Primero la Secundaria

# FÍSICA

## Módulo 1

## Cinemática

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

Primero la Secundaria

# FÍSICA

## Módulo 1

## Cinemática

# Contenido

# Presentación

Antes de comenzar con los temas del primer módulo de Física, te acercamos algunas orientaciones para organizar el estudio.

Para repasar para el examen, te brindamos material de estudio que te servirá para recordar los temas que ya trabajaste en clase y encontrarás actividades que te ayudarán a concentrarte en los temas más importantes.

Te sugerimos que dediques entre una hora y media o dos, por día, al estudio y la práctica así, en una semana, alcanzarás a preparar todo el módulo.

A tal fin, vamos a seguir un itinerario con los temas más importantes: iniciaremos con una introducción a los vectores que son una herramienta fundamental para poder avanzar en este módulo y en los siguientes. Luego comenzaremos con los temas específicos de cinemática: veremos movimientos rectilíneos sin y con variación de velocidad, luego veremos conceptualmente "tiro oblicuo" y, por último, movimiento circular. El objetivo aquí es que logres describir con gráficos y cuantitativamente (con ecuaciones) algunos de los posibles movimientos que pueden tener los cuerpos a lo largo del tiempo.

En este primer módulo vas a encontrar material de estudio para comprender los conceptos y poder realizar los ejercicios. Los ejercicios son similares a los del examen, asegurate de poder hacerlos por vos mismo para poder prepararte bien para rendir la materia. Leé bien el enunciado de cada ejercicio, una parte muy importante consiste en comprender los enunciados e identificar cuales datos se tienen y cuáles resultados se buscan. Tratá de resolverlos y, recién después, elegí la solución dentro de las opciones y, finalmente, campará con las soluciones correctas que están al final del módulo. Junto con la solución correcta, vas a encontrar la explicación para llegar a ella; es fundamental que prestes mucha atención a los procedimientos dentro de cada explicación.

# Cinemática

En este módulo vas a repasar el tema cinemática. La cinemática se encarga de describir el movimiento de los cuerpos sin estudiar las causas que lo originan. Describir el movimiento implica describir la trayectoria y la evolución temporal. La trayectoria es el conjunto de puntos del espacio que recorre el cuerpo. La evolución temporal es la descripción de donde está el objeto en cada momento, es la trayectoria pero indicando el tiempo en el que está en cada punto.

Hay movimientos simples y movimientos complejos, nosotros veremos los casos más simples que nos permitirán relacionar lo aprendido con nuestra experiencia cotidiana y al mismo tiempo tengan un valor conceptual.

## Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)

Primero, vamos a describir de qué se trata el movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.). Analicemos el nombre:

- **Movimiento:** indica un cambio de posición en el tiempo.
- **Rectilíneo:** tiene una trayectoria rectilínea, es decir, que se mueve a lo largo de una recta.
- **Uniforme:** recorre siempre la misma distancia por cada unidad de tiempo o, dicho de otra forma, que tiene velocidad constante.

Entonces, el M.R.U. describe el movimiento de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una línea recta y con velocidad constante.

Un ejemplo es un tren que se desplaza a velocidad constante por una vía recta. Si el tren cambia su rapidez, no estaríamos hablando de movimiento uniforme. Si la vía llegase a tener una curva, ya no estaríamos hablando de movimiento rectilíneo y tampoco de movimiento uniforme. El motivo por el cual una curva no es uniforme es algo que vamos a ver más adelante.

**En forma optativa, mirá el contenido del siguiente link sobre este tema a modo de introducción:**
https://www.educ.ar/recursos/20079/movimiento-rectilineo-uniforme

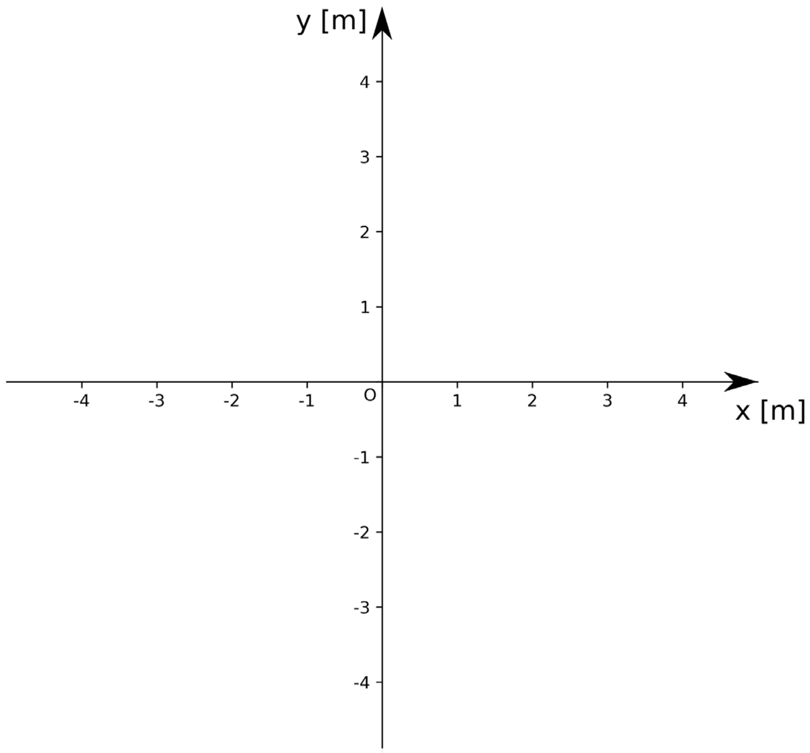
El movimiento rectilíneo uniforme de un cuerpo está caracterizado por:

- Desarrollarse sobre una línea recta
- El cuerpo avanza distancias iguales en intervalos de tiempos iguales
- La distancia que avanza el cuerpo es proporcional al intervalo de tiempo
- La velocidad es constante

Las características mencionadas no son todas independientes: si la distancia que avanza el cuerpo es proporcional al intervalo tiempo, obligadamente el cuerpo avanzará distancias iguales en intervalos de tiempo iguales. Si vamos a describir el movimiento, tenemos que caracterizar la posición y la velocidad, para ello utilizaremos *vectores*. Veremos primero sistemas de referencia y vectores como herramientas fundamentales de la física.

Si vamos a describir una posición, necesitamos una referencia; por ejemplo, decimos que "Chascomús está en el kilómetro 120 de la ruta 2". Al decir en el kilómetro 120, lo estamos haciendo en referencia al mojón del kilómetro cero y la posición de ese kilómetro cero fue puesta en forma arbitraria: podría estar como está hoy en la Plaza de los Dos Congresos o en Hudson. Lo importante es que sepamos donde está y que se mantenga fijo. Al mencionar "sobre la ruta 2" estamos diciendo en cuál dirección (sobre la ruta) y en cuál sentido (hacia el sur ya que es el único que permite esta ruta) está respecto a ese mojón de referencia.

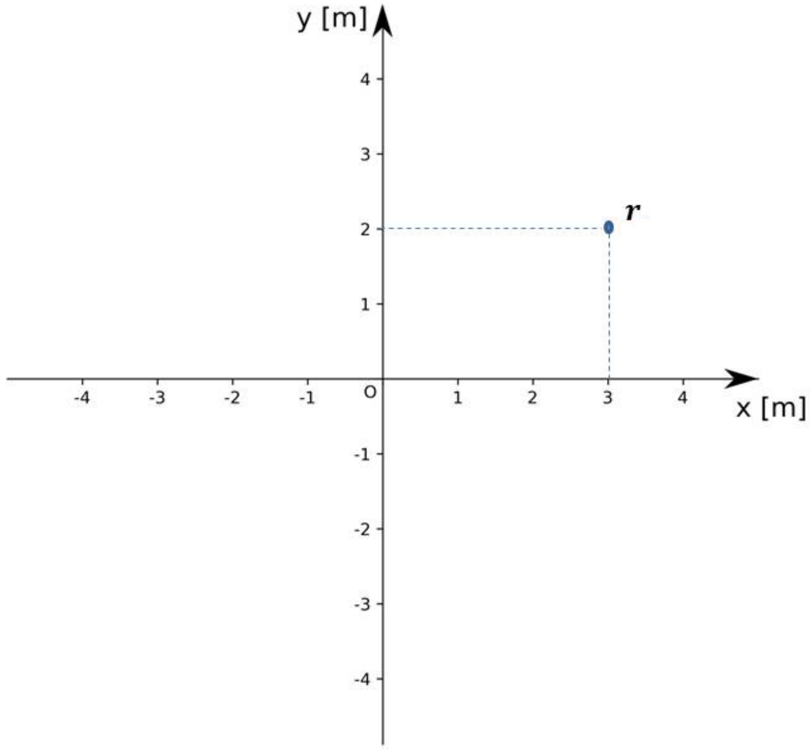
En Física también necesitamos una referencia y, para eso, utilizamos un sistema de coordenadas. Veremos ahora el caso bidimensional y, luego, volveremos al ejemplo unidimensional del tren. Necesitamos primero definir el sistema de coordenadas:




¿Cómo está compuesto nuestro sistema de coordenadas bidimensional?

Tiene 2 ejes, el "**x**" y el "**y**". Cada eje tiene una dirección: el eje **x** es "horizontal" y el eje **y** tiene dirección "vertical". Cada eje, además, tiene un sentido: el eje **x** crece hacia la derecha y el eje **y** hacia arriba.

Algo más a tener en cuenta: cada eje en el gráfico tiene una escala; en este caso, cada marca corresponde a 1 metro. Así como para referenciar la ubicación dentro de la ruta necesitábamos un mojón, acá tenemos el origen de coordenadas: el cero, donde se cruzan ambos ejes. Veamos cómo indicamos, en notación vectorial, el punto de la siguiente figura:




La ubicación se llama **r** y vamos a indicar sus coordenadas de este modo: $r_x$=3m; $r_y$=2m.

¿Cómo daríamos la indicación a un amigo para ir desde el origen hasta el punto?

