Plan Nacional
Aprender Matemática

Equivaler

NIVEL SECUNDARIO

Secretaria de Innovación
y Calidad Educativa

Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

Presidente de la Nación
Mauricio Macri

Jefe de Gabinete de Ministros
Marcos Peña

Ministro de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Alejandro Finocchiaro

Secretario de Gobierno de Cultura
Pablo Avelluto

Secretario de Gobierno de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva
Lino Barañao

Titular de la Unidad de Coordinación General
del Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Manuel Vidal

Secretaria de Innovación y Calidad Educativa
Mercedes Miguel

Plan Nacional
Aprender Matemática

Equivaler

¿Qué se mantiene? ¿Qué cambia? Analizando patrones

NIVEL SECUNDARIO

Secretaria de Innovación
y Calidad Educativa

Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

Secretaria de Innovación y Calidad Educativa
Mercedes Miguel

Directora Nacional de Planeamiento de Políticas Educativas
Inés Cruzalegui

Director de Diseño de Aprendizajes
Hugo Labate

Desarrollo de contenido: Equipo del Programa Interdisciplinario para el Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas (PIDPDM) del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. Coordinadora: Daniela Reyes. Diseño: Ricardo Cantoral, Rebeca Flores, Guadalupe Simón, Mario Caballero, Angélica Moreno, Rodolfo Fallas, Cristian Paredes, Moisés Aguilar, Viridiana García. Revisión: Luis Cabrera
Revisión técnica: Equipo de Matemática de la Dirección de Diseño de Aprendizajes

Plan Nacional de Lectura y Escritura / Coordinación de Materiales Educativos
Coordinadora: Alicia Serrano
Responsable de publicaciones: Gonzalo Blanco
Documentación gráfica: Javier Rodríguez
Diseño, armado y diagramación: Clara Batista, Juan De Tullio, Alejandra Mosconi, Mario Pesci, Paula Salvatierra, Elizabeth Sánchez
Producción de gráficos: Fabián Ledesma
Fotografía: Gastón Garino, Santiago Radosevich
Edición y corrección: Viviana Herrero, Myriam Ladcani, Daniela Parada, Jennifer Pochne
Ilustraciones: Mariano Pais
Cartografía: José Pais

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Equivaler: ¿Qué se mantiene? ¿Qué cambia? Analizando patrones - 1a ed . - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología, 2019.
48 p.; 28 x 21 cm. - (Plan Nacional Aprender Matemática)

ISBN 978-987-784-008-7

1. Matemática. 2. Didáctica. I. Título.
CDD 510.7

PRESENTACIÓN

Bienvenidos a una etapa de trabajo compartido que nos permitirá abordar la necesidad de construir aprendizajes significativos para la vida de todos y cada uno de nuestros niños, niñas y adolescentes a lo largo de su escolaridad. Porque sabemos que viven en una sociedad donde el conocimiento es y será cada vez más la base sólida sobre la que construirán su futuro.

Nos une el objetivo de lograr que cada estudiante que ingresa al sistema educativo pueda llegar al día de su egreso con los saberes fundamentales para el futuro que lo espera.

El **Plan Nacional Aprender Matemática** es el resultado del consenso y compromiso logrado entre todos los ministros y ministras en el seno del Consejo Federal de Educación. Allí se asumió la responsabilidad de mejorar el nivel de enseñanza y aprendizaje de la matemática a lo largo de todo el país, reconociendo su trascendental importancia en la formación integral de los niños, niñas y jóvenes y en sus oportunidades de acceso a los estudios superiores y al mundo laboral.

Una de las dimensiones más importantes del plan es la formación docente continua orientada a la búsqueda de la transformación y la mejora de la práctica de la enseñanza. Es por ello que este cuadernillo presenta una estrategia alternativa para llevar a las aulas, que los docentes podrán utilizar como insumo para enriquecer su tarea cotidiana.

Este abordaje de la formación continua implica asimismo el acompañamiento en el proceso de mejora, y la elaboración de redes de aprendizaje colaborativo entre los docentes. De este modo, se busca generar un conocimiento sobre la matemática educativa basado en el trabajo entre pares, sostenible y efectivo.

Confiamos en la potencia del hacer juntos y en la visión común de los ministros y ministras que abrieron camino a esta iniciativa. Estamos seguros de que servirá para compartir las buenas prácticas, potenciar las mejores experiencias y asumir la hermosa tarea de ser agentes de cambio en nuestra querida Argentina.

Alejandro Finocchiaro
Ministro de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Resolución de ecuaciones en el ciclo básico de la Educación Secundaria

Durante el ciclo básico de la Educación Secundaria, se busca el acercamiento de las/os estudiantes a diversas situaciones de enseñanza que promuevan su participación en problemas relevantes para la vida. Para facilitar el logro de este fin, el Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología ha propuesto un conjunto de saberes primordiales: los *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios* (NAP) que, recientemente, ha completado con los *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios* (IPAP), que son formulaciones que expresan los aprendizajes prioritarios mínimos que se espera que puedan lograr los/as estudiantes. En este cuadernillo, particularmente, se trabajará con los siguientes NAP e IPAP:

NÚCLEOS DE APRENDIZAJES PRIORITARIOS (NAP) El uso de ecuaciones y otras expresiones algebraicas en situaciones problemáticas que requieran:	**AÑO**	**INDICADORES DE PROGRESIÓN DE LOS APRENDIZAJES (IPAP)**
Producir y analizar afirmaciones sobre propiedades de las operaciones o criterios de divisibilidad avanzando desde su expresión oral a su expresión simbólica, y argumentar sobre su validez. Transformar expresiones algebraicas obteniendo expresiones equivalentes que permitan reconocer relaciones no identificadas fácilmente en la expresión original, usando diferentes propiedades al resolver ecuaciones del tipo $ax + b = cx + d$.	1º / 2º	Leer, interpretar y comunicar relaciones entre variables en distintas representaciones (tablas, gráficos, formulas) y diversos contextos.

Para que las/os estudiantes reconozcan la funcionalidad y transversalidad de las matemáticas en el desarrollo de argumentos y en la toma de decisiones, es necesario que el significado del conocimiento matemático refiera al valor de uso (Cantoral, 2013). Sobre la base de esta afirmación se sustenta la reflexión acerca del objeto matemático puesto a discusión en esta interacción.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Estructura general: ¿qué se propone?

El aprendizaje de los/as estudiantes, desde el punto de vista de la propuesta socioepistemológica, es el producto emergente de una dialéctica de construcción social del conocimiento, que parte de lo factual, articula con lo procedimental y se consolida en un nivel simbólico. Es decir, todo objeto matemático tiene un origen y una significación amplia que se apoya en prácticas, cada vez más complejas y estructuradas.

Sobre la base de la investigación, se propone un material para la construcción de conocimientos específicos. La propuesta didáctica se vivencia *in situ,* con el fin de identificar posibles respuestas y hacer explícitos los aspectos de la resignificación progresiva, la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico y la funcionalidad del conocimiento.

El objetivo que se persigue en esta propuesta es desarrollar situaciones de aprendizaje que cuestionen la matemática escolar, la cual lleva a transitar hacia el saber matemático escolar, para acercarse en cambio a contextos situacionales reales (no ficticios, es decir, fuera del contexto de las/os estudiantes) y a contextos de significancia basados en una evolución pragmática, que permitan aprovechar las prácticas del actuar de las personas y que estas, a su vez, posibiliten significar el uso de la noción que se aborda en este cuadernillo: las ecuaciones lineales. Para ello se considera la importancia de las prácticas socialmente compartidas, como la comparación, la aproximación, la estimación, la optimización y la predicción, en la significación de la solución de una ecuación lineal, con el fin de acompañar la construcción del objeto matemático, superando la mecanización de aquellos contenidos previos que se consideran para abordar un tema.

A través de esta propuesta se pretende organizar el conocimiento en espiral, es decir, desde la anidación de prácticas –a partir de las acciones (el hacer) y la organización de acciones a nivel de actividad hasta la simbología–, partiendo del entorno de quien aprende.

El diseño de las situaciones de aprendizaje considera las siguientes directrices y, así, genera un ambiente que propicia el análisis de la solución de una ecuación lineal:

- La generación de momentos que consistan en localizar, comparar, medir y representar cantidades numéricas y relaciones entre esas cantidades.
- La promoción del análisis de la razón de cambio de las variables para identificar patrones de regularidad.
- La construcción de significados sobre operaciones que mantienen la igualdad establecida entre dos relaciones (conservar el conjunto solución).
- La generación de momentos que consistan en interpretar condiciones o tomar decisiones relacionadas con un fenómeno a partir de la solución de una ecuación.

De manera general, las situaciones de aprendizaje promueven que el significado de la solución no se limite a ser el número final que se obtiene de un procedimiento, sino un valor que contiene en sí mismo un sentido y un significado. Es decir, que la solución de una ecuación sea concebida como un factor que contribuye a interpretar un fenómeno o a tomar decisiones acerca de él. Asimismo, se promueve que las operaciones que permiten encontrar dicha solución sean concebidas con una significación específica: mantener la igualdad de las expresiones.

A continuación, se presentan las intenciones de las tres etapas (factual, procedimental y simbólica) que constituyen a las dos situaciones de aprendizaje y los elementos principales de cada tarea.

➔ Etapa factual

La intención de la primera etapa de cada situación de aprendizaje es que las/os estudiantes se familiaricen con el fenómeno que se trabajará: el costo del consumo de agua y la balanza.

Para ello, en la primera situación de aprendizaje las consignas iniciales se orientan a que los/as estudiantes calculen el costo del consumo de agua para los límites inferiores y superiores de algunas de las escalas de tarifa (cada escala maneja una tarifa diferente). En la parte final se introduce la necesidad de analizar ese cambio de tarifa mediante el cálculo de valores intermedios en las escalas. Esta es la idea que da lugar a construir una ecuación para cada escala, la cual permita calcular en ella el costo para cualquier cantidad de consumo.

En la segunda situación de aprendizaje se provee de indicaciones a los/as estudiantes para que manipulen una balanza y determinen la forma de mantenerla en equilibrio dado un peso dado. Las últimas consignas están orientadas a que determinen un peso desconocido a partir de la manipulación del conjunto de pesas.

➔ Etapa procedimental

En la primera situación de aprendizaje, la intención de la etapa procedimental es construir el lenguaje, los argumentos y los procedimientos necesarios para que la solución de una ecuación lineal sea interpretada y usada en la toma de decisiones sobre el costo del consumo de agua. Para ello, las primeras preguntas se orientan a que el/la estudiante identifique cuánto y cómo está cambiando el costo de agua al incrementarse el consumo, de manera que identifica una regularidad que le permite construir una ecuación algebraica. Esta construcción es presentada no como una tarea de traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico, sino como una forma de argumentar a otra persona sobre el costo de cada una de las escalas.

La segunda situación de aprendizaje pone en juego los procedimientos necesarios para que los/as estudiantes determinen una cantidad desconocida; para ello, se les provee de varios tipos de balanzas y se les proponen acciones concretas realizadas en uno de los extremos de la balanza. El objetivo es que identifiquen qué acciones deberán realizar en uno, otro o ambos lados de la balanza para que esta se mantenga en equilibrio.

➔ Etapa simbólica

La última etapa en la primera situación de aprendizaje tiene la intención de presentar situaciones específicas en las cuales la toma de decisiones sobre qué método de facturación conviene pagar se fundamente en el análisis de la solución de una ecuación. Para ello, se generan preguntas que lleven a la predicción de costos a partir de un consumo, o a la estimación de un consumo a partir del precio que se quiere pagar. La tarea finaliza con la presentación de gráficos que corresponden a las situaciones específicas tratadas en las tres etapas para que las/os estudiantes expresen cómo son las relaciones entre el precio y el consumo para cada una de las tarifas trabajadas.

En cuanto a la segunda situación de aprendizaje, en la etapa simbólica se plantean nuevas situaciones con balanza, pero con el agregado de que los objetos sobre la balanza tienen asignados un peso concreto. El objetivo que se persigue es que, a partir de la configuración de los objetos en la balanza, los/as estudiantes construyan una ecuación que se corresponda con esa configuración, además de que relacionen cada una de las acciones que realizaron para determinar el peso desconocido con operaciones algebraicas sobre la ecuación construida.

El tratamiento de la resolución de ecuaciones lineales que se aborda favorece un acercamiento a lo que se propone desde los NAP y los IPAP. Por ejemplo, al proponer una situación de toma de decisiones sobre qué método de facturación conviene, se atiende a la interpretación de las relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas en diversos contextos. Además, es esta necesidad, la de tomar decisiones, lo que da sentido a que los/as estudiantes produzcan fórmulas para representar regularidades numéricas y analizar sus equivalencias.

En el caso de la situación de la balanza, al proveer de un escenario donde las acciones concretas sobre dicha balanza son relacionadas con operaciones algebraicas en la ecuación y se construye un sentido de esas operaciones como el necesario para resolver la ecuación, se atiende a la producción de fórmulas para representar regularidades numéricas en N y en el análisis de sus equivalencias.

Asimismo, al presentar una situación cuyo contexto implica analizar el costo de consumo en diferentes escalas (cambios de tarifa), se promueve una argumentación y un análisis de las cantidades y las relaciones que favorecen una construcción de significados sobre la solución de una ecuación. Esto, a su vez, promueve que el uso de ecuaciones lineales con una variable sea concebido como la expresión de una condición sobre un conjunto de números.

FUNDAMENTO TEÓRICO Y EXPLICACIONES DIDÁCTICAS

Fundamento teórico de las situaciones de aprendizaje

Esta propuesta de interacción retoma la idea de incorporar al aprendizaje de las ecuaciones la noción de variable, pues a partir de su estudio, en situaciones de cambio, las/os estudiantes construyen y le dan sentido al hecho de plantear y resolver una ecuación y al significado de su solución dentro de la situación en la que fue construida.

También se retoma la perspectiva del pensamiento y el lenguaje variacional (Cantoral, 2013) para fomentar el estudio del cambio y la variación en situaciones específicas que lleven a la construcción de ecuaciones y al análisis de su solución.

La orientación que estructura el diseño de la primera situación de aprendizaje es la consideración de una ruta pragmática, que lleva de la medición de magnitudes y la localización de valores, a la comparación de las medidas que caractericen patrones de comportamientos de las variables, para finalmente predecir el comportamiento de un fenómeno sobre la base de lo anterior.

En el caso de la segunda situación de aprendizaje, la ruta pragmática comienza también con la medición y la comparación de valores en la etapa factual. En la etapa procedimental se desarrollan diversas prácticas, como comparaciones de mayor complejidad, agrupación y selección, etcétera, que en la etapa simbólica sustentan y dan sentido a las operaciones algebraicas para resolver una ecuación bajo la práctica de equivalencia.

En el marco de esta propuesta se considera que la resolución de ecuaciones requiere del acompañamiento de escenarios que provean de sentido y significado a su planteamiento y resolución. Dichos escenarios surgen al incorporar la predicción y la equilibración: la primera justifica y da sentido al planteamiento y a la resolución de la ecuación, en tanto que la segunda orienta al tipo de procedimientos que permiten resolverla. De esta forma, las situaciones de aprendizaje se caracterizan por la toma de decisiones, el análisis de fenómenos, el establecimiento de relaciones y la construcción de argumentos sobre qué significa la solución de una ecuación.

Un ejemplo que requiere de movilizar lo dicho hasta ahora es la siguiente actividad, extraída de la prueba PISA del año 2009. En ella, resolver correctamente esta actividad implica que las/os estudiantes no solamente resuelvan las ecuaciones, sino que además construyan un significado sobre su solución en función del contexto, interpreten la solución para identificar intervalos con características específicas y reconstruyan la ecuación a partir de condiciones nuevas.

LATIDOS DEL CORAZÓN

Por razones de salud, las personas deben limitar sus esfuerzos, por ejemplo, durante la realización de un deporte, para no sobrepasar cierta frecuencia de latidos del corazón. Durante años, la relación entre el ritmo cardíaco máximo recomendable y la edad de la persona ha sido descripta por la siguiente fórmula:

Ritmo cardíaco máximo recomendable = 220 – edad

LATIDOS DEL CORAZÓN

Investigaciones recientes han demostrado que esta fórmula debería modificarse levemente. La nueva fórmula es la siguiente:

Ritmo cardíaco máximo recomendable = 208 – (0,7 x edad)

Un artículo de un periódico señala: "El resultado de utilizar la nueva fórmula en lugar de la antigua es que el número máximo recomendable de latidos del corazón por minuto para personas jóvenes disminuye levemente y para las personas mayores aumenta levemente".

- ***¿A partir de qué edad aumenta el ritmo cardíaco máximo recomendable como resultado de la introducción de la nueva fórmula? Mostrá tus cálculos.***

La segunda fórmula se utiliza para determinar cuándo el entrenamiento físico es más efectivo. La investigación ha demostrado que el entrenamiento físico es más efectivo cuando el ritmo cardíaco está a un 80% del ritmo cardíaco máximo recomendable.

- ***Escribí una fórmula para calcular el ritmo cardíaco que resultaría en el entrenamiento físico más efectivo, expresado en términos de edad.***

Fuente: Programme for International Student Assessment (PISA, 2009).

Las situaciones de aprendizaje que se proponen están orientadas a desarrollar, desde el contexto situacional de los/as estudiantes, escenarios que promuevan el desarrollo de prácticas para analizar e interpretar la solución de una ecuación, desarrollar las operaciones necesarias para determinar la solución y construir argumentos que sustenten la toma de decisiones sobre un fenómeno.

Las preguntas que se abordan en la etapa factual de la primera situación de aprendizaje llevan a que las/os estudiantes realicen, primero, algunos cálculos del costo a pagar a partir del consumo de agua que se realiza. Después, a partir de esas medidas, se promueve que comparen los costos obtenidos en los extremos de las escalas de tarifas que se presentan, lo cual introduce la necesidad de estudiar, mediante comparaciones de mayor complejidad, cómo cambia el precio dentro de una misma tarifa y con respecto a tarifas de escalas diferentes.

En el caso de la segunda situación de aprendizaje, la etapa factual promueve que las/os estudiantes midan y comparen el peso de diferentes objetos, lo que introduce la idea de cómo equilibrar la balanza, antecedente necesario para que en la última consigna determinen un peso desconocido mediante la balanza. Este peso desconocido se introduce mediante pesas envueltas en papel azul, de manera que las/os estudiantes requieran combinar las demás pesas en los brazos de la balanza para determinar el peso de cada una. Estas pesas están pensadas para ser de 600 gramos y 900 gramos, pero pueden ser reemplazadas por cualquier otro peso que pueda ser determinado con el conjunto base de pesas que se provee a las/os estudiantes.

Ahora bien, dado que la balanza descripta es un objeto que puede ser difícil de conseguir, se sugiere que el/la docente proponga como tarea que los/as estudiantes construyan sus propias balanzas utilizando materiales cotidianos. En Internet se pueden encontrar numerosas páginas y tutoriales en video que explican cómo construir una balanza casera con relativa facilidad.

Por otra parte, conseguir las pesas también podría ser un obstáculo para realizar la actividad. Una opción es utilizar bolitas de vidrio, chocolates u otros objetos con un peso concreto y exacto. De esta forma, en lugar de una pesa de 100 gramos, se podía tener, por ejemplo, un chocolate de 100 gramos (o cualquier otro peso fijo y exacto). Para las pesas que se envolverán en papel, se sugiere que se trate de alguna golosina, bolita de vidrio o chocolate más grande cuyo peso resulte de alguna combinación de otros más pequeños.

En la etapa procedimental de la primera situación de aprendizaje, las preguntas fueron construidas teniendo en cuenta que lleven a las/os estudiantes a realizar seriaciones de los precios dentro de la misma escala; es decir, que comparando varios costos dentro de la escala 2, reconozcan un patrón de regularidad en el incremento del precio del agua al aumentar el consumo. La identificación de esta regularidad es la pauta que favorece que los/as estudiantes construyan una ecuación, mientras que la necesidad por explicar cómo obtener el costo para cualquier valor de consumo es la justificación de por qué obtener la ecuación.

Asimismo, la etapa procedimental fue estructurada para que los/as estudiantes enfrenten situaciones en las que se requiere decidir, a partir de la ecuación, si el argumento sobre el costo de un consumo es correcto; o bien, para explicar a una persona cómo obtener el costo correspondiente al consumo de agua que realiza. De esta forma, la ecuación es vista como un medio que permite argumentar sobre una situación específica.

En el caso de la segunda situación de aprendizaje, la etapa procedimental se orienta a que las/os estudiantes establezcan relaciones entre las cantidades que se localizan en ambos brazos de una balanza. De esta manera, agrupan y seleccionan cantidades con las cuales ejecutan acciones como añadir y quitar objetos bajo la premisa de conservar el equilibrio de la balanza.

Finalmente, las preguntas que conforman la etapa simbólica de la primera situación de aprendizaje se sustentan en el uso de la ecuación para predecir un valor o para estimar un comportamiento, lo cual sirve de base para construir argumentos sobre la situación y tomar decisiones sobre qué método de facturación conviene tener en función del consumo promedio de agua. En esta etapa, la ecuación y su solución son concebidas como un argumento dentro de una situación específica, expandiendo su significado y no limitándolo a un número desconocido. Esto se hace explícito cuando el resultado de la ecuación contribuye a que los/as acerca puedan decidir si el cobro es correcto o no.

La etapa simbólica de la segunda situación de aprendizaje promueve que las/os estudiantes asocien las acciones realizadas sobre la balanza con operaciones específicas en una ecuación, de modo tal que equilibrar la balanza se transforma en conservar el conjunto solución de la ecuación. De esta forma se desarrollan y significan los procedimientos realizados para resolver una ecuación, poniendo énfasis en la conservación del conjunto solución mediante operaciones que conserven la igualdad de las expresiones a cada lado.

Explicaciones didácticas de las situaciones de aprendizaje

A continuación, se realiza una descripción de la intencionalidad de las diferentes etapas de las dos situaciones de aprendizaje propuestas, cuyo objetivo consiste en que los/as estudiantes puedan resolver situaciones problemáticas en las cuales la solución de una ecuación lineal y el reconocimiento de las operaciones necesarias sean el argumento para la toma de decisiones.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE: CONSUMO DE AGUA. ¿CUÁNTO PAGAR?

➔ Etapa factual

Tarea 1. ¿Qué tanto se modifica el pago según el consumo de agua?

MOMENTO 1

El ítem a) de la primera pregunta busca introducir a las/os estudiantes en el contexto de la situación de aprendizaje. Para ello, se ofrece información relativa al cobro del agua corriente en una región de la Argentina y se solicita a los/as estudiantes que propongan una explicación acerca de cómo entienden el cobro a partir de las escalas. Si bien no se espera una respuesta completamente correcta, el objetivo es que reconozcan que el cobro depende de la cantidad de agua consumida y que la tarifa cambia de una escala a otra.

1. En su sitio de Internet, la empresa Aguas Bonaerenses informa sobre el consumo de agua (servicio medido) en forma de cuadro tarifario, que se muestra a continuación:

Servicio Medido (SM)

Cuadro Tarifario Servicio de Agua o de Agua y Desagües Cloacales (Servicio Medido):

ESCALA	CONSUMO MENSUAL m^3	CÁLCULO SEGÚN ESCALA DE CONSUMO
1	hasta 15 m^3	15 m^3 x Vm^3
2	hasta 17,5 m^3	primeros 15 m^3 x Vm^3 excedente x Vm^3 x 1,60
3	hasta 20 m^3	primeros 17,5 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,70
4	hasta 22,5 m^3	primeros 20 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,80
5	hasta 25 m^3	primeros 22,5 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,90

Fuente: Aguas Bonaerenses S.A. (2018)

Nota: El valor por metro cúbico (Vm^3) es de $ 8,04

a) Explicá la información que se representa en el cuadro. ¿Cómo se lo utiliza para calcular el monto a pagar?

MOMENTO 2

Los ítems b) y c) tienen la intención de que los/as estudiantes reconozcan de manera explícita que la forma de calcular el costo de agua depende de la escala que se utilice para hacerlo. De esta manera, se construye una justificación de la importancia de estudiar cómo se incrementa el costo en cada escala. El ítem d) da inicio a esto al preguntar por el costo de los extremos, ya que es una manera en la cual los/as estudiantes incorporan al análisis del costo en una escala el valor máximo de la escala anterior.

b) ¿Cuánto debe pagar una persona si en su casa se consumen 8 m^3 de agua? ¿Y si se consumen 15 m^3?

c) ¿Qué pasa cuando el consumo de agua es mayor a 15 m^3? ¿En ese caso importa la cantidad de agua consumida? Explicá tu respuesta.

d) ¿Cuál es el costo mínimo de cobro en la escala 2 (considerá un consumo de 15,1 m^3)? ¿Cuál es el costo máximo en la escala 2 (considerá un consumo de 17,5 m^3)?

MOMENTO 3

La intención de la actividad 2 es que las/os estudiantes desarrollen un procedimiento aritmético para calcular el costo de tres consumos de agua, cada uno en una escala diferente. Esto es importante a los fines de que en la siguiente etapa cuenten con un procedimiento inicial para calcular el costo, que evolucionará hacia el planteamiento de una ecuación.

2. Copiá la siguiente tabla en tu carpeta. Luego, completala colocando un consumo para cada escala (escala 1, escala 2 y escala 3) y calculá lo que pagarías en cada caso.

ESCALA	CONSUMO	CÁLCULO DE MONTO A PAGAR
1		
2		
3		

ATENCIÓN: Cada escala considera el costo máximo de la escala anterior, por ejemplo, la escala 3 considera el valor máximo del costo de la escala 2. Explicá cómo calculás el monto a pagar en cada caso.

➔ Etapa procedimental

Tarea 2. ¿Es justo el cobro?

MOMENTO 1

Los ítems a) y b) de la actividad 1 tienen la intención de que el estudiante reconozca, a partir de la construcción de la tabla, aquellas cantidades que permanecen invariantes en el cálculo y aquellas que se modifican. Las invariantes se corresponden con el costo máximo de la escala anterior, así como el número que multiplica a los metros cúbicos (8,04 y 1,6). Esto inicia el planteamiento de la ecuación, en el cual se asocia una regularidad que muestra cómo se comportan las variables.

El ítem c) de la actividad persigue que los/as estudiantes reconozcan, con mayor claridad, que una invariante es la razón de cambio del costo por cada unidad de consumo. El ítem d) pide al estudiante que explique a una persona cómo calcular el costo conociendo el consumo, lo cual sienta las bases para que el/la estudiante construya la ecuación al requerir comunicar los invariantes identificados.

1. A continuación, analicemos con detalle los precios que se pagarían si el consumo estuviera en la escala 2. Elegí cinco valores de consumo en metros cúbicos que queden comprendidos dentro de esta escala, y calculá el precio que se debe pagar para cada uno de ellos. Copiá en tu cuaderno o carpeta la tabla que sigue y completala en función de los valores de consumo que elegiste.

CONSUMO EN M^3	DESARROLLO DEL CÁLCULO	COSTO DEL CONSUMO

a) ¿Cuál es la cantidad que siempre aparece en los cálculos que realizaste?

b) ¿Cuál es la cantidad que se modifica en cada uno de los cálculos?

c) ¿Cuánto aumenta el costo por cada metro cúbico que aumenta el consumo en cada tarifa?

d) Una persona necesita calcular cuál será el precio total que deberá pagar por el servicio. Redactá en tu carpeta un párrafo para explicarle cómo puede hacer el cálculo, considerando que conoce la cantidad de consumo de agua en metros cúbicos, y sabe que este valor queda comprendido dentro de la escala 2.

MOMENTO 2

La pregunta 2 tiene la intención de que las/os estudiantes construyan la ecuación algebraica y verifiquen si es correcta, con lo cual, la pregunta 3 provee un significado funcional al conceptualizar la ecuación no solo como una expresión para calcular un valor desconocido, sino como un medio

2. Considerá una cantidad cualquiera de metros cúbicos consumidos que quede comprendida dentro de la escala 2, a la que llamaremos *n*.

a) Encontrá una fórmula para calcular el costo de esa cantidad *n* de consumo.

b) Utilizá la fórmula que planteaste previamente para verificar los cálculos que realizaste en la tabla de la pregunta 1.

para la argumentación respecto del fenómeno del cual proviene. Las preguntas orientan a que los/as estudiantes decidan si el costo coincide con la escala 2 y, de ser así, determinen el consumo de agua que generó ese costo.

3. Considerá que el precio registrado por consumo total de un hogar es de $146,91.

a) ¿Pertenece este consumo a la escala 2?

b) ¿Cómo usarías la fórmula propuesta en la pregunta 2 para responder esta pregunta?

c) ¿Cuántos metros cúbicos se consumieron? Explicá detalladamente las operaciones que usaste para responder esta pregunta.

MOMENTO 3

Se ha mostrado que el cálculo del costo cambia en función de la escala en la que se ubica el consumo. La actividad 4 persigue que las/os estudiantes construyan una ecuación algebraica tomando en cuenta esa diferencia para el caso de la razón de cambio de la escala 3 y qué tan diferente es respecto de la escala 2.

La actividad 5 plantea una posible forma de explicar el costo del consumo de agua, a lo cual el ítem a) les solicita a los/as estudiantes que decidan si esta explicación es correcta. Los ítems b) y c) se orientan a que las/os estudiantes tomen decisiones acerca del consumo de agua y utilicen la ecuación como un argumento para explicar una situación específica. Sobre la base en lo anterior, en el ítem d) las/os estudiantes construyen una significación sobre la ecuación y el tipo de situaciones que requieren de su resolución: la predicción y la toma de decisiones.

4. a) ¿Cómo sería la fórmula para el cálculo del costo para un consumo n de metros cúbicos que quede comprendido dentro de la escala 3? Explicá detalladamente tu respuesta.

b) El aumento del costo por cada metro cúbico de consumo en la escala 3, ¿es igual o diferente al que obtuviste en la escala 2? Explicá tu respuesta.

c) ¿Cuál es la diferencia entre la ecuación que obtuviste en la escala 2 y la que obtuviste en la escala 3?

5. Para construir la fórmula del costo del consumo por metro cúbico para los valores comprendidos dentro de la escala 3, Mario hizo el siguiente razonamiento:

Gastar 17,5 m^3 de agua genera un costo de
$15 \times 8{,}04 + 2{,}5 \times 8{,}04 \times 1{,}6 = 152{,}76$.
A eso le debo sumar el excedente de metros cúbicos consumidos.
Si n es el consumo, entonces el excedente es $n - 17{,}5$
y lo debo multiplicar por $8{,}04 \times 1{,}70$.
La fórmula es $152{,}76 + (n - 17{,}5) \times 8{,}04 \times 1{,}70$.

a) ¿Estás de acuerdo con el razonamiento de Mario? Si no lo estás, ¿qué modificarías?

b) Mario recibió una factura por un monto total de $180.

I. ¿Cuántos metros cúbicos se consumieron durante el mes?

II. ¿Cómo usarías la fórmula que planteaste previamente para responder esta pregunta?

c) ¿Como usarías la fórmula que planteaste previamente para explicarle a una persona que si la empresa le cobra $234,56, el consumo que realizó durante ese mes ya no pertenece a la escala 3? Justificá tu respuesta explicando detalladamente las operaciones que realizaste para responder a la pregunta.

d) ¿Qué ventajas considerás que tiene el uso de la fórmula que planteaste para calcular y explicar cómo es el cobro mensual por el consumo de agua?

Etapa simbólica

Tarea 3. ¿Cuál servicio conviene?

MOMENTO 1

La finalidad de la consigna 1 es que los/as estudiantes conciban la ecuación como una forma de argumentación sobre el costo del consumo de agua. A partir de la resolución de la ecuación, se

1. La casa de Luisa se ubica en el rango 2 del servicio no medido (valuación inmobiliaria entre 40.001 y 50.000), y abonan una factura mensual de $184,92. Su familia está pensando si les conviene cambiarse a un servicio medido, sabiendo que su consumo de agua en metros cúbicos corresponde a la escala 3 (entre 17,5 m^3 y 20 m^3).

construyen argumentos sobre si conviene mantenerse en un tipo de servicio o pasar al otro. Es decir, se fomenta una visión de la ecuación en la cual en el ítem d) la solución de esta es concebida como un valor que favorece la toma de decisiones.

a) ¿Creés que les convenga cambiarse? Explicá detalladamente tu respuesta.

b) Utilizá la fórmula que desarrollaste en la tarea 2 para calcular el consumo mensual de agua. ¿Cuántos metros cúbicos deberían gastar en la casa de Luisa para pagar $184,92, es decir, el monto que pagan mensualmente con el servicio no medido?

c) ¿Considerás que la respuesta a la pregunta anterior te ayuda a decidir si le recomendarías a Luisa y su familia cambiar de servicio o permanecer en el que ya tienen?

d) ¿Para qué valores de consumo de agua les conviene el servicio medido? ¿Para qué valores les conviene el servicio no medido? Explicá detalladamente tu respuesta.

e) ¿Te sirvió la fórmula que desarrollaste en la tarea 2 para sugerirle a Luisa y su familia que mantengan o que cambien el tipo de servicio? Explicá tu respuesta.

MOMENTO 2

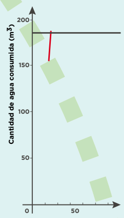
Con el objetivo de que la conceptualización de la ecuación se refuerce con el análisis funcional de la situación, la consigna 2 tiene la clara intención de que las/os estudiantes reconozcan visualmente los comportamientos que han caracterizado numérica y algebraicamente, de manera tal que la ecuación sea concebida como un conocimiento transversal.

2. Observá atentamente el siguiente gráfico, que corresponde a la situación de la familia de Luisa planteada en la pregunta 1 de la tarea 3, y respondé:

a) ¿Qué representa el segmento negro?

b) ¿Qué representa el punto de intersección del segmento negro y el segmento rojo?

c) ¿Qué representan los puntos que se encuentran antes y después del punto de intersección?



SITUACIÓN DE APRENDIZAJE: EQUILIBRANDO LA BALANZA. ¿CUÁNTO PESA?

➔ Etapa factual

Tarea 1. Pesando objetos. ¿Cómo mantengo el equilibrio?

MOMENTO 1

1. Elegí algún objeto de tu agrado (un libro, una goma de borrar, una calculadora, etc.) y colocalo en la bandeja derecha de la balanza. Luego colocá en la bandeja izquierda otros objetos diferentes hasta que ambas bandejas queden equilibradas.

La primera consigna tiene la intención de que las/os estudiantes se familiaricen con la balanza y su funcionamiento, por lo que se deja libre la elección de los objetos a colocar en ella.

MOMENTO 2

2. Formen grupos de tres personas y consigan el siguiente conjunto de pesas para trabajar con la balanza: seis pesas de 100 g, tres pesas de 300 g y cuatro pesas de 200 g. En una de las bandejas de la balanza coloquen dos pesas de 300 g.

a) ¿Qué pesas y cuántas de ellas tienen que poner en el otro plato para que la balanza quede en equilibrio?

b) ¿En cuántos modos distintos pueden colocar el resto de las pesas en el otro plato para mantener el equilibrio de la balanza?

c) Consideren ahora todas las pesas proporcionadas. ¿De cuántos modos distintos pueden colocar las pesas en las bandejas para mantener el equilibrio de la balanza?

La actividad 2, en los ítems a), b) y c), tiene el objetivo de que los/as estudiantes reconozcan el tipo de acciones que se pueden hacer en la balanza y que además tienen la característica de mantener el equilibrio entre los dos extremos. De esta forma se espera que reconozcan que, añadiendo el mismo peso a cada lado o quitando el mismo peso a cada lado, la bandeja conserva el equilibrio (se les proporcionan las pesas de peso conocido).

d) Comparen sus respuestas con las de los demás equipos. ¿Todos han encontrado las mismas soluciones? ¿Todas las soluciones presentadas son correctas? Elijan una de las combinaciones propuestas por cada uno de los demás equipos y verifíquenlas en la balanza.

e) Considerá ahora el resto de las combinaciones propuestas por todos los equipos. ¿Podés decidir si cada una de ellas cumple con la condición de que la balanza se quede en equilibrio, sin tener que verificarlo experimentalmente? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo lo harías? Ejemplificá con un caso.

Los ítems d) y e) tienen por objetivo que las/os estudiantes reconozcan que una solución correcta depende de que las combinaciones de pesas en cada lado de la balanza tengan el mismo peso (se les proporcionan las pesas de peso desconocido).

MOMENTO 3

La consigna 3 pretende que los/as estudiantes desarrollen las acciones necesarias para determinar un peso desconocido. Inicialmente no se pone en juego el equilibrio, pero el ítem b) pide explícitamente que bajo una configuración que mantiene el equilibrio, los/as estudiantes describan cómo mantener ese equilibrio al efectuar una perturbación. De esta forma, se introducen las acciones de equilibrar la balanza y buscar un valor desconocido.

3. Considerá el mismo conjunto de pesas de la pregunta 2. Además, considerá dos nuevas pesas que tu profesor/a te facilitará. Cada una de estas pesas estará envuelta con un papel de diferente color: uno rojo y uno azul.

a) Colocá la pesa envuelta en azul en la bandeja izquierda de la balanza. ¿Cuál es su peso? ¿Cómo lo determinaste?

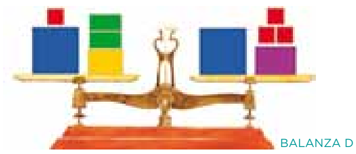
b) Colocá en la bandeja derecha la pesa envuelta en papel azul y en la bandeja izquierda, las pesas necesarias para que la balanza esté en equilibrio. Ahora, colocá en la bandeja izquierda la pesa envuelta en papel rojo. Describí las acciones que realizaste para que la balanza vuelva a estar en equilibrio.

Etapa procedimental
Tarea 2. ¿Qué hago para determinar el peso?

MOMENTO 1

La consigna 1 tiene el objetivo de que las/os estudiantes, a partir de las configuraciones de las balanzas A, B y C que se le presentan inicialmente, identifiquen, agrupen y seleccionen en la nueva balanza aquellas figuras con un peso equivalente. Esto permite que, al quitar una figura específica, las/os estudiantes identifiquen que agregar figuras equivalentes es la acción necesaria para que la balanza conserve el equilibrio.

1. Basándote en los esquemas anteriores que representan las balanzas A, B y C, considerá el siguiente esquema correspondiente a la balanza D, y respondé las preguntas:



a) Si retirás la pesa azul del lado izquierdo, ¿qué necesitás hacer en el lado derecho de la balanza para que esta se mantenga en equilibrio?

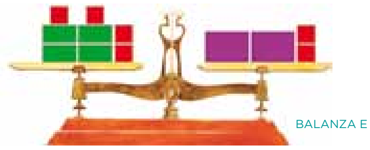
b) Si retirás la pesa violeta del lado derecho, ¿qué necesitás hacer en el lado izquierdo de la balanza para que esta se mantenga en equilibrio?

c) ¿Cuáles y cuántas son las pesas que son equivalentes a la pesa amarilla?

MOMENTO 2

La segunda consigna tiene la intención de introducir las operaciones de división y multiplicación mediante las acciones de añadir el doble y quitar la mitad de los objetos. Si bien inicialmente los/as estudiantes pueden asociar estas operaciones con la suma y la resta, es necesario enfatizar la característica de la cantidad agregada respecto a la cantidad original.

2. Considerá ahora el siguiente esquema correspondiente a otra balanza que se encuentra en equilibrio, y respondé las preguntas.



a) Si retirás tres pesas verdes del lado izquierdo, ¿qué pesas se deben retirar del lado derecho para que la balanza se mantenga en equilibrio? Dibujá en tu carpeta cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

MOMENTO 3

Los ítems a), b) y c) de la consigna 3 tienen la finalidad de reforzar las acciones construidas (añadir o quitar el mismo número de objetos), pero ahora incorporando configuraciones complejas de las figuras. Es decir, retirar o agregar una figura específica de un lado provee la posibilidad de agregar o quitar distintas combinaciones de figuras en el otro lado. Con esto, se promueve la reflexión de que el equilibrio no está en la figura sino en la propiedad que tiene esa figura o combinación de figuras. El ítem d) plantea un escenario de decisión a los/as estudiantes, en el cual determinar si la balanza está o no en equilibrio requiere del análisis de la combinación de figuras que se sugiere. Dado que esta combinación no mantiene en equilibrio la balanza, también se espera que reconozcan qué acciones se deberían realizar para volver a colocarla en equilibrio.

3. Considerá ahora la siguiente balanza en equilibrio:

a) Si retirás una pesa violeta del lado derecho, ¿qué harías con las pesas del lado izquierdo para que la balanza quede equilibrada? Dibujá en tu carpeta cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

b) Si retirás la pesa azul del lado izquierdo, ¿qué harías con las pesas del lado derecho para que la balanza quede equilibrada? Dibujá cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

c) Si agregás una pesa amarilla en el lado derecho, ¿qué pesas agregarías en el lado izquierdo para que la balanza quede equilibrada? Dibujá cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

d) Si agregás tres pesas verdes y una roja en el lado derecho de la balanza y, al mismo tiempo, agregás una pesa violeta y dos rojas en lado izquierdo, ¿la balanza se mantiene en equilibrio? Si la respuesta es afirmativa, ¿cómo lo determinaste? En caso contrario, ¿qué haría falta para que la balanza se mantuviera en equilibrio?

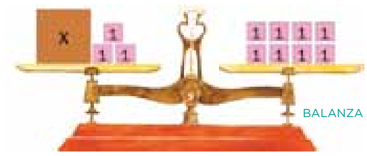
Etapa simbólica

Tarea 3. Operando con balanzas. ¿Cómo resuelvo la ecuación?

MOMENTO 1

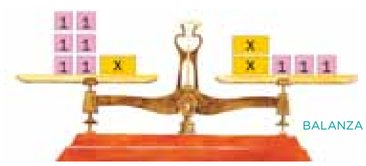
La actividad 1 plantea a los/as estudiantes un escenario similar al trabajado en la etapa procedimental, con el agregado de contar ahora con valores numéricos asociados a las cajas de un color (rosa) y un valor desconocido para la caja restante (marrón).

1. Considerá una balanza que se encuentra en equilibrio, como la que se muestra en la siguiente imagen. Se sabe que cada caja rosa pesa 1 kg.



a) ¿Cómo podrías ubicar las cajas en la balanza para saber cuánto pesa la caja marrón?

2. Considerá la balanza que se muestra en la siguiente imagen. Se sabe que cada caja rosa pesa 1 kg.

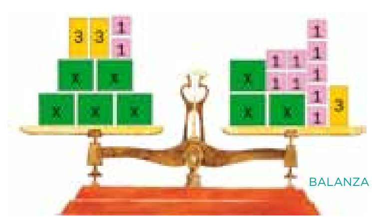


a) Si no supieras cuánto pesa cada caja amarilla, ¿qué podrías hacer para determinar su peso? Describí todas las acciones que realizaste.

La actividad 2 se orienta a que las/os estudiantes reconozcan que las acciones de la etapa procedimental les permiten obtener el peso desconocido.

La intención de la actividad 3 es que identifiquen las acciones que les permiten determinar el peso desconocido, pero enfatizando el hecho de que dicho valor se encuentra en ambos lados de la balanza y que se requiere la articulación de varias acciones, siempre que estas mantengan el equilibrio de la balanza.

3. Considerá la balanza que se muestra en la siguiente imagen. Se sabe que cada caja rosa pesa 1 kg y cada caja amarilla pesa 3 kg.



a) Utilizando la balanza y las cajas, ¿qué podrías hacer para saber cuánto pesa la caja verde? Describí todas las acciones que realizaste.

MOMENTO 2

La actividad 4 tiene el objetivo de que las/os estudiantes relacionen las combinaciones de cajas en los extremos de la balanza con expresiones algebraicas. Así, las cajas de peso desconocido que han sido señaladas con la letra x se corresponden con la incógnita de la ecuación, mientras que los pesos conocidos se corresponden con valores numéricos.

4. Considerá la balanza 1 de esta tarea. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa la composición de cajas para el lado izquierdo y cuál para el lado derecho? Explicá detalladamente cómo asociaste cada expresión con cada lado de la balanza.

LADO IZQUIERDO	LADO DERECHO
$x + 8$	3
$x + 3$	8
3	x
$x - 3$	$x + 3$

a) Considerando las expresiones algebraicas que seleccionaste, ¿cómo las escribirías como una igualdad entre ellas? La igualdad que obtenés se denomina una ecuación.

El ítem b) tiene la finalidad de que los/as estudiantes resuelvan la ecuación algebraica y, si bien no se espera que enuncien los métodos algebraicos, la intención es que se vincule esto con las acciones que han realizado sobre las balanzas. Para ello, en la tabla se provee de un ejemplo de cómo las acciones en la balanza se corresponden con operaciones específicas, por ejemplo, sumar o multiplicar y cómo estas, a su vez, se reflejan en la ecuación. Se enfatiza que la acción de la primera fila es la utilizada para determinar el peso desconocido, es decir, la que permitió resolver la ecuación.

b) ¿Cómo podrías obtener el peso de la caja marrón a partir de la ecuación que obtuviste?

MOMENTO 3

La consigna 5 tiene como finalidad que, a partir del ejemplo del ítem b) de la actividad 4, las/os estudiantes relacionen las acciones que se llevaron a cabo en las balanzas 2 y 3 con las operaciones que se expresan en la ecuación. Se espera que la suma y la resta se asocien con añadir/quitar una cantidad específica de peso a cada extremo, y la multiplicación con, por ejemplo, duplicar o triplicar el peso en cada extremo. Si bien es correcto que el estudiante mencione que se suma dos o tres veces la cantidad, es necesario orientar la discusión hacia la identificación y diferenciación de las operaciones, ¿cuándo se trata de una multiplicación?, ¿cuándo de una suma? Dado que esta actividad se limita a números naturales, conviene complementar con un ejemplo que involucre decimales.

5. Obtené para las balanzas 2 y 3 las ecuaciones que permiten determinar el peso de las cajas cuyo peso es desconocido. Luego, copiá las siguientes tablas en tu carpeta y completalas en función de las ecuaciones que planteaste:

BALANZA 2		
ACCIÓN	OPERACIÓN	OPERACIÓN EN LA ECUACIÓN
Quitar una caja amarilla de cada lado de la balanza.		
	Restar 3 unidades	

BALANZA 3		
ACCIÓN	OPERACIÓN	OPERACIÓN EN LA ECUACIÓN
		$5x + 8 - 3x = 3x + 12 - 3x$
	Restar 8 unidades	
Quitar la mitad de las cajas de cada lado de la balanza.		

MOMENTO 4

La intención de la consigna 6 es institucionalizar la ecuación como una igualdad entre dos expresiones que se cumple para algunos valores. Es esperable que las/os estudiantes logren comprender que una solución de una ecuación es un valor que al reemplazarlo por las variables permite arribar a una igualdad válida.

6. Una ecuación en la mayoría de los casos relaciona dos expresiones algebraicas mediante el signo de igualdad. En una ecuación, las incógnitas son valores que satisfacen la igualdad, es decir, son los valores que hacen que la igualdad entre las dos expresiones sea verdadera.[1]

a) ¿Cuál es el valor que satisface la siguiente igualdad? (Es decir, el valor que es solución de la ecuación).

$$2 - 3x = 17$$

CÓMO EVALUAR LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN DE LOS/AS ESTUDIANTES

Con el correr de los años, la evaluación en la escuela se convirtió en un criterio de acreditación y quedó relegada a la "prueba escrita". Sin embargo, la evaluación tiene distintos aspectos importantes en la escuela que no solo implican la acreditación.

> Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el estado de los saberes de los alumnos, para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.
>
> Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades. (ME, 2012)

Se considera entonces la evaluación formativa. Se llama así a un procedimiento usado por los/as docentes para adaptar un proceso didáctico a los progresos y necesidades observados en los/as estudiantes. De este modo se puede recoger información mientras los procesos se desarrollan con el fin de detectar logros, puntos débiles, identificar errores y posibles causas y poder tomar así decisiones respecto a lo que se enseña, cuándo y cómo se lo enseña.

Desde este punto de vista, cuando el/la estudiante no aprende no es solo debido a que no estudia, sino que puede ser atribuido y analizado desde múltiples factores como las actividades propuestas, los recursos utilizados, etc.

La evaluación formativa se construye a partir de la observación y conversación con los/as estudiantes y también analizando sus producciones. Esta evaluación brinda a los/as alumnos/as información para desarrollar una mayor autonomía y autorregulación de sus aprendizajes. También permite a los/as docentes adaptar las estrategias de enseñanza y los recursos utilizados a las características y necesidades individuales de los/as estudiantes.

En síntesis, la evaluación formativa sirve para que:

- los/as docentes
  - conozcan mejor a los/as estudiantes;
  - planifiquen su enseñanza ajustando el ritmo y presentación de los desafíos de aprendizajes a las características de los/as estudiantes;
- los/as estudiantes
  - comprendan la forma en la que aprenden mejor;
  - mejoren su aprendizaje;
  - se autoevalúen y comprendan cuán bien aprendieron.

Uno de los objetivos a lograr es entonces proponer actividades que permitan apropiarse de la metacognición, es decir, la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje. Para ello es necesario presentar a los/as estudiantes actividades que les permitan dar cuenta de sus aprendizajes. Es posible pensar en preguntas como:

- ¿Cuáles son los conocimientos matemáticos que te resultaron claves para resolver la actividad?
- ¿Cuáles son las estrategias que te resultaron complejas? ¿Cuáles te resultaron fáciles?

- ¿Qué aspectos de esta actividad podés guardarte para usarlos en otras?
- ¿Cuáles son las consignas que te resultaron difíciles? ¿Podrías descubrir el motivo por la que fueron difíciles?
- ¿Qué aprendiste hoy? ¿Qué conceptos no terminaste de entender?

Es fundamental que los/as estudiantes contesten estas preguntas de modo escrito y puedan recurrir a ellas luego de distintas secuencias didácticas. De este modo, todo lo expuesto se vuelve parte de sus aprendizajes y favorece el logro de la autonomía en la resolución.

Finalmente, para que la evaluación permita lograr los objetivos planteados, es necesario explicitar los criterios adoptados a los/as estudiantes. Según Toranzos (2014), esto permite:

> a. la necesaria transparencia de los procesos de evaluación;
>
> b. el resaltar el papel de la evaluación como un elemento que contribuye al desarrollo de procesos metacognitivos, es decir de reflexión activa de los alumnos sobre su propio proceso de aprendizaje.

Una forma de lograr todos los objetivos propuestos anteriormente es mediante el armado de rúbricas. Una rúbrica es una guía usada en la evaluación del desempeño de los/as estudiantes que describe las características específicas de un producto, proyecto o tarea en varios niveles de rendimiento. Se arma para clarificar lo que se espera del trabajo del estudiante y facilitar así la retroalimentación.

A partir de una rúbrica bien hecha, se logra:

- informar a los/as estudiantes acerca de sus saberes;
- fomentar el aprendizaje autónomo y la autoevaluación;
- anticipar los criterios de evaluación;
- promover la responsabilidad de los/as estudiantes frente a sus aprendizajes.

Para estos materiales, una rúbrica posible podría ser:

	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Entiende los enunciados de las situaciones				
Puede leer la información escrita en distintos registros, por ejemplo, la factura del servicio de agua corriente, una tabla, etcétera				
Puede leer información en una tabla				
Comprende que las magnitudes se relacionan de modo que al variar una varía la otra				
Puede construir una fórmula a partir de ciertos datos				
Comprende qué parámetros se mantienen constantes y cuáles varían				
Escucha y aprende de los debates áulicas				
Argumenta sus posturas con claridad				
Logra comprender sus errores y comenzar a partir de ellos				

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona: Gedisa.

Effenberger, P. (2017). *Matemática 8. Serie Contextos digitales. Guía docente.* Buenos Aires: Kapelusz.

Ministerio de Educación (2007). *Cuadernos para el aula. Matemática 4*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2011). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico Educación Secundaria. 1°, 2° y 3° Años.* Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2012). *Cuadernos para el aula. Matemática 4.* Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2018). *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios de Matemática.* Buenos Aires: Ministerio de Educación.

PISA (2009). "Programme for International Student Assessment". Recuperado de: http://educalab.es/documents/10180/414804/9latidos.pdf/8b9245d0-d630-41c8-9c34-066035717cfe

Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2015). "Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal". *PNA*, 9(4), 273-293.

Toranzos, L. V. (2014). "Evaluación educativa: hacia la construcción de un espacio de aprendizaje". *Propuesta Educativa*, 41, 9-19. Buenos Aires: FLACSO.

CONSUMO DE AGUA. ¿CUÁNTO PAGAR?

Antes de salir de las canillas de los hogares, el agua pasa por muchos procesos (Figura 1). Por ejemplo, en algunas regiones de la Argentina, el agua captada de las fuentes (Río de la Plata o Río Paraná de las Palmas) llega a las plantas tratadoras donde se eliminan sus componentes físicos, químicos y biológicos indeseables. Luego de atravesar estos procesos, el agua llega a los hogares a través de ríos subterráneos y estaciones elevadoras. Por otra parte, los residuos cloacales recolectados de los hogares son transportados a plantas depuradoras donde reciben el tratamiento adecuado, antes de ser vertidos en cuerpos receptores (Río de La Plata, Reconquista o Matanza). Consultá la página de Agua y Saneamiento Argentinos para conocer más información de estos procesos: https://www.aysa.com.ar/Que-Hacemos/Agua-potable/Proceso-de-potabilizacion/proceso_de_potabilizacion

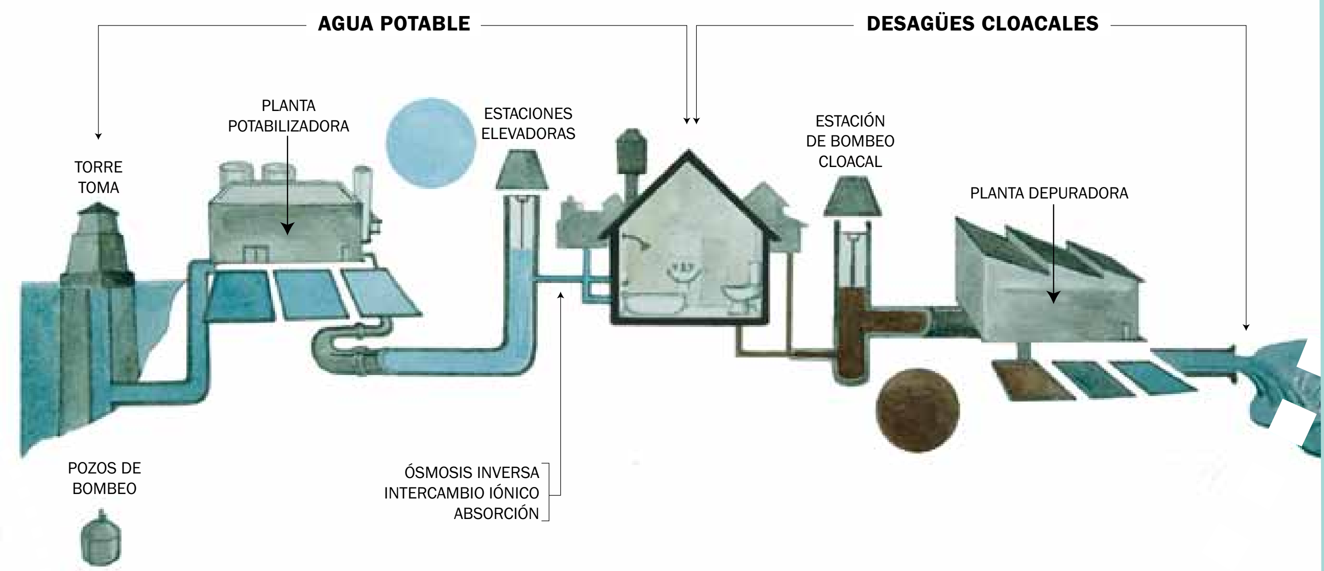


FIGURA 1. PROCESO DE TRATAMIENTO DEL AGUA

En estos servicios de agua potable se establecen tarifas de cobro que dependen del bien inmueble (residencial, no residencial o baldío) y del tipo de sistema de facturación (medido o no medido). Por ejemplo:

- Para servicio no medido se considera la valuación del inmueble, como se muestra en los ejemplos de la figura 2.

Servicio No Medido (SNM)

Cuadro Tarifario Servicio de Agua o Desagües Cloacales.
Módulos Según Valuación Inmobiliaria.

RANGO	VALUACIÓN FISCAL INMOBILIARIA	MÓDULOS
	Baldíos	12
	Cocheras, Bauleras y Locales Complementarios	8
1	De 0 hasta 40.000	18
2	De más de 40.001 hasta 50.000	23
3	De más de 50.001 hasta 70.000	28
4	De más de 70.001 hasta 100.000	34
5	De más de 100.001 hasta 150.000	39
6	De más de 150.001 hasta 200.000	47
7	De más de 200.001 hasta 300.000	55
8	De más de 300.001 hasta 400.000	65
9	De más de 400.001 hasta 500.000	75

Figura 2. Fuente: Aguas Bonaerenses S.A. (2018)
Nota: El valor del módulo es de $ 8,04

- Para servicio medido se considera el consumo mensual de agua en metros cúbicos (m^3), como se muestra en los ejemplos de la figura 3.

Servicio Medido (SM)

Cuadro Tarifario Servicio de Agua o de Agua y Desagües Cloacales (Servicio Medido):

ESCALA	CONSUMO MENSUAL m^3	CÁLCULO SEGÚN ESCALA DE CONSUMO
1	hasta 15 m^3	15 m^3 x Vm^3
2	hasta 17,5 m^3	primeros 15 m^3 x Vm^3 excedente x Vm^3 x 1,60
3	hasta 20 m^3	primeros 17,5 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,70
4	hasta 22,5 m^3	primeros 20 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,80
5	hasta 25 m^3	primeros 22,5 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,90
6	hasta 30 m^3	primeros 25 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 2,00
7	hasta 35 m^3	primeros 30 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 2,10
8	hasta 40 m^3	primeros 35 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 2,20
9	hasta 45 m^3	primeros 40 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 2,30
10	hasta 50 m^3	primeros 45 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 2,40
11	hasta 62,5 m^3	primeros 50 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 2,50

Figura 3. Fuente: Aguas Bonaerenses S.A. (2018)
Nota: El valor por metro cúbico (Vm^3) es de $ 8,04

Podés encontrar más detalles sobre las tarifas en la página de Aguas Bonaerenses: https://www.aguasbonaerenses.com.ar/au-cyt-f-cuadro-tarifario.php.

TAREA 1. ¿Qué tanto se modifica el pago según el consumo de agua?

1. En su sitio de Internet, la empresa Aguas Bonaerenses informa sobre el consumo de agua (servicio medido) en forma de cuadro tarifario, que se muestra a continuación:

Servicio Medido (SM)

Cuadro Tarifario Servicio de Agua o de Agua y Desagües Cloacales (Servicio Medido):

ESCALA	CONSUMO MENSUAL m^3	CÁLCULO SEGÚN ESCALA DE CONSUMO
1	hasta 15 m^3	15 m^3 x Vm^3
2	hasta 17,5 m^3	primeros 15 m^3 x Vm^3 excedente x Vm^3 x 1,60
3	hasta 20 m^3	primeros 17,5 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,70
4	hasta 22,5 m^3	primeros 20 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,80
5	hasta 25 m^3	primeros 22,5 m^3 idem anterior excedente x Vm^3 x 1,90

Fuente: Aguas Bonaerenses S.A. (2018)

Nota: El valor por metro cúbico (Vm^3) es de $ 8,04

a) Explicá la información que se representa en el cuadro. ¿Cómo se lo utiliza para calcular el monto a pagar?

b) ¿Cuánto debe pagar una persona si en su casa se consumen 8 m^3 de agua? ¿Y si se consumen 15 m^3?

c) ¿Qué pasa cuando el consumo de agua es mayor a 15 m^3? ¿En ese caso importa la cantidad de agua consumida? Explicá tu respuesta.

d) ¿Cuál es el costo mínimo de cobro en la escala 2 (considerá un consumo de 15,1 m^3)? ¿Cuál es el costo máximo en la escala 2 (considerá un consumo de 17,5 m^3)?

2. Copiá la siguiente tabla en tu carpeta. Luego, completala colocando un consumo para cada escala (escala 1, escala 2 y escala 3) y calculá lo que pagarías en cada caso.

ESCALA	CONSUMO	CÁLCULO DE MONTO A PAGAR
1		
2		
3		

ATENCIÓN: Cada escala considera el costo máximo de la escala anterior, por ejemplo, la escala 3 considera el valor máximo del costo de la escala 2. Explicá cómo calculás el monto a pagar en cada caso.

TAREA 2. ¿Es justo el cobro?

1. A continuación, analicemos con detalle los precios que se pagarían si el consumo estuviera en la escala 2. Elegí cinco valores de consumo en metros cúbicos que queden comprendidos dentro de esta escala, y calculá el precio que se debe pagar para cada uno de ellos. Copiá en tu cuaderno o carpeta la tabla que sigue y completala en función de los valores de consumo que elegiste.

CONSUMO EN M³	DESARROLLO DEL CÁLCULO	COSTO DEL CONSUMO

a) ¿Cuál es la cantidad que siempre aparece en los cálculos que realizaste?

b) ¿Cuál es la cantidad que se modifica en cada uno de los cálculos?

c) ¿Cuánto aumenta el costo por cada metro cúbico que aumenta el consumo en cada tarifa?

d) Una persona necesita calcular cuál será el precio total que deberá pagar por el servicio. Redactá en tu carpeta un párrafo para explicarle cómo puede hacer el cálculo, considerando que conoce la cantidad de consumo de agua en metros cúbicos, y sabe que este valor queda comprendido dentro de la escala 2.

2. Considerá una cantidad cualquiera de metros cúbicos consumidos que quede comprendida dentro de la escala 2, a la que llamaremos n.

a) Encontrá una fórmula para calcular el costo de esa cantidad n de consumo.

b) Utilizá la fórmula que planteaste previamente para verificar los cálculos que realizaste en la tabla de la pregunta 1.

3. Considerá que el precio registrado por consumo total de un hogar es de $146,91.

a) ¿Pertenece este consumo a la escala 2?

b) ¿Cómo usarías la fórmula propuesta en la pregunta 2 para responder esta pregunta?

c) ¿Cuántos metros cúbicos se consumieron? Explicá detalladamente las operaciones que usaste para responder esta pregunta.

4. a) ¿Cómo sería la fórmula para el cálculo del costo para un consumo n de metros cúbicos que quede comprendido dentro de la escala 3? Explicá detalladamente tu respuesta.

b) El aumento del costo por cada metro cúbico de consumo en la escala 3, ¿es igual o diferente al que obtuviste en la escala 2? Explicá tu respuesta.

c) ¿Cuál es la diferencia entre la ecuación que obtuviste en la escala 2 y la que obtuviste en la escala 3?

5. Para construir la fórmula del costo del consumo por metro cúbico para los valores comprendidos dentro de la escala 3, Mario hizo el siguiente razonamiento:

Gastar 17,5 m³ de agua genera un costo de
15 x 8,04 + 2,5 x 8,04 x 1,6 = 152,76.
A eso le debo sumar el excedente de metros cúbicos consumidos.
Si n es el consumo, entonces el excedente es n – 17,5
y lo debo multiplicar por 8,04 x 1,70.
La fórmula es 152,76 + (n – 17,5) x 8,04 x 1,70.

a) ¿Estás de acuerdo con el razonamiento de Mario? Si no lo estás, ¿qué modificarías?

b) Mario recibió una factura por un monto total de $180.

I. ¿Cuántos metros cúbicos se consumieron durante el mes?

II. ¿Cómo usarías la fórmula que planteaste previamente para responder esta pregunta?

c) ¿Como usarías la fórmula que planteaste previamente para explicarle a una persona que si la empresa le cobra $234,56, el consumo que realizó durante ese mes ya no pertenece a la escala 3? Justificá tu respuesta explicando detalladamente las operaciones que realizaste para responder a la pregunta.

d) ¿Qué ventajas considerás que tiene el uso de la fórmula que planteaste para calcular y explicar cómo es el cobro mensual por el consumo de agua?

TAREA 3. ¿Cuál servicio conviene?

1. La casa de Luisa se ubica en el rango 2 del servicio no medido (valuación inmobiliaria entre 40.001 y 50.000), y abonan una factura mensual de $184,92. Su familia está pensando si les conviene cambiarse a un servicio medido, sabiendo que su consumo de agua en metros cúbicos corresponde a la escala 3 (entre 17,5 m^3 y 20 m^3).

a) ¿Creés que les convenga cambiarse? Explicá detalladamente tu respuesta.

b) Utilizá la fórmula que desarrollaste en la tarea 2 para calcular el consumo mensual de agua. ¿Cuántos metros cúbicos deberían gastar en la casa de Luisa para pagar $184,92, es decir, el monto que pagan mensualmente con el servicio no medido?

c) ¿Considerás que la respuesta a la pregunta anterior te ayuda a decidir si le recomendarías a Luisa y su familia cambiar de servicio o permanecer en el que ya tienen?

d) ¿Para qué valores de consumo de agua les conviene el servicio medido? ¿Para qué valores les conviene el servicio no medido? Explicá detalladamente tu respuesta.

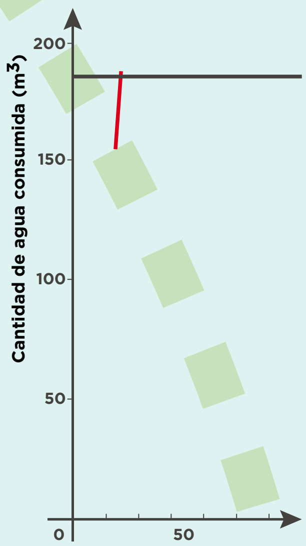
e) ¿Te sirvió la fórmula que desarrollaste en la tarea 2 para sugerirle a Luisa y su familia que mantengan o que cambien el tipo de servicio? Explicá tu respuesta.

2. Observá atentamente el siguiente gráfico, que corresponde a la situación de la familia de Luisa planteada en la pregunta 1 de la tarea 3, y respondé:

a) ¿Qué representa el segmento negro?

b) ¿Qué representa el punto de intersección del segmento negro y el segmento rojo?

c) ¿Qué representan los puntos que se encuentran antes y después del punto de intersección?

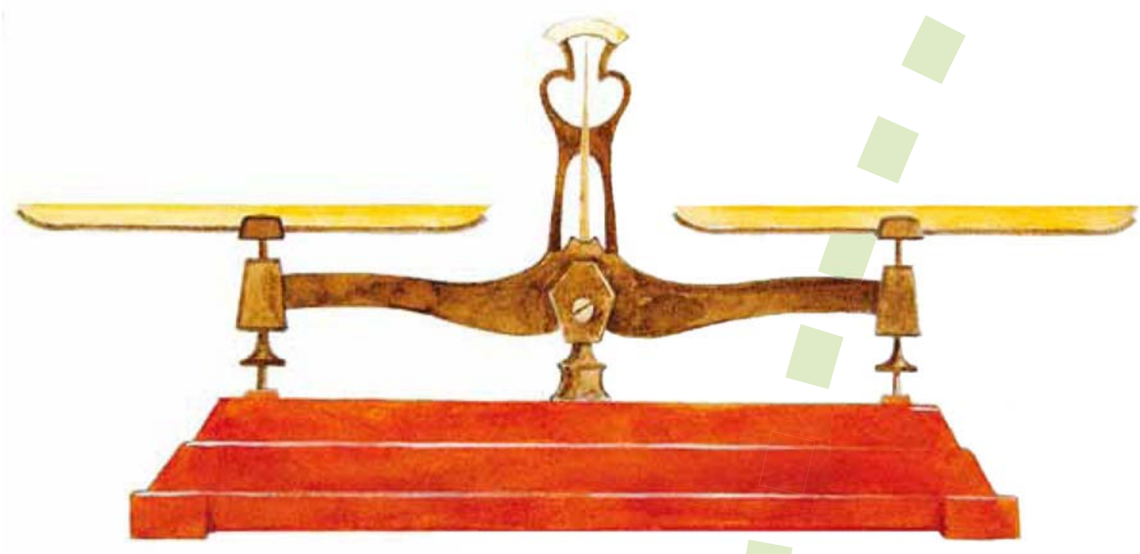


2+2
1
4

EQUILIBRANDO LA BALANZA. ¿CUÁNTO PESA?

¿Sabés qué es una balanza de dos brazos (también conocida como balanza de dos platillos)? ¿La has utilizado en alguna ocasión? Con el desarrollo del comercio en las culturas antiguas surgió la necesidad de contar con un instrumento que permitiera realizar una medición precisa del producto que se comercializaba, con el objetivo de hacer justo el intercambio. Una de las primeras balanzas registradas en la historia fue construida por lo egipcios y consistía en dos bandejas equilibradas y unidas mediante una vara, las cuales eran sostenidas por una segunda vara. Para utilizarla, se colocaba aquello que se deseaba pesar en una de las bandejas y se añadían objetos de pesos conocidos en la otra bandeja, hasta que la vara que unía a las bandejas alcanzaba la posición horizontal.

¿Por qué creés que fue necesario el desarrollo de la balanza para hacer del comercio una actividad más justa?



TAREA 1. Pesando objetos. ¿Cómo mantengo el equilibrio?

1. Elegí algún objeto de tu agrado (un libro, una goma de borrar, una calculadora, etc.) y colocalo en la bandeja derecha de la balanza. Luego colocá en la bandeja izquierda otros objetos diferentes hasta que ambas bandejas queden equilibradas.

a) ¿Cuántos y cuáles objetos colocaste en la bandeja izquierda?

b) Si colocás en la bandeja derecha otro objeto diferente, ¿qué necesitás hacer para que la balanza se mantenga en equilibrio?

2. Formen grupos de tres personas y consigan el siguiente conjunto de pesas para trabajar con la balanza: seis pesas de 100 g, tres pesas de 300 g y cuatro pesas de 200 g. En una de las bandejas de la balanza coloquen dos pesas de 300 g.

a) ¿Qué pesas y cuántas de ellas tienen que poner en el otro plato para que la balanza quede en equilibrio?

b) ¿En cuántos modos distintos pueden colocar el resto de las pesas en el otro plato para mantener el equilibrio de la balanza?

c) Consideren ahora todas las pesas proporcionadas. ¿De cuántos modos distintos pueden colocar las pesas en las bandejas para mantener el equilibrio de la balanza?

d) Comparen sus respuestas con las de los demás equipos. ¿Todos han encontrado las mismas soluciones? ¿Todas las soluciones presentadas son correctas? Elijan una de las combinaciones propuestas por cada uno de los demás equipos y verifíquenlas en la balanza.

e) Considerá ahora el resto de las combinaciones propuestas por todos los equipos. ¿Podés decidir si cada una de ellas cumple con la condición de que la balanza se quede en equilibrio, sin tener que verificarlo experimentalmente? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo lo harías? Ejemplificá con un caso.

3. Considerá el mismo conjunto de pesas de la pregunta 2. Además, considerá dos nuevas pesas que tu profesor/a te facilitará. Cada una de estas pesas estará envuelta con un papel de diferente color: uno rojo y uno azul.

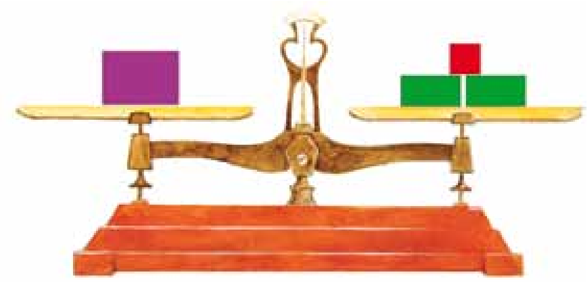
a) Colocá la pesa envuelta en azul en la bandeja izquierda de la balanza. ¿Cuál es su peso? ¿Cómo lo determinaste?

b) Colocá en la bandeja derecha la pesa envuelta en papel azul y en la bandeja izquierda, las pesas necesarias para que la balanza esté en equilibrio. Ahora, colocá en la bandeja izquierda la pesa envuelta en papel rojo. Describí las acciones que realizaste para que la balanza vuelva a estar en equilibrio.

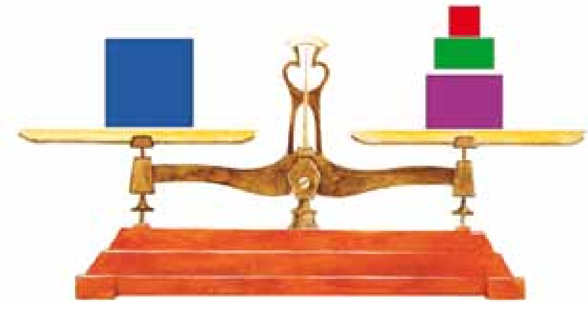
TAREA 2. ¿Qué hago para determinar el peso?

En los siguientes esquemas se muestran diferentes combinaciones de pesas (las cuales se distinguen por sus tamaños y colores) que mantienen en equilibrio la balanza.

BALANZA A



BALANZA B



BALANZA C

1. Basándote en los esquemas anteriores que representan las balanzas A, B y C, considerá el siguiente esquema correspondiente a la balanza D, y respondé las preguntas:

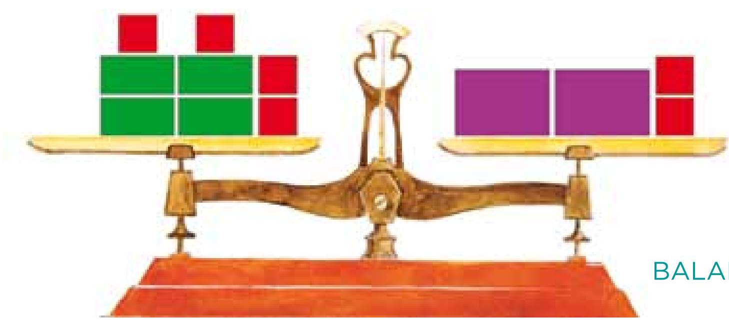
BALANZA D

a) Si retirás la pesa azul del lado izquierdo, ¿qué necesitás hacer en el lado derecho de la balanza para que esta se mantenga en equilibrio?

b) Si retirás la pesa violeta del lado derecho, ¿qué necesitás hacer en el lado izquierdo de la balanza para que esta se mantenga en equilibrio?

c) ¿Cuáles y cuántas son las pesas que son equivalentes a la pesa amarilla?

2. Considerá ahora el siguiente esquema correspondiente a otra balanza que se encuentra en equilibrio, y respondé las preguntas.



BALANZA E

a) Si retirás tres pesas verdes del lado izquierdo, ¿qué pesas se deben retirar del lado derecho para que la balanza se mantenga en equilibrio? Dibujá en tu carpeta cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

b) Si duplicás la cantidad de cada tipo de pesa en el lado derecho, ¿cuántas pesas de cada color necesitás colocar en el lado izquierdo para que la balanza se mantenga en equilibrio?

c) Si retirás la mitad de las pesas de cada tipo del lado izquierdo, ¿cuántas pesas de cada color necesitás conservar en el lado derecho para que la balanza se mantenga en equilibrio?

3. Considerá ahora la siguiente balanza en equilibrio:

BALANZA F

a) Si retirás una pesa violeta del lado derecho, ¿qué harías con las pesas del lado izquierdo para que la balanza quede equilibrada? Dibujá en tu carpeta cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

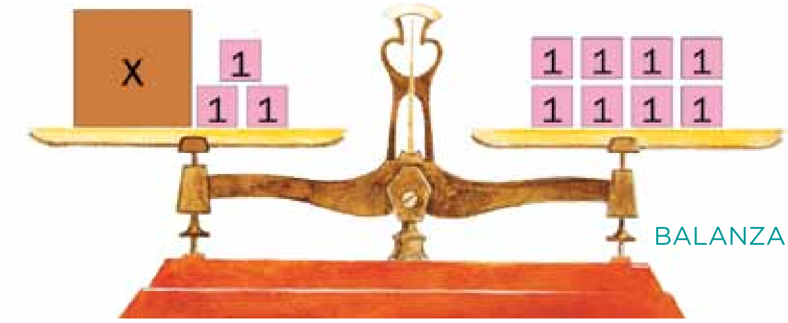
b) Si retirás la pesa azul del lado izquierdo, ¿qué harías con las pesas del lado derecho para que la balanza quede equilibrada? Dibujá cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

c) Si agregás una pesa amarilla en el lado derecho, ¿qué pesas agregarías en el lado izquierdo para que la balanza quede equilibrada? Dibujá cómo quedaría la balanza realizando los cambios propuestos.

d) Si agregás tres pesas verdes y una roja en el lado derecho de la balanza y, al mismo tiempo, agregás una pesa violeta y dos rojas en lado izquierdo, ¿la balanza se mantiene en equilibrio? Si la respuesta es afirmativa, ¿cómo lo determinaste? En caso contrario, ¿qué haría falta para que la balanza se mantuviera en equilibrio?

TAREA 3. Operando con balanzas. ¿Cómo resuelvo la ecuación?

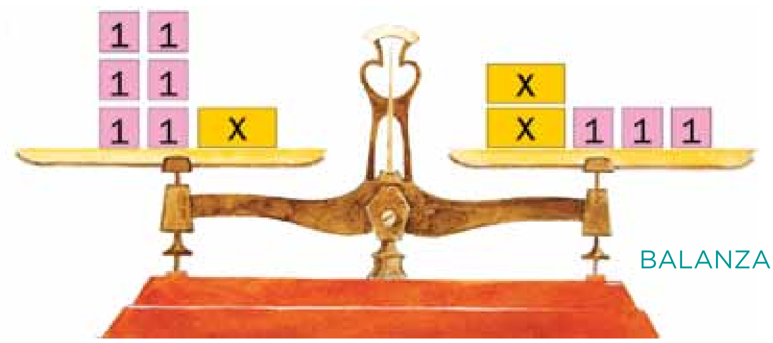
1. Considerá una balanza que se encuentra en equilibrio, como la que se muestra en la siguiente imagen. Se sabe que cada caja rosa pesa 1 kg.



BALANZA 1

a) ¿Cómo podrías ubicar las cajas en la balanza para saber cuánto pesa la caja marrón?

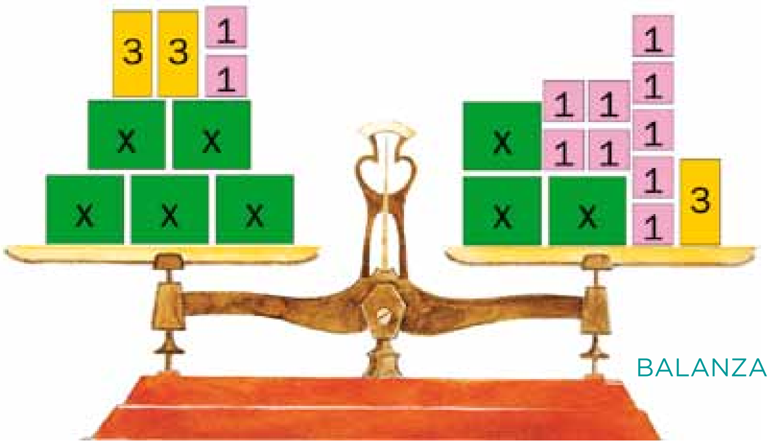
2. Considerá la balanza que se muestra en la siguiente imagen. Se sabe que cada caja rosa pesa 1 kg.



BALANZA 2

a) Si no supieras cuánto pesa cada caja amarilla, ¿qué podrías hacer para determinar su peso? Describí todas las acciones que realizaste.

3. Considerá la balanza que se muestra en la siguiente imagen. Se sabe que cada caja rosa pesa 1 kg y cada caja amarilla pesa 3 kg.



BALANZA 3

a) Utilizando la balanza y las cajas, ¿qué podrías hacer para saber cuánto pesa la caja verde? Describí todas las acciones que realizaste.

4. Considerá la balanza 1 de esta tarea. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa la composición de cajas para el lado izquierdo y cuál para el lado derecho? Explicá detalladamente cómo asociaste cada expresión con cada lado de la balanza.

LADO IZQUIERDO	LADO DERECHO
$x + 8$	3
$x + 3$	8
3	x
$x - 3$	$x + 3$

a) Considerando las expresiones algebraicas que seleccionaste, ¿cómo las escribirías como una igualdad entre ellas? La igualdad que obtenés se denomina una ecuación.

b) ¿Cómo podrías obtener el peso de la caja marrón a partir de la ecuación que obtuviste?

Para responder la pregunta anterior, observá la siguiente tabla construida a partir de la ecuación planteada para la balanza 1. En la primera columna se indican distintas acciones que mantienen el equilibrio de la balanza, en la segunda columna se muestran las operaciones correspondientes a cada acción y en la tercera columna se detalla cómo se realiza la operación en la ecuación en cada caso. Para determinar el peso de la caja marrón se utiliza la acción que aparece en la primera fila.

ACCIÓN	OPERACIÓN	OPERACIÓN EN LA ECUACIÓN
Quitar 3 cajas rosas de ambos lados de la balanza.	Restar 3 unidades	$x + 3 - 3 = 8 - 3$
Añadir 4 cajas rosas de ambos lados de la balanza.	Sumar 4 unidades	$x + 3 + 4 = 3 + 4$
Duplicar las cajas en ambos lados de la balanza.	Multiplicar por 2	$2 \times (x + 3) = 2 \times (3)$

5. Obtené para las balanzas 2 y 3 las ecuaciones que permiten determinar el peso de las cajas cuyo peso es desconocido. Luego, copiá las siguientes tablas en tu carpeta y completalas en función de las ecuaciones que planteaste:

BALANZA 2		
ACCIÓN	OPERACIÓN	OPERACIÓN EN LA ECUACIÓN
Quitar una caja amarilla de cada lado de la balanza.		
	Restar 3 unidades	

BALANZA 3		
ACCIÓN	OPERACIÓN	OPERACIÓN EN LA ECUACIÓN
		$5x + 8 - 3x = 3x + 12 - 3x$
	Restar 8 unidades	
Quitar la mitad de las cajas de cada lado de la balanza.		

6. Una ecuación en la mayoría de los casos relaciona dos expresiones algebraicas mediante el signo de igualdad. En una ecuación, las incógnitas son valores que satisfacen la igualdad, es decir, son los valores que hacen que la igualdad entre las dos expresiones sea verdadera.[1]

a) ¿Cuál es el valor que satisface la siguiente igualdad? (Es decir, el valor que es solución de la ecuación).

$$2 - 3x = 17$$

1. Hay casos donde las ecuaciones refieren a una equivalencia formal que se da independientemente de los valores que puedan tomar la incógnitas: por ejemplo, 2x = x + x; mientras que en otros casos la igualdad solo se da para ciertos valores de las incógnitas, por ejemplo, 3x + 2 = 4.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

ACTIVIDAD 1.

¿Es solución?

¿Cuál es el número que hace verdadera la siguiente igualdad?

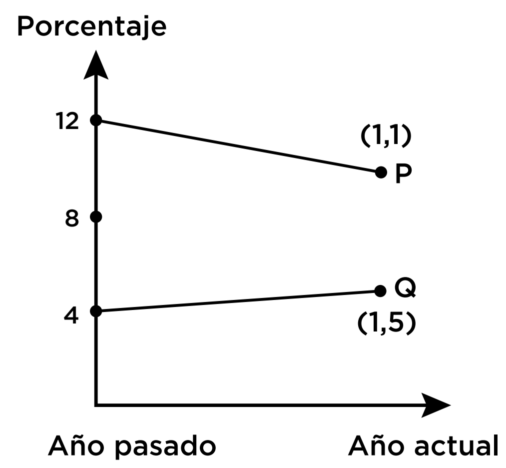
$$-3x + 6 = 18$$

a) **8** b) **4** c) **−4** d) **−8**

ACTIVIDAD 2.

Cuota de mercado a la baja y al alza

El siguiente gráfico muestra los porcentajes de mercado que tuvieron las compañías de aviación P y Q el año pasado.



Suponiendo que las tendencias indicadas se mantendrán durante los próximos años, respondé las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos años han de trascurrir a partir del año actual, hasta que la compañía P pierda la mitad del mercado que tenía el año pasado?

2. Determiná una ecuación que te permita responder la siguiente pregunta: considerando la participación que tuvieron el año pasado, ¿en cuántos años ambas compañías tendrán la misma participación de mercado?

3. Determiná una ecuación que te permita calcular cada año el porcentaje de mercado de la compañía. ¿Cómo explicarías a una persona la forma en cómo obtuviste esta ecuación?

ACTIVIDAD 3.

¿Cuál me conviene?

Dos diarios quieren contratar vendedores, para lo cual publican los siguientes anuncios:

DIARIO LA ESTRELLA
¿Necesitás dinero extra?
Vendé nuestro periódico

Pagamos:
$ 4,50 por periódico, para los primeros 240 ejemplares que vendas en una semana, más $ 9 por cada periódico adicional vendido.

EL DIARIO MATUTINO
¡Trabajo bien pagado que precisa poco tiempo!

Vendé ***El Diario Matutino*** y ganá $ 1.350 a la semana más $ 0,50 adicionales por periódico vendido.

1. Una persona interesada en el anuncio le pregunta a Arturo, que trabaja para el diario *La Estrella*, cuánto suele ganar. Arturo le responde que la semana pasada ganó $ 1.012,50. ¿Vendió Arturo más o menos de 240 ejemplares?

2. Federico le dice a la misma persona que él vende cada semana un promedio de 350 ejemplares del diario *La Estrella*.

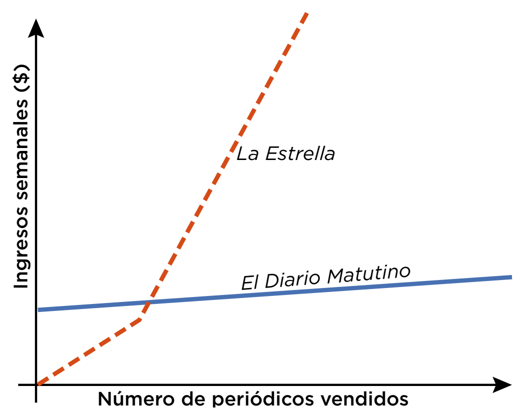
a) ¿Cuánto gana en promedio cada semana? Explicá cómo calculaste la ganancia obtenida por Federico.
b) Determiná la ecuación que permite calcular el salario de Federico según la cantidad de ejemplares de periódico que vende. ¿Cómo obtuviste la ecuación?

3. Cristina vende ejemplares de *El Diario Matutino*. Si en una semana ganó $ 1.490, ¿cuántos ejemplares vendió esa semana?

4. Determiná, para el caso de *El Diario Matutino*, la ecuación que permite calcular el salario según la cantidad de ejemplares de periódicos que se vende. ¿En qué es diferente la ecuación para *El Diario Matutino* respecto del diario *La Estrella*?

5. Angélica está buscando empleo en alguno de los dos diarios. Por su experiencia previa, sabe que ella es capaz de vender en una semana 340 periódicos. ¿En cuál de los dos diarios le conviene trabajar para tener un mayor ingreso? Justificá tu respuesta.

6. Durante las entrevistas de trabajo, ambos diarios utilizan el siguiente gráfico para mostrarles a los postulantes por qué les conviene trabajar con ellos.



a) En función de lo que muestra el gráfico, ¿qué argumento creés que usa *El Diario Matutino* para reclutar trabajadores?
b) En función de lo que muestra el gráfico, ¿qué argumento creés que usa el diario *La Estrella* para reclutar trabajadores/as?

ACTIVIDAD 4.

Ahorrando para un auto a control remoto

1. Pedro quiere comprarse un auto a control remoto que cuesta 1.999 pesos y decide pedirle el dinero a su papá. En lugar de prestárselo, su papá le propone que se gane el dinero ayudando en la tienda que tienen en su casa y le ofrece tres alternativas: que se encargue de la venta de periódicos, que se encargue de la venta de helados o que atienda a los clientes que van a comprar. Sobre esto, le comenta:

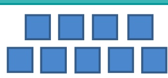
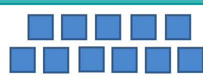
- *Si te encargás de la venta de periódicos, te daré 20 pesos diarios y, además, 1 peso por cada periódico que vendas. Por lo general se venden entre 20 y 36 periódicos al día; nunca se han vendido menos, pero sí más.*
- *Si te encargás de la venta de helados, te pagaré 2 pesos por cada helado que vendas. Por lo general se venden entre 24 y 27 helados, nunca se han vendido más, pero tampoco menos.*
- *Si te encargás de atender a los clientes que vengan a comprar a la tienda, te daré 45 pesos diarios.*

a) Si Pedro quiere reunir el dinero lo antes posible, ¿en cuál de las actividades propuestas le conviene ayudar?

ACTIVIDAD 5.

Analizando patrones

1. Observá las figuras que se presentan en los diferentes momentos y luego respondé las consignas.

SECUENCIA A		
MOMENTO 0	**MOMENTO 1**	**MOMENTO 2**
		

a) ¿Cómo cambia la cantidad de cuadrados de un momento a otro?

b) En tu carpeta, dibujá el momento 3, según el patrón que hayas observado.

c) ¿En qué momento se tendrán 25 cuadrados? Argumentá tu respuesta.

d) ¿Cómo explicarías a una persona que no puede ver la secuencia de cuadros cómo calcular la cantidad total de cuadrados para cualquier momento? Escribí tu explicación.

e) Considerá un momento cualquiera que llamaremos n. Encontrá una fórmula para calcular la cantidad de cuadrados que se tendrían en el momento n.

f) Utilizá la fórmula que construiste en el punto anterior para determinar en qué momento se tendrán 79 cuadrados. Argumentá tu respuesta y comparala con las respuestas de tus compañeros/as.

ACTIVIDAD 6.

Estudiando la fisión binaria

Las levaduras (que son los microorganismos que se usan en la fabricación de pan) se multiplican por gemación cada tres horas. En un laboratorio se estudian las propiedades bioquímicas de las levaduras para producir nuevos productos derivados de leche.

1. En un recipiente se coloca una levadura. ¿Cuántas habrá después de nueve horas?

2. En otro recipiente se coloca otra levadura. ¿Cuántas habrá en la sexta gemación?

3. Copiá la siguiente tabla en tu carpeta y completala basándote en las respuestas que diste en los puntos anteriores. Enunciá una expresión algebraica para la columna n que permita determinar el número de hongos para cualquier gemación:

GEMACIÓN	0	1	2	3	4	5	6	...	n
Tiempo	0 h	3 h	6 h	9 h	12 h	15 h	18 h		
Número de hongos	1								

a) Determiná la cantidad de levaduras que se producen en la etapa 15, y luego en la etapa 20.

b) Se sabe que existen 4.096 hongos de levadura en un cultivo. ¿En qué etapa se obtuvo esa cantidad?

.

+INNOVACIÓN

+CREATIVIDAD

+EVOLUCIÓN

Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación