

Programa de Educación a Distancia

Nivel Medio Adultos



Gobierno de la
Provincia de
Córdoba

Ministerio de Educación

Autoridades

GOBERNADOR

Cr. Juan Schiaretti

Vice - GOBERNADOR

Sr. Héctor Oscar Campana

MINISTRO DE EDUCACIÓN

Prof. Walter Mario Grahovac

SECRETARIA DE EDUCACIÓN

Prof. Delia María Provinciali

**DIRECCIÓN GENERAL DE RÉGIMENES
ESPECIALES**

Lic. Luján Mabel Duro

**DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN PERMANENTE
DE JÓVENES Y ADULTOS**

Prof. Carlos Brene



Coordinación
Prof. María Ángela Parrello

Lengua

Prof. Beatriz Geremía

Lic. María Rigotti

Matemática

Prof. Gabriel Ponte

Prof. Román Boccardo

Dra. Dilma Fregona

— Revisora F.A.M.A.F. - U.N.C

Lic. Claudia Castro

Ciencias Naturales:

Biol. Raquel Beltramo — Biología

Mgter. Sandra Gerbaudo — Físicoquímica

Inglés:

Prof. Alicia Vysin

Ciencias Sociales:

Lic. Andrea García

Prof. María Ángela Parrello

Lic. Pablo Iparraguirre — Revisor U.N.C

Tecnológico Profesional:

Lic. Fabiana Paolini

Lic. María Fernanda Casas Guillot

Mgter. María Teresa Piñero — Revisora U.N.C

Procesamiento didáctico:

Prof. Daniela Rivero

Administrativo Organizacional:

Prof. Joaquina Basile

Lic. Soledad Pedraza

Corrección y revisión de módulos:

Lic. Claudia Ardini

Diseño y Diagramación:

Carlos A. González

Lic. Juan M. Oliva

Lic. Hernán Ortega

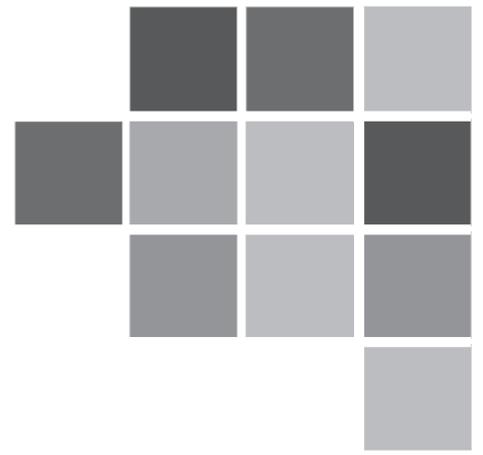
Equipo Central

**Gobierno de Córdoba
Ministerio de Educación
Secretaría de Educación
Dirección de Educación Media Especial y Superior
Subdirección de Regímenes Especiales y Educación Física
Subinspección General de Adultos y No Formal**

**Programa de Educación a Distancia
Nivel Medio Adultos
Módulo N° 3**

Impreso en Córdoba
Tercera Edición - 1000 Ejemplares
Se terminó de Imprimir: septiembre de 2007

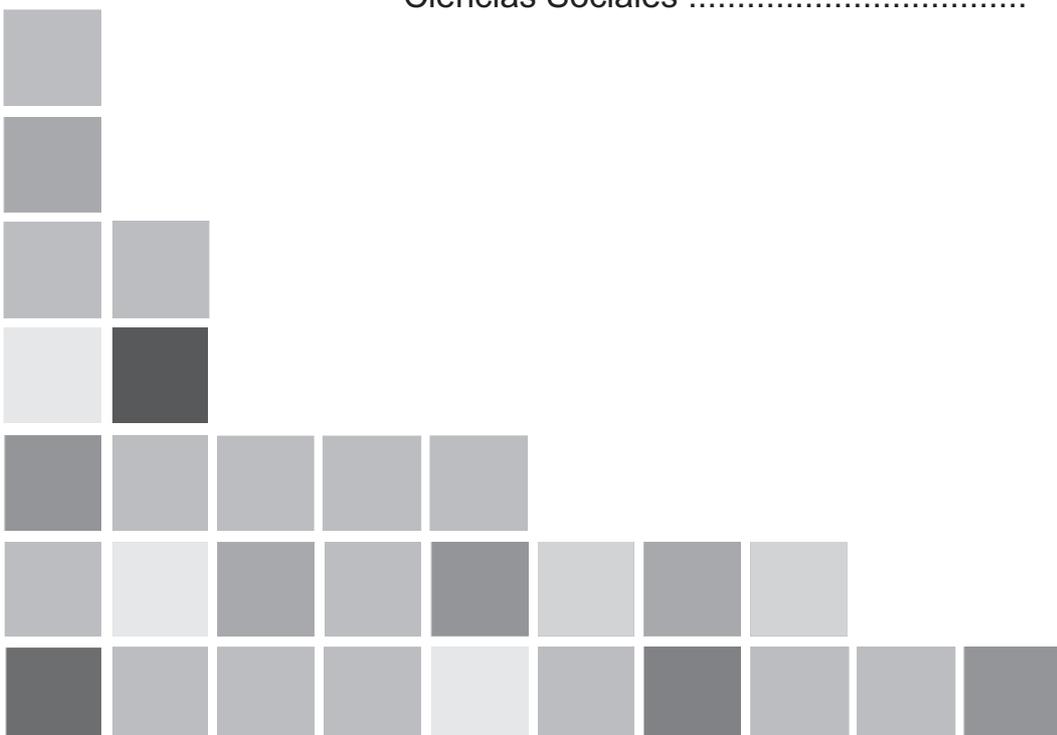


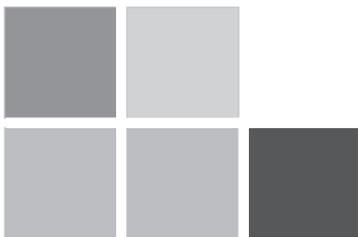


Programa de Educación a Distancia Nivel Medio Adultos

Sumario General

Lengua	7 /50
Inglés	51 / 124
Matemática	125 / 252
Ciencias Naturales	253 /334
Ciencias Sociales	335 /394

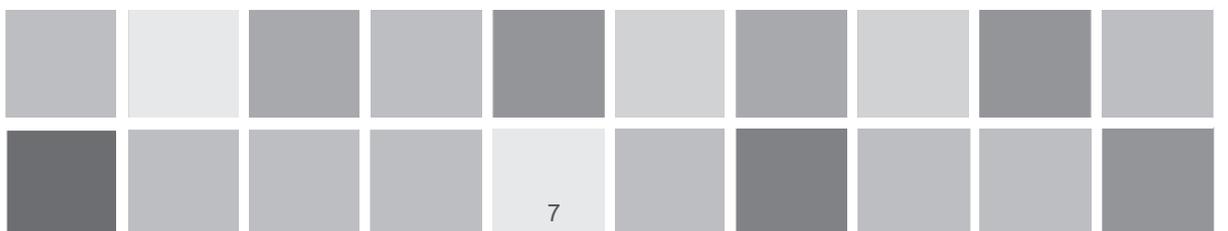




Programa de Educación a Distancia
Nivel Medio Adultos



Lengua





INDICE

LA COMUNICACIÓN ESCRITA13

- Tipología: el texto descriptivo.
- Descripción subjetiva.
- Descripción objetiva.
- Los sustantivos.
- Los adjetivos.
- Los adverbios.
- Los giros adverbiales.

TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR43

BIBLIOGRAFÍA49



INTRODUCCIÓN

La inclusión del texto descriptivo dentro del Proyecto Educativo, del que esperamos Ud. esté disfrutando, obedece a la necesidad, que estimamos, le genera su profesión.

En este módulo, encontrará modelos para el análisis en los que podrá observar características del texto en sí, como así también precisiones respecto del lenguaje, la gramática y la sintaxis del texto que aquí abordamos.

Contará también con actividades pensadas para afianzar lo aprendido.

*"... el que con fe y valor lucha y confía
los mayores obstáculos allana"*

Manuel de Sandoval.



LA COMUNICACIÓN ESCRITA

En el desempeño de sus funciones, casi permanentemente Ud. emplea un tipo de discurso en el que debe contar **hechos o sucesos** (como lo aprendió en el **módulo 2** al abordar el **texto narrativo**), pero además, **ese contar hechos** debe ser complementado con explicaciones respecto del **lugar, los actores intervinientes, la posición y características de los objetos, el tiempo**, etc.

Estas marcas son propias del **texto descriptivo**, tipología textual que, generalmente, no aparece en forma **pura** sino integrando otras tramas. Hay descripciones en:

- ▶ un texto narrativo:
 - de los personajes:

"...Tenía una barba de dos semanas, un cabello corto, duro y parado como las crines de un mulo y una expresión general de muchacho asustado..."

Los funerales de Mamá Grande

Gabriel García Márquez

- de la casa, la habitación o el lugar donde se desarrollan los hechos:

"...El Paraná corre allí en el fondo de una inmensa hoya, cuyas paredes, altas de cien metros, encajonan fúnebremente el río. Desde las orillas, bordeadas de negros bloques de basalto, asciende el bosque, negro también...El paisaje es agresivo y reina en él un silencio de muerte..."

A la deriva

Horacio Quiroga



- ▶ un texto expositivo

- de objetos o fenómenos:

"... el azabache es un carbón petrificado hace aproximadamente sesenta millones de años. Se formó sobre todo en las desembocaduras de los ríos, en las que se acumularon troncos de árboles arrastrados por la corriente fluvial; fueron más tarde sepultados y, debido a la putrefacción, se convirtieron en carbones. Entre las capas de carbón lignito apareció el azabache.

Es pues, una variedad compacta de lignito, de color negro profundo, no muy duro y así de gran fragilidad, con fractura concoidea, susceptible de ser labrado y pulido..."

El azabache

Autores varios (Barcelona España)

- ▶ una poesía:

*Yo voy soñando caminos
de la tarde. ¡Las colinas
doradas, los verdes pinos
las polvorientas encinas!...
¿Adónde el camino irá?
Yo voy cantando, viajero,
a lo largo del sendero...
- la tarde cayendo está -.
"En el corazón tenía
la espina de una pasión;
logré arrancármela un día:
ya no siento el corazón".*

*Y todo el campo un momento
se queda, mudo y sombrío,
meditando. Suena el viento
en los álamos del río.*

La tarde más se obscurece;

*y el camino que serpea
y débilmente blanquea,
se enturbia y desaparece.*

*Mi cantar vuelve a plañir:
"Aguda espina dorada,
quién te pudiera sentir
en el corazón clavada".*

Antonio Machado

Pero, qué es describir?

Describir es "**pintar**" con palabras un objeto, un lugar, una persona, una situación o un proceso. Consiste en señalar las características de lo que se describe, decir **cómo es**. Se describe cuando, por ejemplo, se quiere:

- ▶ contar los detalles de una actividad (un paseo, la poda del jardín, la vuelta a casa después del trabajo, etc.)
- ▶ hablar en una carta (de nuestra vida, familia, proyectos etc.)
- ▶ detallar las características:
 - del hombre que vino a buscarnos
 - del sauce que crece junto al río
 - de la fuente de la plaza
 - de la pena por la muerte de un amigo
 - de la alegría por el triunfo de un hijo
 - del miedo ante ciertas circunstancias

Todo ello lo hacemos narrando, explicando, pero sobre la base de sucesivas **descripciones** en las que realizamos, con palabras, lo que el pintor realiza con los colores, con la ventaja de que quien describe puede captar, transmitir **impresiones, estados de ánimo, emotividad, sensaciones** que el pincel no logra traducir, aparte del **sonido, los movimientos, los perfumes, los sabores**, etc.

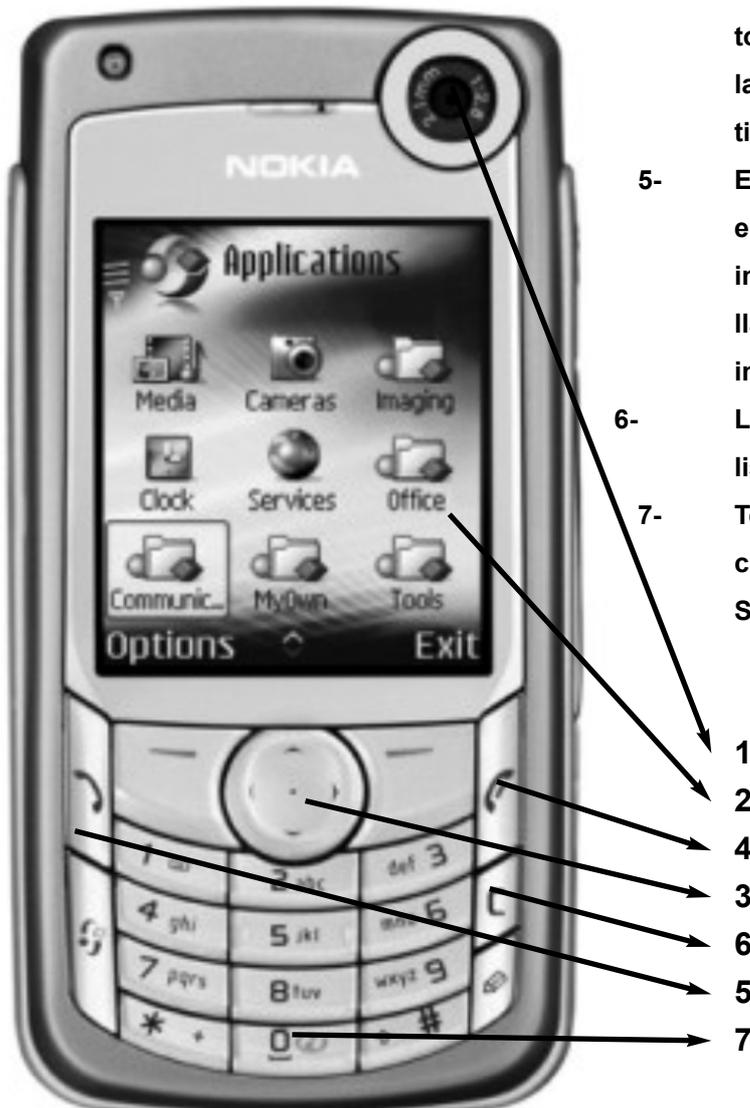
Sólo describiendo podemos comunicar a los demás lo que se ve, se hace y se siente de forma tal, que el que lo escucha imagine todo ello como si lo viera.

Podemos describir, entre otras cosas:

A) un objeto:

EL CELULAR: funciones del teclado.

- 1- **Altavoz.**
- 2- **Pantalla con aplicaciones.**
- 3- **Tecla de navegación: desplazamiento para seleccionar una opción (por ejemplo, ir a mensajes/ ir a directorio).**
- 4- **Borrar un carácter. Borrar todos los caracteres. Volver a la pantalla anterior. Silenciar el timbre de la llamada entrante.**
- 5- **Encender el teléfono. Apagar el teléfono desde la pantalla inicial. Colgar. Rechazar una llamada. Volver a la pantalla inicial.**
- 6- **Llamar. Descolgar. Acceder a la lista de llamadas.**
- 7- **Teclado numérico, que también cumple función de letras en los SMS.**



B) una persona:

EL GENERAL SAN MARTÍN

El general San Martín era de una estatura más que regular; su color, moreno, tostado por las intemperies; nariz aguileña, grande y curva; ojos negros, grandes y sus pestañas largas; su mirada, que era vivísima, al parecer simbolizaba la verdadera expresión de su alma y la electricidad de su naturaleza: ni un solo momento estaban quietos aquellos ojos; era una vibración continua la de aquella vista de águila: recorría cuanto le rodeaba con la velocidad del rayo, y hacía un rápido examen de las personas, sin que se le escaparan aun los pormenores más menudos. Este conjunto era armonizado por cierto aire risueño, que le captaba muchas simpatías.

El grueso de su cuerpo era proporcional al de su estatura y, además, muy derecho, garboso, de pecho saliente; tenía cierta estructura que revelaba al hombre robusto, al soldado de campaña. Su cabeza no era grande, más bien era pequeña, pero bien formada; sus orejas eran medianas, redondas y asentadas a la cabeza; esta figura se descubría por entero, por el poco pelo que usaba, negro, lacio, corto y peinado a la izquierda, como lo llevaban todos los patriotas de los primeros tiempos de la revolución.

La boca era pequeña; sus labios, de regular grueso, algo acarminados; con una dentadura blanca y pareja; usó en los primeros años un pequeño bigote, y patilla corta y recortada; ésta fue su costumbre general desde que fue de intendente a Mendoza. Lo más pronunciado de su rostro eran unas cejas arqueadas, renegridas y bien pobladas. Pero, en cuanto fue ascendido a general, se quitó el bigote.

El paso de los Andes

Jerónimo Espejo (Buenos Aires, 1882)

C) las características de un hecho:

Asalto y detenciones en barrio Pueyrredón

Dos de los cinco integrantes de una banda delictiva que el viernes a la noche asaltó una vivienda en barrio Pueyrredón, fueron detenidos por la Policía

minutos después de ocurrido el robo. El delito se registró en la vivienda ubicada en calle General Deheza 970, donde vive la familia Ferrero. Según los damnificados, cinco delincuentes ingresaron a la casa, los amenazaron de muerte y recogieron varios elementos de valor con los cuales huyeron. Denunciado el hecho, la Policía montó un operativo y, con los datos aportados por las víctimas, fueron localizados dos de los ladrones que llevaban algunas cosas que pertenecían a la familia Ferrero. Los dos detenidos fueron trasladados y alojados en el precinto 19.

La Voz del Interior , 2 de setiembre de 2001

D) lugares:

Reloj de flores

No es sueño ni fantasía poética. Es una realidad en muchas ciudades de muchos continentes. Fácil imaginárselo. Sobre las más visibles alfombras de verdura, no lejos de las avenidas sombreadas de árboles, entre jardines, estatuas o edificios antiguos, se descubre, para regalo de los ojos, el reloj de flores. Un enorme círculo de corolas de colores forma la carátula; cada número de cada hora se ha escrito con bellísimas corolas, desde el lila de la hora uno, al amarillo de la hora dos, al rojo de las tres, al violeta de las cuatro, al azul de las cinco, al verde de las seis, al naranja de las siete... y así sucesivamente, hasta el blanco de las doce. Un bello capricho de jardinería, en el que las personas mayores que cuidan a los niños, y los niños cuando ya conocen el reloj, consultan la hora, sin faltar las parejas de jóvenes enamorados que desearían retener los agujones floridos en aquel instante de su dichoso encuentro. Sí, dos grandes agujas también de flores, de violetas, de margaritas, de crisantemos van empujando mecánicamente el tiempo, las horas, los minutos, los segundos, pero no el tiempo nuestro solamente, sino el tiempo de las mariposas, de las abejas mieleras, y de noche, el tiempo del temblor de las estrellas.

Viajes, Ensayos y Fantasía

Miguel Ángel Asturias (Guatemalteco, 1889-1974)

El matadero (fragmento)

El Matadero de la Convalecencia o del Alto, sito en las quintas al sur de la ciudad, es una gran playa en forma rectangular, colocada al extremo de dos calles, una de las cuales allí termina y la otra se prolonga hasta el este. Esta playa, con declive al sur, está cortada por un zanjón labrado por la corriente de las aguas pluviales, en cuyos bordes laterales se muestran innumerables cuevas de ratones y cuyo cauce recoge, en tiempo de lluvia, toda la sangraza seca o reciente del matadero. En la junción del ángulo recto, hacia el oeste, está lo que llaman la casilla, edificio bajo, de tres piezas de media agua con corredor al frente que da a la calle y palenque para atar caballos, a cuya espalda se notan varios corrales de palo a pique de ñandubay con sus fornidas puertas para encerrar el ganado.

El Matadero

Esteban Echeverría

Vamos a trabajar ahora con el "**cómo**" de la descripción; para ello vuelva al punto A: descripción de un objeto.

En el modelo, a través de la imagen (pudo haber sido con palabras), el objeto es presentado en su **aspecto general**, es decir en su conjunto: **forma, tamaño, color, etc.**

Bajo el título El celular, se describe el artefacto, a través de las palabras, en su **aspecto particular**: cuáles son sus partes, qué uso tienen, etc. En todos los casos se señala el detalle esencial y característico.

Generalmente, la descripción de un artefacto se completa con la indicación de los servicios que presta.

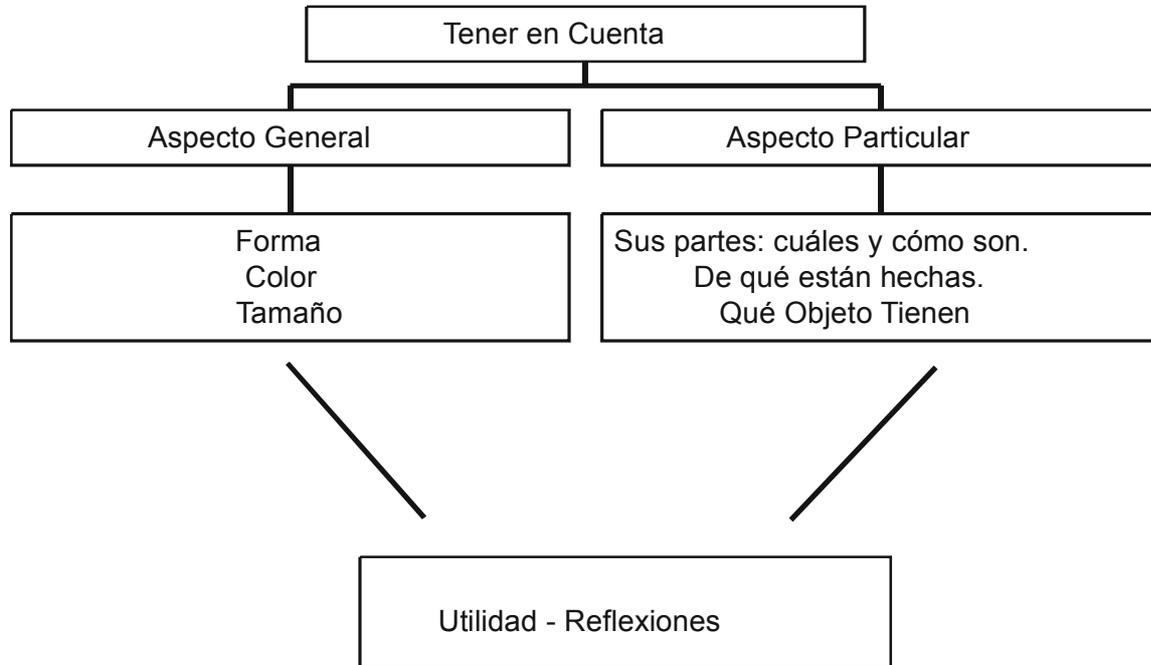
Actividad 1

Complete el modelo de descripción del celular con esa parte final, es decir, especificando cuál es su utilidad y de qué manera facilita la comunicación.

.....
.....
.....

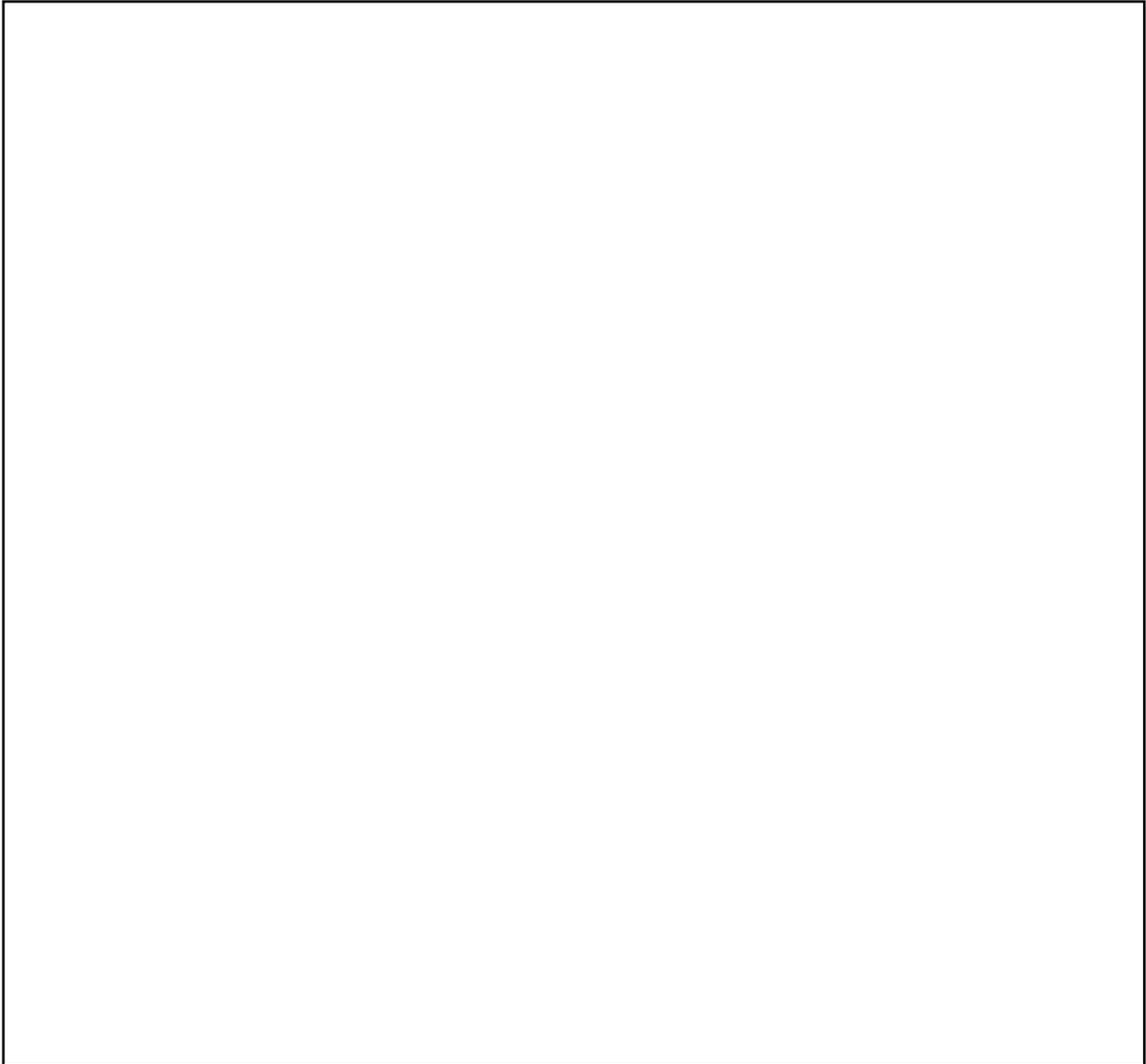
Recuerde:

Para describir un objeto:



Actividad 2

Elija un objeto doméstico (ventilador, televisor, radio, encerradora, etc.), realice un dibujo del artefacto elegido y haga de él una descripción en la que estén presentes los principios estudiados.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

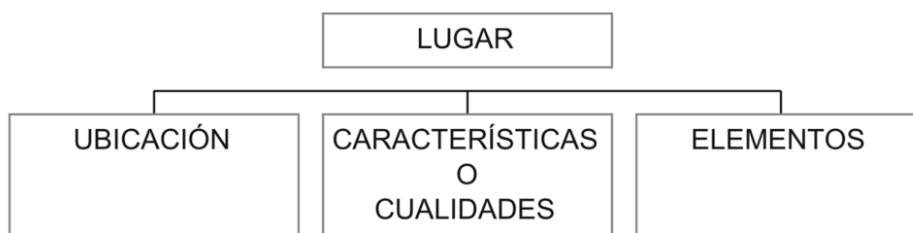
.....

.....

.....

En el punto D) Ud. leyó un modelo de descripción de **un lugar**, en este caso, de una bella imagen creada por el hombre, así como la descripción del Matadero.

Cada uno de esos lugares es descrito detallando las partes o elementos que lo integran, la ubicación y sus características o cualidades.



Actividad 3

Trabaje con el texto *El Matadero*:

a) Subraye en él los **sustantivos** que nombran **elementos** del lugar descripto.

Ejemplo : playa
calles
zanjón

El **adjetivo calificativo** (aquel que da las **características** del sustantivo) es la palabra clave de la descripción, ya que da respuesta a la pregunta:

¿Cómo es?

Como los adjetivos siempre están acompañando a un sustantivo, tienen el mismo género (masculino o femenino) y número (singular o plural) que éstos.

Ejemplos transcritos del texto *El reloj de flores*:

Sustantivo	Adjetivo	Género	Número
capricho	bello	masculino	singular
edificios	antiguos	masculino	plural
fantasía	poética	femenino	singular
avenidas	sombreadas	femenino	plural

b) Complete el siguiente cuadro con los adjetivos calificativos que indiquen características de los elementos que se mencionan en el texto *El Matadero*. Le damos un ejemplo.

Lugar: el Matadero

Ubicación: quintas al sur de la ciudad

ELEMENTOS (sustantivos)	CARACTERÍSTICAS (adjetivos)
playa	rectangular

Al elegir los adjetivos calificativos para una descripción, es de gran importancia la **intención** que se persigue al describir algo.

Observe los **adjetivos** en los siguientes textos de Domingo Faustino Sarmiento. Si recuerda el estudio de la Historia Argentina, su memoria le hablará de las posiciones opuestas que existían entre el Gran Maestro y Facundo Quiroga, el caudillo riojano; si recurre a su experiencia de vida, sabrá reconocer el fuerte e irrepetible lazo de afecto que se establece entre un hijo y su madre.

Texto referido a Facundo Quiroga:

*"...Aquí termina la vida privada de la que he omitido una larga serie de hechos que sólo pintan el **mal** carácter, la **mala** educación y los instintos **feroces** y **sanguinarios** de que estaba dotado..."*

Facundo

Domingo Faustino Sarmiento.

Texto referido a su madre:

*"...La madre es para el hombre la personificación de la Providencia, es la tierra **viviente** a que se adhiere el corazón... La mía es **digna** de los honores de la apoteosis, y no hubiera escrito estas líneas si no me diese para ello aliento el deseo de hacer en los últimos años de su **trabajadora** vida, esta vinculación contra las injusticias de la suerte. ¡**Pobre** mi madre!... su inteligencia, si bien poco cultivada, es tan **clara**..."*

Recuerdos de Provincia

Domingo Faustino Sarmiento.

Actividad 4

Después de leer los dos textos y reflexionar acerca de los **adjetivos** destacados en negrita, responda:

* ¿Qué imagen de Quiroga intenta transmitir Domingo F. Sarmiento?:

.....
.....

* ¿Qué imagen de su madre intenta transmitir Domingo F. Sarmiento?:

.....
.....

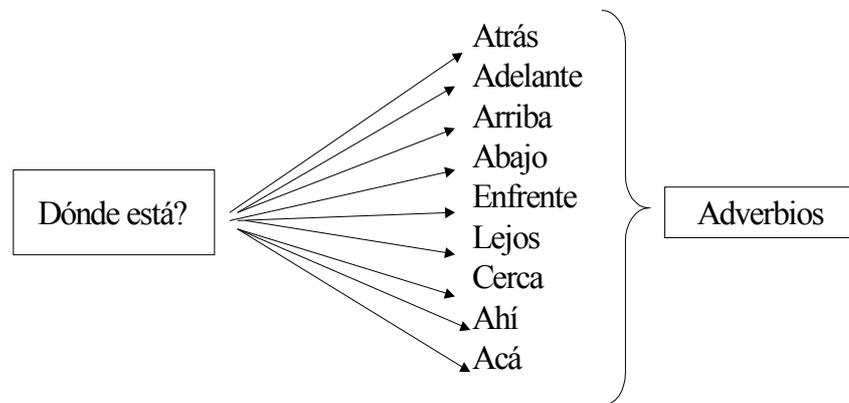
Así como los **adjetivos** son muy importantes al realizar una descripción, también es necesario saber cómo funcionan aquellas palabras que indican la **circunstancia** en la que se realiza el verbo.

Al caracterizar un lugar, se debe tener en cuenta el **orden a seguir**; ello tiene que ver con la ubicación de cada parte o elemento que se describe y con la ubicación de quien describe respecto del lugar.

Se puede elegir hacerlo:

- de arriba hacia abajo
- de derecha a izquierda.
- de lo más cercano a lo más lejano, etc.

Respecto del lenguaje, así como los **sustantivos** son las palabras que se emplean para **nombrar cosas, elementos** y los **adjetivos** para señalar **características y cualidades** de lo nombrado por el sustantivo, para dar la **ubicación** de dichos elementos se utiliza otro tipo de palabras que responden a la pregunta: **¿dónde está?**



Los **adverbios** son palabras de nuestra lengua que nos permiten indicar, dentro del discurso, la **circunstancia** en la que se realiza la acción del verbo.

Observe algunos de ellos para poder utilizarlos.

Adverbios que indican:

TIEMPO ¿cuándo?	hoy, después, mañana, pronto, ya, mientras, entonces, todavía, antes, etc.
LUGAR ¿dónde?	aquí, lejos, cerca, arriba, abajo, alrededor, etc.
MODO ¿cómo?	así, despacio, como, muy, bien, suavemente, brillantemente, lentamente, etc.
CANTIDAD ¿cuánto?	poco, mucho, medio, excesivamente, etc.
NEGACIÓN	no, jamás, tampoco, etc.
AFIRMACIÓN	sí, seguramente, ciertamente, también, etc.
DUDA	tal vez, quizá, acaso, casi, probablemente, etc.

Además, Ud. puede completar sus textos con la utilización de construcciones (más de una palabra) que pueden cumplir la misma función que los adverbios.

Éstas se denominan **giros adverbiales**.

Actividad 5

Giros adverbiales

Complete el siguiente texto seleccionando los giros adverbiales que figuran en el cuadro de la derecha.

....., después de muchos intentos, la industria automotriz ha conseguido construir un avión de transporte que logrará aterrizar y despegar en vertical.

.....ha sido concebido para uso militar, pero también la aviación civil se beneficiará.

.....¿ el v.22 Osprey será considerado un helicóptero o un avión?

(Revista Muy Interesante)

En un santiamén

En principio

Por fin

Con todo

En vano

De pronto

En definitiva

Actividad 6

Subraye, en los siguientes titulares de La Voz del Interior, los adverbios y señale con una flecha el verbo al cual modifican (indicando circunstancia):

El arte también tiene vidriera.

Lomu no estará ante Los Pumas.

Villa María: en el barrio Ameghino creció mucho el índice de la construcción.

Atenas tentará ahora al DT Horacio Seguí.

Carlos Paz dejó atrás la tercerización del cobro de impuestos.

La lluvia lentamente arruinó el fin de semana.

Pasos para realizar una descripción

- 1) **Observar** detenidamente lo que se va a describir: forma, color, aspecto general, sonidos, olores, texturas, etc.
- 2) Elegir los **datos** que sean más interesantes y permitan dar las

características sobresalientes de lo que queremos describir.

3) **Organizar** los datos y **redactar** la descripción teniendo en cuenta lo siguiente:

- No debe ser una simple enumeración de elementos o cualidades.

Ej.: Él árbol es alto, fuerte, verde y tiene muchas hojas.

- Se debe buscar una forma original para presentar lo que se describe, utilizando verbos variados.
- Los adjetivos que se elijan deberán ser adecuados a los sustantivos y transmitir las características más significativas de los objetos, lugares o situaciones.

Uso de los verbos en la descripción

Generalmente, al describir, se utilizan verbos estáticos como: "ser", "estar", "encontrarse", "haber", "tener", etc. El problema que se presenta, a veces, consiste en encontrar verbos que sean útiles para describir pero que no se repitan.

Para ejercitar la capacidad de seleccionar verbos variados y diferentes, realice la actividad que se plantea a continuación:

Actividad 7

Reemplace los verbos de los siguientes enunciados por los que se ofrecen en el recuadro o por otros verbos que usted elija.

- En la cima de la cordillera haynieve.
- Sobre el césped se encuentran las últimas gotas de rocío.
- Sus más profundos sentimientos tienen el germen de la violencia.
- Al costado de la chimenea, estánlos troncos de álamo.
- En los días calmos, la superficie del lago es un gigante espejo.

Verbos para realizar el reemplazo:

- parece asemeja muestra
- relucen resplandecen reposan
- aparece se destaca se refleja
- descansan se apoyan permanecen
- evidencian manifiestan

Actividad 8

Teniendo en cuenta lo visto hasta aquí:

A) Describa un lugar con la intención de despertar el deseo de visitarlo.

Le damos algunas sugerencias

- su barrio (calles, plaza, escuela, iglesia, cancha de fútbol).
- su provincia (capital, lugares serranos).
- su país (capital, costa atlántica, el norte, el sur).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B) Describa un lugar con la intención de frustrar el deseo de visitarlo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

En las descripciones con las que ha trabajado hasta ahora, Ud. ha encontrado **juicios y sentimientos** que los **lugares** o **las personas** despiertan en quien escribe. Ésta es la **forma subjetiva de escribir**: no importa tanto lo que **los lugares o las personas son** sino **los sentimientos o valoraciones** que despiertan según el punto de vista de aquel que realiza la descripción.

En ciertas ocasiones, Ud. tiene que describir colocándose como **espectador** y presentar, sin consideraciones ni apreciaciones personales, únicamente **lo que ve**; para ello, debe emplear la **forma objetiva de describir** presente en el siguiente ejemplo:

Condenaron a 15 años de prisión a ucraniano acusado de canibal

Un hombre de nacionalidad ucraniana que mató a su mujer, vendió su carne y compartió los restos con sus amigos, fue condenado a 15 años de cárcel.

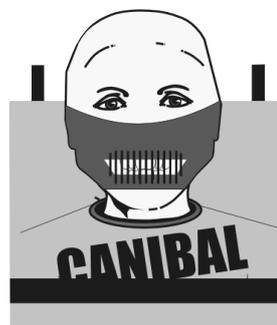
Se trata de Vitaly Stachevski, quien mató a su mujer Elena (30) después de una disputa durante un picnic en octubre del año pasado, en la ciudad de Zaporojie, ubicada al este de Ucrania.

El hombre, que es carnicero y tenía dos hijos con la mujer, descuartizó el cuerpo de la víctima y vendió la carne en el mercado como si fuera "de ternera", a 20 centavos de dólar el kilo.

Según la acusación, Vitaly despedazó el corazón, el hígado y los riñones, informó el diario Facty.

"Sólo corté la carne que podía ser vendida", se defendió durante el juicio. Con el dinero obtenido por la venta, se compró alcohol y convidó a sus amigos los restos asados, con cebollas y ajos, y les dijo que se trataba de carne de buey. La policía fue advertida de este delito de antropofagia por la madre de Stachevski, a quien le confesó el crimen unos días más tarde.

Según expertos, el hombre -un alcohólico crónico sometido a tratamiento psiquiátrico- no estaba loco.



Como se ve en la descripción anterior, no hay expresión de **sentimientos**, ni **apreciaciones personales** de quien describe, ni **valoración** de aquello que se está describiendo.

En una **descripción objetiva**, generalmente observamos las siguientes características:

- La función es **informar**.
- El lenguaje debe ser **preciso, unívoco** (con una sola interpretación).
- Predomina la **tercera persona gramatical** (él, ella, ellos, ellas).

En cambio, en una descripción **expresiva** y por lo tanto **subjetiva**:

- el vocabulario es **afectivo**, es decir **no unívoco** (con más de una interpretación).

Por ejemplo, al comienzo de este módulo, en la poesía de Antonio Machado, Ud. tuvo contacto con este tipo de lenguaje:

"...aguda **espina** dorada..."

El significado literal del término **espina** es "astilla pequeña de la madera"; en este poema descriptivo no tiene esa significación, sino que hace alusión al dolor provocado por la pérdida del amor. El poeta ha empleado un vocabulario no unívoco.

- El orden sintáctico lógico (sujeto , predicado) puede verse alterado.

predicado sujeto predicado
↓ ↓ ↓
"suenan el viento en los álamos del río"

- El orden lógico es:

sujeto predicado
↓ ↓
El viento suena en los álamos del río

- Se utilizan **recursos expresivos** como:
 - **imágenes:**
 - "las colinas doradas" (imagen visual).
 - "Suenan el viento" (imagen auditiva).
- **comparaciones:**
 - En el retrato del General San Martín:
 - "...pelo oscuro, lacio, corto...**como** lo llevaban todos los patriotas..."

Es importante tener en cuenta que, para realizar una descripción rica y completa se pueden utilizar, además de **imágenes visuales**, otras imágenes relacionadas con los demás sentidos. Por ejemplo, si se describe un árbol, emplear **imágenes táctiles** (tronco áspero), **olfativas** (flores con aroma cítrico), **auditivas** (el suave murmullo del follaje agitado por el viento), **gustativas** (el dulce sabor de sus frutos).

Para obtener los datos que nos ofrecen los sentidos, es imprescindible desarrollar una estrategia fundamental: la **observación**, que consiste en percibir, a través de los sentidos, las características de un objeto, persona, lugar o proceso.

La descripción subjetiva es también llamada **descripción literaria** cuando predomina en ella la función **poética** del lenguaje (el lenguaje está embellecido para producir placer estético en el receptor).

La descripción objetiva se denomina **descripción científica** cuando en ella predomina la función **informativa** del lenguaje (la intención esencial es transmitir conocimientos, datos precisos).

Actividad 9

De acuerdo con la descripción que se realiza de cada uno de los animales, coloque, en la línea de puntos, el nombre correspondiente atendiendo a las características que se explican.

Nº1: La atrapa gusanos y peces con sus delicados tentáculos amados con células urticantes que estallan en contacto con algún cuerpo y lanzan un dardo paralizador sobre su presa. Es pariente cercano de la medusa y el coral. Presenta forma circular y tiene un diámetro aproximado de dos y medio a cinco centímetros, aunque algunos llegan a alcanzar los 90 centímetros.

Nº2: El está protegido con placas óseas, dispuestas en su piel a manera de pelo; las cuales forman un escudo anterior y otro posterior, con bandas movibles entre ambos. Todas las especies de este animal viven en América Meridional. Cuando se asusta, se enrolla, formando una impenetrable bola dura como un hueso.

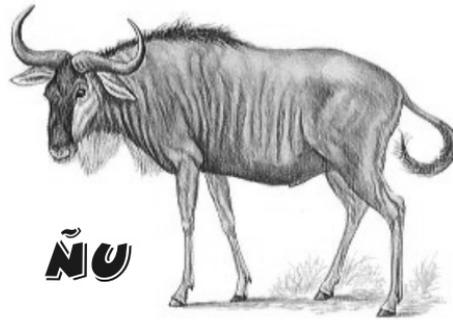
Nº3: La es un animal grande. Algunas miden hasta 1,80 metros de longitud. Tiene la cola en forma de látigo y una fila de dientes que le corre a lo largo de la espalda. Una bolsa de piel le cuelga debajo del cuello. La mayoría de ellas vive en los árboles, cerca de ríos y lagos, y se alimenta de hojas, frutos y pájaros que atrapan.

Nº4: El es un antilope africano que parece un caballo con cuernos, tiene la cola de éste y los cuernos de búfalo. Su aspecto es extraño. Vive en manada y puede llegar a pesar cerca de 230 kilos.

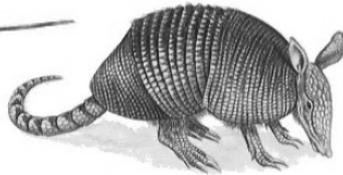
Nº5: El es un mamífero propio de las aguas costeras tropicales. De 1,40 metros de longitud, posee las aletas anteriores en forma de paleta y puede mantenerse de pie apoyado sólo en su cola. Es un animal raro, tiene un fuerte labio superior, con el que paca, como una vaca, la vegetación acuática. Esta costumbre hizo que el grupo al que pertenece este animal se conozca con el nombre de “vacas marinas”.



IGUANA



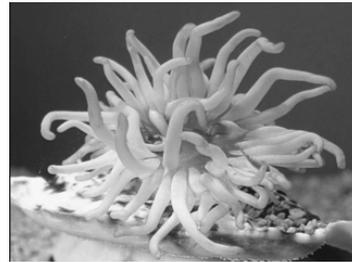
ÑU



ARMADILLO



MANATI



ANÉMONA

Actividad 10

Teniendo en cuenta lo que se explicó sobre descripción objetiva y subjetiva, y considerando las descripciones científicas leídas en la **actividad nº 9**, marque con una cruz las características que sean propias de la descripción **científica** y señale con un círculo las que pertenezcan a la descripción **literaria**:

- Se expresan sentimientos y sensaciones
- Predomina la función informativa del lenguaje
- El vocabulario es claro, preciso, unívoco
- El vocabulario está embellecido con imágenes, comparaciones y figuras poéticas
- Comunica cómo son los objetos, lugares o situaciones en la realidad
- Predomina la función poética del lenguaje.....

Actividad 11

Luego de observar la siguiente imagen, complete la descripción con los adjetivos que considere apropiados:



Cerca de las montañas, se asienta un sitio turístico que se halla a la orilla de un lago. En el espejo de agua, descansan embarcaciones que esperan a los turistas para salir a recorrer las costas.

Las construcciones ofrecen instalaciones para que los visitantes disfruten de un descanso.

El clima permite contemplar un cielo y Todo este lugar genera una sensación que invita a conocerlo.

Actividad 12

Lea el siguiente texto:

Y vio frente a él, bajo los pálidos rayos de la luna, a un anciano de aspecto aterrador. Sus ojos parecían dos carbones encendidos; una larga cabellera gris caía en mechones revueltos sobre sus hombros; sus ropas de corte anticuado eran harapientas y sucias, y de sus muñecas y tobillos colgaban unas pesadas cadenas y unos grilletes mohosos.

El Fantasma de Canterville (fragmento)

Oscar Wilde (traducción de Julio Gómez Serna, Madrid: Punto de Lectura, 2001)

En esta obra, se narra la convivencia de una familia norteamericana con un fantasma que habita el castillo de Canterville, desde hace más de trescientos años.

Después de la lectura realice las siguientes actividades:

a) ¿Es una descripción científica o literaria? ¿Por qué?:

.....
.....
.....
.....
.....

b) ¿Qué tipo de imágenes predominan en la descripción leída?:

.....
Ejemplifique transcribiendo dos imágenes del texto:
.....
.....

c) Teniendo en cuenta los adjetivos utilizados, ¿el autor ha logrado crear una figura que resulta agradable o que genera rechazo?:

.....



d) La descripción del fantasma de Canterville que se realiza en el texto, ¿se orienta de abajo hacia arriba o a la inversa?:

.....

e) Para transformar la imagen del fantasma, sería interesante realizar un breve juego de imaginación. Cambie los adjetivos y sustantivos descalificadores por otras cualidades positivas que ayuden a construir la figura de un personaje de aspecto agradable y simpático.

Y vio frente a él, bajo los pálidos rayos de la luna, a un anciano de aspecto

Sus ojos parecían dos..... ;

una cabellera

caía en mechones sobre sus hombros;

sus ropas de corte eran

y , y de sus muñecas y tobillos colgaban

..... y

Actividad 13

Imagine que usted posee una propiedad que desea alquilar. Para ello, requiere los servicios de una inmobiliaria quien le solicita una descripción detallada del inmueble que responda a:

- Ubicación (ciudad, barrio, manzana, lote).
- Disposición (orientación norte, sur, este, oeste).
- Dimensiones (metros cuadrados del terreno y metros cubiertos de la vivienda).
- Comodidades: cantidad de ambientes.

- Servicios con que cuenta (luz, gas, cloacas, etc.)
- Precio del inmueble y condiciones de pago.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Actividad 14

A partir de la siguiente imagen, elabore dos descripciones breves, una objetiva y una subjetiva. Para ello, consulte las indicaciones que se han venido trabajando en este módulo.



Descripción objetiva:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Descripción subjetiva:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Actividad 15

Suponga que está escribiendo un cuento de ciencia ficción. Imagine que ha llegado a un planeta desconocido. En ese lugar todo es diferente. Invente un nombre al planeta y describa lo que ve al llegar a él:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Actividad 16

A fin de recordar las normas de escritura estudiadas, revise la parte ortográfica de los módulos 1 y 2 para poder realizar las siguientes actividades:

a) Relea la noticia que figura en la actividad N° 8 del presente módulo y explique por qué llevan **b** o **v** las palabras extraídas de ese texto que se transcriben a continuación:

- ▶ hombre:
- ▶ vendió:



- ▶ octubre:
- ▶ centavo
- ▶ vendida:
- ▶ convidó:
- ▶ trataba:
- ▶ advertida:
- ▶ estaba:

b) Extraiga del mismo texto:

- ▶ dos palabras agudas sin tilde:
- ▶ dos palabras agudas con tilde:
- ▶ una palabra grave con tilde:
- ▶ dos palabras graves sin tilde:
- ▶ dos palabras esdrújulas:.....
- ▶ cuatro palabras con diptongo:.....
- ▶ dos palabras con hiato:



TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR

Apellido y nombre del alumno.....

Asignatura: Lengua

TEMA:

- La comunicación escrita:
El texto descriptivo.
- La gramática del texto:
Función de: sustantivos, adjetivos y adverbios
en la producción de textos descriptivos.

OBJETIVOS: A través del Trabajo Práctico Integrador, se evaluará si el alumno ha logrado:

- Adquirir conocimientos y estrategias para la comprensión de textos descriptivos.
- Afianzar el conocimiento de los contenidos del módulo para producir textos descriptivos.
- Desarrollar la observación y la reflexión acerca de los distintos recursos de la lengua para la producción de las diferentes intencionalidades comunicativas .
- Transferir los conocimientos aprendidos a situaciones nuevas.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Interpretación de consignas.
- Diferenciación de las características de los textos.
- Producción propia:
 - ▶ Claridad conceptual.
 - ▶ Adecuación de registros.
 - ▶ Respeto por la convención de la escritura.

- ▶ Adecuación de palabras seleccionadas para la producción del texto.
- ▶ Capacidad de transferencia.

Actividad 1

Lea detenidamente el texto :

Tú no conoces aquel sitio. Mira, la fuente brota escondida en el seno de una peña, y cae resbalándose gota a gota por entre las verdes y flotantes hojas de las plantas que crecen al borde de su cuna. Aquellas gotas, que al desprenderse brillan como puntos de oro y suenan como las notas de un instrumento, se reúnen entre los céspedes, y susurrando se alejan por entre las arenas, y forman un cauce, y luchan con los obstáculos que se oponen a su camino, y se repliegan sobre sí mismas, y saltan, y huyen, y corren, unas veces con risa, otras con suspiros, hasta caer en un lago. En el lago caen con un rumor indescriptible. Lamentos, palabras, nombres, cantares, yo no sé lo que he oído en aquel rumor cuando me he sentado solo y febril sobre el peñasco, a cuyos pies saltan las aguas de la fuente misteriosa para estancarse en una balsa profunda, cuya inmóvil superficie apenas riza el viento de la tarde.

Todo es allí grande. La soledad vive en aquellos lugares y embriaga el espíritu en su inefable melancolía.

Los ojos verdes (fragmento)

Gustavo Adolfo Bécquer

- Este texto presenta **trama** argumentativa, narrativa, conversacional o descriptiva?. ¿Por qué?:

.....

.....

.....

.....

.....

- La descripción de Gustavo Adolfo Bécquer es **científica** o **literaria**? Fundamente enumerando todas las características de ese tipo de descripción vistas en el módulo:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Entre las alternativas presentadas, elija la que usted considere que refleja la **intención** del autor al escribir el texto y márquela con una cruz:

- Transmitir información acerca de las características de una fuente.
- Describir el movimiento de las gotas de agua.
- Transmitir la belleza de un lugar para comunicar al lector una sensación grata al espíritu.
- Comunicar los datos poco agradables de un lugar para que el lector sienta rechazo por él.

- Extraiga del texto leído cinco **sustantivos** que nombren elementos, ubíquelos en el siguiente cuadro y coloque al lado el **adjetivo** con el que se los describe:

SUSTANTIVOS	ADJETIVOS

● Transcriba del texto dos **comparaciones** que se refieran a las gotas de agua cuando se desprenden:

.....
.....

● Complete, con los **adverbios o giros adverbiales** utilizados en el texto, los siguientes enunciados:

- La fuente cae resbalándose (giro adverbial)

..... por entre las verdes y flotantes hojas de las plantas.

- La inmóvil superficie de la balsa riza (adverbio de modo)

..... el viento de la tarde.

- Todo es grande (adverbio de lugar)

Actividad 2

Teniendo en cuenta las pautas para elaborar una descripción y todo lo aprendido en el presente módulo, elabore una descripción objetiva o subjetiva (aclare qué tipo de descripción realizará) luego de observar la siguiente imagen:



Actividad 3

Relea el fragmento de Gustavo Adolfo Bécquer Los ojos verdes y realice las siguientes actividades referidas a las palabras extraídas de ese texto:

a) ¿Por qué llevan **tilde**?:

- tú:
- reúnen:
- obstáculos:
- sí:
- oído:
- inmóvil:
- allí:

b) ¿Por qué se escriben con **v** o **b**?:

" brota, brillan, sobre, nombres, palabras, embriaga, febril:.....

-
- indescriptible, inefable:.....
 - inmóvil:

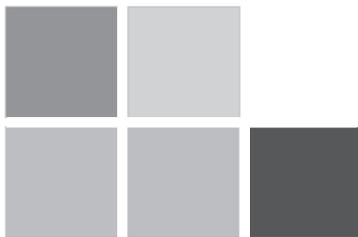
c) Separe en **sílabas** las siguientes palabras y subraye los **diptongos**:

- fuente:.....
- suenan:
- cauce:
- repliegan:
- cuando:
- misteriosa:
- superficie:



BIBLIOGRAFÍA

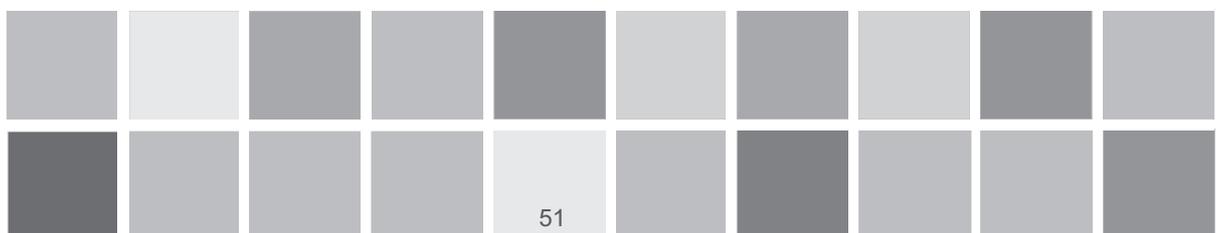
- Cogorno-Uriarte-Giusti. Lengua y Literatura III. Editorial Troquel. Bs. As.
- Cubo de Severino, Liliana y otros. Leo, pero no comprendo. Estrategias de comprensión lectora. Mendoza: Ex - libris, 2000.
- Lescano-Lombardo. Para comunicarnos. Lengua y Literatura 2 y 3. Buenos Aires: E. Eclipse, 1996.
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Nueva Escuela. Buenos Aires, 1995.
- Ong, Walter J. Oralidad y escritura . Ed Troquel. Bs. As. - 1997.
- Sperber- Zaffaroni: Cuaderno de la lengua I , II, III. Editorial Estrada Bs. As. 1976.
- Vivaldi, Martín. Curso de Redacción. Madrid: Ed. Paraninfo, 1979.
- Zamudio, Bertha y Ana Atorresi. La Explicación. Buenos Aires: Ed. Eudeba, 2000.



Programa de Educación a Distancia
Nivel Medio Adultos



Inglés





INDICE

INTRODUCCIÓN

I HAVE GOT TWO CHILDREN.

WE HAVE GOT THREE CHILDREN.

ROBERTA SMITH'S FAMILY TREE.

MARCOS'S FAMILY.

GRAMMAR: POSSESSIVE 'S.

GRAMMAR: HAVE GOT. AFFIRMATIVE FORM.

LUCY'S E-MAIL.

GRAMMAR: HAVE GOT. NEGATIVE FORM.

MY OWN FAMILY TREE.

PARAGRAPH WRITING.

EXPERIMENTE LA COMUNICACIÓN EN INGLÉS.

GRAMMAR. HAVE GOT. INTERROGATIVE FORM. ANY.

EXPERIMENTE LA COMUNICACIÓN EN INGLÉS.

WHAT CAN YOU DO?

AN E-MAIL FRIEND.

WRITING: AN E-MAIL.

MARIA CAN'T SPEAK ITALIAN. CAN YOU?

WHAT CAN RICK DO?

**GRAMMAR. CAN. AFFIRMATIVE, NEGATIVE AND
INTERROGATIVE FORMS AND SHORT ANSWERS.**

WHAT CAN COMPUTERS DO?

WHAT KIND OF ABILITIES DO YOU HAVE?

EXPERIMENTE LA COMUNICACIÓN EN INGLÉS.

DO YOU LIVE IN A HOUSE OR A FLAT?

PETER'S HOUSE.

A LETTER FROM ALEXANDRA.

GRAMMAR. THERE IS. THERE ARE.

WHAT'S IN...?

WHERE IS THE BANK?

PLACES.

CLAVES DE CORRECCIÓN.

BIBLIOGRAFÍA.

TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR





INTRODUCCION

En este Módulo se amplía el campo de significantes de la lengua extranjera inglés abarcando los contenidos gramaticales con la conjugación de los verbos **HAVE GOT** (tener) para indicar posesión, **CAN** (poder) para indicar habilidad y las expresiones **THERE IS**, **THERE ARE** (hay, en plural y singular) para indicar existencia y el uso de preposiciones de lugar.

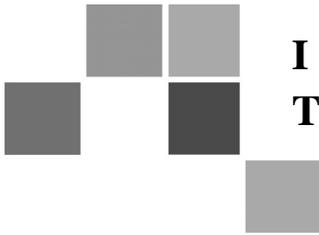
A través de actividades se propone al alumno inferir reglas para la formación de preguntas **WH**: o en inglés **WH-QUESTIONS** (que comienzan con palabra interrogativa) y preguntas **YES-NO** o en inglés: **YES-NO QUESTIONS** (que comienzan con el verbo y cuyas respuestas cortas son afirmativas o negativas).

También se amplían los contenidos lexicales de la familia, tipos de edificios públicos y comercios como así también vivienda, habitaciones y/o espacios de una casa o departamento, muebles y vocabulario general.

Se propicia la escritura de párrafos y la práctica de textos orales con la guía del Tutor Docente.

A fin de revisar e integrar los contenidos trabajados en el módulo se debe realizar el Trabajo Práctico Integrador, el que se entregará al Tutor Docente.





I HAVE GOT TWO CHILDREN TENGO DOS HIJOS

My name is Joseph. I'm married and my wife's name is Luisa. I have got two children, one son and a daughter. Their names are John and Rebecca. John is two, Rebecca is four.

Actividad 1

- Read the text about Joseph and his family and answer the questions.
- Lea el texto acerca de Joseph y su familia y responda las preguntas.

1- ¿Qué palabras le resultan conocidas en el texto? (No olvide leer el título).

Confeccione una lista en la tabla a continuación y escriba su traducción.

English words Palabras en inglés	Translation Traducción

2- Puede traducir la siguiente oración? (Vuelva a leer el **Módulo 2** **Actividad 56** y la reseña de Gramática).

My wife's name is Luisa:

.....

3- ¿Qué verbo/ s expresa/ n posesión en el texto?

.....

4- ¿Cuál es la traducción?

.....

WE HAVE GOT THREE CHILDREN TENEMOS TRES HIJOS

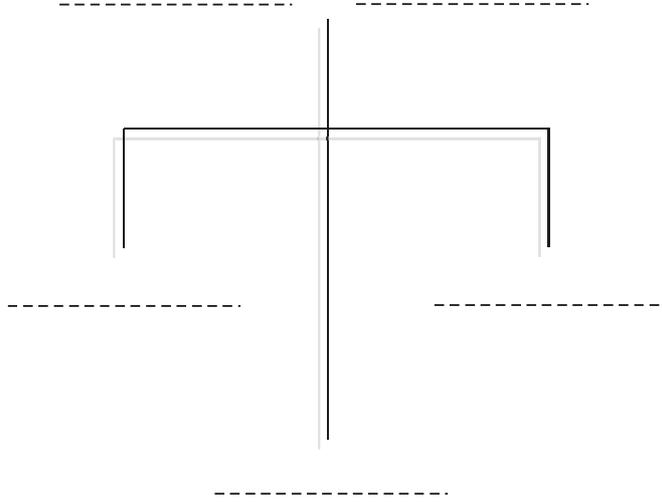


I'm Roberta Smith. My husband's name is Peter. We have got three children. Their names are Jenny, Ron and Harry. Ron and Harry are twins and they are five years old. Jenny is four.

Actividad 2

- Read the text about Roberta Smith and complete her family tree.
- Lea el texto acerca de Roberta Smith y complete su árbol familiar.

ROBERTA SMITH'S FAMILY TREE
EL ÁRBOL FAMILIAR DE ROBERTA SMITH



MARCOS'S FAMILY
LA FAMILIA DE MARCOS

Actividad 3

- Read the following text about Marcos's family. Look at the picture and write the names of the people in it.
- Lea el siguiente texto acerca de la familia de Marcos. Observe la imagen y escriba los nombres de las personas en ella.



1 2 3 4 5 6 7

1 _____ The man on the left is Marcos Sosa. He is from Lisbon in Portugal. He's
 2 _____ Portuguese. He's a lawyer. He's
 3 _____ thirty-eight years old and he's
 4 _____ married. The man on the right is
 5 _____ Marcos's brother. His name is
 6 _____ Sergio. He is thirty-six and he is an
 7 _____ engineer.

Marcos has got three children, two daughters' names are Rosa and Maria. His son's name is Luciano. Rosa is fourteen and Maria is fifteen. Luciano is nine.

Sergio has got two children. Joao and Paolo. They are twins. They are twelve.

Actividad 4

- Complete the following sentences with the words from the text in Actividad 3.
- Complete las siguientes oraciones con las palabras del texto en Actividad 3.

- 1- Marcos is Sergio's
- 2- Marcos is Rosa, Maria and Luciano's
- 3- Rosa, Maria and Luciano are Marcos's
- 4- Sergio is Joao and Paolo's
- 5- Joao and Paolo are Sergio's

El texto de la **Actividad 3** describe dos familias, de esta descripción surgen más parentescos de los que ya hemos estudiado, por ejemplo **tío, primo/a/s, sobrino/a**. Observe en la tabla como éstos y algunos otros se nombran en inglés:

Male and Singular Masculino y Singular	Female and Singular Femenino y Singular	Plural Plural
Uncle (tío) Nephew (sobrino) Cousin (primo) Grandson (nieto) Grandfather (abuelo)	Aunt (tía) Niece (sobrina) Cousin (prima) Grand-daughter (nieta) Grandmother (abuela)	Cousins (primos) Grandchildren (nietos) Grandparents (abuelos)

GRAMMAR

GRAMÁTICA

El caso posesivo (**possessive 's**) en inglés ya fue presentado en el MODULO 2, página 111 Sección GRAMMAR / GRAMÁTICA. El cuadro que usted leerá a continuación amplía la información y muestra la construcción **INCORRECTA** del caso en la columna **IZQUIERDA**. ¿Porqué la consideramos INCORRECTA?, porque es la que resultaría de una **TRADUCCIÓN LITERAL** del **ESPAÑOL** al **INGLÉS**. La columna **DERECHA** presenta la construcción **CORRECTA** en **INGLÉS**

POSSESSIVE 'S CASO POSESIVO 'S

INCORRECTA	CORRECTA
<p>Singular</p> <ul style="list-style-type: none"> • the father of Lucy • the bicycle of Lucy • the daughter of Charles • the mother of Lucy and Jason <p>Plural</p> <ul style="list-style-type: none"> • the bedroom of my sisters • the books of the children 	<p>Singular</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Lucy's</u> father (1) ver nota • <u>Lucy's</u> bicycle • <u>Charles's</u> daughter (2) ver nota • Lucy and Jason's mother (3) ver nota <p>Plural</p> <ul style="list-style-type: none"> • my <u>sisters'</u> bedroom (4) ver nota • the <u>children's</u> books (5) ver nota

- NOTA:**(1) se agrega **apóstrofo + s** a la persona.
 (2) se agrega **apóstrofo + s** al nombre de la persona que termina en s.
 (3) se agrega **apóstrofo + s** al último nombre propio.
 (4) sólo se agrega **apóstrofo, SIN s**, porque el sustantivo que nombra a las personas es plural regular, es decir que lleva **s** final.
 (5) se agrega **apóstrofo + s** al sustantivo plural irregular, es decir el que no lleva s final.

Actividad 5

- Write the correct forms and match the phrases with the pictures.
- Escriba las formas correctas y combine las frases con las imágenes.



Example:

- *Peter / sister: Peter's sister*

- 1- Chris / teacher:
- 2- Ann / cousin:.....
- 3- Laura and John / house:.....
- 4- His parents / car:.....
- 5- Jason / family:.....



Además de revisar el vocabulario de MIEMBROS DE LA FAMILIA, ya estudiado en el MÓDULO 2, profundizar el CASO POSESIVO 'S, se presenta un verbo que expresa POSESIÓN: el verbo **HAVE GOT**, que se traduce como **TENER**.

Actividad 6

- Vuelva a leer el primer texto cuyo título es "**I HAVE GOT TWO CHILDREN**" (YO TENGO DOS HIJOS o TENGO DOS HIJOS) subraye la oración, además del título, que expresa posesión y transcríbala a continuación, bajo el título **primer texto**.

- Lea nuevamente el segundo texto que se presenta en este MÓDULO “**WE HAVE GOT THREE CHILDREN**” (NOSOTROS TENEMOS TRES HIJOS o TENEMOS TRES HIJOS, subraye la oración que expresa posesión y transcríbala bajo el título **segundo texto**.

Primer texto:

.....

Segundo texto:

.....

- ¿Puede llegar a alguna conclusión?

Conclusión:

.....

- Vuelva a la ACTIVIDAD 3 y relea el texto “**MARCOS´S FAMILY**” (LA FAMILIA DE MARCOS), subraye las oraciones que expresan posesión. Transcríbalas a continuación bajo el título **tercer texto**.

Tercer texto:

.....

.....

Actividad 7

- Complete el siguiente cuadro con los pronombres con los que puede conjugar cada verbo.



HAVE GOT	HAS GOT
.....
.....
.....
.....

Actividad 8

- Complete the sentences with “have got” or “has got”.
 - Complete las oraciones con “have got” o “has got”.
- 1- A carfour wheels.
 - 2- Atoms.....protons, neutrons and electrons.
 - 3- You.....a beautiful smile.
 - 4- I.....a big house.
 - 5- We.....two daughters.

Actividad 9

- Complete the sentences.
 - Complete las oraciones.
- 1- He has got an apartment in Buenos Aires.
They.....
 - 2- The woman has got a big family.
They.....
 - 3- The boy has got a lot of friends.
They.....
 - 4- The dog has got a short tail.
They.....

GRAMMAR

GRAMÁTICA

Estudie la conjugación del verbo **HAVE GOT (TENER)** en su forma **AFIRMATIVA**. En el cuadro se presentan la forma **COMPLETA** y la **CONTRACCIÓN**.

Full Form Forma Completa	Contraction Contracción
Affirmative I have got a bicycle. You have got a radio. He has got a TV set. She has got a dog. It has got four legs. We have got a big family, You have got a new dress. They have got a small house.	Affirmative I've got a bicycle. You've got a radio. He's got a TV set. She's got a dog. It's got four legs. We've got a big family, You've got a new dress. They've got a small house.

Actividad 10

- Fill in the blanks as in the examples.
- Complete los espacios en blanco como en los ejemplos.

Long Form (Forma Larga)	Short Form or Contraction (Forma Corta o Contracción)
Example: She <u>has got</u> a pen.	Example: She <u>'s got</u> a pen.
1- I.....a red dress.	1- I.....a red dress.
2- Jim.....a bicycle.	2- Jim.....a bicycle.
3- We.....a big house.	3- We.....a big house.
4- They.....black shoes.	4- They.....black shoes.
5- You.....a bottle of milk.	5- You.....a bottle of milk.

Actividad 11

- Complete the following passage with **HAVE GOT** or **HAS GOT**.
- Complete el siguiente párrafo con **HAVE GOT** o **HAS GOT**.

Jonathan is twelve years old. He (1)..... a brother and two sisters. His brother is 20 years old and his sisters are 18 and 21. They are at University. They

(2).....a small house in the city. Jonathan and his parents live on a farm. It is a big farm and Jonathan is very happy there. They (3).....a nice house and a lot of animals.



LUCY'S E-MAIL

EL E-MAIL DE LUCY

- Lucy has got a friend in Cambridge. His name is Keith Springs. This is Lucy's mail to Keith.
- Lucy tiene un amigo en Cambridge. Su nombre es Keith Springs. Este es el mail de Lucy para Keith.

To: keith@friends.ca
From: lrichards@and.io
Subject: **My family**

Hi, Keith
How are you?
Thanks for your e-mail.

My family is big. Your question is "Have you got any brothers or sisters?", the answer is "Yes, I have! I have got a brother, but I haven't got any sisters. My brother's name is Jason and he is 17. He's a student. He has got a beautiful girlfriend. Her name's Mary and she's also 17.

My father's name is Mathew. He's 42 and he's a doctor. My mother's name is

Lorna and she's 40. She's a teacher. We have got a dog and a cat. Our dog's name is Rocky and our cat's name is Misha.

My father has got a brother, uncle Charles. He's married, his wife's name is Alice. Their daughter is my cousin, Rachel. She's very funny. She's a university student and a singer. She hasn't got any brothers or sisters.

I have got a grandmother and a grandfather. My grandmother's name is Dorothy and she's 64. My grandfather's name is Glen and he's 67. They are very nice. They have got a beautiful house in Alicante, in Spain.

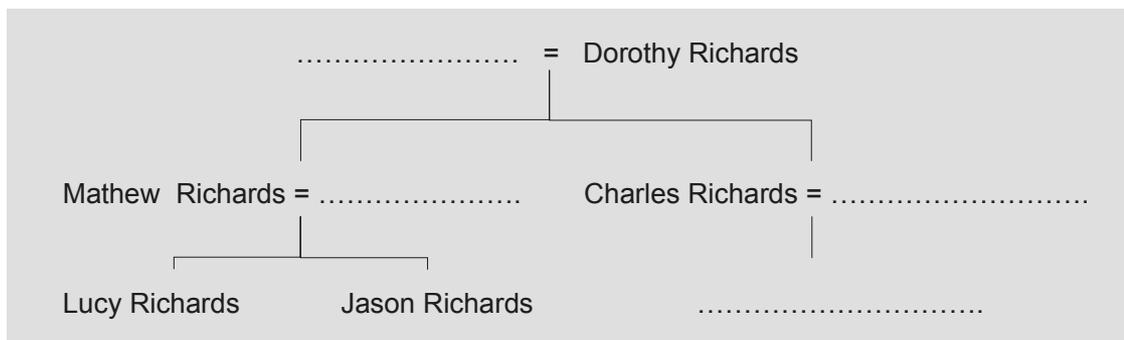
Write and tell me about your family.

Bye,
Lucy



Actividad 12

- Read Lucy's e-mail again and complete her family tree.
- Lea el e-mail de Lucy nuevamente y complete su árbol familiar.



Actividad 13

- Look at Lucy's family tree and complete the sentences below.
- Observe el árbol familiar de Lucy y complete las oraciones que están a continuación.

Example:

- Lucy Richards is Jason's **sister**.
- 1- Jason is Lucy's
 - 2- Lorna Richards is Lucy's
 - 3- Mathew Richards is Lucy's
 - 4- Mathew and Lorna are Jason's
 - 5- Lucy and Jason are Mathew and Lorna's
 - 6- Mathew is Lorna's
 - 7- Lorna is Mathew's
 - 8- Jason is Mathew and Lorna's
 - 9- Lucy is Mathew and Lorna's
 - 10- Glen Richards is Lucy's

- 11- Dorothy Richards is Lucy's
- 12- Rachel Richards is Lucy's
- 13- Charles Richards is Lucy's
- 14- Alice Richards is Lucy's
- 15- Lucy is Charles and Alice's
- 16- Jason is Charles and Alice's
- 17- Lucy, Jason and Rachel are Glen and Dorothy's

Actividad 14

- Read the e-mail again and circle the correct answer.
- Lea el e-mail nuevamente y encierre en un círculo la respuesta correcta.

- 1- Has Lucy got a big family?
a- Yes, she has. b- No, she hasn't.
- 2- Has Jason got a girlfriend?
a- Yes, he has. b- No, he hasn't.
- 3- Have Lucy's family got a dog?
a- Yes, they have. b- No, they haven't.
- 4- Has Lucy got any grandparents?
a- Yes, she has. b- No, she hasn't.
- 5- Have Lucy's grandparents got a house in Madrid?
a- Yes, she has. b- No, she hasn't.

