Colección EDUCACIÓN COMUNITARIA

MATEMÁTICA EN EXPERIENCIAS COMUNITARIAS

Crear nuevos desafíos

la educación
nuestra bandera

Subsecretaría de
Educación Social y Cultural

Secretaría
de Educación

Ministerio de Educación
Argentina

Ministerio de Educación de la Nación
Matemática en experiencias comunitarias : crear nuevos desafíos / 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2022.
Libro digital, PDF - (Educación comunitaria ; 3)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-00-1588-2

1. Matemática. I. Título.
CDD 510.72

Queridas educadoras y educadores comunitarios:

Para nuestro Gobierno nacional y para este Ministerio de Educación, la atención a las experiencias educativas comunitarias y al trabajo que realizan desde hace mucho tiempo –sumado al que han llevado adelante durante la pandemia, sosteniendo y acompañando las trayectorias escolares de nuestros estudiantes– es una prioridad política.

El trabajo realizado y luego convertido en experiencia es fundamental para revertir desigualdades y reparar injusticias. La labor comunitaria teje las redes necesarias para que las niñas, los niños, las y los jóvenes y las personas en general puedan recuperar la confianza en ellas y ellos mismos, en las otras y los otros, y elevar así su autoestima mediante la participación. La educación comunitaria es una experiencia que contribuye a la construcción de una sociedad más justa donde poder desarrollarse plenamente.

Elaborada por trabajadoras y trabajadores del Estado argentino, educadoras y educadores y especialistas, la colección "Educación comunitaria" se inscribe como una de las medidas que se suma a las políticas educativas que tienen por objetivo reconstruir la educación argentina.

Este tercer cuaderno dedicado a Matemática ha sido pensado para reflexionar y repensar algunos temas de la materia que a las y los estudiantes les resultan difíciles, con el objetivo de acompañarlas y acompañarlos para avanzar en sus aprendizajes. El esfuerzo conjunto entre la escuela, los espacios de educación comunitaria y las familias es fundamental para que recuperen saberes y puedan continuar y finalizar sus trayectorias escolares.

Jaime Perczyk

Ministro de Educación de la Nación

Colección EDUCACIÓN COMUNITARIA DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE LA NACIÓN

Esta colección es el resultado de muchos meses de trabajo junto a experiencias educativas comunitarias de todo el país que, en el marco del Programa de Fortalecimiento a las Experiencias Educativas Comunitarias, Cooperativas y de Gestión Social, han participado de talleres, encuentros y producciones en la Dirección de Experiencias de Educación Cooperativa y Comunitaria.

El objetivo de esta colección es generar un material de reflexión sobre la educación comunitaria desde su marco político-pedagógico que, al mismo tiempo, brinde herramientas para el trabajo territorial, propiciando un entramado de redes de acompañamiento y la formación permanente de las y los integrantes de las experiencias, con mirada pedagógica y con la fuerte necesidad de crear articulaciones con la escuela.

Es un material que hemos elaborado en equipos conformados por educadoras y educadores comunitarios, y especialistas de diferentes áreas y disciplinas, y que esperamos sea un aporte en la construcción de herramientas para quienes, en el territorio, acompañan y garantizan trayectorias educativas de niñas, niños y jóvenes.

En cada cuaderno encontrarán un material especialmente diseñado para ustedes: cada palabra, cada ilustración, cada actividad fueron pensadas, discutidas y vueltas a elaborar a la luz de ser compartidas con experiencias de educación comunitaria. Sus voces son una parte central de la colección; esta retoma muchas de las demandas que los casi 4.000 educadoras y educadores que hicieron los talleres desde La Quiaca hasta Ushuaia, y desde el mar hasta la cordillera, nos hicieron llegar: alfabetización inicial, educación sexual integral, educación ambiental, ciencias, arte, lecturas y ciencias de la computación, pensados en su totalidad. No es un material de recetas mágicas, sino una propuesta pedagógica que nos invita a promover y acompañar el aprendizaje en un mundo que no es el aula de la escuela pero que, a la luz de las diferentes complejidades que trajo la pandemia, sabe de su rol para acompañar y promover la continuidad pedagógica de chicas y chicos, adolescentes, jóvenes y personas adultas.

ÍNDICE

EDUCACIÓN Y COMUNIDAD

El siglo XXI en su devenir nos muestra un cambio de época que se revela a medida que acontecen hechos, situaciones, que emergen acompañando –en ocasiones– el despertar de lo humano en convivencia con los avances tecnológicos, nuevos significantes culturales e incluso con el rugido de la naturaleza. Es ahí donde la convivencia social va tomando relevancia, otras formas de vincularse y generar aquel sentido que nos hace comunidad.

Si de paradigmas se trata, podemos afirmar que estamos en pleno proceso de reconstrucción. La pandemia instalada en todo el planeta, en alguna medida, propone y plantea interrogantes alrededor de los cuales nos encontramos frente a frente las diversas generaciones que convivimos en este despertar a un nuevo siglo.

En este proceso, la educación entra como protagonista en movimiento, aprendiendo la letra que le toca por estos tiempos.

Otra protagonista es la comunidad, aquella donde personas de diferentes edades, diversas culturas, historias personales construyen vínculos que hacen a su organicidad.

La educación, como acto de mostrar el mundo a quienes vienen llegando, ha estado históricamente ligada a la escuela, pero también –de manera menos visible a veces, y más visible otras– a experiencias comunitarias que, en distintos lugares y territorios, desarrollan propuestas educativas para las infancias, juventudes y personas adultas de nuestro país: bibliotecas populares, bachilleratos, centros educativos y recreativos, espacios para las infancias, jardines comunitarios, escuelas de gestión social, escuelas de arte, colectivos de educadoras y educadores, centros de formación en oficios, universidades populares, centros culturales y otras experiencias que acompañan, fortalecen y garantizan las trayectorias educativas de miles de personas.

Con una fuerte tradición de educación popular, las experiencias educativas comunitarias amplían los universos sociales y culturales de quienes las habitan y aportan una mirada distinta al quehacer pedagógico, ligado a un fuerte arraigo territorial, un profundo conocimiento de las problemáticas urgentes y estructurales junto con prácticas que proponen nuevas formas de enseñar y aprender.

La educación comunitaria también es un proceso de construcción de identidad de educadoras y educadores y de educandas y educandos que aprenden, con otras y otros, en comunidad, a leer el mundo, a interpretar la realidad, a incomodarse con las injusticias, a empujar transformaciones y a hacer, de cada acto educativo, un acto de amor. Decía Paulo Freire que "la esperanza es una necesidad ontológica", y en esa esperanza radica ese ímpetu por no acostumbrarse a lo establecido, que se hace palpable en cada experiencia educativa del territorio en distintos rincones de la Argentina.

Para pensar juntas y juntos acerca de la comunidad, tomamos la propuesta de Tönnies, quien analiza, estudia y propone abordarla como "maneras de relaciones sociales típicas", aquellas que están definidas por modos de ser, de juntarse, acercarse y convivir; como un organismo vivo que se alimenta, respira, crece, padece y celebra. De esta manera, la comunidad a la que nos referimos es la que permanece y se nutre de las relaciones que se generan, la que presenta proximidad territorial, creencias y tradiciones, vínculos establecidos por la misma comunidad, otros formatos de familia, de crianza.

Estos vínculos influyen en la manera de mirar la realidad. Aquella vecina que vio crecer a una niña o un niño, que contempló presencias y/o ausencias en la cotidianidad, mirará su adolescencia desde una valoración que no aprendió en los libros, sino que experimentó en su vida y transforma su realidad actual; tal vez, acompañando con gestos, acciones o silencios las adolescencias a veces despistadas que ocupan las esquinas de sus barrios.

Las comunidades se organizan en torno a resolver sus problemas. Esta organización comunitaria apuntala el tejido social y construye alternativas de trabajo, vivienda, alimentación y también educación. Ese vivir en comunidad, como conformación de un grupo social de pertenencia, construye identidad colectiva, con nuevos sueños y esperanzas.

"Lo que no se hace sentir no se entiende, lo que no se entiende no interesa".

Simón Rodríguez

Las chicas y los chicos que van a la escuela se juntan en la plaza a hacer trap, o van a la canchita, al club o al comedor. En todos esos espacios intercambian y construyen saberes, que no están por fuera de la escuela como institución sino que son parte y se reproducen también en los espacios comunitarios.

Para escuchar y poner en juego las voces del territorio y sumarlas a las voces que se generan en la escuela, partimos de la propuesta pedagógica de Paulo Freire de aprender desde la pregunta. Apuntamos a fortalecer la educación comunitaria porque entendemos que en esos vínculos cotidianos y de confianza surgen las preguntas para acompañar los procesos de aprendizaje.

La comunidad, con su historia y su heterogeneidad, busca construir tejidos, relaciones y vínculos que recogen la experiencia de quienes la precedieron, pero también organiza otros nuevos, que apuntan a poner en cuestionamiento prácticas no democráticas para construir una pedagogía que ponga en común los sueños, las ideas y los deseos.

En este sentido, la educación comunitaria aporta en la construcción de una pedagogía que tiene como base ideas democratizadoras de la cultura, de los saberes y de los aprendizajes, porque considera que todas y todos podemos brindar nuestros saberes y, en ese encuentro, construir uno nuevo que nos contenga.

No es posible pensar la educación popular ajena a las prácticas pedagógicas que se inscriben en un horizonte emancipador e igualitario. Tanto en sus aspectos pedagógicos como epistémicos, involucra a sujetos concretos, históricamente determinados, inscriptos en un territorio del que forman parte. Es también una estrategia pedagógica para la transformación social, entendiendo que se trata de un proceso de construcción cultural, donde los saberes no se dan por repetición sino en el diálogo entre las educadoras y educadores, las educandas y los educandos.

“Decir una palabra verdadera es transformar el mundo”.

Paulo Freire

El hacer es concebido como base del conocimiento. Entendemos a las educadoras y los educadores, las cuidadoras y los cuidadores como las personas que habilitan y acompañan esos espacios para que se generen propuestas de escucha, diálogo y acción.

Aprendemos juntas y juntos, cada una y cada uno aportando su historia y saber.

Los espacios físicos donde se genera este intercambio también suman su historia en el territorio; nos pensamos en relación con el espacio en el que estamos. ¿Quiénes somos las y los que habitamos estos espacios? ¿Cuál es nuestra historia? ¿Cuáles son nuestras preguntas? La construcción de cada colectivo es parte de la propuesta pedagógica, marca el camino y sus huellas.

