

Primero la
Secundaria

FÍSICA

Módulo

2

Dinámica



Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

PRIMERO la
Secundaria

FÍSICA

Módulo

2

Dinámica

Contenido

Presentación

Fuerzas y equilibrio

Ejercicios

Leyes de Newton

Ejercicios

Energía

Ley de conservación de la energía mecánica

Ejercicios

Impulso lineal y su conservación

Ejercicios

Ejercicios complementarios

Resumen

Claves de corrección

Presentación

Antes de comenzar con los temas del segundo módulo de Física, te recordamos algunas orientaciones para organizar el estudio.

Para repasar para el examen, te brindamos material de estudio que te servirá para recordar los temas que ya trabajaste en clase y encontrarás actividades que te ayudarán a concentrarte en los temas más importantes.

Te sugerimos que dediques entre una hora y media o dos, por día, al estudio y la práctica así, en una semana, alcanzarás a preparar todo el módulo.

En esta guía vas a repasar **las fuerzas y su influencia en los movimientos de los cuerpos**. Veremos también algunas **leyes de conservación** como la ley de la conservación de la energía mecánica y la ley de conservación del impulso. El objetivo es que incorpores los conceptos y que con ellos puedas resolver situaciones problemáticas. Vamos a trabajar en base a ejercicios. Aprovechalos, lee sus enunciados, tratá de resolverlos y recién después elegí la solución dentro de las opciones. Al final del módulo, junto con la solución correcta vas a encontrar la forma de llegar a ella, es fundamental que prestes mucha atención al procedimiento y asegurarte de comprenderlo bien. Te recomendamos que luego de un día, vuelvas a hacer cada ejercicio sin la ayuda de la solución.

Fuerzas y equilibrio

Si bien intuitivamente y por nuestra experiencia cotidiana sabemos qué es una fuerza, dar una definición precisa es algo bastante complicado. Vamos a decir que la fuerza es una magnitud física de carácter vectorial capaz de deformar un cuerpo, modificar su velocidad o ponerlo en movimiento si estaba inmóvil (efecto dinámico). En este sentido, la fuerza puede definirse como una influencia capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo. Es decir, vamos a definir la fuerza por los **efectos** que puede producir.

Analicemos algunas partes de la definición de fuerza:

- Es una magnitud, esto implica que puede ser medida cuantitativamente.
- Es de carácter vectorial, lo que implica que tiene una intensidad, dirección y sentido.

- Altera la velocidad, lo que significa que aplica una aceleración. Recordemos que la velocidad es una magnitud vectorial, por lo que será alterada tanto si cambia su intensidad (la rapidez), dirección (sobre cuál recta) o sentido (para cuál lado dentro de esa recta).

Hay diferentes tipos de fuerza dependiendo de entre cuáles partículas se aplica y la forma física de interactuar (fuerza eléctrica, gravitatoria, magnética, electrodébil, electrofuerte, etc.). Nosotros no vamos a estudiar en este módulo ni el origen ni las leyes que gobiernan la intensidad de las fuerzas, el objetivo de este módulo se centra en el análisis de las fuerzas y sus efectos sobre el movimiento. Representaremos una fuerza con un vector que indique su intensidad, dirección y sentido (sin hacer referencias a sus causas).

Si las fuerzas pueden alterar la velocidad, una fuerza nula (cuya intensidad es cero) no podrá alterarla. Si sobre un cuerpo se aplica una fuerza nula, diremos que el cuerpo se encuentra en equilibrio ya que su situación no cambia: si tenía una velocidad seguirá teniéndola, si estaba en reposo, seguirá inmóvil.

Una fuerza puede compensarse con otra, el caso típico es el de la cinchada. En una cinchada dos equipos enfrentados tiran de una cuerda, cada uno hacia un extremo distinto. Ese "tirar" es aplicar una fuerza. Si los equipos hacen fuerzas iguales en intensidad pero hacia lados distintos se encuentran en una situación de equilibrio. Si uno de los equipos hace fuerza con mayor intensidad que el otro, habrá una aceleración hacia su lado y esa aceleración dependerá de la diferencia de intensidades de las fuerzas.

El efecto que vemos en la cinchada es el carácter de aditividad vectorial de las fuerzas (las fuerzas se suman). Supongamos que varias fuerzas son aplicadas a un mismo cuerpo, entonces la fuerza resultante, que podemos identificar como fuerza total es:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots$$

Al ser una magnitud, debe tener una unidad de medida. Esta unidad es el Newton y lo simbolizamos con la letra mayúscula N (así como el peso tiene como unidad el kilogramo -kg- y la longitud, el metro -m-). Las fuerzas tendrán una forma como la del siguiente ejemplo:

$$\vec{F}_1 = (4\hat{x} + 3\hat{y}) \text{ N}$$

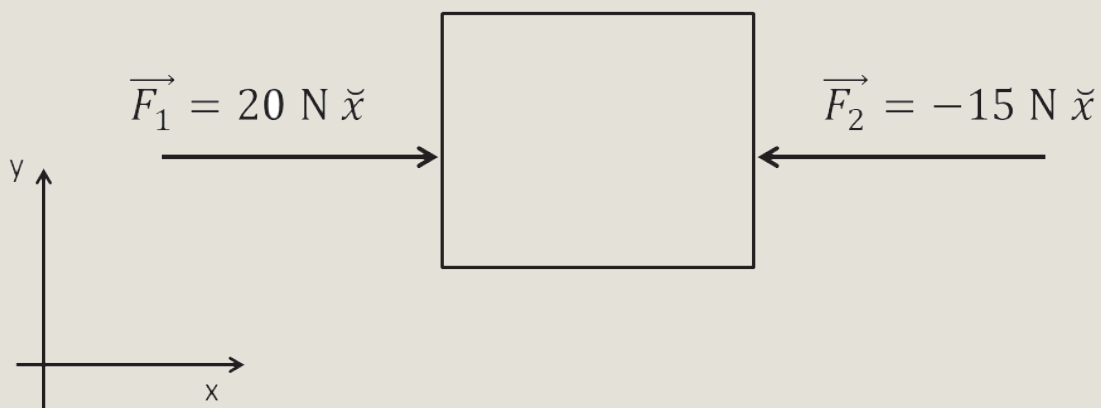
Aquí indicamos las proyecciones en cada eje cartesiano y la unidad de medida. Si no recordás el significado del sombrerito arriba de la "x" y arriba de la "y", volvé a leer la parte de vectores del módulo 1 sobre cinemática.

Veamos con un ejercicio cómo las fuerzas se componen (suman). Como todos los ejercicios de este módulo, tratá de resolverlo antes de mirar la solución donde te mostrará un procedimiento detallado para llegar a cada resultado. En algunos casos, vamos a proponer ejercicios sin haber hecho primero ejemplos para que pienses y releas la parte teórica del módulo y puedas seguir el procedimiento. En esos casos, los ejercicios serán parte de la explicación.

Ejercicios

A. Indicá la respuesta correcta.

Al siguiente cuerpo (representado por el cuadrado gris) se aplican 2 fuerzas laterales, tal como indica la figura:



Notá que las fuerzas, al tener carácter vectorial, son representadas con una flecha, y se debe indicar la unidad, no solamente la intensidad, dirección y sentido. También notá que a la izquierda del esquema indicamos un sistema de coordenadas (x, y) como referencia.

Se quiere calcular la fuerza resultante y hacia dónde se acelerará el cuerpo.

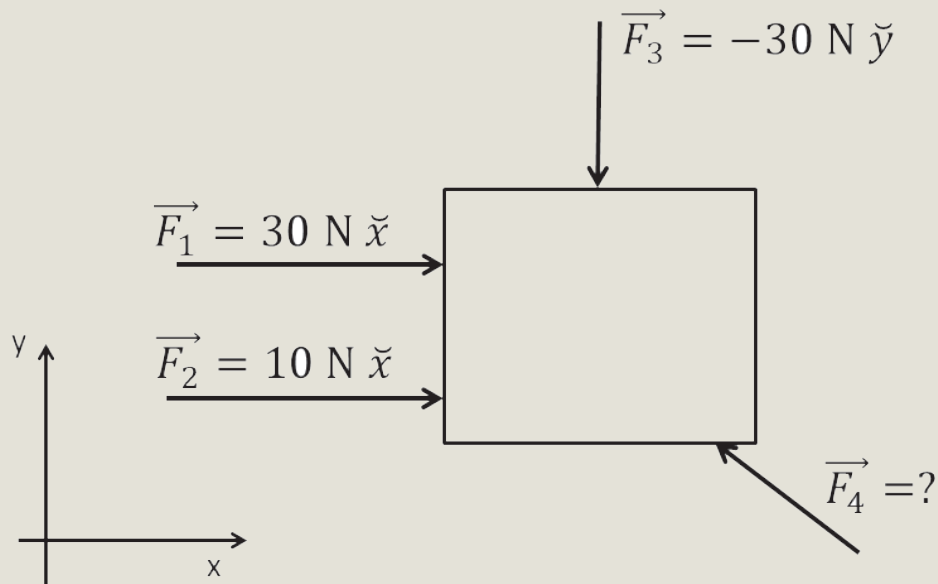
¿Cuál es la fuerza resultante y hacia dónde se acelerará el objeto?

- $\vec{F}_T = -5 \text{ N } \hat{x}$ y el cuerpo se acelerará en el sentido de las x negativas
- $\vec{F}_T = 5 \text{ N } \hat{x}$ y el cuerpo se acelerará en el sentido de las x positivas
- $\vec{F}_T = 20 \text{ N } \hat{x}$ y el cuerpo se acelerará en el sentido de las x negativas
- $\vec{F}_T = 20 \text{ N } \hat{x}$ y el cuerpo se acelerará en el sentido de las x positivas

Un conjunto de fuerzas tiene un efecto. Ese mismo efecto puede conseguirse mediante una única fuerza, esa es la **fuerza resultante**. La fuerza resultante de un conjunto de fuerzas se calcula como la suma vectorial de ellas. Veamos otro ejercicio sobre esto:

B. Indicá la respuesta correcta.

Enunciado A un cuerpo se le aplican las fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ tal como se indica en la figura:



Se desea incorporar una fuerza $\vec{F}_4$ que contrarreste las anteriores y que logre que el cuerpo entre en equilibrio (fuerza resultante nula).

¿Cuánto debe valer $\vec{F}_4$? ¿Cuánto debe valer el módulo $|\vec{F}_4|$ de esa fuerza?

$$\vec{F}_4 = -40 \text{ N } \hat{x} - 30 \text{ N } \hat{y} \quad ; \quad |\vec{F}_4| = 70 \text{ N}$$

$$\vec{F}_4 = -40 \text{ N } \hat{x} + 30 \text{ N } \hat{y} \quad ; \quad |\vec{F}_4| = 50 \text{ N}$$

$$\vec{F}_4 = -40 \text{ N } \hat{x} + 30 \text{ N } \hat{y} \quad ; \quad |\vec{F}_4| = 70 \text{ N}$$

$$\vec{F}_4 = 40 \text{ N } \hat{x} + 30 \text{ N } \hat{y} \quad ; \quad |\vec{F}_4| = 50 \text{ N}$$

Leyes de Newton

Las leyes de Newton se relacionan las fuerzas con el movimiento y las fuerzas entre sí. Hay 3 leyes pero luego veremos que en realidad son 2 ya que hay una que puede deducirse de las restantes. En este módulo trataremos versiones simplificadas de estas 3 leyes.

Primera ley de Newton

La primera ley de Newton establece que un objeto permanecerá en reposo o con movimiento uniforme rectilíneo a menos que sobre él actúe una fuerza externa. No es otra cosa que la **ley de inercia**, que indica que los objetos mantendrán su estado de movimiento mientras no se les aplique una fuerza.

Veamos ejemplos de esta ley. Para comprender que un objeto permanecerá en reposo salvo que sobre él actúe una fuerza, pensá en cualquier objeto inmóvil, por ejemplo una taza apoyada sobre una mesa. Podemos esperar una eternidad a que se mueva, pero si no le aplicamos alguna fuerza, seguirá quieta, ahí apoyada. Si de pronto se abre una ventana y entra un viento fuerte, ahí la taza caerá al piso. El viento constituye la fuerza actuando sobre el objeto.

Para el segundo ejemplo, imaginemos un tren avanzando con velocidad constante. En el medio del pasillo del tren hay una patineta que se mantiene ahí. ¿Qué pasa si el tren frena abruptamente? La patineta se va hacia el frente del tren. ¿Es la patineta la que cambió el estado de movimiento? Miremos la situación desde la Tierra. El tren venía avanzando con la patineta en el pasillo; tanto la patineta como el tren son dos objetos diferentes y cada uno tenía exactamente la misma velocidad, por eso la patineta se mantenía en el medio del pasillo acompañando el movimiento del tren. Cuando el tren frena, se genera una fuerza hacia atrás que se aplica al tren, esa fuerza altera su movimiento produciendo una aceleración en contra del sentido de la velocidad, por eso disminuye su rapidez (coloquialmente se dice desaceleración, pero es una aceleración en sentido opuesto al movimiento). Sobre la patineta no actúa ninguna fuerza, ésta como todo cuerpo sigue la primera ley de Newton y mantiene el movimiento que tenía. Entonces la patineta no cambió su velocidad, porque no hubo ninguna fuerza que la lleve a cambiar su velocidad. El tren sí cambió su velocidad porque al aplicar los frenos, hubo una fuerza contraria al sentido de su movimiento. Parece que la patineta acelera, pero en realidad lo que pasa es que el tren frena. Debido a la fuerza de la inercia, la patineta sigue el movimiento que venía teniendo cuando el tren avanzaba.

En otros ejemplos, nuestra intuición nos dice algo muy contrario. Si hay una caja apoyada en el piso y la empujamos, avanza. Dejamos de aplicarle la fuerza de nuestro empuje y la caja deja de avanzar. La primera ley de Newton nos dice que si no hay fuerzas aplicadas debería seguir avanzando con la misma velocidad y en movimiento rectilíneo uniforme. Evidentemente, algo de la oración anterior no se cumple y es que en realidad sí hay una fuerza aplicada a la caja. Esa otra fuerza que no tuvimos en cuenta es el rozamiento con el piso. El rozamiento es una fuerza que se opone al movimiento y que encima se opone más cuanto más rápido es el deslizamiento entre las superficies de contacto. Es una fuerza muy particular, la mencionamos en esta guía, pero no vamos a trabajar con ella. En todos los problemas vamos a suponer que el rozamiento es muy chico y que no es necesario tenerlo en cuenta, que su magnitud es “despreciable” frente a las otras magnitudes en juego.

Para obtener una explicación acompañada de dibujos acerca de la ley de la inercia, te invitamos a ver el siguiente video:

<http://primerolasecundaria.net/recursos/videos/principio.mp4>

Encontrarás este video en la Plataforma, Página del estudiante: Recursos para el estudio / Física 2 / El principio de inercia

Segunda ley de Newton

La aceleración de un cuerpo es proporcional a la fuerza externa total sobre el mismo. La constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo a la que denominamos con la letra m , la masa es siempre positiva (mayor a cero). La frase anterior se puede representar en una fórmula muy simple:

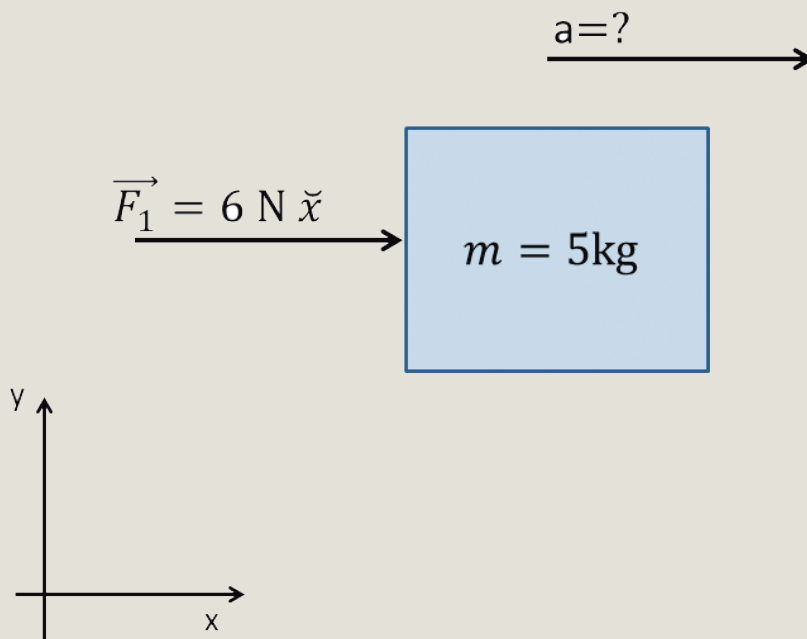
$$\vec{F} = m * \vec{a}$$

La masa es una magnitud y tiene su unidad: el kilogramo, que denominamos con kg . La masa es una magnitud escalar, eso significa que no tiene ni dirección ni sentido. Siendo que la masa es siempre positiva, la fuerza y la aceleración tienen la misma dirección y el mismo sentido.

Ejercicios

A. Indicá la respuesta correcta.

Se tiene un cuerpo cuya masa es $m = 5 \text{ kg}$ al que se le aplica una fuerza $\vec{F}_1 = 6 \text{ N } \hat{x}$ según la siguiente figura:



¿Cuál será la aceleración del cuerpo?

- $\vec{a} = -6 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
- $\vec{a} = -1,2 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
- $\vec{a} = 1,2 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
- $\vec{a} = 6 \text{ m/s}^2 \hat{x}$

Habíamos mencionado que la primera ley de Newton es un caso particular de la segunda. Si sobre un cuerpo no hay aplicada una fuerza neta, según la segunda ley, su aceleración es nula. Si no hay aceleración se mantiene la velocidad. Uniendo estas dos afirmaciones, si no hay fuerza aplicada se mantiene la velocidad lo que implica que se mantiene en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, que es el enunciado de la primera ley.

Tercera ley de Newton

"Todas las fuerzas en el universo, ocurren en pares (dos) con direcciones opuestas. No hay fuerzas aisladas; para cada fuerza externa que actúa sobre un objeto hay otra fuerza de igual magnitud pero de sentido opuesto, que actúa sobre el objeto que ejerce esa fuerza externa."

En otras palabras, es el **principio de acción y reacción**. Cuando uno empuja un objeto siente que el objeto ejerce fuerza de empuje con la misma intensidad sobre nosotros. Entonces, ¿por qué cuando pateamos una pelota sale despedida hacia adelante y nosotros no salimos despedidos hacia atrás con la misma rapidez? Pensá un rato, buscá los motivos y recién después seguí leyendo... Probablemente hayas pensado en nuestro rozamiento contra el suelo que se opone a que nos movamos, es cierto que existe esa fuerza, pero supongamos que estamos parados en hielo donde el rozamiento es muy bajo: sigue pasando lo mismo. Lo que ocurre es que, si bien las fuerzas son iguales, las aceleraciones no lo son ya que nuestra masa es mucho mayor que la de la pelota.

Energía

Ahora, vamos a introducir el concepto de energía mecánica en base a nuestra experiencia. ¿A qué nos referimos cuando decimos que una persona tiene "mucho energía"? A que tiene la capacidad de realizar mucho trabajo, y lo llamamos trabajo porque requiere algún tipo de esfuerzo. Por ejemplo, deslizarnos en una patineta a velocidad constante una vez que ya estamos arriba y con esa velocidad no requiere esfuerzo, simplemente es dejar que la inercia dicte que avancemos, es decir, no implica trabajo. Por el contrario, empujar una caja por una rampa cuesta arriba sí implica hacer un trabajo, ya que estamos trasladando y al mismo tiempo haciendo un esfuerzo. Hay un concepto similar en física: **hacer trabajo es el resultado de un desplazamiento en el cual se aplicó una fuerza en el sentido del mismo**. La energía mecánica es la capacidad de realizar un trabajo.

Vamos a dividir la energía mecánica en dos tipos: energía cinética y energía potencial. La energía cinética es la energía que posee un objeto por estar en movimiento. ¿Por qué es energía? Tomemos el siguiente ejemplo de un autito de juguete sin motor que avanza con alguna velocidad:



Mientras el autito vaya por el camino horizontal con velocidad constante, no hace trabajo porque no avanza en la dirección de ninguna fuerza. Cuando empiece a subir la rampa avanza en la misma dirección (pero sentido contrario) que la fuerza que ejerce la gravedad (hacia abajo), es decir, hace *trabajo*. El auto avanzará hasta alguna altura haciendo trabajo gracias a esa energía cinética. La energía cinética permitió al auto hacer un trabajo. No nos vamos a inmiscuir en el cálculo específico del trabajo, tampoco si tiene signo positivo o negativo, solamente tenés que tener una noción de su existencia. En este caso, se ha realizado un trabajo "negativo" que ha consumido energía cinética.

Ahora, imaginemos que soltamos al autito desde un punto de la rampa. Empezará a bajar y lo hará en el sentido de una fuerza generada por la gravedad, es decir, haciendo trabajo. Si realizó un trabajo tuvo que hacerlo gracias a alguna energía. Esa energía es la "energía potencial" que poseía el automóvil por estar en altura. En este caso, el trabajo "positivo" hizo que energía potencial se transformará en energía cinética. De nuevo, no vamos a tratar el tema del trabajo, cómo se calcula ni el motivo de sus signos, solamente queremos introducir el tema de la energía.

Energía cinética

Hemos dicho que la energía cinética es la energía que posee un cuerpo por estar en movimiento. La denominamos con la letra mayúscula "T" y su expresión es:

$$T = \frac{1}{2} m * v^2$$

Donde m es la masa del cuerpo y v es el módulo de su velocidad (si fuese el vector velocidad, tendría una flechita arriba). La unidad de la energía es el Joule (J). Y los asteriscos recordá que son signos de multiplicación.

Energía potencial

En el ejemplo del automóvil y la rampa la energía potencial se debe a la gravedad, por ello la llamamos energía potencial gravitatoria. A la energía potencial la denominamos con la letra mayúscula "V" y en el caso de la energía potencial gravitatoria su expresión es:

$$V = m * g * h$$

Donde m es la masa del objeto (la medimos en kg), g es el módulo de la aceleración debida a la gravedad y cuyo valor es $g \cong 10 \text{ m/s}^2$ (el signo $\cong$ indica que estamos dando un valor aproximado, lo redondeamos para facilitar las cuentas) y h es la altura a la que se encuentra el objeto (tené en cuenta que la altura se mide en metros). Como V es una energía, su unidad también es el Joule.

Hay más tipos de energías potenciales, como por ejemplo la energía potencial elástica que es la que tiene un resorte por estar comprimido, pero no las vamos a tratar aquí.

Ley de conservación de la energía mecánica

La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma. Esta ley es más amplia que la ley de conservación de energía mecánica que establece que:

"La energía mecánica de un sistema aislado se conserva a menos que actúen fuerzas no conservativas".

Veamos su enunciado en partes:

- "energía mecánica de un sistema aislado" significa que dicho sistema no debe estar interactuando ni intercambiando energía con otro sistema. Se refiere a la energía mecánica total, que es la suma de las energías cinéticas y potenciales de todos los cuerpos del sistema.
- "se conserva", significa que la cantidad de energía mecánica total no cambia. Puede

cambiar su composición, pasar de energía cinética a potencial o viceversa, pasar de un cuerpo a otro del sistema, etc. Lo importante es que la cantidad de energía mecánica total permanece.

- “a menos que actúen fuerzas no conservativas” significa que la energía mecánica no se conservará si hay **fuerzas no conservativas** en juego. Las fuerzas no conservativas son las que pasan de energía mecánica a otro tipo de energía. El ejemplo más usual es el rozamiento, que es la fuerza que se opone al deslizamiento entre dos superficies: al haber rozamiento parte de la energía mecánica se convierte en calor. Probá frotar una mano contra tu pantalón muchas veces y rápidamente, vas a notar que hay una fuerza que se opone al movimiento y también que se eleva la temperatura, vas a sentir calor. Las fuerzas constantes, la fuerza gravitatoria, la fuerza electromagnética son ejemplos de **fuerzas conservativas**, por lo cual mantienen constante la energía mecánica total.

En este módulo trabajaremos únicamente con fuerzas conservativas.

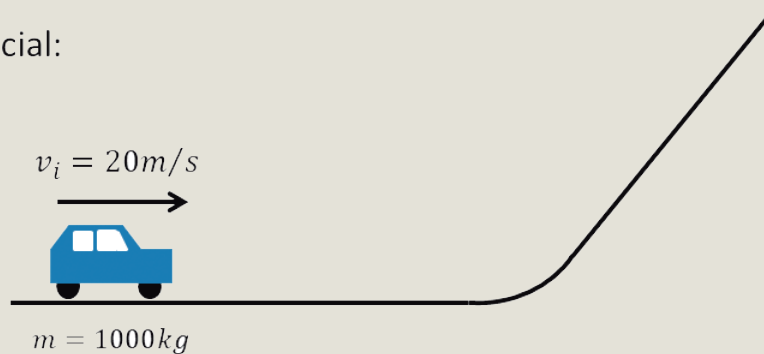
Vamos a volver al ejemplo del autito de juguete que se desliza a velocidad conocida y constante por un camino horizontal sin ayuda de los motores y que subirá una rampa gracias al impulso que tenía. Para calcular hasta qué altura subirá podemos hacer un análisis de energía: al principio su energía mecánica era solamente cinética; cuando alcance el punto más alto ya no tendrá velocidad y su energía mecánica total final estará formada solamente por energía potencial. Sabemos que la energía mecánica se conserva y que la energía inicial tiene que ser la misma que la energía final, por eso, de esta relación vamos a poder extraer el resultado de la altura. Te invitamos a realizarlo en el próximo ejercicio y, luego, continuar practicando con los ejercicios siguientes.

Ejercicios

A. Indicá la respuesta correcta.

Un automóvil se desliza por un camino horizontal con velocidad $v_i = 20 \text{ m/s}$ en el sentido que se indica en la figura. Los motores están apagados y no hay fuerza de rozamiento.

Situación inicial:



Situación final:



¿Cuál es la altura máxima (h) que alcanzará el automóvil?

- ☐ $h=10 \text{ m}$
- ☐ $h=20 \text{ m}$
- ☐ $h=50 \text{ m}$
- ☐ $h=100 \text{ m}$

B. Indicá si el enunciado es Verdadero o Falso.

La conservación de la energía mecánica implica que si se dispara una bala hacia arriba con cierta rapidez al dirigirse nuevamente al suelo lo hará con una rapidez menor que la que tenía.

- ☐ Verdadero ☐ Falso

C. Indica la respuesta correcta.

Una bolita de masa $m = 1\text{ kg}$ en reposo se deja caer por la rampa de la figura desde el punto a que se encuentra a una altura $h_a = 5\text{ m}$.



¿Cuál será el módulo de velocidad de la bolita cuando pase por el punto b que se encuentra a una altura $h_b = 1,8\text{ m}$?

- $v_b = 4\text{ m/s}$
- $v_b = 8\text{ m/s}$
- $v_b = 16\text{ m/s}$
- $v_b = 32\text{ m/s}$

D. Indica la respuesta correcta.

Un albañil arroja ladrillos de masa $m = 0,5\text{ kg}$ hacia arriba para pasarlos a su compañero que está 5 m más arriba. ¿Cuál debe ser la velocidad inicial mínima con la que debe arrojar los ladrillos para que alcancen a su compañero?

$$v_i = 2\text{ m/s}$$

- $v_i = 4\text{ m/s}$
- $v_i = 8\text{ m/s}$
- $v_i = 10\text{ m/s}$

E. Indicá si el enunciado es Verdadero o Falso.

Desde una posición determinada, la velocidad inicial con la que debo arrojar una pelota para que alcance cierta altura no depende de la masa de la pelota. Esto implica que la energía cinética inicial será la misma para cualquier pelota que arroje con esta velocidad.

☐ Verdadero ☐ Falso

Impulso lineal y su conservación

El impulso lineal de una partícula es la velocidad multiplicada por la masa:

$$\vec{p} = m * \vec{v}$$

Así como la velocidad es un vector, el impulso también lo es. Entonces, siendo vectores tienen intensidad, dirección y sentido. El impulso total de un sistema es la suma de los impulsos de cada cuerpo. En un sistema aislado el impulso total se conserva. Esto es una consecuencia de la segunda y la tercera ley de Newton, por lo cual se puede deducir. Haremos la deducción para el caso particular de dos cuerpos, los ejercicios de este módulo y de los exámenes necesitarán de la conclusión de esta deducción y no de su desarrollo.

Supongamos que a un cuerpo "1" se le aplica una fuerza por interactuar con el cuerpo "2". Llamemos a esta fuerza $\vec{F}_{1;2}$ (el primer subíndice indica sobre cuál cuerpo se aplica la fuerza y el segundo indica debido a cuál cuerpo se genera). Este cuerpo, según la segunda ley de Newton Tendrá una aceleración determinada por:

$$\vec{F}_{1;2} = m_1 * \vec{a}_1$$

La aceleración es la variación de la velocidad respecto al tiempo, indicamos con la letra griega delta mayúscula (Δ) las variaciones (si tenés dudas sobre la relación entre la variación de velocidad y la aceleración, volvé a leer el primer módulo sobre cinemática):

$$\vec{F}_{1;2} = m_1 * \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t}$$

Trabajando un poco la expresión:

$$\vec{F}_{1;2} * \Delta t = m_1 * \Delta \vec{v}_1$$

Por definición, lo último es la variación del impulso lineal del cuerpo 1:

$$\vec{F}_{1;2} * \Delta t = \Delta \vec{p}_1$$

Si repetimos el procedimiento para la partícula 2 y llamamos $\vec{F}_{2;1}$ a la fuerza aplicada sobre la partícula 2 debido a la partícula 1 obtenemos una expresión análoga:

$$\vec{F}_{2;1} * \Delta t = \Delta \vec{p}_2$$

Sumando las últimas dos ecuaciones:

$$\vec{F}_{1;2} * \Delta t + \vec{F}_{2;1} * \Delta t = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2$$

El tiempo que está aplicada la fuerza sobre cada cuerpo es el mismo:

$$(\vec{F}_{1;2} + \vec{F}_{2;1}) * \Delta t = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2$$

Ahora apliquemos la tercera ley de Newton. Si el cuerpo 1 tiene aplicada una fuerza debido al cuerpo 2, el cuerpo 2 deberá tener aplicada una fuerza igual pero en sentido contrario debido al cuerpo 1. Esto significa que $\vec{F}_{2;1} = -\vec{F}_{1;2}$. Incorporamos esta conclusión:

$$(\vec{F}_{1;2} - \vec{F}_{1;2}) * \Delta t = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2$$

$$0 * \Delta t = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2$$

$$\Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = 0$$

La variación del impulso equivale a lo que vale en la situación final f menos lo que vale en la situación inicial i .

$$\frac{(\vec{p}_{1-f} - \vec{p}_{1-i})}{\Delta \vec{p}_1} + \frac{(\vec{p}_{2-f} - \vec{p}_{2-i})}{\Delta \vec{p}_2} = 0$$

Reordenamos:

$$\vec{p}_{1-i} + \vec{p}_{2-i} = \vec{p}_{1-f} + \vec{p}_{2-f}$$

Es decir la suma de los impulsos en la situación inicial es igual a la suma de los impulsos en la situación final.

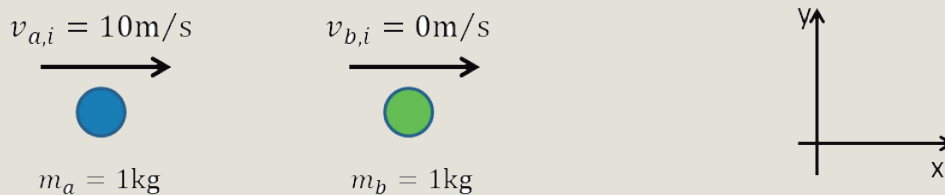
Ahora llegó el momento de poner en práctica lo aprendido...

Ejercicios

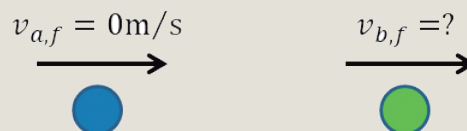
A. Indicá la respuesta correcta.

Observe el diagrama. Un cuerpo "a" de masa $m_a = 1 \text{ kg}$ que viajaba con velocidad $\vec{v}_a = 10 \text{ m/s}$ chocó contra un cuerpo idéntico "b" que estaba en reposo. Luego del choque, el cuerpo a queda quieto.

Situación inicial:



Situación final:

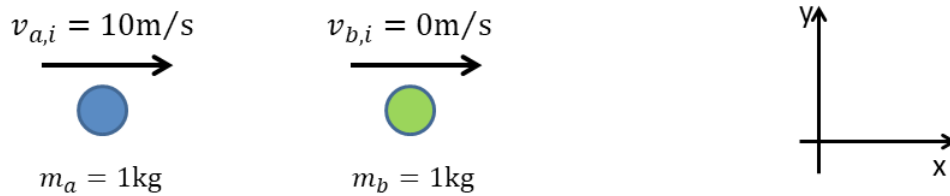


¿Cuál será la velocidad final v_{b-f} del cuerpo b luego del choque?

- $v_{b-f} = 1 \text{ m/s}$
- $v_{b-f} = 5 \text{ m/s}$
- $v_{b-f} = 10 \text{ m/s}$
- $v_{b-f} = 20 \text{ m/s}$

En el problema anterior teníamos el dato de la velocidad final de uno de los cuerpos. Sin embargo, este dato no era necesario. Podríamos haber aplicado la otra ley de conservación que habíamos visto: la conservación de la energía mecánica. Repitamos el ejercicio, pero sin saber de antemano la velocidad final del cuerpo "a". El diagrama que representa al problema es:

Situación inicial:



Situación final:



Tenemos dos incógnitas: la velocidad del cuerpo *a* y la velocidad del cuerpo *b*. Necesitamos dos ecuaciones para poder encontrarlas: la conservación del impulso y la conservación de la energía.

De la conservación del impulso, sabemos que los impulsos total inicial y final deben ser iguales:

$$p_{T-ix} = p_{T-fx}$$

Cada uno de ellos es la suma del impulso de cada cuerpo:

$$p_{a-ix} + p_{b-ix} = p_{a-fx} + p_{b-fx}$$

Remplazamos cada impulso por la masa multiplicada por la velocidad:

$$m_a * v_{a-ix} + m_b * v_{b-ix} = m_a * v_{a-fx} + m_b * v_{b-fx}$$

Remplazamos los datos que tenemos:

$$1\text{kg} * 10 \text{ m/s} + 0 = 1\text{kg} * v_{a-fx} + 1\text{kg} * v_{b-fx}$$

Simplificamos sacando factor común la masa:

$$10 \text{ m/s} = v_{a-fx} + v_{b-fx}$$

Recuadramos la última expresión que obtuvimos gracias a la ley de conservación del impulso. Ahora utilicemos la ley de conservación de la energía mecánica. La energía mecánica total inicial debe ser igual a la energía mecánica total final:

$$E_{T-i} = E_{T-f}$$

La energía total tanto inicial como final, es la suma de la energía de cada cuerpo en ese momento:

$$E_{a-i} + E_{b-i} = E_{a-f} + E_{b-f}$$

En este problema las energías son sólo cinéticas, ponemos la expresión de la energía cinética en función de la velocidad en cada una de ellas:

$$\frac{1}{2} * m_a * v_{a-i}^2 + \frac{1}{2} * m_b * v_{b-i}^2 = \frac{1}{2} * m_a * v_{a-f}^2 + \frac{1}{2} * m_b * v_{b-f}^2$$

Partimos del siguiente dato: la velocidad inicial del cuerpo b es nula. Además, en este caso las masas son todas iguales, podemos sacar factor común y simplificar:

$$v_{a-i}^2 = v_{a-f}^2 + v_{b-f}^2$$

Luego remplazamos los datos conocidos:

$$(10 \text{ m/s})^2 = v_{a-f}^2 + v_{b-f}^2$$

Tenemos dos ecuaciones recuadradas, en base a ellas dos obtendremos la velocidad final del cuerpo b. De la primera expresión recuadrada:

$$v_{a-fx} = 10 \text{ m/s} - v_{b-fx}$$

Remplazamos esta última en cada aparición de v_{a-fx} de la segunda expresión recuadrada:

$$(10 \text{ m/s})^2 = (v_{a-f})^2 + v_{b-f}^2$$

$$(10 \text{ m/s} - v_{b-fx})^2$$

$$(10 \text{ m/s})^2 = (10 \text{ m/s} - v_{b-fx})^2 + v_{b-f}^2$$

Desarrollamos:

$$100 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 20 \text{ m/s} * v_{b-fx} + v_{b-f}^2 + v_{b-f}^2$$

$$0 = -20 \text{ m/s} * v_{b-fx} + 2 * v_{b-f}^2$$

$$v_{b-fx} * (v_{b-fx} - 10 \text{ m/s}) = 0$$

De la última ecuación obtenemos **dos soluciones**, ya que hay dos expresiones que multiplicadas dan cero, entonces una u otra de esas expresiones deben ser nulas:

- Una solución es $v_{b-f} = 10 \text{ m/s}$ y, entonces, usando la primera ecuación recuadrada obtenemos que $v_{a-f} = 0$.
- La otra solución es $v_{b-f} = 0$ y, entonces, usando la primera ecuación recuadrada obtenemos que $v_{a-f} = 10 \text{ m/s}$.

Obtuvimos dos juegos de soluciones: el primero corresponde a la situación después del choque y el segundo, a la situación antes de chocar. ¿Por qué recuperamos los valores de la situación antes de chocar? Porque si hubiésemos analizado una situación posterior a la inicial pero anterior al choque, también hubiésemos planteado las mismas leyes de conservación, por lo cual tendríamos el mismo sistema de ecuaciones y este nos tiene que ofrecer ambos resultados.

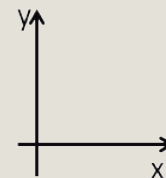
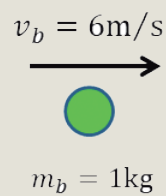
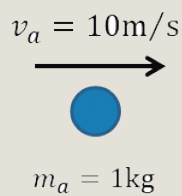
En los problemas de choques, como los que estamos estudiando, siempre vamos a plantear la conservación de la energía y la conservación del impulso. Estos choques se llaman “choques elásticos”, en ellos consideramos que no hay fuerzas no conservativas, es decir que la energía mecánica se conserva. Si la energía no se conserva, diríamos que el choque es “inelástico”. Un caso particular son los choques completamente inelásticos donde un cuerpo choca contra otro y ambos quedan unidos formando un cuerpo único cuya masa es la suma de las masas de ambos. Parte de la energía mecánica se pierde en la deformación de los cuerpos. Veamos un ejemplo como ejercicio.

Ejercicios

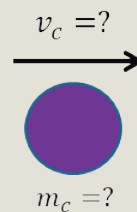
B. Indicá la respuesta correcta.

Se tiene un choque completamente inelástico entre una partícula a y una partícula b tal como indica el diagrama. En la situación final se tiene una partícula c que es la combinación de ambas. (Recordá que en los choques inelásticos la energía no se conserva).

Situación inicial:



Situación final:



De acuerdo con el esquema anterior, ¿cuál es la velocidad de la partícula resultante c ?

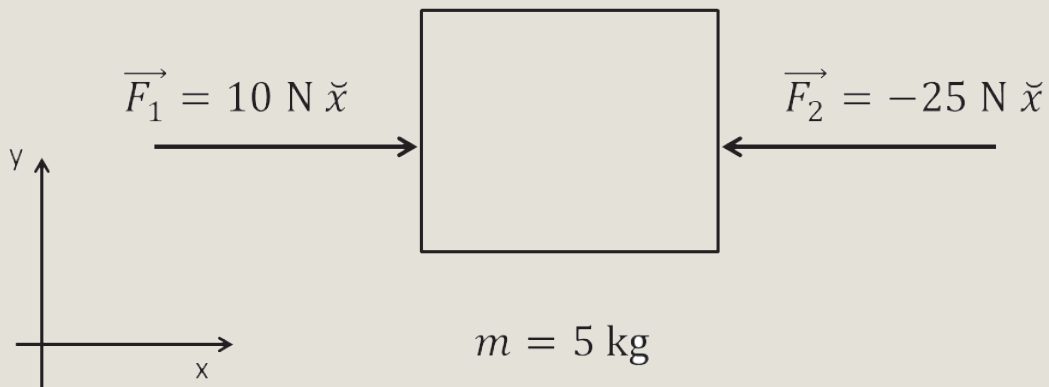
- $v_{cx} = 2\text{ m/s}$
- $v_{cx} = 4\text{ m/s}$
- $v_{cx} = 8\text{ m/s}$
- $v_{cx} = 10\text{ m/s}$

Ejercicios complementarios

Te brindamos más ejercicios para que puedas practicar. Estos ejercicios no tienen en su explicación el detalle de sus cálculos, pero tienen una guía de cómo realizarlos. Trata de resolverlos y luego seleccioná la respuesta correcta. Si no lo hiciste bien, volvé a hacerlos en base a las ayudas hasta que lo logres. Al final de este módulo verás las respuestas correctas.

A. Indicá la respuesta correcta.

Sobre un cuerpo se aplican dos fuerzas según se indica en el diagrama.

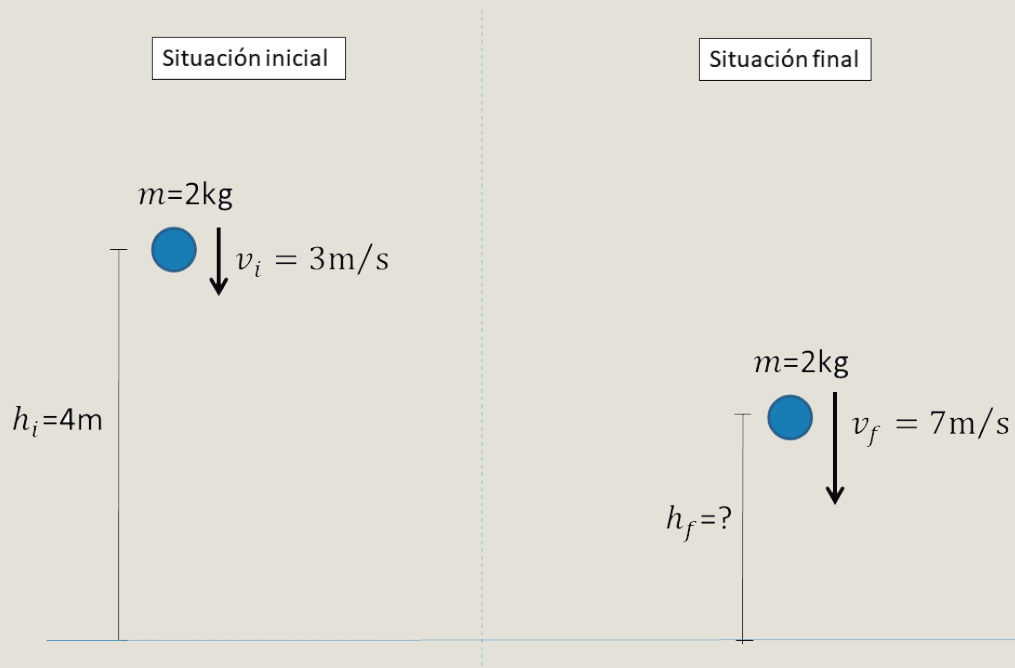


¿Cuál será la aceleración del cuerpo?

- $\vec{a} = -9 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
- $\vec{a} = -3 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
- $\vec{a} = 3 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
- $\vec{a} = 9 \text{ m/s}^2 \hat{x}$

B. Indicá la respuesta correcta.

Un cuerpo de masa $m = 2 \text{ kg}$ cae verticalmente como se muestra en la figura. Parte de una altura inicial $h_i = 4 \text{ m}$ y con una velocidad $v_i = 3 \text{ m/s}$.



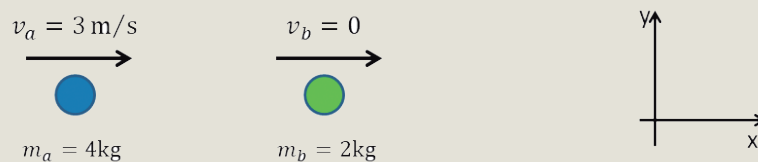
¿Cuál será la altura final h_f cuando el cuerpo esté desplazándose a una velocidad $v_f=7 \text{ m/s}$?

- $h_f = 0 \text{ m}$
- $h_f = 1 \text{ m}$
- $h_f = 2 \text{ m}$
- $h_f = 3 \text{ m}$

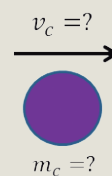
C. Indica la respuesta correcta.

Un cuerpo a choca contra un cuerpo b , que estaba inicialmente en reposo, en una colisión completamente inelástica, como se muestra en la figura:

Situación inicial:



Situación final:



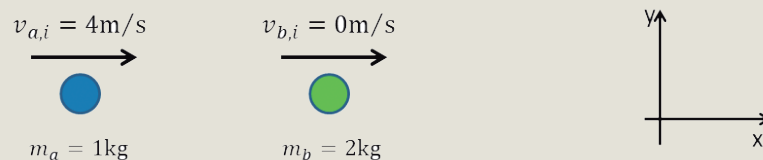
¿Cuál será la velocidad v_c del cuerpo resultante?

- $v_c = 1 \text{ m/s}$
- $v_c = 2 \text{ m/s}$
- $v_c = 3 \text{ m/s}$
- $v_c = 6 \text{ m/s}$

D. Indicá la respuesta correcta.

Un cuerpo a choca contra un cuerpo b en reposo en una colisión elástica según lo indicado en la figura:

Situación inicial:



Situación final:



¿Cuál será la velocidad de ambos cuerpos después de la colisión?

- $\vec{v}_a = -8/3 \text{ m/s } \checkmark$ y $\vec{v}_b = 4/3 \text{ m/s } \checkmark$
- $\vec{v}_a = -4/3 \text{ m/s } \checkmark$ y $\vec{v}_b = 8/3 \text{ m/s } \checkmark$
- $\vec{v}_a = 4/3 \text{ m/s } \checkmark$ y $\vec{v}_b = -8/3 \text{ m/s } \checkmark$
- $\vec{v}_a = 8/3 \text{ m/s } \checkmark$ y $\vec{v}_b = -4/3 \text{ m/s } \checkmark$

Resumen

En esta guía aprendiste y ejercitaste sobre **fuerzas** y sus relaciones con el movimiento de los cuerpos.

Primero, repasaste **situaciones de equilibrio** y luego, en base a las leyes de Newton, aprendiste cómo se **aceleran** los cuerpos.

Luego, repasaste las leyes de **conservación** de la energía mecánica y del impulso lineal y las aplicaste a un cuerpo sometido a la gravedad y a choques entre cuerpos.

Si lograste, aunque sea después de algunos intentos, resolver correctamente los últimos ejercicios donde solamente se te daban guías dentro de la solución, y no la solución completa, estás preparado para rendir el examen.

Claves de corrección

A continuación, te ofrecemos las respuestas correctas para que corrobore con los procesos que realizaste y los resultados que obtuviste. En el examen final no tendrás que justificar tus respuestas, pero es importante que observes con detenimiento el desarrollo de cada ejercicio para que autoevalúes tu práctica.

Fuerzas y equilibrio

A. La respuesta correcta es:

" $\vec{F}_T = 5 \text{ N } \hat{x}$ y el cuerpo se acelerará en el sentido de las x positivas"

La fuerza resultante será la fuerza total que será la suma vectorial de las fuerzas actuantes:

$$\begin{aligned}\vec{F}_T &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{F}_T &= 20 \text{ N } \hat{x} - 15 \text{ N } \hat{x} \\ \vec{F}_T &= 5 \text{ N } \hat{x}\end{aligned}$$

Como la fuerza va en el sentido positivo de las x, la aceleración también irá en ese sentido.

B. La respuesta correcta es:

" $\vec{F}_4 = -40 \text{ N } \hat{x} + 30 \text{ N } \hat{y}$; $|\vec{F}_4| = 50 \text{ N}$ "

Para que el cuerpo se encuentre en equilibrio la fuerza total debe ser nula:

$$\begin{aligned}\vec{F}_T &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \\ 30 \text{ N } \hat{x} + 10 \text{ N } \hat{x} - 30 \text{ N } \hat{y} + \vec{F}_4 &= 0 \\ 40 \text{ N } \hat{x} - 30 \text{ N } \hat{y} + \vec{F}_4 &= 0 \\ \vec{F}_4 &= -40 \text{ N } \hat{x} + 30 \text{ N } \hat{y}\end{aligned}$$

Para calcular el módulo, utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{F}_4| = \sqrt{(-40 \text{ N})^2 + (30 \text{ N})^2} = 50 \text{ N}$$

Leyes de Newton

A. La respuesta correcta es: " $\vec{a} = 1,2 \text{ m/s}^2 \checkmark$ "

Tomamos la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m * \vec{a}$$

Despejamos:

$$\vec{a} = \vec{F} / m$$

Remplazamos con los datos:

$$\vec{a} = (6 \text{ N } \checkmark) / 5 \text{ kg} = 1,2 \text{ m/s}^2 \checkmark$$

Nota importante: a lo largo de los módulos estamos trabajando con varias unidades de medida y vamos operando con ellas sin darnos cuenta. De alguna forma, a la izquierda de la última igualdad tenemos N y kg que luego se transforman en m/s^2 . Se puede ver cómo se pasa de unas unidades a otras, pero no nos vamos a explayar en eso, simplemente vamos a saber, por las expresiones, cuales tienen que ser las unidades del resultado. En este caso la unidad de medida es de aceleración, entonces, las unidades tienen que ser m/s^2 si es que veníamos trabajando con N y kg.

Ley de conservación de la energía mecánica

A. La respuesta correcta es: " $h = 20 \text{ m}$ "

Para encontrar el resultado, se utiliza la ley de conservación de la energía. La energía inicial es únicamente cinética:

$$E_i = T_i = \frac{1}{2} * m * v_i^2 = \frac{1}{2} * 10000 \text{ kg} * (20 \text{ m/s})^2$$

$$E_i = 200000 \text{ "J"}$$

En la situación final, el automóvil está completamente quieto, por lo cual tendrá únicamente energía potencial:

$$E_f = V_f = m * g * h$$

Por la ley de conservación de la energía, la energía final vale lo mismo que la inicial:

$$E_i = E_f$$

Remplazando por las expresiones de la energía que habíamos calculado:

$$E_i = m * g * h$$

Remplazamos por los valores:

$$200000 \text{ J} = 1000 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * h$$

Despejamos:

$$h = \frac{200000 \text{ J}}{1000 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2} = 20 \text{ m}$$

B. La respuesta correcta es: "Falso". Analizá la explicación que está a continuación.

Inicialmente la bala solamente tendrá energía cinética debida a su velocidad inicial:

$$E_i = 1/2 * m * v_i^2$$

En la situación final, también solamente tendrá energía cinética ya que está a la misma altura que en la situación inicial:

$$E_f = 1/2 * m * v_f^2$$

Por conservación de la energía mecánica, la energía inicial y final deben ser iguales:

$$E_i = E_f$$

$$1/2 * m * v_i^2 = 1/2 * m * v_f^2$$

Esto último implica que $v_i = v_f$, es decir, cuando cayó poseía la misma rapidez que cuando partió. En la expresión de energía cinética se trabaja con el módulo de la velocidad que es la rapidez. El vector, además de la intensidad (módulo), tendrá dirección y sentido (hacia abajo).

C. La respuesta correcta es: " $v_b = 8 \text{ m/s}$ ". A continuación, verás cómo llegar a ella.

Cuando la bolita se encuentra en el punto a es solo energía potencial:

$$E_a = V_a = m * g * h_a$$

Remplazamos aquí los valores conocidos:

$$E_a = 1 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 5 \text{ m} = 50 \text{ J}$$

En el punto b , habrá tanto energía cinética como potencial:

$$E_b = T_b + V_b = 1/2 * m * v_b^2 + m * g * h_b$$

Remplazamos los valores conocidos:

$$E_b = 1/2 * 1 \text{ kg} * v_b^2 + 1 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 1,8 \text{ m}$$

Ya obtuvimos expresiones para la energía mecánica en el punto a y en el punto b . Por la ley de conservación de la energía, sabemos que ambas deben ser iguales:

$$E_a = E_b$$

Remplazamos todos los valores conocidos:

$$50 \text{ J} = 1/2 * 1 \text{ kg} * v_b^2 + 1 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 1,8 \text{ m}$$

Simplificamos:

$$50 \text{ J} = 0,5 \text{ kg} * v_b^2 + 18 \text{ J}$$

Despejamos:

$$0,5 \text{ kg} * v_b^2 = 50 \text{ J} - 18 \text{ J}$$

$$0,5 \text{ kg} * v_b^2 = 32 \text{ J}$$

$$v_b^2 = 32 \text{ J} : 0,5 \text{ kg} = 64 \text{ J/kg}$$

$$v_b = \sqrt{64 \text{ J/kg}}$$

$$v_b = 8 \text{ m/s}$$

Observá que mientras trabajemos con las unidades metro, Joule, kilogramo y segundo no vamos a tener problemas para simplificar las unidades, si ya sabemos que el resultado es una velocidad, su unidad será m/s. Si trabajamos con unidades mezcladas, por ejemplo, en lugar de kilogramo utilizamos el gramo tendríamos que hacer un análisis de unidades de medida que no vamos a tratar dentro de estos módulos.

D. La respuesta correcta es: " $v_i = 10 \text{ m/s}$ ". Mostramos aquí como encontrarla.

La energía inicial es sólo cinética:

$$E_i = 1/2 * m * v_i^2$$

La energía final, en el caso de que alcance justo la altura requerida, será solamente potencial:

$$F_f = m * g * h_f$$

Aplicando la ley de conservación de energía mecánica, ambas energías deben ser iguales:

$$1/2 * m * v_i^2 = m * g * h_f$$

Simplificamos la masa:

$$1/2 * v_i^2 = g * h_f$$

Remplazamos el valor de la aceleración de la gravedad $g=10 \text{ "m" / "s" }^2$:

$$1/2 * v_i^2 = 10 \text{ m/s}^2 * 5 \text{ m}$$

Finalmente, despejamos:

$$v_i^2 = 10 \text{ m/s}^2 * 5 \text{ m} * 2 = 100 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Observá como pasamos de " $m * m$ " a " m^2 ".

$$v_i = \sqrt{100 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_i = 10 \text{ m/s}$$

E. La respuesta correcta es: "**Falso**", porque la energía cinética depende de la masa. Si cambia la masa de la pelota, la energía cinética será distinta aunque se mantenga la velocidad.

Impulso lineal y su conservación

A. La respuesta correcta es: " $v_{b-f} = 10 \text{ m/s}$ ". A continuación, te mostramos el procedimiento para encontrarla.

Utilizamos la ley de conservación del impulso. Como el problema ocurre solamente en el eje "x" trabajaremos con la parte en "x" de los vectores. En la situación inicial, el impulso total será la suma de los impulsos de cada cuerpo en la situación inicial:

$$p_{T-ix} = p_{a-ix} + p_{b-ix}$$

El impulso de cada uno equivale a su masa por su velocidad, entonces:

$$p_{T-ix} = m_a * v_{a-ix} + m_b * v_{b-ix}$$

Remplazando por los datos:

$$p_{T-ix} = 1 \text{ kg} * 10 \text{ m/s} + 1 \text{ kg} * 0 \text{ m/s}$$

$$p_{T-ix} = 10 \text{ kg} * \text{m/s}$$

En la situación final, el impulso será la suma de los impulsos de cada cuerpo en su situación final:

$$p_{T-fx} = p_{a-fx} + p_{b-fx}$$

El impulso de cada uno equivale a su masa por su velocidad:

$$p_{T-fx} = m_a * v_{a-fx} + m_b * v_{b-fx}$$

Remplazando los valores conocidos:

$$p_{T-fx} = 1 \text{ kg} * 0 \text{ m/s} + 1 \text{ kg} * v_{b-fx}$$

Simplificamos:

$$p_{T-ix} = 1 \text{ kg} * v_{b-fx}$$

Debido a la ley de conservación del impulso total, el impulso total e inicial y final deben valer lo mismo:

$$p_{T-ix} = p_{T-ix}$$

$$10 \text{ kg} * \text{m/s} = 1 \text{ kg} * v_{b-fx}$$

Despejando:

$$v_{b-fx} = 10 \text{ m/s}$$

B. La respuesta correcta es: " $v_c = 8 \text{ m/s}$ ", a continuación te indicamos como encontrarla:

Primero calculamos la masa de la partícula resultante c:

$$m_c = m_a + m_b$$

$$m_c = 1 \text{ kg} + 1 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$$

Aplicamos la ley de conservación del impulso:

$$p_{T-ix} = p_{T-fx}$$

$$m_a * v_{ax} + m_b * v_{bx} = m_c * v_{cx}$$

Remplazamos los valores que conocemos:

$$1 \text{ kg} * 10 \text{ m/s} + 1 \text{ kg} * 6 \text{ m/s} = 2 \text{ kg} * v_{cx}$$

Despejamos y obtenemos:

$$v_{cx} = 8 \text{ m/s}$$

Ejercicios complementarios

A. La respuesta correcta es: " $\vec{a} = -3 * \text{m/s}^2 \hat{x}$ "

Para llegar al resultado primero calculá la fuerza total sobre el cuerpo. Luego, utilizá la segunda ley de Newton para encontrar la aceleración.

B. La respuesta correcta es: " $h_f = 2 \text{ m}$ ". Para encontrar esta altura se debe utilizar la conservación de la energía mecánica. Tanto en la situación inicial como en la final la energía mecánica estará compuesta por energía cinética y potencial.

C. La respuesta correcta es: " $v_c = 2 \text{ m/s}$."

Para encontrar esta velocidad, primero se debe calcular la masa del cuerpo c como la suma de las masas del cuerpo a y el cuerpo b; luego plantear la conservación del impulso lineal.

D. La respuesta correcta es: " $\vec{v}_a = -4/3 \text{ m/s} \hat{x}$ y $\vec{v}_b = 8/3 \text{ m/s} \hat{x}$ "

Para llegar a esta respuesta hay que plantear la conservación de la energía y la conservación del impulso en el eje x. Te va a quedar un sistema de dos ecuaciones, una de las soluciones del sistema va a ser la solución correcta. La otra solución del sistema de ecuaciones dará como resultado las mismas velocidades que tenían los cuerpos, eso corresponde a calcular la situación antes de que hayan colisionado. El signo en la velocidad va a indicar el sentido.



Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación