

Escuela secundaria

RECORRIDOS EN ESCENARIOS DIVERSOS. RECUPERAR LO TRABAJADO EN MATEMÁTICA

Matemática

ITINERARIOS DE ENSEÑANZA

Presidente

Alberto Fernández

Vicepresidenta

Cristina Fernández de Kirchner

Jefe de Gabinete de Ministros

Juan Luis Manzur

Ministro de Educación

Jaime Perczyk

Unidad Gabinete de Asesores

Daniel Pico

Secretaría de Educación

Silvina Gvirtz

Subsecretario de Gestión Educativa y Calidad

Mauro Di María

Ministerio de Educación de la Nación

Pizzurno 935, CABA

República Argentina



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional.
Permitida su reproducción total o parcial con mención de la fuente.

Dirección Nacional de Educación Secundaria: Laura Penacca

Coordinación Pedagógica: Valeria Aranda

Autores: María Mónica Becerril, Rodolfo Murúa

Coordinación de Materiales Educativos

Coordinación general: Alicia Serrano. Coordinación editorial: Gonzalo Blanco.

Edición: Cecilia Pino. Diseño y diagramación: Mario Pesci.

Ministerio de Educación de la Nación

Recorridos en escenarios diversos : recuperar lo trabajado en matemática / 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2021.

Libro digital, PDF - (Trayectos curriculares para la escuela secundaria / Laura Penacca ; . Matemática)

Archivo Digital: descarga

ISBN 978-950-00-1552-3

1. Recursos Educativos. 2. Educación Secundaria. 3. Matemática. I. Título.
CDD 373.028

Índice

Presentación	5
Posibles recorridos para “recuperar” lo trabajado en matemática en escenarios pedagógicos diversos	7
Primer ejemplo a partir de un problema	8
Reconstrucción presencial del trabajo sobre un problema y una posible propuesta	13
Momento de discusión colectiva	14
Segundo ejemplo a partir de una secuencia de problemas	16
Un momento de evocación	16
La definición y una característica de las funciones exponenciales en el proceso de descontextualización	19
Momento de síntesis	20
A modo de cierre	22
Bibliografía	23



POSIBLES RECORRIDOS PARA “RECUPERAR” LO TRABAJADO EN MATEMÁTICA EN ESCENARIOS PEDAGÓGICOS DIVERSOS

Entre las experiencias que se fueron desarrollando durante el aislamiento social, preventivo y obligatorio, hay una gran diversidad de situaciones y muy distintos escenarios. Este documento tiene el propósito de presentar y analizar algunas situaciones de enseñanza que tienen como objetivo “recuperar” el trabajo realizado con las y los estudiantes. En este tipo de actividades, las producciones de las y los estudiantes son el punto de apoyo para revisar ideas, comparar estrategias, elaborar conclusiones, profundizar alguna cuestión y, por qué no, avanzar hacia algún nuevo contenido.

¿Qué valor puede tener volver sobre lo que se ha hecho hace algún tiempo y relacionarlo con lo que se está haciendo actualmente? Insertar el trabajo de un momento pasado en un proyecto de enseñanza que abarque el presente supone: por una parte, la oportunidad de revisar aquellas cuestiones que no se han comprendido en el momento que se han trabajado; por otra parte, resituar en la clase y para todos los alumnos una perspectiva que trascienda la tarea diaria y que, por ese motivo, genere mejores condiciones para que ellos puedan elaborar un proyecto personal de aprendizaje. Volver hacia atrás para mirar el presente y vislumbrar el futuro significa inventar en la clase un tiempo que, al no ser lineal y acumulativo, acompañe mejor el proceso de aprendizaje de los alumnos. Al evocar un tema se lo hace vivir durante más tiempo en la clase. (Napp, Novembre, Sadovsky y Sessa, 2005)

PRIMER EJEMPLO A PARTIR DE UN PROBLEMA

Este documento presenta algunas situaciones de intercambio entre una docente¹ y sus estudiantes a través de la red social WhatsApp. La experiencia tuvo lugar en un primer año de una escuela secundaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Luego de declarada la suspensión de clases, el equipo docente del colegio incursionó en el uso de distintas herramientas que les permitieran llevar a cabo la comunicación con sus estudiantes. En un primer momento, la escuela propuso que la interacción fuera vía correo electrónico. Al ser este recurso ajeno a las y los estudiantes, y debido a su condición asincrónica, los intercambios resultaron poco fluidos. Asimismo, se evidenció que las clases vía diversas aplicaciones de videoconferencias alteraban la organización familiar (compartir espacios con otros miembros de la familia, usar la misma computadora, horarios de comidas, etc.). La profesora, entonces, propuso realizar clases sincrónicas en un grupo de WhatsApp. Esta nueva modalidad le permitió recibir las producciones de sus estudiantes, organizarlas y ponerlas en debate. Además, la docente rescató que este recurso “permite responder un mensaje que haya quedado perdido en medio de stickers o de otras respuestas. Y, aunque los mensajes fueran muchos, podía volver hacia atrás las veces que quisiera, aunque esto demandara algunos minutos en medio de la clase”.

¹ Agradecemos a la profesora Arminda Quiroga por la socialización de su experiencia y la lectura crítica del presente documento.

En este documento, presentamos un pequeño desarrollo de una de sus clases,² en el grupo de WhatsApp, a partir de un problema extraído del Cuaderno 2 (Semana 8) de la serie Seguimos Educando para el Ciclo Orientado.

Para comenzar, la docente se contactó con sus estudiantes para ver quiénes estaban disponibles para presentarles la propuesta. Posteriormente, les presentó una captura de pantalla con un problema matemático extraído del cuaderno de Seguimos Educando antes mencionado. Luego les dijo que debían resolver las consignas a) y b) y que, a los 15 minutos, iban a realizar una puesta en común. Para dejar un momento de trabajo individual, les pidió a sus estudiantes que le mandasen, antes, fotos de sus producciones por privado y que, si tenían alguna duda, le preguntaran.

Reproducimos aquí el enunciado del problema y algunas capturas de pantalla del grupo de WhatsApp donde se observan algunos intercambios de la clase.

La siguiente tira numerada está pintada de cuatro colores, empezando con el color rojo y en el número 0. Los colores se repiten siempre en el mismo orden y están numerados.



- a) ¿Cuáles de los siguientes casilleros no están pintados de rojo?
1. 400
 2. 418
 3. 675
 4. 128
- b) ¿Es posible saber de qué color está pintado cada uno de los casilleros del ítem a)?
- c) Encuentren un casillero entre el 59 y el 79 que esté pintado de rojo. ¿Cuántos es posible encontrar?
- d) Si n representa a cualquier número natural, ¿es cierto que los casilleros cuyos números se pueden escribir de la forma $4 \cdot n + 1$ están pintados de verde?

² Se hace referencia al término "clase" para aludir a un intercambio que se produjo entre estudiantes y la docente a partir de trabajar, en torno a un problema de matemática, vía un grupo de WhatsApp. También nos referiremos a este espacio como "aula" dado que esta aplicación dio lugar a la conformación de una suerte de espacio áulico.

Actividad 1

La siguiente tira numerada está pintada de 4 colores, empezando con el color rojo y en el número 0. Los colores se repiten siempre en el mismo orden y están numerados.

0	1	2	3	4	5	6	7
rojo	verde	azul	amarillo	rojo	verde	azul	amarillo

a) ¿Cuáles de los siguientes casilleros no están pintados de rojo?
 i) 400 ii) 418 iii) 675 iv) 128

b) ¿Es posible saber de qué color está pintado cada uno?

c) Encontrá un casillero entre el 59 y el 79 que esté pintado de rojo. ¿Cuántos es posible encontrar?

d) Si n representa a cualquier número natural, ¿es cierto que los casilleros cuyos números se pueden escribir de la forma $4n+1$ están pintados de verde?

Primera actividad, la idea es que escriban en sus carpetas lo que vayan pensando y me envíen por foto las producciones (por privado). Si tienen dudas consulten por el grupo y dependiendo de la respuesta la doy de manera grupal o individual 15:00 ✓

Tienen 15 min para hacer a y b 15:00 ✓

Y justificar siempre! 15:00 ✓

Es interesante rescatar la frase de la docente: “Y justificar siempre!”, porque, en la consigna original, no se explicita este pedido. Aquí se puede identificar la intención de la docente de que las y los estudiantes expliquen sus decisiones al momento de resolver el problema presentado. La justificación de una estrategia se concibe como objeto de enseñanza. Esta intención pedagógica se vuelve a poner en juego en la siguiente intervención de la docente:

escriban en una hoja y mandan fotos, no hace falta que copien las consignas, pero sí que expliquen cómo resuelven 15:06 ✓

La riqueza de dar lugar a la justificación reside en que es a partir de una explicación que se puede dar cuenta de las relaciones matemáticas que fueron utilizadas en el proceso de decisión, en este caso, para poder definir “el color” de cada número propuesto. Estas explicaciones pueden ser el inicio de futuras justificaciones.

Es oportuno señalar que, al comienzo, surgieron comentarios de las y los estudiantes que transmitían dudas sobre la comprensión del problema. Frente a estas, un estudiante, creyendo que la docente iba a dar la respuesta, intervino pidiendo más tiempo para pensarlo.



Luego, la docente, anticipando la dificultad de las y los estudiantes para explicar algo por escrito, les habilitó la opción de enviar mensajes de audio por la misma aplicación WhatsApp. En sus palabras: “si se animan a escribir y después mandar un audio explicando, porque no se entiende o creen que no se entiende lo que escribieron, está perfecto”. Creemos que esta intervención fue pertinente porque muchas y muchos estudiantes enviaron su explicación vía audios.

Más adelante, y atendiendo a la diversidad presente en el aula, la docente agregó una pregunta para las y los estudiantes que ya habían terminado con los ítems a) y b) y que no estaba en el enunciado original del problema que estaban trabajando. Nuevamente, les solicita que expliquen las razones de su respuesta pero, en esta oportunidad, les pide que lo hagan mediante un mensaje de audio. Según expresa Arminda (la docente), “la posibilidad de mandar audios era una oportunidad para ‘revivir’ una instancia de clase y, además, me permitiría escuchar sus voces intentando explicar sus ideas, y así recuperar sus dichos para ponerlos en debate.”



Ante esta nueva tarea, dos estudiantes propusieron que el número 840 debía ser rojo ya que es múltiplo de 4. Frente a estas respuestas, una alumna confronta esta idea diciendo, en un audio, lo siguiente: “pero de 5, de 6 y de 7, también es múltiplo”. Aquí se abrió, entonces, una discusión sobre si cada color tiene relación con ser múltiplo de un solo número o no. Y a partir de una intervención errónea, se pudo profundizar la explicación sobre por qué los números múltiplo de 4 están ubicados en un casillero rojo, y el intercambio continuó en torno a esta discusión.

Una vez terminada la clase, a la profesora le pareció conveniente hacer una revisión de lo trabajado para poder planificar las siguientes “clases”. Además, quiso dejar un registro de las interacciones que tuvieron lugar. Por estas razones, armó un video en donde mostró parte del intercambio sucedido en el grupo de WhatsApp a partir de la propuesta de trabajo con el problema del Cuaderno 2 de Seguimos Educando. Además, con una colega, armaron presentaciones que recuperaran lo realizado para compartir con las y los estudiantes que no se sumaban a las clases sincrónicas.

En caso de no contar con la oportunidad de realizar un trabajo presencial, en el contexto de escenarios pedagógicos diversos, se podría pensar cuáles aspectos matemáticos son más adecuados para ser trabajados en medios digitales y luego revisitados cuando el retorno a las clases sea posible. La producción de estos contenidos digitales permite volver a mirar lo hecho, como un modo de “guardar memoria”, y también permite que estén disponibles para quienes no asistieron a los encuentros sincrónicos virtuales.

Una posibilidad para retomar lo trabajado puede ser proponerle a las y los estudiantes que miren el video realizado por la profesora para, luego, armar un texto con las ideas principales allí desplegadas. Otra opción posible es que sean ellas y ellos quienes produzcan un video que

contenga distintos procedimientos, alguna explicación, algunos intercambios, etc.

Reconstrucción presencial del trabajo sobre un problema y una posible propuesta

En caso de disponer de una instancia presencial, se puede proponer un momento de lectura colectiva del problema y, siguiendo el ejemplo desarrollado por la docente cuyo trabajo analizamos, solicitar a las y los estudiantes que identifiquen el color de algunos casilleros para ciertos números, con la intención de recuperar algunas estrategias de resolución. Este primer momento, además, pretende atender a la diversidad de los conocimientos que manifiestan las y los estudiantes, ya que si alguna o alguno no pudo estar en contacto con la escuela durante el período de suspensión de clases, encontrará aquí una oportunidad para abordar la actividad con anterioridad.

Este es un modo de reconstruir el trabajo realizado en torno a un problema ya que, a partir de una lectura colectiva y de la ubicación de algunos números en sus respectivos casilleros, es posible que se desarrollen distintas estrategias, discusiones, aclaraciones, preguntas, explicaciones, etc.

Luego, las y los estudiantes que hayan realizado la actividad, pueden armar un texto explicativo sobre sus respuestas, y quienes no hayan podido interactuar virtualmente en la tarea planteada, pueden comenzar a resolver el problema presencialmente en grupos.

Algunas de las respuestas de los ítems a) y b) que recibió la profesora durante el trabajo en el grupo de WhatsApp, fueron:

ii) y iii) No están pintados de rojo porque en los casilleros, los rojos son números múltiplos de 4 y estos dos no lo son

b) ¿Es posible saber de qué color está pintado cada uno?

400  418  675  128 

1A) El casillero que no está pintado de rojo es el "675".

Aii) 418. Porque no son múltiplos de 4. B) Sí. Si es anterior a un múltiplo de 4 es amarillo. Si es anterior es verde y si tiene diferencia de 2 es naranja. Por lo tanto, 418 es naranja.

En estas tres producciones se identifican explicaciones de distinta índole. Vemos, entonces, que el contexto de la presencialidad, bajo cierta intencionalidad didáctica, puede permitir ampliarlas y profundizarlas.

Momento de discusión colectiva

En una segunda instancia, también presencial, se pueden poner en relación algunos argumentos. Veamos estas tres producciones:

Producción 1:

$$\begin{array}{l} \Delta \quad 418 \div 4 = 3,6 \\ 675 \div 4 = 16,75 \end{array}$$

Producción 2:

0 ■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4 ■ 5 ■ 6 ■ 7 ■

2. ¿Cuál de los sig. casilleros no está pintado de rojo?

I. 400 II. 418 III. 675 IV. 128

$$\begin{array}{r} 418 \overline{) 400} \\ \underline{400} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 600} \\ \underline{600} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

b. ¿Es posible saber de qué color está pintado cada uno?

400 ■ 418 ■ 675 ■ 128 ■

Producción 3:

11-5-20-21

1a) Casilleros que no serán rojos:

I - 418: Porque 418 al dividirlo por 4 da 2 de resto, entonces será naranja.

III - 675: Porque 675 al dividirlo por 4 da 3 de resto, entonces será verde o amarillo.

Una posible interpretación que podemos hacer sobre la primera estrategia es que la alumna o el alumno fue dividiendo, cada número, por 4, utilizando una calculadora. Como los números 418 y 675 no son divisibles por 4, el resultado de la división es un número decimal. Si bien esta estrategia basta para decidir cuáles números caerán en un casillero rojo y cuáles no, en un principio, no permite averiguar en qué color de casillero quedan los números que no son múltiplos de 4.

Con respecto a la Producción 2, es posible que la o el estudiante haya realizado, también, las cuatro cuentas con la calculadora, pero luego se observa que hizo las restantes divisiones “a mano” –esto es, para los números que no son múltiplo de 4– con la intención de averiguar el resto y, así, poder determinar el color del casillero correspondiente.

Por último, en la Producción 3 se observa un avance en su forma de presentar la respuesta: la o el estudiante escribe un texto en el que explica su elección de color de los casilleros para los números dados.

¿Qué relación hay entre estas tres producciones? ¿Cómo se podría vincular la Producción 1, en la que los resultados de la división por 4 son números decimales, con las producciones 2 y 3, donde se tienen en cuenta los restos de la división entera?

Una vez avanzada la discusión sobre las explicaciones y las relaciones entre las producciones realizadas por las y los estudiantes, se podrían armar, colectivamente, las conclusiones del problema en el pizarrón, por ejemplo, explicando a partir de casos particulares cuándo un número está ubicado en un casillero rojo, cuándo en uno naranja, etc. Es decir, dado cualquier número natural (incluido el cero), se podría generalizar la estrategia para decidir en qué color de casillero estará.

Por último, un modo de continuar con esta propuesta es abordando problemas que vuelvan a poner en juego los conceptos trabajados mediante actividades de estudio o de sistematización, por ejemplo:

En una tira numerada de 6 colores diferentes que empieza en 0, el casillero 13 es negro. ¿Es cierto que en esa tira el casillero 55 también es negro? ¿Y el 63?

SEGUNDO EJEMPLO A PARTIR DE UNA SECUENCIA DE PROBLEMAS

Un momento de evocación

Las decisiones sobre cómo *recuperar* lo trabajado durante la suspensión de clases dependen de lo que las y los estudiantes hayan podido realizar en ese tiempo. Se propone, para la vuelta a la presencialidad, un momento de evocación que recupere los conocimientos involucrados en las producciones realizadas en la distancia por las y los estudiantes. Si en el tiempo de la suspensión de clases se ha priorizado un trabajo sobre problemas en contextos extramatemáticos para el abordaje de ciertos objetos de estudio, y se postergó el trabajo de la descontextualización para la etapa presencial, se sugiere aquí una propuesta didáctica.

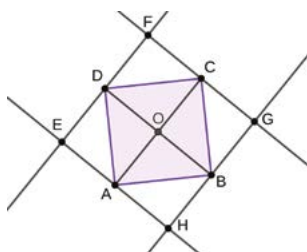
Para presentar los momentos de evocación y descontextualización presentamos una secuencia que aborda la función exponencial partiendo de una serie de problemas en contextos determinados.³ El principal objetivo de la secuencia es el estudio del modelo exponencial y de la relación entre las variables ante el aumento de una unidad de la variable independiente. Los primeros problemas están dados en distintos contextos (algunas funciones que modelizan las situaciones son crecientes y otras decrecientes) con la intención de avanzar hacia una descontextualización del objeto. Algunas tareas a desplegar por parte de las y los estudiantes son: explicar sus respuestas, identificar los distintos tipos de problemas, comparar modelos para ver cuál se ajusta mejor a ciertos datos de la realidad, elaborar síntesis de lo trabajado, entre otras.

3 Cuaderno 6. Serie Seguimos Educando. Ciclo Orientado

Esta propuesta es para el Ciclo Orientado, pero las ideas desplegadas pueden ser plasmadas, por ejemplo, para el estudio de la función lineal y el análisis de la variación uniforme, contenidos del Ciclo Básico. A continuación, se presentan las primeras cuatro actividades de la secuencia:

Actividad 1. Primera parte

A partir del cuadrado ABCD, se realiza la siguiente construcción: se trazan las diagonales y por cada vértice se dibuja una recta paralela a cada diagonal. A esta construcción que da origen a un nuevo cuadrado la denominaremos paso 1.

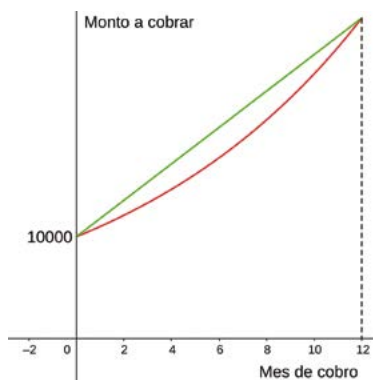


- Comparen, sin medir, el área del cuadrado obtenido en el paso 1 (EFGH) con el área del cuadrado original (ABCD).
- Si se repite el paso 1 varias veces (generando, a partir del paso 1, un paso 2, luego un paso 3, etcétera), indiquen cómo serán las áreas de los cuadrados que se van obteniendo respecto del área del cuadrado obtenido en el paso anterior. ¿Y respecto del cuadrado original ABCD?

Actividad 2. Primera parte

Laura ha recibido una propuesta laboral de la empresa “Los hermanos García”. Como el dueño no está pasando una buena condición económica, pero cree que en los próximos meses mejorará su situación, le ofreció un sueldo inicial de \$10.000 y un aumento del 10% mensual, donde ese 10% se calcula siempre sobre el último sueldo. El dueño le aclaró que esta oferta es por un año. Si Laura acepta el trabajo:

- ¿Cuánto cobrará el primer mes con el aumento? ¿Y el segundo? ¿Y el tercero? ¿Cuál será el sueldo final una vez concluido el plazo estipulado?
- Consideren la función que relaciona el sueldo de Laura en función de los meses transcurridos, donde el mes 0 representa el primer cobro sin aumento. ¿Cuál de los siguientes gráficos se puede corresponder con la situación planteada? Justifiquen su respuesta. Para resolver este ítem, pueden recordar el trabajo realizado en el cuaderno 1 (páginas 25 a 29) cuando estudiamos la función cuadrática.



Actividad 1. Segunda parte

Teniendo en cuenta la situación de la primera parte, consideren que el área del cuadrado original (ABCD) es de 1 cm^2 .

- ¿Cuál será el área del cuadrado resultante luego del paso 6? ¿Y del paso 10? ¿Y del 30?
- Encuentren una fórmula que les permita calcular el área del cuadrado resultante conociendo el número de paso.
- ¿Habrá algún paso donde el área del cuadrado resultante sea 1026 cm^2 ?

Actividad 3

En un estanque hay un criadero de truchas. Debido a una peligrosa enfermedad, se están extinguiendo. La velocidad de contagio es muy poderosa: cada día que pasa, la población de truchas se reduce a la mitad. Al final del día de hoy (llamémoslo día 0) se contaron 160.000.

- ¿Cuántas truchas habrá en el día 1? ¿En el día 4? ¿Y en el 8?
- ¿Cuántas truchas había un día atrás? ¿Y tres días atrás?
- Propongan una fórmula que calcule el número de truchas en función de los días transcurridos.
- ¿En cuánto tiempo quedarán aproximadamente diez truchas si no se encuentra la solución del problema? ¿Y en cuánto tiempo quedará solo una trucha?

En cuanto a la gestión de la clase, una opción puede ser separar a las y los estudiantes en grupos para que cada equipo discuta sobre una de las actividades planteadas y, luego, una o un representante del grupo explique a sus compañeras y compañeros cómo obtuvieron la fórmula de la actividad correspondiente. Esta tarea resulta interesante porque, por un lado, pensar una explicación para una tercera o un tercero ayuda a resignificar y a apropiarse de los conceptos, las ideas; se produce un avance conceptual sobre el objeto en cuestión.

Actividad 2. Segunda parte

Ahora retomaremos la actividad 2, sobre la que trabajamos la semana pasada. En el último problema que vimos, planteamos una situación con una posible oferta laboral. Supongamos que ahora Laura ha recibido una nueva propuesta. La empresa "Los primos Pérez" le ofreció \$10.000 como sueldo inicial, y luego un aumento fijo mensual de \$1.500.