“Caminá 3 metros para el lado de las **x** positivas y luego caminá 2 metros para el lado de las **y** positivas.” En matemática, hay una notación para eso: un versor nos da una dirección y sentido, y tiene como intensidad “1”. El versor que apunta en el sentido de las **x** positivas es $\breve{x}$, y el que que apunta en el sentido de las **y** positivas es $\breve{y}$. Entonces, la forma de indicar la posición es:

$$\vec{r} = 3\ \text{m}\ \breve{x} + 2\ \text{m}\ \breve{y}$$

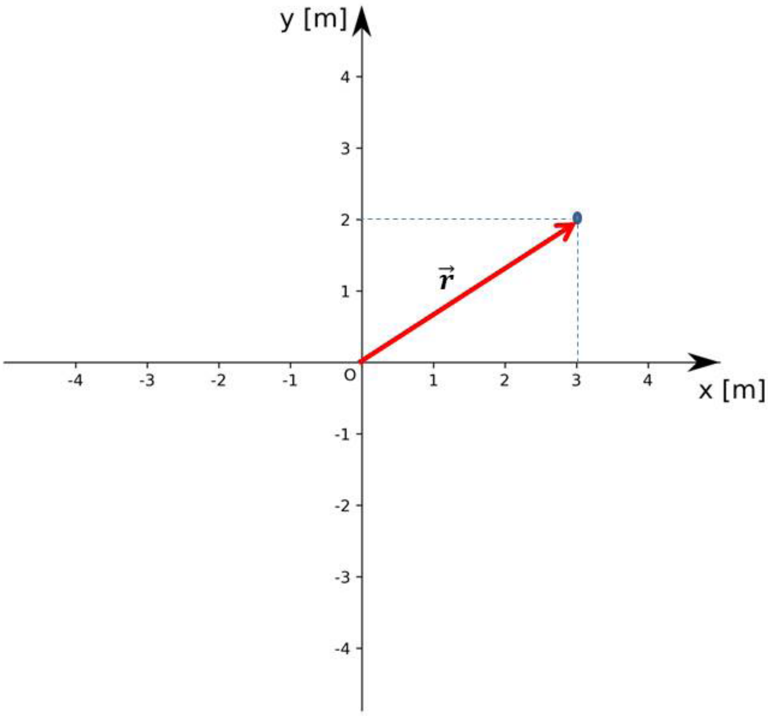
Notá cómo agregamos una flechita arriba de la posición, para indicar que es un vector, es decir: que tiene una intensidad, una dirección y un sentido. Hay otra forma más compacta para nombrar la posición:

$$\vec{r} = (3\ \text{m}, 2\ \text{m})$$

En esta notación, la primera posición dentro de los paréntesis corresponde al corrimiento en $\breve{x}$ y la segunda al corrimiento en $\breve{y}$. Como la unidad es la misma para ambos, podemos indicarla fuera:

$$\vec{r} = (3, 2)\ \text{m}$$

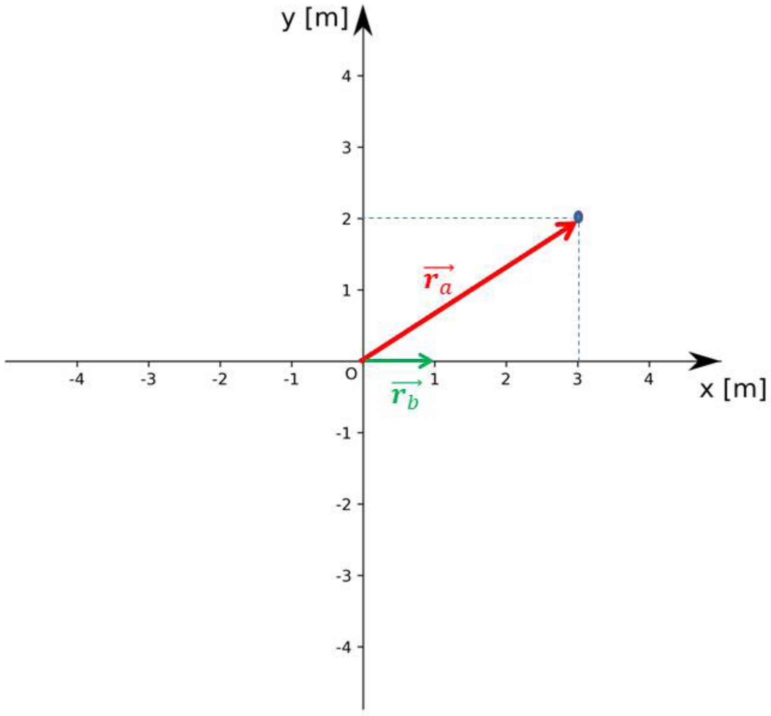
Para representar ese vector, también lo hacemos con una flecha:



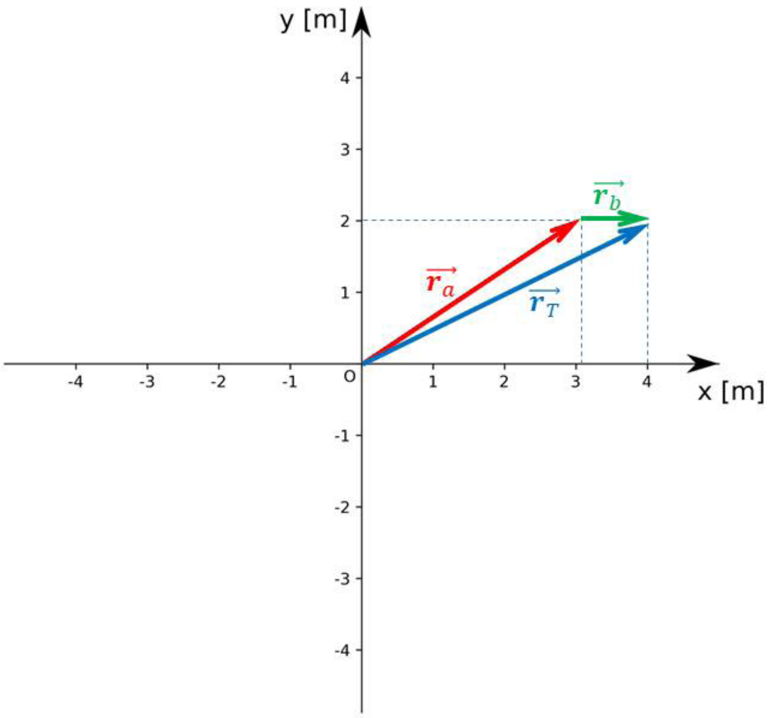

La intensidad del vector, que llamaremos módulo, es el largo del vector. La indicaremos con $|\vec{r}|$ o simplemente con r. Notá que, en este último caso, la r se utiliza sin la flecha arriba y sin resaltar. ¿Cómo calculamos r? Utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

Ahora llamemos $\vec{r}_a$ al vector anterior y supongamos que lo queremos desplazar 1m en el sentido de las **x** positivas. El desplazamiento lo indicamos con $\vec{r}_b$ = (1m, 0). En el gráfico anterior, ambos vectores quedan representados del siguiente modo:




¿Cómo sabemos la posición final? Trasladamos $\vec{r}_b$ al extremo de $\vec{r}_a$ y podemos calcular la suma $\vec{r}_T = \vec{r}_a + \vec{r}_b$:




Y encontramos el resultado de sumar ambos vectores: $\vec{r}_T = 4\ m\ \breve{x}\ +2\ m\ \breve{y}$

La operación anterior fue gráfica. Un cálculo hecho en forma gráfica nos dará un resultado aproximado pero nos es muy útil para comprender. Sin embargo, para obtener el resultado exacto se necesita operar en forma analítica, es decir “haciendo las cuentas”:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = \overrightarrow{\boldsymbol{r_a}} + \overrightarrow{\boldsymbol{r_b}}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = 3\,m\,\breve{\boldsymbol{x}} + 2\,m\,\breve{\boldsymbol{y}} + 1\,m\,\breve{\boldsymbol{x}}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = (3\,m + 1\,m)\,\breve{\boldsymbol{x}} + 2\,m\,\breve{\boldsymbol{y}}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = 4\,m\,\breve{\boldsymbol{x}} + 2\,m\,\breve{\boldsymbol{y}}$$

¿Qué hicimos?

- Remplazamos los vectores por sus valores
- Juntamos, por un lado, todo lo que va en la dirección de las $\breve{x}$ y, por otro, todo lo que va en el sentido de las $\breve{y}$
- Simplificamos haciendo las sumas que podemos.

Sumar $\vec{r}_c = \vec{r}_a + \vec{r}_{a'}$, sería equivalente a obtener el doble de $\vec{r}_a$: $\vec{r}_c = 2 * \vec{r}_a$ ¿Cómo se hace esta multiplicación?

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = \boldsymbol{2} * \overrightarrow{\boldsymbol{r_a}}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = 2 * (3\,m\,\breve{\boldsymbol{x}} + 2\,m\,\breve{\boldsymbol{y}})$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = 2 * 3\,m\,\breve{\boldsymbol{x}} + 2 * 2\,m\,\breve{\boldsymbol{y}}$$

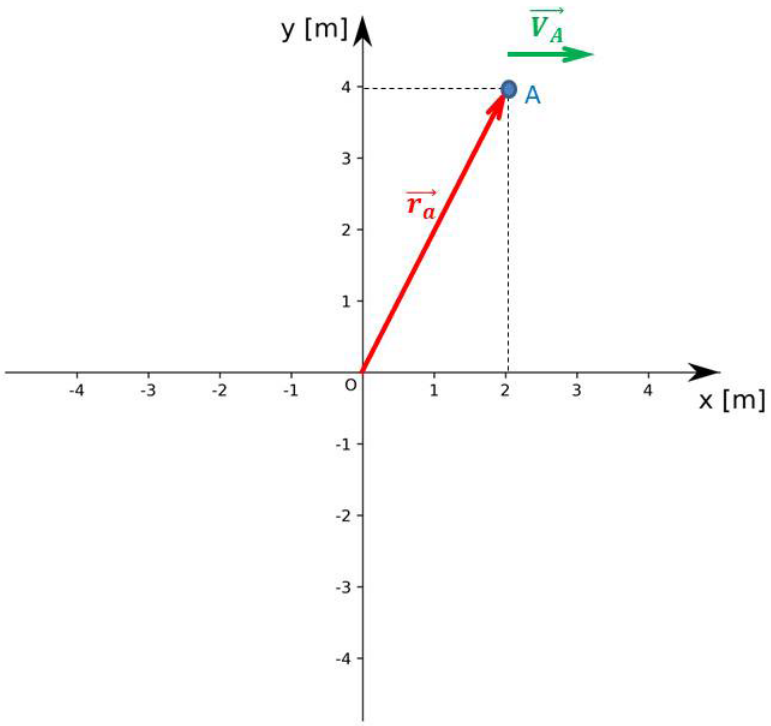
$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_T}} = 6\,m\,\breve{\boldsymbol{x}} + 4\,m\,\breve{\boldsymbol{y}}$$

Los pasos fueron:

- Remplazar al vector por su valor.
- Aplicar la propiedad distributiva, en este caso distribuir el "2" hacia cada componente (sentido) del vector.
- Multiplicar dentro de cada componente

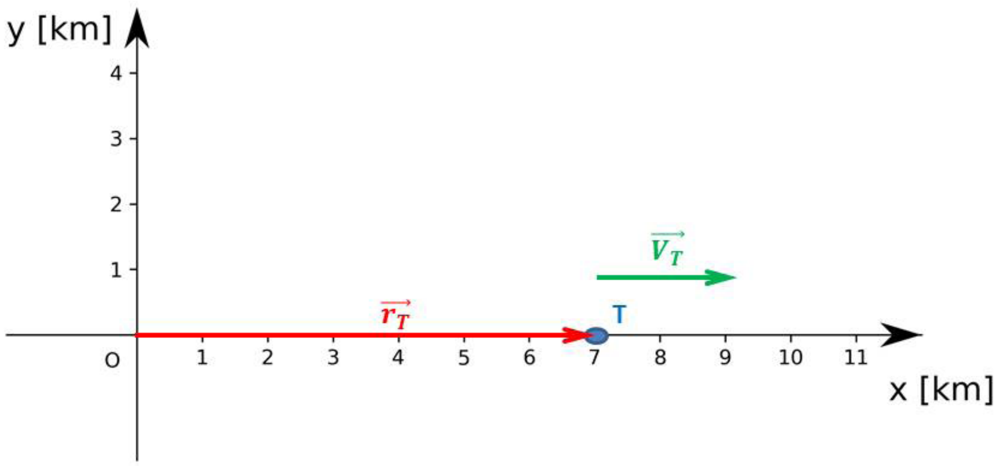
Como ejercicio, queda calcular haciendo la suma del vector consigo mismo y verificar que se obtenga el mismo resultado.

Ahora, supongamos que hay un cuerpo **A** en la posición $\vec{r}_A = 2\ m\ \breve{x} + 4\ m\ \breve{y}$ y que se mueve con una velocidad: $\vec{V}_A = 3\ m/s\ \breve{x}$. ¿Cómo representamos esto en el gráfico? Vamos a montar un vector que indique la velocidad sobre ese punto:




Lo que hicimos fue marcar la posición del cuerpo A con el vector de posición. Para la velocidad, dibujamos una flecha en un lugar próximo al cuerpo de forma que se sobrentienda que corresponde a éste cuerpo y no a otro. La flecha deberá tener la dirección y sentido del movimiento, el largo de la flecha que representa la intensidad va a ser muy diferente a la escala de la posición ya que ni siquiera tienen la misma unidad.

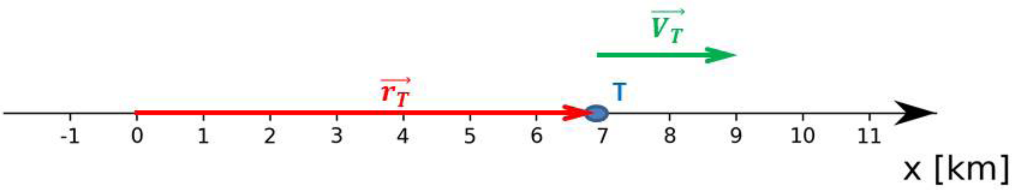
Ya vimos lo básico de vectores en dos dimensiones, ahora volvamos a nuestro tren. Para nuestro tren, podemos poner el origen del sistema de coordenadas en una estación y como unidad de medida el kilómetro. También tenemos que dar una orientación del sistema cartesiano, por ejemplo que el eje versor $\breve{x}$ apunta hacia el este. Supongamos que el tren se encuentra a 7km al oeste de la y que está viajando a una velocidad de 30km/h en el sentido oeste. ¿Cómo representamos esta situación en el gráfico cartesiano? Nos fijaríamos que la posición del tren sería $\vec{r}_T$=7km $\breve{x}$ y que la velocidad también va en la dirección y sentido del versor $\breve{x}$:




La posición del tren la escribimos como: $\vec{r}_T = 7\,\breve{x} \ +0\,\breve{y}$

O, ya que no hay componente en **y**, directamente: $\vec{r}_T = 7\ \breve{x}$

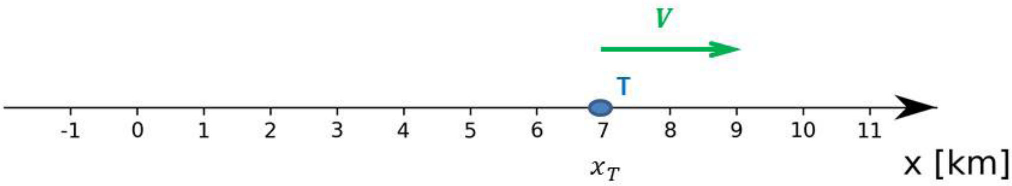
Ahora, si nos concentramos en movimientos rectilíneos, no tiene mucho sentido graficar el eje **y,** ya que el movimiento lo podemos representar solamente en la coordenada **x**:




Y también podemos no utilizar la notación con los versores y trabajar directamente de las componentes: pasamos de indicar del vector posición del tren, a la coordenada $x_T$:

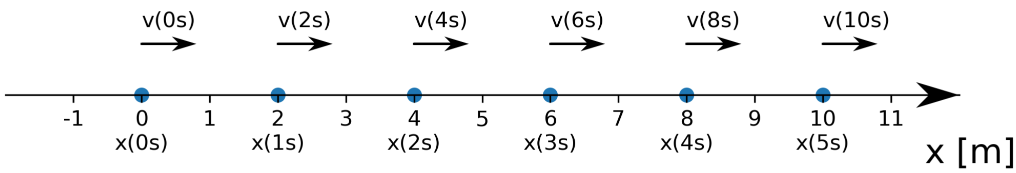
$$\vec{r}_T \rightarrow x_T$$

Para la velocidad sucede lo mismo: hablamos simplemente de V (que si es positiva irá hacia los **x** positivos, y si es negativa será en sentido contrario):



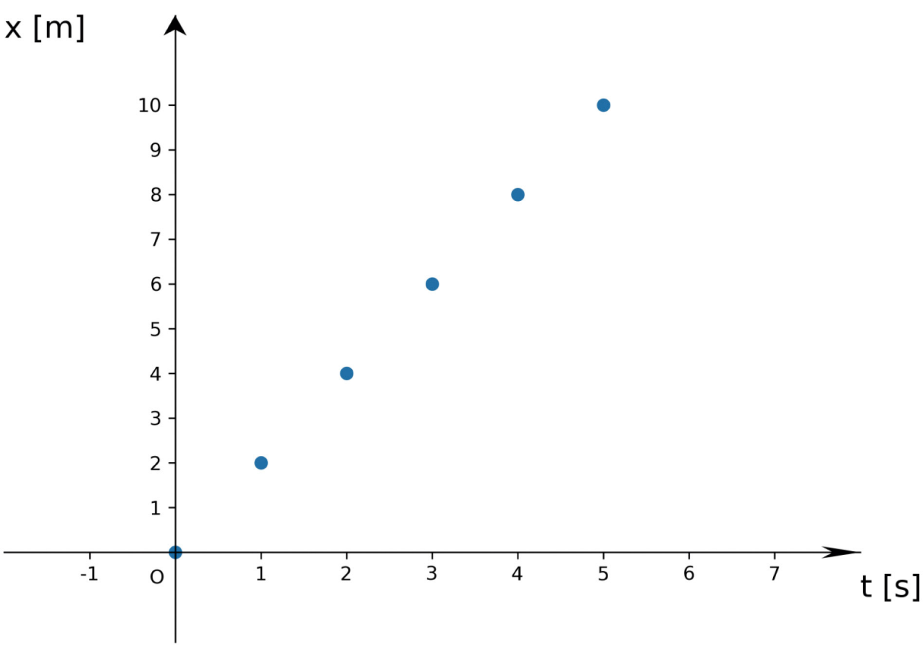

Ya sabés cómo representar con vectores la posición y velocidad de un cuerpo. La introducción de vectores en dos dimensiones fue para ayudarte a entender los libros o apuntes que tengas de tus clases. En este módulo nos vamos a concentrar, principalmente, en movimientos en una dimensión. Ahora nos vamos a focalizar en el M.R.U.

Si tenemos un cuerpo que parte del origen y se desplaza a 2 m/s, la posición del cuerpo para distintos tiempos será **x(t)**:




Hemos representado las posiciones para los primeros 5 segundos. Podemos ver que, por cada segundo, avanza siempre la misma distancia (recordá el video). A cada tiempo le corresponde una posición.

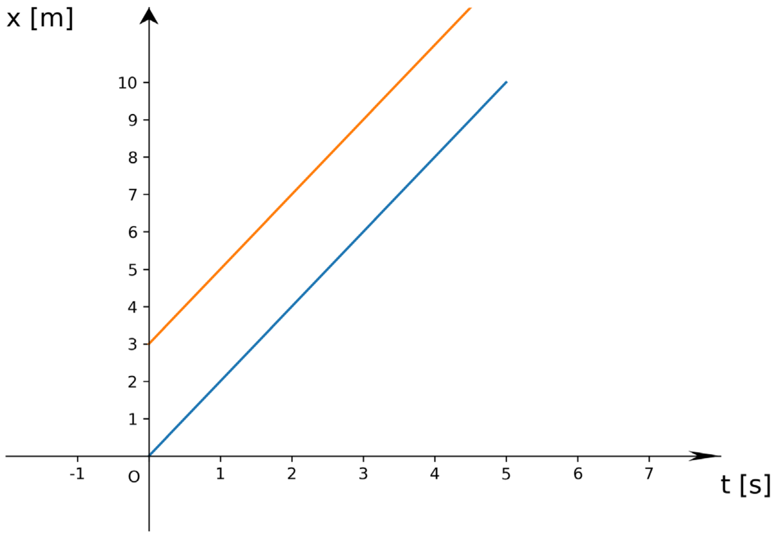
Grafiquemos estos pares, indicamos los tiempos en el eje horizontal y la posición en el eje vertical. Armamos pares, un tiempo con su posición y graficamos esos pares. (asegurate de entender cómo se hizo el gráfico=.



Observando el gráfico, podemos notar que la curva es una recta y que tiene la expresión:

$$x_A\,(t) \;=\; 2\,\frac{m}{s} \;*\; t$$

La función anterior se conoce como “ecuación de movimiento” y es una función que nos indica donde está el cuerpo en cada tiempo. Ni el tiempo ni el objeto avanzan de “a saltos”; hay todo un movimiento continuo. En la siguiente figura, graficamos la recta que muestra la evolución del cuerpo anterior al que llamamos A (en azul) y la de otro cuerpo B (en naranja):




¿Cuál es la diferencia en la evolución del movimiento de A y B? Mientras que A partió a tiempo 0s de la posición 0 m: $x_A$ (0s) = 0m en el caso de B partió de 3m: $x_B$ (0s) = 3m. ¿Cómo es la expresión de la ecuación de movimiento de B?:

$$x_B\,(t) \;=\; 2\,\frac{m}{s} \;*\; t + 3m$$

La ecuación general para cualquier movimiento rectilíneo uniforme viene dada por:

$$x\,(t) \;= v * t + x_0$$

Donde x es la posición, t el tiempo, v la velocidad y $x_0$ la posición para t=0s.

Tomemos el siguiente ejemplo:

Un cuerpo parte de x=-1m a t=0 y avanza con velocidad v=3m/s. ¿Cuál será su posición en t=5 s? Primero, encontramos la ecuación de movimiento:

$$x\,(t) \;= v * t + x_0$$

Y sabiendo que v=3m/s y que $x_0$=-1m:

$$x(t) = 3\frac{m}{s} * t - 1m$$

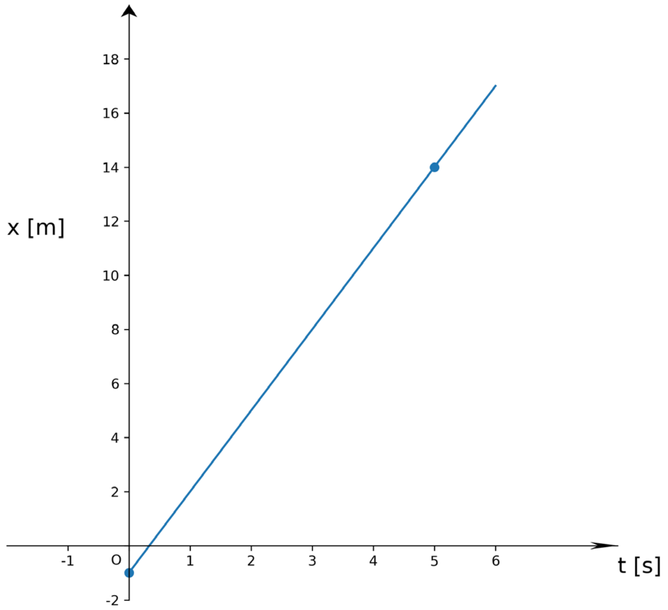
Ahora, encontramos la posición para t=5s, remplazando "t" por 5 s:

$$x(5\ s) = 3\frac{m}{s} * 5\ s - 1m$$

Hacemos la cuenta y ya está:

$$x(5\ s) = 14\ m$$

¿Cómo es la curva de la posición en función del tiempo? Una recta queda definida con 2 puntos. Tomemos el punto más simple: (t = 0s, x (0s) = -1m) y algún otro punto, tomemos un tiempo cualquiera y calculemos la posición. Puedo utilizar el que ya había calculado: (t = 5s, x (5s) = 14m. Luego tracemos la recta que une ambos puntos:




**Mirá el video en el siguiente link y hacé los ejercicios que propone:**

https://www.educ.ar/recursos/90490/skoool-tm-simulacion-medicion-de-la-velocidad

Encontrarás este video en la plataforma, Página del estudiante: Recursos para el estudio / Física 1 / Simulación. Medición de la velocidad.

Recordá que, la velocidad en el caso de M.R.U. y, de acuerdo con lo que viste en el video, es:

$$v_{mrv} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Y que la velocidad no solo implica la rapidez, también implica el sentido y la dirección.

*Ejemplo de ejercicio:*

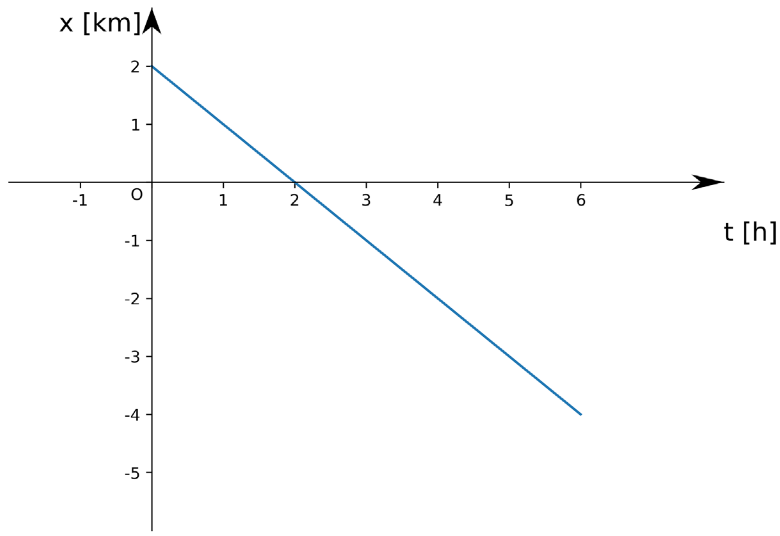
Encontrá y graficá la ecuación de movimiento para un automóvil A que viaja en línea recta a 1km/h en el sentido las **x** negativas y que partió en t = 0h de x = 2km.

En este caso: $x_{A0}$ = 2 km y $v_A$ = -1 km/h (la velocidad es negativa porque va en sentido negativo de **x**), entonces:

$$x_A\,(t) \;=\; v_A * \;t + x_{A0}$$

$$x_A\,(t) \;=\; -1\ km/h * \;t + 2\ km$$

Y el gráfico será (hacelo y fíjate que puedas llegar a lo mismo):




¿Cómo hubiese cambiado la expresión si me hubiesen dicho que un segundo objeto B viaja con la misma velocidad, pero en lugar de partir de x=2km en t=0h partió de x=2km en t=3h? Hay que lograr correr el reloj en 3h, ¿cómo se hace?:

$$x_B\,(t) \;=\; -1\ km/h * (t\text{-}3h) + 2\ km$$

Verificá que a t=3h el objeto B se encuentra en x = 2km

Ahora, hacé los siguientes ejercicios para practicar. Después de resolverlos, compará tus procedimientos y resultados con los que están al final del módulo

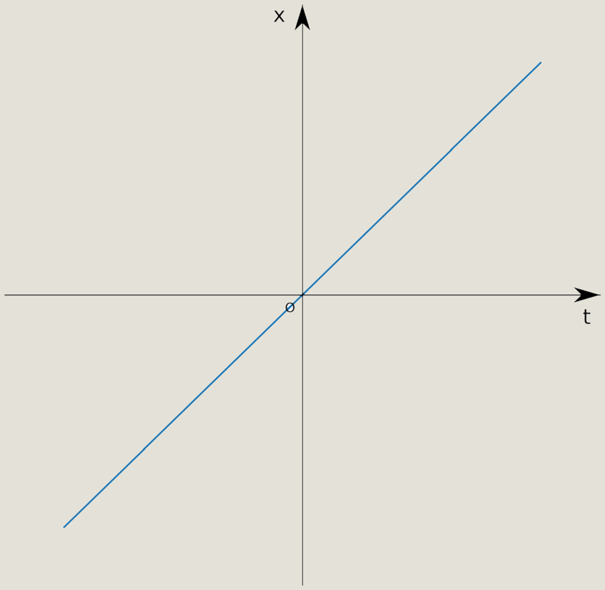
# Ejercicios

**A. Uní cada gráfico con su ecuación en movimiento (en una de las columnas quedará un elemento sin unir).**

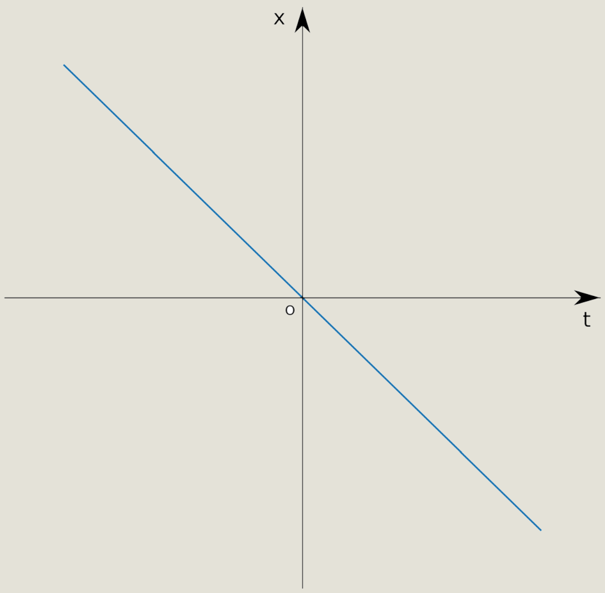
En los gráficos de la primera columna se representa la evolución de la posición en función del tiempo para objetos desplazándose en movimiento rectilíneo uniforme. No se han indicado las escalas. En la segunda columna se muestran las ecuaciones de movimiento de dichos objetos.

**Columna 1**

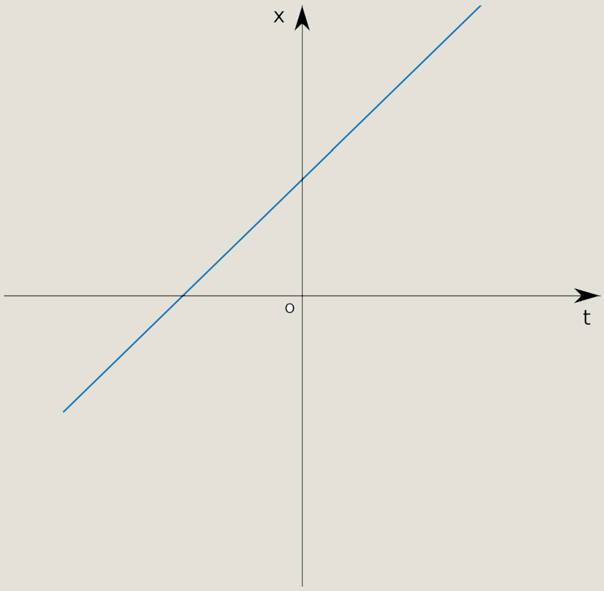
**Columna 2**



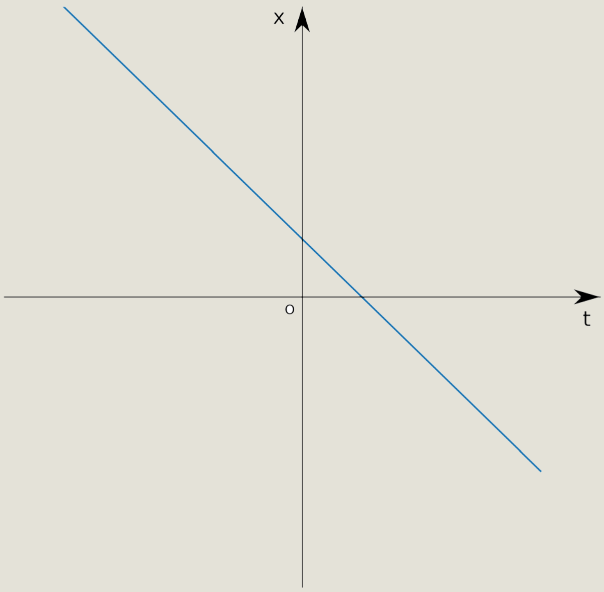

$x(t) = 1m$




$x(t) = -1 \; m/s * (t-1s)$




$x(t) = -1 \ m/s * t$




$x(t) = 1 \ m/s * t + 1m$

$x(t) = -1 \ m/s * t$

**Indicá la respuesta correcta en cada caso.**

**A.** Juan partió en t=0s de x=5m con una velocidad de 2 m/s en el sentido de las x positivas. ¿cuál será su posición en t=4s?

5 m 9 m 11 m 13 m

**B.** Un automóvil viaja por una ruta recta con velocidad constante de 50km/h. En t=0h se encontraba en el kilómetro 100. ¿A qué hora llegará al kilómetro 400?

2 h 6 h 8 h 10 h

**C.** Una liebre partió en t=0 en línea recta con v=-30m/s. A t=12s llegó a x=100m. ¿Cuál fue el punto de partida?

x_0=350m x_0=360m x_0=400m x_0=460m

**D.** Un automóvil parte de x1=-100km en t1=0 y llega a x2=500km a t2=4h. ¿Cuál es su velocidad?

v = -100 km/h v = -125 km/h v = 100 km/h v = 125 km/h

**E.** Un automóvil pasa en t1=2h por un puesto de control de policía ubicado en x1=150km. En t2=5h pasa por otro puesto de control ubicado en x2=750km. ¿Cuál es la velocidad del vehículo?

v = -100 km/h v = -200 km/h v = 100 km/h v = 200 km/h

# Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.)

Ahora, veremos un caso particular donde la velocidad no es constante: el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.). En este tipo de movimiento, la velocidad tiene una tasa de cambio constante, conocida como "aceleración":

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \text{constante}$$

Entonces, hay aceleración si cambia el vector velocidad. Esto puede ser que cambie de intensidad, dirección o sentido. En el caso unidimensional (puede igualmente tener signo):

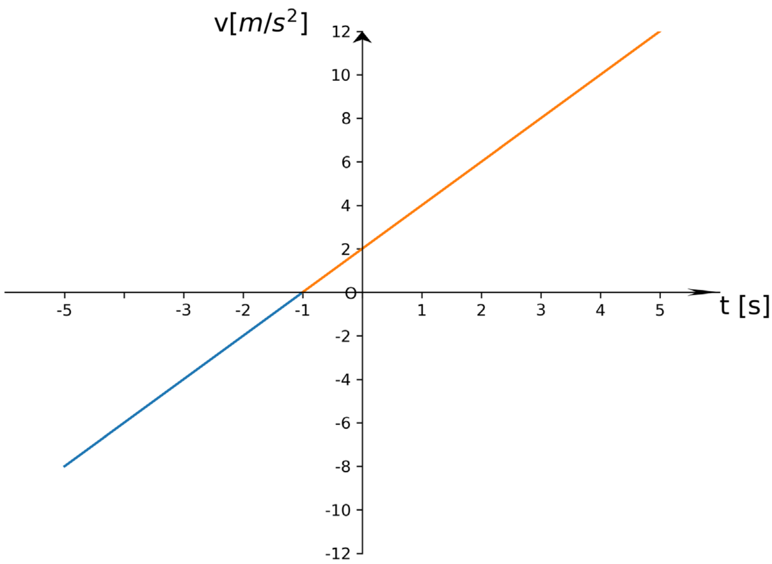
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Entonces, si hay aceleración, la velocidad cambia con el tiempo. ¿Cómo es la función de la velocidad en función del tiempo? Tiene que ser una recta:

$$v(t) = a * t + v_0$$

Una aceleración positiva implica que la velocidad crece en número. Si la velocidad era positiva, entonces el módulo de la velocidad crecerá. Tomemos el ejemplo de un móvil que parte en t=0 con una velocidad v=2m/s y una aceleración de $2m/s^2$. ¿Por qué la unidad de aceleración es $m/s^2$? La aceleración es una velocidad divida por un tiempo, por lo cual debe tener unidad de velocidad divida por unidad de tiempo: (m/s)/s=m/(s*s)= $m/s^2$

$$v(t) = 2\,\frac{m}{s^2} * t + 2\,\frac{m}{s}$$



Para una mejor comprensión, mostramos la curva de velocidad dividida en 2 tramos. En el tramo naranja, a medida que avanza el tiempo, la velocidad va creciendo y también lo hace su módulo. En el tramo azul, a medida que avanza el tiempo, la velocidad también aumenta, pero su módulo va disminuyendo. Hay que tener cuidado con el uso coloquial de aceleración y velocidad. En el uso coloquial, “acelerar” significa aumentar la rapidez, independientemente del sentido o dirección y “frenar” significa disminuir la rapidez. En el sentido coloquial, entonces, acelerar o frenar significa aumentar o disminuir el módulo de la velocidad.

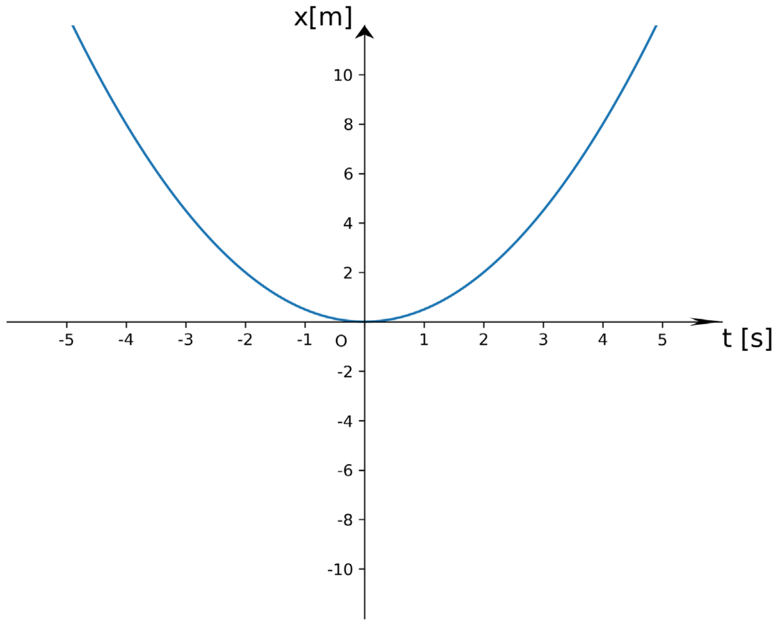
En física, el significado es más esctricto: la “aceleración” es un cambio de velocidad, puede ser en módulo, dirección y/o sentido. Supongamos una aceleración en la misma dirección (sobre la misma recta) que la velocidad. Si la aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad, entonces la rapidez aumenta. Si tiene sentido opuesto, la rapidez disminuye. En el caso de trabajar en una dimensión, el sentido está determinado por el signo de la componente en **x**: si la aceleración y velocidad tienen el mismo signo entonces la rapidez aumenta y si tienen signos contrarios entonces disminuye. En la curva que mostramos, la aceleración es la misma para todos los tiempos y tiene signo negativo; a medida que avanza el tiempo en la zona pintada en azul, la aceleración tiene signo opuesto a la velocidad (que en esta zona es negativa); en la zona graficada en naranja tanto aceleración y velocidad tienen signo positivo. Esto hace que en la zona azul vaya disminuyendo la rapidez y en la zona naranja vaya aumentando.

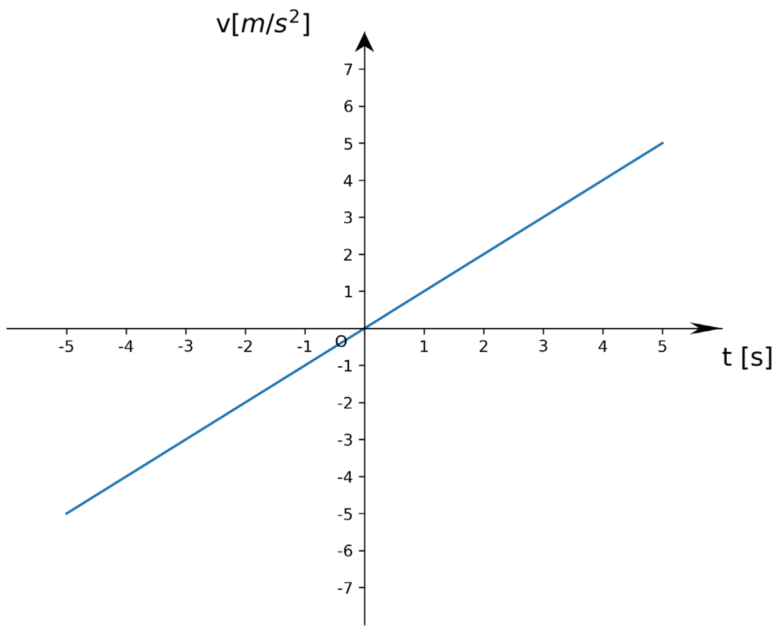
Como tarea optativa, mirá el video en el siguiente link, al terminar de verlo te habilitará a hacer algunas actividades conceptuales:

https://www.educ.ar/recursos/122977/movimiento-rectilineo-uniformemente-variado-mruv

Encontrarás este video en la plataforma, Página del estudiante: Recursos para el estudio / Física 1 / Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado.

Veamos las gráficas de la evolución temporal de la velocidad y la posición para el caso de una partícula que, a tiempo cero, estaba en reposo en el origen de coordenadas y posee una aceleración de $1 m/s^2$:




Miremos, primero, la gráfica de la velocidad en función del tiempo. Vemos que la velocidad se incrementa con el tiempo en forma lineal. En consecuencia, la gráfica de la posición en función del tiempo muestra que la posición varía lento para tiempos cercanos a 0, esto es porque el módulo de la velocidad es chico. Para tiempos mayores, la velocidad crece y, por eso, la posición tiene una tasa de variación más grande.

¿Por qué para tiempos menores a cero, la posición va decreciendo en **x**? Si miramos la velocidad, esta es negativa, por esta razón la posición va camino hacia los **x** negativos.

En el caso general, en el cuerpo se encontraba en una posición $x_0$ y con velocidad $v_0$ en el tiempo inicial $t_0 = 0$, la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$$

*Analicemos algunos ejemplos:*

Un automóvil parte en reposo de $x_0 = 0$, con aceleración constante $a = 4\ m/s^2$ . ¿Cuál será su posición a $t_1 = 100s$? ¿Cuál es su velocidad?

Partamos de la ecuación de movimiento y remplacemos los datos que conocemos:

$$x(t) = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$$

$$x(t) = 0 + 0 * t + \frac{1}{2} * 4 \frac{m}{s^2} * t^2$$

$$x(t) = 2 \frac{m}{s^2} * t^2$$

Ahora, evaluemos para t=100s:

$$x_1 = x\,(100s) = 2 \frac{m}{s^2} * (100s)^2$$

$$x_1 = 20000\ m$$

Para saber la velocidad, procedemos de la misma forma. En la ecuación de velocidad en función del tiempo remplazamos los datos que conocemos:

$$v\,(t) = a * t + v_0$$

$$v\,(t) = 4 \frac{m}{s^2} * t + 0$$

$$v\,(t) = 4 \frac{m}{s^2} * t$$

Y ahora evaluamos para $t_1$:

$$v_1 = v\,(100s) = 4\,\frac{m}{s^2} * 100s$$

$$v_1 = 400\,\frac{m}{s}$$

Las situaciones problemáticas que vamos a resolver tienen la misma lógica de resolución. Tendremos que remplazar los parámetros que conocemos en la ecuación de movimiento y, luego, calcular para alguna situación en particular.

Un caso típico de M.R.U.V. es el de un objeto sometido a la acción de la gravedad terrestre. Si colocamos nuestro sistema de referencia de forma que el eje **y** sea vertical y crezca hacia arriba, la gravedad en la cercanía de la superficie terrestre hace que sobre los cuerpos libres haya una aceleración en **y** $a_y = -10\ m/s^2$ . Si soltamos un cuerpo que parte desde el reposo (de estar quieto), esta aceleración va a hacer que caiga con una rapidez cada vez mayor. Si arrojamos un cuerpo hacia arriba, la velocidad tendrá un signo opuesto a la aceleración de la gravedad, entonces el objeto irá disminuyendo su rapidez mientras asciende hasta que llega a tener velocidad nula y luego una velocidad hacia abajo que va aumentando en rapidez.

**Te invitamos a ver el siguiente video optativo que va a familiarizarte un poco más con la aceleración de la gravedad:**

https://www.educ.ar/recursos/40688/tiro-vertical

Encontrarás este video en la plataforma, Página del estudiante: Recursos para el estudio / Física 1 / Tiro vertical.

Ahora, a practicar! Realizá los siguientes ejercicios y cuando estén resueltos, compará tus procedimientos y resultados con los que están al final del módulo.

# Ejercicios

**Indicá la respuesta correcta en cada caso.**

**A.** Un objeto parte de x=3m con velocidad -2m/s y aceleración $10m/s^2$. ¿Cuál será su posición a $t_1$ = 8s?

-307 m　　-60 m　　60 m　　307 m

**B.** Tiramos hacia arriba una piedra con velocidad inicial de $\vec{V}$ = 5 m/s $\breve{y}$. La piedra está sometida a la gravedad, por eso tendrá una aceleración $\vec{a}$ = -10 m/($s^2$ $\breve{y}$) ¿Cuál será la altura máxima?

-12,5 m　　-1,25 m　　1,25 m　　12,5 m

**C.** Un objeto parte de x = 3m con velocidad 40m/s y aceleración $-2m/s^2$. Encontrar el o los tiempos para los cuales la posición será 10m.

$t_1$=0.18s y $t_2$=39.82s　　t=0.18s　　t=39.82s　　$t_1$=-0.18s y $t_2$=39.82s

**Indicá si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:**

**A.** Un automóvil iba a 120km/h por la ruta. En el camino se cruzaron unos ciervos y el conductor bajó la velocidad hasta 0km/h.

**“El automóvil frenó, lo que significa que no hubo una aceleración”.**

○ Verdadera　　○ Falsa

**B.** Un automóvil iba con una rapidez de 120km/h por un tramo recto de una ruta. Tomó una curva sin mover los pedales y manteniendo la misma rapidez:

**“Hubo una aceleración”.**

○ Verdadera　　○ Falsa

# Tiro oblicuo

Este tema lo incluimos porque es importante la parte conceptual, pero no vamos a tomar ejercicios con cuentas sobre tiro oblicuo, en el examen solamente podrá haber ejercicios conceptuales sobre este tipo de movimiento que solamente impliquen que identifiques al movimiento y puedas dar una descripción general del movimiento. El tiro oblicuo describe una trayectoria en un plano, es una combinación de un M.R.U. en la dirección de las **x** y un M.R.U.V. en la dirección de las **y**. Al ser un movimiento en un espacio bidimensional, la posición en función del tiempo la describimos con el vector posición:

$$\overrightarrow{r(t)} = (x(t), y(y))$$

Y la velocidad, también, las escribiremos como un vector de 2 componentes:

$$\overrightarrow{v(t)} = (v_x(t), v_y(t))$$

Ahora, remplacemos cada componente por su expresión matemática y así la posición quedará definida por:

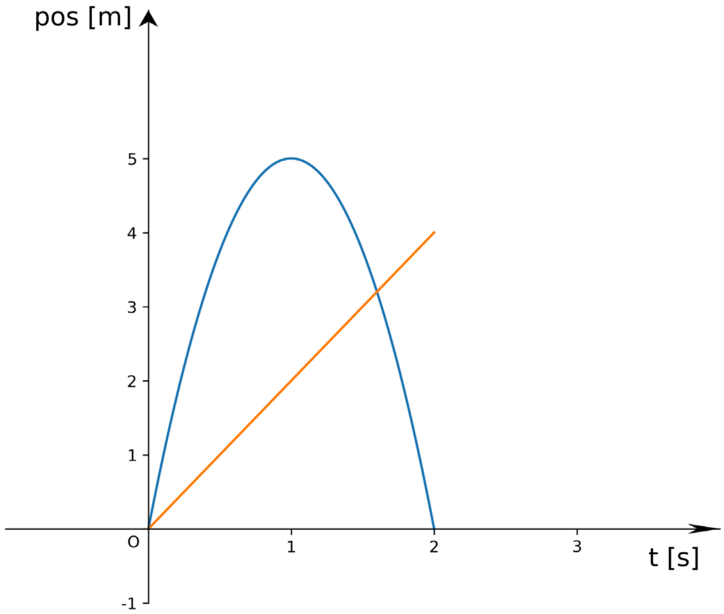
$$\overrightarrow{r(t)} = (x_0 + v_x * t, y_0 + v_{0y} * t + \frac{1}{2} * a * t^2)$$

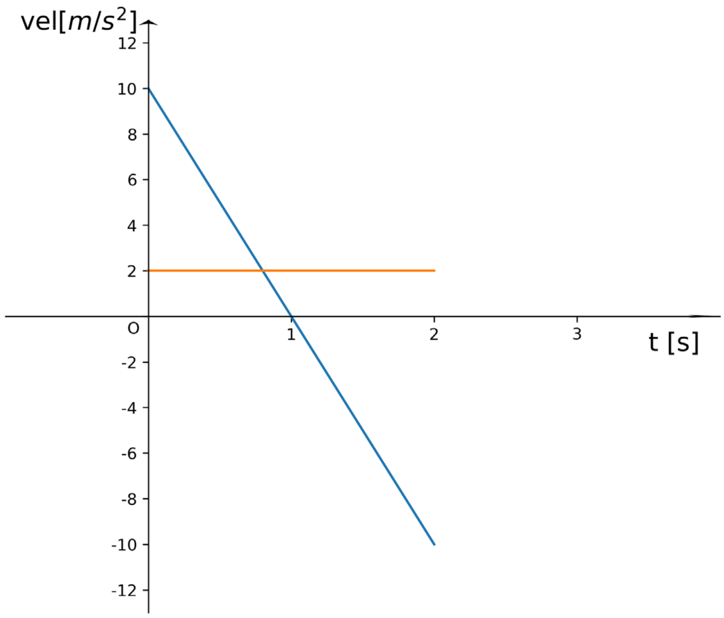
Y, la velocidad por:

$$\overrightarrow{v(t)} = (v_x, v_{0y} + a_y * t)$$

Grafiquemos estas dos componentes (en azul la componente "**y**" y en naranja la componente "**x**") para un caso particular: una piedra que arrojamos desde el origen de coordenadas con velocidad inicial: $\overrightarrow{v_0} = (2\ ,10)\ \ m/s$ (2 m/s hacia adelante y 10m/s hacia arriba). Usamos la aceleración de la gravedad que es 10m/s$^2$ y hacia abajo:

$$\vec{a} = (0, -10)\ \frac{m}{s^2}$$

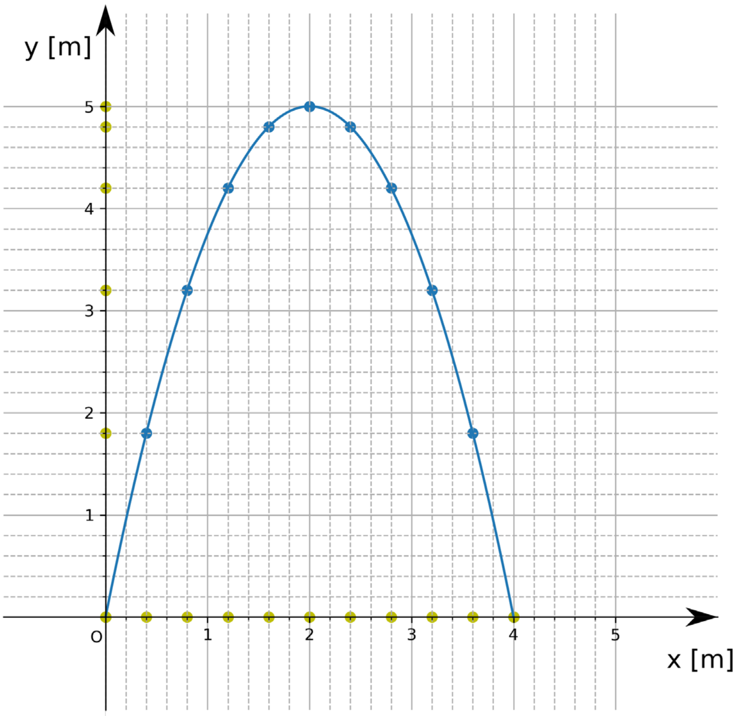



Podemos ver que para la posición, en **x** tenemos una recta que corresponde a un M.R.U. La piedra avanza hacia adelante con velocidad constante.

En cambio, en **y** tenemos la función cuadrática que corresponde al M.R.U.V. Para la componente en **y** vemos que el cuerpo sube y luego baja.

En lugar de las componentes por separado, grafiquemos la trayectoria. En este gráfico, además de toda la trayectoria (línea azul), graficamos con puntos azules la posición para los tiempos que van de 0 a 2 segundos y cada 0,2s.




Los puntos verdes corresponden a la proyección de los puntos azules sobre los ejes. Esto es para mostrar con mayor claridad como en el eje **x** el cuerpo va avanzando en forma uniforme y en el sentido vertical cuanto más alto está la piedra menor es su rapidez (por eso los puntos están más juntos). La grilla ayuda a guiar mejor al ojo. La trayectoria tiene forma de parábola. Tendrá un máximo, cuya coordenada horizontal está centrada entre las dos proyecciones en **x** de dos puntos para los cuales el objeto está a la misma altura. En el ejemplo, el objeto tiene una altura de 1,8m para $x_1$ = 0,4m y para $x_2$= 3,6m, entonces la altura máxima se logrará para el promedio de estas posiciones que es 2m.

Del tiro oblicuo nos interesa que aprendas conceptualmente qué es un movimiento compuesto por un M.R.U en el sentido horizontal y un M.R.U.V. en el sentido vertical debido a la aceleración de la gravedad.

# Ejercicios

**Indicá si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas:**

**A.** El tiro oblicuo se compone de un movimiento rectilíneo uniforme en un sentido y un movimiento rectilíneo uniformemente variado en otro.

○ Verdadera ○ Falsa

**B.** En el tiro oblicuo la velocidad en uno de los sentidos depende de la velocidad en el otro.

○ Verdadera ○ Falsa

# Movimiento Circular Uniforme

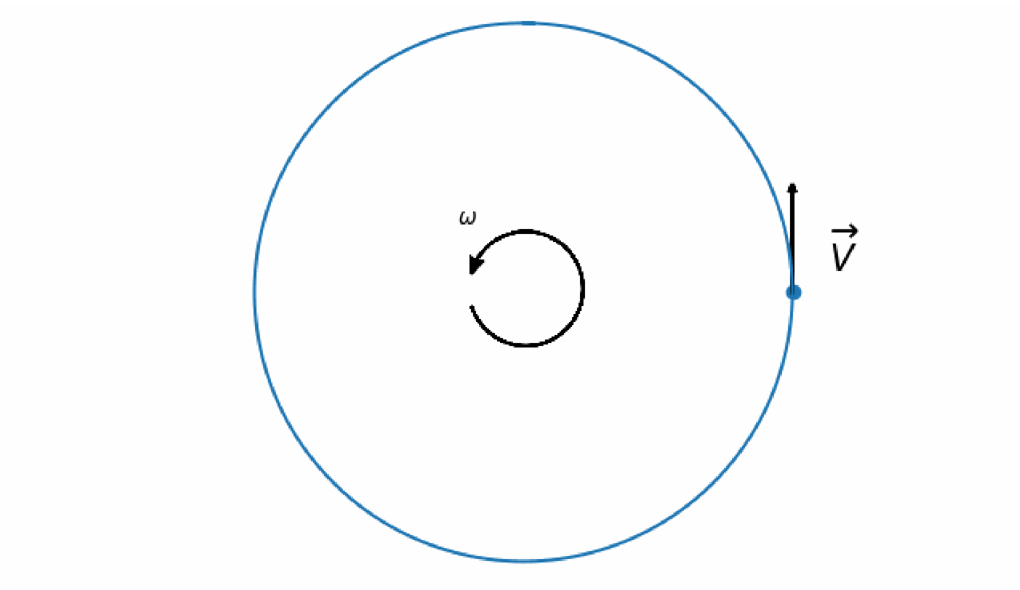
El movimiento circular uniforme implica una trayectoria circular con rapidez uniforme.

**Comencemos con el siguiente video:**

https://www.educ.ar/recursos/40691/movimiento-circular-uniforme

Encontrarás este video en la plataforma, Página del estudiante: Recursos para el estudio / Física 1 / Movimiento Circular Uniforme.

En la siguiente figura se muestra un esquema de este tipo de movimiento:




Podemos observar que el cuerpo representado por un punto se traslada sobre una órbita circular dibujada en azul. La velocidad del cuerpo mantiene su intensidad pero va cambiando de dirección, es decir, el módulo del vector velocidad es constante pero el vector no lo es. Con negro marcamos una flecha curva que indica la velocidad angular ω. La velocidad angular indica cuanto crece el ángulo de la posición de la partícula en función del tiempo.

En este caso, la posición angular viene dada por:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega * t$$

Donde $\theta(t)$ es el ángulo, $\theta_0$ es un ángulo inicial (referido al eje x y en sentido antihorario) y $\omega$ es la velocidad angular (medida en grados por segundo). Observá que, si bien el módulo de la velocidad se mantiene constante, el vector velocidad varía ya que varía su dirección y sentido. Si varía la dirección y sentido el vector velocidad no es constante lo que implica una aceleración.

¿Cuál es la distancia que se recorre? Sabiendo que un giro completo tiene 360º y que el perímetro de un círculo es $2 * \pi * R$ donde R es el radio:

$$d(t) = \frac{2 * \pi * R}{360^{\circ}} * \omega * t$$

Ya que $(2 * \pi * R) / 360^{\circ}$ es la distancia recorrida por cada grado (es el perímetro dividido los 360 grados que tiene una vuelta completa) y $\omega * t$ es el ángulo que avanzó.

Ahora, poné en práctica estos temas resoviendo las siguientes actividades.

# Ejercicios

**Indicá la respuesta correcta en cada caso.**

**A.** Un objeto se mueve en movimiento circular uniforme con velocidad angular $\omega$=2º/s ¿cuánto tardará en dar dos giros completos?

2 s    180 s    360 s    720 s

**B.** Un objeto se mueve en movimiento circular uniforme con velocidad angular $\omega$=4º/s en una órbita, cuyo radio es R=2m ¿Cuál será la distancia recorrida luego de 360s?

36,0 m    72,0 m    125,4 m    251,2 m

# Palabras finales

En esta guía repasamos distintos tipos de movimiento:

- movimiento rectilíneo uniforme,
- movimiento rectilíneo uniformemente variado,
- tiro oblicuo,
- movimiento circular uniforme.

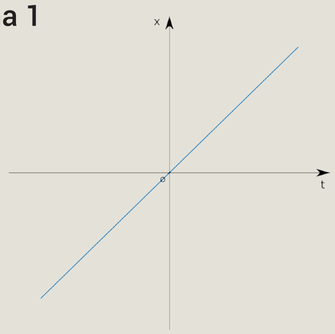
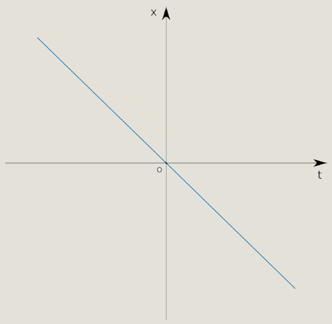
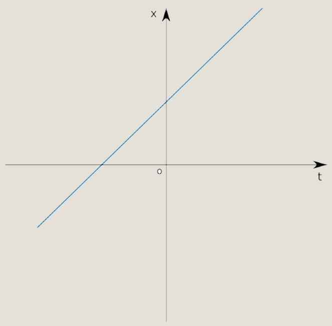
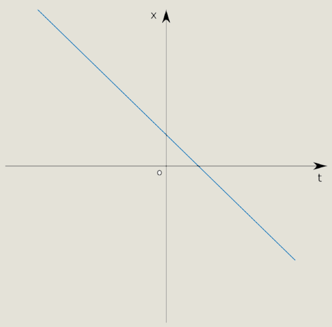
Trabajamos con vectores y representaciones gráficas. Tomá de referencia el nivel de los ejercicios de la guía para el examen. Si hubo ejercicios que no pudiste hacer, asegurate de haber comprendido su explicación y luego rehacelos.

# Claves de corrección

A continuación dejamos las respuestas correctas para que corrobores con los procesos que realizaste y los resultados que obtuviste. En el examen final no tendrás que justificar tus respuestas pero es importante que observes con detenimiento el desarrollo de cada ejercicio para que autoevalúes tu práctica.

## Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)

**A.** La respuesta correcta es:

| Columna 1 | Columna 2 |
| --- | --- |
|  | $x(t)=1\ m/s * t$ |
|  | $x(t)=-1\ m/s * t$ |
|  | $x(t)=1\ m/s * t+1m$ |
|  | $x(t)=-1\ m/s *(t-1s)$ |

*Justificación:*

Para encontrar los emparejamientos hay que prestar atención en:

- El signo de la velocidad, si es positivo será una curva creciente, si es negativo será decreciente
- El valor de la posición en t=0 según la ecuación y comparar con lo que muestra cada curva

**Actividad: indicá la respuesta correcta.**

**A.** La respuesta correcta es: “13 m”.

*Justificación:*

Para encontrar el resultado primero hallamos la ecuación de movimiento:

$$x(t) = 2\ m/s * t + 5m$$

Luego, evaluamos la función anterior para el tiempo pedido:

$$x(4s) = 2\ m/s * 4s + 5m = 13m$$

**B.** La respuesta correcta es “6 h”.

*Justificación:*

Primero, encontramos la ecuación de movimiento:

$$x(t)=50\ km/h*t+100km$$

Luego, buscamos la ecuación para 400km

$$400km=50\ km/h*t+100km$$

Despejamos:

$$400km-100km=50\ km/h*t$$

$$300km=50\ km/h*t$$

$$t=300km : 50\ km/h$$

$$t=6h$$

La respuesta correcta es “$x_0 = 460m$”

*Justificación:*

Primero, escribimos la ecuación de movimiento con las incógnitas que tengamos:

$$x(t) = v * t + x_0$$

$$x(t) = -30\ m/s * t + x_0$$

Luego, evaluamos para t=12s x(t = 12s) = 100m

$$100m = -30\ m/s * 12s + x_0$$

Despejamos:

$$100m = -360m + x_0$$

$$x_0 = 100m + 360m$$

$$x_0 = 460m$$

**D.** La respuesta correcta es: "v=125 km/h"

*Justificación:*

Primero escribimos la ecuación de movimiento con las incógnitas que tengamos:

$$x(t) = v * t + x_0$$

$$x(t) = v * t - 100km$$

Luego evaluamos para $t_2$ = 4h $x_2$ = 400km

$$400km=v * 4h - 100km$$

Despejamos:

$$400km + 100km = v * 4h$$

$$500km = v * 4h$$

$$v = 500km : 4h$$

$$v = 125\ km/h$$

**E.** La respuesta correcta es: "v=200 km/h"

*Justificación:*

Primero, escribimos la ecuación de movimiento de la cual no sabemos ni el punto de partida ni la velocidad:

$$x(t) = v * t + x_0$$

Luego, evaluamos para $t_1$ = 2h $x_1$ = 150km

$$150km = v * 2h + x_0 \qquad (1)$$

Repetimos para $t_2$ = 5h $x_2$ = 750km

750km=v*5h+x_0 (2)

De las ecuaciones (1) y (2) debemos encontrar v. Una técnica es despejar $x_0$ de (1) :

$$x_0 = 150km - v * 2h \qquad (3)$$

Y lo mismo de (2)

$$x_0 = 750km - v * 5h \qquad (4)$$

Ahora (3) y (4) valen $x_0$ por lo cual:

$$150km - v * 2h = 750km - v * 5h$$

Tenemos una ecuación con una incógnita, a despejar

$$v * 2h + v * 5h = 750km - 150km$$

$$v * 3h = 600km$$

$$v = 600km : 3h$$

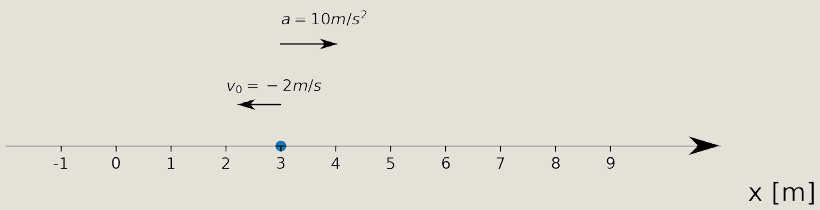
$$v = 200\ km/h$$

## Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.)

**Actividad: Indicá la respuesta correcta.**

**A.** La respuesta correcta es: “307 m”, a continuación te mostramos la forma de encontrar el resultado:

Hagamos un esquema de la situación:




Ahora, remplacemos los valores conocidos en la ecuación de movimiento:

$$x(t) = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$$

$$x(t) = 3m - 2\frac{m}{s} * t + \frac{1}{2} * 10\frac{m}{s^2} * t^2$$

Evaluemos en el tiempo pedido:

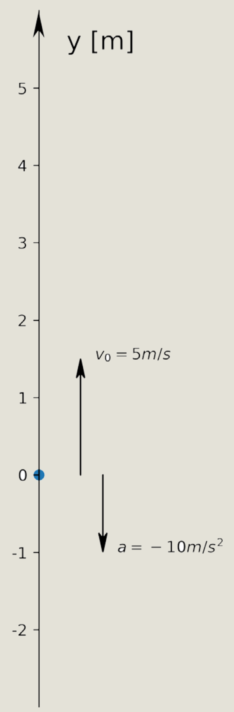
$$x_1 = x\,(8s) = 3m - 2\frac{m}{s} * 8s + \frac{1}{2} * 10\frac{m}{s^2} * (8s)^2$$

Hacemos la cuenta:

$$x_1 = 307 \text{ m}$$

Fijate que si bien el cuerpo comenzó moviéndose en el sentido de las **x** negativas, la aceleración en sentido de las **x** positivas hizo que la velocidad vaya creciendo en el sentido de **x** positivo y, finalmente, el objeto terminó con un **x** mayor al que partió.

**B.** La respuesta correcta es: "1,25 m", a continuación te mostramos el camino para encontrarla. Hagamos un esquema de la situación:




Ahora, remplacemos los valores conocidos en la ecuación de movimiento:

$$y(t) = y_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$$

$$y(t) = 0 + 5 \frac{m}{s} * t - \frac{1}{2} * 10 \frac{m}{s^2} * t^2$$

$$y(t) = 5 \frac{m}{s} * t - \frac{1}{2} * 10 \frac{m}{s^2} * t^2$$

¿Podemos obtener de aquí la altura? Se puede, si conocemos un poco de funciones cuadráticas o con análisis de máximos y mínimos, pero es algo que no está dentro del objetivo de esta guía, por este motivo vamos a trabajar de otra forma. Veamos la ecuación de la velocidad en función del tiempo:

$$v(t) = a * t + v_0$$

Remplazamos los datos que conocemos:

$$v(t) = -10 \frac{m}{s^2} * t + 5 \frac{m}{s}$$

En el punto más alto, la velocidad pasó de ser ascendente (positiva) a descendente (negativa). Esta situación implica que en el punto más alto, la velocidad es nula. Encontremos el tiempo al que llega a la altura máxima:

$$0 = -10 \frac{m}{s^2} * t_M + 5 \frac{m}{s}$$

Despejamos:

$$t_M = 5 \frac{m}{s} : 10 \frac{m}{s^2}$$

$$t_M = 0,5 \text{ s}$$

Ahora, volvamos a la ecuación de movimiento y calculemos para t=0,5s

$$y_M = y(0,5s) = 5 \frac{m}{s} * 0,5 \text{ s} - \frac{1}{2} * 10 \frac{m}{s^2} * (0,5s)^2$$

$$y_M = 1,25m$$

**C.** La respuesta correcta es: $t_1 = 0.18s$ y $t_2 = 39.82s$

Partimos de la ecuación de movimiento:

$$x(t) = x_0 + y_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$$

$$x(t) = 3m + 40 \frac{m}{s} * t - \frac{1}{2} * 2 \frac{m}{s^2} * t^2$$

$$x(t) = 3m + 40 \frac{m}{s} * t - 1 * \frac{m}{s^2} * t^2$$

Igualamos a la posición pedida:

$$10m = 3m + 40\ \frac{m}{s} * t - 1 * \frac{m}{s^2} * t^2$$

Despejamos:

$$0 = 7m + 40\ \frac{m}{s} * t - 1 * \frac{m}{s^2} * t^2$$

Y obtenemos los posibles tiempos (si no sabés cómo resolver esta ecuación cuadrática, repasá con las explicaciones y ejercicios que se encuentran en el siguiente link: http://www.educ.ar/recursos/70272/las-raices-de-una-cuadratica):

$$t_{1,2} = \frac{-40\ \frac{m}{s} \pm \sqrt{(40\ \frac{m}{s})^2\ -4 * (-7m) * (-1\ \frac{m}{s^2})}}{2 * (-1\ \frac{m}{s^2})}$$

Hacemos la cuenta:

$$t_1 = 0.18s$$

$$t_2 = 39.82s$$

Encontramos que hay dos soluciones posibles, ¿por qué? Analizalo haciendo una analogía con un tiro vertical.

**Actividad: Indicá si la siguiente afirmación es Verdadera o Falsa.**

**A.** La respuesta correcta es "Falsa". Si hay cambio de velocidad, hay aceleración. En este caso, hay una aceleración con sentido contrario a la velocidad.

**B.** La respuesta correcta es "Verdadera". Si hay cambio de velocidad, hay aceleración. En este caso, hay una aceleración debido a que el vector velocidad cambia de dirección.

**Actividad: Indicá si la siguiente afirmación es Verdadera o Falsa.**

**A.** La respuesta correcta es "Verdadera", ya que en un sentido el movimiento es a velocidad constante y en el otro posee una aceleración constante.

**B.** La respuesta correcta es "Falso", ya que el movimiento se descompone en componentes **independientes** en cada sentido, lo que ocurre en una de las componentes es independiente de lo que ocurre en la otra.

## Movimiento Circular Uniforme

**Actividad: Indicá si la siguiente afirmación es Verdadera o Falsa.**

**A.** La respuesta correcta es: "360 s"<.

*Justificación:*

Sabemos que el objeto tiene que girar 360o para dar un giro completo, entonces tendrá que girar 720º:

$$720^{\circ} = \omega * t = 2^{\circ} / s * t$$

Despejamos:

$$t = 360 \text{ s}$$

**B.** La respuesta correcta es: "251,2 m".

*Justificación:*

Sabemos que la distancia recorrida viene dada por:

$$d(t) = (2 * \pi * R) / 360^{\circ} * \omega * t$$

Remplazamos con los datos:

$$d(360s) = (2 * \pi * 10m) / 360^{\circ} * 4^{\circ} / s * 360s$$

$$d = 80m * \pi = 80m * 3.14 = 251,2 \text{ m}$$

Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación