



**ATENEO 1
ENCUENTRO N° 1
AÑO 2018**

ÁREA MATEMÁTICA
*Cálculo mental de multiplicaciones y
divisiones.*

COORDINADOR

NIVEL PRIMARIO – SEGUNDO CICLO

Agenda

Momentos	Actividades
Primer momento Resolución de problemas 60 minutos Resolución de problemas y acercamiento a la definición de <i>cálculo mental</i> .	Actividad 1 10 minutos Individual Actividad 2 50 minutos En pequeños grupos y entre todos
Segundo momento Ánalisis didáctico de problemas 90 minutos Elaboración de criterios didácticos para abordar la enseñanza del <i>cálculo mental</i> .	Actividad 1 50 minutos En pequeños grupos y entre todos Actividad 2 40 minutos En pequeños grupos y entre todos
Tercer momento Cierre del encuentro 30 minutos Propuesta de trabajo con los alumnos.	Acuerdos y actividades para el próximo encuentro 30 minutos Entre todos

Presentación

Históricamente, la enseñanza del cálculo ha formado parte de los primeros contenidos escolares en el área de Matemática. Sin embargo, como resultado de los avances que ha experimentado el conocimiento didáctico, hoy en día no se enseña exactamente lo mismo ni de igual manera. En el pasado, el abordaje de las operaciones se centralizaba en la enseñanza de los algoritmos (las cuentas convencionales), para luego aplicarlas en la resolución de problemas. En cambio, actualmente se espera que alumnas y alumnos aprendan que hay distintas maneras de resolver un cálculo –mental, estimativo, algorítmico y con calculadora– y sepan elegir la más conveniente según los números involucrados y la situación a resolver.

En el transcurso del Segundo Ciclo, como parte del proceso de construcción de sentido de las operaciones, se prioriza el trabajo con el *cálculo mental* de multiplicaciones y divisiones, en tanto herramienta útil para resolver algunos cálculos, hacer estimaciones, comprender mejor los algoritmos y anticipar o controlar resultados.

En este primer encuentro se propone un acercamiento a la definición de *cálculo mental*, así como la determinación de algunos criterios didácticos ineludibles para abordar su enseñanza. Se espera que las y los docentes encuentren oportunidades para alcanzar los siguientes objetivos:

- ampliar la mirada sobre el tratamiento del cálculo;
- apropiarse de intervenciones que favorecen el trabajo matemático propuesto;
- trabajar en forma colaborativa con sus colegas;
- involucrarse en instancias de reflexión sobre sus prácticas.

Contenidos y capacidades

Contenidos

- Concepto de *cálculo mental*.
- Estrategias de *cálculo mental* de multiplicaciones y divisiones.
- Criterios didácticos para abordar su enseñanza.

Capacidades

➤ Cognitivas

- Identificar problemáticas vinculadas con la enseñanza a partir de la resolución de problemas matemáticos y su análisis didáctico.
- Incorporar herramientas teóricas que potencien el abordaje de propuestas de enseñanza.
- Desarrollar el pensamiento crítico mediante el análisis de procedimientos propios y de otros para determinar su validez y elaborar argumentos que lo justifiquen.

➤ Intrapersonales

- Propiciar una postura crítica en el docente que le permita reflexionar sobre la propia práctica.
- Conocer y comprender las propias necesidades de formación profesional.

- Favorecer el desarrollo y consolidación de una mirada estratégica en torno a la planificación de la propuesta de enseñanza.

➤ **Interpersonales**

- Fomentar el trabajo en equipo con colegas, reflexionando sobre la práctica docente.

Propuesta de trabajo

Primer momento	Actividad 1
Resolución de problemas	10 minutos
60 minutos	Individual
Resolución de problemas y acercamiento a la definición de <i>cálculo mental</i> .	Actividad 2 50 minutos En pequeños grupos y entre todos

Actividad 1

Les proponemos resolver individualmente los siguientes problemas.

Problema 1

Realizar estos cálculos de tres maneras diferentes.

250 x 8	2480 : 20
---------	-----------

Problema 2

Sabiendo que $175 \times 4 = 700$, encontrar los resultados de estos cálculos sin hacer las cuentas. Anotar qué relaciones numéricas usaron para resolverlos. Pueden comprobar con calculadora.

$175 \times 8 =$ $350 \times 8 =$	$175 \times 16 =$ $350 \times 4 =$	$1750 \times 40 =$ $175 \times 6 =$
--------------------------------------	---------------------------------------	--

Actividad 2

Reunirse en grupos, compartir sus resoluciones y luego responder a estas preguntas.

- ¿Qué conocimientos pusieron en juego para resolver estos problemas?
- ¿Cuál es el propósito de pedir que resuelvan “de maneras diferentes” o “sin hacer la cuenta”?
- ¿Qué motivos encuentran para incluir la enseñanza del *cálculo mental* en la escuela primaria?

Orientaciones para el coordinador

Los problemas propuestos tienen la intención de movilizar los conocimientos de los docentes respecto del *cálculo mental* de multiplicaciones y divisiones. La resolución de manera individual permitirá una mayor implicación de los participantes y también brindará la oportunidad de comparar los diversos procedimientos a los que han apelado.

Frente al [primer problema](#), es posible que muchos docentes recurran a los algoritmos para resolver los cálculos como primera opción. Dado que se solicitan dos resoluciones más, se espera que puedan apelar a procedimientos de cálculo mental, por ejemplo:

Para calcular 250×8	Para calcular $2480 : 20$
<ul style="list-style-type: none">- Descomponer en $250 \times 4 \times 2$, si se sabe que $25 \times 4 = 100$.- Pensar $250 \times (10 - 2)$ y hacer $250 \times 10 - 250 \times 2 = 2500 - 500$.- Descomponer en $200 \times 8 = 1600$ y $50 \times 8 = 400$, y obtener el resultado sumando $1600 + 400$.	<ul style="list-style-type: none">- Descomponer el dividendo aditivamente, por ejemplo: $2000 : 20 = 100$; $400 : 20 = 20$ y $80 : 20 = 4$, y obtener el resultado sumando $100 + 20 + 4$, o $2400 : 20 = 120$ y $80 : 20 = 4$, y luego sumar los resultados.- Descomponer el divisor en factores, realizando por ejemplo $(2480 : 10) : 2$.

Puede ocurrir que frente al cálculo de división algún maestro proponga descomponer aditivamente el divisor –lo que no es válido– o que asocie los factores de manera inadecuada, como $2480 : (10 : 2)$. Si esto sucede, se le puede sugerir que utilice la calculadora para explorar la validez de sus resoluciones, teniendo en cuenta que una transformación correcta no cambia el resultado de un cálculo.

En el [segundo problema](#), se restringe la posibilidad de uso de la cuenta convencional, lo que también demanda apelar a otros medios de resolución. Durante la realización de la actividad, es importante alentar a los docentes a que registren por escrito cómo hicieron para resolver los cálculos, de manera de forzar la explicitación de las relaciones que pusieron en juego.

A partir de saber que $175 \times 4 = 700$, se puede analizar que en la mayoría de los cálculos propuestos los resultados se modifican de la misma forma que los factores en el caso de que hayan sido multiplicados o divididos por un número distinto de 0.

Por ejemplo:

- como $175 \times 8 = 175 \times 4 \times 2 = 700 \times 2 = 1400$ entonces el resultado es el doble;
- como $350 \times 8 = 175 \times 2 \times 4 \times 2 = 700 \times 4 = 2800$ el resultado es el cuádruple, ya que se duplicaron ambos factores;
- para resolver 1750×40 se puede plantear el cálculo como $175 \times 10 \times 4 \times 10 = 175 \times 4 \times 100 = 700 \times 100 = 70000$;

En cuanto a 175×6 se podrá apelar a las siguientes estrategias:

$$175 \times 6 = 175 \times (4 + 2) = 175 \times 4 + 175 \times 2 = 700 + 350 = 1050;$$

$$175 \times 6 = 175 \times (10 - 4) = 175 \times 10 - 175 \times 4 = 1750 - 700 = 1050.$$

En el caso de que surjan descomposiciones como $175 \times 2 \times 3$ o $175 \times (3 + 3)$, será interesante poner en discusión si estas resoluciones se apoyan en el cálculo de referencia.

Luego de un tiempo de trabajo individual, se propone conformar grupos por cercanía para avanzar en el análisis de los problemas. Seguramente en esta instancia podrán identificar algunas características generales del *cálculo mental* y analizar algunas de sus resoluciones, que serán profundizadas en la puesta en común.

Frente a la primera pregunta sobre los conocimientos matemáticos que utilizaron para resolver la actividad, podrán reconocer el uso de repertorio de cálculos memorizados; el cálculo de dobles y mitades; la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros; las propiedades de los números y de las operaciones. Todas cuestiones que podrán exemplificar a partir de las resoluciones de los problemas.

Al restringir el empleo de la cuenta o pedir que resuelvan “de maneras diferentes”, se apela a propiedades de las operaciones; es decir, a usar distintas descomposiciones que dependen de los números que intervienen y de las relaciones que se puedan establecer entre ellos. En este sentido, cada cálculo representa un problema por resolver: exige tomar decisiones a partir del análisis de los datos y elegir la estrategia más adecuada a la situación o los números en juego. Un asunto que se debe destacar es que el *cálculo mental* no implica necesariamente “no escribir”, sino refiere a un procedimiento reflexionado y no mecanizado que resulta de las decisiones que son tomadas de manera particular por quien resuelve.

En cuanto a por qué incluir su enseñanza en la escuela primaria, posiblemente identifiquen la potencia de su uso para resolver situaciones cotidianas; por ejemplo, aquellas que involucran estimaciones. Se podrá introducir que este tipo de trabajo favorece una mejor comprensión del cálculo algorítmico y, a su vez, permite instalar en el aula un tipo de trabajo intelectual propio de la matemática: buscar diferentes caminos de resolución, compararlos, analizar errores, validar los recursos utilizados y las soluciones obtenidas; apoyarse en propiedades y

resultados para anticipar otros; y buscar explicaciones a las reglas utilizadas para propiciar una mejor relación de los niños con la disciplina.

Segundo momento Análisis didáctico de problemas 90 minutos Elaboración de criterios didácticos para abordar la enseñanza del <i>cálculo mental</i> .	Actividad 1 50 minutos En pequeños grupos y entre todos Actividad 2 40 minutos En pequeños grupos y entre todos
---	--

Actividad 1

1. Les proponemos que en grupos de tres o cuatro integrantes resuelvan los siguientes problemas extraídos de *Cuadernos del Aula* de 5º grado (MECyT, 2007).

Problema 1

Respondé a las siguientes preguntas sin hacer las cuentas.

- Para resolver la cuenta 164×12 , Nacho multiplicó 164×4 y 164×8 y luego sumó los resultados. Explicá cómo lo pensó.
- Guille pensó el 12 como $(10 + 2)$ y usó el mismo procedimiento que Nacho. ¿Cuál de las dos formas usarías? ¿Por qué?
- Para resolver el mismo cálculo, Gaby hizo $164 \times 3 \times 2 \times 2$, porque ella dice que le resulta fácil calcular dobles. ¿Te parece que su procedimiento está bien?

Problema 2

Tres chicos pensaron el cálculo 420×39 de las siguientes formas:

$$420 \times 40 - 420$$

$$420 \times 13 \times 3$$

$$42 \times 4 \times 100 - 420.$$

Sin hacer los cálculos, respondé:

- ¿Se obtiene el mismo resultado en los tres casos?
- ¿Cómo lo pensó cada uno?
- ¿Qué propiedad permite a cada uno plantear el cálculo de esa forma?

2. Les solicitamos analizar didácticamente los problemas propuestos.

- ¿A qué apunta cada problema? ¿Qué se espera que realicen los alumnos?

- ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolverlos?
- ¿Qué discutirían en la puesta en común de cada uno?
- ¿Qué posibles conclusiones podrían registrar en las carpetas?

Actividad 2

Para enriquecer sus análisis, los invitamos a leer el apartado “La gestión docente en la clase de cálculo mental”, pp. 15-16 del documento *Cálculo mental con números naturales* (GCBA, 2010) en clave a esta pregunta:

¿Qué cuestiones tendrían en cuenta para implementar los problemas anteriores en sus aulas?

Orientaciones para el coordinador

El objetivo del segundo momento es que los docentes participantes puedan elaborar criterios didácticos para la enseñanza del *cálculo mental*. Con esta finalidad, se propone la resolución y análisis de dos problemas que requieren interpretar y comparar distintos procedimientos de cálculo, a la vez que exigen la formulación de argumentos sobre por qué son válidos.

En el Problema 1 se solicita analizar tres estrategias de cálculo que involucran descomposiciones aditivas y multiplicativas de un factor (del número 12), con el que los alumnos suelen estar familiarizados. Las explicaciones sobre cómo se pensaron dichas estrategias pondrán de relieve las propiedades en juego. A saber:

- en el ítem a) se pensó el 12 como $8 + 4$, y luego se multiplicó cada uno de los sumandos por el otro factor, para luego sumar ambos productos. Este procedimiento se apoya en la propiedad distributiva de la multiplicación. Para resolver 164×4 pudo calcularse la suma de 4 veces el 164 y después 8 veces más, o usar que 164×8 es el doble de 164×4 , y a su vez el cuádruple de 164×2 ;
- en la estrategia presentada en el ítem b) se optó por descomponer el 12 en $10 + 2$, lo que facilita los cálculos ya que permite apelar al producto por la unidad seguida de ceros para calcular 164×10 . Como en el caso anterior, esta resolución pone en juego la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma;
- en el ítem c) la estrategia de cálculo se apoya en la idea que 12 se puede descomponer en factores, por propiedad asociativa.

El segundo problema también demanda el uso de las propiedades de la multiplicación pero esta vez aplicadas a un caso particular: el número 39, que tiene “1 menos” que un número redondo. Por otra parte, a diferencia del problema anterior, en este caso se propone explicitar qué propiedades permiten plantear los cálculos de las distintas maneras:

- en la primera estrategia se usa el redondeo “para arriba”, pensando el 39 como 40 para luego quitarle 1 vez el otro factor. Es decir, $420 \times 40 - 420 = 420 \times (40 - 1)$ por propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la resta;
- también $420 \times 39 = 420 \times (13 \times 3) = 420 \times 13 \times 3$. Esto se debe que está presente la descomposición multiplicativa, lo que se fundamenta en la propiedad asociativa;
- en la última estrategia se emplean simultáneamente distintas propiedades: se redondea el 39 a 40 -lo que requiere restar 420 posteriormente, se descomponen ambos factores y luego se reagrupan los números para operar, commutando y asociando convenientemente. Esto se podría expresar $420 \times 39 = 420 \times (40 - 1) = 420 \times 40 - 420 = 42 \times 10 \times 4 \times 10 - 420 = 42 \times 4 \times 100 - 420$. En este caso se usan las propiedades distributiva, asociativa y commutativa.

En cuanto a la discusión en el aula luego de la resolución de estos problemas, se espera arribar a la idea de que dicho intercambio debe apuntar a contrastar los argumentos que formularon los niños para justificar la validez de las distintas estrategias. Puede ocurrir que anticipar esta cuestión resulte complejo para aquellos docentes que estén habituados a focalizar sus puestas en común en la comparación de procedimientos de resolución. En ese caso se les puede proponer que piensen en posibles preguntas para hacerle al grupo. Por ejemplo:

- ¿Por qué los chicos desarmaron el 12 en $4 + 8$ y en $10 + 2$? ¿Hay otras maneras de desarmar ese número con sumas? ¿Y con restas cómo sería? ¿Cómo conviene desarmarlo en este caso? ¿Por qué? ¿En qué se diferencian esas estrategias con la que usó Gaby? ¿Se les ocurre otra descomposición en multiplicaciones? ¿Sirve hacer $164 \times 4 \times 8$? ¿Por qué?
- En cuanto al segundo problema, ¿cómo se dieron cuenta de que los tres cálculos daban lo mismo? ¿Se puede afirmar eso sólo mirando los cálculos?

Mediante estas preguntas es posible elaborar conclusiones de distinto grado de generalidad según los conocimientos disponibles en el grupo y lo que se pretenda instalar como aprendizaje de la clase. Se podría apuntar a la elaboración conjunta de una síntesis de las estrategias de cálculo analizadas, así como a la explicitación de las propiedades de la multiplicación en las que se apoya cada una. Por ejemplo:

Hay distintas formas de resolver una multiplicación:

- se puede desarmar un número en sumas, multiplicar cada parte y después sumar los resultados. Por ejemplo, $164 \times 12 = 164 \times 10 + 164 \times 2$. En esta estrategia se usa la *propiedad distributiva*. También se puede descomponer uno de los números como una resta, como en $420 \times 39 = 420 \times (40 - 1) = 420 \times 40 - 420 \times 1$;
- los números también se pueden desarmar en multiplicaciones, y agruparlos de diferentes maneras. Por ejemplo: $164 \times 12 = 164 \times 3 \times 2 \times 2 = 164 \times 6 \times 2 = 328 \times 6$. En esta estrategia se usa la *propiedad asociativa*;

- si se cambia el orden de los factores en una multiplicación, el resultado no varía: $164 \times 3 \times 2 = 2 \times 3 \times 164 = 2$. En este caso se usa la *propiedad conmutativa*.

Mientras los docentes participantes realizan la actividad, se espera que el coordinador circule por los grupos para orientar los análisis y realizar aclaraciones cuando considere pertinente. Es importante propiciar la resolución por escrito de los problemas así como de su análisis, no solo para comunicar las ideas elaboradas sino también para ejercitarse en la escritura en Matemática, práctica en general poco transitada por los maestros.

Tras cierto tiempo de trabajo, resulta conveniente organizar un intercambio para que los docentes puedan compartir sus producciones. Se espera identificar algunos criterios a tener en cuenta al seleccionar problemas en torno al *cálculo mental*; por ejemplo, que pueden resultar más fáciles o más difíciles según el tipo de actividad matemática que ponen en juego y los números involucrados en la situación. Por este motivo, resolver los problemas tal como harían los niños, identificar qué conocimientos requieren y realizar anticipaciones sobre qué se discutirá en torno a ellos, resultan instancias necesarias para desarrollar la enseñanza.

La lectura propuesta como segunda actividad ofrece un marco general sobre cómo gestionar la clase de *cálculo mental*. Permitirá discutir que los problemas no se pueden presentar a los niños en forma aislada, sino que requieren estar enmarcados en una secuencia de trabajo que tome como punto de partida la diversidad de conocimientos disponibles en el grupo. También refiere a las distintas modalidades de organizar la clase en función de la complejidad de los problemas y el tipo de interacciones que requieren. Por último, resulta de interés recuperar por qué el registro de los procesos de resolución forma parte necesaria en este tipo de clase.

Tercer momento Cierre del encuentro 30 minutos Propuesta de trabajo con los alumnos	Acuerdos y actividades para el próximo encuentro 30 minutos Entre todos
--	--

Acuerdos y actividades para el próximo encuentro

Les proponemos elaborar un relevamiento de estrategias de *cálculo mental* para conocer cuáles son los conocimientos que poseen sus alumnos y en cuáles sería importante seguir trabajando.

1. Reunidos en grupos por el grado/año que tengan a cargo, los invitamos a analizar la siguiente actividad para implementar en el aula. Anticipen las posibles resoluciones que podrán desplegar sus alumnos para resolver los cálculos y realicen adecuaciones en la propuesta si lo consideran pertinente.

Resolver los siguientes cálculos y anotar cómo lo hicieron:

25 x 8 =	Mitad de 342
39 x 12 =	Triple de 213
Doble de 325	34 x 200 =
Mitad de 840	300 x 500 =

2. Una vez que los alumnos hayan resuelto la actividad, respondan por escrito las siguientes preguntas:

- ¿Qué procedimientos utilizaron los niños?
- ¿Qué análisis pueden realizar sobre sus conocimientos de cálculo?

Orientaciones para el coordinador

Luego de leer la consigna entre todos, será tarea del coordinador aclarar todas las dudas que puedan surgir. Es importante que destaque que el propósito del relevamiento es exploratorio, y que el análisis de los docentes puede ser un insumo para planificar una secuencia de trabajo en torno al *cálculo mental*.

En cuanto a la consigna 1, se espera que en esta instancia del ateneo los docentes participantes cuenten con las herramientas necesarias para realizar el análisis didáctico solicitado. Tal vez la discusión se centre en la adecuación de los cálculos propuestos, especialmente si se trata de inicios de 4º grado. El coordinador podrá colaborar en la selección de los cálculos y/o de los números si lo considera necesario, recuperando los criterios didácticos elaborados en el segundo momento del encuentro.

En cuanto a la gestión de la actividad en el aula, es recomendable analizar conjuntamente con los alumnos la consigna de trabajo, ya que es posible que no estén familiarizados con la comunicación por escrito de sus procedimientos de resolución. Para modelar la actividad, se podría presentar algún cálculo oralmente a toda la clase y pedir que traten de resolverlo “sin usar la cuenta”, así como preguntar posteriormente qué procedimientos utilizaron para encontrar el resultado y tomar nota en el pizarrón de sus explicaciones.

Por último, es relevante aclarar que no se trata de forzar las respuestas de los niños en el relevamiento para que utilicen estrategias de *cálculo mental*. Puede ocurrir que muchos de ellos encuentren en el algoritmo el único procedimiento de resolución posible, cuestión que se podrá problematizar en el próximo encuentro.

Consigna para la realización del Trabajo Final

El trabajo final se realizará luego del encuentro 3 del ateneo y consta de cuatro partes.

1. La implementación de una clase, considerando la secuencia didáctica propuesta en el ateneo. En su trabajo deberán incluir, entonces, a) una copia de la clase elegida con las notas sobre las modificaciones que hayan realizado para la adaptación a su grupo de alumnos o b) la planificación de dicha clase (en el formato que consideren más conveniente) en caso de haber optado por desarrollar una clase propia.
2. El registro de evidencias de la implementación en el aula. Podrán incluir producciones individuales de los alumnos (en ese caso, incluyan tres ejemplos que den cuenta de la diversidad de producciones realizadas), producciones colectivas (por ejemplo, afiches elaborados grupalmente o por toda la clase) o un fragmento en video o un audio de la clase (de un máximo de 3 minutos).
3. Una reflexión sobre los resultados de la implementación de la clase. Deberán agregar un texto de, máximo, una carilla en el que describan sus impresiones y análisis personal, que incluya cuáles fueron los objetivos de aprendizaje que se proponían para la clase y señalen en qué medida dichos objetivos, y cuáles consideran que se cumplieron y por qué. Analicen, también, cuáles fueron las dificultades que se presentaron en la clase y a qué las atribuyen, y qué modificaciones harían si implementaran la clase en el futuro.
4. Una reflexión final sobre los aportes del ateneo didáctico para su fortalecimiento profesional, considerando tanto los aportes teóricos como las estrategias que les hayan resultado más valiosas para el enriquecimiento de su tarea docente. Se dedicará un tiempo durante el tercer encuentro para la elaboración de este texto de, máximo, una carilla.

Presentación del trabajo

- Debe ser entregado al coordinador del ateneo didáctico en la fecha que se acordará oportunamente.
- Deberá entregarse impreso en formato Word y vía mail, y podrá incluir anexos como archivos de audio, video, o fotocopias de la secuencia implementada y producciones individuales y colectivas de alumnos.

Recursos necesarios

- Documento material para el participante *Ateneo 1. Encuentro 1. Nivel Primario. Segundo Ciclo. Área Matemática*.
- Apartado “La gestión docente en la clase de cálculo mental”, pp. 15-16 del documento *Matemática: cálculo mental con números naturales*, citado en Materiales de referencia.

Materiales de Referencia

- MECyT, Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente (2007). *Cuadernos para el aula. Matemática 5*. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Recuperado de http://www.me.gov.ar/curriform/nap/3ero_matema.pdf (última visita 16 de diciembre de 2017).
- GCBA, Dirección de Currícula (2010). *Matemática: cálculo mental con números naturales*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. Recuperado de http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/pdf/numeros-naturales_web.pdf (última visita 16 de diciembre de 2017).

Créditos

Matemática

Coordinadoras

Andrea Novembre

Adriana Díaz

Autores

Martín Chaufan

Guillermo Kaplan

Gloria Rodríguez

Gladys Tedesco