Recordemos que la compañía "Los hermanos García" le había propuesto un sueldo inicial de \$10.000 y un aumento del 10% mensual. Laura se tomó el trabajo de encontrar una fórmula para cada oferta: $M_p = 10.000 + 1500 \cdot t$ y $M_g = 10.000 + (1,1)^t$, donde t representa el mes transcurrido (siempre considerando al mes 0 como el primer cobro sin aumento), M el monto a cobrar y el subíndice indica a qué empresa se hace referencia.

A la luz de esta información, para ustedes, ¿cuál es la oferta más conveniente? Consideren qué le recomendarían a Laura y apoyados en qué información.

Actividad 4

Supongamos que existe un virus y que, cuando alguien se contagia de él, lo transmite a tres nuevas personas por día. Además, imaginemos que una persona que tiene el virus deja de contagiar al día siguiente.

Al final de cierto día, llamémoslo día 0, Pedro se contagió de este virus. Por lo tanto, al día siguiente (para nosotros día 1), habrá tres nuevos contagios.

- ¿Cuántos nuevos contagios ocurrirán en el día 2? ¿Y en el día 5?
- ¿En qué número de día se tendrá un contagio de 20.000 personas diarias? ¿Y 1.000.000 de nuevos contagios?
- Encuentren una fórmula que permita calcular la cantidad de personas que se contagian por día.

Por el otro, la o el que escucha una explicación, también participa de ese avance y, además, con sus preguntas o dudas, puede ayudar a profundizarla y fortalecerla.

Las y los estudiantes que no hayan trabajado contenidos de matemática en la etapa de suspensión de clases pueden pensar y reflexionar en grupos alguno de los problemas planteados en la secuencia. Probablemente esta elección esté sujeta al contexto de cada una y de cada uno.

Una vez transitado este recorrido sobre la caracterización de este tipo de funciones, se propone darle un espacio a la reflexión y conceptualización del objeto matemático involucrado en la serie de problemas. Este momento de estudio es conveniente que no quede a cargo de las y los estudiantes, sino que sea un objeto de enseñanza en sí mismo. Una serie de posibles preguntas que aborden el propósito mencionado pueden ser las siguientes: ¿qué tienen en común y de diferente los problemas trabajados? ¿Cuáles de las actividades les resultaron más fáciles de resolver y cuáles más difíciles? ¿Pueden identificar por qué? Si tuvieran que explicarle a una compañera o a un compañero cómo hallar las fórmulas de cada actividad, ¿qué consejos les darían?

La definición y una característica de las funciones exponenciales en el proceso de descontextualización

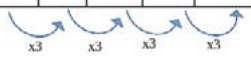
Para avanzar hacia la descontextualización del objeto en cuestión, y luego del trabajo con los problemas en contexto, se puede comenzar definiendo ese objeto para, más tarde, pasar a evocar las situaciones planteadas. Por ejemplo: “una función es exponencial si su fórmula puede escribirse como: $f(x)=k \cdot b^x$, donde k es un número real distinto de cero, y b es un número real positivo distinto de 1”.

En los problemas presentados, al trabajar con números enteros, puede ser de utilidad hacer hincapié en una característica fundamental de este tipo de funciones: dado cualquier valor de x , si queremos hallar la imagen de $x+1$, se cumple que $f(x+1)=b \cdot f(x)$.

En otras palabras, dado un valor entero de la variable dependiente, si lo multiplicamos por b , se obtiene el siguiente (considerando variaciones de 1 en la variable independiente).

Se abre aquí la posibilidad de establecer un vínculo con lo dicho anteriormente respecto de los problemas trabajados en contextos extramatemáticos. Por ejemplo, en la Actividad 4, el valor de b es 3, ya que al multiplicar por 3 el número de personas contagiadas en cierto día, se obtiene la cantidad de nuevos contagios del día siguiente.

Día	0	1	2	3	4
Personas contagiadas diarias	1	3	9	27	81



O, también, en la tercera actividad, se observa que $b = \frac{1}{2}$ ya que al multiplicar por ese valor la cantidad de truchas que hay durante cierto día, se obtiene la población del día siguiente.

Momento de síntesis

Una vez transcurridas las clases en las que se puso en relación el objeto matemático con los problemas abordados, en un contexto extramatemático, se puede proponer un momento de síntesis para avanzar en la conceptualización del objeto.

Una actividad posible es que las y los estudiantes completen la siguiente tabla con el fin de que identifiquen en cada fórmula el significado de sus parámetros y de las variables involucradas.

Actividad	Fórmula	x	$f^n(x)$	k y su significado	b y su significado
1	$f_1(x) = 2^x$	Número de paso.	Área del cuadrado luego del paso n .	$k = 1$ Área del cuadrado original.	$b = 2$ En cada paso el área del cuadrado resultante se duplica.
2	$f_2(x) = 10000 \cdot (1,1)^x$		Sueldo a cobrar en el mes x .		
3	$f_3(x) = 160000 \left(\frac{1}{2}\right)^x$				La población de truchas se reduce a la mitad luego de un día.
4	$f_4(x) = 3^x$	Días transcurridos luego del contagio de Pedro.			

A continuación, presentamos otra actividad donde las y los estudiantes tendrán que volver a interpretar los problemas e identificar cuáles son los datos que les permitieron hallar una fórmula de la función para luego estudiar cómo cambia la expresión si estos datos se modifican. Esta propuesta vuelve a poner en juego los conceptos trabajados; en este sentido, puede considerarse una actividad de estudio.

- ¿Cómo cambiaría la fórmula de la Actividad 1 si el área del cuadrado original fuese de 5 cm^2 ?
- ¿Cómo cambiaría la fórmula de la Actividad 2 si el porcentaje de aumento del sueldo fuese del 25%?
- ¿Cómo cambiaría la fórmula de la Actividad 3 si la población de truchas se redujese dos tercios de la cantidad del día anterior?
- ¿Cómo cambiaría la fórmula de la Actividad 4 si cada persona contagiase a dos personas por día en lugar de tres?

A MODO DE CIERRE

En estos ejemplos fueron propuestas distintas situaciones de enseñanza tales como el registro de procedimientos propios y ajenos, el registro por escrito de lo aprendido y la revisión del trabajo realizado para ampliar o profundizar los conocimientos. También se presentaron distintas actividades que tienen como objetivo la descontextualización del objeto matemático y otras propuestas con el fin de estudiar y sistematizar lo aprendido.

Estas tareas son parte de un proyecto de enseñanza que contempla “enseñar a estudiar matemática”.

Por eso la enseñanza debe hacerse cargo de problematizar qué significa estudiar matemática y propiciar estrategias, brindar elementos y proponer actividades en clase y fuera de ella que orienten el estudio y que sean generadoras de propuestas que los alumnos puedan tomar para su actividad de estudio personal. Es decir, que el docente debe considerar como un objetivo de enseñanza en clase el “enseñar a estudiar”. (Napp, Novembre, Sadosky y Sessa, 2005)

BIBLIOGRAFÍA

- Itzcovich, H. (coord.), B. De Moreno, A. Novembre y M. Becerril (2018): *La Matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
- Ministerio de Educación (2004a): *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Matemática. Ciclo Básico. Educación Secundaria*. Buenos Aires.
- Ministerio de Educación (2004b): *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Matemática. Ciclo Orientado. Educación Secundaria*. Buenos Aires.
- Ministerio de Educación de la Nación (2020a): *Cuaderno 3. Serie Seguimos Educando. Ciclo Orientado*. Buenos Aires.
- Ministerio de Educación de la Nación (2020b): *Cuaderno 6. Serie Seguimos Educando. Ciclo Orientado*. Buenos Aires.
- Napp, C., A. Novembre, P. Sadovsky y C. Sessa (2005): *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. Documento N°2*. Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Documentos

- Consejo Federal de Educación (2020): *Resolución 367. Anexo 1*. Buenos Aires.