EDUCACIÓN PRIMARIA PARA ADULTOS

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

Plan FinEs
Finalización de Estudios primarios y secundarios para jóvenes y adultos

Dra. Cristina Fernández de Kirchner
Presidenta de la Nación

Prof. Alberto E. Sileoni
Ministro de Educación de la Nación

Lic. Jaime Perczyk
Secretario de Educación

A.S. Pablo Urquiza
Jefe de Gabinete

Lic. Eduardo Aragundi
Secretario de Equidad y Calidad Educativa

Lic. Delia Méndez
Directora Nacional de Gestión Educativa

Prof. María Angela Parrello
Directora de Educación de Jóvenes y Adultos

Prof. Marta Ester Fierro
Coordinación General del Proyecto

Lic. Lucía Raquel González
Coordinación Técnica

Lic. Verónica Nespereira
Coordinación Curricular y de Materiales para Alumnos

Lic. Heliana Rodríguez
Coordinación de Materiales para Docentes

La edición origanl recibió aportes
de los equipos técnicos Jurisdiccionales

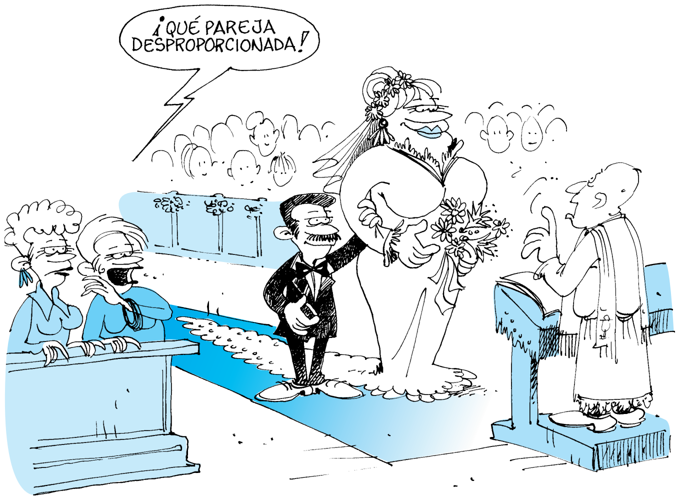
ÍNDICE GENERAL

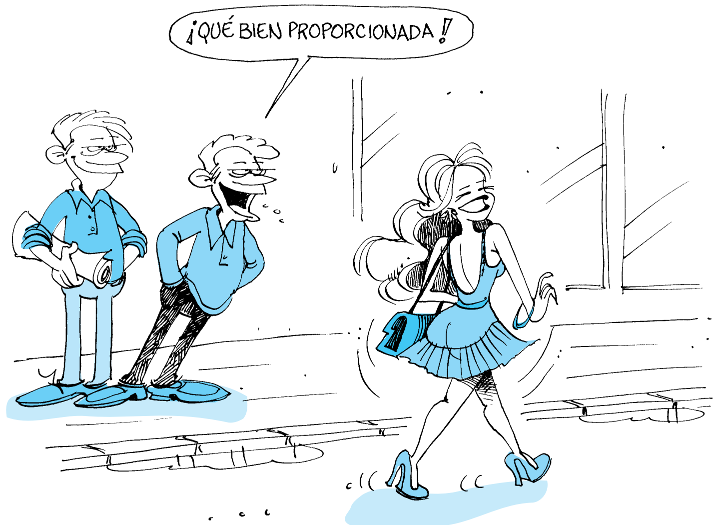
MATEMÁTICA

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Es común utilizar términos derivados de la palabra “proporción” en situaciones como las siguientes:





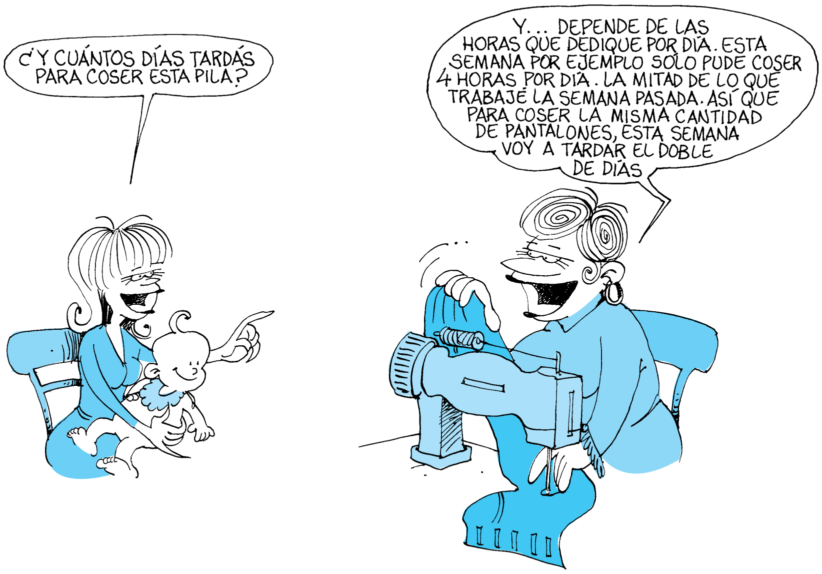
En estos casos, se utilizan los términos derivados de la palabra "proporcionalidad" para relacionar tamaños, destacar una armonía de formas ó señalar un desequilibrio entre artículo y precio.

En las situaciones que siguen, se plantea el concepto de la proporcionalidad de diferente forma...

Situación 1

Situación 2

Situación 3



En estas tres últimas situaciones se plantean relaciones de proporcionalidad entre magnitudes. Para que usted pueda reconocer este tipo de relaciones y comprenderlas es conveniente retomar lo trabajado en el Módulo 3 sobre el tema "razones y proporciones", y profundizar algunos aspectos.

PROPORCIONALIDAD

En el Módulo 3 se tomó como ejemplo de proporcionalidad la cantidad de baldes de cal y de arena necesarios para preparar una mezcla.

Para 1 balde de cal se necesitan 3 baldes de arena y para 2 baldes de cal se necesitarán 6 baldes de arena.

Esta proporción:

SE ESCRIBE	Y SE LEE
$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	1 es a 3 como 2 es a 6

Es una proporción porque las dos razones $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ son iguales.

Cada número de una proporción es un elemento. En toda proporción hay, por lo tanto, cuatro elementos. Dos, llamados extremos, y dos, llamados medios. En el ejemplo anterior, los números 1 y 6 son los extremos y los números 3 y 2 son los medios.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Para hacer dulce, mi tía pesa 3 kg de duraznos y les agrega 2 kg de azúcar. Para que el dulce salga igual de rico y espeso, cuando tiene 6 kg de duraznos, debe agregar 4 kg de azúcar. La proporción:

SE ESCRIBE	Y SE LEE
$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$	3 es a 2 como 6 es a 4

3 y 4 *son extremos*
6 y 2 *son medios*

Actividad N°1

- Escriba las proporciones que surgen de estas situaciones:

a) En un mapa, la distancia de la ciudad A a la ciudad B es de 3 cm.
Como la escala es de 1cm: 10 km, la distancia real de A a B es de 30 km.
La relación que existe entre 1 cm y 10 km es la misma que existe entre .... cm y 30 km.

$$\frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \underline{\qquad\qquad}$$

b) En un parque de diversiones, en la entrada del entretenimiento llamado "El viaje fantástico", había un cartel que indicaba:

VIAJE FANTÁSTICO

10 minutos .... $ 2

Como sólo tenía $ 1, mi viaje fue de 5 minutos.

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Actividad N°2

La multiplicación puede indicarse con el signo "x" que ya conoce o con el signo "."

- Complete el siguiente cuadro:

Proporción	Medios	Extremos	Producto de los medios	Producto de los extremos
$\frac{10}{5} = \frac{8}{4}$	5 y 8	10 y 4	5 x 8 = 40	10 . 4 = 40
$\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$				
$\frac{100}{10} = \frac{1000}{100}$				
$\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$				

- Compare, en cada proporción, el producto de los extremos con el producto de los medios. ¿Cuál es su conclusión?

....

....

Usted ha enunciado la propiedad fundamental de las proporciones: "en toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios".

Recordar esta propiedad puede ser muy útil para poder calcular fácilmente el elemento que falta en una proporción.

Por ejemplo: En una receta de torta casera, se indica que, para 5 tazas de harina, son necesarias 10 cucharadas de leche. Si se utilizaran solamente 3 tazas de harina, sería necesario saber cuántas cucharadas de leche se precisan para mantener la misma proporción.

Esto se puede expresar así:

5 tazas de harina

es a 10 cucharadas de leche

como 3 tazas de harina es a

x cucharadas de leche*

En matemática se simboliza así:

$$\frac{5}{10} = \frac{3}{x}$$

* Se expresa con una "x" o con cualquier otra letra lo que se desconoce (incógnita); y como ya se comprobó que en toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios, entonces:

$$5 \cdot x = 10 \cdot 3$$
$$5 \cdot x = 30$$
$$x = 6$$

En este caso, se ha podido calcular el valor de "x" mentalmente ya que el número "x" que multiplicado por 5 da como resultado 30 es el 6. Más adelante, verá los diferentes procedimientos para averiguar el valor de "x" cuando no se puede calcular mentalmente.

Proporcionalidad directa

Actividad N°3

En el Módulo 3 se planteaba la proporción de arena y cal para preparar una mezcla de construcción: "para un balde de cal, 3 baldes de arena".

- Complete la tabla que se presenta a continuación:

	cal	arena
a)	1	3
b)	....	6
c)	....	9
d)	....	18
e)	15	

Consulte la clave de corrección para verificar sus resultados.

Observe que en b), si se duplica la cantidad de arena (de 3 a 6), la cantidad de cal también se duplica (de 1 a 2); y en c), al triplicarse la cantidad de arena (de 3 a 9), también se triplica la cantidad de cal (de 1 a 3).

Compruebe usted en d) y en e).

Observe que el cociente entre la cantidad de bades de arena y la cantidad de baldes de cal, en todos los casos, es siempre el mismo.

En a) $3 : 1 = 3$

En b) $6 : 2 = 3$

En c) $9 : 3 = 3$

En d) $18 : 6 = 3$

En e) $45 : 15 = 3$

En este caso, el cociente 3 es la constante de proporcionalidad directa y resulta de dividir en cada caso:

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{18}{6} = \frac{45}{15} = 3,$$ que es la "cantidad de baldes de arena para 1 balde de cal"

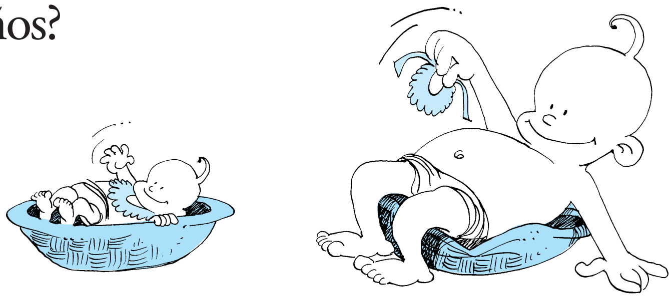
En esta otra tabla, se puede observar la evolución del peso del bebé Francisco, que tiene seis meses de edad.

Edad en meses	Peso en kg
1	4,100
2	5
3	5,600
4	6,300
5	?
6	?

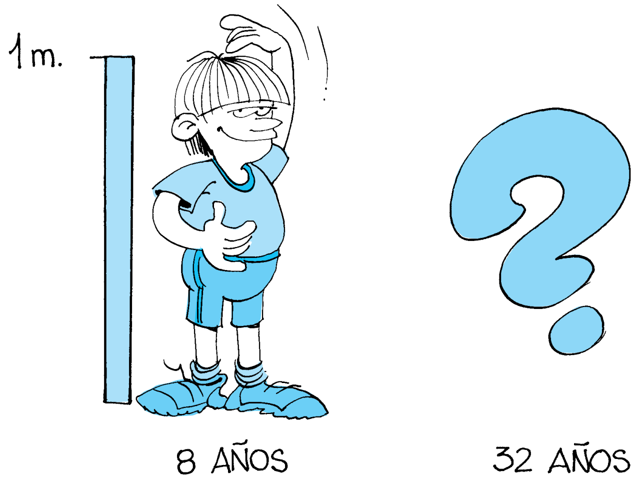
Observe que en esta tabla, cuando se duplica la edad de Francisco (de 1 mes a 2 meses), el peso no se duplica (5 kg no es el doble de 4,100 kg), solamente aumenta.

Si bien pasaban los meses y el bebé Francisco iba aumentando de peso, **no hay una constante**, por eso no se puede completar esta tabla.

Si el peso de una persona creciera proporcionalmente con su edad, ¿cuánto pesaría Francisco a los 20 años?



Y si a los 8 años Francisco midiera 1 m, ¿podría usted averiguar cuánto mediría a los 32 años?



Si una magnitud crece o decrece en relación con otra, ello no es suficiente para asegurar que esa relación sea de proporcionalidad directa

En la tabla correspondiente a baldes de cal y arena, *el cociente* entre la cantidad de los baldes de arena y su correspondiente cantidad de baldes de cal *es siempre constante* (3), por tal razón, dichas cantidades son *directamente proporcionales.*

En cambio, en la tabla de evolución del peso de Francisco, *no hay constante* o, lo que es lo mismo, *no hay igualdad de razones,* por lo tanto *no existe* relación de *proporcionalidad.*

$$\frac{1}{4{,}100} \neq \frac{2}{5} \neq \frac{3}{5{,}600} \neq \frac{4}{6{,}300} \neq \frac{5}{?} \neq \frac{6}{?}$$

Además, en toda *proporcionalidad*, a la *unidad* (1 balde de cal, 3 de arena) le corresponde *la constante* (3).

Actividad N°4

- Analice estas tablas y exprese si hay o no hay proporcionalidad directa. Diga por qué.

Tabla 1

A	B
4	8
5	10
20	40
45	90

Tabla 2

C	D
7	14
3	9
6	12
15	20

Tabla 1: ....

....

Tabla 2: ....

....

Procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad

Los problemas que plantean relaciones de proporcionalidad, ya sea directa o inversa, se resuelven mediante procedimientos que se agrupan con el nombre de “regla de tres”. Se trata de hallar el valor del cuarto dato, que, junto con los tres ya conocidos, forma una relación de proporcionalidad.

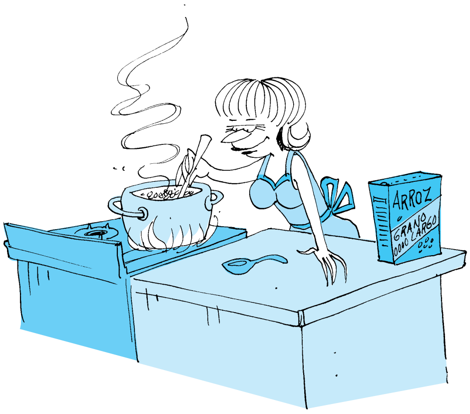
Los tres procedimientos más usados para resolver los problemas de proporcionalidad (o regla de tres) son: *“por proporciones”, “por reducción a la unidad” y “por funciones”.*

Procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad directa

A) Por proporciones

En la Actividad Nº29 del Módulo 3, se presentó esta situación:

Cada vez que hace arroz para los 4 integrantes de su familia, una señora hierve 16 cucharadas.



Si ese día son 8 porque hay invitados, ¿cuántas cucharadas de arroz debe hervir?

En este problema figuran 3 datos: 4 personas, 16 cucharadas, 8 personas. Se pregunta por el cuarto dato, que es el desconocido: cantidad de cucharadas de arroz cuando los invitados son 8, que en matemática se simboliza con una letra:“x”.

Se organizan los datos en una tabla:

Personas	Cucharadas de arroz
4	16
el doble 8	x ?

Si aumenta la cantidad de personas al *doble*, la cantidad de arroz deberá aumentar en forma proporcional, es decir, también al *doble*. Se puede decir, entonces, que hay *proporcionalidad directa.*

Observe la proporción:

La relación que existe entre 4 personas y 8 personas es la misma que existe entre 16 cucharadas y “x” cucharadas.

Se simboliza así:

$$\frac{4 \text{ personas}}{8 \text{ personas}} = \frac{16 \text{ cucharadas}}{x \text{ cucharadas}}$$

Teniendo en cuenta que es una proporcionalidad directa, la constante de proporcionalidad (cucharadas de arroz correspondientes a 1 persona), como ya vio, resulta de dividir 16 cucharadas de arroz entre 4 personas:

1.- $16 \div 4 =$ 4cucharadas de arroz por cada persona.

En consecuencia, para averiguar la cantidad de cucharadas de arroz necesarias para 8 personas, se debe multiplicar la cantidad de personas por la cantidad de arroz que corresponde a una persona.

2.- 8 (personas) x 4 $\left(\begin{array}{c}\text{cucharadas}\\ \text{por cada persona}\end{array}\right)$ = 32 cucharadas.

Si se une lo realizado en (1) con lo realizado en (2), se obtiene:

$$\frac{16}{4} \cdot 8 = 32$$

Observe que el 16 y el 8 son los medios de la proporción:

$$\frac{4}{8} = \frac{16}{x}$$

y el 4 es el extremo que se conoce.

Se puede generalizar, entonces, diciendo que: en toda proporción, un extremo desconocido (x: cucharadas de arroz para 8 personas) es igual al producto de los medios (8 y 16) dividido por el extremo conocido (4).

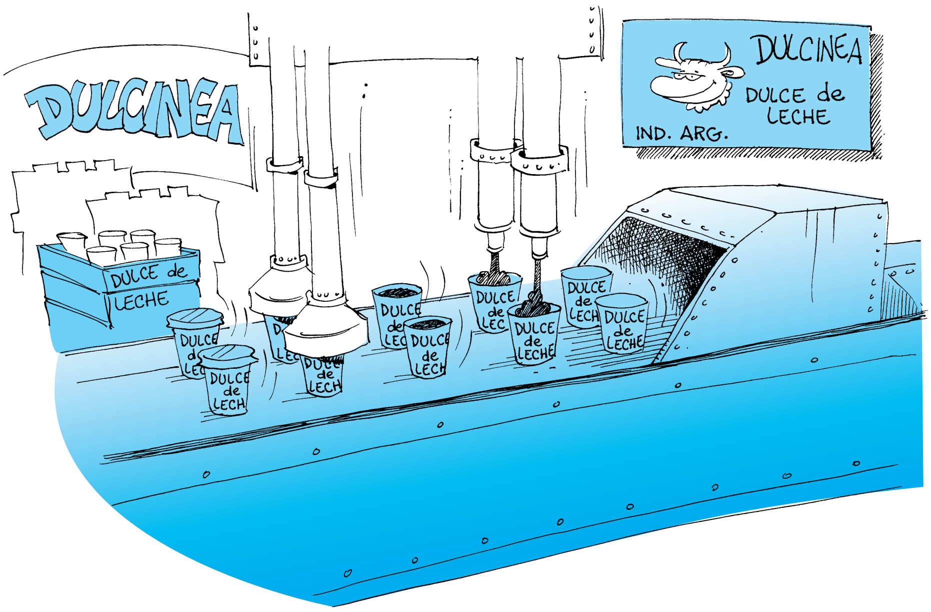
$$x = \frac{16 \cdot 8}{4}$$

$$x = 32$$

Entonces, se deben hervir 32 cucharadas de arroz si los invitados son 8.

Actividad N°5

- Escriba la proporción que surge de la situación planteada en la página siguiente y resuélvala:



Una máquina envasa 100 potes de dulce cada 2 minutos. Al cabo de 30 minutos con igual ritmo de trabajo, ¿cuántos potes habrá envasado?

....

....

....

....

B) Por reducción a la unidad

Si para equipar 6 camiones de carga se necesitan 42 neumáticos, ¿cuántos neumáticos serán necesarios si se desea equipar 10 camiones similares a los anteriores? ¿y para equipar 15 camiones iguales?

Primero se reflexiona sobre si es un problema de proporcionalidad directa. La conclusión es que sí, ya que, si se aumenta al doble el número de camiones, aumenta proporcionalmente al doble la cantidad de neumáticos.

Se confecciona la tabla:

Número de camiones	Número de neumáticos
6	42
10	?
15	?
1	.... es la constante: cantidad de neumáticos por cada camión.

Se puede interpretar la situación:

si para 6 camiones se necesitan 42 neumáticos

para 10 camiones se necesitarán x neumáticos

y finalmente buscar la solución:

si para 6 camiones se necesitan 42 neumáticos

para 1 camión se necesitarán $\frac{42}{6} =$ 7 neumáticos por cada camión

CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD

y para 10 camiones se necesitarán

7 x 10 = 70 neumáticos

Actividad N°6

- Averigüe cuántos neumáticos son necesarios para equipar 15 camiones.

C) Por función

Una costurera entrega al confeccionista 40 pantalones terminados, por los que le pagan $ 400. ¿Cuánto deberán abonarle al mes siguiente si entregó 50 pantalones?

Antes de resolver la situación responda:

¿Son directamente proporcionales la cantidad de pantalones confeccionados y la remuneración? ¿Por qué?

Se confecciona una tabla con más datos. A los elementos de cada columna se los puede simbolizar con una "x" y con una "y".

Por ejemplo "x" es el número de pantalones e "y" es la remuneración.

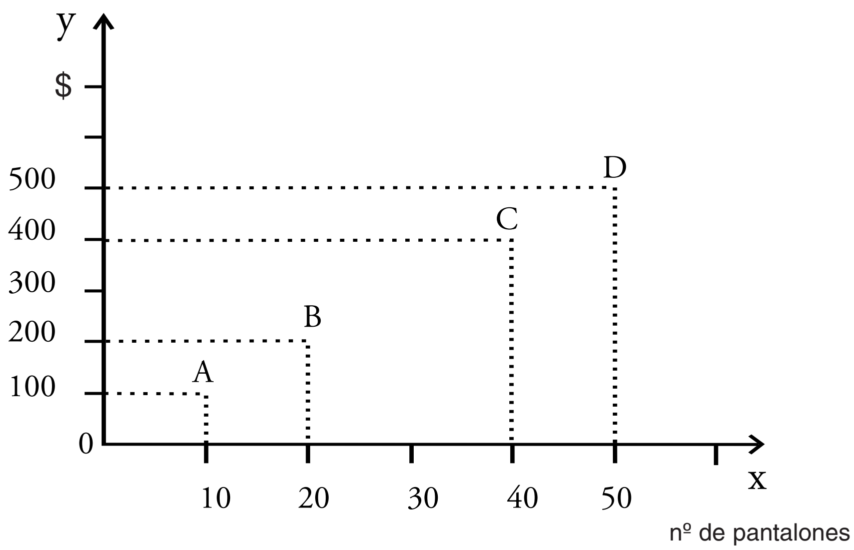
x *pantalones*	y *$*
40	400
20	200
10	100
50	....

Se dice que “x” es una *variable independiente* porque los valores pueden ser elegidos de la manera que resulte más conveniente y que “y” es una *variable dependiente* porque está sujeta al valor elegido para “x”.

En este caso se eligieron para x los valores 40, 20, 10 y 50 y se calcularon en *función* de estos, los valores de “y”.

Por ejemplo, para la confección de 20 pantalones (x) se le pagan al confeccionista $ 200 (y).

Esta tabla, de proporcionalidad directa, puede representarse gráficamente así.



Se trazan dos rectas perpendiculares “x” (horizontal) e “y” (vertical) que se llaman ejes. El punto de intersección corresponde a 0 y se llama origen (se parte de 0 tanto para la x como para la y).

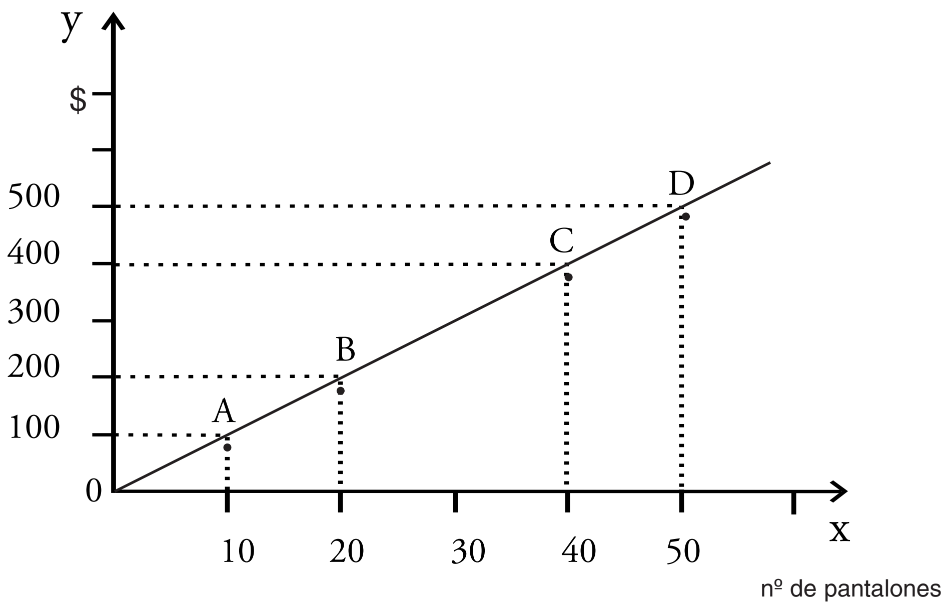
Sobre "x" se vuelcan los datos referidos a número de pantalones (variable independiente) y sobre la "y", los referidos al precio (variable dependiente).

Como 10 pantalones cuestan $ 100 se busca el punto de intersección que representa ese par de datos (A)

Se hace lo mismo con:

20 pantalones ________ $ 200 _____ (B)
40 pantalones ________ $ 400 _____ (C)
50 pantalones ________ $ 500 _____ (D)

Se une A con B con C y con D, y se obtiene una recta que pasa por el origen.



Actividad N°7

Observe el gráfico y responda:

a) ¿Cuánto le pagan a la costurera por la confección de 30 pantalones?

b) ¿Cuántos pantalones cosió la costurera si cobró $ 600?

c) ¿Qué representa el punto C?

Actividad N°8

Ésta es la receta de una torta de 10 porciones:

Receta de torta de crema de leche

4 huevos
200 g de crema de leche
450 g de harina
350 g de azúcar

a) Complete la siguiente tabla:

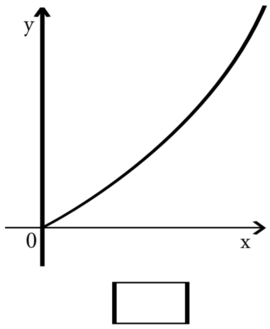
Porciones	Huevos	Harina (en g)	Crema (en g)	Azúcar (en g)
10	4	450	200	350
5	....	....	....	....
15	....	....	....	....

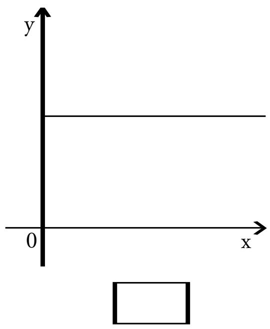
b) Represente gráficamente la cantidad de crema (y) relacionada con la cantidad de porciones "x":

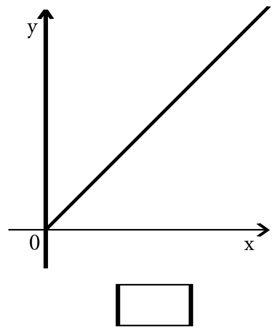
Una ayuda...

Porciones	Crema
10	200
5	....
....	....
....	....

c) Marque con una cruz en el casillero la representación gráfica que corresponde a la proporcionalidad directa.







Actividad N°9

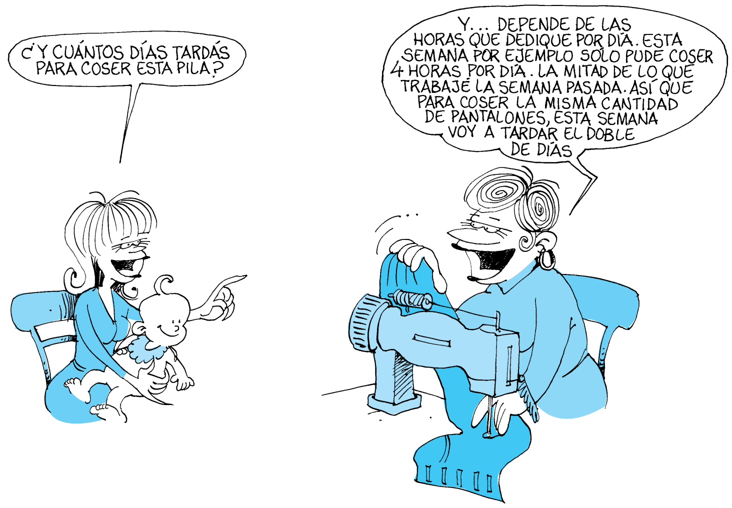
Resuelva, con el procedimiento que usted prefiera, la siguiente situación:

Si en un mapa la escala es de 2 cm por cada 50 km, ¿a qué distancia real estará la ciudad C de la ciudad E si en el mapa la distancia entre ambas es de 10 cm?

Proporcionalidad inversa

Actividad N°10

Si se analiza la situación Nº3, que se presentó al comienzo del módulo, en la que Lidia le explica a su amiga Marta que el tiempo que tarda en coser todos los pantalones depende de las horas por día que dedique a esa tarea, se puede plantear la siguiente situación: Una costurera tarda 10 días para coser cierta cantidad de pantalones, trabajando 8 horas diarias. Trabajando la mitad de horas diarias (4 horas por día) y suponiendo la misma producción por cada hora, ¿cuántos días tardará?



Se vuelcan los datos en una tabla:

x	y
horas por día	*tiempo*
8 hs./día	10 días
4 hs./día	x días

Complete:

a) Si las horas de trabajo por día disminuyen a la mitad, el tiempo que tardará en confeccionar la misma cantidad de pantalones será ....

b) Si las horas de trabajo por día se triplican, el tiempo que tardará en confeccionar la misma cantidad de pantalones será ....

Se puede organizar una tabla con más datos.

x *horas por día*	y *tiempo*
8 hs./día	10 días
4 hs./día	20 días

Si se reducen las horas/día a la *mitad*, se *duplica* el tiempo.

x *horas por día*	y *tiempo*
8 hs./día	10 días
16 hs./día	5 días

Si se *duplican* las horas/día se reduce el tiempo a la *mitad*.

Si se analizan los datos de la tabla, se observa que existe proporcionalidad, ¿pero se pueden escribir los 4 primeros números como una proporción?

$$\frac{8}{4} \; ? \; \frac{10}{20}$$

aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

$$8 \,.\, 20 \neq 4 \,.10$$

Estos cuatro números, en este orden, no forman una proporción porque al dividir por 2 el dato de la primera columna, el correspondiente de la segunda columna se multiplica por 2.

La proporción para esta situación se obtiene **invirtiendo** los elementos de la segunda razón:

$$\frac{8}{4} = \frac{20}{10}$$

Verifiquemos aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

$$8 \,.\, 10 = 20 \,.\, 4$$

$$80 = 80$$

Por otra parte, la constante en esta tabla no es la que corresponde a la proporcionalidad directa, ya que:

$$\frac{10}{8} \neq \frac{20}{4} \neq \frac{5}{16}$$

En cambio, si se multiplican los datos de x (hs. por día) por su correspondiente dato de y (días que tarda), se obtiene;

$$8 \ . \ 10 = 80$$

$$4 \ . \ 20 = 80$$

$$16 \ . \ 5 = 80$$

La constante de proporcionalidad inversa se obtiene multiplicando los datos de x por los datos de y .

Es decir, los datos de la primera columna por los correspondientes de la segunda columna.

Cuando el producto de x por y es constante, existe proporcionalidad inversa.

La constante *x . y* corresponde a la unidad. En este caso es el total de días que tardaría si trabajara 1 hora por cada día.

Actividad N°11

- Coloque sobre la línea de puntos una D si la tabla representa una relación de proporcionalidad directa, I si la tabla representa una relación de proporcionalidad inversa, y una N si la tabla no representa ninguna de esas dos relaciones.

1.-

x	y
2	10
3	15
4	20

....

2.-

x	y
1	10
2	15
3	20

....

3.-

x	y
3	10
5	6
2	15

....

4.-

x	y
5	10
4	8
6	16

....

Procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad inversa

A) Por proporciones

Si se utiliza la tabla de la Actividad N°10, se podría plantear esta situación:

x	y
horas por día	tiempo
8 hs./día	10 días
4 hs./día	20 días
16 hs./día	5 días
2 hs./día	x días

Trabajando 8 horas por día, una costurera tarda 10 días en confeccionar cierta cantidad de pantalones. ¿Cuántos días tardará para confeccionar la misma cantidad de pantalones si sólo puede dedicar a este trabajo 2 horas por día? (suponiendo la misma producción por cada hora).

Primero se reflexiona sobre si es o no una situación de proporcionalidad inversa. La conclusión es que sí, ya que, si la cantidad de horas diarias disminuye a la cuarta parte, los días que tardará en confeccionar los pantalones se cuadruplicarán.

Se escribe, entonces, la proporción, cuidando de invertir la segunda razón:

8 horas/día   *como* x días es a

es a 2 horas/día   10 días

Se simboliza así:

$$\frac{8}{2} = \frac{x}{10}$$

Como la constante de proporcionalidad inversa es:

(1) 8 . 10 = 80 este valor (80) corresponde a la unidad, es decir que, trabajando 1 hora /día, la costurera tardará 80 días en confeccionar los pantalones. Trabajando 2 horas por día, va a tardar la mitad, es decir:

(2) 80 : 2 = 40

Si se une lo realizado en (1) con lo realizado en (2), se obtiene:

$$\frac{80 \,.\, 10}{2} = 40$$

Observe que el 8 y el 10 son los extremos de la proporción

$$\frac{8}{2} = \frac{x}{10}$$

y el 2 es el medio conocido.

Generalizando, se puede decir que: un medio desconocido (x) es igual al producto de los extremos (8 y 10) dividido por el medio conocido (2).

$$x = \frac{8 \,.10}{2}$$

$$x = 40$$

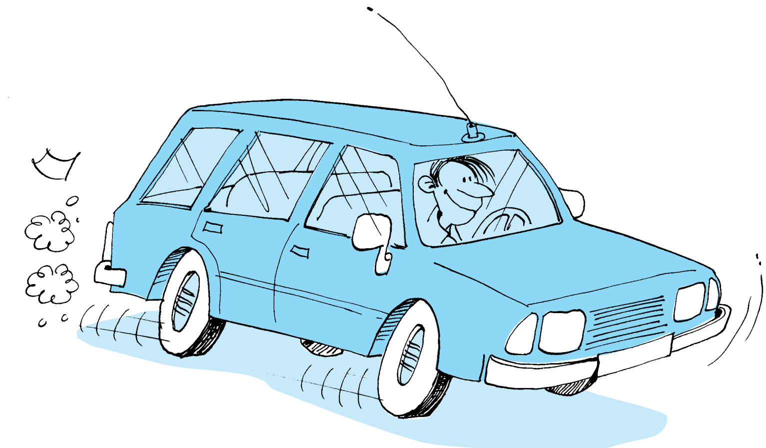
Entonces, la costurera tardará 40 días en confeccionar los pantalones si trabaja 2 horas diarias.

Actividad N°12

- Averigüe cuántos días tardaría la costurera en confeccionar la misma cantidad de pantalones si pudiera trabajar sólo 5 horas diarias.

B) Por reducción a la unidad

Un automóvil que mantiene una velocidad constante de 80 km por hora tarda 10 horas en llegar de la ciudad A hasta la ciudad B. ¿Cuánto tardaría en hacer ese mismo recorrido un automóvil que va a una velocidad constante de 100 km por hora?



Primero se comprueba que es una situación de proporcionalidad inversa ya que, si aumenta la velocidad al doble, el tiempo disminuye en la misma proporción o sea a la mitad.

Se confecciona la tabla

velocidad	tiempo
80 km/h.	10horas
100km/h.	?
1km/h.	

Constante:
tiempo que se tarda si va a una velocidad de 1km/hora.

La situación puede analizarse:

si a una velocidad de 80 km/h. tarda 10 horas
a una velocidad de 100 km/h. tardará x horas

y finalmente se obtiene la solución:

Si a 80 km/h. tarda 10 horas
a 1 km/h. tardará 10 x 80 horas = 800 horas

CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD

y a 100 km/h. tardará $\frac{10 \times 80}{100} = 8$ horas

Entonces, si el automóvil va a 100km/h., tardará 8 hs. en recorrer el mismo camino.

C) Por función

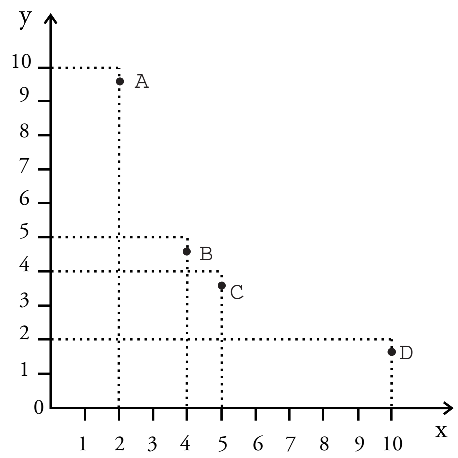
Un rectángulo, cuya superficie es de 20 m^2, tiene una base de 2 m y una altura de 10 m. Si la base midiera 4m, ¿cuánto mediría la altura?

- En primer término se reflexiona sobre lo siguiente: si se mantiene la misma superficie y se aumenta la base al doble, la altura va a disminuir a la mitad. (Recuerde que la superficie del rectángulo se obtiene multiplicando la base por la altura.) En consecuencia, esta situación plantea una relación de proporcionalidad inversa.

Se confecciona una tabla con más datos:

x	y
base	altura
2	10
4	....
5	4
10	2
1	20

Esta tabla de proporcionalidad inversa se representa gráficamente así:



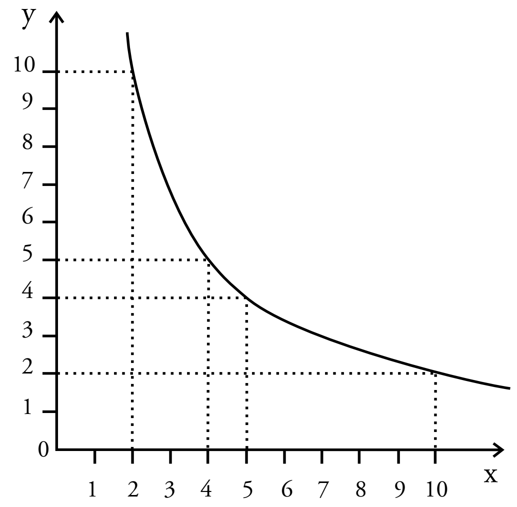
Para una base de 2m (x) corresponde una altura de 10 m (y) → A.

Para una base de 4m (x) corresponde una altura de 5m (y) → B.

Recuerde: "x" es la variable *independiente;* "y" es la variable *dependiente.*

Complete: porque los valores de "x"..................
y los valores de "y"..........................

Si se unen los puntos A, B, C Y D se obtiene una línea curva llamada *hipérbola* que es la representación de la *función* de y.



Actividad N°13

- Coloque D, I o N al lado de las magnitudes, según se relacionen directa (D) o inversamente proporcional (I), o de ninguna de las dos formas (N).

1.- velocidad y tiempo (la distancia es constante);

2.- artículos y precios (el precio unitario es constante);

3.- peso y altura de una persona;

4.- cantidad de vestidos iguales, cantidad de tela;

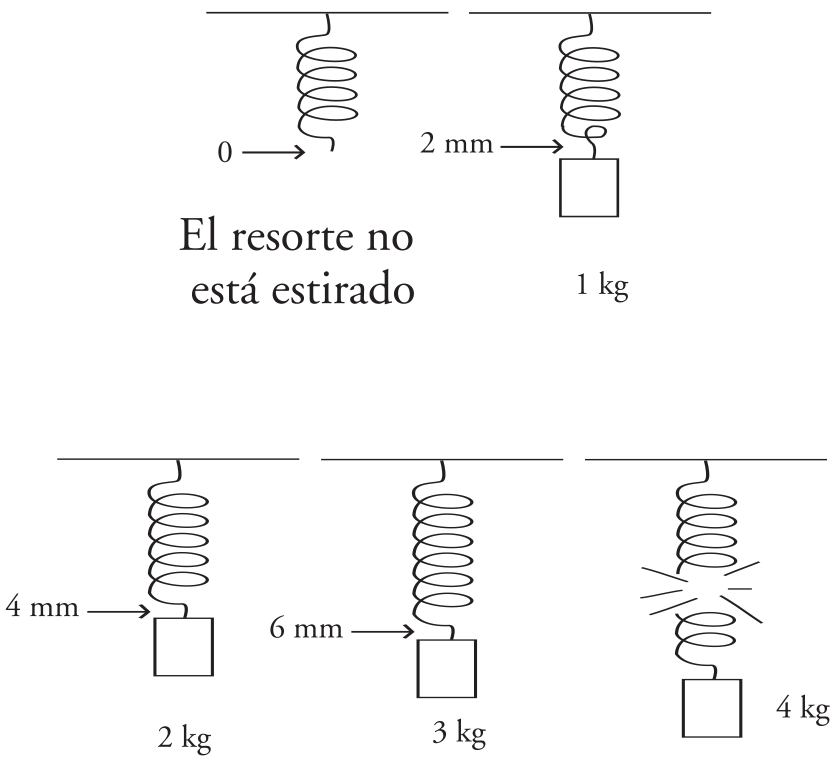
5.- velocidad y distancia (el tiempo es constante);

6.- cantidad de obreros y tiempo que tardan en finalizar un trabajo (suponiendo que todos rinden por igual).

Actividad N°14

- Resuelva estos problemas por el procedimiento que prefiera.

a) Si se observan los dibujos, el estiramiento del resorte es proporcional al peso que cuelga.



Escriba la tabla con los datos.

¿Cuál será el alargamiento correspondiente a 1,7 kg?

¿Por qué no es posible calcular el alargamiento correspondiente a 5 kg?

b) Una masa de agua tarda 20 minutos en pasar por una cañería cuando es expulsada a razón de 50 litros por minuto. ¿Cuánto tardaría en circular la misma masa de agua si se expulsaran 40 litros por minuto?

c) Un comerciante emplea cierta cantidad de masa para hacer 10 churros que pesan 60 g cada uno. ¿Cuántos churros de 40 g cada uno le saldrán si emplea la misma cantidad de masa?

d) Un automóvil consume 20 litros de nafta cada 160 km. ¿Cuántos litros de nafta consumiría para recorrer 280 km en el mismo automóvil?

Una ayuda para resolver estos problemas:

Primero, piense si hay proporcionalidad. Si la hay, si es DIRECTA O INVERSA.

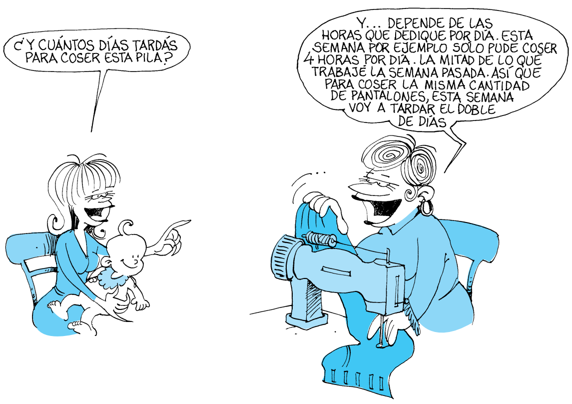
Segundo, organice los datos en tablas.

Por último, resuélvalos utilizando el procedimiento que usted prefiera.

Actividad N°15

Situación 1

Situación 2



Situación 3

- Complete:

Hay proporcionalidad directa en la situación Nº ....

Hay proporcionalidad inversa en la situación Nº ....

No hay proporcionalidad en la situación Nº ....

PORCENTAJE

Muchas veces, en el diario, en revistas, en la radio, en la televisión, se da información en forma de porcentajes. Por ejemplo:

En el diario aparece la siguiente información:
"20 de cada 100 enfermos de SIDA de nuestro país viven en la ciudad de XX".

Esta relación: *"20 de cada 100"* se expresa habitualmente como *el 20 por ciento*. Se escribe *20 %*.

Actividad N°16

- Exprese como porcentaje las siguientes relaciones:

a) 15 de cada 100

....

b) 25 de cada 100

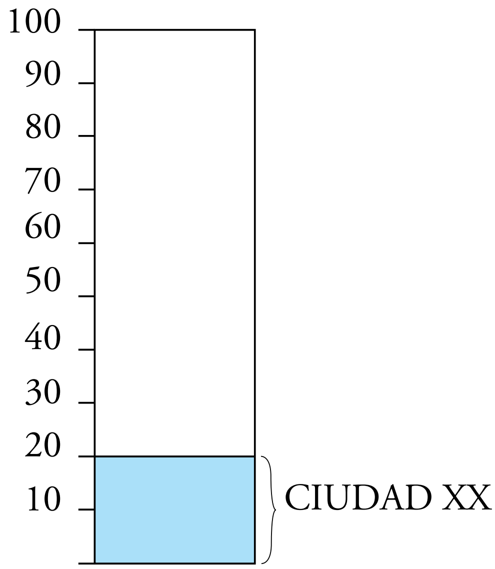
....

c) 6 de cada 10

....

Actividad N°17

Acompañando la información anterior, apareció también en el diario el siguiente gráfico:



Conteste:

a) La región sombreada representa los enfermos de SIDA de la ciudad XX ¿y la blanca?

....

b) La ciudad XX representa el 20% ¿y la región blanca?

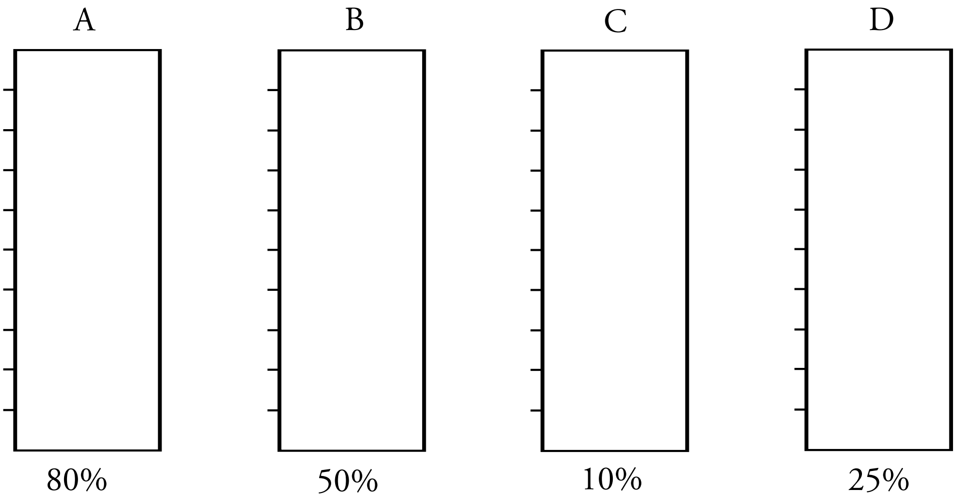
....

c) ¿Qué porcentaje indica el total de la barra?

....

Actividad N°18

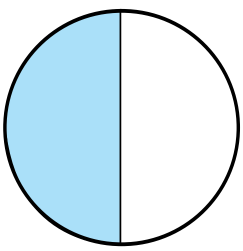
- En las columnas que siguen, sombree o raye los porcentajes indicados:



Actividad N°19

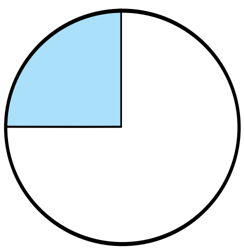
- Estos cuatro gráficos, a los que se denomina "gráficos de torta", corresponden a los porcentajes de la Actividad N°18 en la que se presentan cuatro diagramas de barras. Coloque debajo de cada uno el nombre de la barra correspondiente.

Gráfico de torta N°1



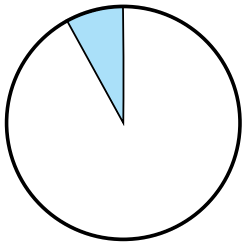
barra ....

Gráfico de torta N°2



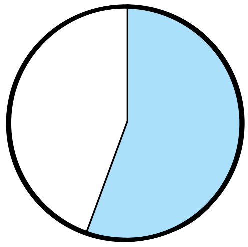
barra ....

Gráfico de torta N°3



barra..................

Gráfico de torta N°4



barra..................

- Recuerde que el 100% representa todo el círculo.

Actividad N°20

Este es el pronóstico del tiempo del diario LA NACIÓN 7/12/08.

Responda:

> El tiempo
>
> **CALUROSO Y HÚMEDO**
>
> Nubosidad, temperatura y humedad en aumento. 70% de probabilidad de chaparrones y algunas tormentas, hacia la tarde o noche. Viento regular del norte.
>
> **Mínima probable: 20°**
> **Máxima probable: 32°**

a) ¿Qué es más probable: que llueva o que no llueva?

....

b) ¿Qué porcentaje de probabilidades hay de que no llueva?

....

El cálculo de *porcentaje* es también un ejemplo de *proporcionalidad directa*. Por ejemplo:

Una población tiene 52.000 habitantes; el 15% está formado por personas de menos de 14 años. Si se desea averiguar cuántos habitantes de ese pueblo tienen menos de 14 años, se debe partir de que 15 de cada 100 habitantes tienen menos de 14 años. Para averiguar la cantidad de personas con menos de 14 años sobre un total de 52.000, se escribe la proporción porque al doble de habitantes le corresponderá el doble de menores de 14 años.

Si de cada 100 habitantes cada 52.000 habitantes

15 habitantes tienen menos de 14 años

habrá x habitantes menores de 14 años

Se simboliza así:

$$\frac{100}{15} = \frac{52.000}{x}$$

y como en toda proporción "un extremo es igual al producto de los medios dividido por el extremo conocido":

$$x = \frac{52.000 \cdot 15}{100}$$

$$x = 7800$$

Se puede asegurar que hay 7800 habitantes que tienen menos de 14 años.

Actividad N°21

Otro caso:

- De los 120.000 habitantes de un pueblo, 8500 nacieron en el extranjero. ¿Cuál es el porcentaje de habitantes nacidos en el extranjero que tiene ese pueblo?

Aquí la información que solicitan es "¿cuántas personas nacieron en el extranjero cada 100 habitantes del pueblo?"

Una ayuda....

habitantes	extranjeros
120.000	8500
100	x

Actividad N°22

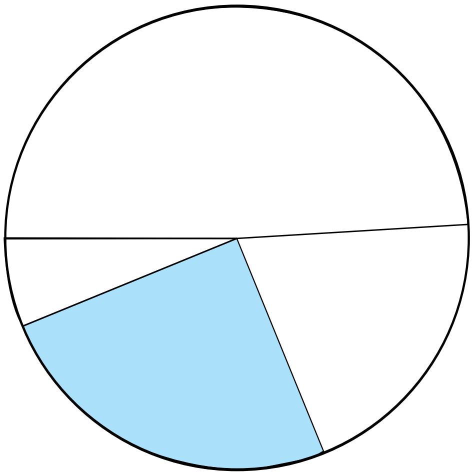
En el año 1346, la población reunida de Europa, África del Norte y el Cercano Oriente alcanzaba a 95 millones de personas. Entre 1346 y 1352 la peste negra (o peste bubónica) produjo la muerte de 20 millones de personas. ¿Cuál fue el porcentaje de muertes?

- Escriba la proporción y estime el resultado. Luego resuelva.

Actividad N°23

Desde una ciudad "A" hacia una ciudad "B" la gente se traslada en: ómnibus, automóvil, avión y tren.

El siguiente gráfico representa el porcentaje de gente que viaja en cada medio de transporte.



avión
automóvil
ómnibus
tren

- Interprete el gráfico y conteste:

a) ¿Cuál es el medio más utilizado por la gente?

....

b) ¿Cuál es el medio menos utilizado por la gente?

....

c) Escriba en forma ordenada el nombre de los medios de transporte comenzando por el más utilizado.

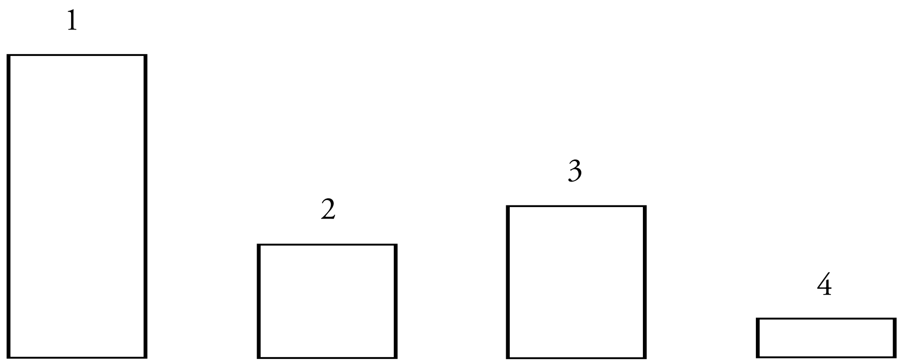
....

....

....

....

d) Debajo de cada barra coloque el nombre del transporte que corresponde:



--------- --------- --------- ---------

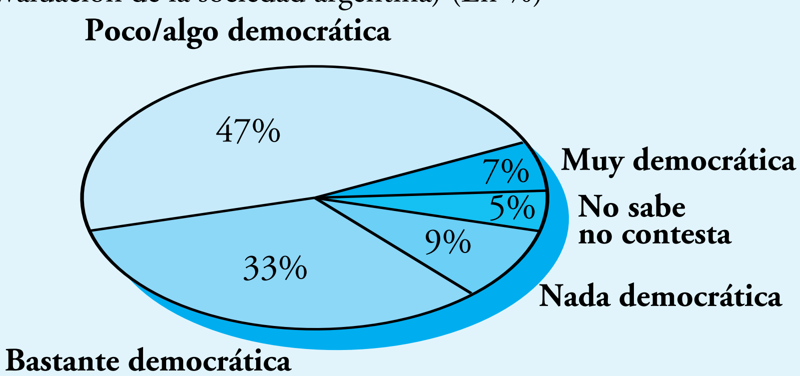
Actividad N°24

Se realizó una encuesta entre 208 jóvenes de la Capital Federal y el Gran Buenos Aires, de distintos niveles socio-económicos y edades entre los 15 y los 24 años.

- Teniendo en cuenta el gráfico, conteste:

ALGO ES ALGO

(Evaluación de la sociedad argentina) (En %)



De los 208 jóvenes encuestados:

a) ¿Cuántos jóvenes opinan que la sociedad argentina es:

1.- ¿poco democrática? ....

2.- ¿muy democrática? ....

3.- ¿nada democrática? ....

Actividad N°25

En una liquidación de fin de temporada de verano, se exhibe en la vidriera de una tienda la siguiente oferta:

a) Una señora compró el vestido y la blusa, y pagó al contado.

1.- ¿Cuánto le descontaron? ....

2.- ¿Cuánto abonó en caja? ....

b) Otra señora compró el pantalón y la blusa, y pagó al contado.

1.- ¿Cuánto le descontaron? ....

2.- ¿Cuánto abonó en caja? ....

c) Si el dueño de la tienda compró el vestido a $ 25 y lo vendió a $ 38, ¿cuál es el porcentaje de ganancia del comerciante?

....

....

Actividad N°26

En un supermercado se anuncia que en artículos de Perfumería y Limpieza se hace el 15 % de descuento por la compra de más de 4 artículos.

Si se hace una compra como ésta:

CANT.	ARTÍCULO	PRECIO UNITARIO	TOTAL
2	Champú	$ 3,59	....
2	Algodón	$ 1,49	....
3	Detergente	$ 3,25	....
1	Crema Dental	$ 1,19	....
		TOTAL	....

- Considerando el descuento del 15%, ¿cuánto abonará en la caja?

....

....

....

El tanto por mil

Seguramente usted habrá escuchado o leído en diarios la expresión "tanto por mil", que se simboliza así: °/oo.

°/oo significa que, en lugar de tomar como referencia un dato de cada 100, se toma un dato de cada 1000. Por ejemplo:

a) Un impuesto se aumenta en un 3 °/oo (por cada $ 1000 debe pagarse $ 3 más que antes).

b) Sólo el 2 °/₀₀ de los afectados por cierta enfermedad no reacciona positivamente al tratamiento. Esto significa que, de cada 1000 afectados, hay 2 que no reaccionan positivamente.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN CON EXPRESIONES DECIMALES

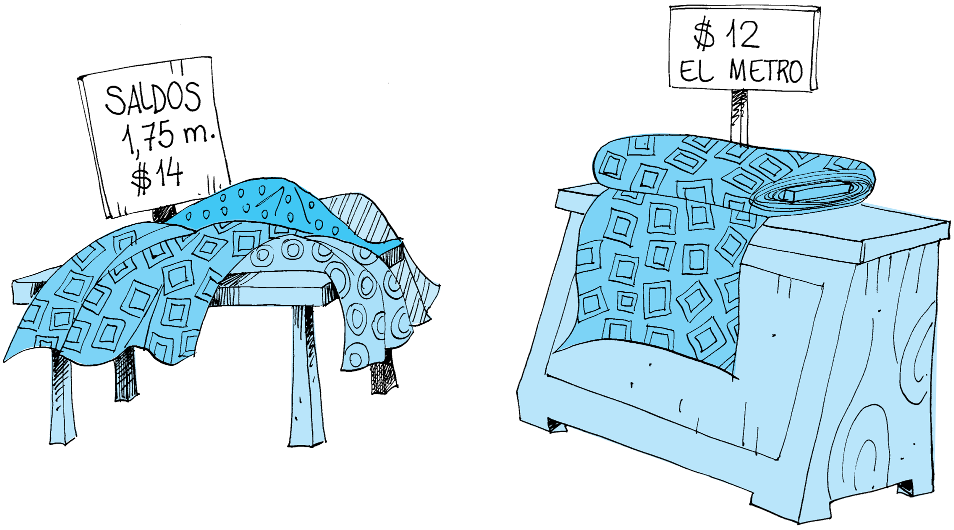
Actividad N°27

- Resuelva las siguientes situaciones estimando o **calculando aproximadamente** el resultado.

a) Una modista necesita comprar 1,25 m de tela que cuesta $ 2,90 el metro. ¿Cuánto debe pagar?

b) Un retazo de tela de 1,75m se ofrece a $ 14 en la mesa de saldos. En el mostrador, la misma tela cuesta $ 12 el metro.

¿Dónde conviene más la compra: en la mesa de saldos o en el mostrador? ¿Por qué?



....

....

....

c) Con $ 6, ¿cuántos chorizos es posible comprar?

....

....

Veamos una resolución de las situaciones anteriores para llegar al resultado:

En la situación a)

metros	pesos
1 m	2,90
1,25 m	x

$$\frac{1}{1,25} = \frac{2,90}{x}$$

$$x = \frac{2,90 \, . \, 1,25}{1}$$

Para hallar el producto de 2,90 . 1,25 se puede proceder así:

1.- Se multiplica 2,90 . 100

y 1,25 . 100

2.- Se resuelve la operación

$$\begin{array}{r} 2\,9\,0 \\ \times \quad 1\,2\,5 \\ \hline 1\,4\,5\,0 \\ 5\,8\,0 \\ 2\,9\,0 \\ \hline 3\,6.2\,5\,0 \end{array}$$

3) Como en 1 se multiplicaron ambos factores (2,90 y 1,25) por 100 cada uno, para que el resultado no se altere, el producto total se divide por 10.000 (100 x 100)

$$36.250 \;/\; 10.000 = 3{,}6250$$

Recuerde: No es lo mismo $ 36.250
que $ 3,6250

Prácticamente, todo este procedimiento se sintetiza resolviendo la operación como si las comas no estuvieran y colocando, en el producto total, la coma decimal en el lugar que corresponde. En el ejemplo se multiplican dos expresiones decimales con centésimos, y como 100 x 100 = 10.000, en el resultado final debe haber diezmilésimos, es decir cuatro lugares decimales:

$$\begin{array}{r} 2{,}90 \\ \times\, 1{,}25 \\ \hline 1450 \\ 580 \\ 290 \\ \hline 3{,}6250 \end{array}$$

En la situación b) usted ya resolvió en forma estimativa la situación. Éste es un camino para llegar al resultado.

metros	pesos
1 m	$ 12
1,75 m	$ x

$$x = 1{,}75 \ . \ 12$$
$$x = \$\ 21$$

Compare el resultado hallado con lo que estimó en su momento.

En la situación c)

$	chorizos
0, 60	1
6	x

$$\frac{0{,}60}{6} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{6 \ . \ 1}{0{,}60}$$

¿Cómo se resuelve la división 6 : 0,60 ya que en el divisor hay una expresión decimal?

Cuando se multiplica o divide el dividendo y el divisor por un mismo número (en este caso 10), el cociente no se altera. Por eso:

1.- Se multiplica el divisor por 10 y, para no alterar el resultado, se multiplica el dividendo por 10

$$\begin{array}{r|l} 6 & \underline{\;0{,}60\;} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 \times 10 & \underline{\;0{,}60 \times 10\;} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & \underline{\;6\;\;\;\;} \end{array}$$

2.- Se resuelve la operación

$$\begin{array}{r|l} 60 & \underline{\;6\;\;\;\;} \\ 00 & 10 \end{array}$$

¿Su estimación fue correcta?

Actividad N°28

- Coloque junto a cada operación si en el producto total habrá décimos, centésimos o milésimos.

a) 0,2 x 0,4 centésimos

b) 4 x 0,08 ....

c) 0,23 x 0,9 ....

d) 14,9 x 0,53 ....

e) 0,07 x 3 ....

Veamos cómo se resuelve una situación de división en la que el dividendo es menor que el divisor.

Marta tiene una cinta de 3 m y la quiere cortar en 8 trozos iguales. ¿Cuánto medirá cada trozo?

$$\begin{array}{r|l} 3 & 8 \\ \hline & ? \end{array}$$

Los 3 m los debe fraccionar en 8 partes iguales y, en consecuencia, cada una de ellas no medirá 1 m, sino menos de 1 m.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \hline 60 & 0,375 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

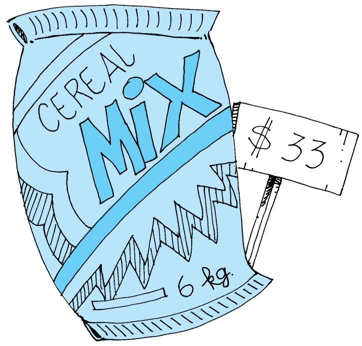
1.- En el cociente, entonces, se coloca 0, que significa 0 m.

2.- Se multiplica por 10 el dividendo y se transforma en 30 dm, y así sucesivamente se continúa la operación hasta milésimos.

Entonces, cada trozo medirá 0,375 m.

Actividad N°29

a) Halle el precio de 1 kg de cereal.



b) Un automóvil consume 15,1 litros de nafta para recorrer 96,4 km. Halle cuántos km se pueden recorrer con 1 litro de nafta.

$$\begin{array}{l|l} 96,4 & 15,1 \\ \hline \end{array}$$

$\downarrow$ x 10 $\quad\downarrow$ x 10

$$\begin{array}{l|l} 964 & 151 \\ \hline \end{array}$$

Teniendo en cuenta que en el divisor sólo puede haber números naturales, para transformarlo:

1.- Se multiplica el divisor por 10 y, para que la división no se altere, el dividendo también se multiplica por 10.

Esta es una división de números naturales. Antes de resolverla intente estimar el resultado. Luego, si dispone de una calculadora, verifíquelo.

Actividad N°30

a) Marta festejó su cumpleaños con un asado. Compró 12,50 kg a $ 2,20 el kilo. ¿Cuánto gastó?

b) ¿Cuántos cortes de tela de 2,50 m se obtienen de una pieza de 75m?

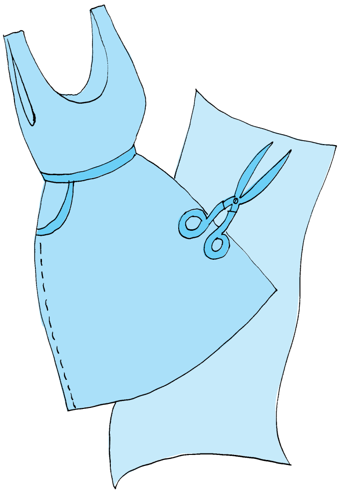
Primero, estime el resultado.

Después, resuelva la operación que corresponde.

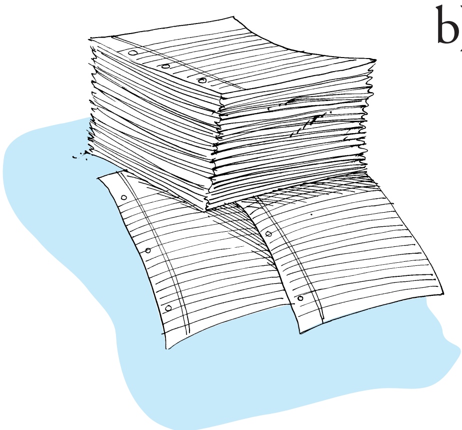
Finalmente, verifique el resultado con la calculadora.

Actividad N°31

En los siguientes casos, primero estime el resultado, luego resuelva y, finalmente, verifique.



a) Para hacer un vestido e necesitan 2,45 m de tela. ¿Cuántos vestidos como el anterior se podrán hacer con 29,40 m?



b) Una hoja de papel tiene un espesor de 0,2 mm. ¿Cuál será la altura de una pila de 144 hojas? ¿Y de una pila de 10.000 hojas?

MEDIDAS DE CAPACIDAD

Esta señora tomó una botella vacía de bebida gaseosa de 1,5 litros, la llenó de agua y la volcó en la olla 4 veces hasta colmarla.

¿Qué capacidad tiene la olla? ....

¿Cuántas gotas de lavandina debe colocar? ....

Para medir la capacidad que tiene un recipiente para contener líquidos, en el S.I.M.E.L.A (Sistema Métrico Legal Argentino) se utiliza como unidad fundamental el *litro (l)*.

Las *medidas mayores que el litro, o sea sus múltiplos*, son:

- El *decalitro*, que equivale a *10 litros* ; se abrevia *dal.*

- El *hectolitro*, que equivale a *100 litros*; se abrevia *hl*.

- El *kilolitro*, que equivale a *1000 litros*; se abrevia *kl*.

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{kl}\\ \textbf{hl}\\ \textbf{dal}\end{array}\right\}\text{múltiplos}$$
$$\textbf{l}$$

Las *medidas menores que el litro, o sea submúltiplos*, son:

- El *decilitro*, que equivale a $\frac{1}{10}$ *de litro*; se abrevia *dl*.

- El *centilitro*, que equivale a $\frac{1}{100}$ *de litro*; se abrevia *cl*.

- El *mililitro*, que equivale a $\frac{1}{1000}$ *de litro*; se abrevia *ml*.

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{l}\\ \textbf{dl}\\ \textbf{cl}\end{array}\right\}\text{submúltiplos}$$
$$\textbf{ml}$$

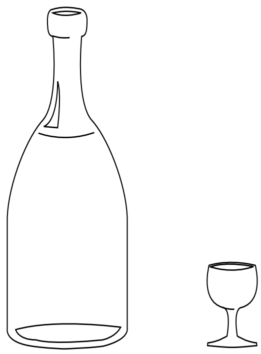
Actividad N°32

a) ¿Qué unidad de capacidad elegiría para medir estos elementos?

- Una gota de remedio ....
- Una taza de café con leche ....
- Un balde con agua ....
- Un tanque australiano ....

b) ¿Cuántas copas se pueden llenar?

....



750 cl 15 cl

c) Consumo de combustible para el auto

Lunes:	17,3	lts
Martes:	18,7	lts
Miércoles:	16,4	lts
Jueves:	19,5	lts
Viernes:	17,6	lts

¿Cuál será el promedio empleado en un día?

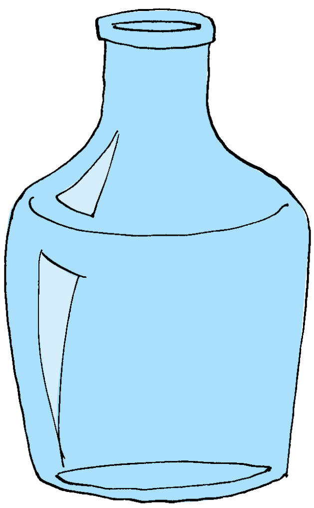
Recuerde: Se suma lo consumido en los 5 días

17,3 + 18,7 + 16,4 + 19,5 + 17,6 = 89,5 lts.

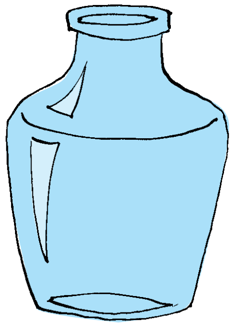
y luego se divide por la cantidad de días.

89,5 lts ÷ 5 días

d) ¿Es posible medir exactamente 2 litros de agua usando solamente un recipiente de 8 litros y otro de 3 litros? (los recipientes no tienen ninguna marca). Explique cómo lo haría.

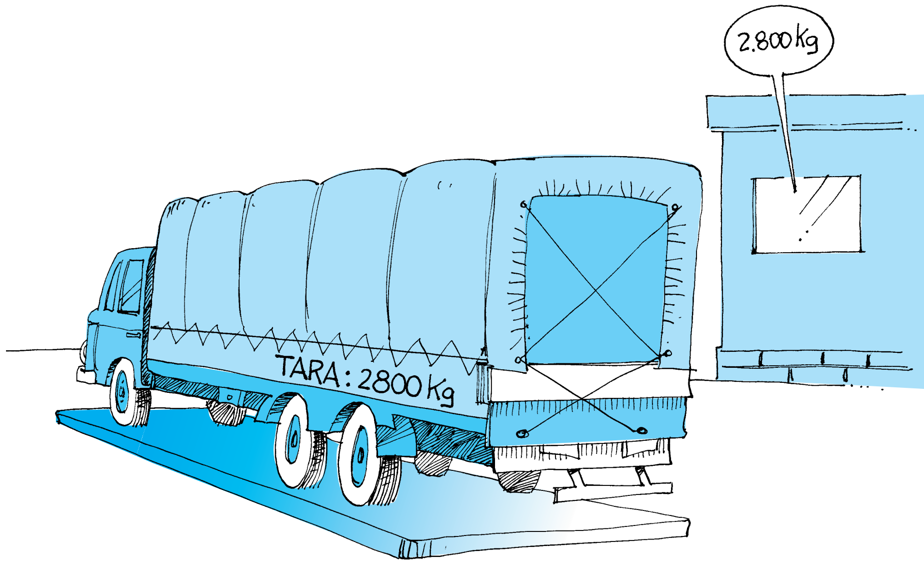


8 LITROS



3 LITROS

MEDIDAS DE PESO



La “tara” es lo que pesa el camión. ¿Cuántas toneladas transporta este camión?

Para medir la fuerza que se realiza al levantar un objeto se utiliza como unidad el gramo (g), aunque la más usada es el kilogramo (kg).

Como ya se ha visto en las unidades de longitud y en las de capacidad:

El kilómetro es equivalente a 1000 m
El kilolitro es equivalente a .... lts
El kilogramo es equivalente .... g

Por lo tanto, el kilogramo es un múltiplo del gramo.

Los múltiplos son:

El *decagramo*, que equivale a *10 g* y se abrevia *dag*.

El *hectogramo*, que equivale a *100 g* y se abrevia *hg*.

El *kilogramo*, que equivale a *1000 g* y se abrevia *kg*.

El *miriagramo*, que equivale a *10.000 g* ó *10 kg* y se abrevia *mag*.

El *quintal*, que equivale a *100.000 g* ó *100 kg* y se abrevia *q*.

La *tonelada*, que equivale a *1.000.000 g* ó *1000 kg* y se abrevia *t*.

$$\left.\begin{array}{l}\text{t}\\ \text{q}\\ \text{mag}\\ \text{kg}\\ \text{hg}\\ \text{dag}\end{array}\right\}\ \text{múltiplos}$$
$$\text{g}$$

Los submúltiplos son:

El *decigramo*, que equivale a $\frac{1}{10}$ *de gramo* y se abrevia *dg*.

El *centigramo*, que equivale a $\frac{1}{100}$ *de gramo* y se abrevia *cg*.

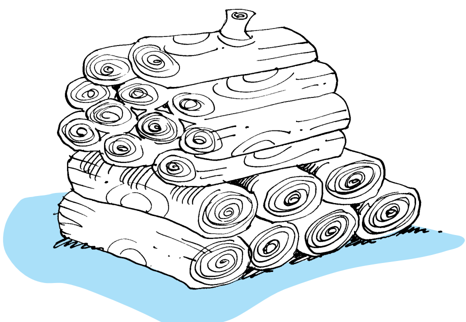
El *miligramo*, que equivale a $\frac{1}{1000}$ *de gramo* y se abrevia *mg*.

g

$\left.\begin{array}{l}\text{dg}\\ \text{cg}\\ \text{mg}\end{array}\right\}$ submúltiplos

Actividad N°33

a) ¿Qué unidad de medida elegiría usted para determinar el peso de estos objetos?

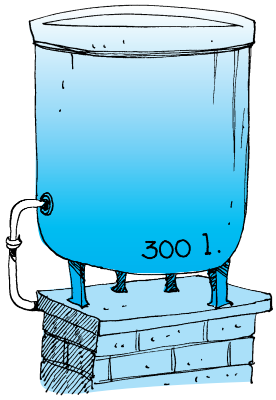


Una carga de leña

....

El pan para almorzar con la familia

El antibiótico que se toma cada 8 horas

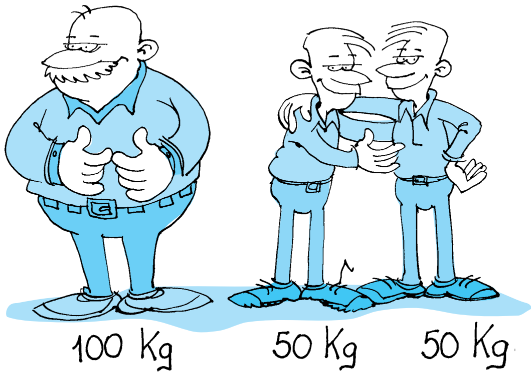


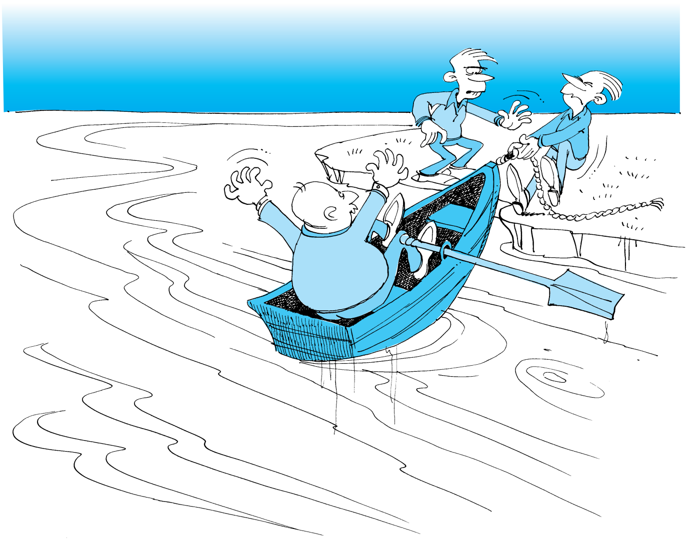
Un tanque de agua de 300 litros

b) Un camión transportó 7,8 t de papas en tres viajes. ¿Cuántos viajes serán necesarios para transportar 18,2 t de papas?

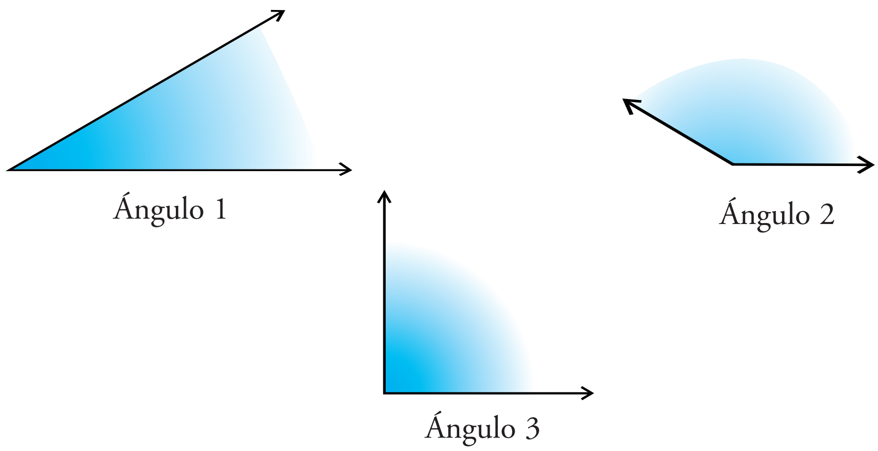
Actividad N°34

- Un hombre que pesa 100 kg y dos hijos suyos, que pesan 50 kg cada uno, desean cruzar un río. Si tienen sólo un bote que apenas transporta con seguridad 100 kg, ¿cómo hacen para cruzar todos el río?





MEDICIÓN DE ÁNGULOS



¿Cuál de los 3 ángulos es "mayor"?

....

¿Por qué?

....

Quizás dudó en su respuesta. Hasta es posible que no sea correcta. En el módulo anterior ya se ha dicho que mayor no es un concepto claro. En matemática es necesario aclarar qué es lo que se quiere comparar.

Actividad N°35

Recorte los ángulos que están al final del módulo.

- Los ángulos 1, 2 y 3 dibujados más arriba son equivalentes a algunos de los del anexo. Determine a cuál equivale cada uno superponiéndolos con los dibujos.

ángulo 1 = ... ángulo 2 = ... ángulo 3 = ...

Actividad N°36

Siga con los ángulos recortados y conteste:

a) ¿Cuál es el de menor amplitud?

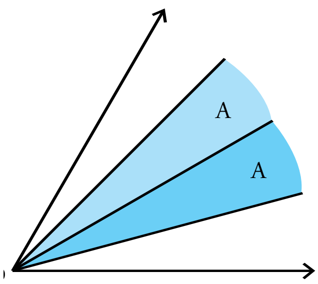
b) ¿Cuál es el de mayor amplitud?

c) Complete con < (menor) o > (mayor) según corresponda:

áng. A .... áng. C   áng. F .... áng. G

áng. D .... áng. A

d) Con ángulos **A** "tape" un ángulo **D**, como en la figura:



¿Cuántos ángulos A se necesitan ?

....

Entonces, áng. D = ...

e) Con el mismo procedimiento (tapando), complete:

áng. E = ... áng. A   áng. F = ... áng. B

áng. E = ... áng. B   áng. G= .... áng. E

áng. C = ... áng. A

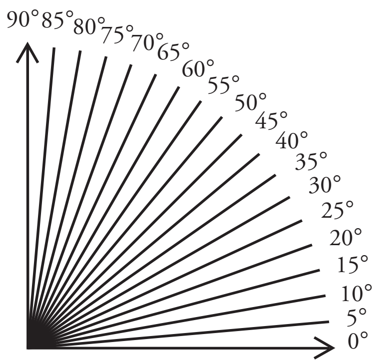
Hasta aquí se han medido ángulos con los ángulos que recortó.

Pero si usted tuviera que comprar en una ferretería una pieza que mide 2 veces el ángulo B, ¿el ferretero entenderá lo que usted necesita?

Al igual que con las longitudes, para medir ángulos se pueden utilizar las unidades propuestas en las actividades anteriores (no convencionales), pero, para que nos entiendan los demás, es conveniente utilizar unidades convencionales.

Para medir la amplitud de un ángulo existen varias unidades; la más usual es el grado sexagesimal o simplemente grado (º).

Para tener una idea de la amplitud de un ángulo de 1º recurramos a una representación. En el dibujo se representa un ángulo recto dividido en angulos de 5 grados.



Si dividiéramos cada uno de ellos en cinco partes iguales obtendríamos un ángulo de 1º.

Actividad N°37

Tome el ángulo recortado A y apóyelo sobre el gráfico del ángulo recto que está dividido en grados, de tal manera que el vértice coincida con el vértice del dibujado y uno de los lados esté apoyado en el lado horizontal del dibujo (el que corresponde a 0º).

- ¿Cuántos grados mide el ángulo A?

....

....

Antes de pasar a la próxima actividad, controle su respuesta.

Actividad N°38

- Del mismo modo que en la actividad anterior, mida los ángulos **B**, **C** y **E**.

Actividad N°39

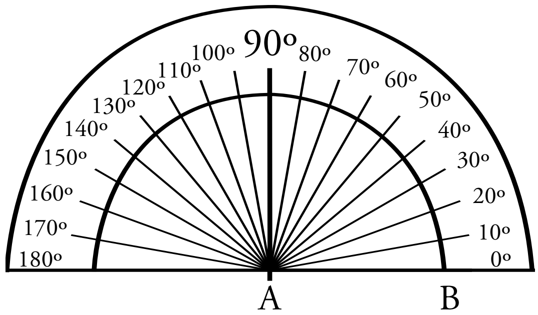
Complete:

a) Un ángulo recto (1/4 de giro) mide ....

b) Un ángulo llano (1/2 giro) mide ....

Para medir longitudes, el hombre ha inventado distintos instrumentos. De acuerdo con las necesidades, se usan unos u otros. Del mismo modo, existen también instrumentos para medir ángulos y se llaman *transportadores*.

Existen diferentes modelos de transportadores, pero todos se usan de una manera semejante. Aquí se ha dibujado. Si el suyo no coincide con éste, compare el procedimiento o consulte con su docente.



Actividad N°40

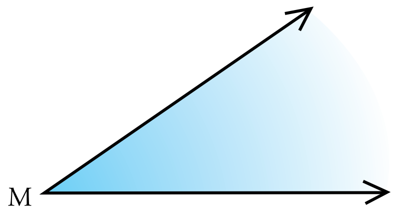
Las rayitas indicadas en la parte curva marcan los grados.

En el dibujo del transportador trace una semirrecta con origen en el punto A que pase por B, y otra que también tenga origen en A pero que pase por la rayita que dice 40 (a partir del 0º del punto B).

¿De cuántos grados es el ángulo que quedó dibujado?

Actividad N°41

Para medir el ángulo que está dibujado a la derecha:



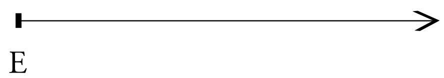
a) ¿Dónde ubicaría el punto A del transportador?

b) ¿Y el “B”?

c) ¿Cuánto mide el ángulo dibujado?

Actividad N°42

Dibuje un ángulo de 65º uno de cuyos lados es la semirrecta de origen E. Antes de dibujarlo, conteste:



a) ¿Cuál será el vértice del ángulo?

b) ¿Dónde se ubica el punto “A” del transportador?

c) ¿Dónde ubica el punto B del transportador?

d) Ahora sí marque con un punto 65º.

e) Una ese punto con E.

Si tiene dudas, consulte con el docente.

CLAVES DE CORRECCIÓN

Actividad N°1

a) La relación que existe entre 1 cm y 10 km es la misma que existe entre 3 cm y 30 km.

$$\frac{1\ \text{cm}}{10\ \text{km}} = \frac{3\ \text{cm}}{30\ \text{km}}$$

b) $\frac{10}{5} = \frac{2}{1}$

Actividad N°2

Proporción	Medios	Extremos	Producto de los medios	Producto de los extremos
$\frac{10}{5} = \frac{8}{4}$	5 y 8	10 y 4	5 x 8 = 40	10 . 4 = 40
$\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$	6 y 8	4 y 12	6 . 8 = 48	4 x 12 = 48
$\frac{100}{10} = \frac{1000}{100}$	10 y 1000	100 y 100	1000 x 10 = 10.000	100 . 100 = 10.000
$\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$	1 y 21	7 y 3	1 x 21 = 21	7 . 3 = 21

Actividad N°3

	cal	arena
a)	1	3
b)	2	6
c)	3	9
d)	6	18
e)	15	45

Actividad N°4

Hay proporcionalidad directa en la tabla Nº1 porque hay una constante que resulta de dividir, en cada caso, los elementos de B por los de A

$$\frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \frac{40}{20} = \frac{90}{45} = 2$$

Actividad N°5

$$\frac{2}{30} = \frac{100}{x}$$

$$x = \frac{100 \cdot 30}{2}$$

$$x = 1.500$$

Al cabo de 30 minutos, la máquina habrá envasado 1.500 potes de dulce.

Actividad N°6

a) Solución

6 camiones ________ 42 neumáticos

1 camión ________ $\frac{42 \text{ neumáticos}}{6 \text{ camiones}}$

15 camiones ___ $\frac{42 \text{ neumáticos x } 15 \text{ camiones}}{6 \text{ camiones}} = 105$ neumáticos

Son necesarios 105 neumáticos para equipar 15 camiones.

Actividad N°7

Por 30 pantalones le pagan a la costurera $ 300.

b) si pagan $ 10 por ____ 1 pantalón

pagarán $ 600 por ____ x pantalones

$$x = \frac{600 \ \text{x} \ 1}{10}$$

x = 60 pantalones

Si le pagan $ 600 es porque confeccionó 60 pantalones.

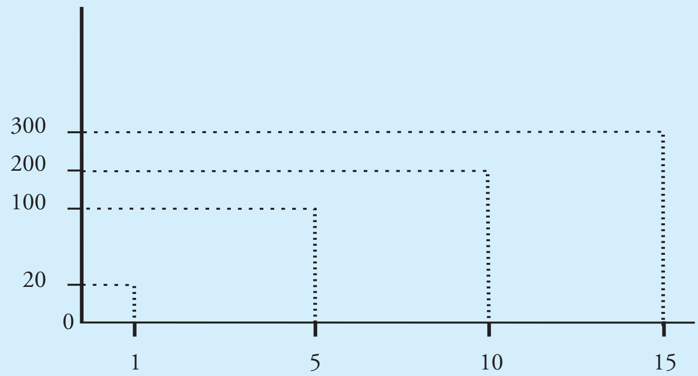
c) El punto C representa 40 pantalones, por los que se pagan $ 400.

Actividad N°8

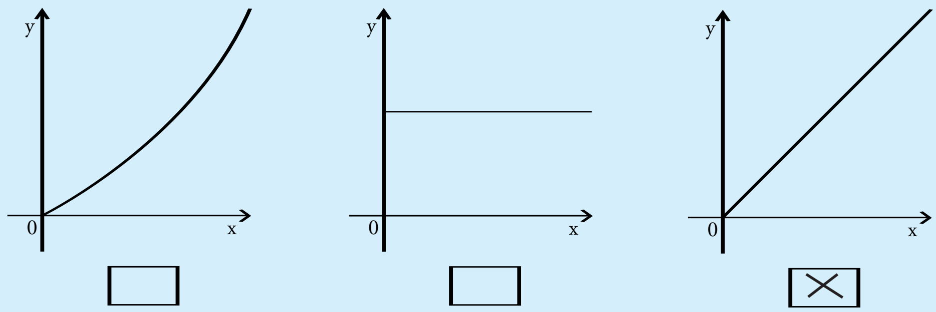
a)

Porciones	Huevos	Harina (en g)	Crema (en g)	Azúcar (en g)
10	4	450	200	350
5	2	225	100	175
15	6	675	300	525

b)



c)



Actividad N°9

$$\frac{2 \text{ cm}}{50 \text{ km}} : \frac{10 \text{ cm}}{x \text{ km}}$$

$$x = \frac{50 \text{ km} \ . \ 10 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

$$x = 250 \text{ km}$$

La distancia real entre las dos ciudades es de 250 km.

Actividad N°10

a) El doble.

b) La tercera parte.

Actividad N°11

1) D 2) N 3) I 4) N

Actividad N°12

horas/día	días
8	10
5	x

$$\frac{8}{5} = \frac{x}{10}$$

$$x = \frac{8 \cdot 10}{5}$$

$$x = 16$$

La costurera tardará 16 días en confeccionar los pantalones, trabajando 5 horas por día.

Actividad N°13

1) I

2) D

3) N

4) D

5) D

6) I

Actividad N°14

a) 3,4 mm. Porque, con un peso de 4 kg, el resorte se corta.

b) 16 m.

c) 15 churros.

d) 35 litros de nafta.

Actividad N°15

Hay proporcionalidad directa en la situación N°2.

Hay proporcionalidad inversa en la situación Nº3.

No hay proporcionalidad en la situación Nº1.

Actividad N°16

a) 15 %.

b) 25 %.

c) 60 %.

Actividad N°17

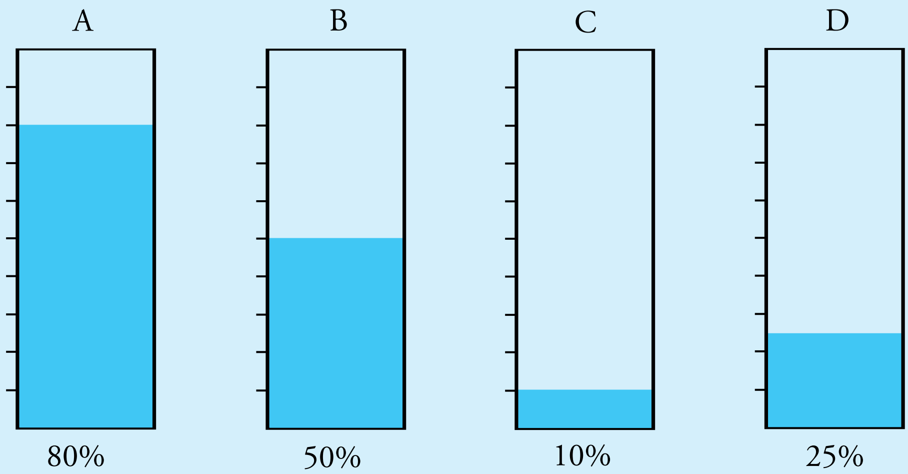
La región blanca indica:

a) Los enfermos de SIDA de nuestro país que No Viven en la ciudad XX.

b) El 80 %.

c) El 100 %, que es el total de enfermos de SIDA de nuestro país.

Actividad N°18



Actividad N°19

1- B

2- D

3- C

4- A

Actividad N°20

a) Que llueva.

b) 30 %.

Actividad N°21

$$\frac{120.000}{8500} = \frac{100}{x}$$

$$x = \frac{8500 \;.\; 100}{120.000}$$

$$x = 7\ \%$$

El 7 % de los habitantes de ese pueblo son extranjeros.

Actividad N°22

$$\frac{95}{20} = \frac{100}{x}$$

$$x = \frac{20 \ x \ 100}{95} = 21\ \%$$

Actividad N°23

a) ómnibus

b) avión

c) ómnibus - automóvil - tren - avión

d) 1.- ómnibus

2.- tren

3.- automóvil

4.- avión

Actividad N°24

a) 1.- poco democrática: aproximadamente 98

2.- muy democrática: aproximadamente 15

3.- nada democrática: aproximadamente 19

Las proporciones

1.- $\frac{100}{47} = \frac{208}{x}$ $\quad x = \frac{47 \text{ x } 208}{100}$ aprox. 98

2.- $\frac{100}{7} = \frac{208}{x}$ $\quad x = \frac{7 \text{ x } 208}{100}$ aprox. 15

3.- $\frac{100}{9} = \frac{208}{x}$ $\quad x = \frac{9 \text{ x } 208}{1}$ aprox. 19

Actividad N°25

a) 1.- $ 6

   2.- $ 54

b) 1.- $ 5,40

   2.- $ 48,60

c) 52%

Actividad N°26

Abonó en caja $ 17,94.

Actividad N°27

a) Aproximadamente $ 3,70.

b) En la mesa de saldos.
   Porque 1,75 m, a $ 12 el m, es aproximadamente $ 20.

c) 10 chorizos.

Actividad N°28

a) centésimos

b) centésimos

c) milésimos

e) milésimos

f) centésimos

Actividad N°29

a) $ 5,50 el kilo de cereal.

b)
$$\begin{array}{l|l} 9\;6\;4 & 151 \\ \cline{2-2} 0\;5\;8\;0 & 6{,}38 \\ \quad\;\; 1\;2\;7\;0 & \\ \quad\quad\;\; 0\;6\;2 & \end{array}$$

Con 1 litro de nafta se pueden recorrer 6,38 km.

Actividad N°30

a) Gastó $ 27,50.

b) Se obtienen 30 cortes de 2,50 m.

Actividad N°31

a) 12 vestidos.

b) La altura de una pila de 144 hojas es de 28,8 mm (2,88 cm). La pila de 10.000 hojas tiene una altura de: 2000mm (2 m).

Actividad N°32

a) 1.- ml

2.- cl

3.- l

4.- hl

b) 50 copas.

c) El promedio es de 17,90 litros.

d) Sí. Se llena el recipiente grande (8 litros) y se vuelca en el recipiente de 3 litros hasta llenarlo, dos veces. El resto de agua que queda en el recipiente grande equivale a 2 litros.

Actividad N°33

a) 1.- q ó t

2.- kg

3.- mg

4.- q

b) 7 viajes.

Actividad N°34

1) Cruzan primero los dos hijos.

2) Vuelve uno de los dos.

3) Se queda en la otra orilla y cruza el padre.

4) Vuelve el otro hijo con el bote.

5) Sube el otro hermano y cruzan.

Actividad N°35

áng.1 = áng. B   áng.2 = áng. F   áng.3 = áng. E

Actividad N°36

a) El de menor amplitud es el ángulo A.

b) El de mayor amplitud es el ángulo G.

c) áng. A > áng. C.

áng. F > áng. G.

áng. D < áng. A.

d) Se necesitan 4 ángulos A para "tapar" el D. Entonces, áng. D = 4 áng. A.

e) áng. E = 6 áng. A   áng. F = 4 áng. B
áng. E = 3 áng. B   áng. G= 2 áng. E
áng. C= 3 áng. A

Actividad N°37

El ángulo A mide 15^{o}.

Actividad N°38

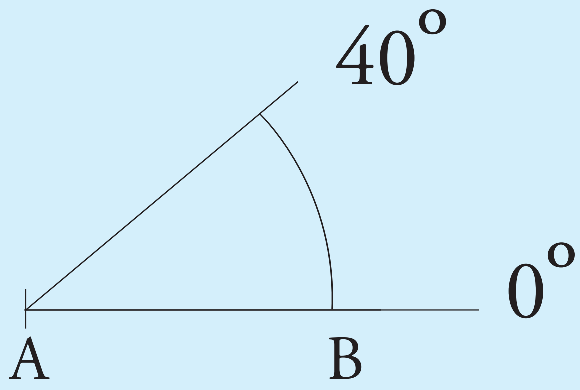
El áng. B = 30^{o}, el ángulo C = 45^{o} y el ángulo E = 90^{o}.

Actividad N°39

a) Un ángulo recto o de 1/4 de giro mide 90^{o}.

b) Un ángulo llano o de 1/2 de giro mide 180^{o}.

Actividad N°40



El ángulo que quedó dibujado es de 40º.

Actividad N°41

a) El punto A debe ubicarse en el vértice del ángulo, coincidiendo con el punto M.

b) El B del transportador sobre uno de los lados del ángulo.

c) Mide 60°.

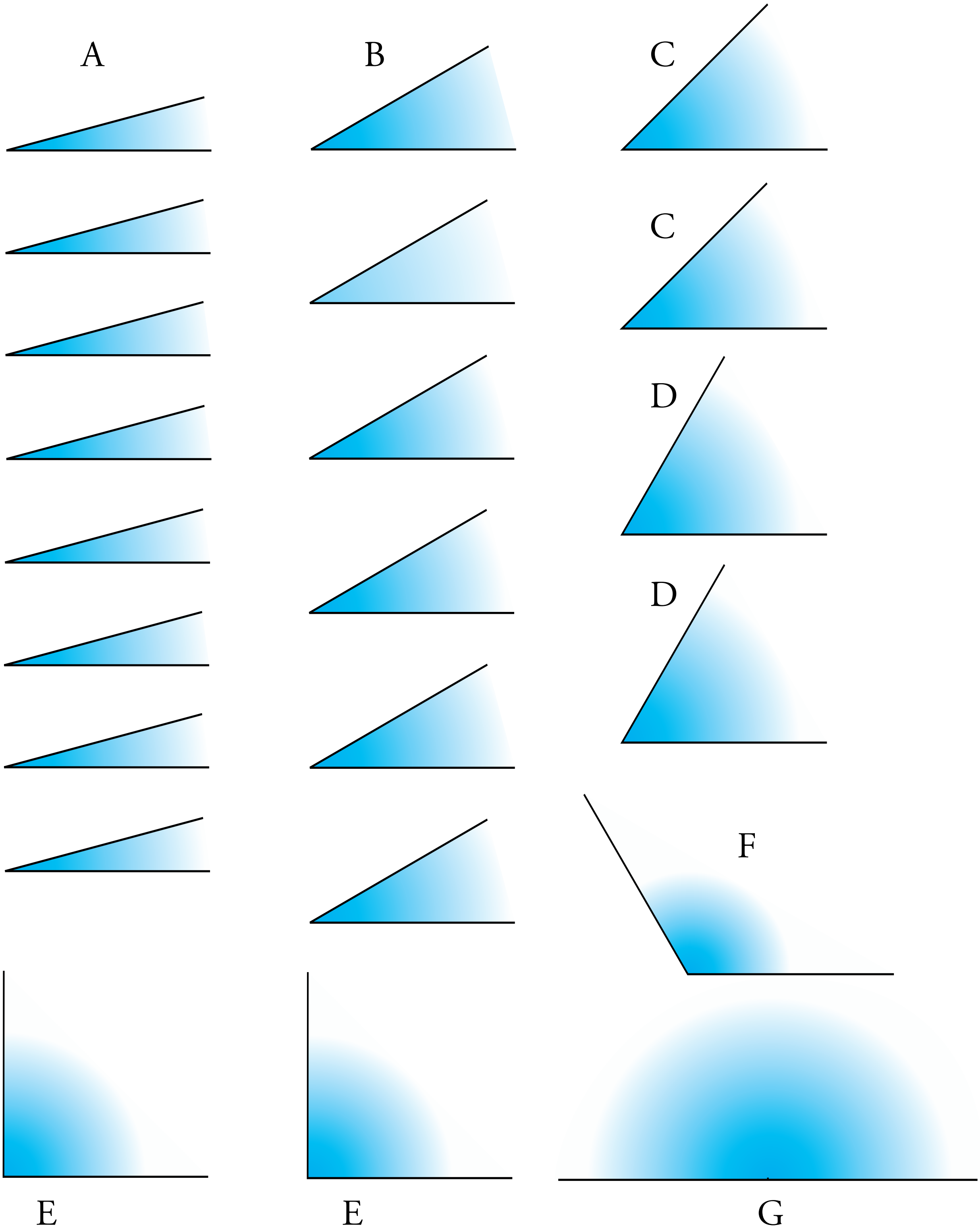
Actividad N°42

a) El vértice es el punto E.

b) En el vértice (E).

c) Sobre la semirrecta dada.

Anexo ángulos



NOTAS

NOTAS

MATEMÁTICA

5

ÍNDICE

POTENCIACIÓN

Actividad N°1

Cierto tipo de insectos en los días de más de 30° de temperatura triplica su población en un día. Si en un determinado día hay sólo 3 insectos y en la próxima semana la temperatura supera los 30° todos los días,

a) ¿a los 7 días habrá 1000 insectos o menos?

Estime el resultado: no haga el cálculo. Luego continúe leyendo.

Si se anota la situación descripta, se observa que:

Nº de días		Nº de insectos
El *primer* día	1	3
El *segundo* día los 3 se triplican	2	3 x 3=9
El *tercer* día los 9 se triplican	3	3 x 3 x 3=27
El *cuarto* los 27 se triplican	4	3 x 3 x 3 x 3=81
El *quinto* se triplican otra vez	5	3 x 3 x 3 x 3 x 3=243
El *sexto* se triplican otra vez	6	3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3=729
El *séptimo* se triplican otra vez	7	3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3=2187

Suponga que el calor continúa:

b) A los 8 días, ¿cuántos serán?

....

c) ¿Qué día superarán el millón de insectos?

....

A partir de la actividad anterior vamos a presentar una nueva operación que llamaremos **potenciación.**

En el ejemplo, se han calculado **potencias** de 3 hasta el séptimo día pero podríamos seguir calculando para un número cualquiera de días que llamaremos "n".

En general, para "n" días:

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \cdots\cdots \times 3}_{\text{n veces}} = 3^n$$

Se lee 3 elevado a la n)

El factor también puede ser cualquier número. Si al factor lo denominamos "a", en general, la potenciación se simbolizaría así:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \cdots\cdots \times a}_{\text{n veces}}$$

"a" recibe el nombre de **base** y "n" el de **exponente.**

Si un rectángulo tiene los cuatro lados iguales, se llama cuadrado. Si el cuadrado tiene, por ejemplo, 5 cm de lado y se quiere hallar su superficie:

superficie del cuadrado = 5 cm x 5 cm = 25 cm^2

Se puede abreviar, teniendo en cuenta sólo la operación 5 x 5, escribiendo 5^2 (se lee 5 al cuadrado o 5 elevado a la segunda).

Entonces,
$5 \times 5 = 5^2$ en este caso:

exponente

base 5^2

Actividad N°2

Exprese de otra manera las siguientes operaciones y resuelva:

a) 6 x 6 = ...

b) 0,5 x 0,5 = ...

c) 10^2 = ...

Si se tiene que hallar el volumen de un cubo cuya arista mide 2 cm:

volumen del cubo = 2 cm x 2 cm x 2 cm

Se puede utilizar la potenciación y abreviar: 2 x 2 x 2 escribiendo 2^3 (se lee: 2 al cubo o 2 elevado a la 3).

Actividad N°3

- Exprese de otra manera las siguientes operaciones y resuelva:

a) 3 x 3 x 3 = ...

b) 1^3 = ...

c) 0,2 x 0,2 x 0,2 = ...

Actividad N°4

- Calcule:

a) 2^4 = ...

b) $1,2^2$ = ...

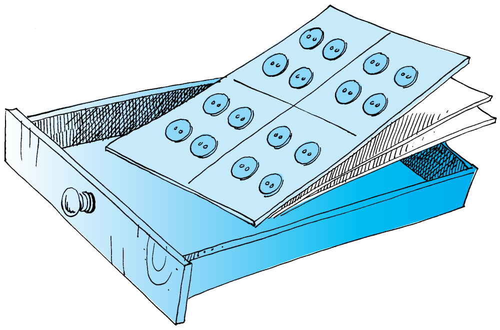
c) 10^1 = ...

En la siguiente situación, la potenciación resulta de utilidad.

Actividad N°5

Una señora tiene que reponer botones en los sacos de sus hijos. Para eso fue a la tienda de su pueblo a comprar unos cuantos.

La caja de botones tiene cuatro cartones como el de la figura. Cada cartón tiene cuatro divisiones y cada una de las divisiones tiene cuatro botones.



a) ¿Cuántos botones hay en la caja?

....

b) ¿Cuántos botones habrá en cuatro cajas como ésta?

....

c) Si cada botón cuesta $ 4, ¿cuánto costarán las 4 cajas?

....

Cuando el exponente es mayor que 3, lleva mucho tiempo resolver la operación: por eso, puede ayudarse con una calculadora.

Si quiere saber cuanto es 2^{10}, bastará con hacer

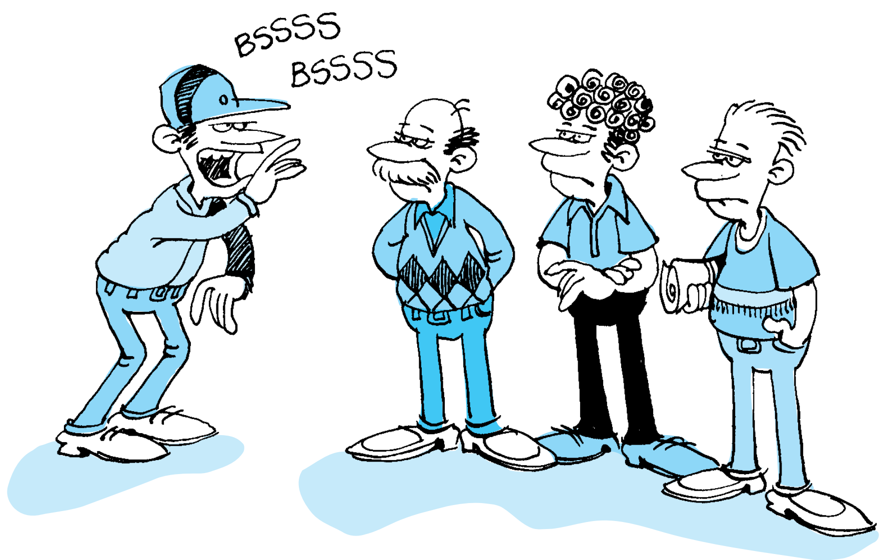
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$$

Si la calculadora es científica, es aún más sencillo; consúltelo con su docente.
También es práctico usar la calculadora para resolver potencias de números decimales.

Actividad N°6

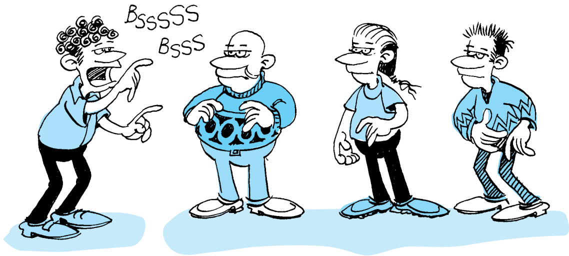
A las tres de la mañana, desde un pueblo cercano llegó un visitante que traía una noticia de interés.

El viajero contó la noticia a sólo 3 vecinos del pueblo y empleó para esto quince minutos.



Una vez conocida la noticia, cada uno de esos tres vecinos se comprometió a contarla a tres vecinos más, quienes emplearon también un cuarto de hora.

Así fue difundiéndose el rumor por la ciudad.



¿Cuántos vecinos conocerán la noticia a las cuatro y cuarto de la mañana?

Para calcular el número de vecinos, calcule antes cuántos cuartos de hora hay entre las 3 y las 4 y cuarto.

El sistema decimal y la potenciación

Volviendo al sistema de numeración decimal, esta nueva operación se puede aprovechar para descomponer números de otra manera.

Un breve repaso

Un número cualquiera, como 4.580, se puede descomponer de varias formas:

- 4.580 = 4 unidades de mil + 5 centenas + 8 decenas + 0 unidades

  4.580 = 4.000 + 500 + 80 + 0

o también:

- 4.580 = 4 x 1.000 + 5 x 100 + 8 x 10
- 4.580 = 4 x 10 x 10 x 10 + 5 x 10 x 10 + 8 x 10

entonces:

- 4.580 = $4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10^1$

Se ha expresado 4.580 como una suma de potencias de 10.

Expresar un número como suma de potencias resulta útil para abreviar la escritura de números muy grandes. Por ejemplo, los astrónomos, los geógrafos, los químicos, los biólogos, manejan cantidades formadas por una o dos cifras seguidas de una larga fila de ceros.

Aquí van algunos ejemplos:

1) Distancia Tierra - Sol :
   150.000.000 km = 15×10^7 km
2) Longitud del ecuador:
   40.000 km = 4×10^4 km

Actividad N°7

Escriba las siguientes cantidades como sumas de potencias de 10.

a) Superficie de la Tierra:
   500.000.000.000.000 m^2 = $5 \times 10^{\dots}$

b) Glóbulos rojos en la sangre:
   15.000.000.000.000 = 15 x ....

c) El Sol tiene más de
   5.000.000.000 de años = 5 x............

d) Hay vida sobre la Tierra desde hace aproximadamente
   3.800.000.000 de años = 38 x............

Actividad N°8

Complete el siguiente cuadro, elevando cada número al cuadrado (exponente 2) y al cubo (exponente 3).

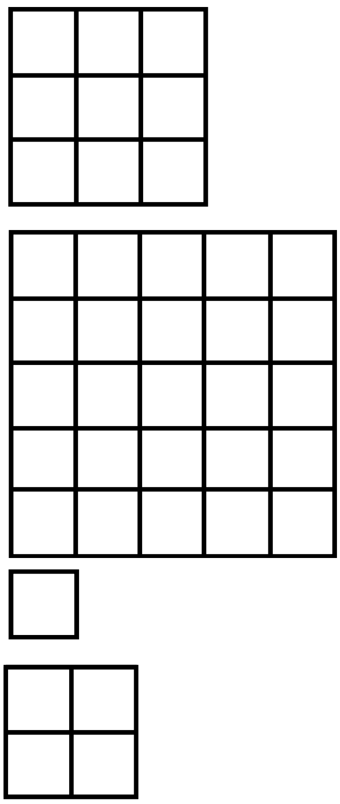
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrado	1	4								
Cubo	1	8	27							

Los números que obtuvo en el primer renglón 1; 4; se llaman números cuadrados o cuadrados perfectos.

Los números que obtuvo en el segundo renglón 1; 8; 27; se llaman números cúbicos o cubos perfectos.

Actividad N°9

- Una con flechas cada cuadrado con la operación que haría para hallar su superficie.



5^2

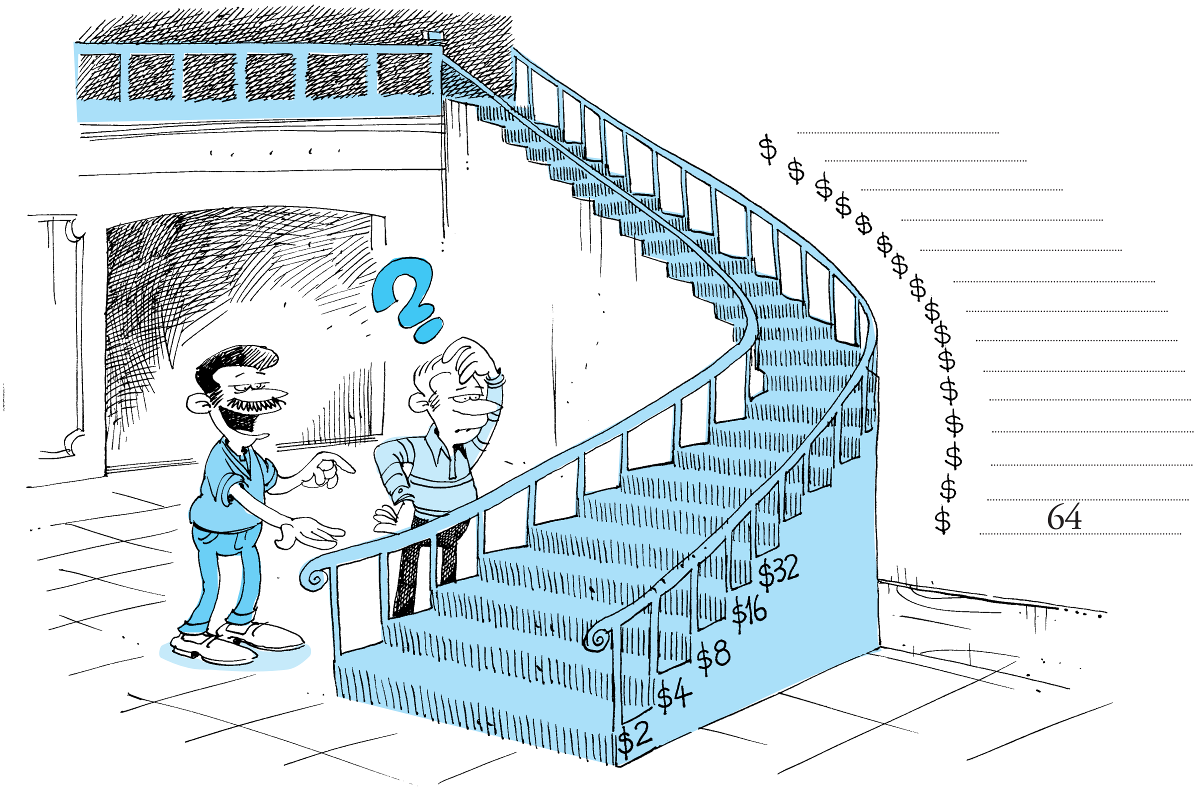
1^2

2^2

3^2

Una anécdota

Un hombre fue a comprar una casa modesta que estaba ubicada al borde de un río. Cuando preguntó el precio, el dueño, señalando la escalera, dijo:



Me paga $ 2 por el primer escalón, $ 4 por el segundo, $ 8 por el tercero... Le conviene. ¡No hay más que 19 escalones!

El hombre, que era desconfiado, quedó en contestarle al día siguiente. Cuando llegó a su casa, tomó un papel y escribió:

$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^5 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2^{18} + 2^{19} =$

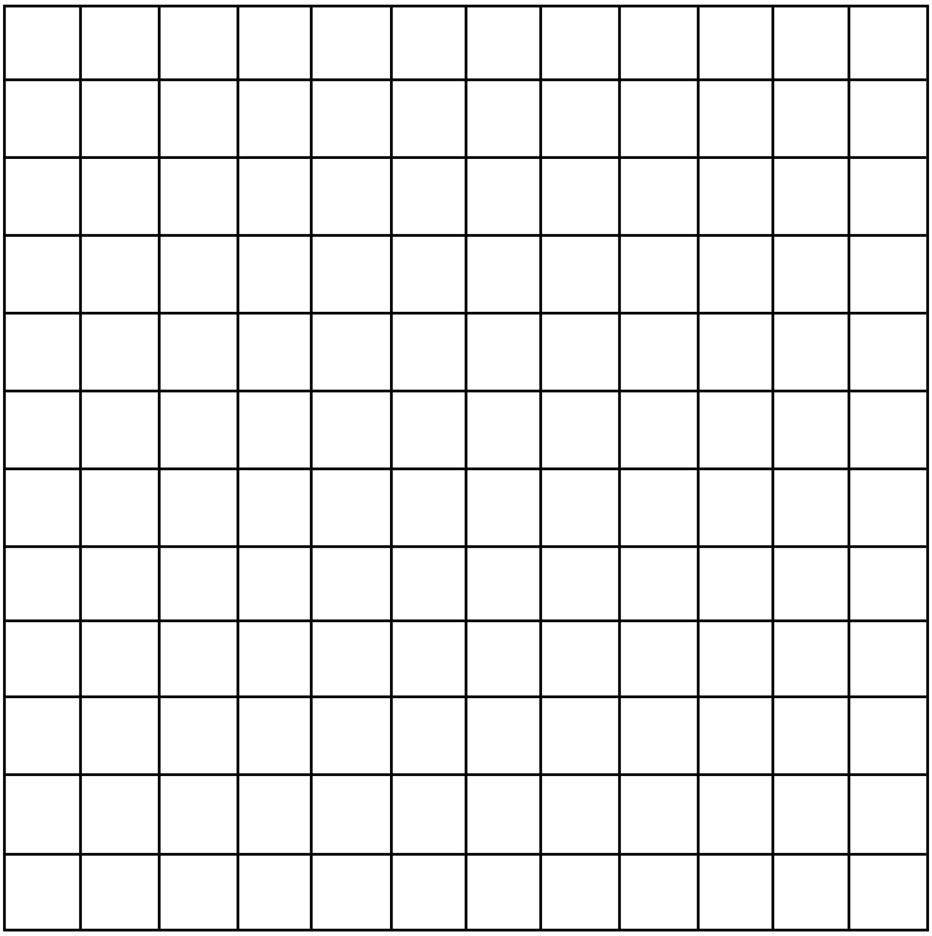
$2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1.024 + 2.048 + 4.096 + 8.192 + 16.384 + 32.768 + 65.536 + 131.072 + 262.144 + 524.288 =$ **$ 1. 048. 575**

Moraleja:

Hay que tener cuidado. Si la base es mayor que 1, las potencias crecen muy rápido.

Actividad N°10

a) En la siguiente cuadrícula, sombree un **cuadrado** que tenga una superficie de 25 cuadraditos.



b) ¿Cuánto mide el lado de ese cuadrado?

c) Sombree otro **cuadrado** que tenga una superficie de 16 cuadraditos.

d) ¿Cuánto mide su lado?

e) Complete la siguiente tabla:

Superficie	Lado
25	
16	
9	
4	
1	

Si se tiene el cuadrado de un número y se quiere saber cuál es ese número, se debe pensar en otra operación. Es la inversa de la potenciación y se llama **radicación.**

En este caso, se tiene el cuadrado de un número y se quiere saber cuál es ese número: para ello se busca su **raíz cuadrada.**

Para calcular raíces cuadradas de números grandes, usted puede ayudarse con una calculadora. Bastará con escribir el número y luego apretar la tecla √.

Por ejemplo, si quiere hallar la raíz cuadrada de 289:

1.- escribe 289

2.- aprieta √, en el visor aparecerá el número 17

Entonces, la raíz cuadrada de 289 es 17.

Actividad N°11

En un cuartel hay 2.025 soldados. Para un desfile se agrupan en igual número de filas que de columnas (formando un cuadrado):

a) ¿Cuántos soldados hay por fila?

b) ¿Quedan soldados sin formar?

SUPERFICIE DE FIGURAS

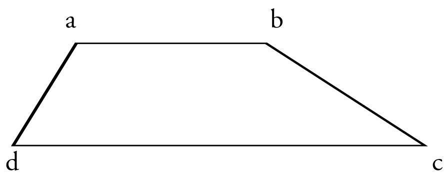
Cuadriláteros

No todos los cuadriláteros tienen la misma forma.

En el módulo anterior, se ha trabajado con cuadriláteros de distintas formas, por ejemplo, rectángulos y cuadrados.

Lo que va a ver aquí son algunos de los cuadriláteros más conocidos.

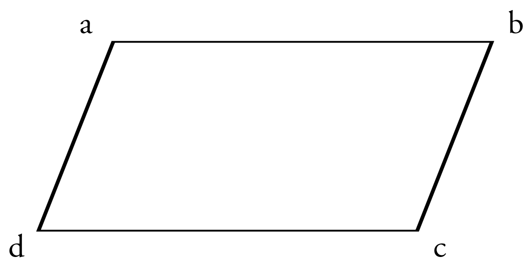
Observe el cuadrilátero dibujado a la derecha: es un trapecio. Los lados $\overline{ab}$ y $\overline{dc}$ son paralelos.



El cuadrilátero que tiene un solo par de lados paralelos se llama trapecio.

Actividad N°12

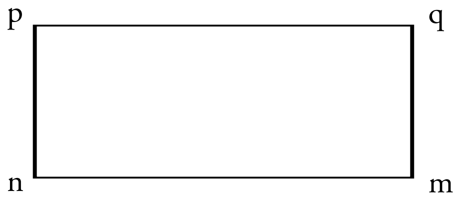
Observe ahora este otro cuadrilátero.



¿Qué lo diferencia del anterior?

Este tipo de cuadrilátero se llama paralelogramo.

Actividad N°13



a) ¿Cómo se llama el cuadrilátero dibujado?

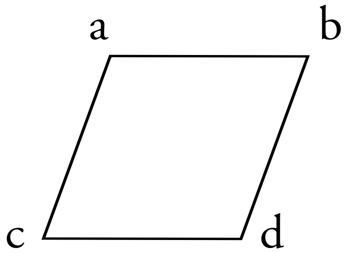
....

b) ¿Qué diferencias y similitudes tiene con el anterior? ....

....

Actividad N°14

a) El cuadrilátero que está dibujado



¿es un trapecio?

....

¿es un paralelogramo?

....

¿es un rectángulo?

....

¿Por qué? ....

....

b) ¿Qué otra característica tiene esta figura? (una ayuda: mida los lados).

....

....

Esta figura se llama rombo. Posiblemente esté acostumbrado a ver los rombos en otra posición, pero para ser un rombo lo importante es que sus lados tengan la misma longitud, no importa su posición.

Actividad N°15

a) ¿Puede un paralelogramo ser rombo y rectángulo simultáneamente?

....

b) Para ser rombo, sus lados deben ser ....

c) Para ser rectángulo, sus ángulos deben ser

....

d) ¿Que cuadrilátero tiene estas características?

....

....

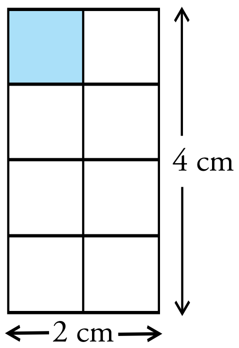
El trapecio, el paralelogramo, el rectángulo, el rombo y el cuadrado son sólo algunos de los cuadriláteros especiales.

Existen otros de uso menos frecuente. Si le interesan, consulte con su docente.

Superficie de polígonos

En el Módulo 3 usted vio cómo se hallaba la superficie del rectángulo. Ahora va a calcular otras superficies de polígonos.

Recuerde la superficie del rectángulo:

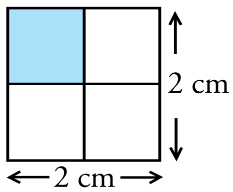


Si tiene 2 cm de base y 4 cm de altura, tiene cuadraditos de 1 cm^2, o sea:
2 cm x 4 cm = 8 cm^2
Superficie del rectángulo =
= base (b) x altura (h) *

Superficie del rectángulo = b x h

* la notación que se utiliza para altura es "h"

Y la superficie del cuadrado:

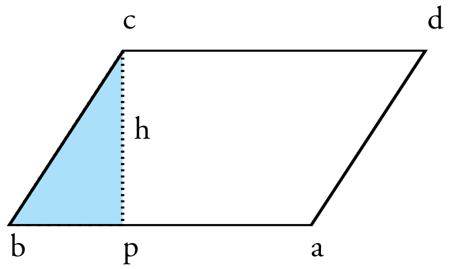


El cuadrado tiene 4 cuadraditos de 1 cm^2, o sea:
2 cm x 2 cm = 4 cm^2

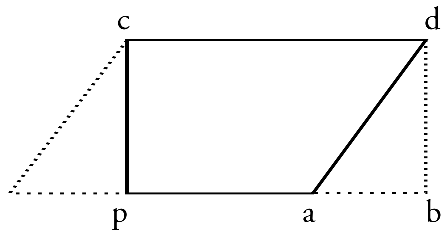
Superficie del cuadrado = l x l
donde l es el lado del cuadrado

Observe ahora este paralelogramo:

Si se traza un segmento perpedicular desde **c** hasta el lado $\overline{\mathbf{ab}}$, se obtiene la altura (h) del paralelogramo y, en este caso, el lado $\overline{\mathbf{ab}}$ es la base.



Si se recorta por la altura **h** y se traslada $\overset{\triangle}{\mathbf{cpb}}$ sobre el lado $\overline{\mathbf{ad}}$, se obtiene el rectángulo $\overset{\square}{\mathbf{cdbp}}$.



El rectángulo que se obtuvo tiene la misma altura y la misma base que el paralelogramo; en consecuencia:

paralelogramo **bcda** equivalente a rectángulo $\overset{\square}{\mathbf{cdbp}}$.

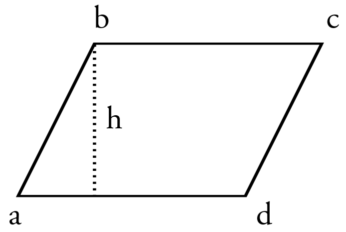
Entonces, la superficie del paralelogramo es equivalente a la superficie del rectángulo.

Por lo tanto:

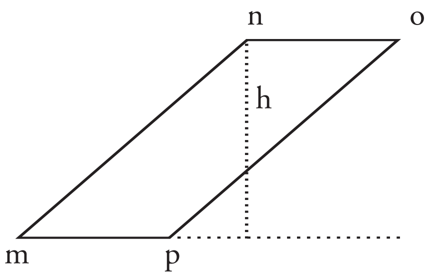
superficie paralelogramo = b x h.

Actividad N°16

Calcule la medida de superficie de estos paralelogramos:



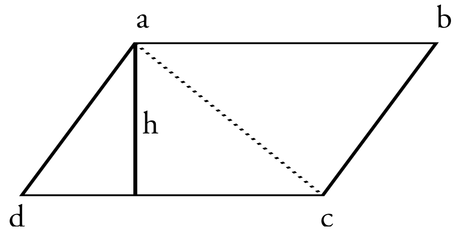
$\overline{ad} = 3$ cm
h = 2 cm



$\overline{mp} = 2$ cm
h = 2,5 cm

Actividad N°17

En una hoja aparte dibuje un paralelogramo del tamaño que quiera y marque la altura como en el dibujo. Recórtelo.



a) Mida la base y la altura, y calcule la superficie del paralelogramo. El resultado será aproximado. ¿Por qué? ....

....

b) Trace la diagonal $\overline{ac}$ y corte el paralelogramo por la diagonal; superponga los dos triángulos que se formaron. ¿Cómo son?

....

....

Usted ya calculó la superficie del paralelogramo. ¿Podría calcular ahora la de cada triángulo?

c) Observe solamente el triángulo donde está marcada la altura. Si desea calcular directamente su superficie, ¿cuál es la fórmula?

....

....

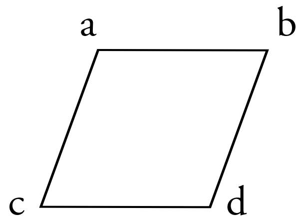
....

Recuerde que:
sup. del paralelogramo = sup. 2 triángulos.

El rombo

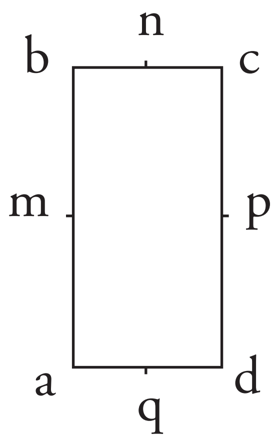
Si se tiene en cuenta que el rombo es un paralelogramo, la misma fórmula que permite calcular la superficie de un paralelogramo cualquiera puede utilizarse también para el rombo.

Sin embargo, existe otra fórmula que tiene que ver con sus diagonales.

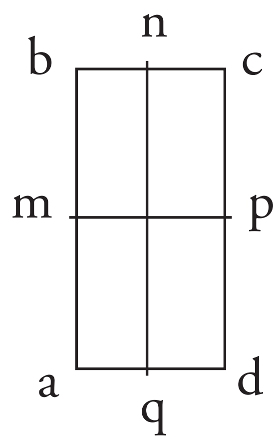


Actividad N°18

a) A la derecha se ha dibujado el rectángulo $\overset{\square}{\mathbf{abcd}}$ y se marcaron los puntos medios de cada lado.



b) Obtenga el rombo $\overset{\diamond}{\mathbf{mnpq}}$ uniendo los puntos m, n, p, q.



c) Observe que la base $\overline{\mathbf{ad}}$ del rectángulo es igual a la diagonal $\overline{\mathbf{mp}}$ del rombo $\overset{\diamond}{\mathbf{mnpq}}$ y que la altura $\overline{\mathbf{ab}}$ del rectángulo es igual a la otra diagonal del mismo rombo (1).

d) Recorte primero el rectángulo y luego el rombo. Con los triángulos que le sobran usted puede armar otro rombo equivalente al $\overset{\diamond}{\mathbf{mnpq}}$.

Compruébelo, superponiendo los dos rombos. Por lo tanto la superficie de cada rombo es igual a la mitad de la superficie del rectángulo.

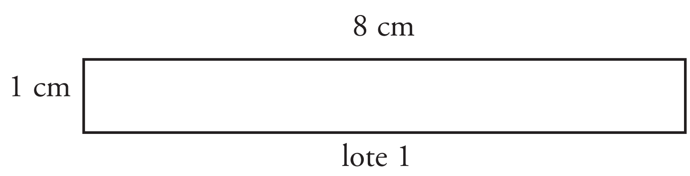
Sup. rectángulo = b x h.

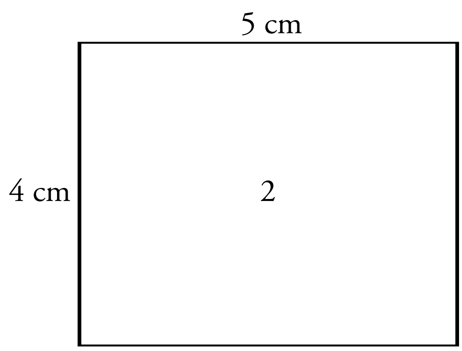
Reemplazando según (1) b por diagonal$_1$ y
h por diagonal$_2$

$$\text{Superficie del rombo} = \frac{d_1 \times d_2}{2}$$

Actividad N°19

a) Para cercar estos dos lotes se empleó la misma cantidad de metros de alambre tejido. Verifique si los lotes tienen superficies equivalentes.





Escala: 1/1.000 ó 1 cm = 1.000 cm

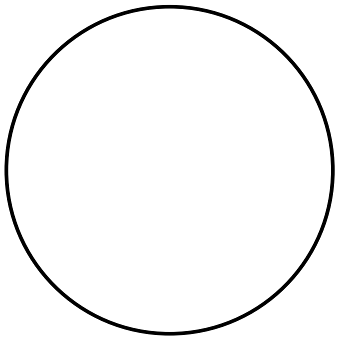
b) Determine el costo de cada lote si el m^2 cuesta $ 120.

LA CIRCUNFERENCIA Y EL CÍRCULO

Los matemáticos dicen que una lata de arvejas tiene forma de cilindro, lo mismo que algunos tanques para petróleo, que las latas de aceite o las de gaseosas.

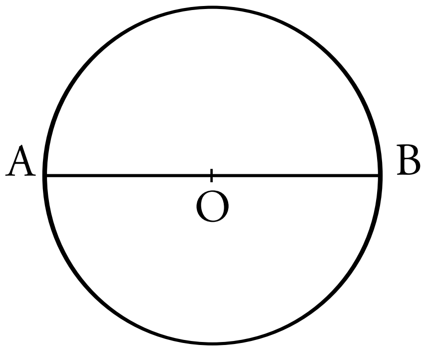
Consiga algunas latas cilíndricas. Elija una, apóyela sobre la hoja y marque el contorno de la base de la lata.

Habrá obtenido algo así:



Esta figura se llama **circunferencia** y cualquier segmento que pase por el centro y una dos puntos del borde de la misma se llama **diámetro.**

En esta figura, $\overline{ab}$ es el diámetro.



Ahora consiga un trozo de piolín y una regla para realizar la próxima actividad.

Actividad N°20

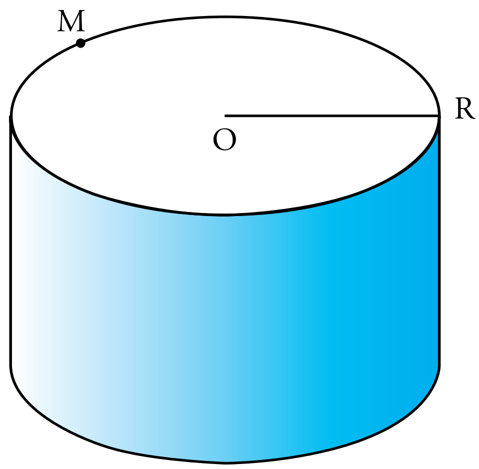
Tome el contorno de las latas cilíndricas, que usted consiguió, con el piolín y, con la ayuda de una regla, fíjese cuánto mide cada contorno.

Luego mida cada diámetro y anote los resultados en esta tabla. Trate de medirlo con la mayor precisión que pueda. Si es necesario, mida varias veces cada diámetro y cada contorno.

	Longitud de contorno	Longitud de diámetro
Lata 1		
Lata 2		
Lata 3		
Lata 4		

No deje de completar esta tabla porque volverá a usarla.

Observe la siguiente lata:

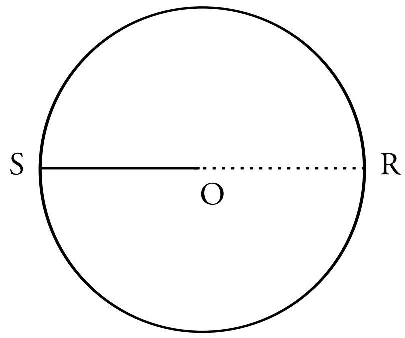


Suponga que se ha colocado una hormiga en m.

La hormiga debe desplazarse por el borde de la lata, dar una vuelta completa y volver a m.

El camino que recorre la hormiga es una circunferencia que tiene su centro o en el eje de la lata y un radio $\overline{or}$.

Se llama radio al segmento que une el centro de la circunferencia con uno de sus puntos:



o: centro
$\overline{or}$: radio
$\overline{sr}$: diámetro

Una estrategia útil para medir el camino que recorre la hormiga puede ser la utilización de un piolín.

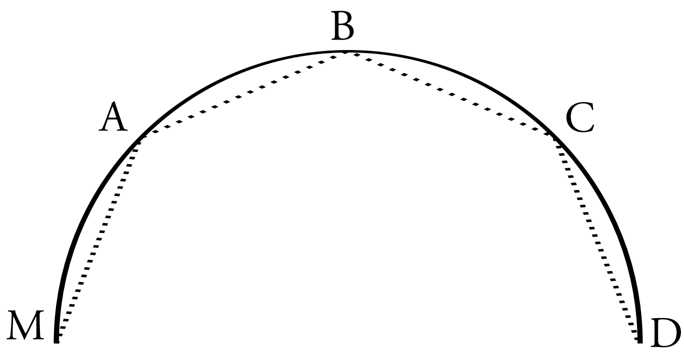
La propuesta es que lo intente sin piolines.

Tome una lata de las que usó para completar la tabla y dibuje el contorno de una de sus bases.

Ubique el centro de esa circunferencia.

Piense en la mitad del trayecto que recorre la hormiga.

Dibuje los caminos $\overline{ma}$, $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, como en el dibujo, mida y sume esas longitudes.

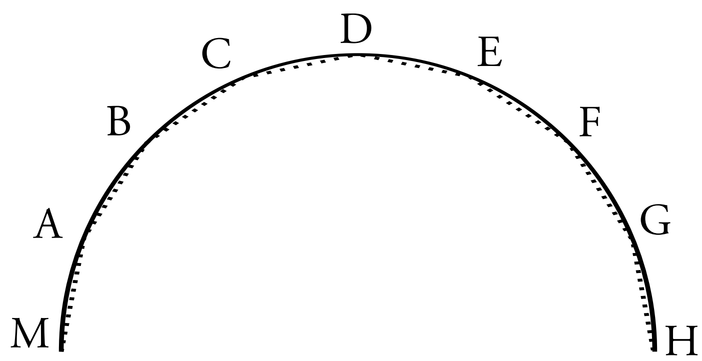


Claro que la hormiga tiene que caminar más porque va por la circunferencia.

Repita el procedimiento con segmentos menores.

Actividad N°21

Divida ahora su media circunferencia en segmentos menores, como en el dibujo. No tienen por qué ser iguales.



Mida y sume los segmentos:

a) ¿Cuál es el resultado de la suma de los segmentos?

....

....

Recuerde que ha hecho un cálculo aproximado de la mitad del camino de la hormiga.

b) ¿Cuánto mide entonces la circunferencia completa?

....

....

c) Compare este resultado con el que obtuvo por la estrategia del piolín de la actividad anterior.

....

....

....

Como verá, se puede obtener un buen resultado sin usar fórmulas.

Sin embargo, se sabe que, por ejemplo, en el cálculo de la longitud de la circunferencia, no siempre se puede usar un piolín o dibujar caminos. Piense en el cálculo de la longitud del ecuador terrestre o simplemente en el cálculo del contorno de un tanque de agua.

Le convendrá recordar, entonces, la fórmula para calcular la longitud de cualquier circunferencia.

Vea cómo se halla.

Actividad N°22

Vuelva a la Actividad N°20. En la tabla que usted completó, la primera columna contiene las longitudes de los contornos de las latas que usted eligió y la segunda columna, las longitudes de sus diámetros.

- Ayudándose con una calculadora, divida cada contorno por cada diámetro y anote los resultados:

$$\frac{\text{Longitud de la circunferencia 1}}{\text{Longitud del diámetro 1}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\text{Longitud de la circunferencia 2}}{\text{Longitud del diámetro 2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\text{Longitud de la circunferencia 3}}{\text{Longitud del diámetro 3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\text{Longitud de la circunferencia 4}}{\text{Longitud del diámetro 4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Habrá notado que todos los cocientes son iguales a 3 y un poco más. Y esto sucede siempre.

Los cocientes anteriores dicen que la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro siempre es 3 y un poquito más.

Si pudiera trabajar con mucha precisión, cosa casi imposible por los elementos que se están empleando, habría obtenido 3,14.

Por eso, para calcular la longitud de una circunferencia, bastará con multiplicar 3,14 por su diámetro.

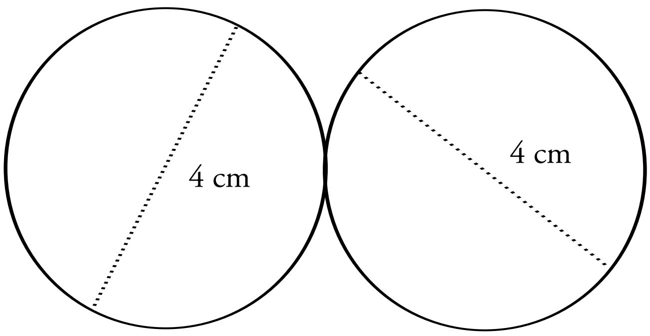
Como esta razón es de suma importancia, los matemáticos la han "bautizado" con un nombre propio. Se llama número π (se lee pi). π es una letra griega; con ella se simboliza la relación que hay entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, que es aproximadamente 3,14, pero que, en realidad, es un número de infinitas cifras.

Entonces:

$$\text{longitud de la circunferencia} = \pi \times d = 3{,}14 \times d$$

Actividad N°23

a) ¿Puede recorrer estas dos circunferencias con un lápiz en una sola pasada?



b) ¿Cuántos centímetros tuvo que recorrer el lápiz, si cada diámetro es de 4 cm?

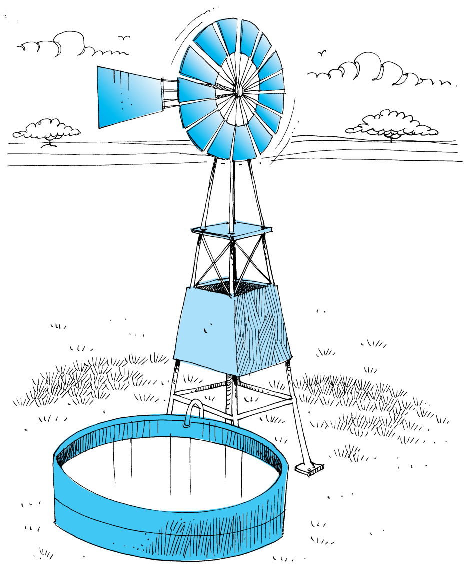
Actividad N°24

Un automóvil recorre una pista circular de 200 m de radio.

- ¿Cuántos metros recorrerá al cabo de 4 vueltas?

Actividad N°25

- ¿Cómo haría usted para calcular el diámetro de un tanque australiano, de ésos que se pueden ver en algunos campos al lado de un molino?



Superficie del círculo

Recuerde el procedimiento que se utilizó para calcular la longitud de la circunferencia con la lata. A medida que se dibujaban más segmentos y se iban sumando, la medida se aproximaba más a la longitud de la curva.

En esa actividad era importante conocer la longitud de la circunferencia, pero en otras ocasiones puede resultar necesario conocer la superficie de la figura que encierra la circunferencia.

Esta figura recibe el nombre de **círculo.**

Observe que la circunferencia es sólo el "borde" o perímetro del círculo.

Para calcular la superficie del círculo se utilizará un procedimiento semejante al que se usó para obtener la fórmula de la longitud de la circunferencia.

Un círculo puede dividirse en "porciones" (sectores circulares), como las siguientes:

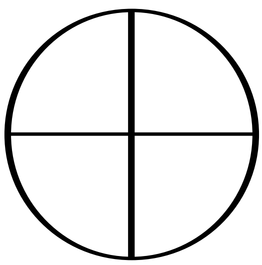


figura 1

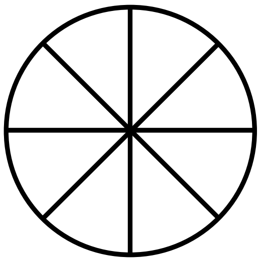


figura 2

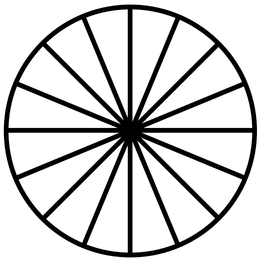
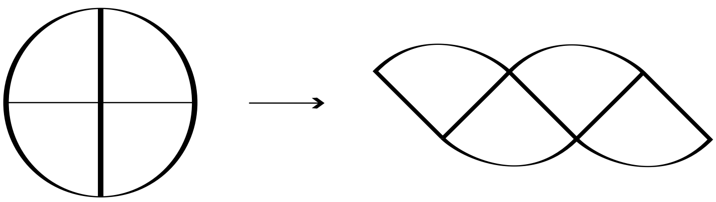


figura 3

Recortando los sectores de la figura 1, se puede armar una figura que se asemeja bastante a un paralelogramo; así:

figura 1



Si se hace lo mismo con las figuras 2 y 3, se obtendrá lo siguiente:

figura 2

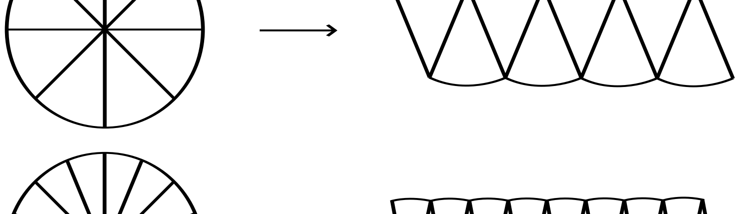
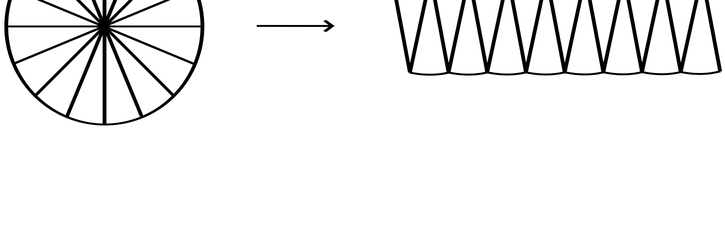


figura 3



La superficie del círculo es igual a la superficie del paralelogramo.

Usted ya calculó la superficie del paralelogramo: superficie del paralelogramo = base x altura.

Si se calcula la superficie del paralelogramo que se armó, se obtendrá la superficie del círculo.

Vuelva a la figura 3. Observe que la base del paralelogramo es igual a la mitad de la longitud de la circunferencia, y que la altura es el radio del círculo.

La longitud de la circunferencia es igual a 3,14 por diámetro.

La longitud de media circunferencia será igual a 3,14 por la mitad del diámetro, es decir, por el radio.

Longitud de media circunferencia = 3,14 x r

Entonces:

$$\text{superficie del paralelogramo} = \underset{3{,}14}{\text{base}} \times \underset{\underbrace{r \times r}_{r^2}}{\text{altura}}$$

o lo que es lo mismo:

superficie del paralelogramo = 3,14 x r^2

Se ha obtenido lo que se buscaba: la superficie del círculo.

Es útil recordarla:

sup. del círculo = π x r^2 ó
sup. del círculo = 3,14 x r^2

Actividad N°26

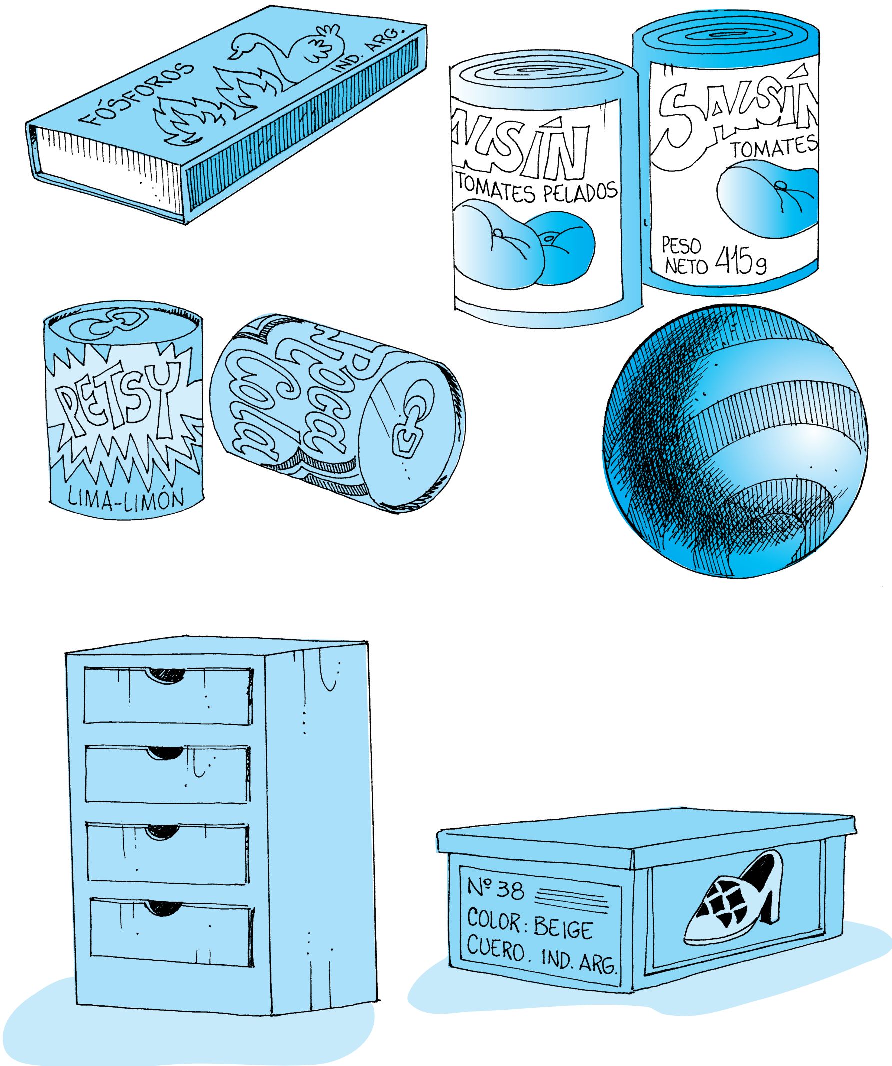
a) Calcule la superficie de un plato playo de 10 cm de radio.

b) Calcule aproximadamente la superficie de una moneda de 50 centavos.

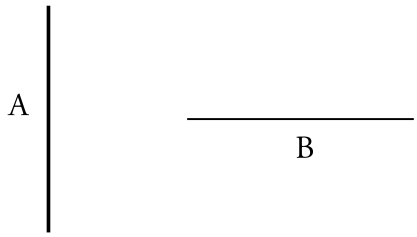
VOLUMEN DE LOS CUERPOS

Si miramos a nuestro alrededor, constantemente nos encontramos con objetos que tienen semejanzas y diferencias. Esos objetos se pueden clasificar por su color, por su tamaño, por su forma, etcétera.

En este módulo, usted estudiará las formas de algunos de ellos, sus nombres y el modo de calcular sus volúmenes.

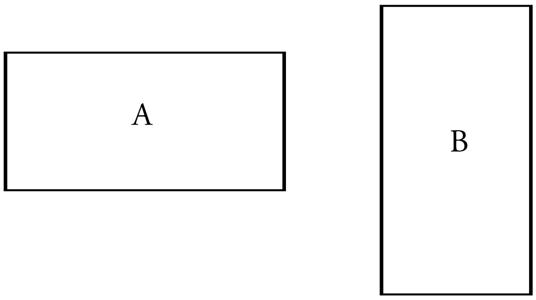


Si se quiere comparar los segmentos A y B para determinar cuál es mayor, ¿qué necesita conocer?



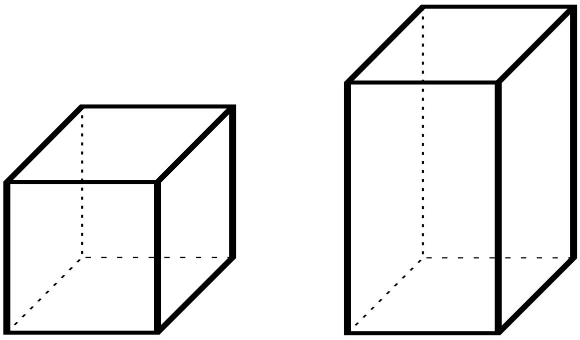
Se debe conocer la longitud.

Para determinar cuál de los dos rectángulos es el de mayor superficie, ¿qué elementos tiene que conocer?



Para comparar la superficie de algunas figuras planas, como los rectángulos, se necesita conocer el largo y el ancho.

Si ahora se quiere saber cuál de los dos tanques de agua representados en el gráfico tiene mayor volumen, ¿qué elementos necesita conocer?

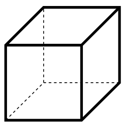


Para calcular el volumen de estos cuerpos, es necesario conocer el largo, el ancho y el alto.

Si usted observa los envases que habitualmente utiliza en su casa, encontrará en ellos esta notación:

cm^3 ______ se lee: centímetro cúbico.

Se llama **centímetro cúbico** al volumen ocupado por un cubo de 1 cm de arista.



1 cm

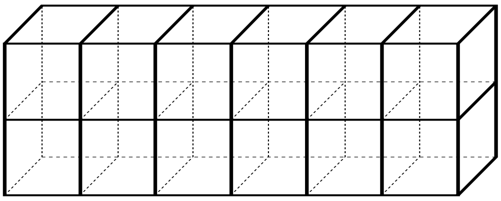
Así como en la longitud y la superficie se toma como unidad el m y el m^2, respectivamente, la unidad de volumen es el metro cúbico: m^3.

Como usted recordará, en el Módulo 3, para calcular la superficie de algunas figuras, contó cuadraditos de 1 cm de lado, es decir, tomó 1 cm^2 de superficie como unidad.

Para calcular el volumen de un cuerpo, se puede tomar como unidad de volumen un cubo de 1 cm^3 (un dado chico de los que se utilizan para jugar a la "generala").

Actividad N°27

Observe el cuerpo A representado a continuación.

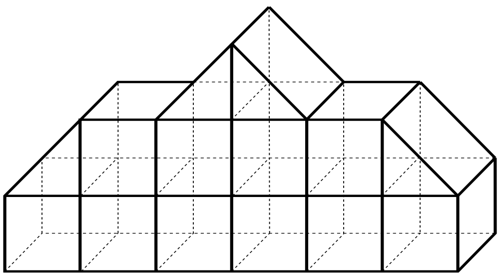


A

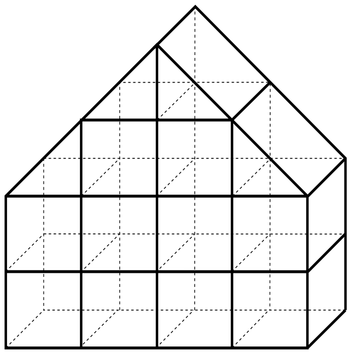
Está formado por 12 cubos de 1 cm de arista.

a) ¿Cuál es el volumen de A?

Observe ahora los cuerpos B y C:



B

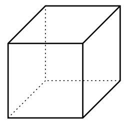


C

b) ¿Cuál es el volumen de B? ¿Y el de C?

Actividad N°28

Un fabricante de dados para jugar generala los hace casi exactamente de 1 cm x 1 cm x 1cm, es decir: de 1 cm^3.



Para transportarlos, emplea cajas de 10 cm de ancho por 15 cm de largo y 8 cm de alto. ¿Cuántos dados entran en cada caja?

Sin hacer la cuenta, estime cuál de estas respuestas es posible:

Entrarán

a) entre 100 y 500 dados;

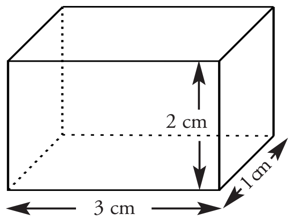
b) entre 500 y 1000 dados;

c) más de 1000 dados.

Realice el cálculo y, antes de continuar, consulte la clave de corrección.

Actividad N°29

Este cuerpo tiene forma de prisma.



Para calcular su volumen se puede usar el método anterior de contar cubitos de 1 cm de arista.

a) ¿Cuántos cubos de 1 cm de arista es posible colocar en esta caja?

Es posible colocar:

.... cubos a lo largo

y .... cubos a lo ancho

y .... cubos apilados en la altura.

En total .... x .... x .... = ... cubos.

Para calcular el volumen de un prisma es suficiente multiplicar largo por ancho por alto o, lo que es lo mismo:

Volumen prisma = Superficie de la base x altura.

Además del cm^3 y el m^3, existen otros múltiplos y submúltiplos:

El decímetro cúbico: se denomina decímetro cúbico al volumen ocupado por un cubo de 1 dm de arista.

Si en una caja de 1 dm^3 se colocan cubos de 1 cm^3 (como en la actividad anterior), es posible distribuir:

10 cubos a lo largo,
10 cubos a lo ancho,
y 10 cubos apilados en altura;

en total 10 x 10 x 10 = 1000 cubos de 1 cm^3 de volumen cada uno

Recuerde que en las medidas de longitud:

1 decímetro = 10 cm
1 metro = 10 dm

En las de superficie:

1 dm^2 = 100 cm^2
1 m^2 = 100 dm^2

En las unidades de volumen:

1 dm^3 = 1000 cm^3
1 m^3 = 1000 dm^3

Entonces, 1 m^3 equivale a 1.000.000 cm^3.

Actividad N°30

a) Tome un envase de cartón de leche que contenga 1 litro.

¿Qué forma tiene? ....

Mida el largo, el ancho y el alto. ....

b) Calcule el volumen del envase de cartón en dm^3.

....

c) ¿Cuál es la capacidad que figura en el envase?

....

¿Cuál es el volumen que usted ha hallado?

....

d) ¿Cuáles podrían ser las medidas de un envase de cartón de medio litro de yogur?

.... x .... x ....

Usted podrá observar que en los envases de vino, de aceite, de agua mineral, de leche, etc, a veces, en la etiqueta aparece indicada la capacidad y otras veces, el volumen. Esto se debe a la relación que existe entre capacidad y volumen.

Un ejemplo: si el volumen de un cartón de leche es de 1000 cm^3 (1 dm^3), entonces su capacidad es equivalente a 1 litro.

Para recordar:

1 litro = 1000 cm^3 ó 1 litro = 1 dm^3

Actividad N°31

a) Un comerciante vende frascos de perfume en cajas de forma cúbica de 5 cm de arista (5 x 5 x 5). Los frascos de perfumes ahora tienen el doble de capacidad; entonces el vendedor se hizo fabricar cajas de 10 cm de arista. ¿La nueva caja tiene el doble de volumen?

Calcule el volumen de cada caja y compare sus resultados.

¿Cuál es su conclusión? ....

b) Un cubo tiene un volumen de 64 cm^3. Estime el valor de su arista.

c) ¿Cuántos litros de nafta caben en el tanque de un coche?
¿Cuáles serán aproximadamente sus dimensiones?

Actividad N°32

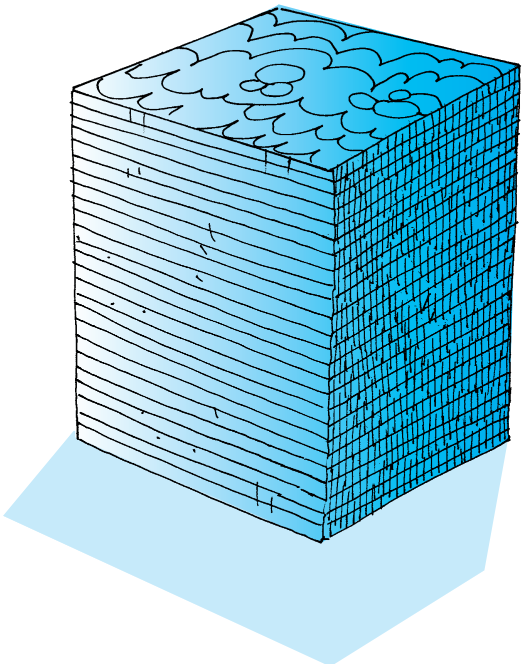
- La ficha técnica de una estufa de 3000 kcal/h. (cantidad de calor que produce por hora) dice que es apropiada para ambientes de hasta 35 m^3. Si se la quiere instalar en una habitación de 3 m de altura, por 4 de ancho y 5,5 m de largo, ¿proporcionará el calor suficiente para ese ambiente?

Volumen del cilindro

Ahora busque unas cuantas monedas iguales; luego, forme una pila con ellas cuidando que no sobresalga ninguna.

El cuerpo que formó se llama cilindro. Como verá, muchos envases tienen esta forma. El cálculo de su volumen puede ser de utilidad.

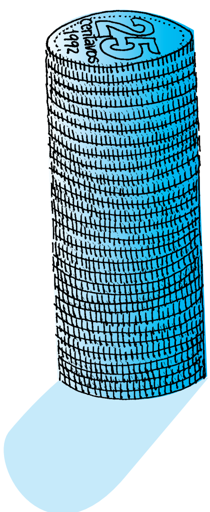
Si en lugar de las monedas hubiéramos apilado azulejos, el resultado habría sido un prisma.



vol. del prisma = sup. de la base x altura

Si se multiplica la superficie del azulejo por la altura, se obtendrá su volumen.

Observe la diferencia entre un cilindro y un prisma:



Para calcular el volumen del cilindro, bastará con multiplicar la superficie de la moneda por la altura:

volumen del cilindro = sup. de la base x altura

Actividad N°33

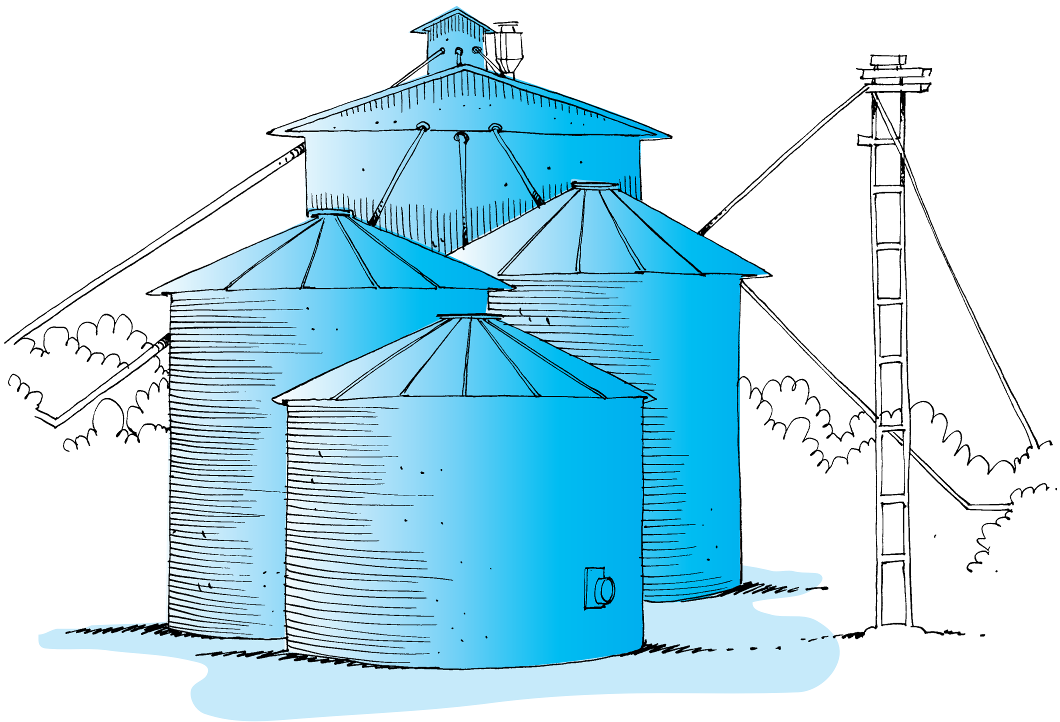
- Calcule el volumen del cilindro de monedas que usted armó.

Actvidad N°34

- Resuelva los siguientes problemas:

a) Un pozo cilíndrico de 20 metros de profundidad tiene un diámetro de 1,5 m. Calcule el volumen de agua que contiene.

b) Los silos son los depósitos cilíndricos que se usan para almacenar granos. Calcule el volumen de un silo de 15 m de alto y 10 m de diámetro.



c) En una plantación se construyeron acequias, que son canales que conducen agua de riego. Supongamos que cada una tiene forma de medio cilindro y es de 8 m de largo y 2 m de profundidad. ¿Qué volumen de agua contiene cada una?

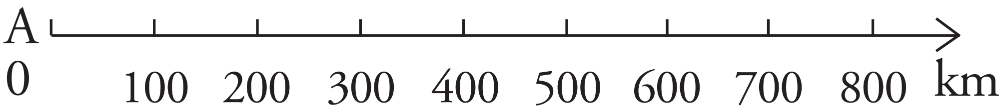
d) Una lata de cerveza tiene 9 cm de alto y 6 cm de diámetro. Otra lata cilíndrica de dulce tiene la misma altura pero el doble de diámetro. ¿Cuál es el volumen de cada lata?

USO DE PARÉNTESIS (...)

Reflexione sobre la siguiente situación:

Un automóvil que salió desde la ciudad A recorrió 800 km. Luego retrocedió por el mismo camino 200 km y volvió a retroceder 150 km más. ¿A qué distancia se encuentra de la ciudad A?

Analizar el problema sobre una semirrecta, quizás lo ayude:



La solución del problema anterior podría escribirse así:

800 km - 200 km - 150 km = 450 km

Pero también podría pensarse así:

800 km - (200 km + 150 km) = 450 km

Esta vez se han sumado los retrocesos para luego restar ese resultado a 800 km.

Observe que la suma de retrocesos se ha colocado entre paréntesis:
(200 km + 150 km)

El paréntesis indica que primero se deben resolver las operaciones que se encuentran dentro de él.

De ahora en más, cuando realice operaciones, tendrá que tener en cuenta las indicaciones que le den los paréntesis. Si un cálculo de sumas y restas no presenta paréntesis, las operaciones deberán realizarse a medida que aparezcan.

Ejemplo:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{20 - 4}_{16} + 5}_{21} - 2} = 19$$

$$20 - 4 + 5 - 2 =$$
$$16 + 5 - 2 =$$
$$21 - 2 = 19$$

Observe qué pasa si se coloca un paréntesis en algún lugar del cálculo anterior:

$$20 - \underbrace{(4 + 5 - 2)}_{7} =$$
$$20 - 7 = 13$$

El resultado que ahora se obtuvo, ¿es igual al anterior?

Los resultados son distintos ya que el paréntesis obliga a resolver primero las operaciones que figuran dentro de él.

Actividad N°35

- En un hotel hay 19 habitaciones sin ocupar. Al llegar el fin de semana, se ocupan: el viernes, 8 y el sábado, 5. ¿Cuántas habitaciones quedan libres?

Resuelva la actividad escribiendo el cálculo con paréntesis y sin él. Recuerde que el resultado es el mismo.

Actividad N°36

Resuelva los siguientes cálculos prestando atención a los paréntesis colocados:

a) $10 + 5 - 2 - 1 =$ ....

b) $10 + 5 - (2 - 1) =$ ....

c) $(0,5 + 0,5) - 1 =$ ....

Algunas veces los paréntesis no aparecen, pero están.

En una carrera de coches hubo 3 etapas de 428 km cada una, 2 etapas de 253 km y 4 etapas de 376 km. ¿Cuántos kilómetros recorrieron los competidores que completaron el recorrido?

....

....

....

En este caso, aunque no haya paréntesis, las operaciones no pueden realizarse una a continuación de la otra.

Si no hay paréntesis, los signos + y - cumplen el papel de paréntesis.

El cálculo queda así:

$$\underbrace{428 + 428 + 428} + \underbrace{253 + 253} + \underbrace{376 + 376 + 376 + 376} =$$

$$= 428 \times 3 + 253 \times 2 + 376 \times 4 =$$

$$= 1.284 + 506 + 1.504 = 3.294 \text{ km}$$

Los signos + y - separan igual que los paréntesis. A cada una de las expresiones que queda comprendida entre estos signos se la llama **término**.

No tener en cuenta la separación en términos puede provocar errores; por ejemplo: 2 + 5 x 3

a) Si se separa en términos: $2 + 5 \times 3 =$

$$= 2 + 15 = 17$$

b) Si se hace sin respetar los términos:

$$\underbrace{2 + 5}\, x\, 3$$

$7 \quad x\ 3 = 21$ Este resultado es incorrecto

Actividad N°37

Un comerciante realiza una venta de $ 6 y luego 2 ventas de $ 5 cada una.

¿Cuánto recaudó en total?

Actividad N°38

En la fábrica le han dicho a Esteban que su sueldo sería de $ 230 por quincena, pero que le descontarían $ 25 por aportes para la jubilación, $ 6 para la obra social y $ 1,50 para otros gastos.
¿Cuánto cobrará por quincena?

Exprese el cálculo en un solo renglón.

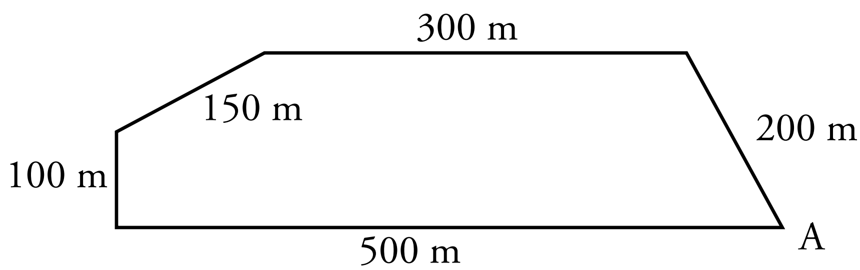
Actividad N°39

- Un ama de casa compró 2 kg de arroz a $ 1,20 por kilo, 3 litros de aceite a $ 1,50 el litro y 1 kg de azúcar a $ 0,49 el kilo. Pagó con $ 10. ¿Cuánto deben darle de vuelto?

  Exprese el cálculo en un solo renglón.

Actividad N°40

El médico le recomendó a Don José que caminara unas 50 cuadras por día. Por eso, todas las mañanas va a la pista de atletismo municipal que hay en su pueblo y da 4 vueltas alrededor de la pista.



La pista tiene las dimensiones indicadas en el dibujo. Don José empieza a caminar en el punto A.

a) ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al cálculo de la distancia que camina Don José?

1.- 4 x (300 + 200 + 500 + 100 + 150) =

2.- 4 x 300 x 200 x 500 x 100 x 150 =

3.- 4 x 300 + 4 x 200 + 4 x 500 + 4 x 100 + 4 x 150 =

b) Calcule cuántos metros camina Don José.

....

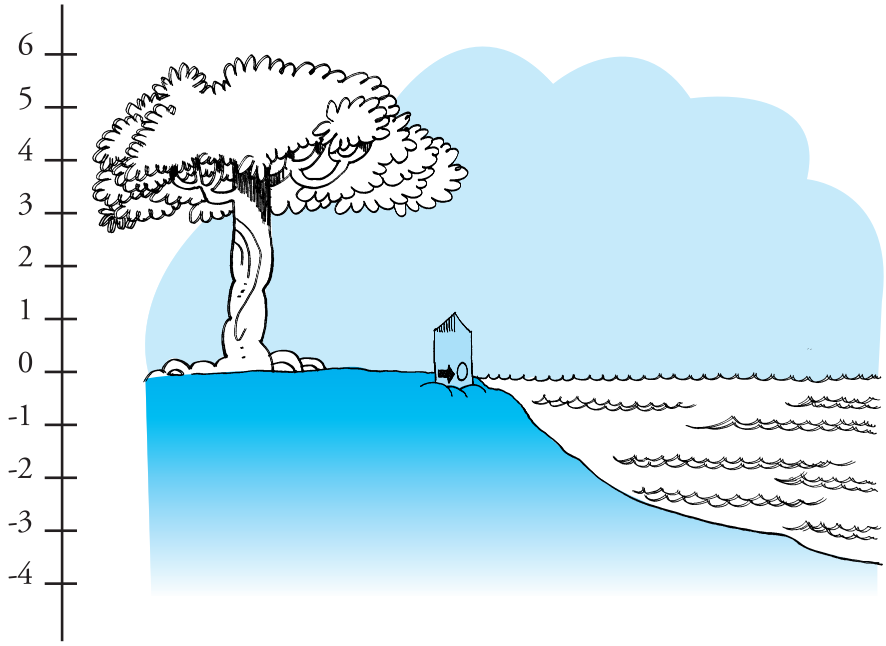
c) ¿Se aproxima a lo que el médico le indicó?

....

NÚMEROS NEGATIVOS

Actividad N°41

La figura representa una zona costera. Las marcas de la izquierda indican diferentes alturas en metros.



a) ¿A qué altura se encuentra el nivel del mar?

....

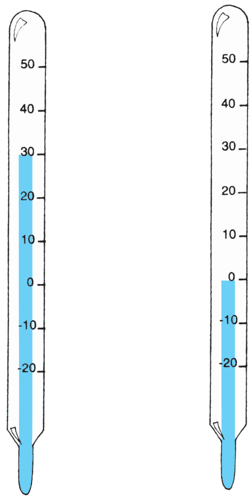
b) ¿A qué altura aproximada llega la parte superior del árbol ?

....

c) Marque 4 m de altura sobre el nivel del mar y 4 m de profundidad (debajo del nivel del mar).

Actividad N°42

Observe los termómetros de la figura. Las marcas están ubicadas cada 10 grados.



a) ¿Qué temperatura marca cada termómetro?

....

b) ¿Hasta qué temperatura sobre cero y bajo cero puede marcar el mercurio en estos termómetros?

....

c) ¿Cómo escribiría 10º sobre cero y 10º bajo cero?

....

Como usted observó, en estas actividades y en muchas otras, aparece la necesidad de resolver situaciones que requieren dos escalas opuestas. Por eso fue necesario crear una nueva clase de números: -1, -2, -3..., etc, llamados enteros negativos.

Así, por ejemplo, los números 10 y -10 se pueden usar para indicar distintas temperaturas, una sobre cero y la otra bajo cero, respectivamente. También se pueden usar para indicar posiciones sobre el nivel del mar o debajo del nivel del mar, respectivamente.

Si usted revisa cualquier libro de historia antigua, observará que también allí se usan números negativos para indicar fechas anteriores al nacimiento de Cristo y positivos para fechas posteriores al nacimiento de Cristo.

Vea un ejemplo:

Actividad N°43

Considerando la línea de tiempo representada aquí arriba, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántos años antes del nacimiento de Cristo puede situar el apogeo de la democracia en Atenas?

b) ¿Cuántos años después del nacimiento de Cristo puede situar la caída del Imperio Romano de Occidente?

c) ¿Cuántos años transcurrieron desde el apogeo de la democracia ateniense hasta la caída del Imperio Romano de Occidente?

Actividad N°44

El siguiente cuadro muestra temperaturas en grados centígrados registradas, cierto día, en algunas ciudades de nuestro país:

Ciudad	Temperatura mínima	Temperatura máxima
Bahía Blanca	- 4°	15°
Bariloche	- 3°	9°
Base Marambio	- 19°	- 9°
Buenos Aires	6°	11°
Catamarca	4°	10°
Comodoro Rivadavia	2°	9°
Córdoba	8°	15°
Corrientes	10°	17°
Formosa	12°	22°
Iguazú	12°	20°
Jujuy	7°	15°
La Rioja	8°	14°
Mar Del Plata	- 1°	11°
Neuquén	- 5°	2°
Paraná	10°	15°
Posadas	13°	25°
Resistencia	11°	16°
Río Gallegos	6°	10°
Rosario	5°	10°
Salta	6°	13°
San Juan	6°	11°
San Luis	5°	9°
Santa Fe	6°	9°
Santiago del Estero	9°	13°
Tucumán	8°	12°
Ushuaia	1°	6°
Viedma	- 5°	7°

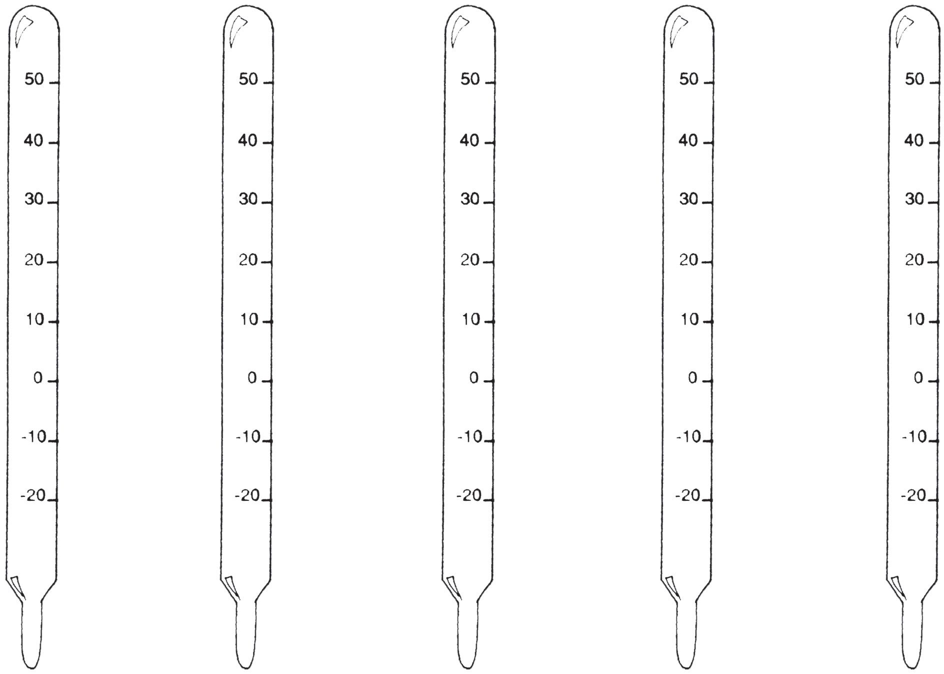
a) ¿En qué ciudad se produjo la temperatura más baja? ¿Cuál fue la máxima temperatura en esa ciudad?

b) ¿En qué ciudad se produjo la temperatura más alta? ¿Cuál fue la mínima en esa ciudad?

c) Indique en qué ciudades la temperatura fue de 0^{o} en algún momento del día.

d) Indique algunas ciudades que hayan tenido temperaturas sobre cero durante todo el día y otra donde las temperaturas se hayan mantenido bajo cero durante todo el día.

e) Ubique las siguientes temperaturas en cada termómetro donde las marcas están ubicadas cada 10 grados:



A- Máxima de Bahía Blanca
B- Mínima de Paraná
C- Máxima de Rosario
D- Mínima de Viedma

f) Ordene las siguientes temperaturas de la más fría a la más cálida:

-9^{o} ; 0^{o} ; -3^{o} ; $+3^{o}$; $+5^{o}$; -1^{o} ; $+10^{o}$; -15^{o}.

....

....

CLAVES DE CORRECCIÓN

Actividad N°1

a) ¿Estuvo cerca? Si estuvo lejos, no se desaliente.

b) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^8 = 6.561$
A los 8 días serán 6.561 insectos.

c) El día 13 superará el millón y medio de insectos (considerando que todos siguen vivos)
$3^{13} = 1.594.323$

Actividad N°2

a) $6 \times 6 = 6^2 = 36$

b) $0,5 \times 0,5 = 0,5^2 = 0,25$

c) $10^2 = 10 \times 10 = 100$

Actividad N°3

a) $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

b) $1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$

c) $0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,2^3 = 0,008$

Actividad N°4

a) $2^4 = 16$

b) $1{,}2^2 = 1{,}44$

c) $10^1 = 10$

Actividad N°5

a) En la caja hay 64 botones, ya que
$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

b) En 4 cajas como éstas habrá 4^4 botones, es decir 256 botones.

c) Si cada uno cuesta $ 4, entonces 4 cajas costarán: $ 4 x 256 = $ 1024

Actividad N°6

El problema del rumor puede pensarse así: Un visitante llegó a las 3 de la mañana con una noticia y empezó a divulgarla de este modo:

A las 3 y cuarto, ya conocían la noticia **3 vecinos;** cada vecino hizo lo mismo. Entonces, a las 3 y media, ya conocían la noticia **9 vecinos más**: 3 vecinos por boca de cada uno de los 3 vecinos. Y así progresivamente...

Entre las 3 y las 4 y cuarto hay 5 cuartos de hora.

Entonces:

3 y cuarto	3 vecinos
3 y media	$3 \times 3 = 9$ vecinos más
4 menos cuarto	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ vecinos
4	$3^4 = 81$ vecinos más
4 y cuarto	$3^5 = 243$ vecinos más

En total, a las 4 y cuarto de la mañana, conocían la noticia:
$3 + 9 + 27 + 81 + 243 =$ ¡363 vecinos!

Esta es una situación irreal que nos ha servido para hacer una actividad (en nuestro pueblo hay vecinos mucho más rápidos para difundir noticias).

Actividad N°7

a) $500.000.000.000.000 = 5 \times 10^{14}$

b) $15.000.000.000.000 = 15 \times 10^{12}$

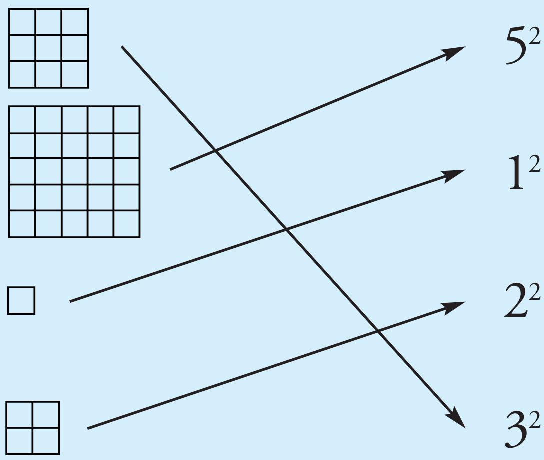
c) $5.000.000.000 = 5 \times 10^{9}$

d) $3.800.000.000 = 38 \times 10^{8}$

Actividad N°8

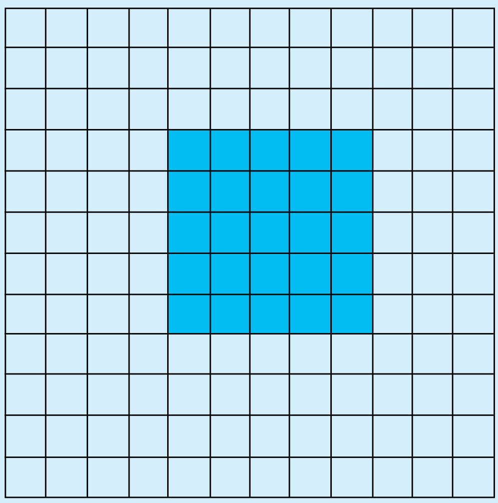
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrado	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubo	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Actividad N°9



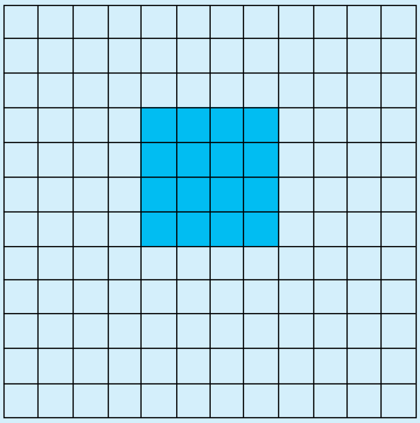
Actividad N°10

a) Usted pudo sombrear el cuadrado de 25 de superficie en otro sector de la cuadrícula; lo que importa es que el cuadrado tenga 5 x 5.



b) El lado mide 5.

c) Igual que en el caso anterior, usted pudo sombrear en otro sector del cuadro.



d) El lado mide 4.

e)

SUPERFICIE	MEDIDA DEL LADO
25 cuadraditos	5
16 cuadraditos	4
9 cuadraditos	3
4 cuadraditos	2
1 cuadradito	1

Actividad N°11

a) Si se disponen los soldados en una formación de igual número de filas que de columnas y en total hay 2.025 hombres, para hallar la cantidad de filas o columnas, alcanza con calcular qué número elevado al cuadrado da 2.025; es decir: la raíz cuadrada, que es exactamente 45.

b) Como la raíz es exacta, no hay soldados sin tomar parte en la formación.

Actividad N°12

Este cuadrilátero tiene los dos pares de lados paralelos.

Actividad N°13

a) El cuadrilátero dibujado es un rectángulo.

b) Tiene sus dos pares de lados paralelos como el anterior pero en el rectángulo los cuatros ángulos son iguales.

Actividad N°14

a) Sí, es un trapecio, ya que tiene un par de lados paralelos. También es un paralelogramo pues tiene sus dos pares de lados paralelos.
No es un rectángulo, por no tener ángulos rectos.

b) Tiene sus cuatro lados iguales.

Actividad N°15

a) Sí, porque simultáneamente puede tener sus cuatro lados iguales (rombo) y sus cuatro ángulos rectos (rectángulo).

b) Para ser rombo, sus lados deben ser iguales.

c) Para ser rectángulo, sus ángulos deben ser rectos.

d) El cuadrado.

Actividad N°16

Superficie del paralelogramo abcd
b x h = 3cm x 2cm = 6cm^2

Superficie del paralelogramo mnop
bxh = 2cm x 2,5cm = 5cm^2

Actividad N°17

a) La respuesta depende del paralelogramo que dibujó.

b) Iguales; si dibujó bien el paralelogramo y lo cortó por su diagonal, los dos triángulos al superponerse deben coincidir. Si calculó la superficie del paralelogramo, la del triángulo es la mitad ya que el paralelogramo se dividió en dos partes iguales.

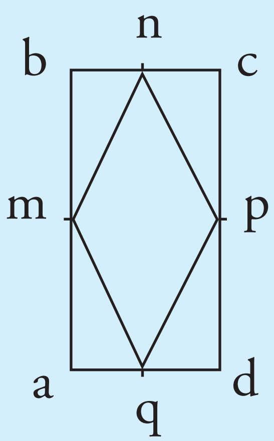
c) Por lo anterior se deduce que la fórmula para calcular la superficie de un triángulo es:

base por altura dividido dos.

Superficie del triángulo $\frac{b \times h}{2}$

Actividad N°18

a) y b)



Actividad N°19

a) sup. del lote 1 = 10m x 80m = 800m^2
sup. del lote 2 = 40m x 50m = 2.000m^2

b) costo del lote 1 = 800 x 120 = \$9.600
costo del lote 2 = 2.000 x 120 = \$24.000

Actividad N°20

La respuesta depende de las latas utilizadas. Si tiene dudas, consulte con su docente.

Actividad N°21

a) Depende de la lata que usted eligió.

b) El doble que la respuesta anterior.

c) Al comparar el resultado obtenido por medio de la estrategia del piolín, verá que se aproxima bastante.

Por ejemplo, para el dibujo del ejemplo las respuestas son:

a) $\overline{ma} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} + \overline{ef} + \overline{fg} + \overline{gh} =$
$= 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 =$

b) Completa mide 12, que es el doble que la mitad calculada.

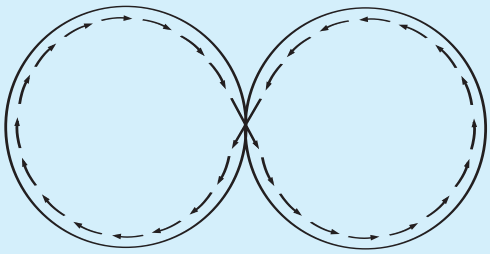
c) Si se hubiese medido con el piolín, la circunferencia habría dado 12,6, que es un poco más que lo que da la suma de segmentos.

Actividad N°22

Seguramente habrá obtenido, en cada caso, un poco más de 3.

Actividad N°23

a) Sí, así:



b) Longitud de cada
circunferencia = 3,14 x d
= 3,14 x 4 cm
= 12,56 cm

Como son 2 circunferencias, el lápiz recorrió 25,12 cm.

Actividad N°24

Longitud pista circular = 3,14 x 400 m
Longitud pista circular = 1.256 m

Al cabo de 4 vueltas recorrerá 5.024 m (¡unos 5 kilómetros!).

Actividad N°25

Por ejemplo, podría colocar una cuerda tensa procurando que pase por el centro del tanque.

También podría tomar el contorno del tanque y dividirlo por 3,14 (o por 3, para facilitar el cálculo).

En ambos casos, obtendrá aproximadamente el diámetro.

Actividad N°26

a) Superficie círculo = $3{,}14 \times r^2$
    “ “ = $3{,}14 \times (10\ \text{cm})^2$
    “ “ = $3{,}14 \times 100\ \text{cm}^2$
    “ “ = $314\ \text{cm}^2$

La superficie del plato es de $314\ \text{cm}^2$.

b) Una moneda de 50 centavos tiene un diámetro de 2,5; es decir: un radio de 1,25 cm.

Superficie moneda = $3{,}14 \times (1{,}25\ \text{cm})^2$.
    “ “ = $4{,}90\ \text{cm}^2$ aproximadamente.

Las monedas de 50 centavos tienen una superficie aproximada de $4{,}90\ \text{cm}^2$.

Actividad N°27

a) Como el cuerpo A está formado por 12 cubos de 1 cm de arista, es decir: por 12 cubos de 1 cm^3 de volumen, el cuerpo A tiene un volumen de 12 cm^3.

b) Al contar los cubos que forman el cuerpo B, se observa que hay: 10 cubos, y 4 mitades de cubo (esto es, 2 cubos más).

En total, el cuerpo B está formado por 12 cubos de 1 cm^3 de volumen cada uno. Entonces el volumen de B = 12 cm^3.

Del mismo modo, el cuerpo C está formado por 10 cubos enteros y 4 medios cubos. En total, 12 cubos de 1 cm^3 cada uno.
El volumen de C = 12 cm^3.

Actividad N°28

Si primero se llena el fondo de la caja, es posible ubicar 15 dados por fila, y en total 10 filas; es decir: 150 dados son los que se necesitan para cubrir el fondo.
Como la caja tiene 8 cm de altura, son necesarias 8 capas de 150 dados cada una para llenar la caja, es decir: 150 x 8 = 1200 dados.

Actividad N°29

En la caja se pueden colocar:

a) 3 cubos a lo largo,
1 cubo en el ancho
y 2 cubos apilados en la altura.

En total: $3 \times 1 \times 2 = 6$ cubos.

La caja tiene un volumen de 6 cm^3.

Actividad N°30

a) El cartón de leche tiene forma de prisma.
El envase medido en este ejemplo tiene 7,5 cm de largo, 7,5 cm de ancho y 18 cm de alto (sin contar la "solapa").
Quizás su envase tenga otros valores.

b) El volumen del envase = 7,5 cm x 7,5 cm x 18 cm
= 1.012,50 cm^3

Como 1 dm = 10 cm
1 dm^3 = 10 cm x 10 cm x 10 cm = 1.000 cm^3

Entonces 1.000 cm^3 equivalen a 1 dm^3;
1.012,50 cm^3 equivalen a aproximadamente 1 dm^3

c) En el envase del ejemplo, la capacidad es de 1 litro.

El volumen hallado es de aproximadamente 1 dm^3 ó 1.000 cm^3, que equivalen a 1 litro.

d) Un envase de cartón de medio litro podría tener, por ejemplo, la misma base de 7,5 cm por 7,5 cm que el cartón de 1 litro de leche, y la mitad de alto, aproximadamente, es decir: 9 cm.

Actividad N°31

a) Volumen del cubo chico = 5 cm^3
“ “ “ “ = 125 cm^3

Volumen del cubo grande = 10 cm x 10 cm x 10 cm
“ “ “ “ = 1.000 cm^3

Usted habrá observado que el volumen del segundo cubo es bastante más grande que el del primero. ¿Cuánto más grande?

Haciendo algunas cuentas, estará de acuerdo con que el cubo grande tiene un volumen 8 veces mayor que el cubo chico (125 x 8 = 1000).

Fíjese que la arista del grande es el doble de la del chico (10 es el doble de 5 cm) y, sin embargo, el volumen es 8 veces mayor.

b) Para estimar el valor de la arista, usted habrá pensado, por ejemplo, qué número multiplicado 3 veces por sí mismo da 64.

Así: $2 \times 2 \times 2 = 8$ es menor que 64

$5 \times 5 \times 5 = 125$ es mayor que 64

$4 \times 4 \times 4 = 64$

La arista es de 4 cm.

c) Por ejemplo, un auto mediano carga aproximadamente 45 litros de nafta en un tanque de 60 cm x 20 cm x 40 cm.

Actividad N°32

Para saber si el tamaño de la estufa es apropiado o inapropiado, se debe calcular el volumen de la habitación y ver si supera o no los $35 m^3$.

Como la habitación tiene forma de prisma, su volumen se calcula multiplicando largo x ancho x alto, esto es:

$5{,}5\ m \times 4\ m \times 3\ m = 66\ m^3$

La estufa no es suficiente para calentar ese ambiente.

Actividad N°33

Le bastará con multiplicar la superficie de la moneda por la altura (en centímetros) del cilindro que usted armó. El resultado estará expresado en cm^3.

Actividad N°34

a) Superficie base del pozo = 3,14 x (0,75 m^2)
" " " " = 1,76 m^2

Volumen del pozo = 1,76 m^2 x 20 m
" " " = 35,32 m^3

El volumen de agua que este pozo puede contener es de 35,32 m^3.

b) Superficie base del silo = 3,14 x $(5\ m)^2$
" " " " = 78,5 m^2

Volumen silo = 78,5 m^2 x 15 m
" " = 1.177,5 m^3

El volumen del silo es de 1.177,5 m^3.

c) Si fuesen cilindros enteros, habría que calcular:
Volumen del cilindro = 8 m x 3,14 x $(2\ m)^2$
" " " = 100,48 m^3

Como sólo es medio cilindro, el volumen de la acequia es de:
100,48 m^2 : 2 = 50,24 m^3

Cada acequia podrá contener 50,24 m^3 de agua.

d) Sup. base de la lata de cerveza = $3{,}14 \times (3\ cm)^2$
" " " " " " " = $3{,}14 \times 9\ cm^2$
" " " " " " " = $28{,}26\ cm^2$

Vol. lata de cerveza = $28{,}26\ cm^2 \times 9\ cm$
" " " " = $254{,}34\ cm^3$

Sup. base de la lata de dulce = $3{,}14 \times (6\ cm)^2$
" " " " " " " = $3{,}14 \times 36\ cm^2$
= $113{,}04\ cm^2$

Vol. lata de dulce = $113{,}04\ cm^2 \times 9\ cm$
" " " " = $1.017{,}36\ cm^3$

El volumen de la lata de cerveza es de 254,34 cm^3 (un poco más de 1/4 litro) y el de la lata de dulce, 1.017,36 cm^3. Tienen la misma altura pero, al duplicarse su diámetro, su volumen se cuadruplica.

Actividad N°35

Si lo interpreta sin paréntesis, el cálculo es:

$$\underbrace{19 - 8}_{} - 5 =$$

$$= 11 - 5 = 6$$

Con paréntesis:

$$19 - \underbrace{(8 + 5)}_{} =$$

$$= 19 - 13 = 6$$

Quedan 6 habitaciones libres.

Actividad N°36

a) $10 + 5 - 2 - 1 =$

$= 15 - 2 - 1 =$

$= 13 - 1 = 12$

b) $10 + 5 - (2 - 1) =$

$= 15 - 1 = 14$

c) $(0{,}5 + 0{,}5) - 1 =$

$= 1 - 1 = 0$

Actividad N°37

La situación se puede plantear así:

6	+	2 . 5	=	6 + 10 = 16
1 venta de $ 6		2 ventas de $ 5		Recaudó $ 16 en total

Actividad N°38

Usted pudo haberlo planteado así:

1º) Sumar todos los descuentos.
2º) Restar los descuentos del sueldo pactados.

descuentos: $ 25 + $ 6 + $ 1,50 = $ 32,50
jubilación o. Sociales o. Gastos

sueldo - descuentos: $ 230 - ($ 25 + $ 6 + $ 1,50) =
= $ 230 - $ 32,50 = $ 197,50

Cobrará $ 197,50

También podría haber restado los descuentos, uno a uno, del total del sueldo pactado:

$ 230 - $ 25 = $ 205
$ 205 - $ 6 = $ 199
$ 199 - $ 1,50 = $ 197,50

Actividad N°39

Si se calcula el gasto por alimento:

arroz:	2	x	$ 1,20	=	$ 2,40
	nº de kilos		precio por kilo		
aceite:	3	x	$ 1,50	=	$ 4,50
	nº de litros		precio por litro		
azúcar:	1	x	$ 0,49	=	$ 0,49
	nº de kilos		precio por kilo		

gasto total:	$\begin{array}{r} \$ \quad 2,40 \\ \$ + 4,50 \\ \$ \quad 0,49 \\ \hline \$ \quad 7,39 \end{array}$	Observe cómo se han encolumnado las cifras

El vuelto pudo haberlo calculado así:

$$\begin{array}{lr} \text{pagó con:} & - \; \$ \quad 10 \\ \text{gastó:} & \$ \quad 7{,}39 \\ \hline \text{vuelto:} & \$ \quad 2{,}61 \end{array}$$

Le darán de vuelto: $ 2,61

Una forma abreviada es:
$ 10 - (2 x $ 1,20 + 3 x $ 1,5 + $ 0,49) = $ 2,61

Actividad N°40

a) Las expresiones correctas son la primera y la tercera.

4 x (300 + 200 + 500 + 100 + 150) =
4 x 300 + 4 x 200 + 4 x 500 + 4 x 100 + 4 x 150 =

En la primera, utilizando paréntesis: en la segunda, no.

b) Don José camina 5.000 m. El resultado se obtiene a través de cualquiera de las expresiones anteriores, ya que son equivalentes.

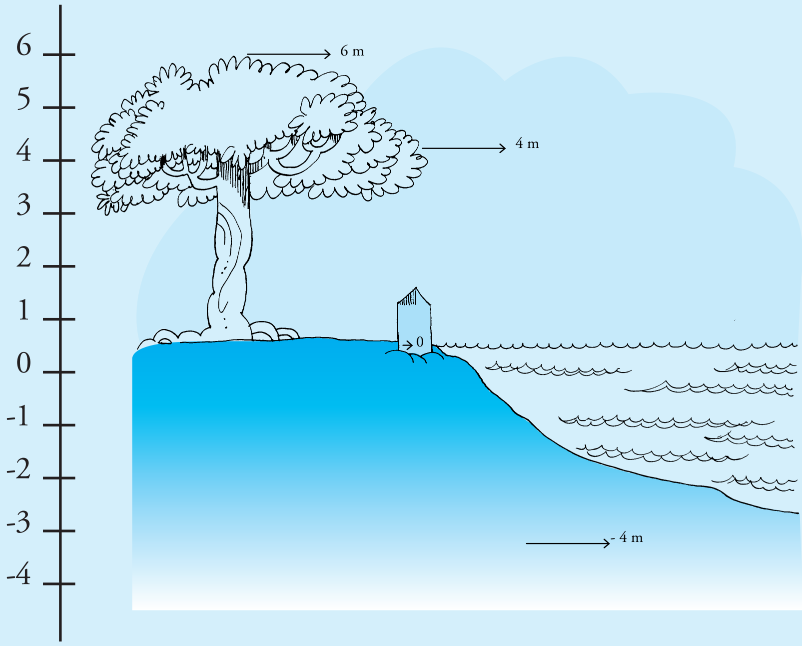
c) Sí, 5.000 m, aproximadamente, son 50 cuadras, lo indicado por el médico.

Actividad N°41

a) El nivel del mar se encuentra a 0 metros.

b) El árbol está a casi 6 metros sobre el nivel del mar.

c)



Actividad N°42

a) El termómetro A marca 30 grados sobre cero y el B 1 grado bajo cero.

b) Los termómetros presentados marcan hasta 50 grados sobre cero y 20 grados bajo cero, aproximadamente.

c) 10º y -10º.

Actividad N°43

a) El apogeo de la democracia en Atenas se sitúa en el año 462 antes de Cristo.

b) La caída del Imperio Romano se sitúa 476 años después del nacimiento de Cristo.

c) De un acontecimiento al otro pasaron 938 años.

Actividad N°44

a) La temperatura más baja se produjo en la Base Marambio. La máxima allí fue de - 9°.

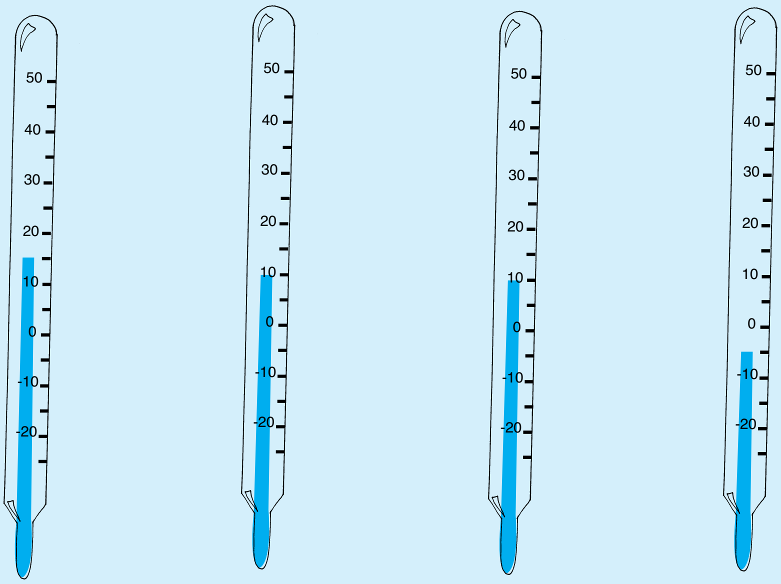
b) La temperatura más alta se produjo en Posadas. La mínima allí fue de 13°.

c) En Bahía Blanca, Bariloche, Mar del Plata, Neuquén y Viedma, la temperatura fue de 0º en algún momento del día.

d) Ciudades con temperatura sobre cero: Catamarca, Comodoro Rivadavia, Córdoba, Corrientes, Formosa, Iguazú, Jujuy, La Rioja, Paraná, Posadas, Resistencia, Río Gallegos, Rosario, Salta, San Juan, San Luis, Santa Fe, Santiago del Estero, Tucumán, Ushuaia.

Ciudad con temperatura bajo cero durante todo el día: sólo Base Marambio.

e)



Bahía Blanca: 15° de máxima

Paraná: 10° de máxima

Rosario: 10° de máxima

Viedma: -5° de mínima

f) -15°, -9°, -3°, -1°, 0°, 3°, 5°, 10°.

MATEMÁTICA

6

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En este módulo, el último del Área Matemática, se presentan diversas situaciones que podrá resolver si recuerda algunos de los temas que estudió en los cinco módulos anteriores y también algunos contenidos que vio en los módulos de otras áreas.

Por ejemplo, en un módulo del Área Formación para el Trabajo usted estudió cuáles son las características del trabajo independiente. Usted ha visto que el trabajo por cuenta propia en una actividad comercial se ubica en un conjunto muy amplio de acciones productivas. También ha visto que el estudio del mercado es un paso indispensable para comenzar cualquier actividad comercial.

Ahora le proponemos que inicie una actividad comercial. Suponemos que ya hizo el estudio de mercado; coincidió con sus familiares y amigos en que lo mejor es alquilar un local para instalar un quiosco y en que, por supuesto, dispone de cierta cantidad de dinero, digamos que posee un capital de $ 3.000.

Actividad N°1

- Haga un listado de todos los gastos que deberá tener en cuenta para instalar el quiosco.

Seguramente uno de los primeros problemas que deberá enfrentar será el de alquilar un local. Usted ya sabe que alquilar un local no es una tarea sencilla y que hay que tener en cuenta muchas condiciones.

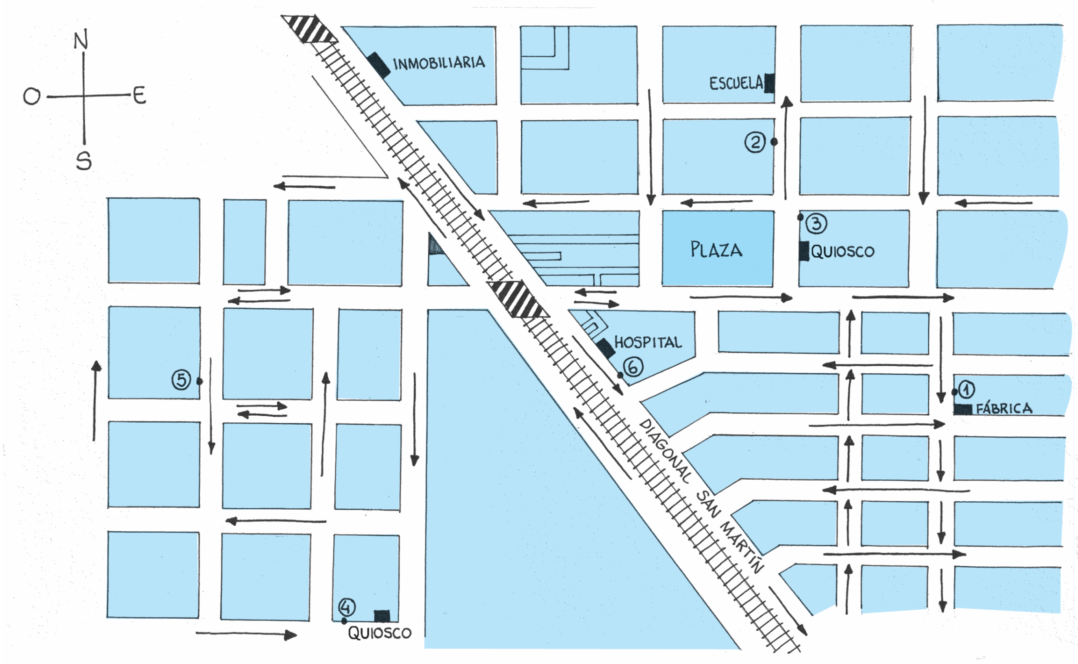
Actividad N°2

- Señale cuáles son las condiciones que deben tenerse en cuenta para alquilar un local.

Para facilitarle la tarea, aquí se presentan varios avisos clasificados para que usted comience a pensar qué local le conviene alquilar.

Alquileres Ofrecido
Alquilo: 5 m x 4 m c/sótano $ 500.
Alquilo: Pringles 285, local 7 m x 3 m $ 390.
Alquilo: local 6 m x 6 m c/TE. $ 900.
Alquilo: s/avenida, local 6 m x 5 m, excelente, $ 360.
Alquilo: local 4 m x 5 m $ 400.
Alquilo: San Martín 234, local con entrepiso, $ 750, 6 m x 5 m

En este plano del barrio se han ubicado los locales numerados del 1 al 6, según aparecen en los avisos. Además, se incluyen otros datos del barrio que tal vez le sean de utilidad para elegir el local que va a alquilar.



Actividad N°3

- Vuelva a leer los avisos clasificados.

a) Anote la superficie en metros cuadrados de cada uno de los locales.

Local	Superficie en metros cuadrados
1	20 m^2
2	
3	
4	
5	
6	

b) Señale con una cruz cuáles son los locales con igual superficie (en metros cuadrados).

c) Calcule el precio por m^2 de cada uno de los locales.

d) ¿En cuáles le cobran el mismo precio por m^2?

Actividad N°4

- Usted ya conoce el barrio y recorrió los 6 locales. Habrá observado que en la zona existen otros comercios y también varias instituciones. Además, tiene información sobre el precio de cada uno de los locales. Piense entonces: ¿qué local elegiría para alquilar? ¿por qué?

Generalmente, cuando alguien decide alquilar un local, se dirige a una inmobiliaria. Los requisitos que habitualmente se estipulan para alquilar un local son:

- para firmar el contrato, un depósito igual a dos meses de alquiler;
- dos meses de comisión para la inmobiliaria;
- un mes de alquiler adelantado.

Actividad N°5

En la Actividad Nº4 usted optó por un local.

a) ¿Cuál es el monto del alquiler mensual de ese local?

....

b) ¿Cuánto debería dejar en concepto de depósito?

....

c) ¿Cuánto debería pagar de comisión?

....

d) ¿Con cuánto dinero debería contar en total para pagar el depósito, la comisión y el mes de adelanto?

....

e) ¿Le alcanza con los $ 3.000 pesos que usted tiene de capital?

....

Probablemente, al hacer las cuentas de los gastos que deberá afrontar, usted haya pensado en solicitar un crédito personal en un banco.

Suponga que, después de haber recorrido varios bancos, usted hace sus cálculos y decide pedir un crédito de $ 6.000 en este banco.

Actividad N°6

a) Averigüe cuánto debe devolver por el crédito de $ 6.000 si paga en:

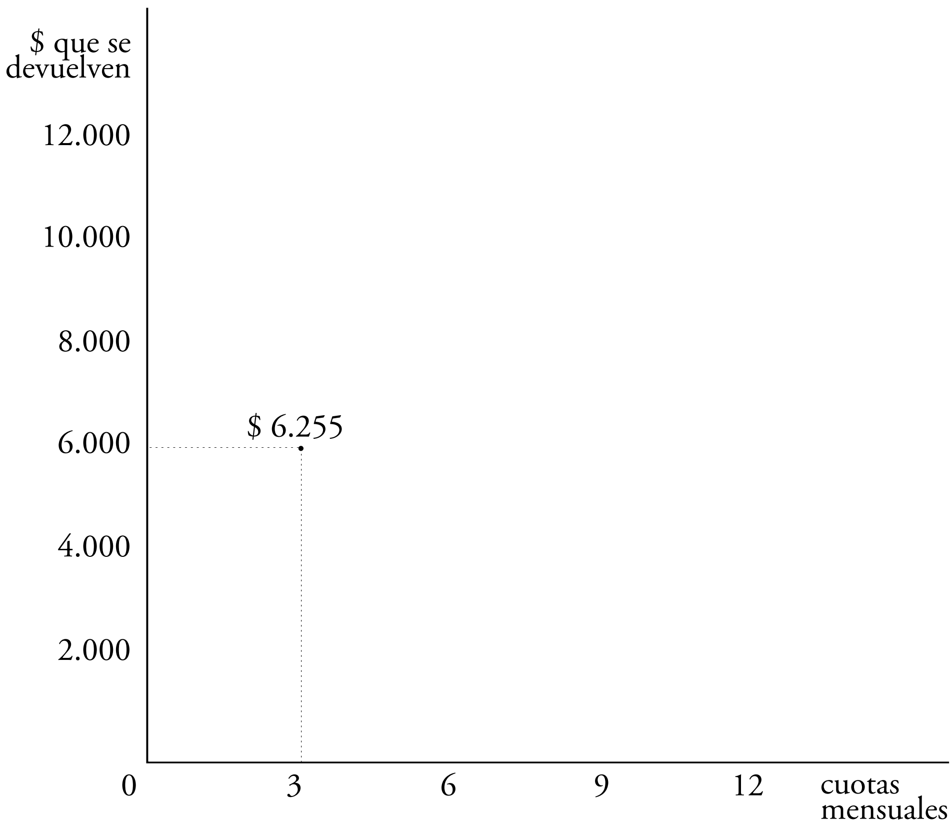
3 cuotas de $ 2.085 c/u ....

6 cuotas de $ 1.171 c/u ....

9 cuotas de $ 922 c/u ....

12 cuotas de $ 842 c/u ....

b) Complete este gráfico con los datos obtenidos en a) y una con una línea los puntos determinados.



c) ¿Hay proporcionalidad directa entre cantidad de cuotas y el monto que se devuelve? ¿Por qué?

....

....

....

....

....

Una vez que el banco le otorgue el crédito, usted ya podría cerrar el trato con la inmobiliaria y alquilar el local. En ese caso, sus cuentas serán similares a las que aparecen en la actividad siguiente.

Actividad N°7

Complete:

DEBE (lo que debe pagar en total)		HABER (lo que tiene)
Depósito Inmobiliaria	$	$ 3.000
Comisión Inmobiliaria	$	
1 mes alquiler	$	
Deuda Banco	$	
TOTAL	$	

a) ¿Cuánto debe?

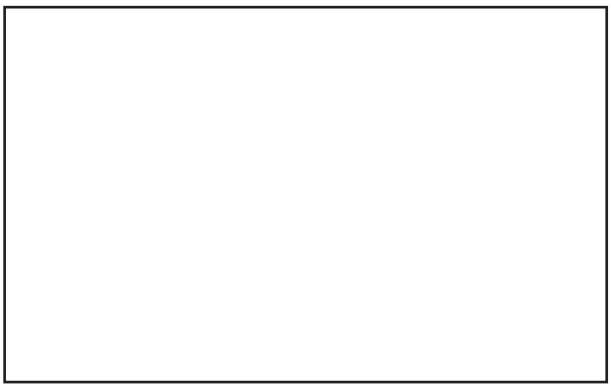
b) Esta deuda o déficit se simboliza en matemática con un número negativo (-). En consecuencia, el estado de su economía es de:

$ - ....

Seguramente tendrá que hacer algunas refacciones antes de poder abrir el quiosco. Para ello es importante realizar un plano del local y conocer su superficie, de modo de poder calcular qué cantidad de materiales necesita para refaccionar y qué instalaciones puede colocar.

Actividad N°8

Éste es el plano de un local en una escala de 1 cm : 100 cm.



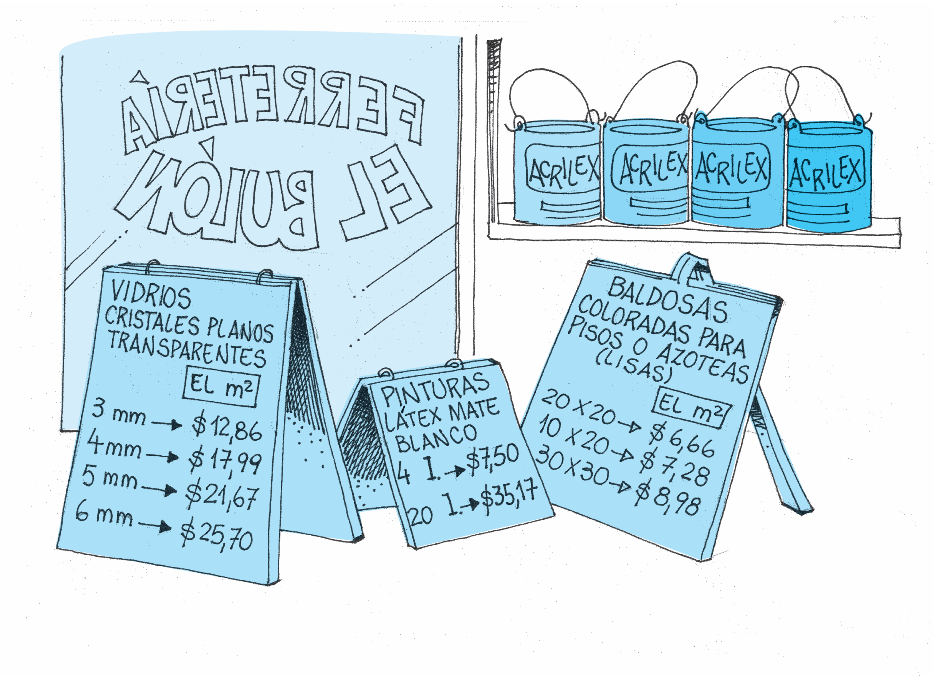
a) Calcule las dimensiones reales del local representado en el plano.

b) ¿Corresponde al plano del local que usted eligió en la Actividad Nº4?

c) Dibuje el plano correspondiente al local que usted eligió en una escala 1cm : 100cm.

d) Usted desea colocar en el quiosco una estantería de 5 m de largo por 0,50 m de ancho. Dibuje una posible ubicación para la estantería en el plano de su local con la misma escala.

Aquí se presenta una lista de precios de algunos materiales que podría necesitar para refaccionar el local:



Actividad Nº9

Usted ya sabe cuáles son las medidas del local que eligió; suponga que tiene una altura de 3,50 m.

a) Calcule cuántos m^2 de pared y cuántos m^2 de techo debe pintar.

b) ¿Cuántos m^2 debe pintar en total?

Actividad N°10

a) Si con 1 litro de pintura se pueden pintar 7 m^2, ¿cuántos litros de pintura necesitará para pintar el local que eligió?

b) ¿Qué le conviene más: comprar latas de 4 litros o de 20 litros? ¿por qué?

c) ¿Cuánto dinero gastará en pintura?

Actividad N°11

Si necesita hacer una vidriera de 2 m de ancho y 2,50 m de largo:

a) ¿Cuántos m^2 de vidrio debe comprar?

b) Calcule cuánto dinero gastará en vidrios. Elija usted el espesor.

Actividad N°12

Suponga que el local que usted eligió tiene el piso en mal estado y entonces decide cambiarlo.

a) Si compra baldosas de 20 cm x 20 cm, ¿cuántas baldosas deberá colocar para cubrir 1 m^2?

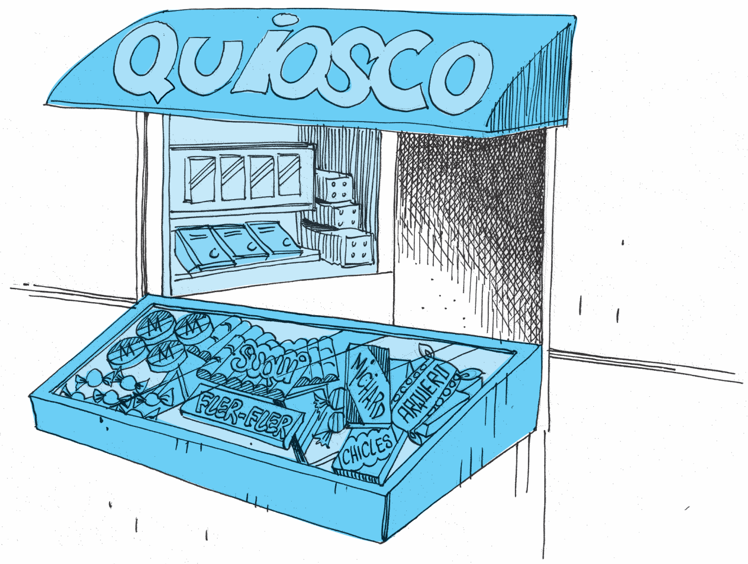
b) ¿Y si compra baldosas de 10 cm x 20 cm?

c) ¿Qué dificultad tendría si compra baldosas de 30 cm x 30 cm?

d) ¿Cuántos m² de baldosas deberá comprar para el piso del local que usted eligió?

e) ¿Cuánto dinero gastará en total si compra baldosas de 20 cm x 20 cm?

Una de las tareas más importantes que debe realizar una persona que decide iniciar una actividad comercial por cuenta propia es calcular la cantidad de mercadería que necesita para abrir el negocio.



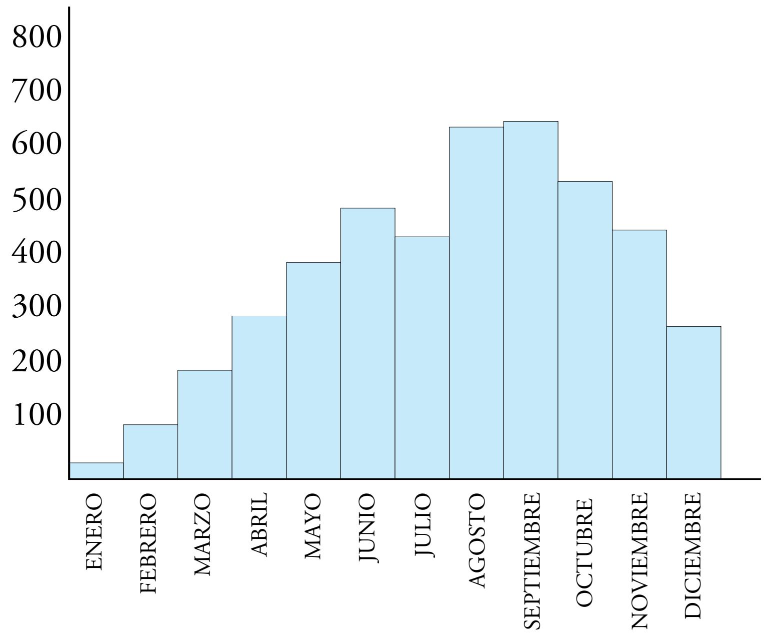
Actividad N°13

- Señale qué aspectos deberá tener en cuenta para calcular la cantidad de mercadería que se necesita para abrir el quiosco.

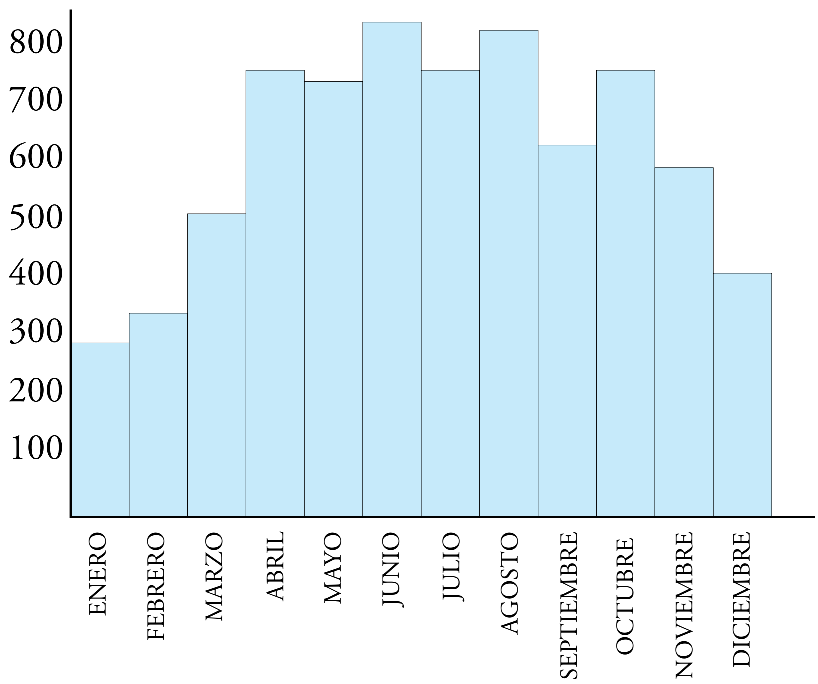
El éxito de su actividad comercial depende en gran parte del mercado. Si cerca de su quiosco hay una escuela, un club, algún jardín de infantes o un cine, tendrá asegurada la venta de golosinas.

El dueño de uno de los locales que le ofrecieron a usted también había instalado un quiosco y confeccionó los siguientes gráficos de ventas:

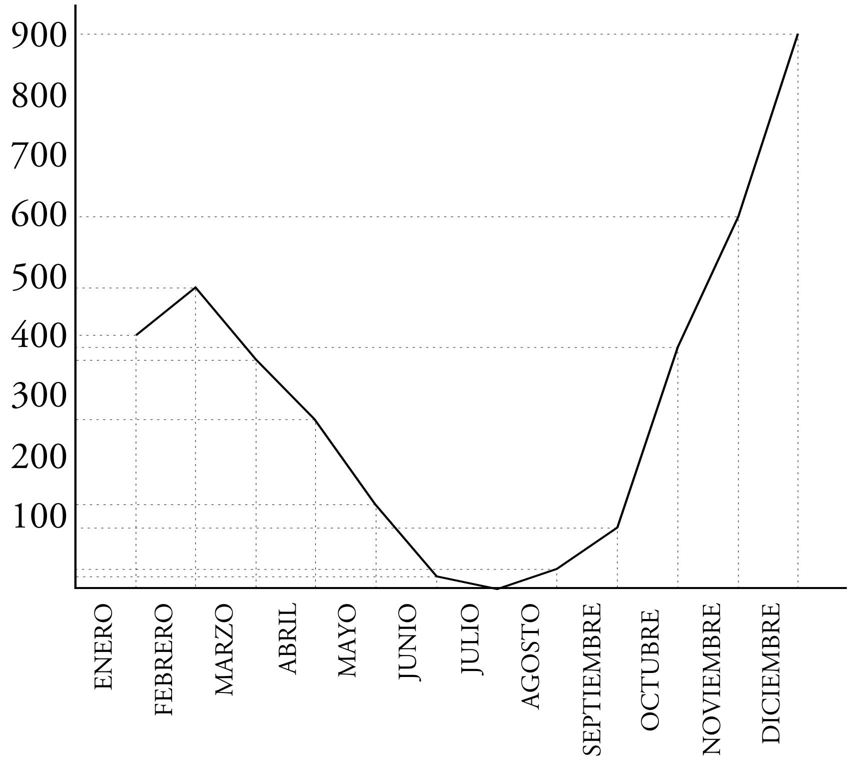
Año 1993
Cantidad de chocolates vendidos



Cantidad de golosinas vendidas



Cantidad de helados vendidos



Actividad N°14

a) Analice los gráficos y escriba sus conclusiones:

Gráfico 1: ....

....

Gráfico 2: ....

....

Gráfico 3: ....

....

b) Teniendo en cuenta los datos aportados por estos gráficos de ventas, ¿qué cantidad aproximada de chocolates, golosinas en general y helados deberá tener en su quiosco en el mes de octubre?

A continuación se presenta la lista de precios de algunos productos para que pueda comenzar a calcular la inversión que deberá hacer en mercadería.

LISTA DE PRECIOS		
Artículo	Descripción	Precio
alfajores "Monigote" 50 g	caja x 2 docenas	$ 4,32
alfajores "Pedrito" 50 g	caja x 36 unidades	$ 6,46
alfajores "Mendieta" 50 g	caja x 40 unidades	$ 4,40
chicles "Bubu"	caja x 80 unidades	$ 2,25
chicles "Globi"	caja x 120 unidades	$ 3,24
caramelos "Dulzura"	bolsa x 1 kg	$ 2,36
caramelos "Arquero"	bolsa x 800 g	$ 1,27
chocolate "Suqui" 200 g	caja x 14 unidades	$22,12
chocolate "Michard" 100 g	caja x 14 unidades	$16,56
chocolate "Fler-Fler" 100 g	caja x 20 unidades	$20,00

Actividad N°15

a) Todos los alfajores de la lista tienen el mismo peso: 50g.
¿Cuánto cuesta cada alfajor "Monigote"?

b) Según el precio, ¿qué le conviene más: la caja de alfajores "Pedrito" o la caja de alfajores "Mendieta"? ¿por qué?

c) Estime de cuánto dinero deberá disponer para adquirir 15 cajas de alfajores "Mendieta".

d) ¿Cuánto cuesta el kilo de caramelos "Arquero"?

e) Si compra 4 docenas de alfajores "Monigote", 2 cajas de chicles "Bubu", 3 kilos de caramelos "Dulzura" y 60 chocolates "Fler-Fler", ¿cuánto dinero gastará en total?

Usted ya tiene una idea de cuánto dinero deberá invertir en golosinas para comenzar a trabajar y también sabe que invertir significa colocar un capital para luego obtener una ganancia; así que ahora deberá hacerse la misma pregunta que se hacen todos los comerciantes:

- ¿a qué precio se podrá vender cada una de estas golosinas?;
- ¿qué cantidad tendré que vender para recuperar el dinero que invertí?

Actividad N°16

a) Si quiere obtener una ganancia del 50% por cada caja de chocolates "Fler-Fler", ¿a cuánto tendrá que vender cada chocolate?

b) Si quiere obtener el 70% de ganancia por cada caja de alfajores "Monigote" que venda, ¿a cuánto venderá cada alfajor?

....

....

....

Actividad N°17

- Complete esta lista de gastos mensuales, estimando aproximadamente el monto correspondiente a "servicios".

Alquiler del local	$	....	mensuales
Crédito del Banco	$	....	mensuales
Jubilación autónomos	$	60	mensuales
Servicios (luz, gas, teléfono, impuestos)	$	....	mensuales
Total	$	....	mensuales

Además, deberá tener en cuenta sus gastos personales mensuales, que es lo que usted y su familia necesitan para vivir.

Aproximadamente $ .... mensuales

- Sume los gastos mensuales del negocio y los gastos personales aproximados:

Gastos mensuales	$ ....
Gastos personales mensuales	$ ....
Total	$ ....

Actividad N°18

- Ud. ya sabe cuál es, aproximadamente, el total de gastos mensuales. Suponiendo que usted vende entre $ 6.000 y $ 7.000 por mes, ¿qué acciones pondría en marcha para recuperar su inversión y aumentar su capital?

....

....

....

....

....

Y se podría continuar planteando situaciones ya que las posibilidades son infinitas. Pero si usted pudo resolver con éxito las que se le propusieron en este módulo, seguramente está en condiciones de solucionar esos problemas con los que la vida desafía cotidianamente.

CLAVES DE CORRECCIÓN

No todos habrán elegido el mismo local para alquilar. Por ello, cuando sea necesario, busque la respuesta que corresponda al local que usted eligió.

Actividad N°1

Usted ya estudió en un módulo del Área Formación para el Trabajo que antes de iniciar una actividad comercial hay que analizar algunos aspectos que permitan anticipar futuros inconvenientes.

Aquí se señalan algunos de los gastos que usted tendrá que considerar:

- alquilar un local en caso de que no tenga uno propio;
- algunas refacciones que deberá hacer en el local para que funcione como quiosco;
- la mercadería necesaria para comenzar a funcionar;
- diversos impuestos que deberá abonar para tener abierto el local, etc.

Actividad N°2

Usted pudo haber señalado otras condiciones. Aquí se sugieren las siguientes:

- la ubicación del local;
- contar con el dinero suficiente para afrontar los gastos de la inmobiliaria;
- el estado en que se encuentra el local (paredes, pisos, sanitarios, etc.) para que su reparación no implique un gasto grande.

Actividad N°3

a) Usted ya vio en el Módulo 3 que la superficie de un rectángulo se halla multiplicando la base por la altura: b x h; por lo tanto, la superficie en metros cuadrados de cada local es la siguiente:

Local	Superficie en m^2
1	20
2	21
3	36
4	30
5	20
6	30

b) Los locales que tienen igual superficie en m^2 son el 1 y el 5, que tienen 20 m^2 cada uno, y los locales 4 y 6, que tienen 30 m^2 cada uno.

c) Para calcular el precio por m^2, usted deberá dividir el valor de cada alquiler por la superficie de cada local:

Local	Alquiler	Superficie	Valor m^2
1	$ 500	20 m^2	$ 25
2	$ 390	21 m^2	$ 18,57
3	$ 900	36 m^2	$ 25
4	$ 360	30 m^2	$ 12
5	$ 400	20 m^2	$ 20
6	$ 750	30 m^2	$ 25

d) Los locales en los que se cobra el mismo precio por m^2 son el 1, el 3 y el 6.

Actividad N°4

Para responder a esta actividad tenga en cuenta que, si bien el precio es un aspecto muy importante a tener en cuenta, no es el único. Un local puede ser muy barato, pero puede estar ubicado en un lugar por el que circula poca gente; también puede estar en malas condiciones, por lo cual usted tendría que disponer de mucho dinero para la refacción; tal vez usted puede preferir que quede cerca de su casa, así cualquiera de su familia podría darle una mano; puede optar por un local de los más grandes; así, con el tiempo, podría ampliar la variedad de mercadería, por ejemplo, perfumería, librería, artículos de limpieza, etcétera.

Actividad N°5

Usted pudo haber elegido cualquiera de los locales. Aquí se presentan las seis posibilidades:

a); b); c); d).

Local	Alquiler ($)	Depósito ($)	Comisión ($)	Total ($)
1	500	1.000	1.000	2.500
2	390	780	780	1.950
3	900	1.800	1.800	4.500
4	360	720	720	1.800
5	400	800	800	2.000
6	750	1.500	1.500	3.750

e) Los $ 3.000 que usted tiene como capital le al canzan para alquilar los locales 1, 2, 4 ó 5. Por supuesto, no se están considerando los demás gastos que deberá afrontar para abrir el local.

Actividad N°6

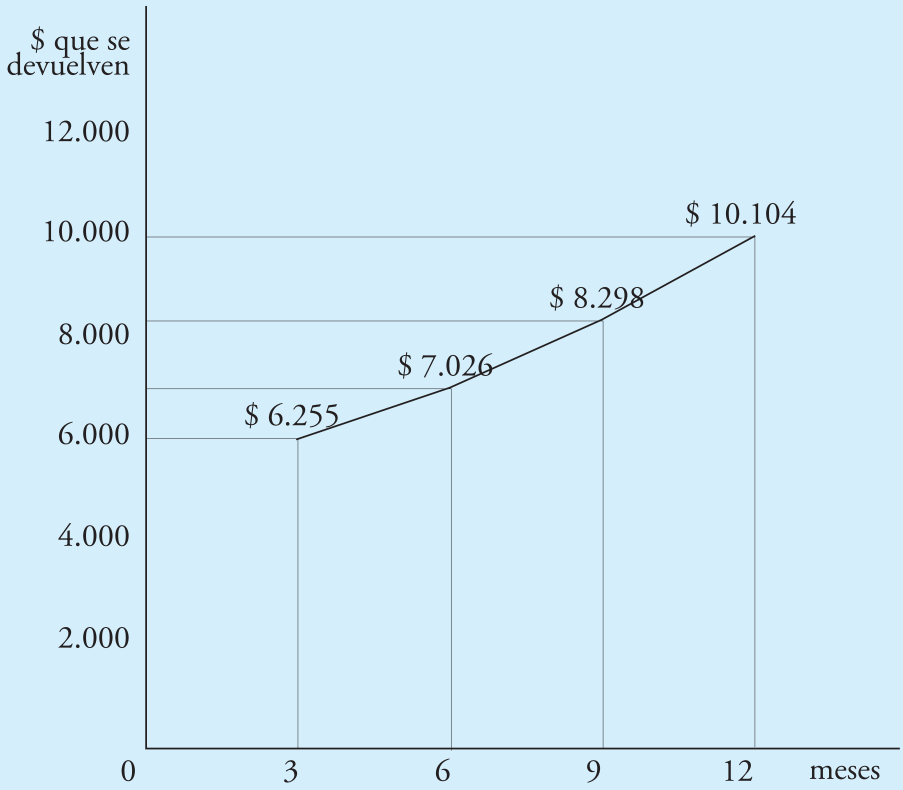
a) 3 cuotas de $ 2.085 c/u.....se devuelve $ 6.255

6 cuotas de $ 1.171 c/u.....se devuelve $ 7.026

9 cuotas de $ 922 c/u.....se devuelve $ 8.298

12 cuotas de $ 842 c/u.....se devuelve $ 10.104

b)



c) No. Porque, si bien aumentan las cuotas y aumenta el monto a devolver, **no hay una constante de proporcionalidad.**

Los intereses aumentan al aumentar la cantidad de cuotas. Así, si los $ 6.000 se devuelven en 3 meses, se les suman $ 255 de intereses, lo que hace un total de $ 6.255. En cambio, si se opta por el crédito pagadero en 12 meses, habrá que devolver $ 10.104 ($ 6.000 + $ 4.104).

Actividad N°7

DEBE					
Local	Inmobiliaria $	Crédito $	Total $	Tiene $	Debe $
1	2.500	6.255 7.026 8.298 10.104	8.755 9.526 10.798 12.604	3.000	-5.755 -6.526 -7.798 -9.604
2	1.950	6.255 7.026 8.298 10.104	8.205 8.976 10.248 12.054	3.000	-5.205 -5.976 -7.248 -9.054
3	4.500	6.255 7.026 8.298 10.104	10.755 11.526 12.798 14.604	3.000	-7.755 -8.526 -9.798 -11.604
4	1.800	6.255 7.026 8.298 10.104	8.055 8.826 10.098 11.904	3.000	-5.055 -5.826 -7.098 -8.904
5	2.000	6.255 7.026 8.298 10.104	8.255 9.026 10.298 12.104	3.000	-5.255 -6.026 -7.298 -9.104
6	3.750	6.255 7.026 8.298 10.104	10.065 10.776 12.048 13.854	3.000	-7.065 -7.776 -9.048 -10.854

Actividad N°8

a) y b) Se completa cuando esté el plano dibujado. Las medidas del plano no van a coincidir con ninguno de los locales.

c) y d) Compare su respuesta con el plano del local que usted haya elegido.

Escala para el plano del local y la estantería 1 cm : 100 cm.

Local 1 : va plano 5 x 4 Local 2 : va plano 7 x 3
Local 3 : va plano 6 x 6 Local 4 : va plano 6 x 5
Local 5 : va plano 4 x 5 Local 6 : va plano 6 x 5

En cada plano se ha dibujado una posible ubicación para la estantería. Usted decide dónde ubicarla; lo importante es que esté bien representada en escala.

La estantería tiene 5 m = 500 cm de largo por 0,50 m = 50 cm de ancho.

Si en la escala 100 cm se representan con 1 cm:

500 cm = 500 : 100 = 5 cm de largo

50 cm = 50 : 100 = 0,5 cm de ancho.

Actividad N°9

a) Se calcula la superficie sin considerar las puertas o vidrieras que puedan tener los locales.

Local	m^2 de techo	m^2 de pared
1	20	$(5 + 4 + 5 + 4) . 3{,}50 = 63$
2	21	$(7 + 3 + 7 + 3) . 3{,}50 = 70$
3	36	$(6 + 6 + 6 + 6) . 3{,}50 = 84$
4	30	$(6 + 5 + 6 + 5) . 3{,}50 = 77$
5	20	$(4 + 5 + 4 + 5) . 3{,}50 = 63$
6	30	$(6 + 5 + 6 + 5) . 3{,}50 = 77$

b) Según el local que haya elegido, debe pintar en total:

Local	m^2 de techo		m^2 de pared		total de m^2
1	20	+	63	=	83
2	21	+	70	=	91
3	36	+	84	=	120
4	30	+	77	=	107
5	20	+	63	=	83
6	30	+	77	=	107

Actividad N°10

Por supuesto que éstos son cálculos aproximados, ya que no todas las paredes absorben la misma cantidad de pintura, siempre se pierde algo de pintura con las brochas o los rodillos, etc., y además, aquí se considera la cantidad necesaria para dar una sola mano de pintura.

a) Si para cada 7 m^2 se necesita 1 litro de pintura, entonces:

local 1 y 5	tienen	83 m^2	83 : 7 =	11,8 lts
local 2	tiene	91 m^2	91 : 7 =	13 lts
local 3	tiene	120 m^2	120 : 7 =	17,1 lts
local 4 y 6	tienen	107 m^2	107 : 7 =	15,2 lts

b) Para decidir esta compra es conveniente fijarse cuál es, aproximadamente, el precio por litro en cada lata. Usted deberá decidir si prefiere pagar menos, aunque le sobre pintura para hacer algunos retoques más adelante, o bien, comprar más o menos lo justo aunque sea un poco más caro y, si luego necesita más cantidad, volver a comprar.

c) Depende del local que haya elegido y de la decisión que tomó en el punto b). Aquí se da un total aproximado para cada caso:

local 1 y 5: si compra 3 latas de 4 lts deberá gastar $ 22,50

local 2: si compra 4 latas de 4 lts deberá gastar $ 30

local 3: si compra 1 lata de 20 lts deberá gastar $ 35,17

local 4 y 6: si compra 5 latas de 4 lts deberá gastar $ 37,50

Actividad N°11

a) Para hacer una vidriera de 2 m de ancho por 2,50 m de largo deberá comprar 2 m x 2,50 m = 5 m^2 de vidrio.

b) Según los mm de espesor que elija, gastará:

3 mm 5 m . 12,86 = $ 64,3

4 mm 5 m . 17,99 = $ 89,95

5 mm 5 m . 21,67 = $ 108,3

6 mm 5 m . 25,7 = $ 128,5

Actividad N°12

a) Si compra baldosas de 20 cm x 20 cm, con una baldosa podrá cubrir:
20 cm x 20 cm = 400 cm^2 = 0,04 m^2 de superficie.
Entonces:
si cubre 0,04 m^2 ______ 1 baldosa

$$1\ m^2 \text{ ______ } x = \frac{1}{0{,}04} = 25 \text{ baldosas}$$

b) Si compra baldosas de 10 cm x 20 cm, con una baldosa usted cubrirá 200 cm^2, lo que equivale a 0,02 m^2 de superficie.
Entonces,
si cubre 0,02 m^2 ______ 1 baldosa

$$1\ m^2 \text{ ______ } x = \frac{1}{0{,}02} = 50 \text{ baldosas}$$

c) Si compra baldosas de 30 cm x 30 cm, seguramente tendría que cortarlas para cubrir la superficie de cualquiera de los locales.

Observe que si realiza un cuadrado de 3 x 3 baldosas sólo cubriría 90 cm^2.

d) y e) Depende del local que haya elegido.

Seguramente usted multiplicó los m^2 que necesita de baldosas, que es igual a la superficie del local, por el precio del m^2 de las baldosas, que es de $ 6,66.

local 1 y 5	20 m^2 x $ 6,66 = $ 133,2
local 2	21 m^2 x $ 6,66 = $ 139,86
local 3	36 m^2 x $ 6,66 = $ 239,76
local 4 y 6	30 m^2 x $ 6,66 = $ 199,8

Actividad N°13

Usted habrá considerado diversos aspectos. Los que siguen son sólo un ejemplo:

- cantidad aproximada de personas que circulan por la zona;
- averiguar en otros quioscos qué productos tienen mayor salida;
- qué cantidad debe comprar para no quedarse sin mercadería muy pronto;
- cuál es el mínimo de productos que debe tener para que haya una cierta variedad;
- qué cantidad de dinero está dispuesto a invertir para poner el quiosco en funcionamiento, etc.

Actividad N°14

Gráfico 1: enero y febrero, meses de verano, es cuando menos chocolate se vende. En el mes de diciembre, sin embargo, se vendió casi tanto como en abril dado que aún las familias no han salido de vacaciones. Los meses de más ventas son agosto y septiembre. En julio, la venta de chocolates bajó debido a que hubo vacaciones de invierno y los niños no concurrieron a la escuela.

Gráfico 2: las ventas disminuyeron en época de vacaciones cuando los niños no concurren a la escuela. Hay meses con ventas tope: junio y agosto. En julio disminuyen debido a las vacaciones de invierno.

Gráfico 3: el mes de mayor venta es diciembre. En enero y febrero, si bien son meses cálidos, las ventas no son muy altas debido a que los niños no concurren a la escuela, por lo que las ventas de helados en esos meses constituyen la mitad de los que se venden en diciembre.

Actividad N°15

a) Cada caja de alfajores "Monigote" tiene 2 docenas, es decir 24 alfajores, entonces:

24 alfajores ____ $ 4,32

1 alfajor ______ $\frac{\$\ 4,32}{24} = \$\ 0,18$

b) Cada caja de alfajores "Pedrito" cuesta $ 6,46; entonces cada alfajor cuesta 6,46 : 36 = $ 0,17.

Cada caja de alfajores "Mendieta" cuesta $ 4,40; entonces cada alfajor cuesta 4,40 : 40 = $ 0,11.

Según el precio, le conviene más la caja de alfajores "Mendieta".

c) Aproximadamente entre $ 60 y $ 70.

d) Si 800 g de "Arquero" cuestan $ 1,27
1 kg= 1000 g cuesta:

$$\frac{1000 \times 1,27}{800} = \$\ 1,58$$

e) En total gastará $ 80,22

4 docenas de "Monigote"	2 cajas x	$ 4,32	= $ 8,64
2 cajas de "Bubi"	2 cajas x	$ 2,25	= $ 4,50
3 kilos de "Dulzura"	3 kilos x	$ 2,36	= $ 7,08
60 chocolates "Fler-Fler"	3 cajas x	$20,00	= $ 60
Total			$ 80,22

Actividad N°16

a) Cada caja de chocolates "Fler-Fler" cuesta \$ 20 y tiene 20 unidades; entonces cada chocolate le cuesta a usted \$ 1.
Si quiere obtener una ganancia del 50 % en cada uno, deberá cargarle la mitad de lo que le costó, es decir \$ 0,5, por lo tanto deberá venderlos a \$ 1,5 cada uno.

b) Deberá vender cada alfajor a 30 centavos aproximadamente

1 caja de "Monigote" = \$ 4,32 si quiere obtener el 70 % de ganancia por caja

$$\frac{4{,}32 \ \mathrm{x} \ 70}{100} = \$\ 3{,}02$$

Deberá sumar al costo de la caja la ganancia que desea obtener:

$$\$\ 4{,}32 + \$\ 3{,}02 = \$\ 7{,}\ 34$$

Si cada caja tiene 24 unidades, deberá calcular

$$7{,}34 : \$\ 24 = \$\ 0{,}30$$

Actividad N°17

Depende del local que haya elegido, la cantidad de cuotas en las que haya decidido pagar el crédito y del dinero que usted necesite para sus gastos personales.

A modo de ejemplo, si usted eligió el local 1, decidió pagar el crédito en 12 cuotas, necesita aproximadamente $ 900 para sus gastos y tiene $ 75 aproximadamente de gastos de servicios (luz, gas).

Alquiler	$ 500
Crédito	$ 842
Jubilación	$ 60
Servicios	$ 75
Total	$1.477

Gastos mensuales del quiosco	$ 1.477
Gastos personales	$ 900
Total	$ 2.377

Actividad N°18

Alguna de las acciones podrían ser:

- reponer mercadería;
- tener en depósito una considerable cantidad de la mercadería más solicitada;
- tratar de aumentar las ventas ofreciendo productos que interesen, etc.

Coordinación de Contenidos
Prof. Aldo Bruno Pizzo

Desarrollo de Contenidos
Módulo 4
Lic. Pilar Manuela Gimenez

Módulo 5
Versión Preliminar
Prof. Mirta León
Versión Corregida
Lic. Pilar Manuela Gimenez

Módulo 6
Versión Preliminar
Prof. Mirta León
Versión Corregida
Lic. Pilar Manuela Gimenez

Coordinación de Procesamiento Didáctico
Lic. Marta Libedinsky

Procesamiento Didáctico
Lic. Silvina Aída Romero

Ilustraciones
Prof. Ana Pilipczuck

Corrección de Estilo
Lic. Cecilia Magadán

Corrección de Página
Lic. María Emma Barberia
Area Comunicaciones
Silvia Corral

Coordinación de Producción
Judith Said

Diseño Gráfico y Diagramación
Juan Cavallero & Co.