sonreír con este fragmento:



(...) Con la mayoría de los problemas pasaba lo mismo, que no podías comprobarlos. No te ibas a echar a la carretera para ver si un individuo podía pasarse la vida recorriendo 28 km diarios. Y sin más fuste que el de encontrarse con otro peatón que había salido de un punto situado a ¡648 km! Pues vaya una cita. Y encima el segundo, más cuco, iba más despacio, a $23 \frac{1}{3}$ km por día.

Con lo cual, que cuando tocó el problema 18, pues tuve unas palabras con el maestro, que yo le dije que faltaban datos, y él me dijo que los datos me los iba a dar él a mí, y yo le dije

que tendrían que dormir y comer, y evacuar, y él me dijo que por qué yo no podía hacer los problemas como todo el mundo; y se le veía molesto.

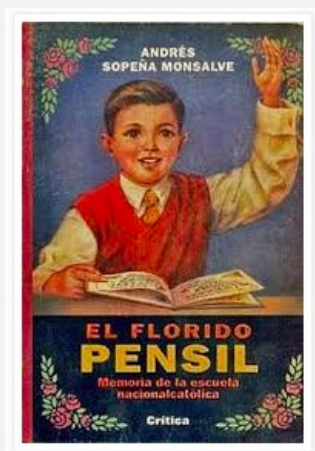
Pero yo tenía razón:

18. Dos caminantes se dirigen uno hacia el otro. La distancia entre los puntos de partida es de 300 km. Uno anda 8 km por hora y otro 7. ¿Cuántas horas tardarán en encontrarse y a qué distancia de los puntos de partida?

Y todas las excursiones eran del mismo calibre:

50. De un camino de 350 km hemos andado 60 km. Representa en forma fraccionaria el camino recorrido y el que falta por recorrer.

Andrés Sopeña, El florido pénil.



En *El florido pensil*, en clave de humor, Andrés Sopeña evoca sus recuerdos de infancia, con especial énfasis en el sistema educativo nacional-católico de la posguerra española.

Pueden ver más problemas “cotidianos” de El florido pensil en

<https://leerconlasmaticas.blogspot.com/2013/04/el-florido-pensil-andres-sopena.html>

y acceder al tráiler de la película en <https://www.youtube.com/watch?v=8JMvsJBiuZl>

Decisiones compartidas al planificar proyectos

Para abrir algunas cuestiones sobre la planificación, que profundizaremos en la clase próxima, y seguir problematizando el juego entre contextos intra y extra matemáticos, les proponemos analizar dos actividades que requieren herramientas matemáticas diseñadas en el marco de trabajo con proyectos integrados.

Cada proyecto se organiza alrededor de una cuestión, o varias relacionadas, que refieren a un problema complejo, con múltiples aristas, y que requiere del abordaje desde distintas disciplinas/áreas para su estudio. Esto supone una práctica colectiva, tanto desde la participación de alumnas y alumnos que trabajan juntos, incluso compartiendo actividades con estudiantes del mismo u otro ciclo, como de la planificación entre docentes, cada una, cada uno, con su aporte. Hay nuevos aprendizajes para estudiantes y docentes, ya que el abordaje de la cuestión en estudio, y consecuentemente las conclusiones a las que se arribe, derivan de una experiencia colectiva y particularmente única que no figura en ningún libro de texto.

Un aporte interesante para abordar la diversidad de saberes e intereses en la clase de este tipo de organización es que las y los estudiantes realizan distintas actividades en agrupamientos flexibles. Además de dar lugar al uso de distintas representaciones, significados o procedimientos asociados las nociones que se usan con distinto alcance, o a argumentaciones con distinto nivel de generalidad, se producen intercambios más genuinos. Cuando hay que comunicar a los compañeros y las compañeras una conclusión, un procedimiento, una pregunta sobre lo que otros no han trabajado hay un mayor esfuerzo para elegir qué y cómo decir o escribir y un mayor interés en escuchar lo que dicen las y los demás. Esto da lugar al intercambio de ideas sobre lo que se comparte, y se favorece la construcción compartida del conocimiento.

Otro aporte significativo es que las preguntas que orientan el proyecto son nuevas, no hay una respuesta que el o la docente sabe y las y los alumnos no. Todas y todos tienen que construirla juntos.

No se trata de una secuencia sobre fracciones, numeración o proporcionalidad. No hay un título que ayude a anticipar a qué herramientas recurrir o “de qué es el problema”. A su vez, la información no se presenta recortada y ordenada, como muchas veces ocurre con los enunciados de los problemas en la clase de Matemática. Hay que leer y releer distintos textos, de distintas fuentes, y a veces buscar información nueva.

Muchas veces, hay alumnas o alumnos que no participan en clase porque entienden que se está preguntando algo que ya tendrían que saber y no aprendieron antes, o no recuerdan. En los proyectos se plantean preguntas abiertas, en diálogo con otras ciencias, se formulan nuevas preguntas que permiten la participación de todas y todos, con lo que cada una, cada uno sabe y puede aportar. Se borran los roles que a veces pueden haberse construido en la clase acerca de quién puede o sabe más y quién menos.

Este tipo de propuesta a la vez que permite usar nociones ya exploradas en un nuevo contexto, revisarlas o profundizarlas, muchas veces requiere aprendizajes ad hoc, herramientas nuevas que hay que explorar y conocer. De ningún modo es necesario repasar estos conocimientos antes de abordar esta propuesta. Justamente es la cuestión en estudio en el proyecto la que requiere que busquemos herramientas matemáticas para resolver. Cada una, cada uno, pondrá en acto lo que sabe y aprenderá lo nuevo que sea necesario, dando sentido al uso de esos conocimientos.

De una u otra forma, siempre se trabaja con distintas representaciones y procedimientos, variedad que se enriquece cuando los y las participantes son estudiantes de distintos años y pueden abordar la misma cuestión con herramientas con distintos niveles de generalidad o distintos modos de argumentar.

Ahora bien, no es sencillo encontrar problemáticas que sean accesibles para alumnas y alumnos de escuela primaria y , a la vez, requieran de una intervención matemática que no resulte forzada.

No se trata de buscar contextos de aplicación de conocimientos matemáticos relacionados con un tema, sino de identificar cuestiones, en general en el ámbito de las ciencias sociales y naturales, que necesiten el aporte de la matemática para interpretar y procesar información cuantitativa que sea necesaria para comprender el problema en estudio, tomar decisiones, argumentar para sostener una posición en un debate, etc.

Cabe señalar que el alcance del trabajo matemático que se realiza está condicionado por su pertinencia en relación con el proyecto.

Por una parte, ya sea luego de un intercambio con conclusiones relevantes, antes de finalizar un encuentro de trabajo en el marco del proyecto , será preciso coordinar instancias en las que se expliciten los conocimientos matemáticos utilizados, nombrándolos convencionalmente y vinculándolos con alguna formulación que los sistematice. Es fundamental que los estudiantes

identifiquen cuáles son las cuestiones trabajadas, qué nociones y procedimientos han sido útiles para hacerlo y cuáles no.

Por otra, y además de las explicitaciones y análisis que se realicen en el marco del proyecto, siempre es necesario generar instancias específicas de trabajo en la clase de Matemática en otros contextos extra e intra matemáticos, que permitan ampliar el abordaje de las nociones involucradas en relación con los propósitos y alcances previstos para el año de cada alumno, alumna. Resulta complejo analizar el sentido de una actividad en el marco de un proyecto, sin conocer sus propósitos generales, el recorte elegido, las cuestiones que se busca investigar. Sin embargo, es posible analizar algunos ejemplos para identificar el alcance del trabajo en el marco del proyecto, e imaginar qué tipo de actividades podrían desarrollarse en la clase de Matemática en relación con las nociones que se ponen en juego. Si les interesa profundizar en el trabajo por proyectos, proponemos elegir alguno de estos ejemplos para explorarlos de modo global, y luego compartir impresiones con las y los colegas de sus escuelas.



Lectura sugerida

“Sobre los incendios en la zona de islas y Delta del Paraná”, *Cuaderno 2. Alfásueños. Educación primaria. 7º grado*. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 2021. Disponible en <https://campuseducativo.santafe.edu.ar/cuadernos/>



Capítulo 7: ¿Qué superficie fue afectada? Actividades A, B, C páginas 22 y 23.

“Gente que viene y que va: las migraciones.” Jóvenes que miran mundos. Proyectos integrados. Ministerio de educación de la Nación. 2021. Disponible en <https://www.educ.ar/recursos/157305>



La inmigración desde Europa y otros países del mundo. páginas 33, 34 y 35.

Nota: Si bien la propuesta está destinada a estudiantes de primer ciclo de escuela secundaria, las actividades pueden ser abordadas por alumnas y alumnos de 6º y 7º año.

Como planteamos al iniciar la clase, la concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos y, a su vez, cada noción va adquiriendo una forma particular según los contextos en los que se usa y el tipo de prácticas asociadas. Con lo cual las decisiones que tomamos al seleccionar contextos y actividades en nuestra planificación –cuestión que desarrollaremos en la próxima clase– resulta clave en relación con el tipo de saberes que pueden ir construyendo nuestras alumnas y alumnos.

Material de lectura obligatorio

Para cerrar esta clase proponemos revisar un texto que ya tiene algunos años y que describe la perspectiva desde la cual se acordaron propuestas de desarrollo curricular para los NAP. revisar el alcance de algunos términos usados en esta clase e identificar aportes teóricos de distintos autores, les proponemos cerrar este tramo con las siguientes lecturas:

- MECyT, Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente “[Enseñar matemática en el segundo ciclo de EGB](#)” En: *Matemática. Serie Cuadernos para el aula.*, Buenos Aires, 2006.

¿Qué apartados de este texto puede relacionar con los temas de esta clase? Tomar algunas notas puede ser de utilidad como insumo para el trabajo final del Módulo.



Lectura sugerida

En relación con la elección de los contextos que usamos para plantear problemas resulta interesante leer el capítulo completo: “El contexto en el que se proponen los problemas y la producción de conocimientos”, en: Sadovsky, Patricia (2005). [Enseñar Matemática hoy](#). Buenos Aires: Libros del Zorzal. (pp 97-113).

Actividades la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:



Foro

Actividad didáctica de la clase

¿Qué contextos son los que usamos más frecuentemente?

Elijan una unidad de su propia planificación sobre uno de estos temas y registren los contextos extramatemáticos a los que refieren las actividades.

- a) Campo multiplicativo con números naturales.
- b) Operaciones con números racionales.
- c) Proporcionalidad.
- d) Medida.

Intercambien en el foro correspondiente –hay uno por tema– sobre la variedad y tipo de contextos que identificaron. ¿Refieren a la vida cotidiana? ¿Son todos verosímiles? ¿Hay referencias a problemas de Ciencias Sociales o Ciencias Naturales? ¿Son variados o predomina algún tipo?

Se espera que participen en al menos uno de los foros:

- a) compartiendo sus respuestas y algún ejemplo, como así también
- b) comparando sus aportes con los de algún colega buscando coincidencias o diferencias.



Actividad de Entrega:

Actividad matemática de la clase En la clase mencionamos que no hay práctica matemática genuina sin preguntarnos por el porqué de ciertas reglas y, en ese sentido, les proponemos revisar las reglas o definiciones que usamos.

Analicen las siguientes preguntas y elaboren una explicación para enviar a su tutor/a.

- ¿Por qué basta mirar las dos últimas cifras de un número para saber si es divisible por 4?
- ¿Es suficiente tener información sobre los lados de un cuadrilátero para saber que es un cuadrado?

Forma de Presentación:

- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibre tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad).
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto).
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las [normas APA](#).
- Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: "Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_2_Aula XX"
- El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividades Optativas:



Foro de Consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

- Charlot, B. y Silva, V. A. da (2013) La relación con la matemática de alumnos brasileños. En Broitman, C. *Matemática en la escuela primaria (II). Saberes y conocimientos de niños y adolescentes*. Buenos Aires: Paidós.
- Chevallard, Y. Bosch, M. y Gascón, J.(1997) *Estudiar Matemáticas*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Freire, P. (2002) *Cartas a quien pretende enseñar*. México Siglo XXI.

- Gorgorió, N.; Bishop, A. (2000) Implicaciones para el cambio. Hacia la democratización de la educación matemática. En Gorgorió, N.; Deulofeu, A.; Bishop, A. (coords.) *Matemáticas y educación*. Barcelona: Graó. (páginas 189-209).
- Saiz, I. (2011) La resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática. Creencias y realidad. En AA.VV. *El lugar de los problemas en la clase de Matemática*. Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Sadovsky, P. (2005) *Enseñar Matemática hoy*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.
- Santaló, L. A. (1990) Matemática para no matemáticos. Conferencia inaugural del I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Sevilla.
- Skovsmose, O. (1999) *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.

Créditos

Autoras: Mónica Agrasar, Graciela Chemello Graciela y Sara Elizondo

Cómo citar este texto:

Agrasar, Monica, Chemello, Graciela y Elizondo Sara (2022). Clase Nro 2.: Problemas, contextos y concepciones. Módulo 1, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0

Módulo 1: Problemas y decisiones de enseñanza desde una perspectiva de ciclo

Clase 3: Una mirada ciclada sobre lo aritmético: más allá de los algoritmos año a año

¡Bienvenidos/as a la clase 3!

En esta clase nos ocuparemos de analizar la relación entre las formas de pensar los números y las formas de calcular, tanto para el cálculo exacto como para el aproximado.

Revisar la relación entre ambos contenidos, numeración y cálculo, permitirá identificar algunos focos centrales del trabajo para diseñar su enseñanza atendiendo a prioridades de aprendizaje. Queremos tomar esta cuestión con una perspectiva de ciclo, a fin de abrir el diálogo para decidir las prioridades en nuestras escuelas y así ofrecer la posibilidad de realizar una mejor trayectoria a los niños y niñas que a ellas concurren.

Ya hemos planteado en una clase anterior que, en nuestra tradición escolar, es frecuente asociar ciertos saberes ligados al cálculo con un año determinado. Y agregamos que, también para cada año, se piensa en una meta en torno a los algoritmos convencionales. ¿Podemos seguir sosteniendo esas metas por año al pensar en la priorización de saberes en torno al cálculo? ¿Cuál es el lugar de los algoritmos hoy en relación con las necesidades de cálculo y con la formación matemática? ¿Qué cuestiones relativas al cálculo interesan para los estudios secundarios? ¿Cuál es el valor de abrir a una diversidad de estrategias? ¿Qué relación se puede establecer entre las formas de pensar los números y la diversidad de estrategias?

Cabe señalar que el foco elegido no implica desconocer la importancia del resto de los contenidos del bloque Número y Operaciones, tanto aquellos que toman las estrategias de cálculo mental y el uso de las propiedades de las operaciones que se juega en ellos –cuestión que se tratará en el módulo 3– como los referidos a la diversidad de problemas de los campos aditivo y multiplicativo que permiten construir el sentido a los números naturales y racionales y sus operaciones –cuestión que será en parte abordada en el módulo 2. Se trata, en cambio en esta clase, de profundizar entre docentes la reflexión sobre la relación señalada en los campos numéricos que se estudian en la

escuela primaria –natural y racional positivo– a fin de contemplar en nuestras planificaciones la inclusión de actividades para analizar y sistematizar esta relación.

El sentido de los contenidos de numeración en relación con las estrategias de cálculo

Comencemos analizando dos formas de escribir los números, utilizadas por distintos pueblos, y dos formas de operar...



Actividad matemática de la clase

¿Cómo se puede responder a las siguientes preguntas sin transformar los números al sistema decimal? ¿Cómo se restan números escritos con puntos y rayas? ¿Y si están escritos con letras?

Consideren el Anexo 1 donde se proporciona información sobre ambos sistemas para hacer las restas.

Registren sus ideas para compartirlas en el foro. Al final de la clase encontrarán indicaciones para la participación.



¿Cuántos años duró el “Viejo Imperio Maya»? ¿Cuántos años duró la Edad Media?

Inicio:



Inicio: CDLXXVI

Finalización:



MCDXCII: Finalización

Sin duda, interpretar los números en otros sistemas requiere consultar el valor de sus símbolos y las reglas para combinarlos y poner en juego esos conocimientos para restar... ¿Cómo hicieron las

restas? ¿Comenzaron primero con los valores mayores o lo hicieron con los menores? ¿Cómo anotaron lo que fueron obteniendo?



- ¿Alégrate, Robert!-dijo el diablo de los números- A ti te va muchísimo mejor. Con ayuda del cero y saltando un poquito puedes fabricar tú mismo todos los números corrientes que desees, no importa que sean grandes o pequeños. ... Por ejemplo, escoge tu fecha de nacimiento, 1986.

.....

- ¿Socorro – gritó Robert y despertó. Todavía aturdido le dijo a su madre: ¿Sabes cuándo nací? 6×1 y 8×10 y 9×100 y 1×1000 .

-No sé qué le pasa este chico últimamente –dijo la madre de Robert, meneó la cabeza y le puso delante una taza de chocolate- ¡Para que recobres fuerzas! No estás diciendo más que tonterías.

De El diablo de los números (pp 31 a 46)



El cero posicional y las agrupaciones recursivas de a 10 cambiaron la historia de la representación de cantidades y de las formas de operar, y la interpretación de los números escritos bajo estas condiciones se ha convertido en un conocimiento básico para la vida en sociedad.

Los contenidos de numeración y cálculo forman parte del campo aritmético que, como advertimos al recorrer los documentos curriculares, exceden los expresados en el bloque Número y Operaciones e intervienen con distinto peso también en los demás bloques. Sin embargo, en la tradición escolar, la numeración y el cálculo forman parte de nuestras preocupaciones centrales a tal punto que son los que ocupan la mayor parte del tiempo escolar disponible en las clases de la escuela primaria.

Cuando comienza el año, las salas de maestros y de profesores se llenan de interrogantes a propósito de los aprendizajes logrados por sus alumnas y alumnos y los modos de abordar su enseñanza, especialmente sobre el cálculo: ¿qué podrán hacer mis alumnas y alumnos cuando tengan que sumar números de dos cifras?, ¿usarán los dedos? ¿Y si les doy cuentas “con dificultad”? ¿Recordarán las tablas? Y, aunque la preocupación por los contenidos de numeración no genere tanta inquietud, veremos que las elecciones realizadas para su enseñanza tendrán impacto en lo que los niños puedan pensar al calcular.

En esta clase queremos reflexionar sobre la relación entre ambos contenidos con la idea de que se pueda revisar con perspectiva de ciclo los acuerdos vigentes en cada institución para modificarlos, ajustarlos. En este sentido, habrá que prestar particular atención a la diversidad de experiencias transitadas en 2020 y 2021. Qué tipos de actividades realizar para la ampliación del campo numérico conocido, cuáles para la construcción de repertorios de cálculo, qué cuestiones –escrituras, listas de cálculos, propiedades, reglas– se apuntará a sistematizar, qué énfasis poner en cada tipo de tarea, qué relaciones se pueden establecer entre las estrategias para el cálculo exacto y las usadas para el cálculo aproximado, son algunas de las cuestiones sobre las que será muy productivo reflexionar y diseñar propósitos y alcances comunes.

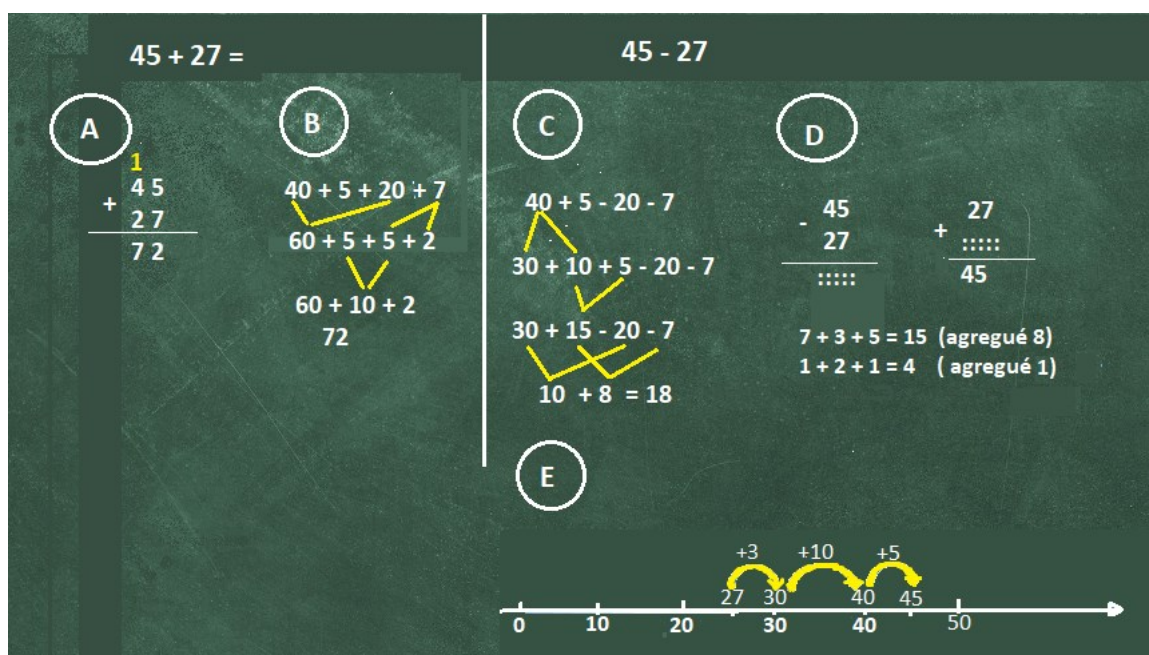
Entendemos que estos debates debieran partir de las indicaciones curriculares y también que, a partir de los acuerdos elaborados, será necesario identificar focos de trabajo priorizados comunes, por ejemplo, para pares de grados: para primero-segundo, tercero-cuarto y quinto-sexto, teniendo en cuenta que siempre hay diferentes puntos de partida en términos de conocimientos disponibles de cada niño/niña de la clase y que los avances no son homogéneos. Los acuerdos resultarán, sin embargo, un eje conductor de la planificación que se elabore atendiendo al diagnóstico que cada docente pueda hacer de los saberes en su grupo.

Para iniciar las reflexiones sobre el tema, comencemos considerando algunos procedimientos para sumar y restar números naturales.

Distintas maneras de pensar los números: composición y descomposición aditiva y multiplicativa con naturales y decimales

Analicemos los procedimientos siguientes tratando de interpretar cómo se pudo pensar el paso a paso en cada cálculo.

Imaginemos a quienes calculan relatando, tal como lo van pensando mientras escriben, ¿qué les parece que dirían?



Para el procedimiento A, tal vez dirían: “Cinco y siete, doce, me llevo uno. Uno, más cuatro, más dos, son siete”. Para el B, podrían decir “Cuarenta y veinte, sesenta, cinco y cinco, diez y dos más del siete. Son sesenta, más diez más 2, setenta y dos”. Y así seguir...



- ¿Qué diferencias encuentran en la manera como pensaron el 45 y el 27?
- Al comparar el procedimiento C con el A y el B, ¿a cuál se parece? ¿Por qué?
- ¿Qué diferencias encuentran en los procedimientos C y D?
- ¿Y si comparan el D con el A y el B?
- ¿Y el D con E?

Miremos ahora los procedimientos siguientes para sumar y restar números decimales y analicemos qué semejanzas y diferencias encontramos al compararlos con los usados para sumar y restar naturales.

25,5 + 12,65		25,5 - 12,65	
F	G	H	I
$\begin{array}{r} 1 \\ 25,5 \\ + 12,65 \\ \hline 38,15 \end{array}$	$20 + 5 + 0,5 + 10 + 2 + 0,6 + 0,05$ $30 + 7 + 0,5 + 0,5 + 0,1 + 0,05$ $37 + 1 + 0,1 + 0,05$ $38 + 0,15 = 38,15$	$\begin{array}{r} 4 \ 14 \ 10 \\ 25,50 \\ - 12,65 \\ \hline 12,85 \end{array}$	$25,5 - 12,65$ $24 + 1 + 0,5 \quad 12 + 0,65$ $24 + 1,50$ $24 + \frac{150}{100} \quad 12 + \frac{65}{100}$ $24 - 12 \quad \frac{150}{100} - \frac{65}{100}$ $12 + \frac{85}{100} = 12 + 0,85 = 12,85$
		J	
		$25,5 = 25 + 0,5 = 24 + 1 + 0,5 = 24 + 1,50$ $12,65 = 12 + 0,65 = 12 + 0,65$ $12 + 0,85$ $12,85$	

En A y en F vemos el “me llevo uno”, propio de los procedimientos apoyados en la idea de agrupación de 10 es decir, pensando los números como formados por distintos órdenes, unidades, decenas, centenas y que, con 10 unidades se forma una decena, etc. para los enteros y con diez décimos se forma una unidad, etc. para los decimales.

Trabajando desde los órdenes y ubicando los números en columnas, resulta suficiente para sumar y restar, con ir encontrando el resultado de cada una y “llevando” a la columna a la izquierda, o “pidiendo” a la columna anterior. De este modo hay una única manera de proceder, un algoritmo aprendido y no necesariamente comprendido.



¿Por qué las reglas del Sistema de Numeración Decimal (SND) se usan para sumar y restar números naturales y racionales con escritura decimal y no se pueden usar para sumar y restar fracciones?

¿Creen que funcionan reglas “parecidas” para sumar números escritos con el sistema maya? ¿Y con el sistema romano?

En los procedimientos B, C, G y H, vemos que se ha realizado una descomposición aditiva de cada número atendiendo al valor posicional de cada cifra, se sigue descomponiendo si fuera necesario según el resultado memorizado que se pone en juego y, luego de sumar, se va componiendo el número en un proceso inverso al inicial.

Trabajando de este modo no es necesario ninguna ubicación específica de los números, solo atender a que la descomposición contemple todas las cifras del número de algún modo. Hay una diversidad de posibilidades según los números que intervienen y los conocimientos de quien resuelve.

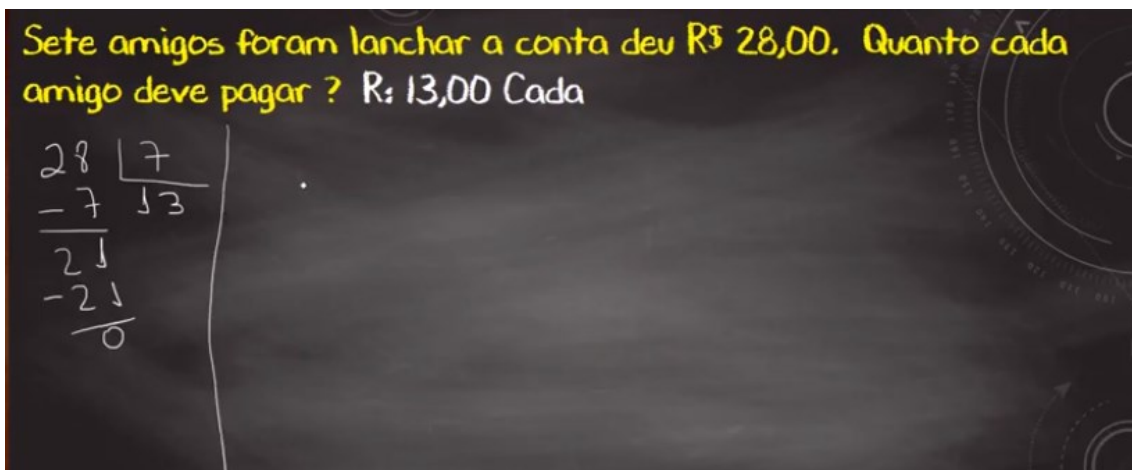
Cuando se trata de multiplicar o de dividir, también es posible pensar los números de ambas formas, desde la agrupación o desde las descomposiciones aditivas.

34,75 x 12		3455 : 12	
(K)	(L)	(M)	(N)
$\begin{array}{r} 11 \\ 34,75 \\ \times 12 \\ \hline 6950 \\ 3475 \\ \hline 41700 \end{array}$	$34,75 \times 12 =$ $30 \times 12 = 360$ $4 \times 12 = 48$ $0,7 \times 12 = 8,4$ $0,05 \times 12 = 0,60$ $360 + 48 + 8,4 + 0,60$ $408 + 9 = 417$	$\begin{array}{r} 3455 \overline{)12} \\ \underline{24} \\ 105 \\ \underline{96} \\ 95 \\ \underline{84} \\ 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3455 \quad 12 \\ \underline{2400} \quad 200 \\ 1055 \\ \underline{600} \quad 50 \\ 455 \\ \underline{360} \quad 30 \\ 95 \\ \underline{84} \quad 7 \\ 11 \end{array}$ $200 + 50 + 30 + 7 = 287$ resto 11



En cada uno de los procedimientos K, L, M y N, ¿cómo creen que pensaron los números quienes escribieron las cuentas?

Pero, antes de avanzar con la segunda parte de la clase, es hora de un recreo, de buscar más agua para el mate u otro cafecito y sonreír con este [video](#). Las y los desafiamos a interpretar esta explicación en portugués con el apoyo de lo escrito en el pizarrón.



Volviendo a la clase...

Vimos entonces que es posible pensar los números de diferentes formas y, al ser los números aquellos objetos sobre y con los que se calcula, la manera como se piensan y se escriben incide en la forma de operar. Así, pensarlos y escribirlos como unidades, decenas y centenas o como descomposiciones aditivas, da lugar a diferentes estrategias de cálculo.

Estos procesos de descomposición de los números se denominan según las operaciones involucradas, descomposiciones aditivas –que sólo implican sumas, por ejemplo $345 = 300 + 40 + 5$ –, o multiplicativas –que implican sumas y multiplicaciones, por ejemplo $3 \times 100 + 4 \times 10 + 5$. Es interesante advertir que esas descomposiciones están presentes en muchas de las estrategias de cálculo mental que hoy están en el centro del trabajo de cálculo en la escuela y que, como ya planteamos, serán abordadas en este curso como parte del módulo 3.



Cuando las descomposiciones numéricas son significativas para los chicos, ellos pueden combinarlas de distintas formas, generando procedimientos de cálculo propios.

Luego, se podrá pasar al análisis y discusión de los propios procedimientos considerando qué reglas están usando y si son o no propiedades de esas operaciones, es decir, reglas válidas en matemática. El cálculo se ubica así como objeto de estudio y el trabajo intra matemático con las propiedades que fundamentan las estrategias de cálculo tiene un valor central al pensar en la articulación con el nivel

secundario en iniciación al álgebra, pues las mismas propiedades se usan al operar con expresiones con letras.



Lectura sugerida

En el documento [“Entre nivel primario y nivel secundario. Una propuesta de articulación.”](#) MEN (2010) se proponen actividades para fortalecer el trabajo con propiedades en los cálculos en los últimos años de la escuela primaria.



Actividad didáctica de la clase

Consideren los siguientes ejemplos de actividades en relación con la numeración y el cálculo para primero y segundo ciclo. Respondan a las preguntas y elaboren un texto breve para enviar a su tutor/a. Encontrarán recomendaciones para su entrega al final de la clase.

- a) En la página 47 del [Cuaderno para el aula de 3ero](#). (link a p.47) aparece el juego “dados mágicos” y en la página 45 [del de de 4to](#) (un juego de Tiro al blanco. Ambos apuntan a obtener distintas escrituras de los números. ¿Qué perspectiva sobre la interpretación de los números promueve en cada caso? ¿En qué se apoyan sus afirmaciones?
- b) En las páginas 101 y 103 del [Cuaderno para el aula de 6to](#) aparecen tres actividades de cálculo con decimales. Escriba posibles procedimientos desde la interpretación de los números mediante descomposiciones.

Otra cuestión interesante para señalar a propósito de los procedimientos que suelen producir los niños y niñas es que, es posible advertir diferentes disposiciones de los cálculos parciales y también que, en algunos, pueden aparecer marcas como un modo de registro de lo que van pensando. Si volvemos a mirar los procedimientos para sumar y restar del inicio de la clase, (A, B, C, F, G; H. I) podemos advertir flechas. ¿Qué significan las flechas? En ocasiones, las flechas indican la descomposición de un número en sumandos de manera conveniente para quien está pensando la cuenta. En otras ocasiones, se usan para indicar números que se asocian, que pueden o no ser sumandos consecutivos y que por eso a veces indican también un cambio de orden. Es decir, hay un uso “en acto” de las propiedades conmutativa y asociativa de la suma.

Del mismo modo, puede ocurrir cuando se trata de una multiplicación o una división (procedimientos K, L, M y N) con la propiedad distributiva.

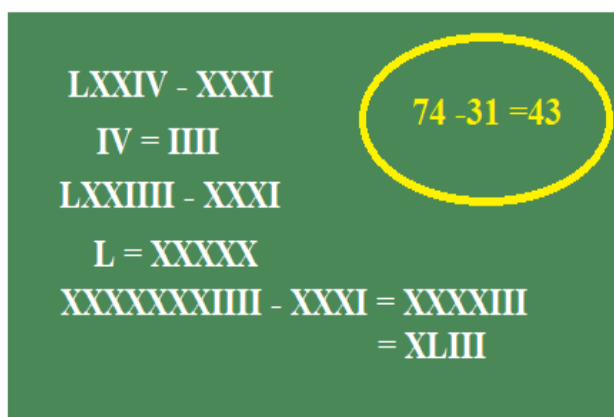
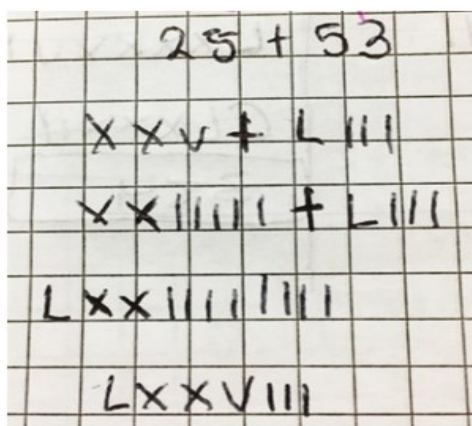
Es en el debate sobre las producciones que se realiza en la clase en el momento de la puesta en común al comparar y debatir sobre los procedimientos que esas propiedades en acto se explicitan a partir de los ejemplos discutidos para dar lugar a escribir su enunciado con una formulación elaborada por los mismos chicos y chicas. Así, podrá ser retomada en nuevas actividades a fin de que su uso se vaya haciendo muy habitual.



En perspectiva de ciclo, pensar sobre las cuentas después de hacerlas permite saber más sobre los números, las operaciones y el modo en que se organizan las ideas matemáticas.

Cambios en las maneras de hacer las cuentas y el sentido de enseñar técnicas

Si nos ubicamos en la enseñanza de estos contenidos en la escuela, advertimos que los procedimientos apoyados en las agrupaciones recursivas tienen una larga tradición. Esta mirada es tributaria del enorme avance que significó entre los siglos XII y XVI la difusión del SND –aunque fue propuesta por Fibonacci en el siglo XII– en términos de eficiencia, para pensar y resolver cálculos con números grandes. Es decir, a una manera de pensar los números (con agrupamientos de a 10 y un valor posicional de las cifras), se asociaron unos procedimientos para calcular con reglas fijas cuya correcta puesta en práctica generaba resultados rápidos y seguros con posibilidad de tener un alcance masivo y no solo para expertos.



Esa idea de agrupamientos sucesivos de a 10 para los órdenes sucesivos a la izquierda y el desagrupamiento de a 10 hacia la derecha, se extiende más tarde a las escrituras de los números decimales en el siglo XVI.



“En el mismo año de 1585, Stevin publicó un fascículo breve, llamado La Disme, conteniendo la parte de L'Arithmétique que él consideraba que debía estar al alcance, no sólo de un público culto, sino de todo aquel que en su vida productiva tuviera que tratar con números. La Disme explicaba entonces, con reglas simples y sin complicaciones teóricas, la notación decimal y su operatividad incluyendo, de manera primordial, el tratamiento de las fracciones decimales que hasta entonces sólo se manejaban por medio de "quebrados””.

(Waldegg, 1996).

Con la expansión de los sistemas educativos, los algoritmos apoyados en el SND se instalaron como un saber a transmitir a los ciudadanos para su incorporación al mundo del conocimiento y del trabajo y la escuela primaria fue la encargada de difundir ese conocimiento instrumental que permitió dominar los cálculos básicos a muchas generaciones.

En años recientes, la investigación didáctica fue mostrando que los niños piensan los números en relación con “como se dicen” (numeración oral, lectura de números). Resulta entonces que pensar los números aditivamente –“cuarenta y siete es $40 + 7$ ”– les resulta en los primeros años, más accesible que pensar en las agrupaciones –“cuarenta y siete es 4 decenas y 7 unidades”– de 10 unidades en decenas, 10 decenas en centenas y así sucesivamente. Esto claro, sin perder de vista el valor posicional –“el 4 del 47 vale 40 porque es de los dieces”.

Así, si se trabaja en perspectiva ciclada, los alumnos estarán en condiciones de operar con los números usando con diferentes composiciones y descomposiciones aditivas que escriben de diferentes formas, produciendo procedimientos propios y avanzando en diversidad de alternativas según cuáles sean los repertorios aditivos de los que vayan disponiendo.

Handwritten mental calculation strategies for sums and differences:

- $45 + 25 = 70$ (using $60 + 10$)
- $24 + 17 = 41$ (using $31 + 10$)
- $55 - 17 = 38$ (using $55 - 10 = 45$, then $45 - 7 = 38$)
- $55 - 10 = 45$
- $45 - 7 = 38$
- $85 - 36$ (using $85 - 30 = 55$, then $55 - 6 = 49$)
- $85 - 30 = 55$
- $55 - 6 = 49$

Imágenes de *Cálculo mental de sumas y restas. Propuestas para trabajar en el aula. Direc. Escuelas Pcia de Bs. As*

Es decir, se puede avanzar en el primer ciclo a sumar números de varias cifras apoyados en las descomposiciones aditivas mientras se va construyendo la estructura recursiva del sistema. Luego, para avanzar en el análisis del valor posicional y la estructura del sistema, es necesario abordar las relaciones multiplicativas subyacentes pues de ese modo se advierte por qué se trabaja solo con la cifra que multiplica a dieces, cienes, etc.

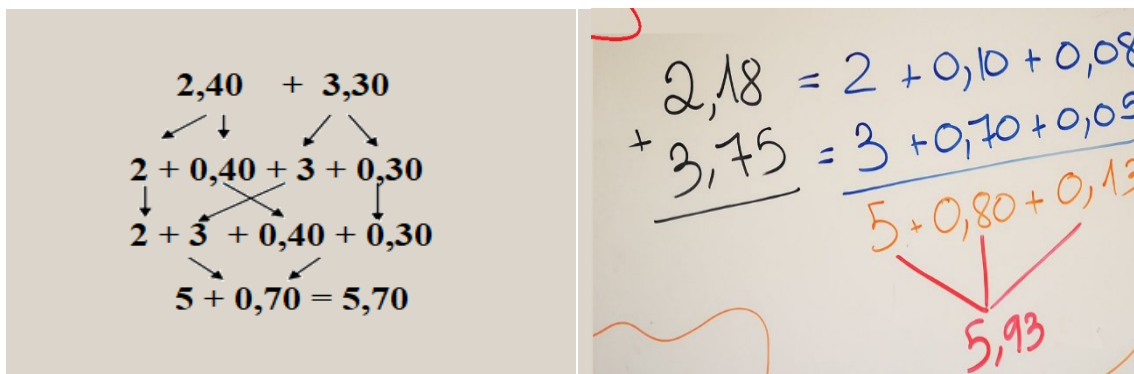
Handwritten mental calculation strategies for decimal multiplication:

- $10 \times 905 = 9050$
- $0,95 \times 100 = 95$
- $3,25 \times 10 = 32,5$
- $3,25 \times 100 = 325$
- $13,25 \times 100 = 1325$ (noting that the previous problem was too complicated)

Imágenes de *Acerca de los números decimales. Una secuencia posible. CABA. 2001*

Como vimos, también para las cuentas con decimales, apelar a las descomposiciones aditivas resulta un recurso potente para la producción de procedimientos de cálculo fáciles de controlar. Es en el segundo ciclo cuando los alumnos inician su trabajo sistemático con los números racionales, tanto

con las fracciones como con las expresiones decimales y, para relacionar ambas representaciones es central que puedan vincularlas, avanzando en el análisis del valor posicional de las cifras que se ubican a la derecha de la coma. Este análisis posicional, pensado también desde las descomposiciones aditiva y multiplicativa cifra por cifra es el que permite extender las reglas de cálculo.



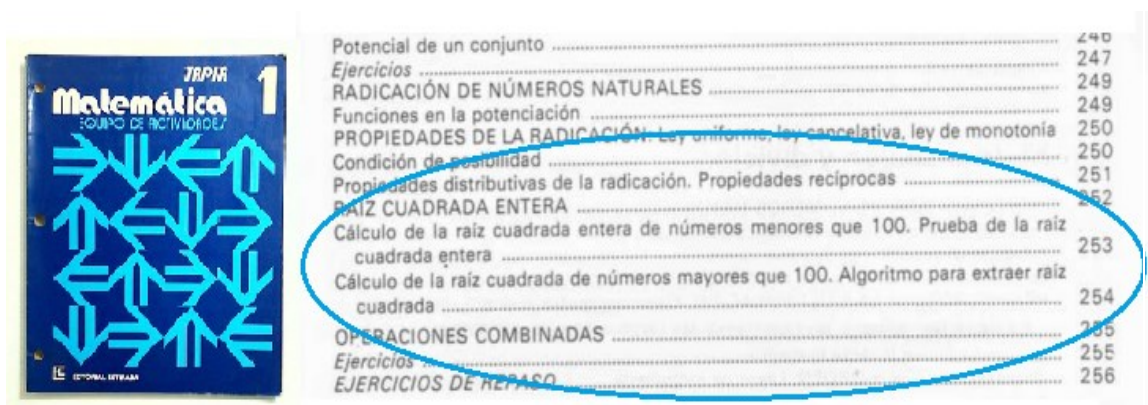
$$\begin{array}{r}
 2,40 + 3,30 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 2 + 0,40 + 3 + 0,30 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 2 + 3 + 0,40 + 0,30 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 5 + 0,70 = 5,70
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2,18 = 2 + 0,10 + 0,08 \\
 + 3,75 = 3 + 0,70 + 0,05 \\
 \hline
 5 + 0,80 + 0,13 \\
 \hline
 5,93
 \end{array}$$

Los algoritmos convencionales para sumar, restar, multiplicar y dividir, usuales en nuestra enseñanza tienen, desde esta perspectiva, un nuevo lugar: son formas de cálculo para ser eventualmente comparadas con las producidas por los chicos, revisar cómo intervienen en ellas las propiedades de las operaciones, revisar cómo se han pensado los números y advertir que, en los tiempos en que no había calculadoras, estos algoritmos resolvían un problema práctico. Retomando una pregunta del inicio, vemos su valor para la formación matemática –por el conjunto de conocimientos que reúne y porque da cuenta de un logro histórico formidable- y que lo ha perdido como estrategia a repetir por el lugar que hoy ocupan las calculadoras.



Los avances tecnológicos han cambiado el sentido de la enseñanza de las técnicas.



Del Libro *Matemática 1* de Nelly Vázquez de Tapia, 1, Buenos Aires: Editorial Estrada, 1980.



En perspectiva de ciclo, “desarmar los números, es una idea poderosa para pensar las cuentas” es algo para descubrir en el primer ciclo y fortalecer en el segundo.

El cálculo aproximado y el uso de la calculadora. Redondeos y descomposiciones

Hace ya algunas décadas, el uso generalizado de calculadoras y los cambios que esto genera en las necesidades de los ciudadanos dieron lugar a nuevos pedidos de tipo instrumental para la escuela primaria, es decir, nuevas maneras de aportar a la resolución de situaciones que requieren encontrar el resultado de un cálculo. Pensando en la diversidad de estas situaciones y en los instrumentos con los que se cuenta, se advirtió que no es necesario “saber hacer cuentas con lápiz y papel” en la mayor parte de los casos.

Tanto para el uso cotidiano –en compras, cantidades de materiales, cuotas– como para los requerimientos profesionales, es suficiente usar la calculadora, interpretar los números obtenidos como respuesta y poder controlar los resultados obtenidos mediante estimaciones que se apoyan en estrategias de cálculo mental y un repertorio de cálculos memorizado. El control se hace necesario atendiendo a diversas razones tales como la posibilidad de errores en la entrada de datos, en el orden de las operaciones, o al pulsar las teclas.

Decíamos en los Cuadernos para el aula:



“Uno de los requerimientos de la formación primaria es que los alumnos que egresan de la escolaridad básica puedan realizar cálculos con soltura. Sin embargo, las habilidades de cálculo que hoy se plantean en los documentos curriculares incluyen algunas no tenidas en cuenta anteriormente para ser enseñadas en la escuela y que han surgido de su estudio didácticos, ligado tanto a la diversidad de situaciones en las que se requiere su uso como por los instrumentos con los que se cuenta.

En este sentido, la enseñanza del cálculo deberá contemplar tanto la obtención de resultados exactos como aproximados, según las características de la situación y la posibilidad de decidir hacerlo mentalmente, por escrito o mediante la calculadora. En todos los casos, habrá que realizar un control de los resultados obtenidos que garantice el uso adecuado de las estrategias implementadas”.

Matemática 3. Serie Cuadernos para el Aula.(p. 72).

También genera nuevos “pedidos” a la escuela primaria pensar en la enseñanza desde un punto de vista cultural, es decir, buscando que los alumnos tengan una educación matemática que sea a la vez instrumental y formadora del pensamiento. En tal caso, habrá que generar un tipo de trabajo en el aula para que los niños y las niñas “entren” en las formas propias de hacer matemática, resolviendo situaciones y comunicando y validando lo producido.

Esta perspectiva pone en primer plano en relación al cálculo un aprendizaje comprensivo que implica dar lugar a los niños y niñas a producir estrategias propias frente a problemas bien elegidos pudiendo controlar los resultados que van obteniendo. Como venimos sosteniendo en esta clase, se trata de generar un proceso en el que puedan descomponer los números involucrados y combinarlos de distintas formas según la operación que están realizando, de modo de poder atribuir un significado a cada paso.

En relación con la estimación del resultado de un cálculo, no solo resulta central como estrategia de control de los resultados exactos obtenidos con la calculadora sino que, en muchas ocasiones, es suficiente estimar el resultado de una operación sin necesidad de obtener un resultado exacto.

Un primer paso en la estimación es tener en cuenta cuántas cifras se van a considerar, tomando en principio las cifras de mayor valor porque resultan las más significativas y avanzando hasta el nivel de exhaustividad necesario según la pregunta planteada y el orden de aproximación requerido por la situación.

Esta elección del número de cifras, implica pensar en redondear el número. ¿Qué es el redondeo? Consiste en aproximar el número a la decena, centena, etc., más cercana, es decir, requiere sustituir por cero todas las cifras a la derecha del orden a redondear y, si la primera cifra es mayor o igual que cinco, se suma una unidad a la cifra anterior. Por ejemplo:

255	a las decenas 260	a las centenas 300
341	a las decenas 340	a las centenas 300
$\pi = 3,14159$	a centésimos 3,14	a diezmilésimos 3,1416

En algunos casos realizar los cálculos estimativos requiere de un análisis más sencillo, tomando solo la cifra más significativa, y, en otros, de un análisis exhaustivo de los números involucrados. Por ejemplo: “¿3.489 + 5.376 dará más o menos que 8.000?”, es suficiente pensar en $3000 + 5000 = 8000$. Pero para responder “¿3.489 + 5.376 dará más o menos que 9.000?”, habrá que considerar también si al sumar las tres últimas cifras de ambos números, se obtiene más o menos que 1000. Lo mismo ocurre en “¿cuál es el resultado estimado de $55.150 - 32.108$, 23000, 23.200 ó 23.500?, no basta con ver que $55.000 - 32.000 = 23.000$ sino que habrá que considerar el resultado de la resta.

Para los cálculos estimativos, vemos nuevamente la utilidad de pensar en descomposiciones aditivas y encuadramientos como parte de la estrategia de resolución. Encontramos algunas actividades de este tipo en el Cuaderno para el aula Matemática 5 (p. 83).

Marcá el resultado correcto sin hacer la cuenta:

$$375 \times 23 = \quad 6625 \quad \quad 8625 \quad \quad 10625$$

De lo que se espera respuestas como:

$300 \times 20 = 6000$ y $70 \times 20 = 1400$ entonces será mayor que 7400
 $400 \times 25 = 10000$ así que tiene que ser menor que 10000
Es 8625

Encuadrá el resultado de la cuenta:

5 x 22 entre 100 y 1000 entre 10 y 100 entre 1000 y 10000

Una alternativa de respuesta sería:

Como $22 = 20 + 2$ y $5 \times 20 = 100$ está entre 100 y 1000

Al pensar en la estimación de resultados en una perspectiva de ciclo se podría, en un proyecto institucional, acordar en otorgar a esta práctica un lugar importante en términos de tiempo.



La estimación resulta valiosa como anticipación a la obtención de resultados exactos o como control de los mismos luego de realizados y por ello resulta necesario sostener esta práctica tanto para los números naturales como para los decimales.

Material de lectura obligatoria



Como cierre de esta clase les proponemos ver el video “Calcular para estudiar matemática: un desafío de la escuela primaria- Gema Fioriti y Alicia Iturbe”. En él las dos especialistas dialogan con docentes intercambiando ejemplos y reflexiones sobre el trabajo con el cálculo en la escuela primaria.

https://www.youtube.com/watch?v=7Jgs_AfnZZs

Puede ser interesante compartir impresiones con colegas en relación con las actividades que se analizan en el video y las que se realizan en su escuela.

Registrar alguna de las ideas expresadas con la que coincida o alguna que le resulte novedosa, podrá aportar ejemplos para sus reflexiones en el trabajo final.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:



Foro

Actividad matemática de la clase

¿Cómo se puede responder a las siguientes preguntas sin transformar los números al sistema decimal? ¿Cómo se restan números escritos con puntos y rayas? ¿Y si están escritos con letras?

Consideren el Anexo 1 donde se proporciona información sobre ambos sistemas para hacer las restas.

Se espera que participen en el foro, con dos intervenciones:

- a) compartiendo sus registros e ideas,
- b) seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.



Actividad de Entrega:

Actividad didáctica de la clase

Consideren los siguientes ejemplos de actividades en relación con la numeración y el cálculo para primero y segundo ciclo. Respondan a las preguntas y elaboren un texto breve para enviar a su tutor/a.

- a) En la página 47 del [Cuaderno para el aula de 3ero.](#) (link a p.47) aparece el juego “dados mágicos” y en la página 45 [del de de 4to](#) (un juego de Tiro al blanco). Ambos apuntan a obtener distintas escrituras de los números. ¿Qué perspectiva sobre la interpretación de los números promueve en cada caso? ¿En qué se apoyan sus afirmaciones?
- b) En las páginas 101 y 103 del [Cuaderno para el aula de 6to](#) aparecen tres actividades de cálculo con decimales. Escriba posibles procedimientos desde la interpretación de los números mediante descomposiciones.

Forma de Presentación:

- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibre tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad)
- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto)
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las [normas APA](#).
- Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: “Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_3_Aula XX”
- El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividades Optativas:



Foro de Consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Bibliografía de referencia

- Enzenberger, Hans (1998) *El diablo de los números*. Madrid: Ediciones Siruela.
- Castro, A. , Chara, S. y Zilberman, G. (2009) *Matemática 3. Serie Cuadernos para el aula*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- Etchemendy, M. y Tarasow, P. (2018). *Progresiones de los Aprendizajes. Primer ciclo y Segundo ciclo. Matemática*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- Waldegg, G. (1996) *Revista Educación Matemática* Vol. 8 -Nro.2 Agosto 19.

Créditos

Autoras: Mónica Agrasar, Graciela Chemello Graciela y Sara Elizondo

Cómo citar este texto:

Agrasar, Monica, Chemello, Graciela y Elizondo Sara (2022) Clase Nro 3: Una mirada ciclada sobre lo aritmético: más allá de los algoritmos año a año. Módulo 1, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
[Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

Módulo 1: Problemas y decisiones de enseñanza desde una perspectiva de ciclo

Clase 4: Una mirada ciclada sobre lo geométrico: más allá de los nombres y las clasificaciones año a año

Bienvenida a la clase y presentación

Hola colegas, retomamos nuestra mirada sobre las trayectorias de las alumnas y los alumnos en la escuela primaria, para poner hoy un foco en las nociones espaciales y geométricas.

Dado que estamos pensando la enseñanza de la matemática –y el modo en que esta se aprende– en un marco donde se juegan tanto la concepción sobre la actividad matemática misma como el proyecto pedagógico y social en el que se inscribe, nos preguntaremos en esta clase de qué modo al trabajo sobre el conocimiento del espacio, las relaciones espaciales, las características de las formas y las propiedades de los objetos geométricos y sus relaciones se entraman para contribuir al fortalecimiento de las trayectorias escolares.

Analizaremos primero algunas cuestiones ligadas al inicio del trabajo geométrico con los límites y las oportunidades que ofrece el trabajo con objetos físicos, papeles, y otros modelos para advertir, luego, algunas rupturas en el tratamiento de las relaciones espaciales entre el primer y segundo ciclo.

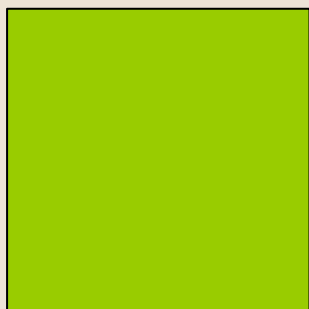
Para entrar en tema, les proponemos reflexionar sobre las relaciones entre significados y representaciones de la mano del arte.

En el cuadro, *La traición de las imágenes*, que René Magritte realizó en 1929, la oración en francés “Ceci n’ est pas une pipe” afirma “Esto no es una pipa”.

¿Es una pipa, o no lo es?

Como imaginarán, la obra creó un enorme desconcierto en su momento. El pintor nos provoca en relación con la naturaleza del lenguaje del arte con ironía y pone en evidencia la necesaria distancia entre un objeto y su representación.

¿Qué es lo que vemos? Lo que vemos, lo que percibimos, ¿es lo que es?



Esto...¿ no es un cuadrado?

Tanto en el arte, como en la matemática, usamos distintos tipos de representaciones con significados que distan mucho de ser únicos, claros y precisos. Distintos autores, desde distintas perspectivas, han desarrollado la relación entre el significado conceptual y la/las representación/ciones mostrando que se trata de un hecho complejo y problemático, que no es unívoco e integra varias actividades humanas.

Por ejemplo, es muy conocida en nuestro ámbito la perspectiva de Vergnaud, quien considera a un concepto según una terna conformada por: el conjunto de las situaciones que dan sentido al concepto; las propiedades y relaciones necesarias para analizar y operar sobre esas situaciones y el conjunto de representaciones asociadas (lenguaje natural, expresiones simbólicas, gráficos, etc).

Bruno D'Amore, en su artículo "Pipas, caballos, triángulos y significados" (2005) señala que la naturaleza del significado conceptual cambia según el contexto, pues el conocimiento está ligado indisolublemente a las actividades que desarrollan las personas.



“Los resultados de la matemática y del arte figurativo son productos, artefactos humanos, indisolubles de la sociedad cultural que los ha producido y estrechamente determinados por la práctica humana gracias a la cual fueron realizados.

Así, más que una teoría del significado de algo general que comprende estos productos, existe, por el contrario, el significado específico de ese “algo” en aquel determinado contexto en el cual está inmerso. La complejidad y la problematicidad se reducen así al

hecho local y relativo específico, al producto de la creatividad humana en un determinado contexto, también éste específico.” (p. 13)

Sin perder de vista que los significados que atribuimos a los objetos matemáticos van construyéndose en una estrecha relación con el tipo de tareas y representaciones a las que tenemos acceso, entremos ahora en el mundo de la geometría escolar para advertir los modos en que imágenes, objetos materiales y objetos geométricos aportan a esa construcción.

¡Comencemos!

Objetos físicos, formas, dibujos y objetos geométricos en la escuela

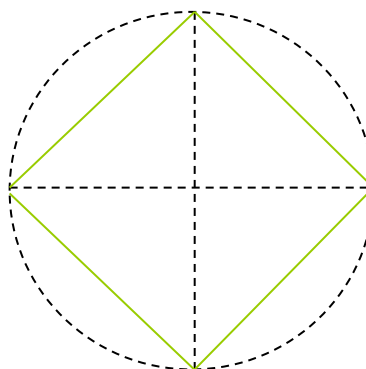
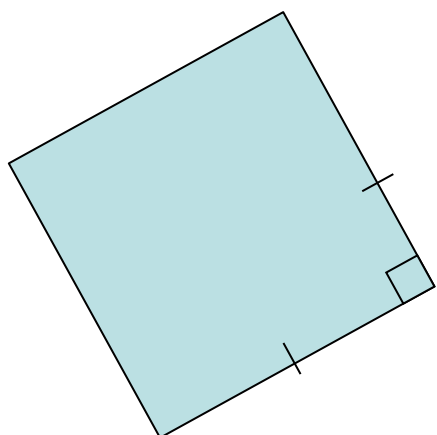
Como veíamos en el cuadro de Magritte el juego entre la imagen y el texto nos desconcierta y, en la escuela, no solo quedamos muchas veces desconcertados, sino que la enseñanza pareciera “traicionar” a las alumnas y alumnos.



En segundo grado este “es” un cuadrado, pero, en séptimo “es” un dibujo de un rombo rectángulo.

¿Qué cambió? ¿Cuándo se convirtió el recorte de papel glacé en un rectángulo con lados congruentes?

¿Podemos reconocer un cuadrado en este dibujo? ¿Y en este otro?





¿Hacen falta marcas sobre los lados y los ángulos o basta con mirar con atención?
¿Qué pistas sobre el dibujo del cuadrilátero verde dan las líneas punteadas? ¿Son suficientes o hacen falta otras marcas?

Tengamos en cuenta que, para definir un objeto geométrico, necesitamos precisar un conjunto de propiedades enunciadas en un “texto” y que enunciaciones distintas pueden referirse al mismo objeto. Asimismo, un instructivo de construcción, también puede definir un objeto geométrico, el que resulta de seguir los pasos que lo componen.

Por ejemplo, todos los textos siguientes definen la misma figura, el cuadrado:

Un rombo rectángulo.

Un paralelogramo con sus ángulos y lados congruentes.

Un rombo de ángulos congruentes.

Un cuadrilátero con los ángulos rectos y los lados de igual medida.

Para esta figura es posible realizar infinitos dibujos, tantos como resultan de las posibles medidas diferentes de sus lados.

Los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción o a la experiencia intuitiva inmediata, y es necesario considerar representaciones para poder “trabajar” con ellos. Estos representantes permiten exteriorizar las representaciones mentales para registrar la actividad cognitiva del propio pensamiento y para volverlas visibles o accesibles a los otros. Pero las representaciones no son solamente necesarias para la expresión de los objetos matemáticos, sino que son las que hacen posible su tratamiento y, por lo tanto, permiten actuar sobre ellos.

Esto ocurre con cualquier objeto matemático pero en nuestro recorrido escolar, y el de las niñas y niños, es más sencillo aceptar que la cifra 5, representa una idea que podemos asociar por ejemplo a la correspondencia

de una cantidad con los dedos de nuestra mano, que aceptar que un dibujo como los anteriores representa un cuadrado pero no lo “es”.



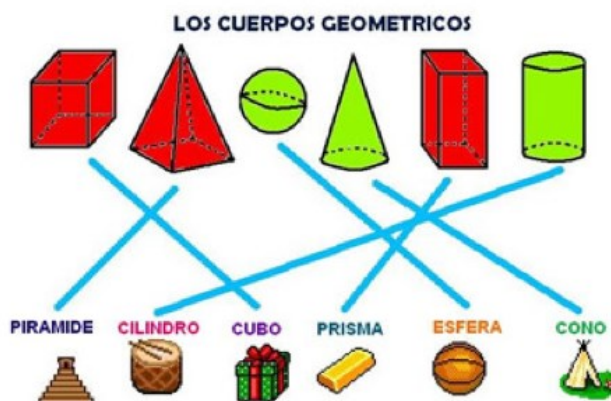
Nos preguntamos, las y los alumnos...

¿... pueden “ver” las relaciones que deseamos enseñar o solo manipulan los materiales?

¿... ponen en juego sus conocimientos sobre las figuras?

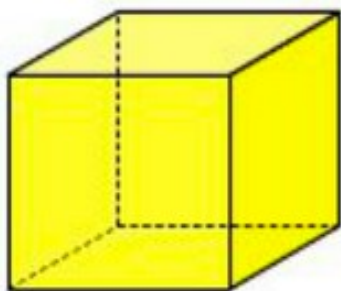
¿... pueden anticipar un resultado posible antes de hacer?

Es frecuente que, al iniciar el primer ciclo, se aborde la presentación de los objetos geométricos, o al menos de sus formas a partir de su similitud con objetos del entorno extramatemático: pelotas, bonetes, cucuruchos de helado, cajas, etc.



Podemos preguntarnos, ¿cuál es el aprendizaje esperado? ¿Son los nombres a partir de un reconocimiento global de las formas? ¿Cuál es el aporte que este reconocimiento a la resolución de nuevos problemas?

En relación con las representaciones de cuerpos geométricos, es necesario advertir que, en los libros de



texto, suelen aparecer representaciones planas realizadas con el código de las proyecciones a las que las y los alumnos no pueden otorgar significado si no se realiza un trabajo específico con ellas.

Tanto las líneas de puntos, que representan las aristas que no se ven desde una posición específica, como las formas que resultan de las caras no

contribuyen a la identificación de las representaciones correspondientes. En el caso del cubo las caras no se ven cuadradas ni iguales.

Si bien es cierto que el primer campo de experiencias para niñas y niños es el espacio sensible en el que viven, y que el conocimiento geométrico en la historia evolucionó partiendo de las formas que se perciben en el mundo, cabría plantearnos, desde una perspectiva de ciclo, cuáles son aquellos saberes que promueven un avance en el quehacer geométrico.



En los primeros grados de la escuela primaria los niños y niñas consideran a los dibujos como figuras. Esa concepción debería evolucionar hacia la diferenciación de los objetos geométricos de sus representaciones, a través de un trabajo intramatemático sostenido y que irá ganando en complejidad a lo largo del segundo ciclo.

Decíamos antes que la concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos y, a su vez, cada noción va adquiriendo una forma particular según los contextos en los que se usa y el tipo de prácticas asociadas. Y no dudamos en afirmar que aprendemos matemática a través de la resolución de problemas, pero, ¿qué problemas ofrecemos a las y los alumnos en geometría? ¿Cambian esos problemas entre un ciclo y otro? ¿Cómo?



¿Cuáles son las tareas involucradas en las actividades sobre cuerpos geométricos que aparecen en libros de texto para el primer ciclo? ¿Y para el segundo ciclo?

¿Cuál es el repertorio de cuerpos sobre los que se trabaja? ¿Hay incorporaciones a los largo del ciclo?

¿Alguna de las actividades propuestas para un grado podría desarrollarse en otro?

Si bien profundizaremos el análisis de propuestas de enseñanza en las clases del Módulo 4, es clave que comencemos a registrar qué tipos de problemas contribuirían a un conocimiento de las figuras y los cuerpos en el primer ciclo que trascienda el reconocimiento de nombres y algunas clasificaciones para poner en evidencia sus elementos y algunas propiedades a través de un trabajo de resolución de problemas.

Dado que nos mantenemos en el mundo sensible, y que la diferenciación entre objeto y representación se irá profundizando en el segundo ciclo, el tipo de argumentaciones puestas en juego será fundamentalmente a través de comprobaciones empíricas. Sin embargo esto no implica que el foco esté puesto en la manipulación de materiales. Son los problemas y no los materiales físicos el recurso que permite aprender.

En los [Cuadernos para el Aula](#) encontramos algunas reflexiones sobre este tipo de trabajo:



“En el caso de tomar objetos que incluyan representaciones geométricas, como las guardas que se usan en pulseras, fajas, mantas, etc. y se inspiran en diseños de los pueblos originarios (pampas, diaguitas, mapuches), es necesario tener en cuenta que estos objetos sean un recurso para plantear un problema y que no se proponga una simple observación o una manipulación sin desafío a los conocimientos de los niños sobre las características de las figuras incluidas.

Es importante el trabajo en simultáneo tanto con cuerpos como con figuras, pues la elección de un orden de presentación dependerá de los conocimientos disponibles de los niños, y así es posible comenzar tanto por los cuerpos como por las figuras.

La propuesta es promover la exploración y reflexión sobre diferentes características de las figuras y los cuerpos a partir del planteo de situaciones problemáticas que permitan a los alumnos describir sus formas, identificar una entre varias figuras y/o cuerpos, construirlos, dibujarlos y/o reproducirlos. Al resolver estos problemas, los alumnos podrán construir algunas conceptualizaciones sobre las características propias de estas figuras y cuerpos, al tiempo que se apropien de un lenguaje adecuado.

Conviene aclarar por qué usamos en la descripción de las actividades el término “características” en lugar del término “propiedad”. Por ejemplo, tener 4 lados iguales (o congruentes) y 4 ángulos rectos son ambas propiedades de la figura cuadrado. Sin embargo, para los niños la idea de cuadrado está muy asociada al dibujo que se hace de él y no a la de la figura geométrica que es referente de todas las representaciones posibles (es decir, de todos los dibujos particulares, de distintas medidas y en distintas posiciones, que se hagan del cuadrado y de sus diferentes definiciones). Del mismo modo, cuando un niño enuncia que el cuadrado tiene cuatro puntas o cuatro lados, en principio, describe características del dibujo, que aún no tienen el carácter general de una propiedad.

Los materiales adecuados para plantear actividades exploratorias son figuras dibujadas en una diversidad de soportes de papel (cuadriculados, lisos, rayados), o cuerpos

geométricos de madera y formas en cartón o cartulina según el problema, ya que todas son representaciones de las figuras y cuerpos geométricos.

(...) Las copias o reproducciones de figuras dan lugar a que los niños tomen varias decisiones: qué instrumento usar, qué medir, dónde ubicar cada parte, etc. También podrá validar su producción apreciando si es o no una “copia fiel”. Estas actividades permiten dibujar segmentos, ángulos, etc., sin hacer referencia explícita ni a estos elementos ni a las figuras que forman. Después, cuando realizan el análisis de las producciones, se comienzan a explicitar las características de las figuras y sus relaciones. Las descripciones permiten que los alumnos pongan en juego, en las explicitaciones que hacen, las características que consideran de las figuras y los cuerpos. Al compartirlas, es posible analizar sus semejanzas y diferencias y dar lugar a las primeras clasificaciones. Las actividades que son “problemas” permiten que los chicos realicen anticipaciones, las usen al resolver y, luego, consideren si fueron o no acertadas para, eventualmente, modificarlas. Así, los niños logran, gradualmente, conceptualizaciones parciales y provisionales sobre los objetos geométricos representados por los dibujos, los papeles y las formas tridimensionales con las que interactúan mientras resuelven y reflexionan.”
(Matemática 2, 119-120)

Otra cuestión a tener en cuenta es la estereotipia de los dibujos que lleva a considerar una posición determinada y/o unas dimensiones determinadas como características de una figura. Esto conduce, por ejemplo, a confusiones como considerar al cuadrado como rombo porque *“¿no ves que está de punta?”*, o *“ese no es un rectángulo, es muy finito”*



Más allá del tipo de representaciones y materiales que se usen, siempre será necesario promover los procedimientos que suponen una anticipación sobre la acción y que involucran el uso de algunas propiedades ya conocidas, habrá que estimular el análisis de

los procedimientos para establecer relaciones y formular preguntas que lleven a explorar nuevos ejemplos, para avanzar en los niveles de generalidad de las afirmaciones que se realizan.

Las consignas que invitan a “hacer” sin un motivo que oriente esa acción, no permiten realizar anticipaciones, ni argumentar en relación con los resultados de esa acción. Esta preocupación por facilitar el aprendizaje deriva muchas veces en la producción de un obstáculo para comprender la naturaleza del objeto en estudio y para desarrollar una actividad matemática de producción.

Un ejemplo clásico es la identificación de cuerpos que ruedan y no ruedan, ya sea con modelos de madera o con objetos como pelotas, dados, cajas, latas, etc.



¿Por qué interesa determinar esa clasificación?

¿Cuál es el problema que lleva a explorar esa diferencia?

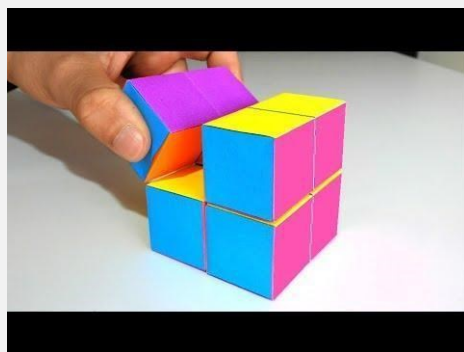
Si bien hay objetos que mantienen un equilibrio más o menos inestable cuando se apoyan sobre una superficie, que un objeto ruede, o no, depende del tipo de fuerza que se le aplica. Es más, decimos rodó por la escalera o los dados salieron rodando.

En realidad, la clasificación lleva implícita la presencia de caras curvas y caras planas. Eventualmente entonces las actividades que se propongan debieran apuntar a distinguir esta diferencia más que a clasificar y reconocer.

Antes de avanzar con el análisis de algunas actividades con perspectiva de ciclo, les proponemos un recreo con origami y una reflexión matemática.



Cubo infinito



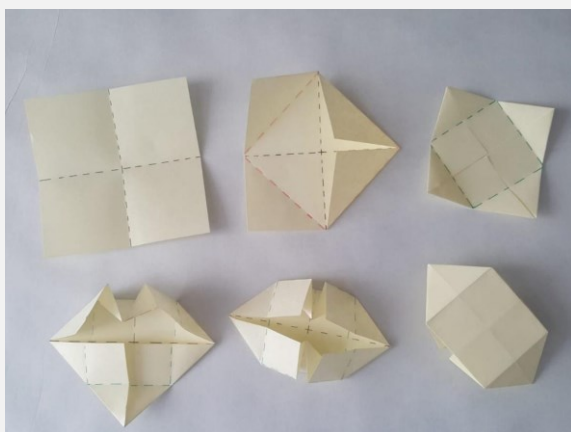


Actividad matemática de la clase

Aunque los plegados son distintos, si se parte de cuadrados de papel del mismo tamaño, se obtienen cubos del mismo tamaño. ¿Por qué? ¿Qué relación tienen los lados de las caras de los cubos con el lado del cuadrado original?

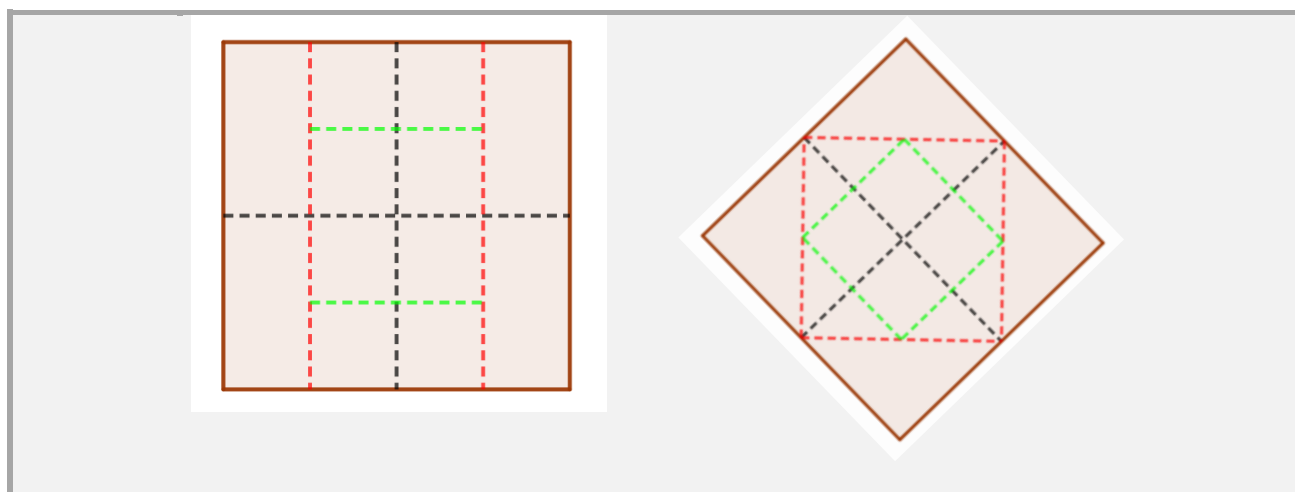


Miremos la secuencia de cada plegado:



Consideren las marcas de los plegados y elaboren una explicación que justifique por qué quedan caras cuadradas, del mismo tamaño.

Al final de la clase, encontrarán recomendaciones para su entrega,



Decíamos antes que el trabajo sobre las formas geométricas que se inicia en el primer ciclo debiera evolucionar hacia la diferenciación de los objetos geométricos de sus representaciones, a partir del planteo de situaciones problemáticas que permitan a los alumnos describir las formas, identificar una entre varias figuras y/o cuerpos, avanzar en la identificación de sus propiedades, al construirlos, dibujarlos y/o reproducirlos.

Algunas actividades pueden adaptarse para ser abordadas tanto en el primero como el segundo ciclo dependiendo del conjunto de figuras y cuerpos sobre los que se trabaja y de las tareas que deben realizar las y los alumnos.

¿Cómo podrían organizarse, sobre la base de una misma propuesta, actividades para para alumnas y alumnos con distintos conocimientos y experiencias?



Actividad didáctica de la clase

Consideren la siguiente propuesta y los saberes señalados en los NAP para tercero y sexto grado.

¿Qué adaptaciones realizarían para que fuera adecuada para el primer ciclo?

¿Cómo podría complejizarse un desafío para alumnas y alumnos más grandes?

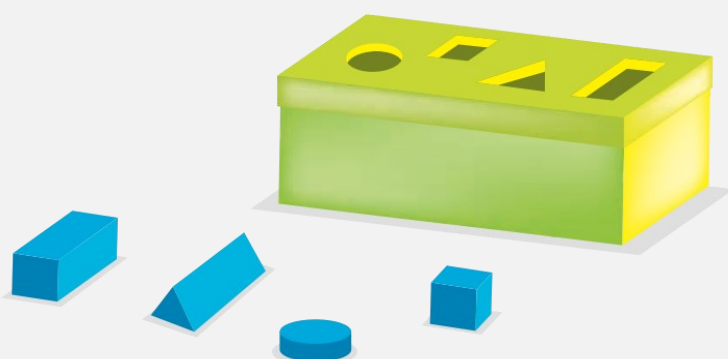
¿Cuáles serían, en cada caso, los saberes involucrados?

Si lo consideran oportuno pueden enmarcar las actividades en un proyecto que involucre la elaboración de juegos y juguetes.

Al final de la clase, encontrarán orientaciones para intervenir en el foro.

Juego de encastrés

Otras actividades que podemos proponer para describir y/o comparar cuerpos son aquellas en las que los chicos deben establecer relaciones entre un conjunto de cuerpos y la forma de sus caras. Para esto, es necesario conseguir un conjunto de representaciones de cuerpos geométricos de madera o de acrílico que puede haber en la escuela. De lo contrario, conseguiremos cajitas de cartón con formas diferentes, por ejemplo las de remedios con forma de prisma, de base cuadrada o rectangular; las de tabletas con forma de cilindro, etcétera.



Se trata de proponer a los niños que fabriquen una “tapa con agujeros” para la caja grande, de modo que todas las cajitas puedan pasar y quedar dentro. Para esto, se colocan sobre el escritorio el conjunto de cajitas y una caja grande, como las de zapatos, se organiza la clase en grupos y se reparte a cada uno una hoja del mismo tamaño de la tapa de la caja grande. A continuación se puede dar una consigna como la siguiente, para que cada grupo trabaje solo:

- Dibujen en la hoja las formas de los agujeros que tenemos que hacer en la tapa de la caja grande para que puedan pasar “justo” por ellos todas las cajitas. Decidan si cada cajita puede pasar por uno o más agujeros y expliquen por qué.

Al dibujar la forma de los agujeros, los chicos tendrán que anticipar lo que ocurriría si tuvieran que hacer pasar las cajitas por los agujeros, considerando las formas de las diferentes caras de los cuerpos y sus tamaños respectivos. Luego, en una puesta en común, se podrá discutir sobre las formas y los tamaños de los dibujos y las razones por las que los eligieron. Según la colección de cajitas o de cuerpos de la que se disponga, sería posible descubrir que, por ejemplo, un prisma de base cuadrada puede pasar por dos agujeros, uno de forma cuadrada y otro rectangular, pero un cubo sólo pasa por uno, y otro prisma rectangular podría pasar por tres orificios. [Matemática 4, Serie Cuadernos para el Aula. \(pág.136,137\)](#)

NAP

En tercero

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características en situaciones problemáticas que requieran:

- construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales con diferentes materiales (tipos de papel e instrumentos)
- comparar y describir figuras y cuerpos según sus características (número de lados y vértices, bordes curvos o rectos, igualdad o no en la medida de sus lados, forma y número de caras) para que otros las reconozcan o las dibujen.
- explorar afirmaciones acerca de las características de las figuras y argumentar sobre su validez.

En sexto

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos y la producción y el análisis de construcciones, considerando las propiedades involucradas en situaciones problemáticas que requieran:

- describir, comparar y clasificar figuras en base a las propiedades conocidas;
- producir y comparar desarrollos planos de cuerpos argumentando sobre su pertinencia;
- copiar y construir figuras a partir de diferentes informaciones sobre propiedades y medidas, utilizando compás, regla, transportador y escuadra, evaluando la adecuación de la figura obtenida;
- ampliar y reducir figuras explicitando las relaciones de proporcionalidad involucradas;
- componer y descomponer figuras y argumentar sobre las propiedades de las figuras obtenidas utilizando las de las figuras iniciales.

Retomando lo planteado, podemos caracterizar el trabajo geométrico a lo largo de la escuela primaria como una práctica de resolución de problemas que promueva su evolución desde la experimentación sobre diferentes representaciones de figuras y cuerpos para encontrar una respuesta a las preguntas planteadas –mediante acciones como superponer, doblar, y medir y la expresión de justificaciones pragmáticas expresadas en un lenguaje coloquial–, hacia la búsqueda de respuestas anticipando las acciones y la justificación con propiedades utilizando un lenguaje más propiamente geométrico. En esta evolución también habrá inicialmente una concepción de los

objetos geométricos como dibujos particulares para pasar a considerarlos como la representación de una figura o una clase de figuras. Avanzaremos sobre este proceso en el Módulo 5.

Sobre las representaciones del espacio y las tareas asociadas en cada ciclo

Pensar en enseñar geometría no solo nos lleva a considerar las figuras geométricas y sus propiedades, necesitamos recuperar el estudio del espacio, de los movimientos y de las relaciones que se dan en él.

Niñas, niños, jóvenes y adultos van explorando el espacio que los rodea y estableciendo relaciones entre los objetos con los que interactúan en su entorno cotidiano en función de distintas necesidades. Estas experiencias pueden ser más o menos ricas y desafiantes, en espacios más o menos amplios y variados, con más o menos interacciones que requieran comunicar esas relaciones y, consecuentemente, los conocimientos que van construyendo fuera de la escuela pueden ser muy diferentes. Muchos estudios señalan que las capacidades espaciales de los individuos son muy variables según las distintas sociedades y épocas, lo que depende, evidentemente, de las oportunidades tanto del entorno físico como social. De este modo, las experiencias que ofrezca la escuela en relación con el dominio del espacio son cruciales, sobre todo cuando pensamos en el espacio representado.

Horacio Itzcovich (2008) retoma algunos trabajos Grecia Galvez y Guy Brousseau, para señalar que se dan distintas acciones y aprendizajes en función del “tamaño” del espacio. Los autores distinguen microespacio, mesoespacio y macroespacio. El primero es accesible a través de la manipulación y de la vista, en él es posible que el mismo sujeto cambie de punto de vista o desplace los objetos, controlando los efectos de sus acciones sin necesidad de elaborar representaciones o modelos de lo que sucede, dado que la información que usa parte de sus propias acciones sobre el espacio sensible, de acceso directo. En el mesoespacio, los objetos fijos son los puntos de referencia que utiliza el sujeto para orientarse en sus desplazamientos. Esto requiere progresivamente de la integración de los distintos puntos de vista que el sujeto va teniendo en sus desplazamientos, comienzan a cobrar sentido las direcciones, los cambios de dirección, las distancias. Finalmente, la consideración del macroespacio, que el sujeto no puede percibir globalmente, involucra la integración de puntos de

referencia que ayuden a estructurar un espacio que no es totalmente accesible de modo directo. Esto requiere coordinar el sistema de referencia corporal (delante detrás, derecha izquierda) con un sistema de referencia externa al sujeto que no varíe con sus desplazamientos.



Lectura sugerida

Itzcovich, H. (2008) El estudio del espacio en la Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires: Aique. (pp. 175-182).

Es frecuente que en el primer ciclo se desarrolle un trabajo sobre ubicación en el espacio con cierta sistematicidad. Se realizan actividades que demuestran la insuficiencia de estructurar el espacio solo con la referencia del propio cuerpo, permitiendo avanzar en la construcción de nuevas referencias. Por ejemplo, realizar recorridos, promover situaciones de comunicación en las que hay que describir un trayecto para orientar a otra persona, dar indicaciones para encontrar un objeto, comparar distintos croquis, etc. Se trata de promover la ampliación de conocimientos sobre la organización social del espacio y sus formas de representación con el fin de favorecer la construcción de referencias para la ubicación en su entorno inmediato y también en el no tan inmediato, considerando diferentes puntos de vista posibles.

Este proceso muchas veces se interrumpe en los inicios del segundo ciclo, seguramente por la presión del trabajo sobre el cálculo, cuestión que problematizamos en la clase anterior y sobre la que seguiremos trabajando en otros módulos.

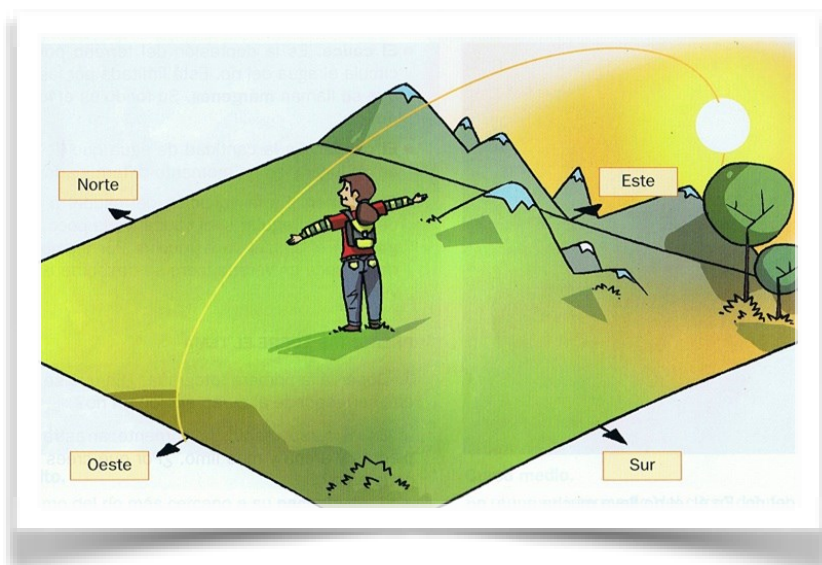
Salvo algunas experiencias con croquis y mapas en el ámbito del trabajo conjunto con Ciencias Sociales, pareciera que este proceso de análisis y producción de representaciones, teniendo en cuenta las relaciones espaciales entre los elementos representados, pierde algo de relevancia.

El trabajo por proyectos brinda una excelente oportunidad para retomar ese proceso. El análisis de mapas, a propósito del estudio de cuestiones ambientales o históricas, por ejemplo, da lugar tanto a la interpretación de referencias como a la comprensión de escalas lo que, a su vez, requiere el uso de propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa entre cantidades de una misma magnitud, la longitud.

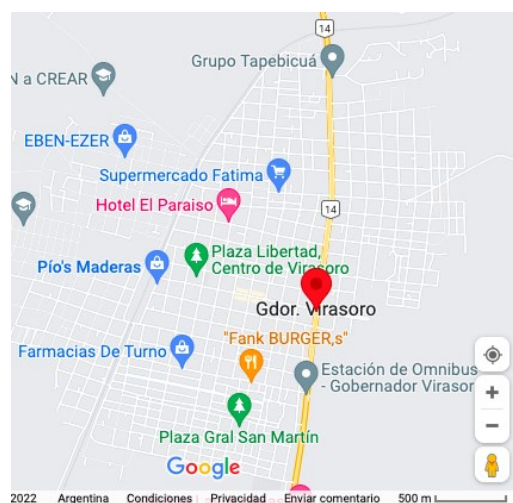
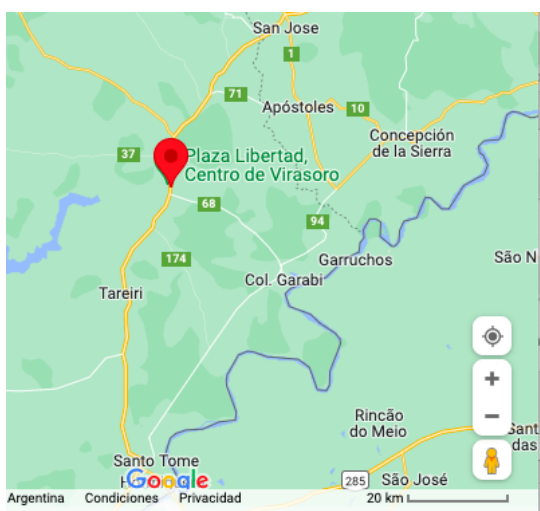
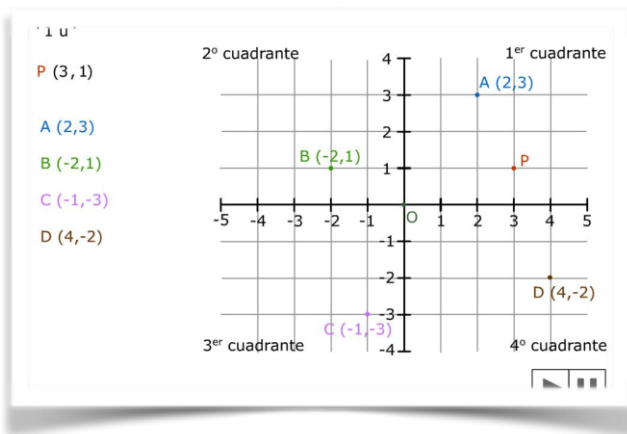
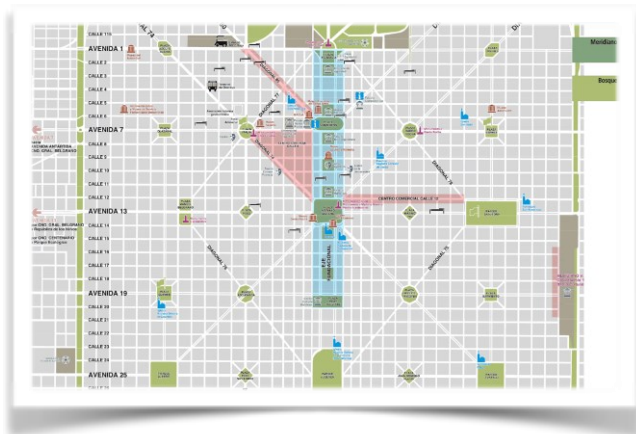


Lectura sugerida

Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2021) “Sobre los incendios en la zona de islas y Delta del Paraná”, Cuaderno 2. Alfasueños. Cap 9 Educación primaria. 7mo grado. Disponible en <https://campuseducativo.santafe.edu.ar/cuadernos/> Fecha de consulta 10 de mayo de 2022.



Por otra parte, la presencia habitual de imágenes en pantallas de distintos dispositivos, que cambian de tamaño fácilmente, hace que sea cada vez más frecuente el uso de la escala gráfica que se modifica junto con las ampliaciones o reducciones de las imágenes, lo que requiere un trabajo específico en relación con esos sistemas de representación.

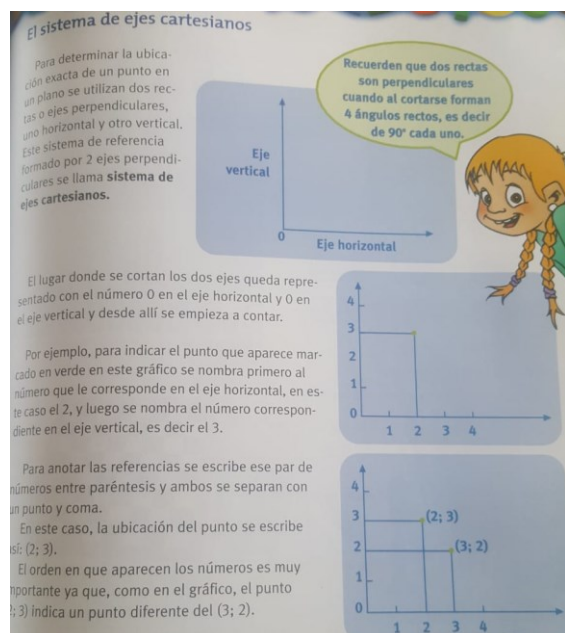


Los distintos planos y sus diferentes referencias, las imágenes en la computadora, los croquis, las hojas de ruta, etc. son instrumentos fundamentales para ampliar el repertorio de representaciones y poder avanzar luego en representaciones del espacio geométrico.

Una cuestión compleja, pero que puede abordarse con algunas exploraciones al finalizar el segundo ciclo es el enorme desafío de la representación plana de la superficie terrestre, lo que requiere recurrir a la idea de proyección y preguntarse por las similitudes y diferencias de las figuras sobre un plano o sobre una esfera.

Ahora bien, hasta aquí hemos planteado algunas cuestiones en relación con la representación del espacio sensible, pero ¿cómo se localiza un punto en el plano cuando no se trata de una superficie terrestre?

Es importante destacar que, en algún momento del segundo ciclo, aparecen los gráficos cartesianos y no siempre dedicamos suficiente preparación para la interpretación de esas representaciones.



Así como no podríamos pensar en proponer a las alumnas y alumnos del segundo ciclo actividades que involucren el trabajo con planos si no nos hemos asegurado de que antes hayan realizado ellos mismos distintos trayectos en su espacio inmediato, los hayan comunicado, identificando primero referencias independientes de su propio cuerpo para avanzar luego en su representación, tampoco es razonable pensar que la interpretación de un sistema convencional no haya sido precedida por otras.

Un requisito para poder trabajar sobre un sistema de ejes cartesianos será el manejo de la ubicación de puntos en un único eje (recta numérica) teniendo en cuenta diferentes escalas. Las tablas de doble entrada, los juegos como la batalla naval o distintos tipos de crucigramas y grillas con palabras, también son soportes interesantes para analizar. Después de resolver alguna actividad que requiera la búsqueda de información en una tabla, o de jugar a la batalla naval por ejemplo, habrá que presentar algunas preguntas, o problemas breves, que lleven a identificar y explicitar las referencias utilizadas.

Avanzar en el uso de sistemas de coordenadas supone coordinar la interpretación de dos relaciones de proporcionalidad directa (la escala de cada eje), más la relación que se quiere representar a través de la identificación de un punto de la relación con sus coordenadas.



¿En qué grado aparecen los gráficos cartesianos? ¿Con qué tareas?

Buscar en libros de texto actividades que incluyen gráficos cartesianos puede aportar algunos elementos para intercambiar ideas con las y los colegas en la escuela acerca de cuándo y cómo abordar las representaciones en distintos sistemas de referencia.

Como hemos planteado, tanto el conocimiento de las figuras y los cuerpos, como el dominio de distintas representaciones del espacio requieren decisiones institucionales que acompañen procesos largos, que necesitan continuidad para poder avanzar en una posición de dominio y no en la memorización de nombres y clasificaciones. Iremos profundizando en el tratamiento de distintos contenidos para retomar esta mirada sobre cada ciclo en el último módulo.

Una mirada sobre nuestro recorrido en este primer módulo

Al inicio de este primer módulo de la actualización planteábamos abrir el diálogo sobre estrategias que aporten al fortalecimiento las trayectorias de los niños y las niñas.

En este sentido, son muchas las investigaciones, propuestas y experiencias realizadas en nuestro país desde el propósito de fortalecimiento y desde la perspectiva de desarrollar en la clase un tipo de trabajo matemático que desafíe intelectualmente a los estudiantes.

Esta perspectiva ha implicado un desafío también para nosotros, dada la necesidad de ubicarnos en un lugar diferente con nuestra propia matemática y de sostener la incertidumbre que nos genera otra manera de enseñar. Así, dar lugar e interpretar una variedad de procedimientos, de formas de escribir y de explicar, poder intervenir para generar avances en los conocimientos, organizar la elaboración de conclusiones en la clase, nos ha demandado probar propuestas alternativas.

Es por eso que en este módulo abrimos preguntas sobre algunos focos temáticos desde una mirada ciclada. Sabemos que no es suficiente el buen trabajo de cada docente con su grupo, habrá que construir una memoria didáctica colectiva en cada institución que aproveche de la experiencia de cada integrante del equipo para aportar al abordaje de los problemas de enseñanza que les preocupan.

Más allá de los focos temáticos que abordamos – las relaciones entre numeración y cálculo, las relaciones entre los objetos matemáticos y sus representaciones- esperamos haber dado lugar a reconocer la importancia de los acuerdos institucionales respecto del establecimiento de prioridades por grupos de años, por ciclo o por cada par de años y respecto del tipo de trabajo a planificar.

También esperamos que la práctica de debatir en equipo se sostenga en la cursada de los próximos módulos y que se instale en cada escuela.



Actividad de lectura de la clase

Como cierre de esta clase, les proponemos mirar el video del programa Caminos de Tiza en el que las licenciadas Patricia Maddoni y Ianina Gueler se refieren al acompañamiento de las trayectorias escolares (minutos 2 a 18).

<https://www.youtube.com/watch?v=IMX3JE9rBMk>

Registren en su cuaderno de notas sus impresiones o alguna afirmación que les haya resultado significativa y que puedan poner en diálogo con las preguntas que nos hicimos en las clases de este módulo.

Actividades de la clase

A continuación, se presentan las actividades propuestas para esta clase, con algunas recomendaciones para su realización:

Actividades Obligatorias:



Foro

Actividad matemática de la clase

Consideren la siguiente propuesta y los saberes señalados en los NAP para tercero y sexto grado.

¿Qué adaptaciones realizarían para que fuera adecuada para el primer ciclo?

¿Cómo podrían complejizarse el desafío para alumnas y alumnos más grandes?

¿Cómo podría complejizarse un desafío para alumnas y alumnos más grandes?

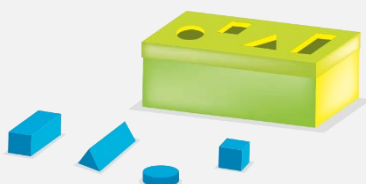
¿Cuáles serían, en cada caso, los saberes involucrados?

Si lo consideran oportuno pueden enmarcar las actividades en un proyecto que involucre la elaboración de juegos y juguetes.

Al final de la clase, encontrarán orientaciones para intervenir en el foro.

Juego de encastrés

Otras actividades que podemos proponer para describir y/o comparar cuerpos son aquellas en las que los chicos deben establecer relaciones entre un conjunto de cuerpos y la forma de sus caras. Para esto, es necesario conseguir un conjunto de representaciones de cuerpos geométricos de madera o de acrílico que puede haber en la escuela. De lo contrario, conseguiremos cajitas de cartón con formas diferentes, por ejemplo las de remedios con forma de prisma, de base cuadrada o rectangular; las de tabletas con forma de cilindro, etcétera.



Se trata de proponer a los niños que fabriquen una “tapa con agujeros” para la caja grande, de modo que todas las cajitas puedan pasar y quedar dentro. Para esto, se colocan sobre el escritorio el conjunto de cajitas y una caja grande, como las de zapatos, se organiza la clase en grupos y se reparte a cada uno una hoja del mismo tamaño de la tapa de la caja grande. A continuación, se puede dar una consigna como la siguiente, para que cada grupo trabaje solo:

- Dibujen en la hoja las formas de los agujeros que tenemos que hacer en la tapa de la caja grande para que puedan pasar “justo” por ellos todas las cajitas. Decidan si cada cajita puede pasar por uno o más agujeros y expliquen por qué.

Al dibujar la forma de los agujeros, los chicos tendrán que anticipar lo que ocurriría si tuvieran que hacer pasar las cajitas por los agujeros, considerando las formas de las diferentes caras de los cuerpos y sus tamaños respectivos. Luego, en una puesta en común, se podrá discutir sobre las formas y los tamaños de los dibujos y las razones por las que los eligieron. Según la colección de cajitas o de cuerpos de la que se disponga, sería posible descubrir que, por ejemplo, un prisma de base cuadrada puede pasar por dos agujeros, uno

de forma cuadrada y otro rectangular, pero un cubo sólo pasa por uno, y otro prisma rectangular podría pasar por tres orificios. Matemática 4, Serie Cuadernos para el Aula. (pág.136,137)

NAP

En tercero

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características en situaciones problemáticas que requieran:

- construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales con diferentes materiales (tipos de papel e instrumentos)
- comparar y describir figuras y cuerpos según sus características (número de lados y vértices, bordes curvos o rectos, igualdad o no en la medida de sus lados, forma y número de caras) para que otros las reconozcan o las dibujen.
- explorar afirmaciones acerca de las características de las figuras y argumentar sobre su validez.

En sexto

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos y la producción y el análisis de construcciones, considerando las propiedades involucradas en situaciones problemáticas que requieran:

- describir, comparar y clasificar figuras en base a las propiedades conocidas;
- producir y comparar desarrollos planos de cuerpos argumentando sobre su pertinencia;
- copiar y construir figuras a partir de diferentes informaciones sobre propiedades y medidas, utilizando compás, regla, transportador y escuadra, evaluando la adecuación de la figura obtenida;
- ampliar y reducir figuras explicitando las relaciones de proporcionalidad involucradas;
- componer y descomponer figuras y argumentar sobre las propiedades de las figuras obtenidas utilizando las de las figuras iniciales.

Se espera que participen en el foro, con dos intervenciones:

- a) compartiendo sus registros e ideas,

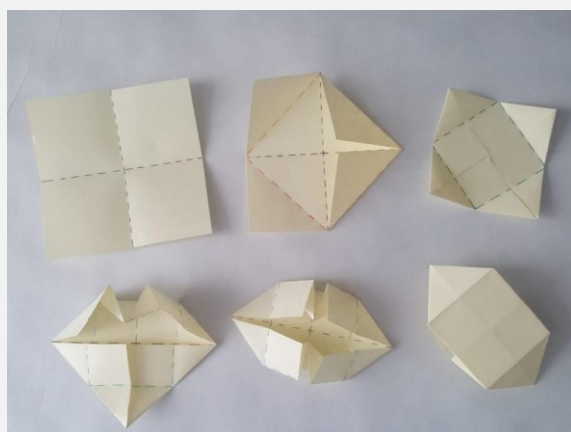
- b) seleccionando un aporte de otro colega, ampliando, refutando o expresando su opinión al respecto.



Actividad matemática de la clase

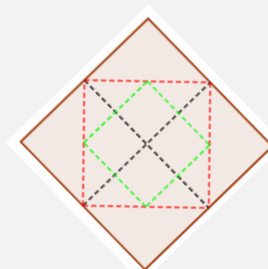
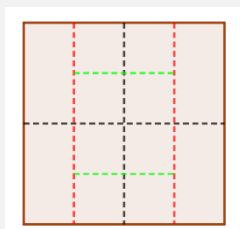
Aunque los plegados son distintos, si se parte de cuadrados de papel del mismo tamaño, se obtienen cubos del mismo tamaño. ¿Por qué? ¿Qué relación tienen los lados de las caras de los cubos con el lado del cuadrado original?

Miremos la secuencia de cada plegado:



Consideren las marcas de los plegados y elaboren una explicación que justifique por qué quedan caras cuadradas, del mismo tamaño.

Forma de Presentación:



- El trabajo deberá realizarse en formato word (Texto justificado, fuente: arial - calibre tamaño 11, no transcribir las consignas de la actividad)

- No podrá extenderse más de dos carillas. Incluir un encabezado con los siguientes datos: Nombre de la Actualización, Nombre de la actividad y clase, nombre del cursante y nombre del tutor (4 renglones, en la misma fuente y tamaño de letra que el cuerpo del texto)
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las [normas APA](#).
- Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación: “Apellido_Nombre_Actividad_obligatoria_Clase_4_AulaXX”
- El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividad final de acreditación del módulo 1



a. Relean el texto “Por dónde va el saber pedagógico y en particular el saber didáctico”, de Flavia Terigi (2010) que propusimos en la Clase 1 y revisen las notas que tomaron en cada una de las clases siguientes.

b. ¿Pueden relacionar el párrafo que seleccionó en la clase 1 con alguna de sus notas en relación con el acompañamiento a las trayectorias de sus estudiantes?

Si es así transcriban el párrafo. Si no, elijan otro párrafo del texto que puedan relacionar con alguna de las cuestiones tratadas en las clases. Identifique la clase y el apartado que usted relaciona con el párrafo.

c. En cualquier caso, expliciten el motivo de su elección.

d. Elabore un ejemplo, sobre el tema seleccionado, que permita traducir de manera concreta en su programación la consideración de distintas cronologías de aprendizaje. Expliciten si se trata de decisiones referidas a un año escolar, a un ciclo, a la articulación entre ciclos o niveles.

Forma de Presentación:

- El trabajo deberá realizarse en formato word.
- Incluir portada.
- Todas las citas y referencias bibliográficas deben ser realizadas de acuerdo a las [normas APA](#).

- La extensión del mismo podrá ser entre tres y seis carillas (incluidas portada y referencias bibliográficas)
- Deberán entregar el documento en el BUZÓN DE ENTREGA con la denominación:
"Apellido_Nombre_Actividad_final_AulaXX"
- El tutor/a les hará la devolución en el mismo espacio.

Actividad Optativa:



Foro de Consultas

Recuerden que tienen a disposición este espacio para consultar todo lo que necesiten.

Videos sugeridos

Continuando con lo planteado en el texto de la primera clase y para profundizar con tiempo les recomendamos mirar los videos en los que la Lic. Flavia Terigi reflexiona sobre las trayectorias escolares. Resulta interesante la mirada del sistema educativo en su conjunto para ampliar la nuestra y reflexionar sobre nuestra práctica, más allá de nuestra aula y nuestra escuela.

Parte 1: Trayectorias escolares y saber pedagógico (12 minutos)

En este tramo Terigi diferencia trayectorias educativas y trayectorias escolares y luego los conceptos de trayectoria escolar teórica y real. Asimismo plantea la relación entre nuestro saber pedagógico y las trayectorias. Disponible en: <https://youtu.be/HJ9rWo0iMeQ>

Parte 2: Trayectorias escolares. Desafíos de las trayectorias no encauzadas (20 minutos)

En este video se refiere a varios fenómenos que se advierten al mirar el sistema educativo como son la invisibilización de las transiciones, la relación de baja intensidad con la escuela, el ausentismo de los estudiantes, la (sobre) edad y los bajos logros de aprendizaje. Disponible en: <https://youtu.be/JXdrFfPLrFO>

Parte 3: Trayectorias escolares. Supuestos del sistema escolar

Disponible en: <https://youtu.be/BBMZpqZo8Lw>

Parte 4: Saber pedagógico didáctico acumulado

Disponible en: <https://youtu.be/1L3Jgvsz6zo>

Bibliografía de referencia

D'Amore B. (2005) Pipas, caballos, triángulos y significados. Contribución a una teoría problemática del significado conceptual, de Frege y Magritte, hasta nuestros días. *Números*. [Tenerife, Spagna]. 61, 3-18.

Duval, R. (2003) “Cómo hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y... una quinta”, en M. C. Chamorro (Ed) *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*, Madrid: MECD.

Balacheff, N. (1987) “Procesos de prueba y situaciones de validación”, en *Educational Studies in Mathematics* N.º 18 pp. 147-176.

Ministerio de Educación de la Nación (2003-2006). *Cuadernos para el aula* 1º a 7º año.

Créditos

Autoras: Mónica Agrasar, Graciela Chemello y Sara Elizondo

Cómo citar este texto:

Agrasar, Monica; Chemello, Graciela y Elizondo, Sara (2022). Clase Nro. 4: Una mirada ciclada sobre lo geométrico: más allá de los nombres y las clasificaciones año a año. Módulo 1, Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Primario. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
[Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)