Este entretejido de saberes se realiza, como ya dijimos, con la escuela. Cada territorio verá la estrategia para vincularse, actividades conjuntas en espacios en común, reuniones, etc. El objetivo es que, en el mapa de la trayectoria educativa de las chicas y los chicos, todas y todos se piensen en diálogo, lo que permite intercambiar saberes y construir nuevos, resignificarlos y ponerlos en común.

Presentación: tercer cuaderno

En este tercer cuaderno de la colección les proponemos un recorrido por algunos temas de matemática para acompañar a las infancias y adolescencias a reflexionar, a repensar, a problematizar y también a acercarnos a las formas en las que se enseña en la escuela. Seguramente quedan muchos temas por abordar. Geometría debería ser un cuaderno de esta colección, pero es un comienzo para reflexionar sobre enfoques y apropiarse de herramientas para el trabajo que las educadoras y los educadores comunitarios llevan adelante todos los días.

BIBLIOGRAFÍA

Freire, Paulo (2015 [1967]), *Educación como práctica de la libertad*, Buenos Aires, Siglo XXI.

Freire, Paulo (2015 [1970]), *Pedagogía del oprimido*, Buenos Aires, Siglo XXI.

Freire, Paulo (2010 [1992]), *Pedagogía de la Esperanza. Un reencuentro con la Pedagogía del Oprimido*, Buenos Aires, Siglo XXI.

Tönnies, F. (1947), *Comunidad y sociedad*, Buenos Aires, Losada. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/277263837_Los_conceptos_de_'comunidad'_y_'sociedad'_de_Ferdinand_Tonnies

Torres Carrillo, A. (2002), "Vínculos comunitarios y reconstrucción social", *Revista Colombiana de Educación* (43). Disponible en: https://doi.org/10.17227/01203916.5457

1. POSICIONARSE DESDE UN ENFOQUE

1.1 Un enfoque clásico

La matemática, tanto en su historia como en su enseñanza, se presenta a partir de problemas. Ciertas preguntas, desafíos o dilemas intelectuales hicieron que se desarrollase como disciplina científica. A su vez, otros problemas, enigmas o planteos promueven su aprendizaje en la vida de cada ser humano. En las aulas, en manuales o en plataformas digitales hay montones de ellos. Desde juntar figuritas hasta calcular volúmenes de pirámides, los problemas son un inicio frecuente en la enseñanza de la matemática.

Como es evidente, si para aprender es necesario resolver problemas, entonces hay que manejar los procedimientos para hacerlo. Un enfoque didáctico clásico diría: enseñemos entonces primero esos procedimientos. Sin muchas vueltas. Saludemos cordialmente a las y los estudiantes y pasemos a explicarles, por ejemplo, un problema de *regla de tres*, tema del día. Con detalle y dulzura digámosles "cómo se hace" la regla de tres. Ordenada y pautadamente, con claridad y paciencia, repitámoslo si es necesario. Digamos: "De este lado una magnitud; del otro, la otra; para hallar el cuarto término se multiplican los cruzados y se dividen por el restante, y así, *voilá*… se obtiene el resultado".

Luego démosles veinte problemas para que *ejerciten*, para que *apliquen* lo aprendido. Estimulemos para que *implementen*. Corrijamos. Premiemos y celebremos. Señalemos con delicadeza los errores. Mostremos. Reiteremos. Si fuera necesario, expliquemos de nuevo.

Todo parecería indicar que, si esto se hace bien, si la explicación es clara y las y los estudiantes escuchan atentamente, la enseñanza será "exitosa". Pero primero que nada nos preguntamos: ¿Cuál sería acá el éxito?

Quizá se asocie el triunfo con la cantidad de respuestas correctas. Pero luego cabe indagar, aun si esto sucediera para un alto porcentaje de la clase, ¿qué estarían aprendiendo?

1.2 Algunos comentarios sobre el ejemplo de la "regla de tres simple"

La legendaria y conocida "regla de tres simple" es un mecanismo para resolver. De ningún modo está prohibido, ni en la vida ni en las aulas, y lo cierto es que funciona. Sin embargo, merece ser objeto de algunas preguntas.

La primera es ¿cómo se usa? "Multiplico los cruzados y divido por el restante". ¿O era que había que dividir primero y multiplicar después? ¿Cuáles eran "los cruzados"? ¿Los de las esquinas? ¿Qué cosas ubico en las esquinas? ¿Pero había que multiplicar o sumar?

Aquí se observa que, como todo mecanismo, requiere la firmeza de la memoria; hay que recordarlo sin errores, porque son pocos los insumos de control. Si nos olvidamos, no nos sirve.

La técnica en general podría escribirse así. Dadas dos magnitudes *x* e *y* directamente proporcionales y sabiendo que x_1 se corresponde con x_2, es posible calcular cuál es el y_2 que se corresponde con y_1 mediante la siguiente fórmula:

$$y_2 = x_2 \cdot \frac{y_1}{x_1}$$

¿Aporta algo significativo una expresión como esta? ¿Se comprende de dónde surge?

Más concretamente la pregunta sería por qué funciona ese artefacto. En realidad, como en todo mecanismo, no haría falta saber cómo funciona internamente para usarlo (¿acaso alguien sabe cómo se programa el sistema operativo del celular?). Sin embargo, dado que es un engranaje bastante sencillo, es posible comprender su funcionamiento, y de ese modo separarnos de la soberanía de la memoria mecánica. Y, de paso, separarnos también del mecanismo.

Conociendo las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa, la regla de tres se vuelve innecesaria. Aparece quizá sin ser nombrada en procedimientos espontáneos, decididos, controlados por quien los propone. Tomemos, por ejemplo, un clásico enunciado con el que se "enseñaba" la regla de tres.

Si 20 caramelos cuestan $8, ¿cuánto costarán 120 caramelos?

Para la resolución, el método nos obliga a realizar un "planteo" (término de significado amplio, pero en este marco, reducido a un acotado esquema espacial):

20 caramelos--------------- $8

120 caramelos--------------- x =

En la resolución se impone multiplicar 120 caramelos × $8 ("los cruzados") y el resultado dividirlo por 20 caramelos (el tercero en cuestión). En el primer resultado parcial (120×8) se obtienen "960 caramelos×$", que no hay manera de saber bien qué es ni qué representa. Luego, al dividir este resultado por 20 caramelos, se halla la respuesta correcta.

Esta receta deja de lado otros caminos, que incluso pueden ser hasta más cómodos, pero sobre todo más claros y personales. En este caso, por ejemplo, puede observarse que 120 es 6 veces 20; por lo tanto, el precio de los 120 caramelos se obtiene fácilmente multiplicando 6 veces los $8.

El procedimiento automatizado reúne (sin nombrarlos) muchos conocimientos sobre proporcionalidad directa. Los condensa de manera cerrada, críptica. El método permite resolver problemas de proporcionalidad, pero no favorece la exploración de procedimientos personales, la reflexión sobre la acción o sobre el objeto matemático (en torno al significado de sus elementos), ni tampoco se avanza en la construcción del conocimiento como síntesis de esa acción y esa reflexión colectiva.

Retomando entonces la pregunta por aquello que se aprende con este enfoque clásico, si suponemos que la enseñanza consiste en explicar cómo se resuelven los problemas, entonces quizás, en el mejor de los casos, se aprenderá a seguir una orden al pie de la letra. A repetir un método, una serie estática de instrucciones.

1.3 Ruptura con las lecturas cotidianas

Como señalábamos, este primer enfoque didáctico deja afuera otros procedimientos posibles. Allí no hay alternativas a las impuestas, porque no hacen falta: si ya está *el* camino. No hay distintas versiones porque no hay lugar para la elaboración personal.

De este modo, se rompe con las construcciones espontáneas, intuitivas y cotidianas de las y los estudiantes. Que existen. En su vida ya usan procedimientos matemáticos, aunque no sepan cómo se llaman.

Muchas y muchos estudiantes saben hacer cuentas, resuelven problemas de cantidades, operan con valores y magnitudes por el solo hecho de verlo o escucharlo en sus hogares. Que si 2 kilos de naranjas cuestan $70, 5 kilos costarán $175, no es un regalo de la enseñanza escolar. Perfectamente puede ser construcción del andar, fruto de las interacciones cotidianas con los cítricos, los números y sus implícitas propiedades.

¿Cómo es posible que haya quienes sepan hacerlo fuera de la escuela y luego no puedan resolverlo en las propuestas escolares? ¿Es un problema intelectual de quien se equivoca en los cálculos? ¿O será un problema de la enseñanza?

Está claro que ni el hijo de la abogada ni la hija del panadero andan por la vida enunciando simbólicamente las propiedades del modelo proporcional. Tampoco descubren la "regla de tres" en soledad. Ridículo sería esperarlo. Pero inocularles la regla, instalársela cual si fuera un software (triste metáfora la del cerebro como un chip), es anular y desconocer todo aquello que saben. Por más ahínco con que se endulce el gesto educativo, la práctica concreta dirá por lo bajo: "Escuche calladamente, que usted no sabe nada".

En suma, si la educación niega estas estrategias espontáneas, todo es ruptura con lo ya sabido. Entonces, explícita o tácitamente, alguien puede creer que no está en condiciones. Y eso es rotundamente falso.

1.4 Continuidad y no ruptura

Por el contrario, el estudio de la matemática puede dar continuidad a la lectura de la realidad matemática: esas construcciones cotidianas sobre los objetos de esta ciencia (los números, el espacio, la medida, la lógica) que los humanos realizamos desde que nacemos. Una enseñanza puede evitar esa ruptura con la experiencia extraescolar; es decir, no disociar la vida y la escuela.

Partiendo de los conocimientos iniciales –que siempre los hay, tan incompletos o imperfectos como sean–, damos sentido a los nuevos que queremos desarrollar.

Por ejemplo, niñas y niños manejan expresiones decimales para operar con dinero; escuchan la temperatura en la televisión y leen su forma decimal; alguna vez leyeron su altura en metros; miran y sondean los misterios de la balanza digital cuando compran fiambre o verdura con milésimos.

Ahí está la lectura inmediata de la realidad en su dimensión matemática. Pero eso no significa que conozcan en detalle los números decimales: la noción de densidad y su cariño con el infinito, su estructura posicional y sus consecuencias en el orden. La lectura de la palabra matemática se apoya en esas lecturas previas para complejizarlas e integrarlas en nuevos conceptos. Busca qué de lo que conocen se relaciona con lo nuevo que necesitan saber.

Chicas y chicos saben que en un fogón hay que sentarse "en redondo" para calentarse por igual. Suponen, imaginan y hasta pueden dibujar la zona del jardín que cubre un perro guardián atado a un poste. Además, ¿cuántas veces contemplaron alguna rueda con minucioso estudio infantil? Vieron muchas veces el recorrido que hace la piedrita atada al cabo de una improvisada boleadora. Y así son muchas las experiencias que agenciaron al respecto. Aun sin la definición, sin siquiera la palabrita mágica, niños y niñas conocen la circunferencia.

La intervención de enseñanza recupera esas experiencias para luego abstraer de ellas nombres y definiciones. *El* círculo no es *un* círculo, menos todavía *ese* círculo, pero desde *ese* se llega a *el*, inevitable camino de lo particular a lo general.

El desafío, entonces, es *dar continuidad a la lectura cotidiana de la realidad*. **Pero dar continuidad no es quedarse en puras constataciones. Esa lectura anterior debe ser profundizada con la lectura de la palabra matemática: el estudio sistemático de los conocimientos específicos de la disciplina.**

Será posible reinterpretarla si la miramos como si fuera la primera vez "vagabundeando sobre lo obvio", al decir *freireano*, convirtiendo en extraño lo cotidiano. Que la expresión naturalizada para la temperatura pase de 16,8 a 16,9 °C y luego a 17,0 °C puede resultarnos obvio, pero merece que la leamos desconfiadamente: ¿Por qué no pasará de 16,8 a 16,9 °C y luego a 16,10 °C?

Si existe medio kilo, debería existir medio gramo, ¿y cómo se escribirá eso en las balanzas? El precio de la nafta de las estaciones de servicio está en pesos, pero tiene milésimos: ¿Qué significa la última cifra? En enero yo medía 1,74 m y en marzo, 1,75 m, ¿cómo pueden expresarse las distintas alturas intermedias de un mes a otro?

Eso es alfabetizar, tanto en matemática como en las diversas ramas del conocimiento: el pasaje de las interpretaciones cotidianas de la realidad hacia la lectura crítica. Un tránsito de lo superficial a lo profundo, de lo fragmentario a lo articulado, de lo intuitivo a lo formal, de lo disperso a lo sistemático.

La paulatina inserción en el conocimiento matemático considera como punto de partida las miradas primigenias del mundo, pero no para quedarse en ellas, sino para profundizarlas. Hablamos de *pasaje* y no de *sustitución* de una lectura espontánea –o "precrítica"– a una lectura científica –o "crítica"–, porque no se arriba a lo nuevo si no es transformando lo anterior.

1.5 Entonces, los problemas

En principio, reconocemos que las personas adultas, las niñas y los niños saben muchas cosas acerca del mundo. Pero no saben todo (desde luego, porque si no ¿para qué irían a la escuela, no?). No se trata simplemente de reconocer esa sabiduría para que así quede. El desafío es convocar esos conocimientos para que vayan transformándose. Porque, como decíamos, el único modo de hacer nacer lo nuevo es desmenuzando lo viejo para integrar luego sus resabios.

¿Y cómo se transforma lo anterior? Dicho breve y en criollo: problematizándolo.

Es fundamental el papel de la tensión, de la contradicción. Esas interpretaciones de la realidad son reinterpretadas en la medida en que chocan con un obstáculo en la experiencia, y también con las miradas diversas de los demás. Ese encuentro produce chispa, fricción, desequilibrio. En el trabajo por resolver ese conflicto el sujeto acciona, activa, experimenta, opera, compara, escucha, revisa, ordena, compone y ensambla. **Así, en este dinámico proceso de interacción con los problemas y con los demás, se diferencia y se integra lo ya sabido por la comunidad. Se recrea conocimiento colectivamente.**

Se aprende peleándose con un problema y discutiendo en grupo: la contradicción como motor del cambio. El conocimiento surge del conflicto. Nace del intento por resolverlo en una búsqueda colectiva de respuestas. Como no hay teoría prefabricada, dispuesta a ser aplicada, siempre es creación, síntesis de acción y reflexión, es invención conjunta nacida de la actividad y de su análisis. El punto de partida de la enseñanza es entonces el problema, o la pregunta, y no la definición formal. Los conceptos surgen como instrumentos para resolver algún interrogante, herramientas creadas ante el obstáculo de la comprensión.

Justamente para que esa continuidad ocurra, no podemos minar con retos imposibles o desconcertantes. Por el contrario, pensamos los problemas como desafíos intelectuales que cuestionan y provocan, que atrapan como los enigmas y las adivinanzas. Esa confección de los problemas no está parametrizada: requiere, en cambio, intervenciones minuciosas y artesanales. Como no se trata de magia, sino de oficio, a continuación ofrecemos herramientas para construir esas propuestas.

Así, los enunciados se volverán desafíos que inviten a presentarles combate con las armas que ya tenemos para, en el fragor de la batalla, forjar otras mejores. De esta manera se convoca al conocimiento anterior para nombrarlo colectivamente, descontextualizarlo de manera paulatina en el intercambio, transpolarlo a otras situaciones, ser reformulado y articulado en términos más generales y así confeccionar un verdadero concepto, que no es más que una idea bien llena de sentido, lejísimos de una cáscara vacía bajo puros símbolos.

EN LOS BARRIOS SE DICE*:

Así se trabaja la proporcionalidad en un CENS de Adultos.

- Calcular el tiempo que tardo en pintar una pared de 3 metros, si para pintar una de 2 metros tardé seis horas.

2 metros	6 horas (en la primera línea escribo los datos que puedo tomar de la información)
3 metros	x (en la segunda línea escribo lo que debo calcular o averiguar)

2 metros .x = 3 metros x 6 horas

$$\frac{3 \text{ metros x } 6 \text{ horas}}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ horas}$$

Es directa porque cuanto más larga sea la pared, más tiempo voy a tardar en pintarla. Y es proporcional porque, si tengo que pintar el doble de pared, tardaré el doble de tiempo.

*Estudiantes del CENS del barrio 2 de Abril de Lomas de Zamora con el profesor Gustavo.

2. CONSTRUYENDO LOS PROBLEMAS

2.1 Para que un problema sea problema

Decíamos que los problemas son el punto de partida de la enseñanza. Se aprende resolviendo problemas e interactuando con quienes enfrentan también esos problemas. Pero para dilucidarlos no se "dan" o "transfieren" los conocimientos, sino que los conceptos aprendidos serán, justamente, las herramientas que vendrán a colaborar en la resolución del problema.

Aprender una idea matemática (la suma, la multiplicación, la raíz cuadrada o el teorema de Pitágoras) es, en términos bien generales, atribuirle sentido. Ese sentido se construye en tanto y en cuanto esa idea cobre función para responder una pregunta, para resolver algo que –sin conocer el concepto– no se podría hacer.

Presentar el problema primero, sin antes "explicarles" su mecanismo de resolución, permite a las y los estudiantes desplegar procedimientos espontáneos y a quienes enseñan intervenir didácticamente, dando continuidad a lo ya construido. Si no, *lo nuevo* presentado sería pura *ruptura*, en vez de ponerse a dialogar con *lo anterior* ya sabido.

Pero entonces, ¿de dónde salen los problemas para enseñar los conceptos matemáticos?

En principio, enunciados hay en muchos lugares: manuales, carpetas escolares, plataformas digitales, documentos curriculares. Pero atención: nunca son "problemas universales", hay que transformarlos en problemas para cada situación.

Porque un enunciado matemático no es un problema *en sí mismo*, suelto por el mundo, solito en la inmensidad. Una situación será problema dependiendo de quién la enfrente. Un mismo enunciado (el grupo de letras cristalizadas ahí sobre la hoja) puede ser imposible de entender para alguien, y para otra persona puede resultar una obviedad, algo nimio, anodino o trivial (en criollo, una pavada). En cualquiera de estos dos casos, no habrá *problema*, no habrá desafío alcanzable ni obstáculo posible de ser superado. O es una barrera que produce fracaso, o es una tontera que menosprecia.

Por eso sería interesante que quienes enseñamos, ante un enunciado, ante una estructura de problema matemático, podamos hacer ajustes para que esa situación se vuelva más fácil o más difícil y así adaptarse al estado de conocimiento de aquellos a quienes será presentado. Aquí es donde entra en juego la categoría de *variables didácticas*.

2.2 La noción de variables didácticas

Las *variables didácticas* son las condiciones de un problema planteado que pueden variarse y que, al ser alteradas, modifican las estrategias disponibles para resolver y, por lo tanto, el conocimiento movilizado en la situación. Es decir, cambiando algo en el enunciado (sin cambiar rotundamente el contenido del problema ni las operaciones involucradas) cambia lo que pueden hacer los estudiantes para encontrar su solución.

Pensando en términos de proyecto de enseñanza, las variables se vuelven imprescindibles. Mover, tocar, ajustar algunos elementos de la situación exige que los estudiantes modifiquen las relaciones que ponen en juego.

Desde luego que no se trata de aprenderse de memoria todas las variables didácticas del mundo. De hecho, no sabemos si esa lista existe. **Pero es una categoría para prestar atención a los resortes y manecillas que podemos ajustar para que los enunciados se conviertan en desafíos: ni obvias trivialidades ni obstáculos inalcanzables.**

Es también una poderosa herramienta para hacer puente con lo que la escuela propone. Es un artificio para continuar y complementar la tarea escolar, sin caer en su imitación o "reparación", permitiendo retomar y profundizar lo que llega. Y también acercarlo, si resulta distante. O facilitarlo, si aparece difícil. En suma, problematiza, que es siempre la intención.

Patricia Sadovsky define las variables didácticas como "las condiciones de la situación sobre las cuales se puede operar para favorecer u obstaculizar el empleo de cierta estrategia y, por lo tanto, para cambiar la relación de los alumnos con el conocimiento" (en Sadovsky, P.; Parra, C. y Sáiz, I., 1994, *Matemática y su enseñanza*, material del PTFD, Ministerio de Educación y Cultura, p. 19).

Gerard Vergnaud, en su *Teoría de los campos conceptuales,* las llama "variables de situación" y explica que son un "medio para generar sistemáticamente el conjunto de las clases posibles" de situaciones para un campo conceptual. Es decir, son las herramientas para convertir un problema en todos los problemas posibles de un sentido para cierta noción, por ejemplo, de transformaciones dentro del *campo aditivo* (las situaciones que se resuelven con sumas y restas).

"Llamaremos variables didácticas a las variables de control que tienen un efecto importante –cualitativo– sobre las evoluciones de los procedimientos", dice Guy Brousseau en "Problemas de didáctica de los decimales" (trad. Dilma Fregona y Rafael Soto; en *Serie B. Trabajos de enseñanza.* N° 3/2012, Universidad Nacional de Córdoba, Iparraguirre-Buteler Editores).

“Una variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno” (en Briand, J. y Chevalier, M.C., 1995, *Les enjeux didactiques dans l’enseignement des mathématiques*, París, Hatier; citados por Jesús Macías Sánchez en su tesis doctoral “Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos”, Universidad Complutense de Madrid, 2016).

2.3 Una idea de conocimiento

Este juego de variación sobre los problemas no es solo para alejar la monotonía o para hacer más accesible la tarea (fines loables, por supuesto). Es por razones pedagógicas y epistemológicas; es decir, tiene que ver con la forma de construcción del conocimiento y, sobre todo, con una idea acerca de qué es el conocimiento.

Las variables didácticas permiten generar nuevos desafíos dentro del mismo contenido. Estas modificaciones nos ayudan a presentar una propuesta más rica, más compleja, más abarcadora del concepto. Si siempre ofreciéramos las mismas situaciones (gente que come chocolates, presta dinero o pierde bolitas), entonces trabajaríamos un solo aspecto, una sola porción del concepto.

Porque el objeto de estudio no es solo un concepto, menos todavía un mecanismo para hacer cuentas, sino un “campo conceptual”. Eso es lo que estudiamos. La suma, la resta y todas las operaciones matemáticas, junto con las demás nociones matemáticas, son contenidos bien complejos, articulados, con varias relaciones internas y múltiples aristas.

Para abordar una complejidad se requiere una propuesta frondosa, enriquecida, sofisticada. Hay que encararla “por todos los *wines*”, como se dice en términos futbolísticos. No tirar siempre el mismo pelotazo frontal.

2.4 Los procedimientos: entender para intervenir

Cuando alguien se enfrenta a una actividad, ya convertida en problema, puede desplegar distintos procedimientos para resolver. Eso dependerá de los conocimientos que tenga disponibles y, a su vez, de aquello que el problema habilite. Es decir, los caminos hacia la solución dependen de aquello que sabe el “resolvedor” y también de lo que el problema sugiere.

Para cada situación problemática habrá múltiples maneras de encararla. No siempre son cálculos; las “cuentas” son solo una forma más de resolver. Hay otras estrategias sorprendentes, ideas inesperadas, asombros cotidianos que hacen tan linda la tarea.

No son infinitos los rumbos, sin embargo. La experiencia en el oficio nos va dando certidumbre y la capacidad de asombro merma con el tiempo. Lo que aparece se reconoce fácilmente. Hay, por lo tanto, ideas para entender mejor qué hacen las y los estudiantes al resolver. Para anticipar (que no es lo mismo que predecir arriesgadamente) y para identificar (que es distinto a etiquetar definitivamente).

Las distintas formas de resolver no tienen solo que ver con el orden de las decisiones, con si se elige primero un número y luego otro, con si se anota o deja de anotarse. Las diferencias radican en la *estructura* de la estrategia, en las características que unen y separan a ciertas formas de resolver. Con la gran variedad de procedimientos existentes podemos armar "grupos" de estrategias.

Primero, entonces, entender lo que hacen; luego, intervenir sobre lo que hacen. Si no, sería imponer o forzar. Una exigencia sobre una imposibilidad genera frustración, tanto en docentes como en estudiantes. Pedirle peras al peral antes de que florezca es inútil. No es un problema del árbol, sino del que exige el fruto.

2.5 Un ejemplo a partir de la enseñanza de la división

Para ilustrar una variedad de procedimientos, camino a la idea de variables didácticas, proponemos analizar un problema clásico de división. Tomemos como ejemplo:

"Susana Horia tiene 84 zanahorias. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 zanahorias. ¿Cuántas bolsitas podrá armar?"

¿Cómo se resuelve este problema?

Formas de resolverlo hay muchas, y variantes personales todavía más. Pero, como decíamos, no se trata de hacer predicciones sobre los caminos de cada quien.

Presentamos a continuación una categorización posible de procedimientos, que permiten anticipar someramente y –sobre todo– comprender por dónde irán los rumbos. Para acotar la incertidumbre, no para encorsetar. Para saber cómo intervenir, no para estandarizar respuestas.

Aunque antes de seguir, alguien bien podría preguntarse: ¿Para qué tanta vuelta sobre los procedimientos si seguro hay uno más corto y más cómodo? ¿Por qué no les mostramos la división, que es lo que queremos enseñar, y listo?

La discusión es interesante y compleja. Primero, podríamos preguntarnos si la velocidad o la comodidad son valores en sí mismos, además de objetivos de enseñanza. En principio, creeríamos que no.

Luego, valdría preguntarse si la comodidad y la simpleza son categorías absolutas. Es decir, quizá no valgan igual para todas las personas, ni tampoco funcionen del mismo modo en cualquier problema. Tal vez comodidad y simpleza dependan de las circunstancias, del sujeto singular que resuelve y de la situación a ser resuelta.

Pero fundamentalmente la pregunta pasa por *la posición intelectual* en que ubicamos a las y los estudiantes. Si se trata de enseñar un único y "eficiente" camino, entonces su lugar será el de la recepción pasiva, el de la imitación, el de meros seguidores de pasos dictados desde arriba.

Por el contrario, la propuesta puede ofrecer libertad para explorar, lugar para desplegar e invitación a intercambiar. Así aparece lo que saben y, tensionándolo, se convoca a saber más. Se invita a continuar con lo que ya se conoce y no lisa y llanamente a romper con eso. Habilita una conexión, un vínculo, un diálogo entre lo viejo y lo nuevo. Es la única manera de que lo aprendido tenga sentido, en vez de ser pura reiteración enajenada. Cuando se convoca lo que ya se sabe, se destaca el lugar de conocedores. Cuando el problema se resuelve con caminos personales, de trabajo en comunidad, sobre los cuales el sujeto puede hacerse cargo, se destaca el lugar de producción.

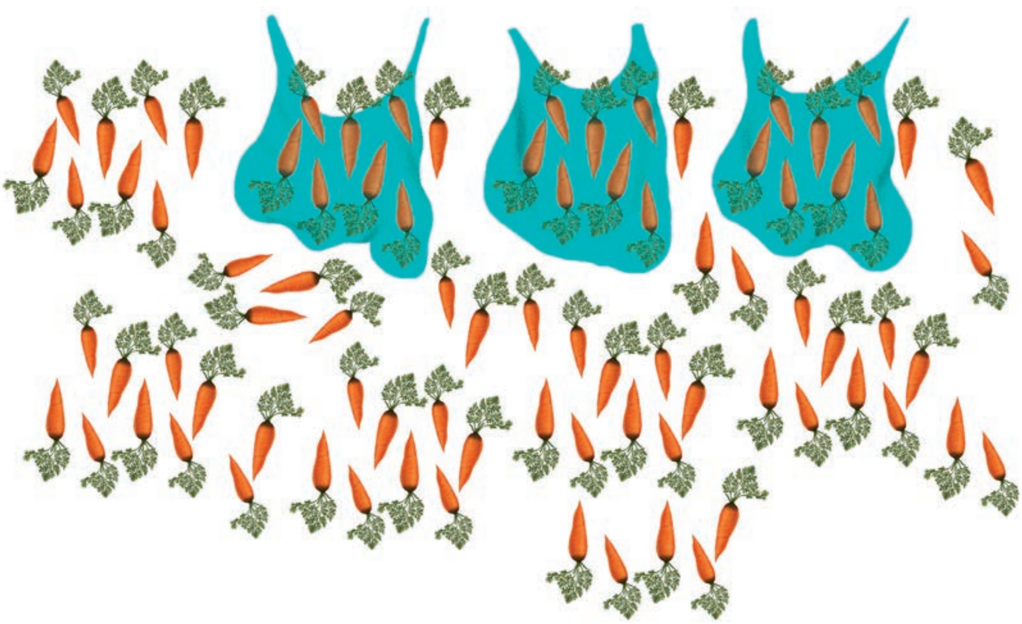
En suma, alfabetizar matemáticamente nos ubica a todas las personas como portadoras y productoras de cultura, no como simples y máquinas imitadoras de ideas ajenas.

Entonces, esquemáticamente, los procedimientos posibles para resolver el mentado enigma de las zanahorias serían:

- Por representación gráfica y conteo.
- Por restas sucesivas.
- Por sumas sucesivas.
- Por sumas agrupadas.
- Por tanteo de multiplicaciones.
- Por división.

2.5.1 Por conteo

Una primera posibilidad, bien básica, es dibujar con paciencia las 84 zanahorias y encerrarlas en bolsitas de a 7. Luego contar las bolsitas y listo.



Desde luego que la representación de las zanahorias puede ser icónica (con dibujitos o con palitos).

¿Vale este procedimiento? ¿Se acepta como matemáticamente válido?

Claro que sí. Claro que se acepta, si la propuesta es hacerse cargo de la propia producción y no simplemente seguir las instrucciones de "quien manda". Esta estrategia es lógica e indiscutible, si se contó y dibujó bien.

Pero… alguien podría decir que es *tedioso* (aunque sería una objeción subjetiva). Otro alguien podría señalar que es un procedimiento *lento* (sin embargo, el aprendizaje no es una competencia contra el tiempo). Las objeciones sustanciosas no pasan por allí.

Los obstáculos aparecerían si en vez de 84 zanahorias fuesen, por ejemplo, 540. Y si en vez de bolsitas de 7 tuviésemos bolsones de 70 zanahorias. Ahí sí: contar sería imposible.

Por eso justamente trabajamos con las *variables didácticas*. Con ciertas modificaciones, como luego explicaremos, habilitamos y entorpecemos estrategias invitando a avanzar, tanto más por necesidad de quien resuelve que por súplicas de quien enseña.

2.5.2 Por restas sucesivas

Tenemos las 84 zanahorias. Armamos una bolsa con 7. Entonces nos quedan 84 – 7 = 77 zanahorias sueltas.

Armamos otra bolsa. Ahora nos quedan 77 – 7 = 70 zanahorias sueltas.

Seguimos armando bolsas. Otra más. Nos quedan 70 – 7 = 63 zanahorias.

Y así seguimos embolsando hasta que no quedan más zanahorias disponibles.

84 – 7 = 77

77 – 7 = 70

70 – 7 = 63

63 – 7 = 56

56 – 7 = 49

49 – 7 = 42

42 – 7 = 35

35 – 7 = 28

28 – 7 = 21

21 – 7 = 14

14 – 7 = 7

7 – 7 = 0

Muy bien. Todo embolsado. ¿Y cuántas bolsas hemos armado? ¿Dónde lo dice?

Lo dice en la cantidad de veces que sacamos 7. Si contamos, son 12 veces que restamos. Por lo tanto, pudimos armar 12 bolsas.

¿Y vale esta estrategia? Claro que vale. ¿Por qué no?

Restar es incómodo, pero no imposible. Se pueden usar los dedos incluso. Pero vale.

Nuevamente, como en el caso del conteo, se complicaría si el tamaño de los números fuera otro.

Pero esta estrategia se adapta con más versatilidad. La modificación de la variable didáctica debería ser más sutil. Porque si fueran 840 zanahorias y 70 en cada bolsa, la cantidad de restas a hacer sería la misma. No se dificultaría el procedimiento, por más que aumentaran los tamaños.

En cambio, si fueran 840 zanahorias y solo 7 por bolsa, ahí sí: restar sería insufrible.

2.5.3 Por sumas sucesivas

Tomamos 7 zanahorias y armamos una bolsa. Tomamos otras 7 para hacer otra. Ya llevamos 7 + 7 = 14 zanahorias embolsadas.

Juntamos otras 7 zanahorias más. Y ya embolsamos 14 + 7 = 21 zanahorias.

Y así seguimos coleccionando de a 7 hasta llegar al total de 84.

¿Cuántas bolsas hemos armado en este proceso?

La cantidad de veces que sumamos 7.

Si detalláramos la cuenta, veríamos que son 12, evidentemente.

El procedimiento es análogo al de las restas sucesivas. La única diferencia es que sumar suele ser más fácil que restar. Es más cómodo.

2.5.4 Por sumas agrupadas

Tenemos que juntar de a 7 hasta llegar a 84. Podríamos ir juntando *de a una* bolsa, como en la estrategia anterior. Pero también podríamos ir armando *de a varias* bolsas.

1 bolsa	→	7 zanahorias	
2 bolsas	→	14 zanahorias	(7 + 7)
4 bolsas	→	28 zanahorias	(14 + 14)
8 bolsas	→	56 zanahorias	(28 + 28)
12 bolsas	→	84 zanahorias	(56 + 28)

Es una manera de llegar "más rápido", con menos pasos, hasta el total.

Otra forma "inteligente", más pícara, de agrupar es usando los múltiplos de 10, porque son resultados fáciles de obtener (disponibles en el repertorio de cálculo).

1 bolsa	→	7 zanahorias
10 bolsas	→	70 zanahorias
100 bolsas	→	700 zanahorias (nos recontra pasamos)
20 bolsas	→	140 zanahorias (también nos pasamos)
11 bolsas	→	77 zanahorias (70 + 7)
12 bolsas	→	84 zanahorias (77 + 7)

2.5.5 Por tanteo de multiplicaciones

Si manejamos la multiplicación y tenemos, por ejemplo, una calculadora, podemos ir tanteando.

Sabemos que varias veces 7 debe dar 84. Esa cantidad de veces 7 será la cantidad de bolsas.

Por ejemplo, 7×3 sería la cantidad de zanahorias en 3 bolsas. Es 21. Por lo tanto, necesitamos más de 3 bolsas.

Probamos con 7×10 = 70. Todavía falta para llegar a 84.

Probamos con 7×15 = 105. Nos pasamos de 84. Entonces deben ser menos bolsas.

Probamos con 7×13 = 91. Nos pasamos, pero por poquito…

Probamos con 7×12 = 84. ¡Llegamos al total! Encontramos la respuesta. Son 12 bolsas.

¿Vale así? ¿O es una forma de trampa?

¿No era que queríamos enseñar la división?

Sí vale. Y no es trampa.

Justamente, como queríamos enseñar la división, habilitamos estos caminos. Veremos que la división es básicamente hacer lo que acabamos de hacer. Solo que se suele presentar en una disposición espacial más elegante. Pero dividir es sustancialmente eso.

2.5.6 Finalmente, por división

En última instancia, si identificamos que el problema responde a un reparto equitativo, podríamos usar la división como herramienta para resolver.

Dividiendo el total (84) entre el tamaño de la parte (las 7 zanahorias de la bolsa), obtendremos la cantidad de partes (84 : 7 = 12 bolsas).

Y en el caso de saber que la división funciona, ¿cómo haríamos esa división?

Podría ser con la calculadora, si la tenemos a mano. ¿Por qué no?

Y si no, podríamos dibujar la "casita" y poner los números como nos enseñaron hace tiempo:

$$84 \;\; \underline{|\; 7 \quad}$$

Y ahora que tenemos los números en la hoja, ¿qué hacemos?

Por cuestiones de extensión, no desarrollaremos acá las distintas formas del algoritmo (los pasos para hacer la cuenta), pero sepamos que tienen mucha continuidad con los procedimientos anteriores, especialmente el de "tanteo de multiplicaciones".

Por eso es tan importante que tengamos en cuenta los distintos procedimientos, que los convoquemos, que los estimulemos sin imponer. Porque sobre ellos se construirá el sentido para esta operación tan compleja. Si no, caeremos una vez más en la técnica impuesta para copiar mecánicamente.

¿Y cuál sería el problema de ese modo de enseñanza tan extendido a lo largo de la historia (y con el cual, seguramente, muchos hemos sido "adiestrados")?

No es ninguna tragedia, desde luego, pero –como decíamos antes– vale preguntarse qué se aprende aprendiendo a repetir, qué clase de sujeto se está formando, para qué concepción de ciudadanía, para qué modelo de sociedad, qué sueños pedagógicos e ideológicos, en definitiva, nos mueven en la tarea diaria.

2.6 Una aclaración importante

Vale aclarar que estas distintas estrategias no son "temas" para enseñar por imposición, mostrándolas primero a todos para que cada cual aplique después. Por el contrario, son formas que encuentran niñas y niños en clase (no en la televisión ni en la vereda) a partir de sus interacciones con los problemas y con sus compañeros. Las construyen y despliegan en una escena pedagógica, ¿dónde más?

La idea, en principio, es fomentar que aparezcan y así socializarlas. Que circulen. Dejarlas sobre la mesa para que las tomen en la medida en que quieran. Que se las copien entre sí, que se las "roben", que las reinventen. También podemos prestarlas los adultos, si entendemos que es momento apropiado. O podemos intervenir más delicadamente para propiciar avances, incentivando que pasen de las más básicas a las más potentes.

Porque si se revisan con atención, se verá que hay cierta continuidad entre unas y otras estrategias. Que no hay rupturas abruptas, feroces entre cada una y las siguientes. Justamente, como decíamos, una de las premisas de la alfabetización popular es que la enseñanza debe dar continuidad a los conocimientos construidos y no presentarles fuertes rupturas, que nieguen crudamente lo que ya saben. De este modo, sabiendo que sabemos, y a partir de eso que sabemos, será posible saber más, y con más profundidad.

3. UNA PROPUESTA PARA ANALIZAR E INTERVENIR

3.1 Qué cambia cuando algo cambia

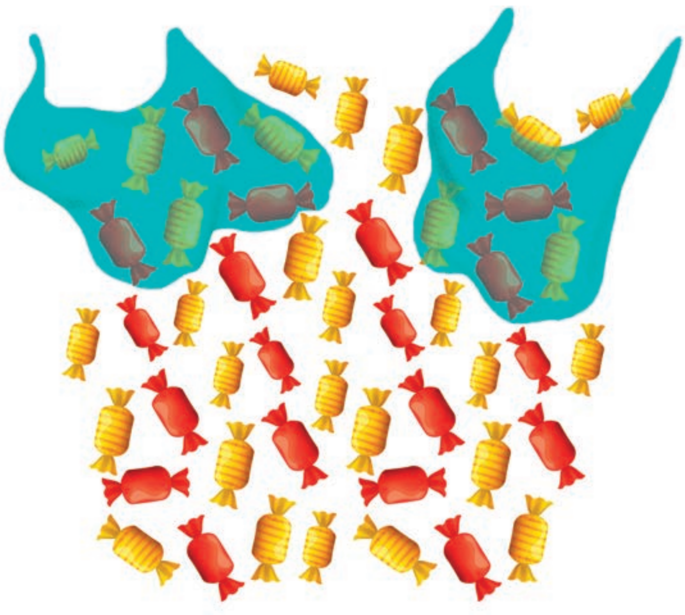
Decíamos que la herramienta de las *variables didácticas* permite convertir los problemas para "traccionar" procedimientos y disponer el surgimiento de nuevas ideas. Compartimos acá una serie de situaciones en las cuales la división es herramienta de resolución. Valen como ejemplo, desde luego, para trasladar a otros contenidos matemáticos.

La propuesta para analizarlos es, en principio, notar por dónde pasan las diferencias entre ellos. Y luego ver si esto condiciona algún cambio en las estrategias que deben desplegar quienes los resuelven. Es decir, ¿qué es lo que se modifica entre los problemas de cada grupo? ¿Y qué cambios implican esas modificaciones para quien debe resolver?

Luego de la lista, van algunos comentarios a modo de respuesta o solución.

1. Esteban tiene 49 caramelos. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 caramelos. ¿Cuántas bolsitas podrá armar?

2. Esteban tiene todos estos caramelos. Armará bolsitas de 7 caramelos, como la que muestra el dibujo. ¿Cuántas bolsitas podrá armar?



3. Esteban tiene 84 caramelos. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 caramelos. ¿Cuántas bolsitas podrá armar?
4. Esteban tiene 847 caramelos. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 caramelos. ¿Cuántas bolsitas podrá armar?
5. Esteban tiene 700 caramelos. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 caramelos. ¿Cuántas bolsitas podrá armar?
6. Esteban tiene un barril con 84 litros de jugo. Quiere poner el jugo en jarras para repartir en las mesas de su cumpleaños. En cada jarra pondrá 7 litros. ¿Cuántas jarras podrá llenar?
7. Esteban tiene un barril con 87 litros de jugo. Quiere poner el jugo en jarras para repartir en las mesas de su cumpleaños. En cada jarra pondrá 7 ¼ litros. ¿Cuántas jarras podrá llenar?
8. Esteban tiene 84 caramelos. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 caramelos. Escriban las instrucciones para explicarle a otra persona cómo saber cuántas bolsitas podrá armar Esteban.
9. Esteban tiene 84 caramelos. Quiere armar bolsitas para repartir en su cumpleaños. En cada bolsita pondrá 7 caramelos. Esteban primero pensó que con 70 caramelos puede armar 10 bolsas. Como le faltarán 14 caramelos, entonces tendrá 10 + 14 = 24 bolsas. ¿Es correcto su razonamiento?

3.2 Comentarios sobre las variaciones del listado

Como se habrá notado, todos los problemas anteriores giran en torno al contenido de la división. Pero entre ellos hay variaciones. En cada caso se va modificando alguna *variable didáctica*: algún elemento que, al cambiar, altera las estrategias disponibles para resolver.

Reiteramos: todos estos problemas se resuelven con una división. Si enseñáramos a aplicar un mecanismo, este texto no tendría sentido alguno. Sería cuestión de explicar una técnica, pedir que se la repita y listo. Pero la enseñanza no consiste en formar autómatas. No se trata de "adiestrar" para el seguidismo o de domesticar consumidores dóciles. Se trata de aprender a hacerse cargo de la propia producción, poniendo de relieve lo que se sabe y fogoneando las ganas de saber más. Son posiciones pedagógicas diferentes. Son decisiones éticas que debemos reconocer. Cada quien asumirá la que mejor le cuadre.

Los problemas ***1*** y ***2*** son idénticos, salvo por la **forma de presentación de la información.** En el ***1*** el total de caramelos está expresado con un número en el enunciado. En el ***2*** ese mismo total no está escrito, pero sí representado gráficamente.

La distinción es importante porque esos dibujos de los caramelos invitan a contar. Incluso convocan a trazar entre ellos las bolsas de 7 caramelos y, una vez embolsados todos, contar la cantidad de bolsas. Es decir, se puede resolver el problema desde luego sin saber dividir. ¡Es más: sin siquiera tener noticias de la suma o la resta!

Para resolver el problema ***1*** no está prohibido un procedimiento así. De hecho, manejar esta idea de *variables didácticas* nos brinda una posible intervención. Si frente al enunciado del ***1*** alguien está muy perdido, podemos ofrecer la representación gráfica.

No es lo mismo que "darle" la respuesta ni resolvérselo, haciendo nosotros lo que ella o él deberían hacer. Es brindar una ayuda, hacer una *devolución* para sostener su posición de trabajadores.

El problema ***3*** tiene la misma estructura que el ***1***, la única diferencia es el **tamaño de los números**. El total, que era 49, ahora se cambia por 84. Creció en tamaño.

Vale la pena afinar esta variable didáctica. Si en vez de 49 hubiéramos puesto 56 o 63 caramelos, el tamaño habría aumentado –desde luego–, pero no sería una variable, porque nada cambia de los procedimientos posibles.

¿Y por qué decimos entonces que cambiar 49 por 84 sí lo hace?

Porque el 49 es un número que está en la Tabla Pitagórica (la histórica "tabla" que mejor que la memoria guardan las paredes), mientras que el 84 no.

Es decir, para saber cuántas bolsas de 7 entran en 49, es posible ir a la tabla y buscar en la columna (o fila) del 7. Allí encontraremos el 49.

Para el caso del 84 la pregunta es la misma: ¿Cuántas veces entra el 7 en 84? Pero esa respuesta no está en la tabla. Habrá que hacer otra cosa para averiguarlo.

Por ejemplo, puede verse que *10 veces* 7 es 70. Si le agregamos *2 veces* más el 7, tenemos 14. Y 14 + 70 = 84. Es decir que 84 es *12 veces* 7.

X	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

La Tabla Pitagórica contiene los resultados de las multiplicaciones hasta 10×10.

En el problema ***4*** nuevamente se alteró el **tamaño de los números.** De un total de 84 se pasó a un total de 847. Creció, y mucho.

Nuevamente vale preguntarse: ¿Qué cambia este 847 con respecto al 84, si ninguno de estos dos números está en la tabla?

Cambia que el 84 todavía admite procedimientos de conteo (aunque muy pesados) y sobre todo admite procedimientos de *sumas reiteradas*. Para embolsar caramelos se podría ir sumando de a 7 hasta llegar a 84. O ir restando de a 7 hasta quedarse sin nada. Son estrategias válidas y no tan tediosas.

Pero con el 847 esto ya no es posible. No podemos llegar sumando ni regresar restando de a 7. Hay que buscar otras maneras. Por ejemplo, aproximando con multiplicaciones. Con 100 bolsas tenemos 700 caramelos (100×7). Con 200 bolsas tenemos 1.400 caramelos (el doble de 700). Nos pasamos. Seguro entonces son más de 100 bolsas y menos de 200.

Con un poco de exploración y algo de "matemagia", pueden pensarse los 847 caramelos separados en tres grupos: uno de 700, otro de 140 y otro de 7 caramelos más. Si se mira bien, allí habrá 100 bolsas, y luego 20 bolsas y luego 1 bolsa más. Son 121 bolsas.

No hay que asustarse por la delicia. Es un procedimiento válido y bien posible de aparecer en las aulas de primaria si se ofrece una propuesta de trabajo creativo, comunitario y reflexivo. Es promesa y garantía. La experiencia recorrida y la confianza en las niñas y los niños lo avalan.

En el problema ***5*** se modifica nuevamente el total de caramelos, pero ya el tamaño no gravita. Ahora el cambio pasa por la **redondez de los números**. Esta cantidad (700) sigue siendo grande como para apelar a procedimientos de conteo y de sumas o restas reiteradas. Pero, por la elección de la cantidad y por las propiedades de nuestro sistema de numeración, "salta a la vista" una relación entre el 7 y el 700.

Esos dos ceros del final "muestran" un cálculo: el 700 es 100 veces 7 (100×7 o 7×100). Se supone acá que en algún momento esta relación pasó a formar parte del *repertorio de cálculo* de las y los estudiantes, porque se analizó y se sistematizó (no por revelación divina ni súbita comprensión individual). En ese caso, por supuesto que vale apelar a esa relación. Es más, estos vínculos son los que permitirán armar estrategias de cálculo mental más sofisticadas, como la presentada para el problema anterior.

En el problema ***6*** se manifiesta un cambio bien interesante. Como se verá, los números son exactamente los mismos que en el problema ***3***. Sin embargo, estos problemas difieren sustancialmente. ¿En qué? Pues en el **tipo de magnitud** involucrada.

En el caso de los caramelos, tenemos una magnitud *discreta*. En el caso del jugo, tenemos una magnitud *continua*.

Llamamos magnitud a aquello que se mide, a aquella porción del mundo a la que puede atribuírsele un número. Por su naturaleza, las magnitudes pueden ser discretas o continuas. En el primer grupo encontramos bolitas, chocolates, figuritas o cualquier colección de objetos identificables por separado. Como ejemplos del segundo tenemos la longitud de una varilla, el peso de un cuerpo, un intervalo de tiempo o el volumen de un líquido.

Bien vale preguntarse: ¿Y eso qué cambia? Cambia la posibilidad de representación y de conteo. Los caramelos, al ser una magnitud discreta, pueden representarse con un ícono (un palito, un "redondelito") y luego ser contados. Aunque sean muchos, pueden ser contados. Son objetos separados entre sí, entes individuales. Son cosas asociables con números naturales (los enteros de la serie oral, desde el "uno" hasta *infinito-punto-rojo*).

En cambio, la cantidad de jugo (hablamos de su volumen, medido en litros) es una magnitud continua. No hay separación visible entre 1 litro, 2 litros o 7 litros de jugo. Como es un líquido, puede partirse tantas veces como se quiera. Se puede dividir hasta el infinitésimo. Entre una porción del líquido y la que tiene "al lado" no hay huecos, no hay agujeros. Es un continuo. No hay una mínima cantidad de líquido individual: con perdón de la química, no existe la "gota básica", la unidad de materia en que pueda separarse una porción de jugo.

Una bolsa con 7 caramelos y otra con 10 caramelos nos muestran claramente su diferencia. El 3 que las separa se puede ver, se puede contar, señalando con el dedo los caramelos, uno por uno. Con una jarra de 7 litros y otra de 10 litros, la diferencia no se observa en términos de una cantidad definida (a no ser que las jarras lleven una escala graduada).

Entonces, ¿sería distinto si en vez de caramelos tuviéramos bolitas, personas, perros, dinosaurios, protoplasmas? No, en esos casos no. En términos del tipo de magnitud sería lo mismo. Son cantidades discretas. Aunque sean objetos grandes o pequeños, se pueden contar como palitos.

Estas magnitudes no pueden graficarse sencillamente como las discretas. ¿Podría representar 3 horas con 3 palitos para resolver un problema? ¿Me imagino que 5 metros son 5 "redondeles"? En realidad, podría. Claro que sí. Pero el salto de abstracción es mucho mayor. Los problemas con magnitudes continuas requieren pararse sobre un manejo más solvente del cálculo. Si eso todavía no está firme, mejor ofrecer situaciones donde las magnitudes sean discretas.

Pero si tomamos magnitudes continuas como el tiempo, la longitud o el peso, entonces sí el desafío cambia.

Justamente el problema ***7*** muestra un salto que permiten las magnitudes continuas: aparece un nuevo **dominio numérico**. Una de las cantidades involucradas pertenece a otro *conjunto de números*: el de los Números Racionales.

En este caso, el valor está expresado como fracción: 7 ¼ litros. También podría expresarse en su forma decimal: 7,25 litros (o 7,250 l).

Los números racionales tienen propiedades distintas de los números naturales. Evidentemente, hay que conocer algunas para resolver un problema que los involucre.

En este caso, por ejemplo, convendría saber que dos jarras de 7 ¼ litros son 14 ½ litros (porque 7 + 7 = 14 y ¼ + ¼ = ½). Y que cuatro jarras son 29 litros (porque 14 + 14 = 28 y ½ + ½ = 1 litro más).

Manejarse con fracciones (o con expresiones decimales) requiere más conocimientos que para operar con los números naturales. De eso no hay duda.

En los problemas ***8*** y ***9*** vemos exactamente las mismas cantidades y el mismísimo contexto del problema ***3***. ¿Dónde está la modificación, entonces? En **el tipo de tarea** pedida.

Ya no se trata *solamente* de responder por una cantidad (*cuántas bolsas*). Ahora seguramente habrá que pensar esa respuesta, pero no es lo que se pide.

En el caso del ***8*** se busca *elaborar un instructivo*. Es decir, escribir los pasos, redactar el procedimiento y, como se trata de otra persona la que debe entender, además hay que justificar las decisiones.

En el caso del problema ***9***, el tipo de tarea pedida es *analizar la validez de un procedimiento* ajeno. Se presenta una estrategia y se propone verificar su pertinencia, su corrección y –eventualmente– hallar algún error.

Variar el tipo de tarea genera una clase de actividades interesantes, en línea con la concepción de la disciplina. Porque hacer matemática no es solo resolver cuentas para averiguar un valor. Es también comparar resultados, validar respuestas o registrar para comunicar y convencer, entre otras muchas actividades más. Algunas de ellas, como la de volver sobre lo hecho para convertirlo en discurso, requieren un arduo trabajo intelectual.

Es frecuente hallar este tipo de propuestas (donde se pide opinión sobre procedimientos presentados, por ejemplo) en los materiales y manuales de circulación escolar. Por las formas de redactar las consignas, no resultan sencillos de interpretar. Porque hay un obstáculo en el formato. Es muy difícil leer “lo que pensó” una niña o un niño o una persona adulta. Es más cómodo –y mucho más interesante– escucharlo de un compañero o compañera y discutirle, interrumpir, comentar, preguntar, ejemplificar.

Es decir, hay tareas fundamentales que forman parte del hacer matemática que no tiene sentido pedirlas individualmente, como parte de un “listado de ejercicios”, para dejarlas asentadas en un papel. **Comparar producciones, interpretar otros procedimientos, justificar los propios, armar explicaciones, formular generalizaciones son tareas que cobran sentido en el marco de la comunidad de aprendizaje.** Se compara, conversa, explica y valida *para* otras y otros, *junto con* otras y otros.

EN LOS BARRIOS SE DICE:

- “Para trabajar fracciones llevamos al *bachi* tortas de cumpleaños de distintos tamaños. Entre todas y todos vemos cómo dividir las porciones”.

Rafael, educador del Bachillerato Popular Raymundo Gleyzer.

- “En la virtualidad, para trabajar figuras geométricas les pedíamos a las y los estudiantes que miraran la habitación donde estaban. ¿Hay más cuadrados o círculos? A partir de esa primera consigna hablábamos por WhatsApp sobre las figuras; algunas y algunos mandaban fotos”.

Matías, educador del Bachillerato Trama, CABA.

Otro ejemplo, una tabla de aumento de proporcionalidad directa. Este es un ejercicio que las chicas y los chicos resuelven en las aulas de apoyo.

- “En una perfumería venden productos en paquetes.

¿Cuántos jabones se podrán llevar en cada caso?

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Jabones	6					36				

A medida que aumentan los paquetes, aumenta la cantidad de jabones. Se mantiene una relación de proporcionalidad directa”.

Noelia Zekarrayan, docente de la Escuela Papa Francisco, 2° grado.

3.3 Cuadro de resumen sobre variables didácticas

En síntesis, construir problemas con la "lente" de las variables didácticas permite adaptar una propuesta a las condiciones reales de nuestras y nuestros estudiantes. Acá un resumen de los posibles elementos a modificar para obtener nuevos problemas a partir de otros.

Con respecto a las magnitudes

- El tamaño de los números: cuando son pequeños, habilitan estrategias gráficas y de conteo, o de sumas reiteradas; si son muy grandes, las tornan tediosas o imposibles.
- Su "redondez" o cercanía a los *nudos* (los múltiplos de 10): facilitan o entorpecen estrategias de cálculo mental (por ejemplo, por descomposición o agrupamientos).
- El tipo de números o "dominio numérico": no es lo mismo si el problema incluye fracciones, decimales y números en sistema sexagesimal que si solo hay números naturales (las expresiones decimales o fracciones involucran distintas propiedades que los números naturales).
- La proximidad de los números: la distancia entre ellos puede habilitar el conteo (cuando se trata de calcular su diferencia, por ejemplo).
- El tipo de magnitudes en juego: discretas (colecciones de objetos o personas; son las que se pueden contar) o continuas (por medición directa –longitud, capacidad, peso, tiempo– o por cálculo de medidas –área, velocidad–).

La *redondez* de los números puede definirse por su funcionamiento más que por su forma. Son números que, a causa de su lugar en el problema, promueven estrategias de cálculo mental. Por eso –por lo general– los números terminados en 0 o en 00 lo son (porque invitan a dejar de lado los 0 al calcular y después "agregarlos"). Pero también diríamos que si aparecen pares de 25 para juntar, también se convoca al cálculo mental (porque 25+25=50 es parte del repertorio conocido). Incluso aceptaríamos hasta que los pares de 5 también lo sean.

Cambiar de una unidad de medida a otra (por ejemplo, de *metros* a *centímetros*, de *kilos* a *gramos*, o de *litros* a *metros cúbicos*) no es un cambio de magnitud; se cambia de unidad pero la magnitud es la misma (*longitud* en el primer ejemplo, *peso* en el segundo, *volumen* o *capacidad* en el tercero).

Con respecto a la presentación de la información

- El contexto: si es extramatemático (refiere a situaciones conocidas de la vida cotidiana) o si es intramatemático (no existe una referencia exterior, solo se involucran propiedades y relaciones matemáticas).
- La forma de presentación de la información: la clave es el lugar y la manera en que se ofrecen los datos:
  - Si aparecen solo en el enunciado o hay que buscarlos en imágenes o esquemas (si el dibujo es solo una ilustración, como un adorno accesorio, no cambia nada; pero muchas veces la imagen porta información necesaria para resolver el problema, por ejemplo invitando a contar objetos).
  - Si se esconden bajo referencias a conocimientos del contexto (por ejemplo, que los *triciclos* tienen 3 ruedas, que la *semana* tiene 7 días, que una *docena* son 12 unidades, que no hay billetes con denominación entre 50 y 100).
  - Si se ofrecen en forma de tabla presentan un orden que permite ver relaciones y aplicar propiedades.
  - Si se presentan con gráficos (tortas, barras, sobre ejes cartesianos).

El *orden* en que se presentan los datos *no* es determinante, no cambia los procedimientos disponibles. En todo caso, redactar mejor un enunciado lo hará más comprensible, pero matemáticamente apelará a los mismos conocimientos.

Con respecto al tipo de tarea pedida

Se trata de la actividad que solicita la consigna. Acá algunos ejemplos donde la producción final cambia.

- Obtener una cantidad (¿Cuánto es? ¿Cuántos hay? ¿Cuánto mide?).
- Completar los valores en una tabla.
- Realizar una comparación (¿Cuál de estos es mayor? ¿Cuál conviene?).
- Hacer una estimación (¿Alcanzará con… para…? ¿Entre qué valores puede estar?).
- Obtener todas las respuestas o casos posibles (¿Qué posibilidades hay? ¿Cuántas son?).
- Elegir entre algunas posibles respuestas (¿Cuál o cuáles de las siguientes? Unir con flechas).
- Determinar la existencia de un caso (¿Es posible que…?).
- Escribir el procedimiento para obtener la respuesta. Elaborar un instructivo.

- Controlar un resultado ya dado, analizando un procedimiento, que ahora se vuelve objeto de estudio (¿Es cierto lo que dice? ¿Hay algún error en…? ¿Está bien hecho?).
- Decidir el valor de verdad de cierta afirmación (¿Las siguientes frases son verdaderas o falsas? ¿Es correcta la siguiente idea?).
- Construir una figura a partir de ciertos datos o condiciones.
- Representar una relación en un gráfico.
- Buscar las condiciones necesarias (¿Qué dato necesito para responder esta pregunta?).
- Producir argumentos para sostener una conclusión ya dada (¿Cómo justificarían que…?).
- Establecer una generalización (¿Qué ocurre siempre que…?).

4. UNA VUELTA POR LA GEOMETRÍA

4.1 Dibujo y figura, distinción fundamental en geometría

La geometría es una rama importante de la matemática, presente desde siempre –aunque un poco maltratada– en la historia de los sistemas educativos. Tiene un objeto de estudio específico: el espacio. Dentro de ese amplio universo, existe una porción del espacio llamada *plano*, y en él viven unas entidades verdaderamente desafiantes: las *figuras*.

Son objetos ásperos de estudio porque son entes formales, es decir, "formas puras", armadas solo de ideas. En este sentido son imperceptibles, aunque "visibles" a través de sus representaciones. Por eso es importante realizar una primera distinción para el estudio: desde una perspectiva tanto didáctica como matemática, *dibujo* y *figura* geométrica no son lo mismo.

El dibujo es lo que se ve, el trazo, la huella que está ahí. Es una de las imágenes que tantas veces nos encontramos en la experiencia: □, ►, ◊, ●, █ o hasta ♥. Es una marca gráfica a la que se accede perceptivamente, ya sea en el papel, en el pizarrón o en una pantalla.

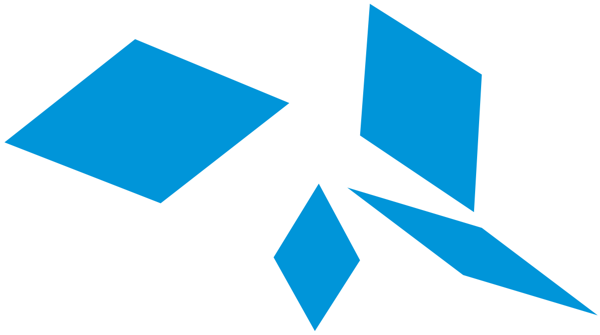
La figura, en cambio, no se ve: es una idea, un concepto, una entidad teórica. Es algo que se entiende, imagina o elucida, pero que no puede percibirse con los sentidos. La figura consiste en propiedades y relaciones.

El dibujo es algo que *existe* ahí y la figura es el modo en que *debería ser* ese algo. El dibujo es la *representación* de la figura, la materialización de ese concepto. Podemos tener dibujos de cuadrados, círculos o triángulos, pero nunca serán las figuras a las que aluden, porque siempre serán imperfectos. Serán intentos que se acercan a los modelos o arquetipos que constituyen las figuras.

El ejemplo más claro de esta distancia entre dibujo y figura lo ofrece el punto. El *punto* en tanto objeto geométrico es aquello que no tiene dimensión, que nada mide en ninguna dirección, que no se puede partir por la mitad, ni girar, ni agrandar. Es una abstracción esforzadísima. Cualquier dibujo de un punto que hagamos podrá *aludir* esa idea, pero no la podrá *realizar*, porque indefectiblemente medirá algo o se podrá dividir: por más minúsculo que marquemos el punto, por más lápiz afilado que usemos, siempre quedará un trazo que encierra una zona.

Imaginemos que sobre la hoja hacemos un poderoso zoom para agrandar el "punto": probablemente veríamos algo así .

Con los polígonos ocurre algo similar. Podemos trazar varios dibujos de rombos, como los de aquí a la derecha. Pero ninguno será *exactamente* un rombo. Porque rombo es una idea: "un polígono de cuatro lados iguales". No es entonces una imagen particular, sino una definición general: unas relaciones establecidas con palabras. Una figura es una idea y esa idea es un texto.



Pero aunque los dibujos no sean las figuras, de todos modos nos sirven para explorar, para ayudarnos a pensar, para esbozar nuestros argumentos. Los dibujos son excelentes apoyos para construir la idea de la figura.

Este pasaje de dibujo a figura es un largo y complejo trabajo de generalización y abstracción. ¿Y cómo se encara este trabajo? Pues como siempre: problematizando.

4.2 Problematizar en geometría

Decíamos que para enseñar es necesario problematizar. Porque la búsqueda de una solución al problema es lo que pondrá en juego las ideas que se pretenden enseñar. Esas ideas puestas en la acción son luego objeto de reflexión. Se dice lo hecho para justificar lo hecho, para hacerse cargo de las respuestas. Sobre la base de esa reflexión colectiva acerca de la experiencia ocurre la conceptualización: una sistematización de las ideas aparecidas en el trabajo.

Si no se trata de repetir calcando, si no se trata de seguir instrucciones mansamente, si no consiste en oír primero para aplicar luego, ¿cómo problematizar en geometría? ¿Cómo convertimos en pregunta y desafío unos objetos tan escuálidos, tan inertes, tan aparentemente poco misteriosos como son los círculos, los trapecios o los octógonos regulares?

Hay muchas maneras. Compartimos aquí mínimamente algunos caminos para seguir buscando. Son *tipos* de actividades: el copiado de figuras, las actividades de dictado, los juegos de adivinación o las construcciones son interesantes tareas con las cuales producir conocimientos geométricos.[1]

[1] Para ver un desarrollo amplio y claro de estas propuestas, recomendamos consultar Sadovsky, P.; Parra, C.; Itzcovich, H.; Broitman, C. (1998), *Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo,* Secretaría de Educación de GCBA.

Al resolver estos problemas, al discutirlos y al reflexionar sobre ellos, se van poniendo en juego relaciones entre los elementos de las figuras. Si estas relaciones se validan despegándose de la constatación empírica, es posible llegar a caracterizar las figuras por sus propiedades. Así se va estructurando un discurso deductivo.

4.2.1 Un ejemplo mínimo con la propiedad triangular

Hay un concepto geométrico que se enseña en la escuela: la propiedad o "desigualdad" triangular. Básicamente habla de las relaciones entre los lados de un triángulo. En una de sus formas, puede enunciarse así:

"Cualquier lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos lados y mayor que su resta".

¿Cómo se enseña este concepto? Desde un pedestal clásico, podríamos copiar su formulación en la pizarra, pedir que la escriban, leerla un par de veces y pasar a explicarla con esmero y claridad. Luego propondríamos ejercitación donde los estudiantes tuvieran que "verificar" que es cierta. Y listo.

Pero nuevamente nos preguntamos: ¿qué se aprendería así? Y, sobre todo, ¿en qué posición intelectual se ubica a quien recibe esta "dádiva" matemática?

En diferente sentido, planteamos que esta propiedad puede enseñarse sin ser explicada primero. Aunque no se trata de sentarse a mirar triángulos para ver si alguien la "descubre" por sí mismo. Se trata de proponer una tarea.

Por ejemplo, podría ser la actividad de construir algunos triángulos. Por caso: uno que tenga los lados de 10 cm, 6 cm y 8 cm. Otro que tenga los lados de 10 cm, 6 cm y 5 cm. Y otro que tenga los lados de 10 cm, 6 cm y 3 cm. Hay que construirlos, como se pueda. A explorar, a intentar, a trazar y borrar.

Con esfuerzo y discusión, los dos primeros saldrán; el último, jamás. Porque es imposible. Pero eso no se avisa antes; a eso se llega con el trabajo. Y ahí aparece un nuevo problema: ¿por qué no se puede? ¿Por qué en ese caso los lados "no se tocan"? O mejor dicho, reformulando el problema: ¿en qué casos "sí se tocan" y en cuáles no?

De esta tarea y de la reflexión sobre esa tarea se arriba, colectivamente, al concepto. Ahora la desigualdad triangular tiene sentido. Ahora viene a responder un interrogante que apareció a raíz de la práctica. El concepto se volvió herramienta. Y se construyó en el taller, activamente, con trabajo comunitario.

5. EN SÍNTESIS

Resumiendo, planteamos aquí que para aprender matemática es necesario, como punto de partida, resolver problemas. Pero para resolverlos, al contrario de una postura clásica, no apuntamos a recibir métodos desde afuera, sino a explorar caminos propios, manejados con control personal de lo que se está haciendo. En ese recorrido de ir armando los procedimientos surgirán las herramientas matemáticas, convertidas en concepto con la ayuda de la comunidad y la intervención docente.

El primer gran artificio de la enseñanza, entonces, está en *problematizar.* En convertir enunciados o planteos en verdaderos desafíos intelectuales. Porque los problemas no son dados, estáticos ni universales. En la vida y en las aulas hay obstáculos, materiales o simbólicos, que no necesariamente son percibidos como problemas a resolver. Pueden tanto negarse y dejarlos pasar como provocar angustia o parálisis. Ninguna de estas actitudes permite resolverlos. Es necesario, entonces, intervenir para adaptar situaciones que coloquen a las y los estudiantes en posición de trabajar para producir conocimiento.

Si los problemas solamente lo son en la medida de un vínculo entre el sujeto y la situación, no se trata de forzar a la persona para que se adapte crudamente a esa situación. No es cuestión de empujarla contra el problema y exigirle que lo enfrente. Por el contrario, es posible convertir esa situación mínimamente en otra similar que esté al alcance de sus posibilidades. De ese modo, se coloca a las y los estudiantes en posición activa para emprender su tarea. Se permite que desplieguen conocimiento y así, en interacción con las y los demás –compañeras, compañeros y personas adultas–, puedan transformar ese saber anterior en uno nuevo más articulado e integrado.

Para esa problematización, tarea indispensable de la enseñanza artesanal, existen herramientas. La noción de *variables didácticas* nos permite a las educadoras y los educadores operar en la confección de esos problemas. Contamos con una gran cantidad de elementos que podemos modificar para que algo cambie sin dejar de ser aquello que era. Así, invitamos y disponemos a la tarea y ofrecemos la posibilidad concreta de encarar desafíos, puntapié inicial para la construcción democrática del conocimiento.

6. BIBLIOGRAFÍA

Broitman, C. (2009), *Las operaciones en el primer ciclo. Aportes para el trabajo del aula,* Buenos Aires, Novedades educativas.

Brousseau, G. (1991), "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?", en *Revista de Enseñanza de las Ciencias,* vol. 9, N° 1, España.

Carraher, T.; Carraher, D.; y Schliemann, A. (1991), *En la vida diez, en la escuela cero,* México, Siglo XXI.

Charnay, R. (1994), "Aprender (por medio de) la resolución de problemas", en Parra, C; y Saiz, I. (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones,* cap. 3, Buenos Aires, Paidós.

Douady, R. (1983), "Relación enseñanza-aprendizaje. Dialéctica instrumento-objeto, juego de marcos", en *Cuaderno de didáctica de la matemática N° 3,* París, Université Paris Diderot-Paris 7. [Traducido en Selección Bibliográfica I, Programa para la Transformación de la Formación Docente, Ministerio de Cultura y Educación, (1994).]

Itzcovich, H. (coord.); Rossia de Moreno, B.; Novembre, A.; Becerril, M. (2007), *La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula,* Buenos Aires, Aique.

Quaranta, M. E.; y Wolman, S. (2006), "Una perspectiva didáctica", en *Enseñar matemática en la escuela primaria.* Serie Respuestas, Buenos Aires, Tinta Fresca.

Sadovsky, P.; Parra, C.; Itzcovich, H.; Broitman, C. (1998), *Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo,* Secretaría de Educación de GCBA.

Sadovsky, P. (2011), "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática", en Alagia, H.; Bressan, A.; Sadovsky, P., *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática,* Buenos Aires, Del Zorzal.

Documentos y materiales curriculares

NAP. Serie "Cuadernos para el aula": Matemática (1° a 6° año), Buenos Aires, Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2006-7 [enlace].

Cuadernillos del área de matemática de la Serie "Piedra Libre", Ministerio de Educación de la Nación, 2013. en Educ.ar [enlace].

Cuadernillos del *Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza,* 2004-2007, en Ministerio de Educación del Gobierno de la CABA [enlace].

Cuadernillos del Programa de Aceleración-Nivelación, Ministerio de Educación del Gobierno de la CABA. En "Contenedor Digital Escolar" [enlace].

Broitman, C.; Itzcovich, H.; Parra, C. y Sadovsky, P. (1997), *Documento de actualización curricular N° 4. Matemática,* GCBA, Dirección de Currícula, Secretaría de Educación [enlace].

Itzcovich, H.; Broitman, C. (2001), *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la división en los tres ciclos de la E.G.B.* Documento N° 2, Buenos Aires, Gabinete pedagógico curricular, DGCyE [enlace].

7. RECURSERO

Materiales Seguimos educando primaria y secundaria

https://www.educ.ar/recursos/150936/seguimos-educando-estudiantes

Serie Reencuentros (materiales para docentes y estudiantes)

https://www.educ.ar/recursos/156705/serie-reencuentros

Materiales de Provincia de Buenos Aires

https://continuemosestudiando.abc.gob.ar/contenido/recursos?niveles=primaria

Matemática en experiencias comunitarias

Dirección de Experiencias de Educación Cooperativa y Comunitaria:
Natalia Peluso

COLECCIÓN EDUCACIÓN COMUNITARIA

Coordinación y edición de la Colección
Alicia Diéguez

Producción de este material
Horacio Cárdenas

Lectura crítica
Laura Finvarb

Ilustración
María Reboreda

Diseño
Cecilia Ricci

Corrección
María Soledad Gomez

Agradecemos a la Dirección de Nivel Primario la lectura de este material.

Primera edición mayo 2022

Impreso en Argentina

Publicación de distribución gratuita

Agradecimientos:
Agradecemos a todas las educadoras y los educadores comunitarios que compartieron sus experiencias en este cuaderno.