GRAMMAR GRAMÁTICA

Estudie la conjugación del verbo HAVE GOT (TENER) en su forma NEGATIVA. En el cuadro se presentan la forma COMPLETA y la CONTRACCIÓN.

Full Form Forma Completa Negative	Contraction Contracción Negative
I have not got a bicycle.	I haven't got a bicycle.
You have not got a radio.	You haven't got a radio.
He has not got a TV set.	He hasn't got a TV set.
She has not got a dog.	She hasn't got a dog.
It has not got four legs.	It hasn't got four legs.
We have not got a big family,	We haven't got a big family,
You have not got a new dress.	You haven't got a new dress.
They have not got a small house.	They haven't got a small house.

Actividad 15

- Fill in the blanks as in the example.
- Complete los espacios en blanco como en el ejemplo.

Long Form (Forma Larga)	Short Form or Contraction (Forma Corta o Contracción)
Example: We <u>have not got</u> a car.	Example: We <u>haven't got</u> a car.
1- They.....brown hair.	1- They.....brown hair.
2- Helen.....a watch.	2- Helen.....a watch.
3- You.....a garden.	3- You.....a garden.
4- It.....wings.	4- It.....wings.
5- I.....a ring.	I.....a ring.

MY OWN FAMILY TREE

MI PROPIO ÁRBOL FAMILIAR

Actividad 16

- Now think about your own family. Read Actividad 59 in Módulo 2 and draw your family tree again. Include all the members of your family in the box below.
- Ahora piense en su propia familia. Lea la Actividad 59 in el Módulo 2 y dibuje su árbol familiar nuevamente. Incluya todos los miembros de su familia en el cuadro a continuación.

MY FAMILY TREE



PARAGRAPH WRITING

ESCRITURA DE PÁRRAFO

Actividad 17

- Tome como modelo el párrafo de la **Actividad 3** y escriba un texto en inglés acerca de su familia. Utilice el verbo **HAVE GOT / HAS GOT**.

Paragraph:

Actividad 18

EXPERIMENTE LA COMUNICACIÓN EN INGLÉS

- Lea el siguiente diálogo en voz alta.
- Solicite a su tutor/a que lo reproduzca para que usted pueda imitar la pronunciación de las palabras nuevas.
- Practíquelo con un/a compañero/a.
- Solicite a su tutor/a que lo/a/s escuche a fin de hacer las correcciones de pronunciación pertinentes.
- Vuelva a practicarlo con su compañero/a.
- Cambie de roles.

Dialogue Diálogo

MERCEDES: Are you married, Maria?

MARIA: Yes, I am. My husband's name is Sergio.

MERCEDES: Have you got any children?

MARIA: Yes, we have. We've got four children. Our daughter's name is Rita, and our sons' names are Pablo, Luis and Juan.

Actividad 19

- Read the following dialogue. Complete it with the sentences in the box.
- Lea el siguiente diálogo. Complételo con las oraciones del cuadro.

Dialogue Diálogo

- John, Paul and Mary
- Yes, I have. I've got two sons and a daughter.
- Yes, I am.
- Martha.

Pauline: Are you married Brian?

Brian: (1).....

Pauline: What's your wife's name?

Brian: (2)

Pauline: Have you got any children?

Brian: (3).....

Pauline: What are their names?

Brian: (4).....



Actividad 20

- Answer these questions about you.
- Responda estas preguntas personales.

- 1- Are you married or single?
.....
- 2- What is your wife's / husband's name?
.....
- 3- Have you got any children?
.....
- 4- What are their names?
.....
- 5- Have you got any brothers or sisters?
.....
- 6- What are their names?
.....

GRAMMAR GRAMÁTICA

Estudie la tabla con la forma **INTERROGATIVA** del verbo **HAVE GOT (TENER)**, las **RESPUESTAS CORTAS** y el uso de **ANY** en las formas **NEGATIVA** e **INTERROGATIVA**.

Interrogative Form	Short Answers
Have you got a bicycle?	Yes, I have. / No, I haven't.
Have you got a radio?	Yes, you have. / No, you haven't.
Has he got a TV set?	Yes, he has. / No, he hasn't.
Has she got a dog?	Yes, she has. / No, she hasn't.
Has it got four legs?	Yes, it has. / No, it hasn't.
Have we got a big family?	Yes, we have. / No, we haven't.
Have you got a new dress?	Yes, you have. / No, you haven't.
Have they got a small house?	Yes, they have. / No, they haven't.

Note: **ANY** + plural nouns in negative and interrogative sentences.

Nota: **ANY** + sustantivos plurales en oraciones negativas e interrogativas.

Examples:

- She hasn't got **any** brothers. Traducción: Ella no tiene ningún hermano o Ella no tiene hermanos.
- Have they got **any** children? Traducción: Tienen ellos hijos?

Actividad 21

- Put the words in order to make sentences or questions.
- Ponga las palabras en orden para hacer oraciones o preguntas

1- children / How many / got / Nadia / has?

.....

2- have / John and Dorothy / a / got / house / new.

.....

3- not / any / He / got / has / History / books.

.....

4- Jeremy / Has / three / got / brothers?

.....

5- got / She's / video / a.

.....

Actividad 22

- Look at the people in the pictures, read the information in the table and ask and answer questions as in the example.
- Observe a las personas en las fotos, lea la información en la tabla y formule y responda preguntas como en el ejemplo.



Jenny and Tom



Romina



Paul



You

	some magazines	a motorbike	a dog	a piano
Jenny and Tom	yes	no	yes	no
Romina	no	no	yes	yes
Paul	no	yes	no	no
You	yes	yes	no	no

Example

- 1- What have Jenny and Tom got?
They have got some magazines and a dog. They haven't got a motorbike or a Piano.

2-

.....
.....

3-

.....
.....

4- What have you got?

.....
.....

Actividad 23

EXPERIMENTE LA COMUNICACIÓN EN INGLÉS

- Lea la información que se le solicita en la tabla.
- Elabore las preguntas para obtener de un/a compañero/ la información necesaria y luego complete la tabla. Excepto en la primera pregunta, utilice el verbo HAVE GOT.
- Escriba las preguntas. Vuelva a leer el cuadro que presenta la forma interrogativa en GRAMMAR (GRAMÁTICA).
- Lea las preguntas en voz alta y solicite a su tutor/a que lo/a escuche a fin de hacer las correcciones de pronunciación pertinentes.
- Dramatice el diálogo.
- Cambie de roles.

INFORMATION NEEDED	MY PARTNER'S ANSWERS
married or single?	
any brothers?	
any sisters?	
any children?	
a dog or a cat?	
a house or a flat?	
a bicycle?	

Actividad 24

- Write **I CAN** (YO PUEDO) or **I CAN'T** (YO NO PUEDO) in each picture.
- Escriba **I CAN** (YO PUEDO) o **I CAN'T** (YO NO PUEDO) en cada cuadro.

WHAT CAN YOU DO? ¿QUÉ PUEDE HACER USTED?



..... play the violin



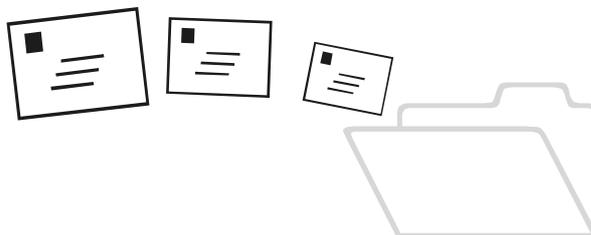
..... ride a bicycle



..... cook

AN E-MAIL FRIEND UN AMIGO POR CORREO ELECTRÓNICO

To: pierre@friends.fra
 From: ezequiel@and.cba.ar
 Subject: Contact



Dear Pierre,

Hello! My name is Ezequiel Rodriguez. I'm from Córdoba, Argentina. I can speak Spanish, English and a little French. Can you speak Spanish? I can teach you some words!

I love music. I can play the guitar and the violin. I can also play the piano and sing, but not very well. Can you play any instruments?

I also like sports. I can play football and basketball, but I can't play tennis. Can you play tennis?

Please write soon! I'm waiting for your first e-mail.

Your friend,
Ezequiel

Actividad 25

- What can Ezequiel do? Put a tick in the correct answers.
- ¿Qué puede hacer Ezequiel? Ponga una tilde en las respuestas correctas.

CAN HE...	YES	A LITTLE (UN POCO)	NO
sing?			
speak Spanish?			
speak French?			
play football?			
play the guitar?			
play tennis?			

WRITING: AN E-MAIL
ESCRITURA: UN CORREO ELECTRÓNICO

Actividad 26

- Tome como modelo el e-mail de Ezequiel a Pierre y escriba un e-mail para Ezequiel. Asegúrese de responderle las preguntas. Utilice **CAN, CAN'T y formule preguntas.**

To: ezequiel@and.cba.ar
From: pierre@friends.fra
Subject: Contact

Dear Ezequiel,

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Your friend,
Pierre

**MARIA CAN'T SPEAK ITALIAN. CAN YOU?
MARIA NO PUEDE HABLAR ITALIANO. ¿PUEDE
USTED?**



My name's Maria. I'm from Barcelona in Spain. Well, there are a lot of things I can't do. I can't drive a car, but I want to have lessons soon. I can't speak Italian, but I can speak French, my father's French. My mother is a really good cook, she can cook all kinds of food, but I can't cook at all. What about sports? Well I can play tennis, and ski and of course I can swim. But musical instru-

ments – no – I can't play any instrument, but I can dance and I can use a computer.

Actividad 27

- Read the text about Maria and complete the chart.
- Lea el texto acerca de Maria y complete la tabla.

Maria can...	Maria can't...

WHAT CAN RICK DO? ¿QUÉ PUEDE HACER RICK?

- Rick is an artist. He is going to an audition for a very important TV show. He's with his father, Peter. What can Rick do?
- Rick es un artista. El va a una audición para un show de TV muy importante. El está con su padre, Peter. ¿Qué puede hacer Rick?

Actividad 28

- Read the dialogue and then check the meaning of new words in your dictionary.
- Lea el diálogo y luego busque el significado de las palabras nuevas en su diccionario.

Dialogue Diálogo



JAMES: Next!

PETER: His name's Rick. He's very good!

JAMES: What can he do, Peter?

PETER: He can juggle very well. Juggle Rick.

JAMES: No, he **can't**. He **can't** juggle. **Can** he dance or sing?

PETER: He **can** dance and sing very well. Sing, Rick!

JAMES: **Can** he play the guitar?

PETER: Yes, he **can** play the guitar. Play the guitar Rick!

JAMES: Stop! He **can't** do anything!

PETER: Yes, he **can**.

JAMES: No, he **can't**.

RICK: Yes, I **can**. I **can** play the piano very well. Listen!

(HE **CAN** PLAY THE PIANO VERY WELL!!)

Actividad 29

- Read the dialogue again and circle the right answer.
- Lea el diálogo nuevamente y encierre en un círculo la respuesta correcta.

- | | | |
|------------------------------|-----------------|------------------|
| 1- Can Rick juggle? | A- Yes, he can. | B- No, he can't. |
| 2- Can Rick dance? | A- Yes, he can. | B- No, he can't. |
| 3- Can Rick sing? | A- Yes, he can. | B- No, he can't. |
| 4- Can Rick play the guitar? | A- Yes, he can. | B- No, he can't. |
| 5- Can Rick play the piano? | A- Yes, he can. | B- No, he can't. |

GRAMMAR GRAMÁTICA

Estudie la conjugación del verbo **CAN** (PODER) en sus formas **AFIRMATIVA, NEGATIVA e INTERROGATIVA**. En este cuadro también se presentan las respuestas cortas. En el cuadro se presentan la **FORMA COMPLETA** y la **CONTRACCIÓN**

	FULL FORM	CONTRACTION
Positive	He can write.	XXXX
Negative	She can not play tennis.	She can't play tennis.
Question	Can you sing?	XXXX
Short answers	Yes, I can. No, I can not.	XXXX No, I can't.

- Can y can't tienen la misma forma en todas las personas.
- NO se hace la contracción en la forma **AFIRMATIVA**.
- La **CONTRACCIÓN** es la forma más utilizada en la **RESPUESTA CORTA NEGATIVA**.

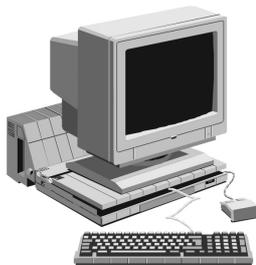
Actividad 30

- Put the words in the right order to make sentences and/ or questions.
 - Ponga las palabras en el orden correcto para hacer oraciones y/ o preguntas.
- 1- walk/ a day/ can/ my grandfather/ 5 kilometres.
 - 2- very well/ can't/ I/ ski.
 - 3- to Colonia/ Joaquin/ Can/ from Buenos Aires/ swim?
 - 4- remember/ the names of all the European capital cities/ can/ John.
 - 5- Can/ speak/ you/ German?

WHAT CAN COMPUTERS DO?

¿QUE PUEDEN HACER LAS COMPUTADORAS?

Actividad 31



- What do you think about computers. What can they do? What can't they do?
- Piense en las computadoras. ¿Qué pueden hacer? ¿Qué no pueden hacer?

They can translate, but they can't cry.

CAN COMPUTERS...?

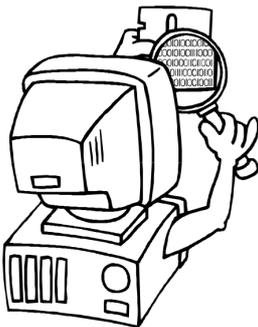
¿PUEDEN LAS COMPUTADORAS...?

- | | | | |
|----|---------------|-------------------|--------------------|
| 1- | write poetry. | A- Yes, they can. | B- No, they can't. |
| 2- | laugh. | A- Yes, they can. | B- No, they can't. |
| 3- | play chess. | A- Yes, they can. | B- No, they can't. |
| 4- | think. | A- Yes, they can. | B- No, they can't. |
| 5- | fall in love. | A- Yes, they can. | B- No, they can't. |

Actividad 32

- Now, write sentences about what people can do and what computers can't do.
- Ahora, escriba oraciones acerca de lo que las personas pueden hacer y lo que las computadoras no pueden hacer.

- 1-.....
- 2-.....
- 3-.....



Actividad 33

WHAT KIND OF ABILITIES DO YOU HAVE? ¿QUÉ CLASE DE HABILIDADES TIENE USTED?

- Consider the following list of abilities and classify them by putting them in the correct column.
- Considere la siguiente lista de habilidades y clasifíquelas poniéndolas en la columna correcta.



write poems
 knit a sweater
 play the violin
 ride a bike
 run
 play football
 programme a DVD player
 use a computer
 use a compass



Practical abilities	Physical abilities	Creative abilities
	- walk - - -	- sing - - -

EXPERIMENTE LA COMUNICACIÓN EN INGLÉS

Actividad 34

- Carry out a survey among your classmates.
 - Lleve a cabo una encuesta entre sus compañeros.
- Piense y luego escriba en español una lista de 6 (seis) habilidades diferentes a las mencionadas. Procure que sean 2 (dos) habilidades de cada clase, es decir prácticas, físicas y creativas.
 - Con la ayuda de su tutor/a y/o un diccionario bilingüe Español/Inglés – Inglés/Español, traduzca esas habilidades al idioma inglés.
 - Confeccione una tabla con las seis preguntas en la columna de la izquierda y encabece las otras columnas con los nombres de algunos de sus compañeros.
 - Formule las preguntas a sus compañeros y marque con una tilde las respuestas afirmativas y con una cruz las negativas.

Kind of ability	Student's name:	Student's name:	Student's name:	Student's name:
Practical abilities:				
Physical abilities:				
Creative abilities:				

WRITING SENTENCES

ESCRITURA DE ORACIONES

Actividad 35

- Write a report in English with the results of the survey.
- Redacte un informe en inglés con los resultados de la encuesta.

Por ejemplo:

Título: **ABILITIES REPORT** (INFORME DE HABILIDADES)

Oraciones:

- Three of my classmates can play the guitar. One of my classmates can't play the guitar.
- None of my classmates can speak Russian.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DO YOU LIVE IN A HOUSE OR A FLAT?

¿VIVE USTED EN UNA CASA O UN DEPARTAMENTO?

I LIVE IN A HOUSE



Inglés

In my house **there** is a garden, a garage, a living room, a kitchen, a bathroom and a backyard.

There are three bedrooms.

I LIVE IN A FLAT



In my flat there is a living room, a kitchen, a hall and a balcony.
There are three bedrooms and two bathrooms.



Actividad 36

- Answer the following question
- Responda la siguiente pregunta

Do you live in a house or in a flat?

¿Vive usted en una casa o en un departamento?

- I live in a

En los textos introductorios bajo los títulos **I LIVE IN A HOUSE** y **I LIVE IN A FLAT** las personas describen los lugares donde viven y utilizan dos expresiones que indican existencia: **THERE IS** y **THERE ARE**. Ambas expresiones se traducen: **HAY**. En español no establecemos diferencia, en inglés varían en cuanto al número de cosas o personas que se mencionan (**singular** y **plural**).

Actividad 37

- Complete the sentences with **IS** or **ARE** according to the number given.
- Complete las oraciones con **IS** o **ARE** según el número indicado.

- 1- There.....two bedrooms.
- 2- There.....one kitchen.
- 3- There.....two bathrooms.
- 4- There.....one swimming pool.
- 5- There.....five trees in the garden.

Actividad 38

- Draw the plan of your house or flat and label the rooms
- Dibuje el plano de su casa o departamento y escriba el nombre de los ambientes.



Actividad 39

- Look at the plan of your house or flat. Write sentences with **THERE IS, THERE ARE** and the rooms in it.
- Observe el plano de su casa o departamento. Escriba oraciones con **THERE IS, THERE ARE** y las habitaciones en el/ ella.

.....

.....

Actividad 40

- Read the text and check the meaning of new words in your dictionary.
- Lea el texto y busque el significado de las palabras nuevas en su diccionario.

PETER'S HOUSE LA CASA DE PETER



Peter lives in a house near the sea. It's an old house, about 150 years old, and it's very small. There are two bedrooms and one bathroom. The bathroom is next to the kitchen and there's a living room, where there's a lovely old fireplace. There's a garden in front of the house. In spring and summer there are flowers everywhere.

Peter loves his house for many reasons: the garden, the flowers in spring and summer, the fire in winter, but the best thing is the view from his bedroom window.

Actividad 41

- Read the text again and answer the following questions. There is a new question word: HOW MANY. Can you guess its meaning?
- Lea el texto nuevamente y responda las siguientes preguntas. Hay una nueva palabra interrogative HOW MANY. ¿Puede usted adivinar su significado?

HOW MANY:

1- Where is Peter's house?

.....

- 2- How old is the house?
.....
- 3- How many bedrooms are there?
.....
- 4- How many bathrooms are there?
.....
- 5- Where is the bathroom?
.....
- 6- Where is the fireplace?
.....
- 7- Where is the garden?
.....
- 8- What's the best thing in Peter's house?
.....

• Vuelva a leer el texto de la Actividad 40, bajo el título **PETER'S HOUSE / LA CASA DE PETER** y observe el orden de las palabras en las oraciones afirmativas. Transcriba a continuación una oración con verbo en singular y otra con verbo en plural.

- 1-
- 2-

• Ahora lea las preguntas 3 y 4 de la Actividad 41 y observe el orden de las palabras en su construcción. Transcribalas a continuación:

- 3-
- 4-

¿Puede elaborar una regla, o llegar a alguna conclusión que le permita recordar cómo construir las oraciones afirmativas y negativas? Escríbala y luego consulte a su tutor/a.

.....
.....
.....
.....

¿Observó en las preguntas con HOW MANY el verbo? ¿Debe ser en SINGULAR o en PLURAL?

.....

Actividad 42

- This is a letter from Alexandra to her friend John. She is telling him about her flat. Read the text and look at the plan of Alexandra's flat.
- Esta es una carta de Alejandra a su amigo John. Ella le está contando a él acerca de su departamento. Lea el texto y observe el plano del departamento de Alejandra.



A LETTER FROM ALEXANDRA UNA CARTA DE ALEJANDRA



Flat 12
Jubilee Court
Hens Avenue
Braintree
Oxford
January 6th

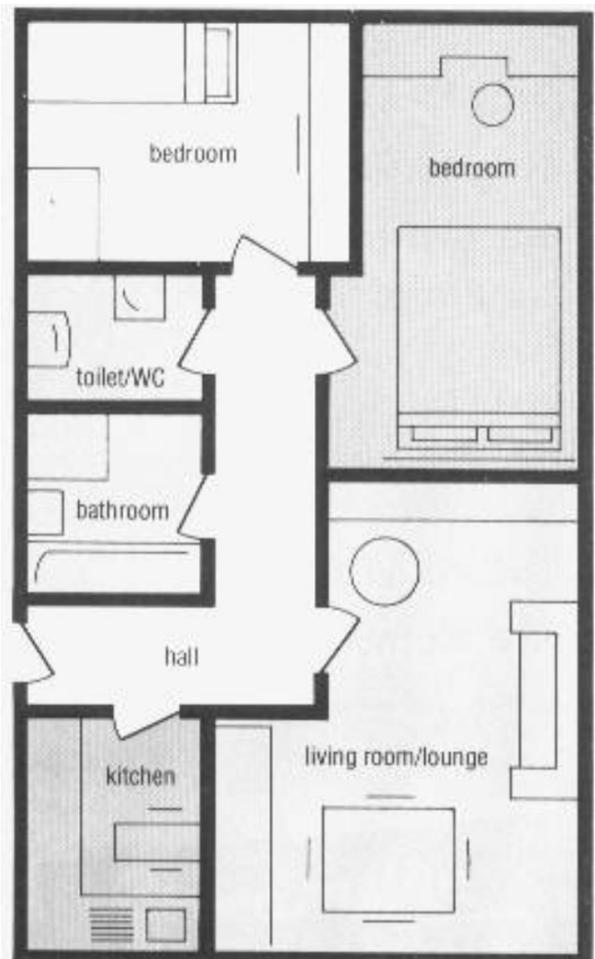
Dear John

Well this is our new flat. The address is at the top of the letter. It isn't very big. There's a living room, a kitchen and a bathroom, and there are two bedrooms.

My bedroom is small, but there is a big window. There's a bed, a wardrobe, a desk, some bookshelves, some spotlights, and of course my CD player. There are some posters on the wall. There are ten flats in the block, some are two bedroom flats, and some are one bedroom flats. It's very nice here. Braintree is a small town in Essex. It's North-East of London. There are some good shops in the town center. There's a fantastic computer shop and a good bookstore. How are you?

Please, write to me.

Best wishes



Actividad 43

- Read the letter again and circle the right answer.
 - Lea la carta nuevamente y encierre en un círculo la respuesta correcta.
- 1- Is the flat big?
A- Yes, it is. B- No, it isn't.
- 2- Is there a living room?
A- Yes, there is. B- No, there isn't.
- 3- Is there a balcony?
A- Yes, there is. B- No, there isn't.
- 4- Are there two bedrooms in the flat?
A- Yes, there are. B- No, there aren't.
- 5- Is Alexandra's bedroom small?
A- Yes, it is. B- No, it isn't.
- 6- Are there any bookshelves in Alexandra's bedroom?
A- Yes, there are. B- No, there aren't.
- 7- Are there twenty flats in the block?
A- Yes, there are. B- No, there aren't.
- 8- Is Braintree a big city?
A- Yes, it is. B- No, it isn't.
- 9- Are there any shops in the town?
A- Yes, there are. B- No, there aren't.
- 10- Is there a computer shop in Braintree?
A- Yes, there is. B- No, there isn't.

En la actividad 43 se han formulado preguntas cuyas respuestas 2, 3, 4, 6, 7, 9, y 10 cuyas respuestas son cortas, tanto afirmativas como negativas (**YES, THERE IS /ARE o NO, THERE ISN'T/ AREN'T**) según la información que proporciona el texto. Estas preguntas comienzan con el verbo. Compárelas con las

When do we say **some**? When do we say **any**?
¿Cuándo decimos **some**? ¿Cuándo decimos **any**?

Positive	There are some cups.	some + plural noun
Negative	There aren't any glasses.	any + plural noun
Question	Are there any spoons?	any + plural noun

Actividad 44

- Answer these questions about **your** house or flat
- Responda estas preguntas acerca de **su** casa o departamento

1- Is there a children's bedroom in your house or flat?

.....

2- Are there any plants in your kitchen?

.....

3- Is there a computer in your house or flat?

.....

4- Is there a television in the living room?

.....

5- Are there any books in your bedroom?

.....

Actividad 45

- Put the words in the correct order to make questions about houses and flats.
- Ponga las palabras en el orden correcto para formular preguntas acerca de casas y departamentos.

- 1- telephone/ your/ in/ flat/ Is/ there/ a
.....?
- 2- plants/ Are/ in/ your/ there/ bathroom/ two.
.....?
- 3- a/ living room/ there/ table/ Is/ in/ your
.....?
- 4- kitchen/ there/ your/ Are/ pictures/ five/ in
.....?
- 5- there/ Are/ in/ garden/ the/ swimming pools/ two
.....?

Actividad 46

- Write the words in the correct group.
- Escriba las palabras en el grupo correcto.

an armchair	a fridge	a television	a coffee table		
a shelf	a plant	a stereo	a lamp	a telephone	
a cooker	a washing machine	a cupboard	a sofa		
a bed	a bath	a rug	a fire	a cup	a table

WHAT'S IN?
¿QUE HAY EN?

A kitchen



-
-
-
-
-
-
-

A living room

-
-
-
-
-
-
-

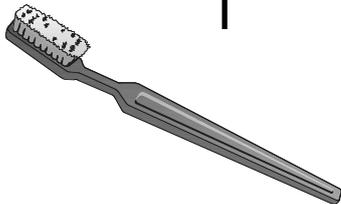
A bedroom

-
-



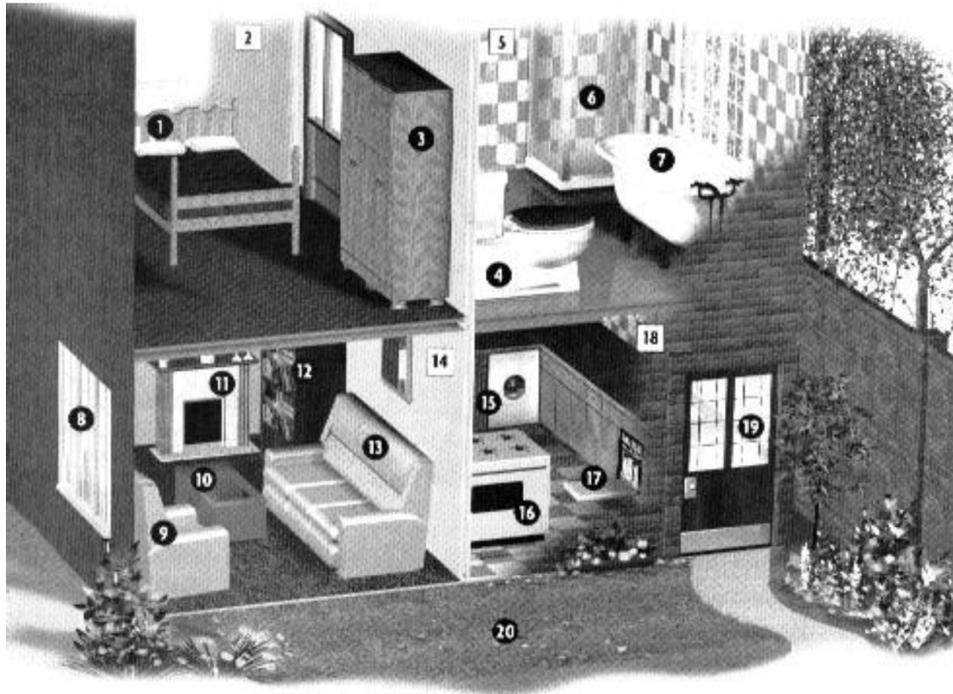
A bathroom

-



Actividad 47

- Look at the picture and number the rooms and the objects in the box.
- Observe la foto y escriba el número de los ambientes y objetos en el cuadro.



garden....	toilet....	window....	coffee table....
bedroom....	door....	sofa....	bed....
armchair....	cooker....	bookshelves.....	bath
shower.....	dishwasher....	bathroom....	washing machine....
kitchen....	wardrobe.....	fireplace....	living room....

Actividad 48

- Look at the picture in Actividad 47 again and answer these questions. Circle the right option.
- Observe la imagen en Actividad 47 nuevamente y conteste estas preguntas. Encierre en un círculo la opción correcta.

1- Is there a sofa? A- Yes, there is. B- No, there isn't.
 2- Is there a coffee table? A- Yes, there is. B- No, there isn't.

- | | | |
|---------------------------|--------------------|----------------------|
| 3- Is there a television? | A- Yes, there is. | B- No, there isn't. |
| 4- Is there an armchair? | A- Yes, there is. | B- No, there isn't. |
| 5- Are there any plants? | A- Yes, there are. | B- No, there aren't. |
| 6- Are there any windows? | A- Yes, there are. | B- No, there aren't. |

Actividad 49

Complete the sentences with **some** or **any**.
 Complete las oraciones con **some** o **any**.

- 1- In our classroom there are books on the floor.
- 2- There aren't plants.
- 3- Are there English students in your class?
- 4- There aren't Italian students.
- 5- There are pens in my bag.

WHERE IS THE BANK? ¿DÓNDE ESTÁ EL BANCO?

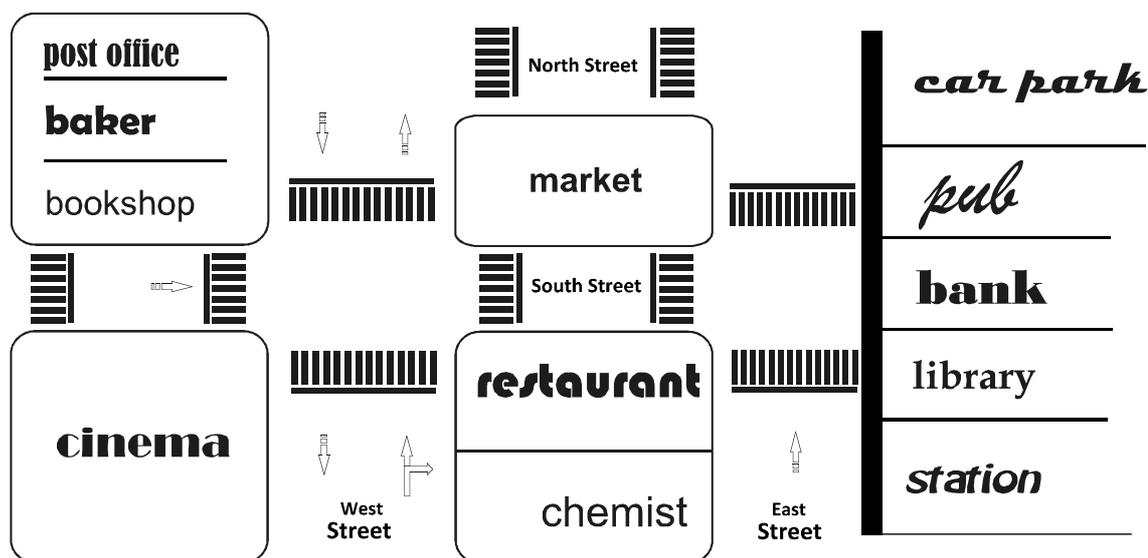
- Vocabulary. Read the new words en el cuadro. Can you translate them?
- Vocabulario. Lea las nuevas palabras en el cuadro. ¿Puede usted traducirlas?

_____ *car park*
bank *pub* baker **cinema** market
 chemist **station** **post office** bookshop
restaurant library _____

Actividad 50

- Look at the map. Match the questions and answers.
- Mire el mapa. Combine las preguntas y las respuestas

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1- Where is the station? | A-.....It's on North Street. |
| 2- Where's the bakery? | B-.....It's on West Street. |
| 3- Where's the market? | C-.....It's on South Street |
| 4- Where's the restaurant? | D-.....It's on East Street. |



- Check the meaning of these **prepositions** in your dictionary.
- Busque el significado de estas **preposiciones** en su diccionario.

near:

between:

on:

beside:

far from:

across from:

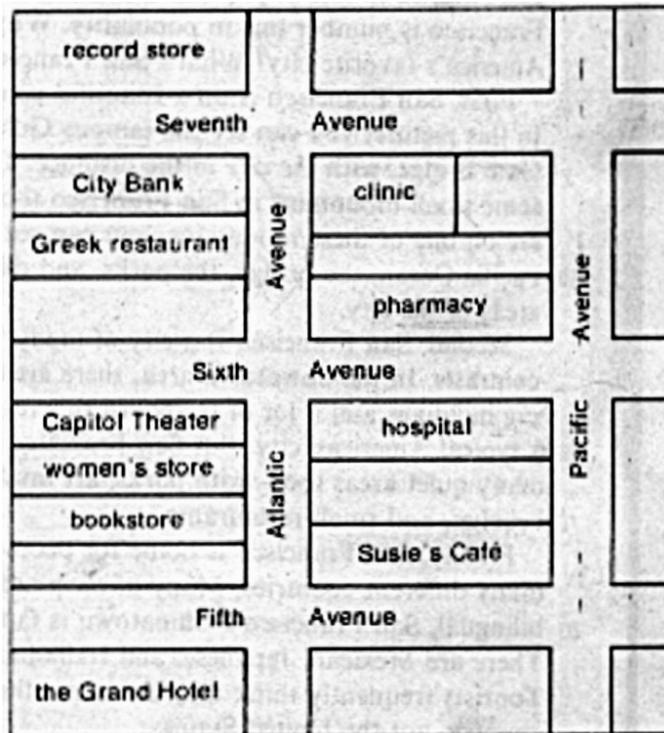
on the corner of:

Actividad 51

- Read the sentences below and write the number of each place on the map.
 - Lea las oraciones a continuación y escriba el número de cada lugar en el mapa.
- 6- There is a bakery on the corner of Sixth Avenue and Atlantic Avenue. It's beside the Greek Restaurant.
- 7- There's a men's store on Atlantic Avenue. It's between the clinic and the pharmacy.
- 8- The Post Office is on the corner of Atlantic Avenue and Fifth Avenue. It's beside the Bookstore.
- 9- The Roxy Theater is on Seventh Avenue. It's between the Atlantic and Pacific Avenues. It's across from the record store.

PLACES LUGARES

- 1- a bakery
- 2- a men's store
- 3- the Post Office
- 4- the Roxy Theater



Actividad 52

- Look at the map in Activity 51 and write one of these prepositions in each blank.
- Observe el mapa en la actividad 51 y escriba una de estas preposiciones en cada espacio.

between on the corner of beside near far from on across from

- 1- The hospital is Sixth Avenue.
- 2- The City Bank isSeventh Avenue and Atlantic Avenue.
- 3- The clinic is.....the City Bank.
- 4- Women's store is.....Capitol Theater and the bookstore.
- 5- The Capitol Theater iswomen's store.
- 6- Susie's Café is.....the record store.
- 7- The Greek restaurant isthe Grand Hotel.



Actividad 53

- Look at the picture of the hotel and then read the dialogue.
- Observe la foto del hotel y luego lea el diálogo.



A: Excuse me; is there a bank near here?

B: Yes, there is one on the corner of Rosario de Santa Fe and Rivadavia Streets.

A: I'm sorry. Where?

B: On the corner of Rosario de Santa Fe and Rivadavia Streets.

A: Rosario de Santa Fe y Rivadavia Streets. Thank you very much.

B: You are welcome.

Actividad 54

- Read the situation and complete the dialogue with the words from the box.
- Lea la situación y complete el diálogo con las palabras en el cuadro.

- You are on the corner of 27 de Abril Street and Velez Sarsfield Avenue. You meet a tourist. He wants to go to a theatre.
- Usted está en la esquina de calle 27 de Abril y Avenida Velez Sarsfield. Usted conoce a un turista. El quiere ir a un teatro.

Is — next to — theatre — is — on — there is — is

Dialogue.

Diálogo.

Tourist: Excuse me, there a near here?

You: one San Jerónimo Street.

Tourist: it between the Cathedral and the Old Town Hall?

You: No, it the National Bank.



CLAVES DE CORRECCIÓN

Actividad 1

2-My wife's name is Luisa:

EL NOMBRE DE MI ESPOSA ES LUISA.

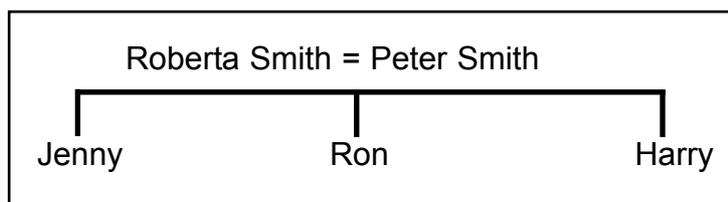
3-¿Qué verbo/ s expresa/ n posesión en el texto?

HAVE GOT

4-¿Cuál es la traducción?

TENER

Actividad 2



Actividad 3

0- The people in the picture are:

1- Las personas en la imagen son:

Marcos Maria Sergio

Luciano Maria Joao Paolo



Actividad 4

- 10- Marcos is Sergio's BROTHER.
- 11- Marcos is Rosa, Maria and Luciano's FATHER.
- 12- Rosa, Maria and Luciano are Marcos's CHILDREN.
- 13- Sergio is Joao and Paolo's FATHER.
- 14- Joao and Paolo are Sergio's CHILDREN / SONS.

Actividad 5

Example:

- *Peter / sister: Peter's sister*

- 1- Chris / teacher: Chris's teacher.
- 2- Ann / cousin: Ann's cousin.
- 3- Laura and John / house: Laura and John's house.
- 4- His parents / car: His parents' car.
- 5- Jason / family: Jason's family.

Actividad 6

Primer texto:

I have got two children, one son and a daughter.

Segundo texto:

We have got three children.

Tercer texto:

Marcos has got three children, two daughters and one son.

Sergio has got two children, Joao and Paolo.

Actividad 7

HAVE GOT

.....I.....
.....YOU.....
.....WE.....
.....THEY.....

HAS GOT

.....HE.....
.....SHE.....
.....IT.....

Actividad 8

- 1- HAS GOT
- 2- HAVE GOT
- 3- HAVE GOT
- 4- HAVE GOT
- 5- HAVE GOT

Actividad 9

- 1- They have got an apartment in Buenos Aires
- 2- The women have got big families.
- 3- The boys have got a lot of friends.
- 4- The dogs have got short tails

Actividad 10

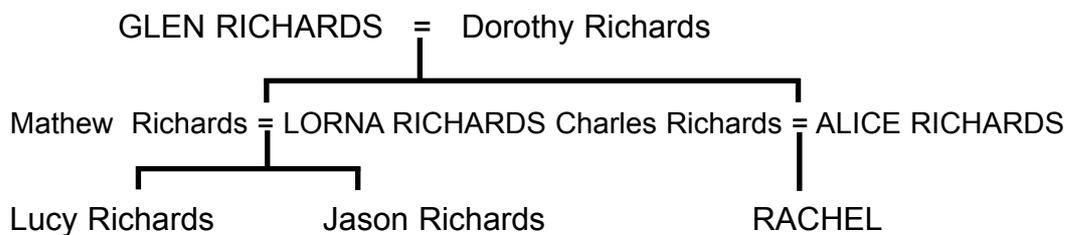
- Fill in the blanks as in the exampleS.
- Complete los espacios en blanco como en los ejemplos.

(Forma Corta o Contracción)	Long Form (Forma Larga) Short Form or Contraction
<p>Example: She has got a pen.</p> <p>1-I have got a red dress. 2-Jim has got a bicycle. 3-We have got a big house. 4-They have got black shoes. 5-You have got a bottle of milk.</p>	<p>Example: She's got a pen.</p> <p>6-I've got a red dress. 7-Jim's got a bicycle. 8-We've got a big house. 9-They've got black shoes. 10-You've got a bottle of milk.</p>

Actividad 11

- (1) HAS GOT
- (2) HAVE GOT
- (3) HAVE GOT

Actividad 12



Actividad 13

- 1- Jason is Lucy's **brother**.
- 2- Lorna Richards is Lucy's **mother**.
- 3- Mathew Richards is Lucy's **father**.
- 4- Mathew and Lorna are Jason's **parents**.
- 5- Lucy and Jason are Mathew and Lorna's **children**.
- 6- Mathew is Lorna's **husband**.
- 7- Lorna is Mathew's **wife**.
- 8- Jason is Mathew and Lorna's **son**.
- 9- Lucy is Mathew and Lorna's **daughter**.
- 10- Glen Richards is Lucy's **grandfather**.
- 11- Dorothy Richards is Lucy's **grandmother**.
- 12- Rachel Richards is Lucy's **cousin**.
- 13- Charles Richards is Lucy's **uncle**.
- 14- Alice Richards is Lucy's **aunt**.
- 15- Lucy is Charles and Alice's **niece**.
- 16- Jason is Charles and Alice's **nephew**.
- 17- Lucy, Jason and Rachel are Glen and Dorothy's **grandchildren**.

Actividad 14

- 1- a
- 2- a
- 3- a-
- 4- a
- 5- b

Actividad 15

Long Form (Forma Larga)	Short Form or Contraction (Forma Corta o Contracción)
<p>Example: We have not got a car.</p> <p>1-They have not got brown hair.</p> <p>2-Helen has not got a watch.</p> <p>3-You have not got a garden.</p> <p>4-It has not got wings.</p> <p>5-I have not got a ring.</p>	<p>Example: We haven't got a car.</p> <p>1-They haven't got brown hair.</p> <p>2-Helen hasn't got a watch.</p> <p>3-You haven't got a garden.</p> <p>4-It hasn't got wings.</p> <p>5- I haven't got a ring.</p>

Actividad 19

- Pauline: Are you married Brian?
Brian: (1) **Yes, I am.**
- Pauline: What's your wife's name?
Brian: (2) **Martha.**
- Pauline: Have you got any children?
Brian: (3) **Yes, I have. I've got two sons and a daughter.**
- Pauline: What are their names?
Brian: (4) **John, Paul and Mary.**

Actividad 21

- 1- How many children has Nadia got?
- 2- John and Dorothy have got a new house.
- 3- He has not got any History books.
- 4- Has Jeremy got three brothers?
- 5- She's got a video.

Actividad 22

- 1- What have Jenny and Tom got?
They have got some magazines and a dog. They haven't got a motorbike or a Piano.
- 2- What has Romina got?
She has got a dog and a piano. She hasn't got any magazines or a motorbike.
- 3- What has Paul got?
He has got a motorbike. He hasn't got any magazines or a dog or a piano.
- 4- What have you got?
.....

Actividad 24

HE CAN play the violin.
HE CAN ride a bicycle.
SHE CAN cook.

Actividad 25

CAN HE...	YES	A LITTLE (UN POCO)	NO
sing?	X		
speak Spanish?	X		
speak French?		X	
play football?	X		
play the guitar?	X		
play tennis?			X

Actividad 27

Maria can...	Maria can't...
speak French	drive
play tennis	speak Italian
ski	cook
swim	play any instruments
dance	
use a computerdrive	

Actividad 29

- 1- b
- 2- b
- 3- b
- 4- b
- 5- a

Actividad 30

- 1- b
- 2- b
- 3- a
- 4- b
- 5- b

Actividad 30

- Put the words in the right order to make sentences and/ or questions.
 - Pong alas palabras en el orden correcto para hacer oraciones y/ o preguntas.
- 6- walk/ a day/ can/ my grandfather/ 5 kilometres.
- 7- very well/ can't/ I/ ski.
- 8- to Colonia/ Joaquin/ Can/ from Buenos Aires/ swim?
- 9- remember/ the names of all the European capital cities/ can/ John.
- 10- Can/ speak/ you/ German?



TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR

Actividad 1

- Read Teresa's letter to an e-mail friend and solve the exercise below
- Lea la carta de Teresa a una amiga por correo electrónico y resuelva el ejercicio a continuación de la misma.

To: Amelia@friends.ca
From: Teresa@and.cva
Subject: An e-mail friend

Dear Amelia,

My name's Teresa. I'm Argentinian. I'm from La Falda. It is a small and beautiful city in the mountains, in the North West of Córdoba. I'm 30 years old. I'm divorced and I live with my parents. We have got a small flat in the city centre. I'm a travel agent and I work in an office in the city of Córdoba. Córdoba is not very big but it is noisy. I can speak English and a little Portuguese. I can't speak Italian or French. Can you speak any foreign languages?
I haven't got any brothers or sisters but I have got a young daughter. Her name's Ana and she's five years old. She's lovely. Have you got any brothers or sisters?
I like sports very much. I can play tennis and basketball. Can you play any sports?

Best wishes,
Teresa

PS: Please write soon!



a- Answer the questions.

Responda las preguntas.

- 1- Where is Teresa from?
- 6- Where is La Falda?
- 7- What's Teresa's job?
- 8- What languages can Teresa speak?
- 9- How many children has Teresa got?

b- Say if the following statements are TRUE or FALSE.

Decida si las siguientes oraciones son VERDADERAS o FALSAS.

- 1- La Falda is in Santiago del Estero.
- 2- Teresa has got a small flat in the city of Córdoba.
- 3- Teresa can't speak French.
- 4- Teresa has got one brother.
- 5- Ana is Amelia's daughter.
- 6- Teresa can't play tennis.

Actividad 2

a- Circle the correct option.

Encierre en un círculo la opción correcta.

- 1- Maria.....two children, one daughter and one son.
a- have got b- haven't got c- hast got
- 2- Thomas.....play basketball very well
a- can b- have got c- can't
- 3- In Cristina's house a garden with a lot of trees and flowers.
a- has got b- can c- there is
- 4- Are there.....History books on those shelves?
a- some b- any c- a

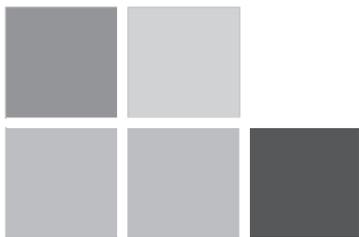
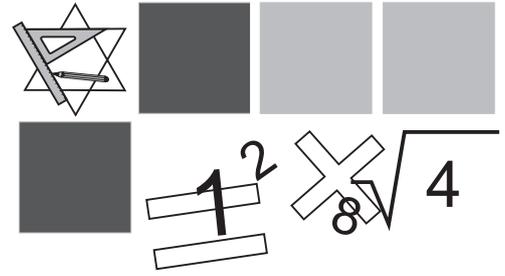
ya la siguiente información: el lugar (barrio, calle, ciudad) donde se encuentra, número de habitaciones, mobiliario, etc.

AN E-MAIL

To:

From:

Subject: My house / flat



Programa de Educación a Distancia
Nivel Medio Adultos



Matemática

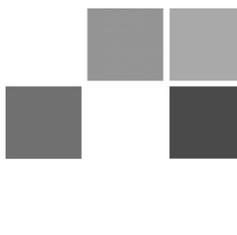




ÍNDICE

Lección 1:	FRACCIONES: REPRESENTACIÓN, EQUIVALENCIA Y COMPARACIÓN.	129
Lección 2:	NÚMEROS RACIONALES, REPRESENTACIÓN FRACCIONARIA Y DECIMAL, ORDEN.....	143
Lección 3:	OPERACIONES ENTRE RACIONALES.....	157
Lección 4:	POTENCIACIÓN Y EJERCICIOS COMBINADOS.....	173
Lección 5:	DIFERENTES MAGNITUDES.....	183
Lección 6:	UNIDADES DE LONGITUD, PESO Y CAPACIDAD.....	193
Lección 7:	SUPERFICIE Y VOLUMEN. UNIDADES.....	205
Lección 8:	RADICACIÓN. TEOREMA DE PITÁGORAS.....	221
Lección 9:	CONSTRUCCIÓN DE NÚMEROS IRRACIONALES. EL NÚMERO π . PERÍMETRO Y ÁREA DE UN CÍRCULO. RAÍCES IRRACIONALES. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA.....	233
	TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR.....	245
	BIBLIOGRAFÍA.....	251





Números racionales

Lección: 1

Contenido: Fracciones: representación, equivalencia y comparación.

Para *contar* los elementos de un conjunto finito, usamos los números naturales.

Para *medir*, se utiliza *una unidad de referencia*, por ejemplo, al medir tiempo, se suele usar como unidad la *hora*, y se determina luego cuántas veces dicha unidad está contenida en el periodo de tiempo a medir. Suele decirse: “el viaje duró dos horas”, “son las cinco y *cuarto*”, “faltan dos horas y *media*”. En los dos últimos ejemplos, a la cantidad entera de horas se han agregado fracciones, partes de hora, no ha sido posible utilizar solo naturales para medir esos periodos de tiempo.

Nos ocuparemos en esta lección de representar partes de algo con números y estudiar algunas de sus propiedades.

Intente resolver estos problemas con lo que Ud. sabe.

Problema 1: Se reparte 3 alfajores entre 5 niños. ¿Qué cantidad de alfajores recibirá cada uno, de modo que todos puedan comer la misma cantidad?

Problema 2: Se desea medir la longitud de las varillas **a**, **b**, **c**, **d** y **e** con la varilla **u** tomada como unidad, es decir **u** mide 1. Entonces, ¿cuánto veces “entra” **u** en cada una de estas varillas?



Problema 3: El caminante **A** recorrió *tres cuartos* del camino, mientras que el caminante **B** ha recorrido *cinco octavos* del camino, ¿quién caminó más?

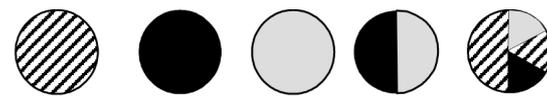
Soluciones propuestas

Problema 1: Hay varias maneras de repartir cinco alfajores entre tres, proponemos como solución dos de esas formas.

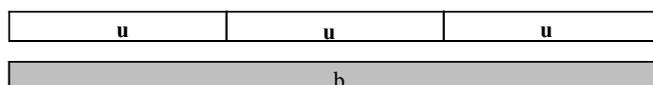
a) Se divide cada alfajor en tres partes iguales y cada chico recibe un tercio de cada alfajor, recibiendo en total cinco tercios.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

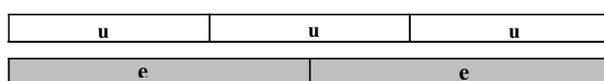

b) Se reparte un alfajor a cada uno, luego se dividen en mitades los dos restantes, de estas cuatro mitades se da una a cada niño y a la mitad que sobra se la divide en tres partes iguales, sextos de alfajor, y se reparten.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$


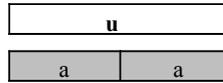
Problema 2: Si se yuxtapone **u** tres veces como en la figura, se observa que la longitud total coincide con la de **b**, esto se puede escribir: $1 \text{ b} = 3 \text{ u}$ y se dice que: “**b** mide 3 **u**”.



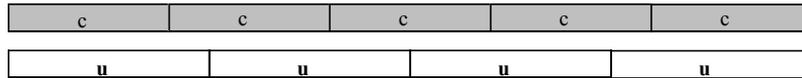
La varilla **e** es más larga que 1 **u** y menos larga que 2 **u**, y se observa que yuxtaponiendo dos varillas **e** y 3 varillas **u**, las longitudes coinciden. En símbolos queda: $2 \text{ e} = 3 \text{ u}$, entonces, **e** será la mitad de 2 **e** y también de 3 **u**, esto se escribe: $\text{e} = \frac{3}{2} \text{ u}$.



La varilla **a** es más corta que la varilla unidad, entonces medirá menos que $1u$, y según el dibujo, $2a = 1u$ y según lo anterior $a = \frac{1}{2}u$

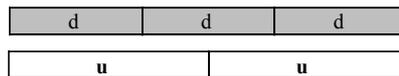


Para la varilla **c** se observa que:

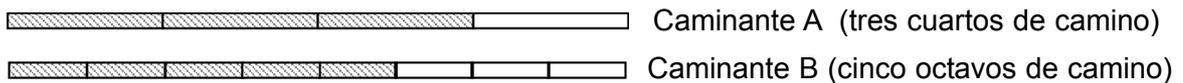


$5c = 4u$ y como **c** es la quinta parte de $5c$, también será la quinta parte de $4u$ y se escribe $c = \frac{4}{5}u$.

Para la varilla **d** se tiene que $3d = 2u$ entonces: $d = \frac{2}{3}u$



Problema 3: Podemos representar el camino con una franja y subdividirla en cuatro y ocho partes iguales respectivamente y sombrear las partes que caminó cada uno. El dibujo nos permite decir que **A** caminó más.



¿Qué se puede aprender con esos problemas?

El término “fracción” se usa cotidianamente para referirse a una parte de algo, “una fracción de tiempo”, “una fracción del camino”, “una fracción del capital”, etc. y esa parte es menor que ese algo a que se refiere. En matemática la idea de fracción es más general, ya que una fracción puede ser mayor que la unidad. Comenzaremos definiendo lo que es una **fracción**:

Todas las expresiones de la forma $\frac{a}{b}$ donde **a** y **b** son enteros y **b** distinto de **0**, se llaman **fracciones**.

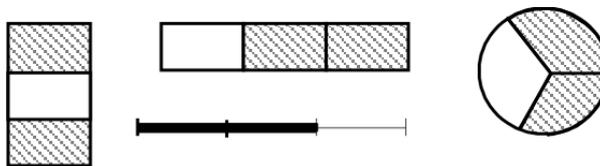
Suele usarse la expresión **a/b** en lugar de $\frac{a}{b}$ con el mismo significado

El número **b** (el de abajo) se llama **denominador** y el número **a** (el de arriba), **numerador**. La fracción puede leerse: **a** sobre **b**. Por ejemplo, $\frac{3}{5}$ se lee “tres sobre cinco” y también “tres quintos”.

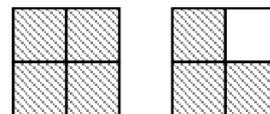
¿Qué se puede representar con números fraccionarios?

Comenzaremos viendo cómo la fracción se usa para *describir* “partes” de figuras, pues esto ayuda a la comprensión de su idea. Observe los ejemplos.

▶ Se subdividió a cuatro figuras, en tres partes iguales y se marcaron dos subdivisiones en cada una. Puede describirse la *parte pintada* de cada figura con la fracción: $\frac{2}{3}$ y se lee “dos tercios” o “dos sobre tres”



▶ En la figura siguiente se subdividió en cuatro partes iguales a cada cuadrado. Si cada cuadrado grande es la unidad, $\frac{7}{4}$ es la fracción que describe la *parte pintada* y se lee “siete cuartos” o “siete sobre cuatro”



El anterior es un ejemplo donde la fracción es mayor que la unidad.

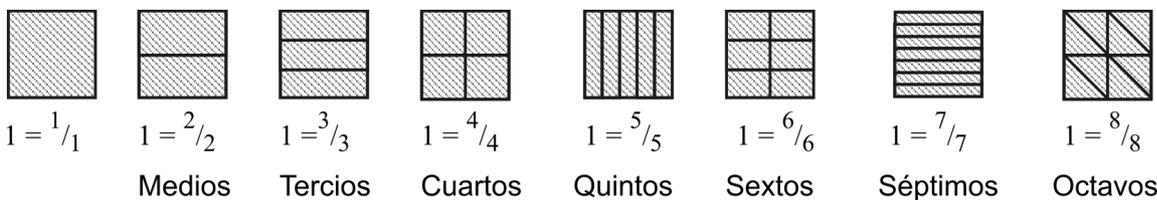
▶ En la siguiente figura se considera como unidad a cada uno de los cuadrados, estos se han subdivididos en partes iguales: medios, tercios, cuartos, etc.

Las partes pintadas permiten afirmar que:

la *unidad* equivale a “uno sobre uno”

la *unidad* equivale a “dos sobre dos” o “dos medios”

la *unidad* equivale a “cuatro sobre cuatro” o “cuatro cuartos”, etc.



En general una fracción puede interpretarse según lo siguiente:

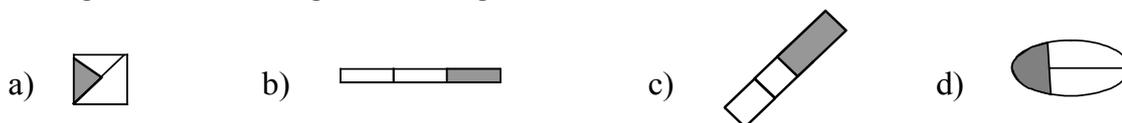
Para toda fracción **a/b** el numerador indica cuantas partes iguales de la unidad se consideran y el denominador indica en cuantas partes iguales está subdividida cada unidad.

Actividad 1

Trate de observar lo anterior en todos los ejemplos vistos hasta ahora.

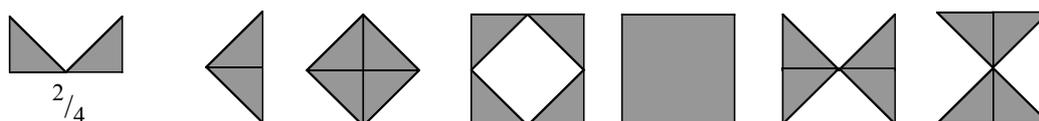
Actividad 2

¿A cuál de las figuras le asignaría la fracción $1/3$?



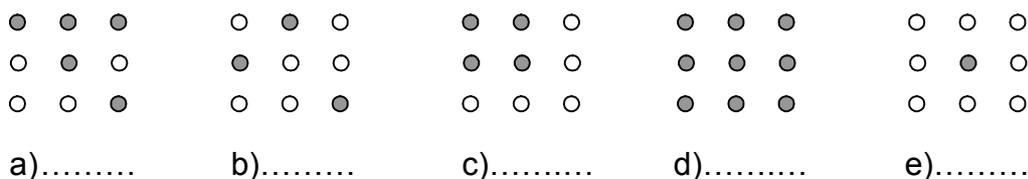
Actividad 3

La figura de la izquierda representa $2/4$, ¿cuáles de las otras representa la unidad?



Actividad 4

Suponiendo que cada conjunto de circulitos representa la unidad, colocar debajo de cada uno, la fracción que representa a los pintados y la fracción que representa a los sin pintar.



Actividad 5

Una con una flecha, cada fracción o suma de estas, con la figura a) o b) según corresponda. ¿Cuál es la unidad adecuada en cada figura, para que toda fracción describa a una de esas figuras?

$$\frac{5}{3}, \left(\frac{5}{5} + \frac{2}{5}\right), \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right), \left(1 + \frac{2}{5}\right), \frac{7}{5}, \left(1 + \frac{2}{3}\right)$$

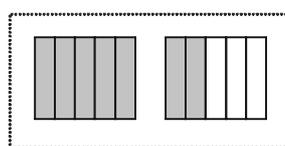


figura a)

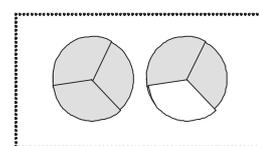
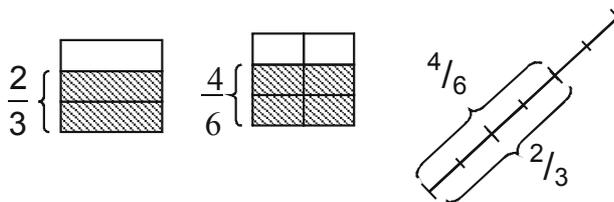


figura b)

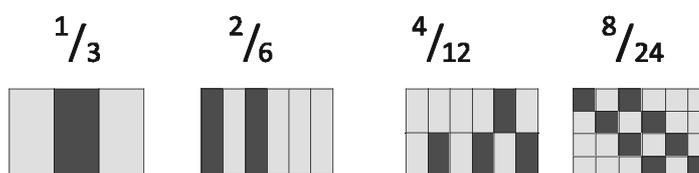
Fracciones equivalentes

Observando las figuras se nota que las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ de un segmento coinciden. Lo mismo pasa para esas mismas fracciones de un rectángulo.



También se ve que las cuatro fracciones siguientes representan la misma cantidad de superficie sombreada en el rectángulo. Existen entonces fracciones de una determinada unidad, que aunque tienen numerador y denominador distintos, pueden representar “algo equivalente” (la cantidad de superficie en este caso).

Estas fracciones, observe, cumplen lo siguiente: por ejemplo, en $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ el producto del denominador de una por el numerador de la otra es constante. Es decir $3 \times 2 = 1 \times 6$



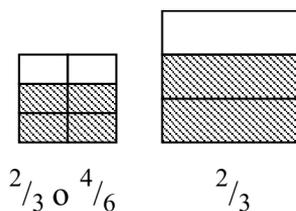
Estas fracciones, observe, cumplen lo siguiente: por ejemplo, en $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ el producto del denominador de una por el numerador de la otra es constante. Es decir $3 \times 2 = 1 \times 6$

Para $\frac{2}{6}$ y $\frac{4}{12}$, también es $6 \times 4 = 2 \times 12$. Generalizando, definimos:

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes, si vale que $a \times d = b \times c$

Note que dos fracciones **equivalentes** representarán igual cantidad, sólo cuando indican partes de la misma unidad.

Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ aunque equivalentes, pueden representar distinta cantidad cuando se toman distintas unidades, tal como lo muestra la figura.



¿Cómo encontrar fracciones equivalentes?

Miremos las fracciones, $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$, sabemos que son equivalentes, y además vemos que multiplicando, numerador y denominador de la primera por 2, obtenemos numerador y denominador respectivamente de la segunda.

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{6}$$

Análogamente si se divide numerador y denominador de una fracción por un divisor común de ellos, 2 en el ejemplo, la fracción obtenida resulta equivalente.

Este último proceso se llama **simplificar**. $\frac{2}{6} : 2 = \frac{1}{3}$

Actividad 6

Complete de manera que las fracciones sean equivalentes

a) $\frac{\dots}{2} = \frac{25}{10}$ b) $\frac{16}{\dots} = \frac{48}{36}$ c) $\frac{7}{3} = \frac{\dots}{15}$ d) $\frac{9}{8} = \frac{27}{\dots}$

Actividad 7

En cada inciso, encontrar una fracción equivalente para cada una de las fracciones dadas, cuyo denominador sea un múltiplo común de los denominadores dados.

a) $2/3$ y $4/12$ b) $7/10$ y $7/5$ c) $4/6$ y $3/9$ d) $45/4$ y $12/7$

Actividad 8

Simplificar las siguientes fracciones hasta obtener una fracción que no se pueda seguir simplificando, es decir, encontrar la fracción "Irreducible" equivalente de cada una.

a) $45/100$ b) $64/32$ c) $81/144$ d) $120/360$

Comparamos fracciones

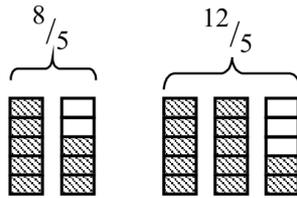
Para comparar dos fracciones, se supondrá que son fracciones de la misma unidad. Efectuada esta suposición e interpretando gráficamente lo que indican

numerador y denominador, puede comprenderse lo que sigue:

- Dos fracciones equivalentes serán iguales, por ejemplo, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



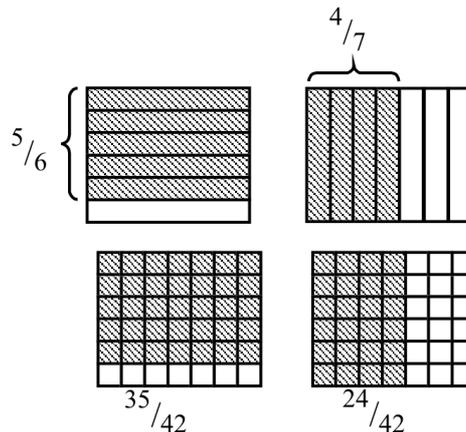
- Si se comparan fracciones de igual denominador, por ejemplo: $\frac{8}{5}$ y $\frac{12}{5}$, resulta que $\frac{8}{5} < \frac{12}{5}$, pues la segunda cuenta más quintos.



- Si los denominadores son distintos, por ejemplo $\frac{5}{13}$ y $\frac{7}{4}$ sirve a veces comparar ambas con la unidad: $\frac{5}{13} < 1$ y $1 < \frac{7}{4}$ entonces $\frac{5}{13} < \frac{7}{4}$

- Si ninguno de los casos anteriores funciona, por ejemplo para $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{6}$, una estrategia, es buscar dos fracciones equivalentes a las anteriores con el mismo denominador, en el ejemplo, 42. Entonces multiplicando numerador y denominador de $\frac{4}{7}$ por 6 obtenemos la equivalente $\frac{24}{42}$ y multiplicando numerador y denominador de $\frac{5}{6}$ por 7 obtenemos la equivalente $\frac{35}{42}$ luego

$\frac{4}{7} = \frac{24}{42}$ y $\frac{5}{6} = \frac{35}{42}$ y como $\frac{24}{42} < \frac{35}{42}$ resulta que $\frac{4}{7} < \frac{5}{6}$.



Nota: El dibujo nos permite comparar algunas fracciones, pero no siempre se dispondrá del tiempo para realizarlo, o será viable hacerlo para ciertas fracciones; buscar fracciones equivalentes es un método rápido y general para comparar cualquier par de fracciones. Veremos más adelante que también será útil para sumar fracciones.

Actividad 9

Compare las fracciones y coloque el signo que corresponda ($<$, $=$, $>$)

a) $\frac{8}{3}$ $\frac{4}{5}$

b) $\frac{6}{9}$ $\frac{9}{9}$

c) $\frac{6}{11}$ $\frac{7}{12}$

d) $\frac{10}{100}$ $\frac{1}{10}$

Actividad 10

La siguiente es una lista de fracciones ordenadas de menor a mayor:

$$\frac{0}{10} < \frac{1}{10} < \frac{2}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10} < \frac{9}{10} < \frac{10}{10}$$

¿Entre que fracciones intercalaría las fracciones $\frac{35}{100}$ y $\frac{719}{1000}$ de modo que se conserve el orden?

Actividad 11

Una propiedad importante de las fracciones, es que si

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \text{entonces} \quad \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

a) ¿Qué fracción ubicaría rápidamente entre $\frac{4}{11}$ y $\frac{3}{8}$? ¿Y entre $\frac{5}{14}$ y $\frac{4}{11}$?

b) Verifique las desigualdades siguientes, comparando las fracciones, donde se aplicó la propiedad anterior repetidas veces:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2} ; \quad \frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{2}{5} ; \quad \frac{1}{3} < \frac{4}{11} < \frac{3}{8} ; \quad \frac{1}{3} < \frac{5}{14} < \frac{4}{11}$$

Actividad 12

Se extrajo $\frac{7}{11}$ del contenido de un depósito de agua que estaba lleno.

- Represente gráficamente el depósito y la parte de agua que se extrajo.
- Expresa con una fracción la parte del contenido que quedó en el depósito.
- ¿La cantidad de agua que quedó en el depósito ocupa más o menos de la mitad de su capacidad?

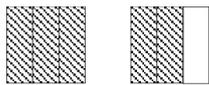
Actividad 13

En carteles publicitarios o etiquetas, suelen aparecer ciertas leyendas, por ejemplo: $2 \frac{1}{4}$ litros. Vemos que la expresión numérica está compuesta por un entero, el 2, y una fracción, $\frac{1}{4}$ y se interpreta como 2 litros más un cuarto de litro.

El dibujo lo representa.



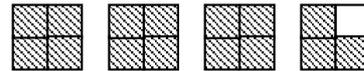
Este tipo de expresiones que combinan un entero con una fracción para representar fracciones mayores que la unidad se llaman fracciones **mixtas**. Observe las siguientes figuras y reemplace cada una de las fracciones por la fracción mixta equivalente o la fracción que equivale a la fracción mixta.



a) $\frac{5}{3} = \dots$



b) $\frac{5}{2} = \dots\dots$



c) $3 \frac{3}{4} = \dots\dots$

d) $10 \frac{4}{17} = \dots\dots$

e) $\frac{14}{5} = \dots\dots$

Expresiones tales como “veinte por ciento de aumento” o “cinco por ciento de interés” o similares son corrientes en la vida cotidiana. Alguna idea tenemos de lo que ellas significan, pero ¿cómo se relacionan con las fracciones?

Para contestar la pregunta tenemos que considerar lo que estos porcentajes significan, por ejemplo; veinte por ciento, en símbolos 20%, significa **20** de cada **100** o también **20** de **100**. En el contexto de fracciones, **20%** equivale a $\frac{20}{100}$

Actividad 14

I) Teniendo en cuenta lo anterior, exprese como fracción los siguientes porcentajes: a) 5 % b) 200%

II) Exprese como porcentaje las siguientes fracciones. Ayuda: si la fracción no tiene denominador 100 busque una equivalente que lo tenga.

a) $\frac{50}{100}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{1}$

III) Considere la figura y escriba que porcentaje le correspondería a la parte sombreada de la misma. ¿Y a la sin sombreada?



Actividad 15

Se llama **fracción decimal** a las que tienen en el denominador una potencia de diez (10, 100, 1000, 10 000, etc.). Por ejemplo, las fracciones:

$\frac{2}{10}$ $\frac{67}{100}$ $\frac{197}{1000}$ $\frac{1}{10000}$ $\frac{78}{100000}$ etc. son decimales,

y se leen: 2 décimos, 67 centésimos, 197 milésimos, 1 diezmilésimo y 78 cienmilésimos respectivamente. Le proponemos que encuentre para las siguientes fracciones una fracción decimal equivalente y escriba como la leería.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{25}$

d) $\frac{3}{4}$

Actividad 16

En la actividad anterior se pidió encontrar fracciones decimales equivalentes a las dadas, intente encontrar fracciones decimales equivalentes a las siguientes:

a) $\frac{1}{3}$

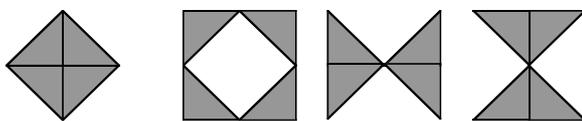
b) $\frac{5}{7}$

Claves de corrección

2) La fracción $\frac{1}{3}$ solo representa la parte pintada de la figura b) En las otras se ha sombreado una parte de tres, pero las partes no son iguales.

3) Observando la primera figura se deduce que $\frac{1}{4}$ representa un triángulo como el siguiente . Luego la unidad, que es igual a $\frac{4}{4}$ representa todas

las figuras que consten de 4 de dichos triángulos que son las siguientes:



4) INCISO	a)	b)	c)	d)	e)
Pintados	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{1}{9}$
Sin pintar	$\frac{4}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{0}{9}$	$\frac{8}{9}$

5) La figura a) es representada por la fracción $\frac{7}{5}$ y por: $\left(\frac{5}{5} + \frac{2}{5}\right); \left(1 + \frac{2}{5}\right)$

La figura b) es representada por la fracción $\frac{5}{3}$ y por: $\left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right); \left(1 + \frac{2}{3}\right)$

6)

$$a) \frac{5}{2} = \frac{25}{10} \quad b) \frac{16}{12} = \frac{48}{36} \quad c) \frac{7}{3} = \frac{35}{15} \quad d) \frac{9}{8} = \frac{27}{24}$$

Estos ejercicios se pueden resolver mirando por cuanto ha sido dividido o multiplicado el denominador o numerador de una de las fracciones, para obtener el correspondiente de la otra.

7) La respuesta no es única, aquí se proponen las siguientes:

a) Para $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{12}$ un múltiplo común es el 24, luego se busca una fracción equivalente con ese número como denominador para cada una.

Esto da: $2/3 = 16/24$ y $4/12 = 8/24$ Otras fracciones equivalentes serían $8/12$ y $4/12$ (Observación: $4/12$ es equivalente a $4/12$)

b) $7/10$ y $14/10$ respectivamente.

c) $24/36$ y $12/36$ respectivamente.

d) $315/28$ y $48/28$ respectivamente.

8) a) $9/20$ b) $2/1$ c) $9/16$ d) $1/3$

9) a) $8/3 > 4/5$ b) $6/9 < 9/9$ c) $6/11 < 7/12$ d) $10/100 = 1/10$

10) Para la primera fracción buscamos fracciones equivalentes con denominador 100, así resulta que: $\frac{3}{10} < \frac{35}{100} < \frac{4}{10}$ pues $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ y $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$

Para la segunda fracción buscamos fracciones equivalentes con denominador 1000, así resulta que: $\frac{7}{11} < \frac{719}{1000} < \frac{8}{10}$ pues $\frac{7}{10} = \frac{7000}{10000}$ y $\frac{8}{10} = \frac{8000}{10000}$

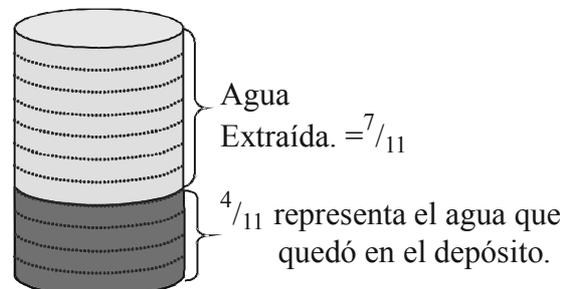
11) a) Aplicando la propiedad da: $\frac{4}{11} < \frac{7}{19} < \frac{3}{8}$ y $\frac{5}{14} < \frac{9}{25} < \frac{4}{11}$

b) $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$ pues $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} < \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ y $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} < \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Las demás se verifican de forma similar.

12) c) Como $4/11$ es la cantidad que quedó en el depósito y la mitad del depósito se representa por la fracción $1/2$ podemos comparar ambas fracciones.

Como $4/11 < 1/2$ resulta que la cantidad de agua que quedó en el depósito ocupa menos de la mitad de su capacidad. Otra forma consiste en mirar directamente el dibujo, en él se distingue claramente que quedó menos de la mitad.



13) Observando los dibujos se comprende las respuestas siguientes:

a) $5/3 = 1 \frac{2}{3}$ b) $5/2 = 2 \frac{1}{2}$ c) $3 \frac{3}{4} = 15/4$

Para las opciones d) y e), se pueden observar los incisos resueltos y ver que cumplen con lo siguiente:

Para toda fracción $\frac{n}{d}$ con $n > d$ ocurre que $\frac{n}{d} = e \frac{r}{d}$ con $n = d \times e + r$

Se trata de la división entera entre numerador y denominador

d) $10 \frac{4}{17} = 174/17$ pues $174 = 17 \times 10 + 4$

e) $14/5 = 2 \frac{4}{5}$ donde se ha realizado la división entera:

$$\begin{array}{r} 14 \quad \overline{) 5} \\ \underline{4} \\ 4 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

14) I) a) $5/100$ b) $200/100$

II) a) 50 % b) 50 % c) 75 % d) 100%

III) Consideramos el rectángulo como la unidad, luego la fracción que representa la parte sombreada es $9/10$ que es equivalente a $90/100$ y por lo tanto la parte sombreada es del **90%**. El total es el 100%, luego la parte sin sombrear es del **10%**.

15)

a) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ "cinco décimos" b) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ "veinticinco centésimos"

c) $\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$ "cuatro centésimos" d) $\frac{3}{4} = \frac{750}{1000}$ "setecientos cincuenta milésimos"

16) **No tienen fracciones decimales equivalentes** porque no hay números enteros que multiplicados por 3 o por 7 den 10, 100, 1000, 10000, etc. Dicho de otra manera, 10, 100, 1000, etc. no son múltiplos de 3 ni de 7. Estudiaremos esto con más detalle en la lección siguiente.



Lección: 2

Contenido: Números racionales, representación fraccionaria y decimal, orden.

Los números naturales y enteros representados por símbolos como: 2, -5, 10, etc. junto a las fracciones con expresiones como: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{10}$, etc. estudiadas en la lección anterior permiten ampliar el conjunto de los números. A éste conjunto lo llamaremos el de los **números racionales** y lo estudiaremos en ésta y en las siguientes dos lecciones. Además repasaremos los números **decimales** como otra forma de representar *algunos*¹ racionales.

Intente resolver estos problemas con lo que Ud. sabe

Problema 4: Se van a cobrar 37,29 \$ en un banco, y se le pide al cajero que abone esa cantidad con monedas de 1\$, de 10 centavos y de 1 centavo. Detalle las cantidades de cada moneda recibida, si el cajero da la menor cantidad posible de ellas. ¿Cuántas monedas de 1 centavo son necesarias para cubrir los 37,29 \$? ¿Cuál es la cantidad mínima de monedas que se recibirán si se cobra en monedas de 10 centavos y de 1 centavo?

Problema 5: Al pedir $\frac{1}{4}$ de Kilogramo de un producto, en algunas balanzas nos pesarán 250 gramos y por otro lado sabemos que $\frac{1}{2}$ Kilogramo equivalen a 500 gramos. Explique estas equivalencias.

Soluciones propuestas

Problema 4: Si desea pagar con la menor cantidad de monedas, deberá completar la cifra con las de mayor denominación; el detalle es el siguiente: 37 monedas de 1\$, 2 monedas de 10 centavos y 9 de 1 centavo. Si paga todo con monedas de 1 centavo, necesitará en total 3729 monedas. En el último caso deberá abonar 37,29 \$ con 372 monedas de 10 centavos más 9 de 1 centavo.

¹ Decimos “algunos” números racionales, pues las expresiones decimales no pueden representar ciertos números racionales. Veremos esto en detalle más adelante.



Problema 5: $\frac{1}{4}$ de Kilogramo representa la cuarta parte de un Kilogramo, además un kilogramo equivale a 1000 gramos, entonces se busca la cuarta parte de 1000 gramos, **dividiendo** esta cantidad por cuatro, resultando 250 gramos. El razonamiento es análogo para $\frac{1}{2}$ Kilogramo.

¿Qué se puede aprender con estos problemas?

Comenzamos con la siguiente e importante definición

Diremos que toda fracción a/b *representa* un **número racional** y convendremos que dos fracciones equivalentes definen el mismo número racional.

Por ejemplo, las fracciones: $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ son números racionales, y son equivalentes pues $2 \times 6 = 3 \times 4$, luego representan el mismo número racional.

Se convendrá que $a = \frac{a}{1}$ donde, **a** es un número entero. Entonces cualquier entero se puede expresar como una fracción, por ejemplo:

$10 = \frac{10}{1}$, $-5 = \frac{-5}{1}$, $0 = \frac{0}{1}$, de este modo: *“todo número entero es también un número racional”*.

Además convendremos que:

Un número racional a/b es **positivo**, si **a** y **b** tienen igual signo; en caso contrario es **negativo**. En símbolos $a/b > 0$ o $a/b < 0$ respectivamente.

$$\frac{2}{4} > 0 \text{ pues } 2 \text{ y } 4 \text{ tienen igual signo, asimismo } \frac{10}{5} > 0 \text{ y } \frac{-5}{-7} > 0$$

$$\frac{-2}{4} < 0 \text{ pues } -2 \text{ y } 4 \text{ tienen distintos signos, asimismo } \frac{10}{-5} < 0 \text{ y } \frac{-15}{7} < 0$$

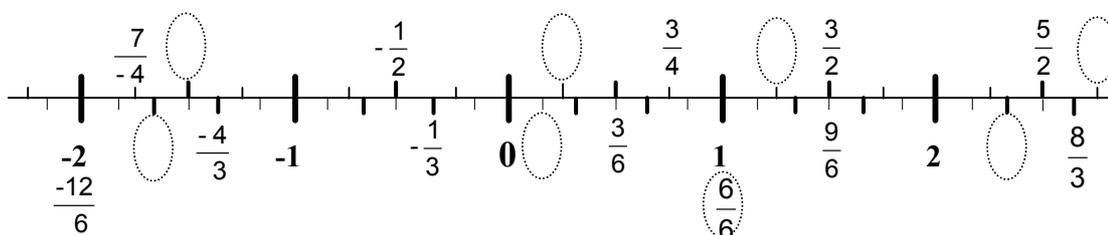
Notación: Los números racionales negativos suelen representarse con un signo menos delante de la fracción, $\frac{-2}{4}$ o $\frac{2}{-4}$ son lo mismo que $-\frac{2}{4}$.

Representación en la recta

Hemos representado los números enteros positivos y negativos, sobre la recta numérica. En la misma recta podemos representar los números racionales. Una vez determinados el 0 y el 1, queda determinada la unidad, y con ella cualquier fracción o número racional, tiene su lugar en la recta.

Actividad 17

Estudie cómo se representaron las fracciones y coloque **alguna** fracción, que corresponda a la posición de cada ovalo punteado.



En la lección anterior comparamos fracciones positivas, vemos ahora, en la representación en la recta numérica de racionales, que *si un racional positivo es menor que otro*, por ejemplo, $\frac{3}{6} < \frac{9}{6}$, *el menor se encuentra a la izquierda*. Esto también vale para los racionales negativos, por ejemplo: $-\frac{1}{2}$ está a la izquierda de $-\frac{1}{3}$, luego $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$. De la comparación de fracciones más complicadas nos ocuparemos en la siguiente lección.

Actividad 18

Representar sobre la recta, los números racionales $\frac{1}{2}$ y 1 , teniendo en cuenta la representación de 0 y $\frac{3}{4}$.



Actividad 19

Coloque uno de los símbolos, “<” “=” o “>” sobre los puntos, al comparar los números racionales:

- a) $-2/7$ $2/-7$ b) $-3/5$ $-7/5$ c) $6/9$ $-8/9$ d) $0/7$ $-2/3$

Una propiedad de los números racionales

Actividad 20

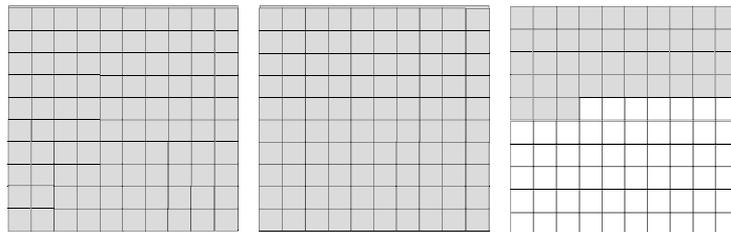
Cuando preguntamos ¿cuál es el **entero** que sigue a 2? La respuesta es inmediata, el 3. Y así con todos los enteros. Pero si preguntamos ¿Qué **racional** sigue al $\frac{2}{3}$? ¿Será el $\frac{3}{3}$?

Los números decimales

En lo cotidiano nos manejamos con precios, pesos, distancias, etc. Son frecuentes expresiones similares a 1,25 o 34,169 ¿Qué significan?

Observemos los tres cuadrados donde la unidad es uno de los grandes y nos preguntamos

¿cuánto será la parte sombreada total? Vemos que lo sombreado ocupa 2 *unidades*, 4 *décimos* ($4/10$, las cuatro filas superiores del cuadrado

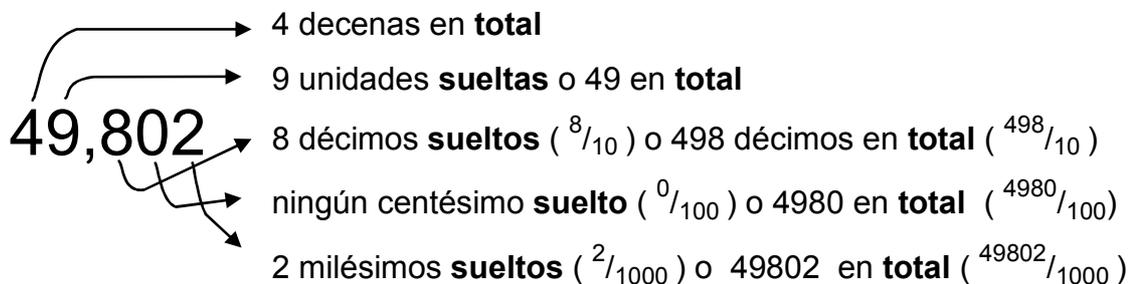


de la derecha) y 3 *centésimos* ($3/100$, los tres cuadraditos sobrantes) Entonces escribiremos en símbolos: **2,43** Indicando de esta forma la cantidad de esos grupos.

La coma separa la parte de la izquierda, que cuenta múltiplos de la unidad (unidades, decenas, centenas, etc.), de la parte derecha que cuenta *submúltiplos* de la unidad (décimos, centésimo, milésimos, etc)

Las reglas con que se ha escrito el número 2,43 siguen las del **sistema de**

numeración decimal². Recordando sus reglas y extendiéndolas a los submúltiplos de la unidad, podemos interpretar que la expresión: **49,802** expresa que una cierta colección, *contiene*:



De este modo, puede descomponerse el número 49,802 como lo indica el gráfico de la derecha.

Observe que no estamos aplicando una regla para la suma de fracciones, todavía no sabemos hacerlo, simplemente interpretamos los significados.

$$49,802 = 49 + \frac{8}{10} + \frac{0}{100} + \frac{2}{1000}$$

Hemos analizado la escritura de los decimales como el resultado de contar la cantidad de múltiplos y submúltiplos de la unidad. Entonces vale que: $34,002 > 33,999$ pues cuenta (representa) más unidades, o también podemos pensar que el primero cuenta 34002 milésimos mientras que el segundo cuenta 33999 milésimos.

Análogamente $12,69 < 12,7$ puesto que el primero cuenta 1269 centésimos contra 1270 centésimos, es decir uno más.

Actividad 21

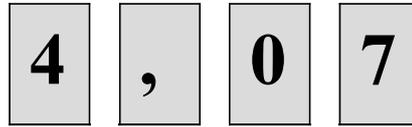
Teniendo en cuenta lo anterior, coloque sobre la línea punteada el signo $<$, $=$ o $>$ según corresponda.

- a) 0,60 0,6 b) 0,18 0,2 c) 12,567 11,568
 d) 2,99 2,999 e) 3,567 3,56698

²Recuerde que en el sistema de numeración decimal agrupamos de a diez; que es posicional, porque cada cifra tiene un valor que depende de la posición que ocupa y que utiliza los diez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Actividad 22

Reordenando las cuatro cartas, ¿cuál es el mayor número que se puede formar con las mismas? ¿Y el menor?



Actividad 23

Estudie la siguiente tabla, donde se establecen las equivalencias entre la unidad y algunos submúltiplos de ella y complete:

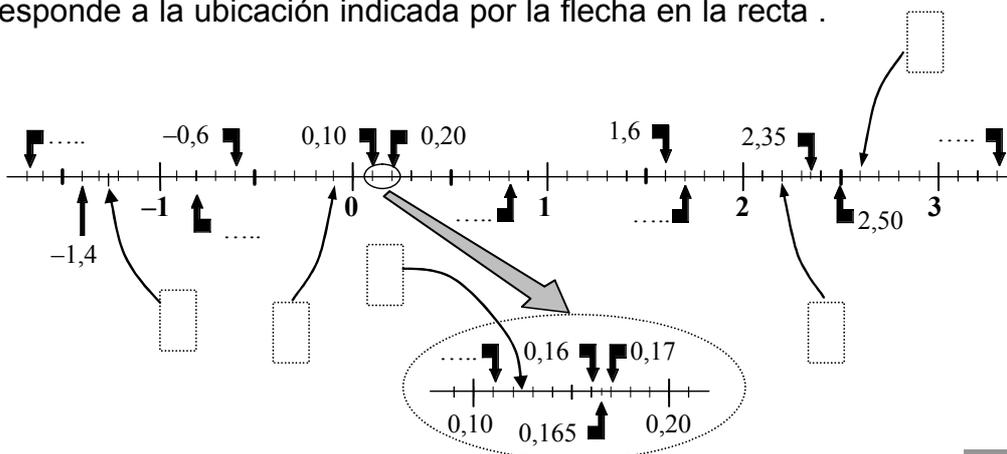
	Unidad	Décimo	Centésimo	Milésimo	Diezmilésimo
1 unidad	1	10
1 Décimo	0,1	1	10	...	1000
1 Centésimo	10	...
1 Milésimo	...	0,01	...	1	10
1 diezmilésimo	0,0001	0,1	...

¿Dónde se ubican en la recta los números decimales?

Actividad 24

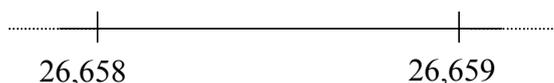
a) Investigue el siguiente gráfico donde se han ubicado diferentes números decimales, y escriba los faltantes sobre los puntos suspensivos.

b) Dentro de cada rectángulo punteado, escriba la fracción decimal que corresponde a la ubicación indicada por la flecha en la recta .



Actividad 25

Escriba 15 números decimales que se ubiquen entre los extremos del siguiente segmento perteneciente a la recta numérica.



Actividad 26

Escribir el número racional decimal con una sola cifra a la derecha de la coma, que esté más cerca de cada uno de los siguientes (esto se conoce como **redondear** a una cifra decimal):

- a) 6,28 b) 0,395 c) 0,08 d) -4,99 e) -25,03 f) 18,25

Actividad 27

“Tres formas de expresar un número”. Complete la tabla:

Forma Fraccionaria	Forma Decimal	¿Cómo podría leerse la expresión decimal?
$\frac{49802}{1000}$	49,802	“cuarenta y nueve unidades con ochocientos dos milésimos ”
	21,43	“veintiuna unidades , con cuarenta y tres centésimos ”
$\frac{196}{1000}$		
$\frac{45}{100}$		
	1,04	

Actividad 28

Descomponga cada una de las expresiones decimales como suma de fracciones decimales y como una fracción decimal

a) $24,57 = 24 + \frac{5}{\dots} + \frac{\dots}{100}$ b) $0,3457 = \frac{3}{\dots} + \frac{\dots}{100} + \frac{5}{\dots} + \frac{\dots}{10000}$

c) $30,50802 =$

Actividad 29

Estudie las siguientes igualdades, donde se han aplicado las propiedades de potencias, de fracciones equivalentes y de escritura de los números decimales:

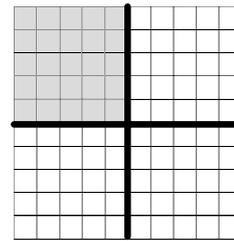
$$\frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = \frac{1 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{4}{(5 \times 2)^2} = \frac{4}{10^2} = \frac{4}{100} = 4 \text{ centésimos} = 0,04$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = \frac{1 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{125}{(2 \times 5)^3} = \frac{125}{10^3} = \frac{125}{1000} = 125 \text{ milésimos} = 0,125$$

Resuelva las siguientes; a) $\frac{3}{20}$ b) $\frac{8}{50}$ (Ayuda: Primero, busque la fracción decimal equivalente y luego escriba ésta en el sistema forma decimal).

Para tener en cuenta

En la figura, el cuadrado grande es la unidad y la parte pintada es $\frac{1}{4}$ de la misma. Pero si se consideran los cuadrados pequeños, $\frac{1}{100}$, vemos que esa misma parte puede representarse por la fracción decimal $\frac{25}{100}$ y por la actividad 14 también se describe la parte pintada con **25%**. Otra forma de describir la parte pintada es usando la notación decimal: **0,25**. Y por último podemos pensar que la parte sombreada es el resultado o lo que queda de dividir la unidad en cuatro partes iguales es decir $1 \div 4$



Concluimos que las cinco expresiones siguientes significan lo mismo.

$$\frac{1}{4} = 0,25 = \frac{25}{100} = 1 \div 4 = 25\% \text{ de la unidad}$$

Actividad 30

Busque cuatro expresiones equivalentes para cada una:

a) $\frac{1}{2}$ b) 0,375 c) $2 \div 5$

Actividad 31

Recuerde la división entre naturales: Interprete la siguiente:

Unidades	1	8	
		0	← Unidades
Décimos	10	1	← Décimo
Centésimos	20	2	← Centésimos
Milésimos	40	+ 5	← Milésimos
		0	
		0,125	Unidades

Explique y siga el procedimiento para realizar la división $1 \div 25$

Compare el resultado (0,125) con lo obtenido para $1/8$ en actividad 29.

Racionales que no son decimales

Por la definición, **TODO** número racional se expresa con una fracción a/b , pero **HAY** números racionales, que no pueden expresarse con el sistema decimal y en este caso decimos que el número racional **no es decimal**.

Vimos que los decimales equivalen a una fracción decimal, las cuales tienen denominadores que son potencias de diez (10, 100, 1000, 10000, etc). Además que cualquier potencia de 10 tiene como únicos *divisores primos* el 2 y el 5.

Lo anterior es ejemplo de una propiedad que nos permitirá decidir rápidamente si una fracción (un racional) es decimal:

Un número racional a/b es decimal cuando el denominador de la fracción equivalente irreducible tiene como únicos divisores primos el 2 o el 5 (o ambos).

Por ejemplo, el racional $2/12$ no se puede expresar como un decimal, pues tiene como fracción equivalente irreducible (que no se puede simplificar) a $1/6$, cuyo denominador tiene como divisor primo al 3

El racional $4/3$ no es decimal por que: es irreducible y el denominador tiene como divisor primo a 3. ¿Qué pasa al dividir 4 por 3?...

Unidades	4	3	
		1	Unidad y sobra 1 unidad
Décimos	10	3	Décimos y sobra 1 décimo
Centésimos	10	3	Centésimos y sobra 1 centésimo
Milésimos	10	+ 3	Milésimos y sobra 1 milésimo
milésimo		1	
		1,333...	Unidades

¡El resto NUNCA es 0!

El resultado de la división se escribe $1,\overline{3}$ indicando con el arco sobre el 3 que este se repite infinitas veces a derecha de la coma. No se pueden escribir todos y en consecuencia $\frac{4}{3}$ no tiene expresión decimal. Se dice que no es decimal.

Actividad 32

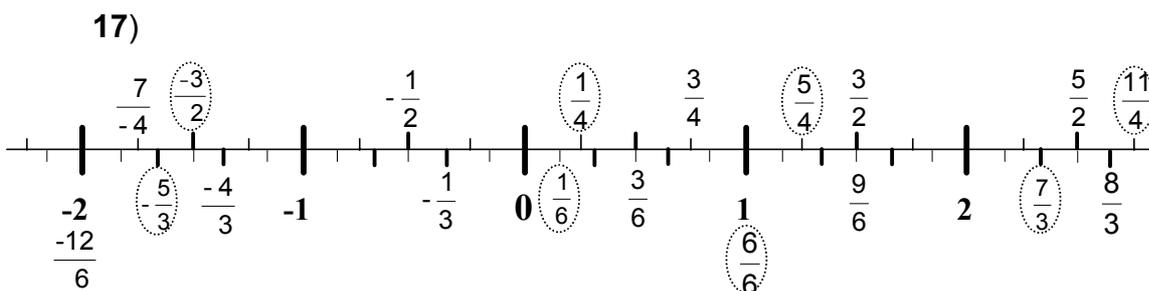
Vimos que la fracción $\frac{2}{12}$ no es decimal, realice la división de 2 por 12 ¿cómo escribiría el resultado?

Actividad 33

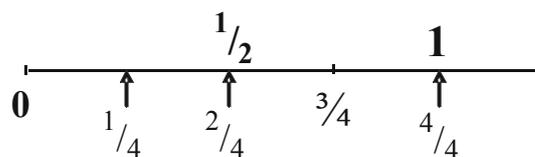
En la actividad 29 los denominadores de las fracciones tienen como únicos divisores primos 2 o 5 o ambos y se pudieron escribir como decimales. ¿Se podrá poner como decimales las siguientes fracciones? (Justifique).

a) $\frac{4}{9}$, b) $\frac{16}{75}$, c) $\frac{15}{6}$

Claves de corrección



18) Una forma de encontrar la posición de $1/2$ y 1 en la recta, es encontrar primero la posición de $1/4$ dividiendo el segmento de extremos 0 y $3/4$ en tres partes iguales, esto se puede hacer aproximadamente “a ojo”. Luego como $1/2 = 2/4$ y $4/4 = 1$ por ser equivalentes, son el mismo número racional y por lo tanto se representan en la misma posición.



- 19) a) $-2/7 = 2/-7$ b) $-3/5 > -7/5$ c) $6/9 > -8/9$ d) $0/7 > -2/3$

20) La respuesta es no. Recordando la propiedad vista en la actividad 11 de la lección anterior sabemos que $5/6$, está entre ellos, es decir $2/3 < 5/6 < 3/3$ ¿será entonces $5/6$ el siguiente? De nuevo decimos, no, porque el $7/9$ está entre ellos. Y podemos seguir preguntando y seguiremos respondiendo ¡No!

Por esta propiedad, el conjunto de los racionales se dice que es “denso”. Entonces por más cerca que se encuentren dos racionales en la recta numérica, siempre habrá uno entre ellos. Y por esto: “no hay un número racional que siga a otro”.

- 21) a) $0,60 = 0,6$ b) $0,18 < 0,2$ c) $12,567 > 11,568$
 d) $2,99 < 2,999$ e) $3,567 > 3,56698$

- 22) El mayor: El menor:

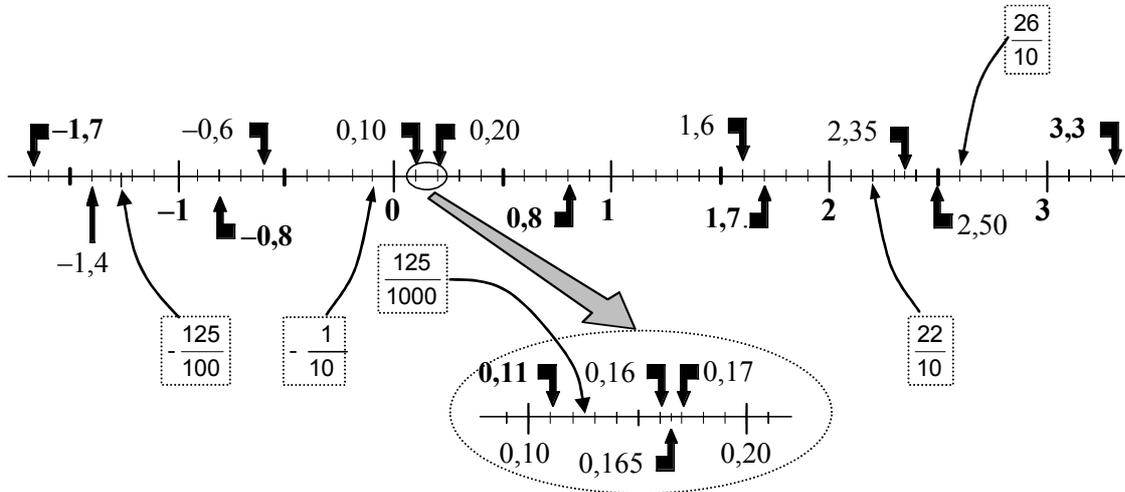
23)

	Unidad	Décimo	Centésimo	Milésimo	Diezmilésimo
1 unidad	1	10	100	1000	10000
1 Décimo	0,1	1	10	100	1000
1 Centésimo	0,01	0,1	1	10	100
1 Milésimo	0,001	0,01	0,1	1	10
1diezmilésimo	0,0001	0,001	0,01	0,1	1

24) La unidad se halla dividida en 10 partes iguales, por lo tanto cada subdivisión es un décimo. Así, $-0,8$ se ubicó contando ocho décimos a la izquierda del cero, los demás se obtienen por un procedimiento análogo.

Para hallar la fracción que indica la flecha, primero podemos contar cuán-

tos décimos hay desde el cero hasta la posición de la flecha luego transformar la expresión decimal a su forma fraccionaria, por ejemplo, la ubicación de 2,2 corresponde a 22 décimos y de allí la fracción $\frac{22}{10}$ etc.



Observación: Lo que aparece en el óvalo punteado se interpreta como una ampliación del óvalo que se halla al comienzo de la flecha entre los valores 0,10 y 0,20.

25) Existen infinitos números entre 26,658 y 26,659. Algunos de ellos son:
 26,6581 26,65812 26,6582 26,65825 26,6583 26,65835 26,6584 26,65841
 26,65843 26,65844 26,65845 26,65850 26,65855 26,658555 26,65856

- 26) a) 6,3 b) 0,4 c) 0,1
 d) -5,0 e) -25,0 f) 18,2 o 18,3

27)

Forma Fraccionaria	Forma Decimal	¿Cómo podría leerse la expresión decimal?
$\frac{49802}{1000}$	49,802	“cuarenta y nueve unidades con ochocientos dos milésimos ”
$\frac{2143}{100}$	21,43	“veintiún unidades , con cuarenta y tres centésimos ”
$\frac{196}{1000}$	0,196	“ciento noventa y seis milésimos ”
$\frac{45}{100}$	0,45	“cuarenta y cinco centésimos ”
$\frac{104}{100}$	1,04	“Ciento cuatro centésimos” o “uno con cuatro centésimos ”

28) a) $24,57 = 24 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} = \frac{2457}{100}$

b) $0,3457 = \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{7}{10000} = \frac{3457}{10000}$

c) $30,50802 = 30 + \frac{5}{10} + \frac{8}{1000} + \frac{2}{100000} = \frac{3050802}{100000}$

29) a) $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15 \text{ centésimos} = 0,15$

b) $\frac{8}{50} = \frac{16}{100} = 16 \text{ centésimos} = 0,16$

30) a) $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,5 = 1 \text{ , } 2 = 50\% \text{ de la unidad.}$

b) $0,375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8} = 3 \text{ , } 8 = 37,5\% \text{ de la unidad.}$

c) $2,5 = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 0,4 = 40\% \text{ de la unidad.}$

31)

Unidades	1	25	
		0	← Unidades
Décimos	10	0	← Décimo
Centésimos	100	4	← Centésimos
	0	0,04	Unidades

32)

Unidades	2	12	
		0	Unidad
Décimos	20	1	Décimo y sobran 8 décimos
Centésimos	80	6	Centésimos y sobran 8 centésimos
Milésimos	80	6	Milésimos y sobran 8 milésimos
diezmilésimos	80	+	6 diezmilésimos y sobran 8 diezmilésimos
diezmilésimos	8	0,1666...	Unidades

El resultado puede escribirse como $0,1\overline{6}$

33) Las fracciones a) y b) **no** son decimales, pues los denominadores de las correspondientes irreducibles equivalentes tienen como factor primo al 3, c) es decimal.





Lección: 3

Contenido: Operaciones entre racionales.

En esta lección estudiaremos las operaciones básicas entre números racionales, en las representaciones decimal y fraccionaria. Ambas son de utilidad tanto en la vida cotidiana como en el estudio de temas que se verán en lecciones posteriores.

Intente resolver estos problemas con lo que Ud. sabe.

Problema 6: Lola fue al mercado y anotó en una lista las cantidades de lo que compró y lo que gastó en cada compra:

$\frac{3}{4}$ kilo de zanahoria \$ 3,75; $\frac{1}{2}$ kilo de calabacín \$ 1,30; 2 kilos de lentejas \$ 5,80; $2\frac{1}{4}$ kilos de arroz \$ 4,75; 1 kilo de salchichón \$ 7,25

- ¿Cuánto gastó Lola en el mercado?
- Lola salió de su casa, para ir al mercado, con un billete de \$100. ¿Con cuánto dinero regresó si sólo fue al mercado?
- ¿Cuánto peso cargó Lola al regresar a su casa?
- Lo que cargó Lola ¿fueron más o menos que 7 kilos? ¿Cuánto más o cuánto menos?

Problema 7: Marta separa de su salario $\frac{3}{5}$ para comida, $\frac{1}{10}$ para transporte y $\frac{1}{6}$ para pago de servicios; lo que le queda es para ropa, diversiones y gastos que puedan surgir.

- ¿Qué parte de su salario separa Marta?
- ¿Qué parte del salario de Marta es para ropa, diversiones y gastos que puedan surgir?

Problema 8: En una factura de gas aparece una sección similar a la que simulamos abajo. En ésta se muestran los conceptos facturados por la empresa. Estudie la sección o si usted es cliente de la empresa estudie su propia factura y responda las siguientes cuestiones.

1) ¿Cómo se calcula el importe parcial correspondiente CARGO M3?

2) Verifique importe parcial correspondiente IVA ALÍCUOTA GENERAL 21% sabiendo que el mismo se calcula sobre la suma de los primeros cinco importes parciales.

3) Verifique el valor correspondiente a PERCEPCIÓN IMP. MUNICIPAL 10 %, sabiendo que el mismo se calcula sobre el total de los primeros cinco importes parciales.

CONCEPTOS FACTURADOS			
Conceptos	m3	9300 cal. Tarifa	Imp. Parc.
CARGO FIJO			8,35
CARGO M3	90	0,139807	12,58
IMPUESTO LEY 25413			0,29
IMPUESTO SOBRE LOS I.I.B.B. (TRANSPORTE)			0,12
IMPUESTO SOBRE LOS I.I.B.B. (DISTRIBUCIÓN)			1,12
IVA ALÍCUOTA GENERAL 21%			4,72
PERCEPCIÓN IMP. MUNICIPAL 10 %			2,25
FONDO CONTRIB. DEC 1136/96			0,16
FONDO FIDUCIARIO SUBSIDIO CONS. "R" Art. 75 Ley 25565			0,36
VENCIMIENTO: 08/11/2002		TOTAL A PAGAR:	\$ 29,95

Soluciones propuestas

Problema 6: a) Para obtener el total gastado se deben sumar las cantidades. *Una manera común de sumar dos o más números decimales es encolumnar las cifras de igual valor posicional y proceder como en la suma de enteros.*

Así lo que gastó Lola en el mercado es \$ 22,85

b) Para determinar lo que le sobró a Lola, hay que restar a los \$100 que llevó, lo gastado en el mercado.

3,75
1,30
5,80
4,75
+ 7,25
22,85

22,85

Recordemos que: *Para restar dos números decimales, como en la suma, se encolumnan cifras de igual valor posicional y se resta como con enteros. En el caso de que el minuendo tenga menor cantidad de cifras decimales que el sustraendo, se agregan ceros al minuendo en las posiciones decimales, hasta igualar la cantidad de decimales del sustraendo.* Con el circulito se destacan los ceros agregados en este caso.

Lo que le sobró a Lola es \$ 77,15

$$\begin{array}{r} 100,00 \\ - 22,85 \\ \hline 77,15 \end{array}$$

c) El peso que cargó Lola al regresar a su casa se obtiene sumando los pesos de cada producto: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + 2 + 2\frac{1}{4} + 1$

Una manera de sumar estas fracciones es expresarlas como fracciones equivalentes, eligiendo un denominador común a todas (más adelante veremos esto con más detalle).

Se puede elegir fracciones con denominador 4 (el m.c.m.), así:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \quad 2 = \frac{8}{4}, \quad 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} \quad \text{y} \quad 1 = \frac{4}{4}$$

La suma de las fracciones equivalentes da:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{8}{4} + \frac{9}{4} + \frac{4}{4} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$$

Podemos afirmar que el peso de la compra es de 6 Kilos y medio

d) Lo que cargó Lola es menos que 7 Kilos ($\frac{1}{2}$ Kilo menos)

Problema 7: a) La parte de su salario que separa Marta es $\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6}$
Procediendo como en el problema 6 buscamos fracciones equivalentes con igual denominador. Buscamos un denominador que sea el m.c.m de 5, 10 y 6 que es 30.

Las fracciones equivalentes son $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$ $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$ $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$

Entonces $\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{18}{30} + \frac{3}{30} + \frac{5}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$

Es la parte separado por Marta.

b) Si ha separado $\frac{13}{15}$ de su salario, del total $\frac{15}{15}$ quedan $\frac{2}{15}$ que es para ropa, diversiones y gastos que puedan surgir. La operación realizada es la resta entre dos fracciones, en símbolos:

$$\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

Más adelante veremos con más detalle la resta entre fracciones

Problema 8: 1) El concepto “CARGO M3” se refiere al consumo en metros cúbicos correspondientes a 9300 calorías. La factura muestra un consumo de 90 M3, y como la tarifa de cada M3 es de \$ 0,139807 se necesita multiplicar los 90 M3 por el costo de cada M3, en símbolos: $90 \times 0,139807$

Recuerde que para multiplicar dos números decimales cualesquiera, se multiplican como si fueran enteros y, después se coloca la coma decimal de modo que haya tantas cifras a su derecha como cifras decimales tienen entre los dos factores.

$0,139807 \rightarrow$ tiene 6 cifras decimales
 $\underline{\quad \times 90 \quad}$ \rightarrow tiene 0 cifras decimales
 $12,582630 \rightarrow$ se pone la coma de modo que tenga $6 + 0 = 6$ cifras decimales

Nota: La expresión “cifras decimales” hace referencia a las cifras que se encuentran a la derecha de la coma.

Como en el problema se trata de dinero se dejan solo dos cifras decimales para representar los centavos. El decimal más cercano a 12,582630 con dos cifras decimales es 12,58 que es el importe que aparece en la factura.

2) El total de los primeros cinco importes parciales se obtiene sumándolos: $8,35 + 12,58 + 0,29 + 0,12 + 1,12 = 22,46$ y sobre éste se calcula el 21%.

Como vimos en la actividad 14 de este módulo, el 21% de una cantidad corresponde a la fracción $21/100$ de esa cantidad, y que se calcula multiplicando el número decimal que representa la fracción por el total.

En símbolos $0,21 \times 22,46 = 4,7166$

Y con dos cifras decimales se elige **4,72** que coincide con el importe parcial correspondiente de la factura.

$$\begin{array}{r} 22,46 \\ \times 0,21 \\ \hline 2246 \\ 4492 \\ \hline 4,7166 \end{array}$$

3) Como en el caso anterior, el 10 % de 22,46 se obtiene multiplicando: $0,10 \times 22,46 = 2,246$

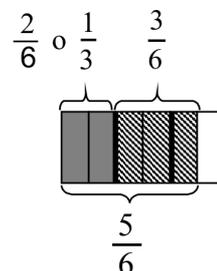
Con dos cifras se elige **2,25** Importe que aparece en la factura

¿Qué se puede aprender con esos problemas?

En los problemas se ha sumado, restado y multiplicado racionales. Profundizaremos nuestro estudio sobre algunos de los procedimientos usados, para realizar esas operaciones.

Suma y resta de fracciones

En el dibujo se representa la suma de $1/3$ más $3/6$. Y se observa que el resultado es $5/6$. En símbolos:



$$1/3 + 3/6 = 2/6 + 3/6 = 5/6$$

En general cuando los denominadores de las fracciones que se suman son distintos, será necesario transformarlas en fracciones equivalentes con igual denominador y luego sumarlas. Como ejemplos vea la solución dada al problema 7, y las siguientes sumas.

$$\text{i) } \frac{2}{9} + \frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{4}{9} \quad \text{ii) } \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \quad \text{iii) } \frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

Actividad 34

Calcule y simplifique hasta obtener la fracción irreducible.

$$\text{a) } \frac{2}{9} + \frac{5}{18} + \frac{1}{6} \quad \text{b) } \frac{1}{7} + \left(-\frac{1}{7}\right) \quad \text{c) } 6 + \frac{3}{4} \quad \text{d) } \frac{3}{8} + \left(-\frac{5}{12}\right) + \frac{1}{6}$$

$$\text{e) } \frac{8}{9} + \frac{-7}{6} + \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{27} \quad \text{f) } 2\frac{3}{5} + 1 + \left(-\frac{2}{4}\right) + 3\frac{3}{10} \quad \text{g) } 0 + \frac{1}{3}$$

Actividad 35

Juan afirma: “*para sumar fracciones con igual denominador, se suman los numeradores y se mantiene el denominador*”. ¿Le parece correcto?

Proponga usted un ejemplo que lo verifique. Exprese con símbolos lo que afirma Juan.

Actividad 36

Se estudió en una lección anterior que el opuesto de un número entero **a** se escribe como **-a** y vale que **a + (-a) = 0**

Para los números racionales vale la misma propiedad. Encuentre los opuestos de los siguientes números racionales:

a) $\frac{2}{7}$ b) $-\frac{3}{8}$ c) $\frac{0}{10}$ d) 0,0123 e) -12,34

Actividad 37

La suma de los números racionales cumple las mismas propiedades que la suma de enteros, a saber: propiedad asociativa, conmutativa, hay un elemento neutro y un opuesto de cada uno.

En la siguiente lista de igualdades, se justifica cada igualdad por la aplicación de una de ellas. Identifique en cada caso de que propiedad se trata.

$$\frac{2}{9} + \left(\frac{5}{3} + \left(-\frac{2}{9} \right) \right) = \frac{2}{9} + \left(\left(-\frac{2}{9} \right) + \frac{5}{3} \right) = \left(\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{9} \right) \right) + \frac{5}{3} = 0 + \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$

Diagrama de justificación: Una línea horizontal superior tiene dos puntos de partida. Una flecha curva hacia abajo apunta desde el primer punto a la igualdad $\frac{2}{9} + \left(\frac{5}{3} + \left(-\frac{2}{9} \right) \right) = \frac{2}{9} + \left(\left(-\frac{2}{9} \right) + \frac{5}{3} \right)$. Una flecha curva hacia abajo apunta desde el segundo punto a la igualdad $\left(\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{9} \right) \right) + \frac{5}{3} = 0 + \frac{5}{3}$. Una flecha curva hacia arriba apunta desde el primer punto a la igualdad $\frac{2}{9} + \left(\frac{5}{3} + \left(-\frac{2}{9} \right) \right) = \left(\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{9} \right) \right) + \frac{5}{3}$. Una flecha curva hacia arriba apunta desde el tercer punto a la igualdad $0 + \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$.

Resta

Para restar dos números racionales, se suma al minuendo el opuesto del sustraendo. En símbolos:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d} \right)$$

Ejemplos

a) $\frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{3} \right) = -\frac{3}{3}$ b) $\frac{5}{15} - \left(-\frac{6}{5} \right) = \frac{5}{15} + \frac{6}{5} = \frac{23}{15}$

Actividad 38

Calcule y simplifique hasta obtener la fracción irreducible.

a) $-\frac{2}{7} - \frac{4}{3}$ b) $\frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{10}\right)$ c) $-6 - \frac{3}{7}$ d) $\frac{8}{5} - (-4)$ e) $0 - \frac{3}{124}$ f) $\frac{7}{3} - \left(-\frac{7}{3}\right)$

En la lección 1 se dio un criterio para comparar racionales. El siguiente es un criterio más general:

$$\text{Diremos que } \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \text{ si vale que } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} > 0$$

Cuando la resta da **menor** que 0 el sustraendo es el mayor.

Cuando la resta da **igual** a 0 las fracciones son iguales y equivalentes.

Ejemplos:

a) $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ porque $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} > 0$ b) $-\frac{9}{6} < -\frac{7}{8}$ porque $-\frac{9}{6} - \left(-\frac{7}{8}\right) < 0$

Actividad 39

Compare las siguientes fracciones aplicando la regla anterior colocando el signo "<", ">" o "=" según corresponda.

a) $\frac{8}{11}$ $\frac{6}{12}$ b) $-\frac{7}{5}$ $-\frac{14}{10}$ c) $-\frac{4}{15}$ $\frac{2}{-17}$ d) $-\frac{13}{5}$ $-\frac{14}{6}$

Actividad 40

Ordene de mayor a menor las siguientes fracciones:

$$\frac{7}{12} ; \frac{4}{6} ; \frac{5}{9} ; \frac{3}{4} ; \frac{13}{18}$$

Multiplicación entre fracciones:

El producto o multiplicación de dos o más fracciones es la fracción cuyo denominador es el producto de los denominadores y el numerador el producto de los numeradores.

En símbolos: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \cdot \dots = \frac{a \cdot c \cdot e \cdot \dots}{b \cdot d \cdot f \cdot \dots}$

Ejemplos:

$$\text{I) } \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{3 \cdot 4}{6 \cdot 6} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \quad \text{II) } \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1 \cdot (-2)}{2 \cdot 3} = -\frac{2}{6} \quad \text{III) } 4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{8}{5}$$

Actividad 41

Calcule y simplifique hasta obtener la fracción irreducible.

$$\text{a) } \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} \quad \text{b) } \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{6}\right) \cdot \frac{12}{5} \quad \text{c) } \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \quad \text{d) } \frac{-4}{7} \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) \quad \text{e) } 0 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$$

En la actividad anterior los incisos c) y d) dan como resultado 1. Estos son casos particulares de una propiedad de la multiplicación de números racionales, llamada **existencia del inverso multiplicativo**. Y es la siguiente:

Para cualquier número racional a/b distinto de cero, hay otro que multiplicado por él da 1

Actividad 42

¿El inverso multiplicativo de a/b será siempre b/a ?

Actividad 43

Encuentre los inversos de los siguientes números racionales.

$$\text{a) } \frac{1}{5} \quad \text{b) } -\frac{4}{6} \quad \text{c) } -2 \quad \text{d) } 1 \quad \text{e) } \frac{-2}{15} \quad \text{f) } \frac{0}{b}$$

Actividad 44

La multiplicación de racionales cumple las propiedades *asociativa*, *conmutativa*, *existencia de neutro e inverso multiplicativo* y *distributiva respecto de la suma*. ¿Qué propiedad es la que justifica cada una de las siguientes igualdades? Verifíquelas haciendo el cálculo.

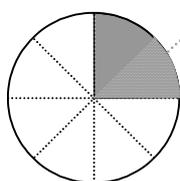
$$\text{a) } \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{6} \right) \right) = \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \left(-\frac{4}{6} \right) \quad \text{b) } \frac{-4}{7} \cdot \left(-\frac{7}{4} \right) = \left(-\frac{7}{4} \right) \cdot \frac{-4}{7}$$

$$\text{c) } \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2} \quad \text{d) } \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1 \quad \text{e) } \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} + \left(-\frac{4}{6} \right) \right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{4}{6} \right)$$

Aplicaciones de la multiplicación de racionales

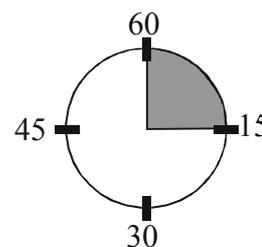
¿Cuánto es la mitad de un cuarto? ¿Cuánto es un cuarto de 60 minutos? ¿Cuánto es el 43% de 200? ... Un camino para resolver estas cuestiones lo aporta la multiplicación entre fracciones.

I) Considere la figura



La mitad de $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{8}$ según el dibujo.
La mitad de algo se expresa con $\frac{1}{2}$
Si multiplicamos: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ se obtiene $\frac{1}{8}$

II) La mayoría sabe que un cuarto de hora (o de 60 minutos) son 15 minutos. En esta caso esto se puede verificar multiplicando: $\frac{1}{4} \cdot 60$ que da $\frac{60}{4}$ y simplificado $\frac{15}{1}$ o bien 15



III) Según la actividad 14, 43% equivale a la fracción $\frac{43}{100}$. Entonces el 43 % de 200 es lo mismo que $\frac{43}{100}$ de 200 y como antes, se puede calcular multiplicando $\frac{43}{100} \cdot 200$ que resulta igual a 86.

Además sabemos que $\frac{43}{100}$ es lo mismo que 0,43. Entonces deberá dar lo mismo $\frac{43}{100} \cdot 200$ que $0,43 \cdot 200$. Efectivamente ambos resultan igual a 86.

En general para calcular una *fracción de un número* se multiplica la fracción por dicho número.

Actividad 45

Calcule el producto $23,34 \times 1000$ a) ¿Cómo lo hizo? b) Calcule ese producto aplicando la siguiente regla: Al multiplicar un decimal por una potencia de 10, (10, 100, 1000, 10000, etc.), el resultado se obtiene corriendo la coma hacia la derecha en el decimal, tantos lugares como ceros tiene la potencia de 10, y se agregan ceros si ya no hay más cifras decimales.

c) Verifique ese cálculo transformando los factores en fracciones decimales.

Actividad 46

Verifique los cálculos de suma y resta de números decimales realizados en los incisos a) y b) del problema 6 cambiando las expresiones decimales a fracciones decimales.

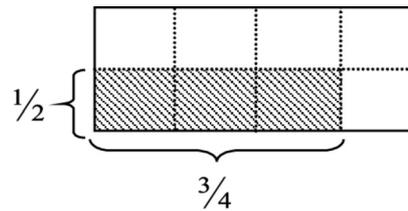
Actividad 47

Calcule: a) 25% de 400 b) un quinto de 50 c) $\frac{4}{6}$ de 240

e) $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$

Actividad 48

Explique como leer la siguiente figura que representa el producto: $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$



División entre fracciones:

Para dividir dos números racionales, se multiplica al dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

En símbolos: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

Ejemplos

a) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{6}{4}$ b) $\frac{5}{10} \div \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{35}{30}$ c) $\frac{2}{9} \div \frac{2}{9} = \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2} = 1$

Actividad 49

Calcule y simplifique hasta obtener la fracción irreducible.

a) $\frac{3}{4} \div \frac{6}{8}$ b) $\frac{12}{13} \div \left(-\frac{26}{24}\right)$ c) $\left(-\frac{2}{9}\right) \div \left(-\frac{2}{9}\right)$ d) $2 \div \frac{1}{2}$

Actividad 50

En la lección 2 con el subtítulo: “Para tener en cuenta” concluimos que: $1 \div 4 = \frac{1}{4}$

Ahora con la definición de división de fracciones se puede ver ésto de otra manera, a saber:

$$1 \div 4 = \frac{1}{1} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Teniendo en cuenta eso pruebe que: $a \div b = \frac{a}{b}$

División entre decimales

Observemos que en una división cuando se multiplica al dividendo y al divisor por un mismo número el resultado o cociente no cambia. Esto se observa en el siguiente desarrollo

$$a \cdot n \div (b \cdot n) = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} = a \div b$$

Note que este proceso es similar al de simplificar.

Eso permite que al dividir decimales podamos multiplicar dividendo y divisor por una potencia de 10, la necesaria para que el divisor quede entero sin que cambie por ello el resultado. Trabajar con divisor entero nos permite comprender mejor el proceso de dividir.

Por ejemplo para hacer $4,67 \div 2,5$ realizamos $46,7 \div 25$ con igual resultado.

O para hacer $0,145 \div 0,05$ realizamos $14,5 \div 5$, etc.

Luego se realiza la división como en la lección 2 con el mismo significado.

A continuación mostramos como ejemplo, el cálculo de $0,03729 \div 0,15$

Para obtener un divisor entero multiplico dividendo y divisor por 100 y calculamos $3,729 \div 15$ sin que cambie el resultado.

En el ejemplo el resto es 0 después de obtener 4 cifras decimales. Pero se presentan casos en que el cociente tiene muchas más cifras decimales. En ese caso se divide hasta obtener la cantidad deseada de éstas.

Para determinar el resto de la división original ($0,835 \div 1,2$), se divide el resto obtenido (0,01) por la potencia de 10 que se usó para llevar el divisor a entero (10). entonces el resto es 0,01 0,001 de ese modo $0,835 = 1,2 \times 0,695 + 0,001$

Unidades	3,729	15
Décimos	37	0,2486
Centésimos	72	
Milésimos	129	
Diezmilésimos	90	
	0	
	0	

Unidades	8,35	12
Décimos	83	0,695
Centésimos	115	
Milésimos	70	
	10	
	0	

Actividad 51

Calcule en cada ítem el cociente con cuatro cifras decimales y diga cuánto vale el resto.

a) $1,2673 \div 0,37$ b) $0,0145 \div 3,2$ c) $6,5 \div 0,003$

Claves de corrección

34)

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{18} + \frac{1}{6} = \frac{4}{18} + \frac{5}{18} + \frac{3}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ b) **0**

c) $6 + \frac{3}{4} = \frac{24}{4} + \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$

d) $\frac{3}{8} + (-\frac{5}{12}) + \frac{1}{6} = \frac{9}{24} + (-\frac{10}{24}) + \frac{4}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

e) $\frac{8}{9} + (-\frac{7}{6}) + (-\frac{2}{3}) + \frac{2}{27} = \frac{48}{54} + (-\frac{63}{54}) + (-\frac{36}{54}) + \frac{4}{54} = -\frac{47}{54}$

f) $2\frac{3}{5} + 1 + (-\frac{2}{4}) + 3\frac{3}{10} = \frac{13}{5} + 1 + (-\frac{2}{4}) + \frac{33}{10}$
 $= \frac{52}{20} + \frac{20}{20} + (-\frac{10}{20}) + \frac{66}{20} = \frac{128}{20} = \frac{32}{5}$

g) $\frac{1}{3}$

35) Lo que afirma Juan se puede expresar en símbolos como sigue:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{b} + \dots = \frac{a+c+d+\dots}{b}$$

36) a) $-2/7$ b) $3/8$ c) 0 d) $-0,0123$ e) $12,34$

37) La primera igualdad se debe a la propiedad *conmutativa*, la siguiente a la *asociativa*, *opuesto* y *finalmente neutro para la suma*

38)

a) $-2/7 - 4/3 = -6/21 + (-28/21) = -34/21$ b) $4/5 - (-2/10) = 4/5 + 2/10 = 10/10 = 1$

c) $-6 - 3/7 = -6 + (-3/7) = -45/7$ d) $8/5 - (-4) = 8/5 + 4 = 28/5$

e) $0 - 3/124 = 0 + (-3/124) = -3/124$ f) $7/3 - (-7/3) = 7/3 + 7/3 = 14/3$

39)

a) $8/11 - 6/12 = 30/132 > 0$ aplicando la regla da que $8/11 > 6/12$

b) $-7/5 - (-14/10) = 0$ entonces $-7/5 = -14/10$

c) $-4/15 - (2/17) = -4/15 + 2/17 = -68/255 + 30/255 = -38/255 < 0$, luego $-4/15 < 2/17$

d) $-13/5 < -14/6$

40) En este caso es más fácil buscar fracciones equivalentes con igual denominador que aplicar la regla de la resta.

$$\begin{array}{ccccc} 7/12 & 4/6 & 5/9 & 3/4 & 13/18 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 21/36 & 24/36 & 20/36 & 27/36 & 26/36 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccccc} 7/12 & 4/6 & 5/9 & 3/4 & 13/18 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 21/36 & 24/36 & 20/36 & 27/36 & 26/36 \end{array}} \right\} 3/4 > 13/18 > 4/6 > 7/12 > 5/9$$

41) a) $1/6$ b) $-12/5$ c) 1 d) 1 e) 0

42) El inverso multiplicativo de a/b es b/a siempre que **a** y **b** sean distintos de cero porque:

$$a/b \cdot b/a = a \cdot b / b \cdot a = a \cdot b / a \cdot b = 1$$

43) a) $5/1$ b) $-6/4$ c) $-1/2$ d) 1 e) $-15/2$ f) no tiene

44)

a) asociativa b) conmutativa c) 1 es el neutro de la multiplicación
d) inverso multiplicativo e) distributiva respecto la suma

45) Aplicando la regla para calcular $23,34 \times 1000$ se corre la coma tres lugares a la derecha y como solo hay dos cifras decimales se agrega un cero. Esto da **23340**

c) Transformado los factores en fracciones decimales el cálculo resulta:

$$23,34 \times 1000 = \frac{2334}{100} \cdot \frac{1000}{1} = \frac{2334000}{100} = 23340$$

46) a) $3,75 + 1,30 + 5,80 + 4,75 + 7,25 = 22,85$

$$\frac{375}{100} + \frac{130}{100} + \frac{580}{100} + \frac{475}{100} + \frac{725}{100} = \frac{2285}{100} = 22,85$$

b) $100,00 - 22,85 = 77,15$

$$\frac{10000}{100} - \frac{2285}{100} = \frac{7715}{100} = 77,15$$

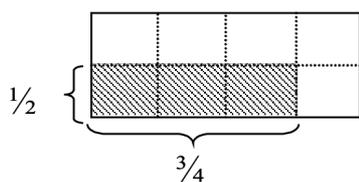
47) a) 25% de 400 es lo mismo que $\frac{25}{100}$ de 400 o $\frac{1}{4}$ de 400, o sea 100, o también $0,25 \times 400 = 100$

b) $\frac{1}{5}$ de 50 es $\frac{1}{5} \times 50 = \frac{50}{5} = 10$

c) 160

d) $\frac{1}{16}$

48)



$\frac{1}{2}$ representa la mitad del ancho

$\frac{3}{4}$ representa la parte del largo

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ representa la parte de la superficie sombreada.

Otra forma de leer la figura es considerar la parte sombreada como la mitad de $\frac{3}{4}$ del rectángulo grande.

49)

a) $\frac{3}{4} \div \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{6} = \frac{24}{24} = 1$ b) $\frac{12}{13} \div \left(-\frac{26}{24}\right) = \frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{24}{26}\right) = -\frac{288}{338} = -\frac{144}{169}$ c) 1 d) 4

50) $a \div b = \frac{a}{1} \div \frac{b}{1} = \frac{a}{1} \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

51) a) $1,2673 \div 0,37$

Resto = $0,0013 \div 100 = 0,000013$
o 13 millonésimas

	1 2 6, 7 3	37
Unidades	1 2 6	3,4251
Decimos	1 5 7	
Centésimos	9 3	
Milésimos	1 9 0	
Diezmilésimos	5 0	
		1 3
		/

b) $0,0145 \div 3,2$

Resto = $0,001 \div 10 = 0,0001$
o 1 diezmilésimos

	0,1 4 5	32
Unidades	0	0,0045
Decimos	1	
Centésimos	1 4	
Milésimos	1 4 5	
Diezmilésimos	1 7 0	
		1 0
		/

c) $6,5 \div 0,003$

Resto $0,0002 \div 1000 = 0,0000002$

	6 5 0 0	3
Unidades de mil	6	2166,6666
Centenas	5	
Decenas	2 0	
unidades	2 0	
décimos	2 0	
Centésimos	2 0	
Milésimos	2 0	
Diezmilésimos	2 0	
		2
		/



Lección: 4

Contenido: Potenciación y ejercicios combinados

Tal como lo hicimos para los números naturales, definimos $\left(\frac{a}{b}\right)^n$

siendo n un natural, al producto del número $\frac{a}{b}$ n veces consigo mismo.

En símbolos:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}}$$

La expresión $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ se lee “**potencia enésima de $\frac{a}{b}$** ”. La fracción $\frac{a}{b}$

se llama **base de la potencia** y n **exponente de la potencia**.

Si n vale 0 se conviene que el resultado es 1, en símbolos: $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

Actividad 52: I) Calcule las siguientes potencias

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ b) $\left(\frac{0}{6}\right)^3$ c) $\left(-\frac{5}{4}\right)^2$ d) $\left(-\frac{2}{1}\right)^5$ e) $\left(\frac{123}{345}\right)^0$

II) Si el denominador de una fracción es 1, el número racional es también entero. Con esto vemos que; *la definición de potencia dada para racionales, vale para enteros.*

Calcule las siguientes potencias:

a) 2^0 b) $(-2)^3$ c) $(-8)^2$ d) $(-3)^1$ e) $(-1)^6$

III) Observe los signos de las potencias según los exponentes sean pares o impares y según el signo de la base. Intente generalizar lo que observa enunciando una regla sobre el signo de las potencias.

Actividad 53

a) Verifique que valen las siguientes igualdades:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} \qquad \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2}$$

b) Esos dos resultados, sugieren la siguiente generalización:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{Diremos que la potencia es distributiva respecto la división.}$$

O que la potencia es distributiva respecto al numerador y al denominador.

Demuestre lo anterior partiendo desde el primer miembro hasta llegar al segundo.

Veremos en la actividad 57 otra forma de esta propiedad.

Hasta ahora hemos estudiado potencias con exponente natural o entero positivo.

Las potencias **con exponente negativo** se definen como sigue:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Actividad 54

Calcule las siguientes potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ b) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$ c) $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-2}$ d) $\left(-\frac{2}{1}\right)^{-2}$ e) $(-2)^{-5}$

Ejercicios combinados

Estos ejercicios combinan las diferentes operaciones vistas hasta ahora. Suma, resta, multiplicación, división y potenciación entre racionales aparecen juntas en un mismo cálculo. Para resolverlos, se sigue un orden, tal como ya se vio (en la lección 1 sobre el uso de la calculadora en el módulo 2). Este orden, o jerarquía en las operaciones se basa en las definiciones y propiedades vistas hasta el momento y en convenciones. Las siguientes son algunas de esas *convenciones*:

- Las operaciones entre paréntesis son las que se resuelven primero.
- Si no hay paréntesis se resuelven primero las potencias, luego los productos o divisiones y por último las sumas o restas.
- Si las operaciones que aparecen son solo productos y divisiones y sin paréntesis se realizan las operaciones de izquierda a derecha.
- Cuando hay pares de paréntesis uno dentro de otro, se comienza resolviendo el que está más al interior, y se continua de esa manera hasta llegar al exterior. (Iniciamos el tratamiento de paréntesis sucesivos en el estudio de enteros).

Examine los siguientes ejemplos y verifique los cálculos:

$$\text{I) } -24 \div 4 \cdot 2 = -12$$

$$\text{II) } -24 \div (4 \cdot 2) = -3$$

$$\text{III) } 5 \cdot (-4) - 2 = -22$$

$$\text{IV) } 5 \cdot ((-4) - 2) = -30$$

$$\text{V) } 2 \cdot 4 + 6 \div 2 = 11$$

$$\text{VI) } 2 \cdot (4 + 6) \div 2 = 10$$

$$\text{VII) } 3 \cdot 2^2 = 12$$

$$\text{VIII) } (3 \cdot 2)^2 = 36$$

$$\text{IX) } (16 - 25)^2 \div (-3) - (-4) = -23$$

$$\text{X) } (16 - 25)^2 \div (-3 - (-4)) = 9$$

$$\text{XI) } (2 + (-5))^2 \cdot 4 = 36$$

$$\text{XII) } 2 + (-5)^2 \cdot 4 = 102$$

$$\text{XIII) } 72 \div 2 \div (6 \cdot 3 \cdot 2) = 1$$

$$\text{XIV) } 72 \div 2 \div 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$$

$$\text{XV) } (12 \cdot 2) \div (((6 - 3) \cdot 2) - 3) = 24 \div ((3 \cdot 2) - 3) = 24 \div (6 - 3) = 24 \div 3 = 8$$

Estos ejemplos, por claridad, se realizaron para números racionales enteros. Las mismas convenciones valen también para racionales no enteros.

Actividad 55

Realice las siguientes operaciones combinadas

$$\text{a) } (-3 - (-5)) \div (-1 - (-3))$$

$$\text{b) } -3 - (-5) \div (-1) - (-3)$$

$$\text{c) } (4 - 2)^2 + 5 \cdot (-3)^2$$

$$\text{d) } \frac{3}{5} \div \frac{3}{7} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{8}$$

$$\text{e) } \left(\frac{3}{5} \div \frac{3}{7} - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^{-1} + \frac{5}{8}$$

$$\text{f) } \frac{3}{5} \div \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{2} \div \frac{5}{8}$$

Actividad 56

Teniendo en cuenta las reglas para calcular ejercicios combinados, diga cuáles son las expresiones equivalentes en cada renglón. Después, verifique su respuesta con un cálculo:

- i) a) $36 \div (3 \cdot 3 \cdot 3)$ b) $36 \div 3 \cdot 3 \cdot 3$ c) $36 \div 3 \div 3 \div 3$ d) $36 \div 3^3$
 ii) a) $24 \div 3 \div 4 \div 2$ b) $24 \div (3 \div (4 \div 2))$ c) $24 \div (3 \cdot 4 \cdot 2)$ d) $((24 \div 3) \div 4) \div 2$

Actividad 57

a) Proponga valores enteros para a, b, c, d, m, y n; y verifique las siguientes igualdades:

Producto de potencias de igual base

$$1) \left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Potencia de potencia

$$2) \left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

La potenciación es distributiva con respecto al producto de racionales

$$3) \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

La potenciación es distributiva con respecto a la división de racionales

$$4) \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

b) Las siguientes son las pruebas de las propiedades anteriores, similares a las dadas al estudiar potencia de números naturales. Justifique cada una de las igualdades que aparecen en las siguientes pruebas:

$$1) \left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}} \times \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{m \text{ veces}} = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n+m \text{ veces}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

$$2) \left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^n \times \dots \times \left(\frac{a}{b}\right)^n}_{m \text{ veces}} = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \times m \text{ veces}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

$$3) \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)}_{n \text{ veces}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}}_{n \text{ veces}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

$$4) \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right)}_{n \text{ veces}} = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \cdot \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}_{n \text{ veces}} = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}} \times \underbrace{\frac{d}{c} \times \frac{d}{c} \times \dots \times \frac{d}{c}}_{n \text{ veces}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{d^n}{c^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \frac{c^n}{d^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

Actividad 58

a) Dé valores a: a, b, n y m, y verifique la propiedad siguiente:

División de potencias de igual base

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

b) La siguiente es una prueba de la propiedad anterior. Diga cuál propiedad o definición justifica cada una de las 6 igualdades que aparecen en la prueba.

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{a}{b}\right)^m &\stackrel{1}{=} \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \frac{a^m}{b^m} \stackrel{2}{=} \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{b^m}{a^m} \stackrel{3}{=} \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^m \stackrel{4}{=} \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \\ &\stackrel{5}{=} \left(\frac{a}{b}\right)^{n+(-m)} \stackrel{6}{=} \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m} \end{aligned}$$

Actividad 59

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y dé un ejemplo para cada caso.

- I) Dividir un número por 2 es lo mismo que multiplicarlo por $\frac{1}{2}$.
- II) Dividir un número por $\frac{1}{2}$ es lo mismo que multiplicarlo por 2.
- III) Dividir un racional distinto de cero por si mismo, es lo mismo que multiplicarlo por su inverso.

Actividad 60

A veces se tiende a generalizar reglas sin mirar con qué números se trabaja, y entonces se obtienen expresiones que no siempre son verdaderas. Analice cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas, en caso de ser falsas, muestre un contraejemplo.

- I) El cociente de dos números siempre es menor que el dividendo.
- II) El producto de dos números siempre es mayor que cada uno de los factores.
- III) Cuando se multiplica un número por 10, se agrega un cero.

Actividad 61

¿Qué número debe ir en la casilla para hacer verdadera la igualdad?

$$\square + 4 = 8 \quad \text{La respuesta es simple, va 4. Que se puede obtener haciendo } 8 - 4.$$

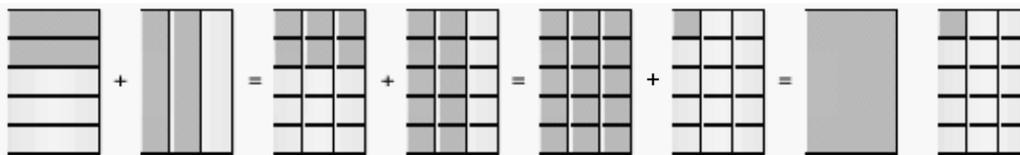
$$2 \cdot \square = 12 \quad \text{Va 6. Que se puede obtener haciendo } 12 \div 2.$$

Teniendo en cuenta lo anterior, encuentre los racionales que van en las casillas para que las igualdades sean verdaderas y verifique que el resultado es correcto.

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \square = \frac{5}{6} \qquad \text{b) } \frac{2}{5} \times \square = \frac{1}{2}$$

Actividad 62

Complete con los valores que correspondan, según el dibujo



$$\frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 1 + \frac{\dots}{\dots} = 1 \frac{\dots}{\dots}$$

Actividad 63

a) ¿Qué parte de la superficie de un terreno de 600 metros cuadrados quedará sin construir cuando lo construido ocupa $\frac{2}{3}$ del frente y la mitad del fondo?

b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la parte cubierta?

Actividad 64

Complete el siguiente crucigrama colocando en cada cuadro una fracción.

	+		=	$\frac{8}{4}$
-		÷		
	x		=	$\frac{2}{12}$
=		=		
$\frac{2}{4}$				

Claves de corrección

Actividades

52 I)

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

$$b) \left(\frac{0}{6}\right)^3 = 0$$

$$c) \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

$$d) -\frac{32}{1} \quad e) 1$$

II) a) 1 b) -8 c) 64 d) -3 e) 1

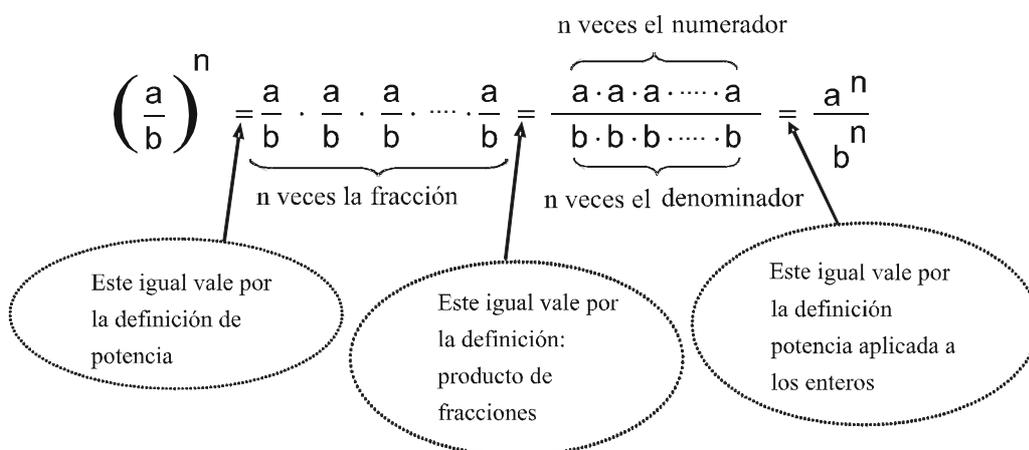
III) La regla puede escribirse como sigue: “Cuando el exponente de una potencia es par, la potencia es positiva y si el exponente es impar, la potencia tiene el mismo signo que la base”.

53)

$$a) \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} = \frac{1^3}{3^3}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} = \frac{4^2}{5^2}$$

b) Prueba de que $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$



54)

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

b) 10

$$c) \left(-\frac{5}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$d) \frac{1}{4} \quad e) (-2)^{-5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$$

55) Realice las siguientes operaciones combinadas

$$a) \quad (-3 - (-5)) \div (-1 - (-3)) = 2 \div 2 = \mathbf{1}$$

$$b) \quad -3 - (-5) \div (-1) - (-3) = -3 - 5 - (-3) = -\mathbf{5}$$

$$c) \quad (4 - 2)^2 + 5 \div (-3)^2 = 2^2 + 5 \div 9 = 4 + 45 = \mathbf{49}$$

$$d) \quad \frac{3}{5} \div \frac{3}{7} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \div \frac{5}{8} = \frac{7}{5} - \frac{9}{4} \div \frac{5}{8} = \frac{7}{5} - \frac{18}{5} = -\frac{11}{5}$$

$$e) \quad \left(\frac{3}{5} \div \frac{3}{7} - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^{-1} \div \frac{5}{8} = \left(\frac{7}{5} - \frac{9}{4}\right)^{-1} \div \frac{5}{8} = \left(-\frac{17}{20}\right)^{-1} \div \frac{5}{8} = -\frac{20}{17} \div \frac{5}{8} = -\frac{32}{17}$$

$$f) \quad \frac{3}{5} \div \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{2} \div \frac{5}{8} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{2} \div \frac{5}{8} = \frac{9}{2} \div \frac{5}{8} = \frac{72}{10}$$

56)

$$I) \quad a) \frac{4}{3} \quad b) 108 \quad c) \frac{4}{3} \quad d) \frac{4}{3}$$

$$II) \quad a) 1 \quad b) 16 \quad c) 1 \quad d) 1$$

57) b) En la propiedad 1), las igualdades **1** y **2** valen por la definición de potencias.

En la propiedad 2), **1**, **2** y **3** valen por la definición de potencias.

En la propiedad 3) **1** vale por la definición de potencias, **2** vale porque la multiplicación es asociativa y conmutativa, **3** vale por la definición de potencias.

En la propiedad 4) **1** vale por la definición de división, **2** vale por la definición de potencias, **3** vale porque la multiplicación es asociativa y conmutativa, **4** vale por la definición de potencias, **5** vale porque que la potencia es distributiva respecto el numerador y el denominador, **6** vale por la definición de división, **7** vale porque que la potencia es distributiva respecto el numerador y el denominador.

58) b)

1 vale porque la potencia es distributiva entre numerador y denominador.

2 vale por la definición de la división entre racionales.

3 vale por la misma propiedad que en 1.

4 vale por la definición de potencias negativas.

5 vale la propiedad del producto de potencias de igual base.

6 vale por la definición de resta de números enteros.

59) I) verdadera pues

$$a \div 2 = a \div \frac{2}{1} = a \cdot \frac{1}{2} \quad \text{es decir} \quad a \div 2 = a \cdot \frac{1}{2}$$

II) verdadera pues

$$a \div \frac{1}{2} = a \cdot \frac{2}{1} = a \cdot 2 \quad \text{es decir} \quad a \div \frac{1}{2} = a \cdot 2$$

III) verdadera pues, si a es un número racional distinto de cero.

$$a \div a = a \div \frac{a}{1} = a \cdot \frac{1}{a} \quad \text{es decir} \quad a \div a = a \cdot \frac{1}{a}$$

60)

I) ES FALSA. Lo que se afirma solo vale cuando los números son naturales mayores que 1 ($8 : 2 = 4$, por ejemplo). Pero para los números racionales no vale que el cociente es menor que el dividendo. Como ejemplo proponemos $4 \div \frac{1}{2} = 8$. El cociente “8” es mayor que el dividendo “4”

II) ES FALSA, como antes el error de afirmarlo proviene de generalizar lo que sí pasa con los números naturales mayores que el 1. (Por ejemplo $2 \times 3 = 6$, el producto da 6 que es mayor que los factores 2 y 3). Como contraejemplo proponemos: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. El producto “ $\frac{1}{4}$ ” es menor que los factores “ $\frac{1}{2}$ ”

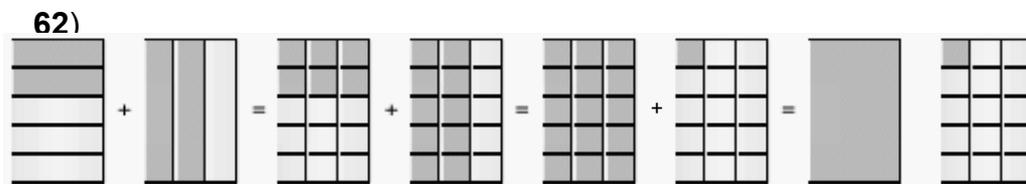
II) ES FALSA, y es una generalización incorrecta de la afirmación: “Cuando se multiplica un número entero distinto de 0 por 10, se agrega un cero” Como contraejemplo de la afirmación proponemos:

12,45 x 10 = 124,5 . Aquí no se agrega un cero, se corre la coma.

La actividad anterior, tiene el objeto de remarcar los “peligros” de generalizar resultados sin prestar la debida atención a todos los términos (palabras) que involucra la propiedad o definición que se generaliza.

61) a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ pues $\frac{2}{6} = \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$ pues $\frac{5}{4} = \frac{1}{2} \div \frac{2}{5}$



$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{6}{15} + \frac{10}{15} = 1 + \frac{1}{15} = 1 \frac{1}{15}$$

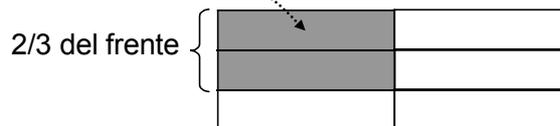
63) a)

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ es la parte construida

$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ **es la parte sin construir**

Parte construida $\frac{1}{2}$ del fondo

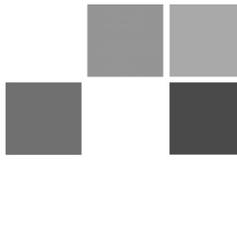


b) $\frac{1}{3}$ de 600 es $\frac{1}{3} \times 600 = 200$ **metros cuadrados**

Note que cada rectángulo tiene 100 metros cuadrados.

64) Proponemos la siguiente solución. Existen otras.

$\frac{6}{4}$	+	$\frac{2}{4}$	=	$\frac{8}{4}$
-		÷		
1	x	$\frac{1}{6}$	=	$\frac{2}{12}$
=		=		
$\frac{2}{4}$		3		



Magnitudes. Medición

Lección : 5

Contenido: Diferentes magnitudes

El tema que nos ocupa está íntimamente relacionado con la actividad personal, laboral y comunitaria del hombre. La administración del dinero, la distribución de los tiempos, la delimitación de los espacios (viviendas, tierras), la preparación de comidas, la administración de medicamentos, la confección de prendas de vestir, etc. son ejemplos de actividades donde se necesita **medir** cosas. Así, el *largo* de una tela, la *profundidad* a la que hay que cavar un pozo, el *espesor* de un vidrio, la *distancia* de un lugar a otro, la *altura* de un techo, el *ancho* de una pared... Todas estas son características de los objetos que corresponden a una misma **magnitud**: la longitud. Otras magnitudes son: el peso, la capacidad, la superficie, el volumen, etc.

Intente resolver estos problemas con lo que Ud. sabe

Problema 9: Tablones, postes, tirantes, maderas para encofrado, etc. están dispuestos en diferentes sectores de un depósito. Se necesitan 6 parantes del mismo largo para sostener el techo de un garage. ¿Cómo saber si están allí disponibles?

Problema 10: Se comparan dos cantidades de harina,



M



N

A simple vista no se puede decidir dónde hay más. Se miden entonces con tazas al ras y cucharas soperas colmadas, y se obtiene:

Cantidad **M** = 4 tazas + 6 cucharas

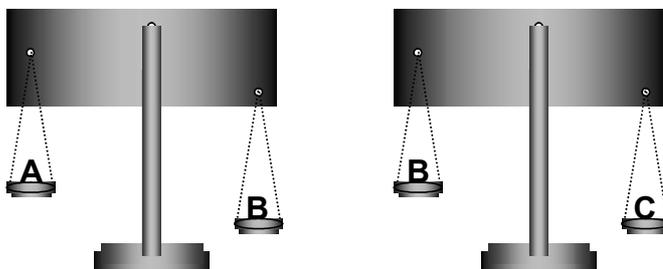
Cantidad **N** = 3 tazas + 13 cucharas

Con esa información, ¿se puede decidir adónde hay más?

La receta de un alfajor se hace con 5 tazas, ¿si toma la cantidad **M**, alcanza? ¿y si toma la cantidad **N**?

Problema 11: Juan va al mercado con \$ 30. En la verdulería gastó \$ 12,50. ¿Qué representa la expresión $30 - 12,50$? En la carnicería compró 1 kilo de carne por \$ 3,70. ¿Qué representa la expresión $30 - 12,50 - 3,70$? Compra 2 kilos de soja a \$ 2,30 el kilo y las lentejas valen \$ 0,72 los 100 gramos. ¿Cuántos gramos de lentejas puede comprar?

Problema 12: Se pesan tres objetos, y la balanza muestra que: el más pesado de los tres objetos es..... ¿Por qué?



Problema 13:

Varios envases, que se distinguen por una letra (**A**, **B**, **C**, **D** y **F**), contienen cierta cantidad de líquido.

a) Luisa midió con una jarra el contenido de cada recipiente; encontró que en **B** había 6 jarras de líquido, y en **A** había más de 5 pero menos de 6. **C**, **D** y **G** contenían más de 4 pero no alcanzaban a 5. Midió todos los envases y anotó los valores así:

A	B	C, D y G	E	F
5-6	6	4-5	4	5-6

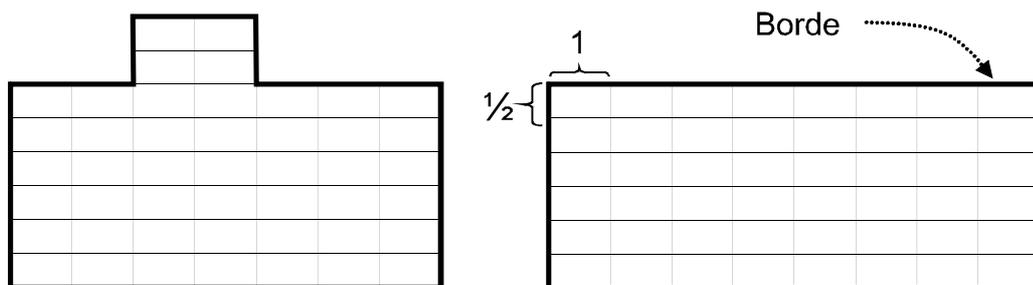
¿Es posible ordenarlos del que más contiene al que está más vacío? ¿Los envases denotados **C**, **D** y **G**, contienen la misma cantidad de líquido? ¿Y **A** y **F**?

b) Clara decide medir la cantidad de líquido que contiene cada uno de esos envases con otra unidad, y obtiene:

A	B	C	D	E	F	G
11	12	9-10	9	8	11	8-9

¿Por qué los valores de las tablas son diferentes? ¿Qué relación hay entre la unidad que usó Luisa y la que usó Clara? ¿Se pueden ordenar todos los envases con los resultados de esta última medición?

Problema 14: Las dos figuras corresponden a dos paredes de un mismo baño, cubiertas con el mismo tipo de cerámica rectangular.



¿Cuál de ellas lleva más cerámicas? Si en todo el contorno se quiere colocar un borde, ¿en cuál de las dos se necesitan más metros de borde? Estime su respuesta, y luego verifique lo estimado con un cálculo.

Problema 15: Para prevenir el cólera, se recomienda poner dos gotas de lavandina por cada litro de agua, y dejarla en reposo media hora antes de consumirla. Se decide preparar agua en una olla, y para eso se toma una botella vacía de soda de $1 \frac{1}{2}$ litro, se llena de agua y se vuelca en la olla, se repite esta acción 4 veces en total. ¿Cuánta agua hay en la olla? ¿Cuántas gotas de lavandina se deben colocar?

Problema 16: El Señor Bustos tenía 57 años, en el 2003 ¿en qué año nació? Su esposa es 3 años mayor, ¿en qué año nació?

Soluciones propuestas

En el problema 9 se trata de mostrar que hay situaciones en las cuales hacer una *comparación directa* -poniendo un objeto al lado de otro, haciendo coincidir un extremo y ver cuál es más largo- puede resultar complicado o imposible. En tal caso, se busca algo liviano (una varilla, una caña, etc.) que va a funcionar como objeto intermediario y a través del cual se podrá comparar indirectamente: se elige un parante adecuado, se hace una marca sobre el objeto a desplazar y se busca otro del mismo largo.

O también se puede medir con pasos, pies, cuartas, etc. y así descubrir parantes que tengan el mismo largo. El paso, el pie, la cuarta, etc. están usados como *unidad*. Y por supuesto, si dispone de un *metro*, puede usarlo y dar entonces la medida de los parantes en una unidad del *sistema métrico*.

El problema 10 plantea la comparación de dos cantidades de harina. La cantidad de harina puede darse en *kilogramos* o *gramos*, es decir a través de las unidades de peso del sistema métrico, o como lo hacemos cotidianamente en la cocina, tomando como unidad el contenido de algún utensilio adecuado.

Para decidir si 4 tazas + 6 cucharas es igual, mayor o menor que 3 tazas + 13 cucharas habría que saber cuál es la equivalencia entre las unidades usadas, es decir tendríamos que poder responder a: ¿Cuántas cucharas se necesitan para “hacer” una taza? Sin esa *equivalencia*, tampoco podemos decidir cómo obtener 5 tazas.

El problema 11 trata de distribuir el dinero en una compra de alimentos, es decir plantea el *valor de cambio* de ciertos productos alimenticios. $30 - 12,5$ indica el dinero disponible después de haber pasado por la verdulería, y $30 - 12,5 - 3,70$ es el dinero disponible después de haber comprado la verdura y la carne. En soja gasta \$ 4,60, el dinero destinado a las lentejas es \$ 9,20 con lo cual puede comprar 1,200 kg o más precisamente 1,277 kg.

El problema 12 muestra esquemas de dos balanzas de platillos, las cuales en este caso no informan sobre cuánto pesa cada objeto sino que permite comparar el peso de los objetos **A**, **B** y **C**. El esquema de la izquierda indica que **B** es más pesado que **A**, y el de la derecha, dice que **C** es más pesado que **B**. Entonces el más pesado es **C**.

En símbolos podemos escribir: **a** es el peso de **A**, **b** es el peso de **B**, **c** es el peso de **C**. En la realidad, **a**, **b** y **c** son números racionales, y entonces sabemos ordenarlos. Según lo que indica cada balanza, podemos escribir:

$b > a$ y $c > b$, o lo que es lo mismo y facilita el razonamiento: $c > b$ y $b > a$, entonces, en este orden, aplicando la propiedad transitiva, se puede concluir que $c > a$.

Entonces, **C** es el objeto más pesado.

En el problema 13 se plantea la relación entre mediciones hechas con diferentes unidades. a) Se miden los recipientes con una jarra, y según la tabla se puede determinar que **E** es el que menos contiene, y **B** el que más contiene. Pero no se puede hacer un orden con todos los recipientes ya que no se sabe si **C**, **D** y

G contienen la misma cantidad (porque los tres están entre 4 y 5 jarras) y tampoco qué sucede con **A** y **F**, que están entre 5 y 6.

b) La unidad que elige Clara es más chica, y además es la mitad de la usada por Luisa. ¿Por qué podemos afirmar esto? Comparen los valores obtenidos en ambas mediciones para los envases **B** y **E**. Ahora sí es posible ordenar las cantidades de líquido, de la menor a la mayor es: **E, G, D, C, A** que es igual a **F, B**.

Las cerámicas rectangulares están usadas en este problema 14 como unidades de *superficie*, y los lados de esas cerámicas como unidades de longitud. El esquema de la izquierda indica que hay 46 cerámicos, y en el de la derecha 48.

El borde se coloca sobre todo el contorno, hay que tener en cuenta entonces la *longitud* de ese contorno. Si, tal como muestra el dibujo, el ancho de cada cerámico es la mitad del largo, entonces en las dos paredes se necesita la misma cantidad de borde.

El problema 15 trata con unidades de *capacidad*. Cuatro veces $1 \frac{1}{2}$ litros, es 6 litros, con lo cual necesita poner 12 gotas de lavandina. Como Ud. podrá notar, en lo cotidiano se usan medidas convencionales, como el litro, y también otras como el contenido de una olla, o la cantidad de líquido de una gota.

El problema 16 plantea medidas de *tiempo*. Ya vimos que el tiempo histórico se mide en milenios, siglos o décadas, pero la vida de una persona se expresa generalmente en meses o años. 2003 – 57 da el año de nacimiento del Sr. Bustos, 1946. Si su esposa es 3 años mayor, nació 3 años antes, o sea en 1943.

¿Qué se puede aprender con estos problemas?

La idea es reflexionar sobre algunas acciones comunes, sabidas por todos, y que involucran mediciones con unidades no convencionales como la cuarta, el paso, la cucharada, la jarra, etc. o con *unidades del sistema métrico* como el litro, el metro, el gramo, etc.

En la historia de nuestra civilización, el establecer unidades y las equivalencias entre ellas, es decir elaborar un sistema que sea fácil de manejar por todos los usuarios, no fue tarea sencilla. En la sección que sigue, mostraremos algunos aspectos sociales de la construcción de sistemas de medidas y en particular del *sistema métrico decimal* ¹.

Un poco de historia

“El hombre es la medida de todas las cosas” afirmó Protágoras (S V a.C.). Esta frase sobrevivió al paso del tiempo porque opone una multiplicidad de puntos

¹ Este sistema está vigente en todo el mundo, pero no es el único que se usa. Rige también el sistema inglés, cuyas unidades (para diferentes magnitudes) son la pulgada, la milla, el pie, la libra, el nudo, etc.

de vista a la idea de una verdad absoluta. Además, la expresión advierte sobre ciertos hechos: el hombre medía todos los objetos consigo mismo, con las partes de su cuerpo: el pie, el brazo, la pulgada, la mano, los brazos abiertos, los pasos, etc. Estas unidades de medida se denominan **antropométricas**.

Pero el hombre es demasiado pequeño en relación con el mundo que lo rodea, por lo cual resulta difícil medirlo con los múltiplos de sus miembros. Surgieron entonces unidades tales como el alcance de la voz humana, el trayecto recorrido por la flecha, el alcance del tiro de arcabuz, etc.

Y también rodean al hombre objetos demasiado pequeños para ser medidos con partes de su cuerpo. Frecuentemente se utilizaban como unidad de medida el grano del cereal cultivado: su largo, su ancho, su peso.

Las unidades antropométricas eran muy cómodas. Todo el mundo las comprendía y todos las llevaban siempre “encima”. Las desventajas presentadas por esta colección de unidades son de diversa índole: la ausencia de unidad única (debida a las diferencias individuales) y de múltiplos y submúltiplos simples, y el hecho de que la mayor parte de ellas servía para medir longitudes.

En una simplificación excesiva de la historia de las medidas, se puede decir que después de ese período de unidades antropométricas son las **condiciones de vida y trabajo** de los seres humanos quienes influyen en la determinación de las unidades.

Las **condiciones de vida** hicieron que, por ejemplo, las sociedades que vivían en un territorio relativamente amplio, tuvieran un sistema de medidas de superficie poco desarrollado. O, una sociedad africana donde era muy importante la explotación de oro en polvo, tuviera un sistema de pesas notablemente desarrollado. Aún hoy, es usual medir la superficie de un campo por el tiempo necesario para ararla o medirla por la cantidad de semillas de cierta clase necesaria para sembrarla o por la producción obtenida.

Hay una estrecha relación entre las **unidades** y las **técnicas de producción**, y esto aparece muy acentuado en la industria textil. El ancho de una pieza de género estaba condicionado por el ancho del telar. Su largo, en parte, por la técnica utilizada y por las circunstancias relacionadas con la organización social de la producción.

Los **medios de transporte** también determinaron las dimensiones de las unidades, sobre todo en sociedades con economía mercantil. Cuando los artículos se producían en zonas muy amplias y el comercio se hacía al por mayor, las dimensiones de las unidades eran mayores. Hoy es común, tanto en zonas urbanas como rurales, expresar distancias a través del tiempo que se necesita en recorrerlas.



En todas las sociedades de organización desarrollada, **fijar las unidades de medida es atributo del poder**, y es quien detenta el poder el que establece la obligatoriedad de las unidades y guarda los patrones, y tiende a unificar las unidades vigentes en los territorios que están bajo su hegemonía y castiga a quienes no obedecen.

En el establecimiento y administración de las unidades se manifiesta la rivalidad entre poderes, por ejemplo durante el feudalismo, sobre los mismos objetos (tierras, casas, personas, producción) el municipio poseía ciertos derechos, otros el señor feudal, otros la iglesia, y otros el rey. Cada uno de ellos en su esfera particular era prácticamente soberano, y como tal establecía unidades. Se creaban situaciones en las cuales en una misma aldea se aplicaba una unidad para efectuar las transacciones en el mercado, otra para pagar el diezmo a la iglesia y una tercera para medir el tributo debido al señor. Algunos señores aumentaban el tamaño de las unidades, para obtener mayores tributos de sus vasallos, y otros lo disminuían para atraer nuevos colonos a sus tierras.

¿Cómo se “inventó” y cómo se aplicó el **sistema métrico**, es decir el sistema que toma como unidad de longitud el **metro**? La patria del sistema métrico es Francia, y en el año 1789 el reclamo popular de una única unidad “justa” se hizo escuchar en todo el territorio francés. Ya algunos años antes (en 1745, 1775) hombres de ciencia (La Condamine, Turgot, Condorcet) estaban interesados en encontrar una medida “universal e inmutable” y “tomada de la naturaleza”. En 1790, la Asamblea Nacional encargó a la Academia de Ciencias la elaboración de un sistema, y ordenó que en la Academia se reunieran todas las unidades utilizadas en las provincias. Aparentemente se creyó que era una tarea fácil y se previó que a los seis meses del envío de los nuevos patrones a los diferentes municipios, se procedería a la abolición de las unidades viejas y a la sustitución por las nuevas. Trabajaron en estas tareas, entre otros, Condorcet, Laplace, Lagrange, Coulomb y Lavoisier. En ese mismo año, 1790, la Academia comunicó que se había elegido la escala decimal para pesos, longitudes y monedas. Al año siguiente, informó que proponía tomar como unidad de longitud una fracción del arco de meridiano terrestre entre Dunkerke y Barcelona. Y para la unidad de peso, un volumen determinado de agua destilada pesada en el vacío y a la temperatura en que pasa del estado sólido al líquido. Se necesitaron casi diez años para determinar el metro patrón, y más de cuarenta años para que el sistema decimal sea el único legal en Francia.

A pesar de que se veía en el sistema métrico decimal un símbolo de la victoria sobre los anacronismos feudales, y un símbolo de la modernización del país, dicho sistema fue lentamente aceptado por la sociedad.

Actividades

65) Con respecto al problema 14, a) relate por escrito cómo hizo para estimar su respuesta y confronte su texto con el de otros compañeros; b) ¿qué significa “las cerámicas rectangulares están usadas como unidades de superficie?”

66) Las siguientes son diferentes unidades, vigentes o no. ¿Qué se puede medir con cada una de ellas? Sugerencia: en caso de duda, consulte un diccionario.

- | | | | |
|---------------------|--------------|-----------|------------|
| a) grado centígrado | b) quintales | c) libras | |
| d) nudos | e) galones | f) onzas | |
| g) pie cúbico | h) quilates | i) año | j) año luz |

67) Explique por escrito las siguientes afirmaciones presentadas entre comillas. Todas ellas están extraídas del texto histórico sobre las unidades de medida:

- Al relatar las diferentes unidades vigentes en una misma época y región, se afirma: “Algunos señores aumentaban el tamaño de las unidades, para obtener mayores tributos de sus vasallos, y otros lo disminuían para atraer nuevos colonos a sus tierras.”

- “A pesar de que se veía en el sistema métrico decimal un símbolo de la victoria sobre los anacronismos feudales, y un símbolo de la modernización del país, dicho sistema fue lentamente aceptado por la sociedad. ”

68) Muchas veces, cuando no se dispone de un instrumento para medir, o no se necesita demasiada exactitud, uno recurre a las unidades antropométricas.

- a) Compare entre diferentes personas,
- una cuarta (distancia de la punta del pulgar a la punta del meñique, con la mano extendida),
 - una vara (distancia del hombro a la punta de la otra mano, con el brazo extendido),
 - una pulgada (largo de la última falange del pulgar),
 - un paso,
 - un pie.

b) Indique en centímetros la medida aproximada de cada una de esas unidades antropométricas.

Claves de corrección

65) a) “Estimar” significa dar un valor aproximado teniendo en cuenta alguna característica del objeto, sin hacer mediciones ni cálculos demasiado elaborados. En el problema 14, se puede apreciar que en la figura de la izquierda hay arriba cuatro piezas que no aparecen en figura de la derecha, en la que a simple vista se ve que hay al menos una columna más. Y como cada columna tiene más de 4 piezas, entonces se estima que en esa figura hay más cerámicas, y entonces la superficie es mayor.

Un razonamiento similar permite estimar que la cantidad de borde es igual.

Una estimación puede ser correcta o no, y no siempre resuelve un problema. Por ejemplo, uno puede estimar el tamaño del vidrio de una ventana para calcular aproximadamente su precio, pero se necesita hacer una medición cuidadosa cuando se trata de ir a comprar ese vidrio.

b) Las cerámicas rectangulares se usan como unidad de superficie porque se trata de contar cuántas de esas piezas se necesitan para cubrir dos superficies bien determinadas. La unidad de superficie del sistema métrico decimal es el metro cuadrado, y se denota m^2 .

- 66)** a) temperatura; b), c), f) y h) peso d) velocidad
e) capacidad g) volumen i) tiempo j) longitud



Lección: 6

Contenido: Unidades de longitud, peso y capacidad

Ya vimos en la lección anterior algunos hitos en la historia del establecimiento del sistema métrico decimal. Su adopción en Francia, y la influencia de las ideas de la Revolución Francesa en el mundo occidental, llevó a su aceptación en la mayoría de las sociedades.

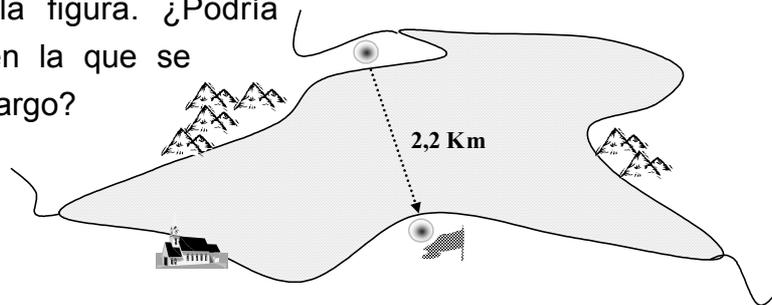
La medida es un número. La acción de medir involucra una unidad y se trata de ver cuántas veces entra esa unidad en lo que se quiere medir. Rara vez sucede que la unidad elegida entra un número entero de veces, por ejemplo en el problema 13 donde se trata de ordenar los recipientes, hay tres que contienen entre 4 y 5 jarras, y en ese mismo problema, cuando se elige una unidad más chica se obtiene mayor precisión. Disponer de diferentes unidades para una misma magnitud y establecer las equivalencias entre esas diferentes unidades, constituye un *sistema de medición*.

El sistema métrico es decimal, como nuestro sistema de numeración. A partir de las unidades principales de longitud, peso y capacidad se generan nuevas unidades que son múltiplos de 10 o submúltiplos de 10. Por ejemplo de la unidad de peso, el gramo, se genera el kilogramo que es un múltiplo (equivale a 1000 gramos) y el decigramo, que es un submúltiplo (equivale a $1/10$ gramo).

El tiempo por ejemplo, no tiene las mismas reglas de conversión. Hay unidades que se agrupan de a diez (décimas de segundo, décadas, siglos, milenios...), otros de a sesenta (horas, minutos, segundos...) y también siete días hacen una semana, doce meses un año, cinco años un lustro, etc. Los meses tienen 28 días (el mes de febrero, cada cuatro años tiene un día más y el año se llama entonces bisiesto), 30 o 31 días. Para el cálculo comercial está establecido que el mes tiene 30 días, pero en realidad hay que tener una ayuda memoria para saber cuántos días tiene cada mes, y una de esas ayuda es una poesía infantil que dice: "30 días trae noviembre con abril, junio y setiembre; de 28 sólo hay uno, y los demás de 31."

Intente resolver estos problemas con lo que Ud. sabe.

Problema 17: Una nadadora sigue un programa de entrenamiento. Sabe que puede nadar sin descanso 100 piletas estilo libre. La nadadora desea saber si está en condiciones (tiene posibilidades) de cruzar a nado un lago siguiendo un trayecto como el de la figura. ¿Podría lograrlo si la piscina en la que se entrena mide 25 m de largo?



Problema 18: ¿Es posible medir exactamente 2 l de agua usando solamente un recipiente de 8 l y otro de 3 l? Los recipientes no tienen ninguna marca. Explique cómo lo haría.

Problema 19: Los tabloncillos necesarios para una obra tienen que tener al menos 3 metros de largo. Un obrero sabe que su cuarta mide aproximadamente 25 cm, ¿cómo selecciona los tabloncillos que deberá usar?

Problema 20: Un cartel de advertencia indica que un puente peatonal resiste 150 kg. Dos personas adultas pretenden cruzar llevando con una "mulita" unos cajones de gaseosas que pesan alrededor de 60 kg ¿Pueden cruzar juntas o pondrían en riesgo sus vidas?

Problema 21: Para hacer dos postres necesitamos 800 g de harina y 300 g de azúcar. Si hay un poco más de 3 kg de harina y 1 kg de azúcar, ¿cuántos postres podremos hacer?

Problema 22: Los jarabes o medicamentos líquidos vienen, habitualmente, con un dosificador que permite mayor exactitud en la administración que las cucharas domésticas. Entre éstas se considera que las de café contienen 2 a 4 ml, las de postre de 4 a 6 ml y las sopas de 8 a 12 ml.

Un jarabe antitusivo y expectorante indica:

Edad	Dosis	Nº de tomas
2 a 5 años	5 ml	2 veces por día
6 a 12 años	5 ml	3 veces por día
Más de 12 años o adultos	10 ml	3 veces por día

El médico le dijo a la mamá de Luis que le dé aproximadamente cada 12 horas una dosis de 5 ml, ¿cuántos años podemos suponer que tiene Luis? Juan, de 3 años, tomó una dosis a las 5 de la tarde. Laura, de 10 años, tomó una dosis a las 7 de la tarde. La próxima dosis, ¿cuánto le corresponde a cada uno y aproximadamente a qué hora?

Problema 23: El declive para un desagüe pluvial es de 1 cm por metro, ¿qué significa eso?

¿Qué se puede aprender con estos problemas?

Como el nombre de la lección lo indica, aquí planteamos problemas que tratan con longitud, peso y capacidad. En las claves de corrección de la lección encontrará las respuestas respectivas. A continuación presentaremos las unidades principales para longitud, peso y capacidad y sus múltiplos más usuales.

La unidad principal de longitud es el **metro**, que se denota universalmente **m**. Sus múltiplos más usuales son el **decámetro**, el **hectómetro** y el **kilómetro**. Como el sistema métrico es decimal, los múltiplos se obtienen multiplicando a la unidad principal por potencias de 10.

Así el decámetro, que se denota **dam**, es 10 veces el metro: $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$

El hectómetro, que se denota **hm**, es 10 veces el decámetro, y entonces 100 veces el metro: $1 \text{ hm} = 10 \text{ dam} = 100 \text{ m}$.

El kilómetro, denotado **km**, es 10 veces el hectómetro, y entonces 100 veces el decámetro y 1000 veces el metro: $1 \text{ km} = 10 \text{ hm} = 100 \text{ dam} = 1000 \text{ m}$

La unidad principal de peso es el **gramo**, que se denota universalmente **g**. Sus múltiplos más usuales son el **decagramo**, el **hectogramo** y el **kilogramo**, los que resultan de multiplicar al gramo, por 10, 100 y 1000 respectivamente.

La unidad principal de capacidad es el **litro**, que se denota universalmente l. Sus múltiplos más usuales son el **decalitro**, el **hectolitro** y el **kilolitro**, los que resultan de multiplicar al litro, por 10, 10^2 y 10^3 respectivamente.

Como Ud. habrá notado, los prefijos (que se colocan delante del nombre de la unidad) son **deca**, **hecto** y **kilo** para cualquiera de las magnitudes.

Lo dicho hasta ahora para las unidades del sistema métrico puede sintetizarse en la siguiente tabla de equivalencias:

	x 10 	x 10 	x 10 	
	kilo	hecto	deca	
Longitud	kilómetro km	hectómetro hm	decámetro dam	metro m
Peso	kilogramo kg	hectogramo hg	decagramo dag	gramo g
Capacidad	kilolitro kl	hectolitro hl	decalitro dal	litro l

A veces se necesita medir cosas que son bastante más pequeñas que las unidades principales, y por ello los sistemas cuentan con submúltiplos de la unidad. Como el sistema métrico es decimal, los submúltiplos también se obtienen fraccionando las unidades principales en diez partes iguales.

Los submúltiplos más usuales del metro, el gramo y el litro se presentan en la siguiente tabla de equivalencias:

		: 10 	: 10 	: 10 
		deci	centi	mili
Longitud	metro m	decímetro dm	centímetro cm	Milímetro mm
Peso	gramo g	decigramo dg	centigramo cg	miligramo mg
Capacidad	litro l	decilitro dl	centilitro cl	mililitro ml

Para los submúltiplos, los prefijos que preceden a cada una de las unidades principales son: **deci**, **centi** y **mili**.



Actividades

69) Indique qué unidades sería conveniente utilizar para describir:

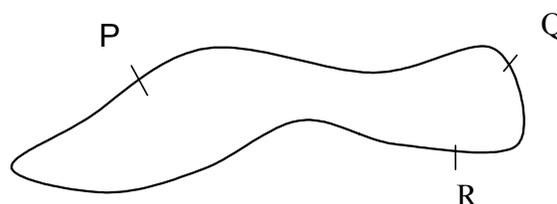
- a) la distancia entre México D.F. y Madrid
- b) el peso de una semilla
- c) la estatura de una persona
- d) la distancia entre Comodoro Rivadavia y Neuquén
- e) la capacidad de un balde
- f) la cantidad de agua que contiene una piscina olímpica
- g) la superficie de una cancha de fútbol
- h) el peso de cobre en 10 m de cable telefónico
- i) la capacidad de un estadio de fútbol

70) Mencione algunas situaciones cotidianas en las que se habla de “metros cuadrados”. ¿A qué se refiere exactamente?

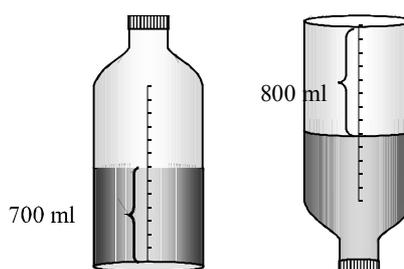
71) Un circuito mide 2800 m.

Los corredores parten de P, pasarán por Q y luego por R.

De P a Q recorren 1350 m, de Q a R, 250 m. Calcule la distancia de P a R.



72) Para medir la capacidad total de una botella graduada, se colocaron 700 ml de un líquido, luego se tapó y después se dio vuelta como en la figura, midiendo la cantidad de aire (800 ml). ¿Con estas dos medidas, puede determinar la capacidad total de la botella? Explique.



73) ¿Cuál es el peso en gramos de cada objeto?

Las galletitas equilibran con 205 g

La mochila equilibra con 2 libras y dos pesas de 520 g cada una

Dos libras y una pesa de 100 g equilibra con 700 g

Una caja pesa más de 100 g

Cinco cajas equilibra con 2 kg. Calcule el peso de la mochila, y los dos libras.

74) Tenemos una pintura que mide 22 cm por 55 cm. Se quiere comprar varillas de madera para hacer el marco. ¿Cuántos metros de varilla se necesita si entre la pintura y el marco queremos dejar un espacio blanco para el paspartú de 5 cm de ancho?

75) En las siguientes expresiones ponga los símbolos “<”, “=” ó “>”, según corresponda. (Sugerencia: consulte la tabla de equivalencias).

1 m 100 dm

1000 g 1 kg

300 cm ... 3000 mm

$\frac{3}{4}$ m 60 cm

2,5 l 3000 ml

1 $\frac{1}{2}$ kg 1200 g

0,5 kg 600 g

750 g $\frac{3}{4}$ kg

2,125 mg 0,0002125 g

76) Suponga que hoy es jueves 8 de agosto, a) ¿cuáles son las fechas de los otros jueves de agosto? b) ¿Qué día será en 72 horas? c) ¿Qué día de la semana será el 27 de agosto? d) ¿Qué día de la semana y qué fecha será en 72 días?

77) a) ¿Cuántos mm hay en 3,5 cm?

b) ¿Cuántos kg son 7500 g?

c) ¿Cuántos cm son 5 $\frac{1}{2}$ m?

d) ¿Cuántos km son 12 500 m?

e) ¿Cuántos l son 500 ml?

f) Una tonelada (t) equivale a 1000 kg. ¿Cuántas t es 8500 kg?

78) Una máquina consume 0,3 l de combustible por hora. Después de estar 10 horas funcionando, el motor se recalienta y gasta $\frac{1}{2}$ l de combustible por hora.

a) Si esta máquina estuvo encendida 13 horas y media, ¿cuánto combustible consumió?

b) Si en un día consumió 4 $\frac{1}{4}$ l, ¿durante cuánto tiempo estuvo funcionando?

79) Complete la siguiente tabla. ¿Qué regularidades observa?

	mm	cm	dm	m	dam	hm	km
1 mm	1	0,1					0,000 001
1 cm					0,001		
1 dm	1000						
1 m				1			0,001
1 dam					1		
1 hm		10 000					
1 km						10	

80) Las Letras Lecop Córdoba, conocidas como Lecor, en algunos negocios las aceptan con el valor del peso, y en otros no. Por ello aparecieron pequeñas financieras que anuncian: 113 Lecor = 100 \$ ¿Qué significa? ¿Por qué necesitaría alguien que tiene \$ cambiarlos por Letras y al revés? Una empresa exportadora paga los sueldos de sus empleados en Lecor, ¿adónde está el “negocio” de los empresarios si la mayor parte de sus ingresos los recibe en dólares?

81) Una revista que informa precios sobre la construcción (Fuente: El Constructor, Anuario 2000, Año XLI, n° 41) dice con respecto a diferentes rubros:

- “Hormigón 1 - 2 - 4 armado con acero redondo común”,
- “Hormigón 1 - 1 ½ - 2 ½ (para pilotes)”
- Para mamposterías de ladrillo común “ejecución con mezcla 1 - 2 - 3” y de ladrillos cerámicos huecos “mezcla ½ - 1 - 3”.

Para los dos primeros, los números dan respectivamente la cantidad de cemento, árido de grano fino y árido de grano grueso. Para el tercer ítem, los números indican la cantidad de cemento, cal y arena respectivamente. ¿Con qué unidad se dan esas mezclas? ¿Cómo elegirlas? ¿Por qué son diferentes para cada tipo de material?

82) Gabriel tiene que colocar en su casa un caño de desagüe pluvial, y calcula que desde la pared hasta el desagote hay unos 3 m. La pendiente sugerida es de 1cm por metro, ¿cuántos cm de desnivel tiene que lograr? ¿Cómo hace para medir ese desnivel? (Revisar problema 23).

Claves de corrección

Problema 17: Nos informan que la nadadora puede hacer en la pileta 2500 m, y el cruce del lago tiene una longitud de 2200 m. Si tenemos en cuenta solamente las longitudes, podríamos afirmar que la nadadora puede cruzar el lago. Sin embargo hay otros elementos a tener en cuenta que pueden dificultar o aún impedir el cruce: la temperatura y movimiento del agua, conservar una dirección, la resistencia física (en la pileta, cada 25 m hay fracciones de segundo de descanso), el impulso también cada 25 m, etc.

Problema 18: Por las capacidades de los recipientes, conviene expresar al número 8 como la suma de 3 y 2. Así, $3 + 3 + 2 = 8$. Supongamos que los recipientes están vacíos, puede llenar el de 8, y con ese contenido llenar una vez el de 3, derramar esa cantidad de agua y volver a llenar el recipiente de 3. En el recipiente de 8, quedan 2 l.

Problema 19: La cuarta mide aproximadamente 25 cm, con cuatro hace 1 m, y con 12 tiene aproximadamente 3 m. Como los tablones deben tener al menos 3 m, es decir 3 m o más, con 13 cuartas puede seleccionar los tablones que usará.

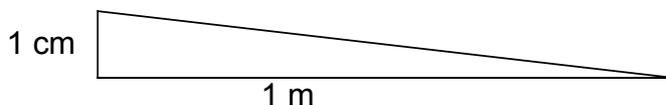
Problema 20: La estimación del peso de cada una de las personas adultas es aquí de gran importancia. Si los cajones pesan alrededor de 60 kg, hay que considerar que el peso de los dos no debería superar los 90 kg. Se sugiere que crucen por separado, y también que el más liviano transporte los cajones de gaseosas.

Problema 21: Según la receta, y con las cantidades disponibles de harina y azúcar, se podrán hacer 6 postres. Conviene tomar el peso de los ingredientes en la misma unidad, sea en gramos o en kilogramos. Elegimos como unidad el kg, y vemos que 0,8 kg entra tres veces en 3 kg y 0,3 kg también entra tres veces en 1 kg. ¿Alcanzará para hacer un postre más? No, nos faltaría 0,05 kg de azúcar.

Problema 22: Si el médico indicó las dosis según el prospecto, Luis tiene entre 2 y 5 años. A Juan le corresponde una dosis de 5 ml, a eso de las 5 de la mañana, y a Laura, con la misma dosis, alrededor de las 3 mañana.

Problema 23: Para que los líquidos fluyan, se necesita cierta inclinación. En la construcción, para los desagües pluviales, se usa un desnivel de 1 cm por cada

metro. Ese desnivel se puede representar gráficamente y sin escalas como lo muestra la siguiente figura.

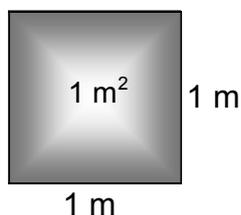


Actividades

69) No hay un único criterio para distinguir qué unidades son convenientes, aquí elegimos las más usuales.

a) km; b) g o mg; c) m; d) km; e) l; f) l; g) metros cuadrados; h) g) i) aunque se hable de capacidad, el estadio de fútbol no se mide en litros sino en espectadores.

70) “Metro cuadrado” es una unidad de superficie, y ya vimos que se utiliza por ejemplo para expresar la superficie de una cancha de fútbol, o la superficie de una casa, de un terreno a partir del cual se cobran impuestos y servicios, etc.



El “metro cuadrado” es una unidad principal de superficie en el sistema métrico decimal, y es la superficie que cubre un cuadrado de un metro de lado.

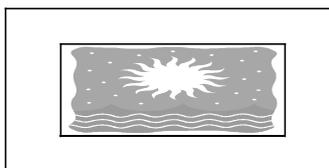
71) La distancia de P a R es 1200 m. Una forma de expresar los cálculos es:

$$2800 - (1350 + 250) = 2800 - 1600 = 1200$$

72) La graduación de la botella empieza desde el fondo y llega hasta cierta altura, pero no hasta la tapa, por eso es necesario invertirla para determinar la capacidad de la botella. En la primera posición, la cantidad de líquido que marca es 700 ml, y al invertirla, la cantidad de aire es 800 ml. La capacidad total de la botella es la suma de ambas cantidades, es decir $1500 \text{ ml} = 1,5 \text{ l}$

73) a) Dos libros pesan 600 g, porque dos libros y una pesa de 100 g se equilibra con 700g. La mochila pesa 1640 g (1,640 kg), ya que se equilibra con dos libros (600 g) y dos pesas de 520 g cada una (1040 g).

74) Hay que comprar por lo menos 1,94 m de varilla. Generalmente, en estos problemas, hacer un dibujo puede ayudar y el que se nos ocurre a nosotros, sin usar escalas, es así. La figura sombreada representa la lámina, el espacio blanco que la rodea es el paspartú, y el rectángulo exterior es el marco.



La varilla necesaria para el lado más largo del marco mide 65 cm (10 cm más que la lámina), y para el lado más corto es 32 cm, también 10 cm más que la lámina. Para el marco se necesita entonces: $65 + 65 + 32 + 32 = 194$, es decir por lo menos 194 cm, sin

contar los centímetros necesarios para hacer los rincones.

75) $1\text{ m} < 100\text{ dm}$

$1000\text{ g} = 1\text{ kg}$

$300\text{ cm} = 3000\text{ mm}$

$\frac{3}{4}\text{ m} > 60\text{ cm}$

$2,5\text{ l} < 3000\text{ ml}$

$1\frac{1}{2}\text{ kg} > 1200\text{ g}$

$0,5\text{ kg} < 600\text{ g}$

$750\text{ g} = \frac{3}{4}\text{ kg}$

$2,125\text{ mg} > 0,0002125\text{ g}$

76) a) Si el jueves es día 8, el próximo jueves será en siete días, es decir el 15. Y el siguiente, siete días después, o sea el 22. El último jueves del mes es el 29 de agosto.

b) En 72 horas será domingo 11, es decir, tres días después.

c) Dado que el 29 es jueves, el 28 es miércoles y entonces el 27 de agosto es martes.

d) Agosto tiene 31 días, desde el 8 al 31 hay 23 días. De los 72 días que tenemos que “cubrir”, a partir del 1 de setiembre, nos quedan 49 días (resultado de $72 - 23$)

El 1 de setiembre es domingo (porque jueves 29, viernes 30, sábado 31). Setiembre tiene 30 días, o sea que nos quedan 19 días de octubre. Ya sabemos entonces que el día 72 después del 8 de agosto es el 19 de octubre, ¿pero qué día de la semana es? Los domingos de setiembre son el 1, 8, 15, 22 y 29, o sea que el 1 de octubre es martes. Y entonces en octubre, es día martes el 8, 15, 22... Martes 15, miércoles 16, jueves 17, viernes 18, sábado 19.

Setenta y dos días después del jueves 8 de agosto, es el sábado 19 de octubre. Después de hacer el cálculo, puede verificar con un calendario.

- 77) a) 35 mm b) 7,5 kg c) 550 cm d) 12 1/2 km
 e) 1/2 l f) 8, 5 t

- 78) a) 4,75 l b) 12 1/2 horas

79)

	mm	cm	dm	m	dam	hm	km
1 mm	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000 001
1 cm	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001
1 dm	100	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
1 m	1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
1 dam	10 000	1000	100	10	1	0,1	0,01
1 hm	100000	10 000	1000	100	10	1	0,1
1 km	1000000	100000	10000	1000	100	10	1

Al completar la tabla, poco a poco, se descubren regularidades que facilitan la tarea de escribir los números que faltan. En el orden en que aparecen la unidad principal, los múltiplos y los submúltiplos, se divide por 10 o se multiplica por 10 para pasar de un cuadrito al inmediato anterior o siguiente (siguiendo las filas o las columnas).

80) 113 Lector = 100 \$ expresa la equivalencia entre dos tipos de valores, e indica que por 113 Lector se dan 100 \$, o por 100 \$ se dan 113 Lector. Esa equivalencia no es estable, depende de la economía nacional e internacional. Si una persona dispone de pesos, al cambiarlos por Lector gana 13 pesos en bonos por cada 100 \$. Si los precios de bienes de consumo (almacén, verdulería, indumentaria, etc.), servicios (gas, energía eléctrica, etc.) e impuestos (rentas, municipalidad, etc.) se pagan indiferentemente en bonos o en pesos, se incrementa el dinero disponible en un 13 %.

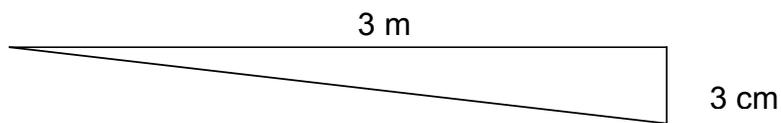
El cambio al revés, es decir llevar 113 pesos en bonos para recibir 100 \$ significa una pérdida, pero mucha gente necesitó hacer ese cambio porque algunas cosas, como créditos hipotecarios, no se podían pagar en bonos.

En nuestro país, aunque la moneda legal es el peso, muchas operaciones se hacen en dólares. Quien posee dólares intenta conservarlos para su propio beneficio, y así quien especula con el trabajo de sus empleados les paga en bonos para ahorrar dólares.

81) La unidad puede ser cualquiera, siempre que se utilice la misma para cada mezcla. Por ejemplo, si tomamos como unidad un balde, para el primer hor-

migón 1 - 2 - 4, significa que se necesita un balde de cemento, dos de árido de grano fino y 4 de árido de grano grueso. La unidad se elige según la cantidad que se necesita preparar.

82) La línea remarcada representa el caño de desagüe, como la pendiente debe ser por lo menos de 1 cm por metro, se necesita descender al menos 3 cm con respecto al nivel inicial. Para medirla, con un nivel (o una manguera con agua en su interior) se garantiza la horizontal, que en este problema mide 3 m, y luego con una regla se marcan los 3 cm.





Lección: 7

Contenido: Superficie y volumen. Unidades

Las magnitudes que tratamos hasta ahora son longitud, peso, capacidad, y planteamos algunos problemas donde aparece tiempo, dinero, etc. Ahora estudiaremos superficie y volumen. ¿Qué problemas se pueden tratar con esas magnitudes?. Supongamos que un terreno se va a destinar a la plantación de frutales, para calcular cuántos árboles se necesitará plantar, hay que considerar la superficie del terreno. También es importante calcular la superficie en el caso de calcular el número de cerámicos necesarios para cubrir un piso o una pared, o la cantidad de pintura para pintar una pared, la tela necesaria para hacer una prenda, etc.

El volumen de una habitación, de una piscina, de una botella, de un dosificador, etc. permite decidir, por ejemplo, cuál es el calefactor adecuado para una sala (según las calorías), la cantidad de productos químicos necesaria para mantener el agua de una pileta, la capacidad de un recipiente, etc.

Trataremos en esta lección cómo se determina la superficie y el volumen de algunos objetos, y las unidades que corresponden a cada una de esas magnitudes.

Intente resolver estos problemas con lo que Ud. sabe.

Problema 35: Construya, sobre papel cuadriculado, todos los rectángulos posibles que ocupen 24 cuadrados y cuyos lados sean un número entero.

Escriba para cada figura cuántos cuadrados ocupa, y cuánto mide el contorno tomando como unidad la longitud del lado del cuadrado.

Problema 36: Algunas de las medidas reglamentarias de una cancha de fútbol están dadas exactamente, y otras en términos de intervalos. El reglamento dice: "El arco medirá 7,32 m de poste a poste y la altura será de 2,44 m." Y para el terreno de juego establece: "Largo máximo de 120 m, mínimo de 90 m. Ancho máximo 90 m, mínimo 45 m."

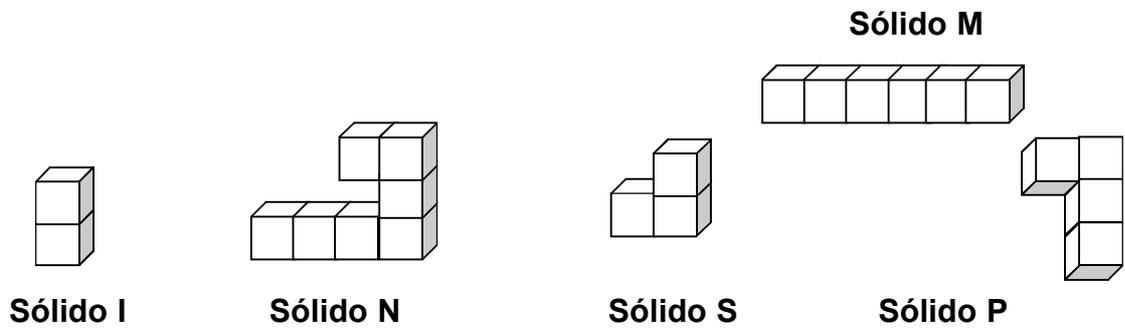
a) ¿Qué significan esas longitudes dadas en términos de "máximo y mínimo"?

b) La cancha del Chateau medía 68 m de ancho. En una oportunidad el D.T. de Talleres pidió una reducción del terreno de juego de modo de quitar 1,5 m de cada lado, a lo largo, ¿cómo se reduce el terreno de juego?

Problema 37: Con una colección de cajas del mismo tamaño o con paquetes de galletitas (preferentemente cuadradas o rectangulares) de un mismo tipo, es posible armar sólidos diferentes, según cómo se los disponga.

El dibujo que sigue muestra sólidos armados con cubitos  unidad como el que mostramos a la derecha.

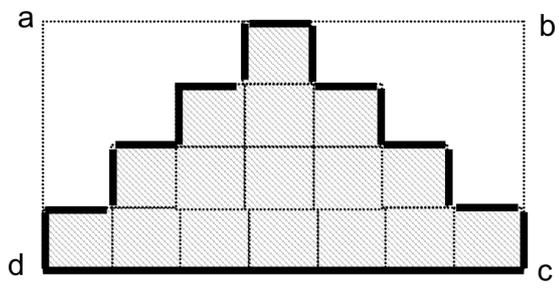
Indique en cada caso, cuántos de esos cubos unidad se necesitan para armar cada uno de ellos.



Problema 38: En la figura que sigue:

a) Compare la superficie de la "pirámide" sombreada con la del rectángulo abcd;

b) Compare la longitud del contorno de la "pirámide" con la del rectángulo abcd. ¿Hay algo que le sorprende?



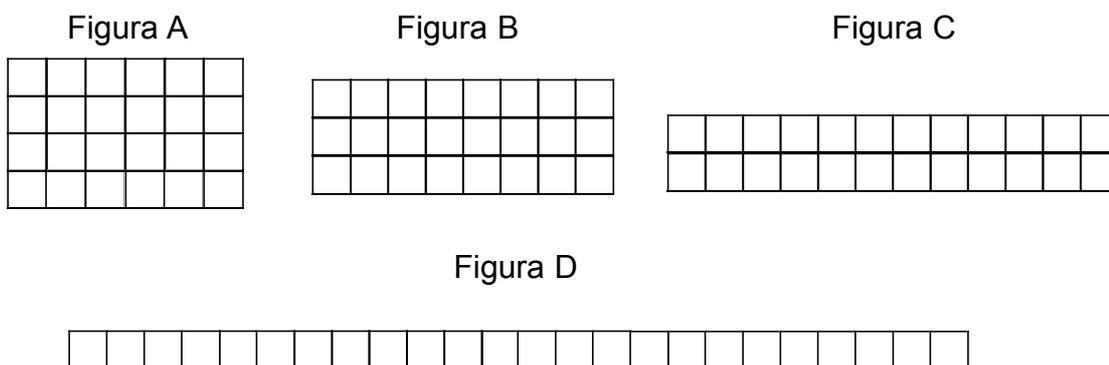
Problema 39: La arena, el ripio y otros materiales usados en la construcción se venden por "metro cúbico". ¿Qué significa?



Problema 40: Se quiere hacer una colcha de 1,80 m por 1,20 m de ancho cosiendo trozos rectangulares de tejido al crochet de 40 cm por 20 cm igualmente dispuestos. ¿Cuántos trozos se necesitan? El resultado, ¿es independiente de la forma en que se peguen los trozos? Con esos mismos trozos, ¿se podrá hacer una colcha de 2 m por 1,20 m?

Soluciones propuestas

Para resolver el problema 35, sobre papel cuadriculado, se cuentan 24 cuadrados de modo que se obtengan rectángulos y tales que los lados sean un número entero. Todos esos rectángulos tienen la misma superficie, 24, tomando como unidad el cuadradito del papel cuadriculado. Pero el contorno no se mantiene, la longitud del contorno, es decir el perímetro de esos rectángulos varía según cómo se acomodaron los cuadraditos.



Las figuras A, B, C y D tienen todas la misma superficie, pero los perímetros medidos tomando como unidad el lado del cuadradito dan 20, 22, 28, y 50 respectivamente. Observe: En estos rectángulos de igual superficie, el perímetro crece a medida que la forma del rectángulo se aleja del cuadrado

El problema 36 plantea las posibles dimensiones de una cancha de fútbol reglamentaria. Así, el largo “máximo de 120 m” significa que el lado más largo de la cancha no puede ser mayor que 120 m, “mínimo de 90 m” está indicando que ese lado no puede ser menor de 90 m. Con respecto al ancho, es decir el lado más corto, no puede superar los 90 m y no se admite menor a 45 m.

En símbolos, podríamos decir que:

$$90 \text{ m} \leq \text{lado más largo} \leq 120 \text{ m, y además } 45 \text{ m} \leq \text{lado más corto} \leq 90 \text{ m}$$

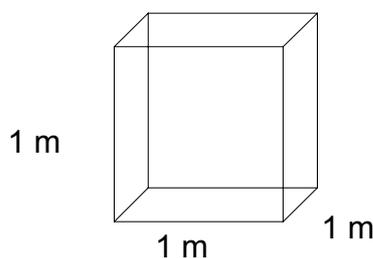
El D.T. de Talleres pidió que el ancho del terreno de juego que era de 68 m se redujera 3 m (1,5 m de cada lado), es decir que el lado más corto de la cancha mida 65 m. Se quita entonces dos franjas que tienen 1,5 m por el largo de la cancha de

fútbol (que no sabemos exactamente cuánto es), se “achica” entonces el espacio de juego.

El problema 37 propone determinar el *volumen* de diferentes sólidos que se arman juntando cubos unidad. El volumen de cada uno se da contando cuántos de esos cubos entran:

Sólido	I	N	S	M	P
Volumen	2	7	3	6	4

La “pirámide” y el rectángulo abcd del problema 38 tienen *igual perímetro y diferente superficie*, y eso es lo sorprendente ya que una reflexión apresurada llevaría a pensar que cuanto más grande es una superficie, mayor es su contorno. Pero ya ve Ud., no siempre es así.



El problema 39 habla de “metro cúbico”, una unidad principal de volumen en el sistema métrico, y es el volumen de un cubo que tiene un metro de arista. Como lo dice el problema, se miden en metros cúbicos cantidades de arena y piedra, y también cantidades de agua (volumen de una pileta, o un tanque) y de gas (volumen de aire de una habitación, de gas para consumo domiciliario,

etc.). Por ejemplo, 3m^3 de arena equivalen a llenar con arena tres cajones semejantes al esquema.

La solución al problema 40 está en la clave de corrección.

Concepto de área. Unidades en el sistema métrico

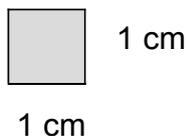
Hasta ahora hemos hablado de superficie y perímetro de figuras planas, y también de volumen de sólidos. Bajo el nombre de “superficie” hasta ahora cubrimos dos aspectos que en matemática se distinguen: *superficie* y *área*. Se entiende por *área* de una figura a la medida que de alguna manera da idea del tamaño de la región encerrada por la figura.

Cuando en el problema 38 decimos que la “pirámide” y el rectángulo tienen diferente superficie, comparamos la región que encierra cada uno de ellos pero no damos idea de cuánto cubre cada una de esas figuras. Si agregamos que, toman-

do como unidad un cuadradito, el área de la pirámide es 16 y el área del rectángulo es 28, ya damos idea de cuan grande o pequeña es la región considerada.

Para hablar de áreas, necesitamos unidades. Como lo vimos en diferentes problemas, las unidades para determinar el área pueden ser cuadrados (problema 38), rectángulos (los cerámicos del problema 14, los trozos tejidos al crochet del problema 40), etc.

El sistema métrico decimal adopta como unidad de área la de un cuadrado de lado unidad. La unidad principal es el **metro cuadrado**, que se denota m^2 y, como ya lo dijimos es el área encerrada por un cuadrado de 1 m de lado. Un submúltiplo del m^2 es el **centímetro cuadrado**, que se denota cm^2 y es el área encerrada por un cuadrado de 1 cm de lado. La figura de la izquierda lo muestra en tamaño real. Otros múltiplos o submúltiplos del metro cuadrado, son por ejemplo el kilómetro cuadrado y el decímetro cuadrado.



¿Cuántos decímetros cuadrados entran en un metro cuadrado? El decímetro cuadrado, dm^2 corresponde al área encerrada por un cuadrado de 1 dm de lado. $1 m^2 = 100 dm^2$ porque: $1 m^2 = 1 m \cdot 1 m = 10 dm \cdot 10 dm = 100 dm^2$

Por eso, tal vez Ud. recuerde, que una regla muy difundida en la escuela para convertir unidades de superficie “hay que ir de a dos”.

Como ya lo dijimos, la unidad principal de área en el sistema métrico es el metro cuadrado, los múltiplos y submúltiplos responden al sistema decimal, pero por las razones que vimos, el factor de multiplicación es 100.

Así 100 metros cuadrados hacen un decámetro cuadrado, 100 decámetros cuadrados hacen un hectómetro cuadrado, 100 hectómetros cuadrados hacen un kilómetro cuadrado. De esas unidades, las más utilizadas son el kilómetro cuadrado (para medir superficies de países, regiones, etc.) y el hectómetro cuadrado, que equivale a una *hectárea*, unidad de medida utilizada en el agro.

La tabla que sigue muestra las equivalencias entre **los múltiplos** del metro cuadrado, y el modo en que se denotan universalmente:

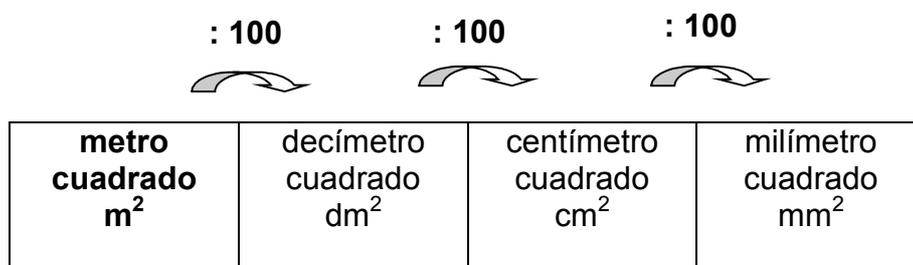
x 100	x 100	x 100	
kilómetro cuadrado km^2	hectómetro cuadrado hm^2	decámetro cuadrado dam^2	metro cuadrado m^2

De la tabla se deduce que 10 000 metros cuadrados hacen un hectómetro cuadrado, y 1 000 000 metros cuadrados un kilómetro cuadrado, etc. En símbolos, algunas de esas equivalencias se pueden escribir:

$$1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2 ; 1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2$$

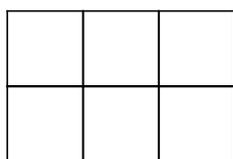
Como Ud. habrá notado, los prefijos (que se colocan delante del nombre de la unidad) son otra vez -como en las unidades de longitud, peso y capacidad- **deca, hecto y kilo**.

Los submúltiplos de la unidad principal también responden al sistema decimal, y la relación entre dos unidades consecutivas es, obviamente, por 100. Los prefijos son **deci, centi y mili**:



Área de un rectángulo

Un rectángulo cuyos lados midan un número entero contiene tantos cuadrados unidad como lo indica el producto de sus lados. Por ejemplo, los lados del rectángulo que sigue miden 2 cm y 3 cm. El área de ese rectángulo es, como se ve en el dibujo, 6 cm^2 , número que se obtiene de hacer $2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$



Si las medidas de los lados son números fraccionarios, tal como lo vimos en las lecciones del producto de fracciones, el área también se calcula multiplicando las medidas de sus lados. No estudiamos aún los números irracionales, pero por ahora aceptamos que también sucede, y entonces generalizamos en la regla:

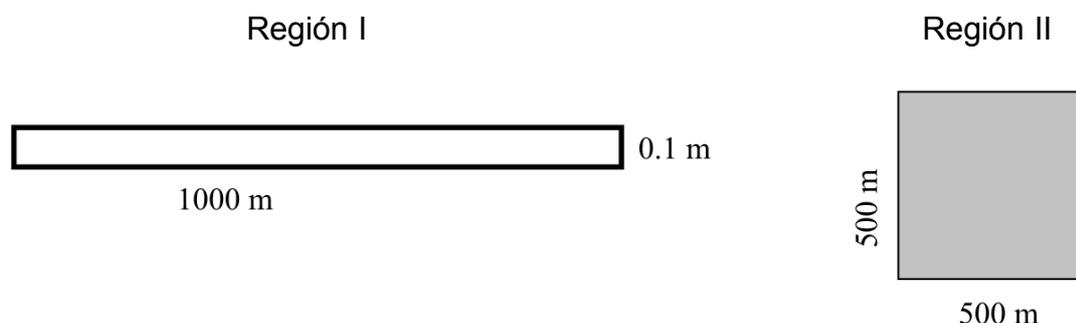
El área de un rectángulo se obtiene multiplicando las dos medidas de sus lados.

Del área del rectángulo, sacamos que:

Área del cuadrado = l^2 , porque los lados son iguales.

Actividades

119) Compare superficie y perímetro de las siguientes regiones (la I es rectangular, y la II cuadrada, y las dimensiones están indicadas en el esquema). Exprese por escrito lo que observa.



120) ¿Cuántas baldosas de 20 cm de lado se necesitan para cubrir un metro cuadrado? ¿Y si miden 30 cm de lado? ¿Y si miden 15?

121) Según los datos del problema 36, a) ¿Cuál es el área máxima que puede tener una cancha de fútbol, y cuál es la mínima? b) Después de los cambios propuestos por el DT de Talleres, ¿en cuánto se reduce el terreno de juego?

122) Las resmas de papel indican el tamaño de cada hoja y el espesor. Si Ud. lee la etiqueta encontrará, por ejemplo: "A4 210 x 297 mm, 70 gramos por m²". a) ¿Qué dimensiones tiene la hoja A4 expresadas en cm? b) Otro tipo de papel, de tamaño A4, indica "80 gramos por m²". ¿Cuál es la diferencia entre las hojas de cada tipo?

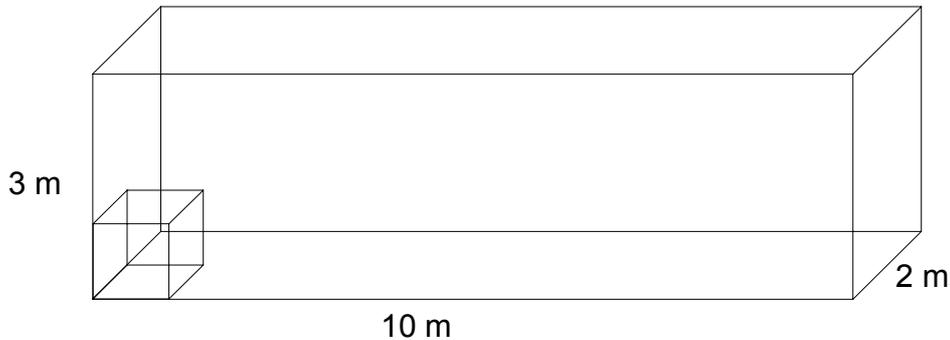
123) En relación con el problema 35 del inicio de esta lección, ¿cómo verifica que están todos los rectángulos posibles?

Unidades de volumen

En el problema 37 proponíamos armar sólidos con cubitos unidad, o con paquetes de galletitas, etc. y en la solución mostramos que se podía expresar el volumen de un sólido contando el número de cubos unidad que lo constituyen.

Después presentamos el **metro cúbico**, que se denota m³, la unidad principal de volumen en el sistema métrico. Con la misma idea de apilar cubitos, se puede pensar en calcular el volumen de una habitación apilando cubos de un metro cúbico. Así, supongamos que se necesita comprar un calefactor para un

pasillo que mide 10 m, 2 m y 3 m. Si el esquema representa el pasillo y un metro cúbico en el rincón, se puede calcular que en ese “sólido” que es el pasillo van a entrar 60 de esos cubos, y ese número se obtiene -por analogía con la superficie del rectángulo- multiplicando: $10 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 60 \text{ m}^3$



Los submúltiplos más usuales del metro cúbico son el decímetro cúbico, el centímetro cúbico y el milímetro cúbico. ¿Cómo se da la equivalencia entre dos unidades consecutivas de volumen en el sistema métrico? Los chicos dicen, a menudo, en volumen “van de a tres”, o dicho más formalmente, el factor de multiplicación es 1000. Tomemos por ejemplo la equivalencia entre el metro cúbico y el decímetro cúbico, así:

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3$$

La tabla muestra las equivalencias entre los **múltiplos** del metro cúbico, y el modo en que se denotan universalmente.

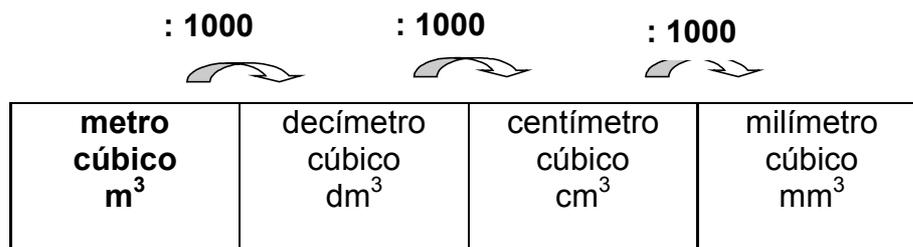
	x 1000	x 1000	x 1000	
kilómetro cúbico km^3	hectómetro cúbico hm^3	decámetro cúbico dam^3	metro cúbico m^3	

Algunas de las equivalencias que expresa esa tabla son, en símbolos:

$$1 \text{ dam}^3 = 1000 \text{ m}^3; \quad 1 \text{ hm}^3 = 1\,000\,000 \text{ m}^3; \quad 1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$$

$0,001 \text{ dam}^3 = 1 \text{ m}^3$; etc.

Los submúltiplos de la unidad principal también responden al sistema decimal, y los prefijos son **deci**, **centi** y **mili** y la relación es, obviamente, por 1000:



Actividades

124) a) ¿Es posible encontrar dos cuerpos que tengan el mismo volumen pero pesos diferentes? b) ¿Es posible encontrar un cuerpo A de mayor volumen que otro cuerpo B, pero que A pese menos que B?

125)

- a) Una hectárea (ha) equivale a 1 hm^2 , ¿cuántos m^2 hay en $1 \frac{1}{2} \text{ ha}$?
- b) ¿Cuántos km^2 hay en 1 ha ?
- c) ¿Cuántos cm^3 entran en 1 m^3 ?
- d) ¿Cuántos m^2 de tela hay en un corte de $2,10 \text{ m}$ si el ancho es de $1,40 \text{ m}$?
- e) Por un retazo de $1,20 \text{ m}$ de tela, pagué \$ 9,60. ¿Cuánto cuesta el m de esa tela?

126) La velocidad de un ciclista en un tramo del recorrido es de 35 km/h (se lee “35 kilómetros por hora”)

- a) ¿Qué significa ese valor?
Otro ciclista, con otro entrenamiento, desarrolla en un tramo una velocidad de 52 km/h (52 kilómetros por hora).
- b) ¿Cuál es más rápido?
- c) ¿Cuánto más recorre en una hora el que es más veloz?

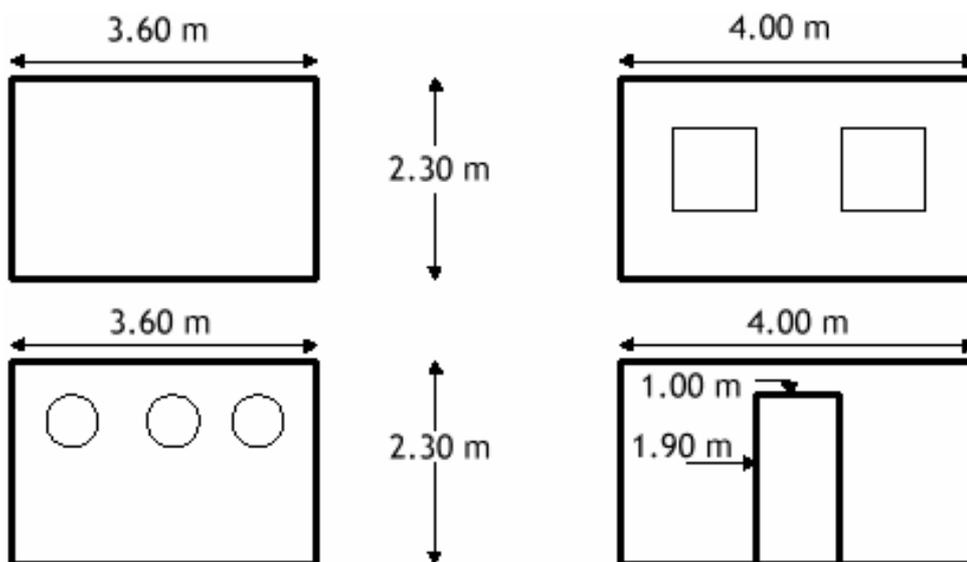
127) Para mantener el agua de una pileta, además de la limpieza, se debe controlar el grado de acidez del agua (el ph) y además se debe echar cloro diariamente.

a) Los valores de ph están comprendidos entre 0 y 14, el grado neutro corresponde al valor 7. Se debe controlar que ese valor se mantenga entre 7,2 y 7,6. Si es superior produce enturbiamiento en el agua, y si es inferior, puede ser

corrosivo. ¿Para cuáles de los siguientes valores se necesita agregar algún producto químico?: 8; 7,3; 6,9; 7,5; 7,8; 7

b) El cloro líquido se echa 1 l cada 20 000 l de agua. Si es cloro sólido, se aplican 40 g por cada 20 000 l de agua. ¿Cuánto cloro de cada tipo se echa para 15000 l de agua? ¿Qué volumen de agua tiene una pileta a la que se echa $2\frac{1}{4}$ l de cloro líquido? ¿Cuántos g de cloro sólido hay que aplicar en lugar de $7\frac{1}{2}$ l de cloro líquido?

128) Se desea pintar las paredes de un cuarto, pero no las aberturas (ni la puerta, ni las ventanas cuadradas que tienen 90 cm de lado, ni las redondas que tienen 30 cm de radio). Si un litro de pintura alcanza para pintar 8 m^2 , ¿cuántos litros de pintura se deben comprar? (Área del círculo = πr^2 , donde r es el radio y π vale aproximadamente 3,14).



129) Una leche en polvo maternizada tiene una cuchara cuyo contenido es la dosis de leche (5 gramos) por cada 30 cm^3 de agua.

Otra leche en polvo indica: una cucharada al ras (6 gramos aproximadamente) por cada 50 cm^3 , y una cucharita al ras (unos 4 gramos) de azúcar.

Para cada tipo de leche, calcule cuántos gramos de leche y cuántos de azúcar para una mamadera de 60 cm^3 . ¿Y si la mamadera es de 100 cm^3 ?

130) Se desea hacer una cortina para una ventana de 1,80 m de alto por 2 m de ancho. En la tienda, el género elegido viene en piezas de 1,40 m de ancho.

Para que la cortina tenga un pliegue adecuado, se estima que el ancho del género debe ser un 80 % más que el ancho de la ventana. De acuerdo con esos datos, ¿cuántos metros de tela debería comprar?

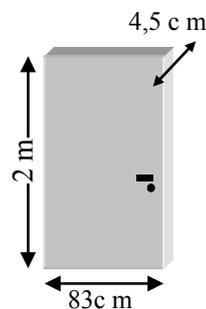
- 131) Si las aristas de un dado miden 1 cm,
- a) ¿cuántos dados se pueden apilar en 1 m^3 ?
 - b) Si dispone de 27000 de esos dados, ¿cuánto medirán las aristas de una caja cúbica que se llena con ellos?
 - c) Si se tarda unos 4 segundos para colocar cada cubito dentro de la caja, ¿le alcanza con un día completo para llenar la caja?

132) ¿Qué área tienen los pisos con las siguientes formas y dimensiones, y cuántos azulejos cuadrados de 20cm de lado se necesitan para cubrirlos? (Suponga que los azulejos van pegados unos con otros, sin “junta”, y un azulejo que debe ser partido se cuenta como uno entero).

- a) un cuadrado de 2 m de lado
- b) un cuadrado de 4 m de lado
- c) un rectángulo de 8 m x 2 m
- d) un rectángulo de 16 m x 7.5 m
- e) un rectángulo de 8.3 m x 5.1 m

133) Como Ud. seguramente sabe, los bonos Lecop Córdoba con que pagaba un porcentaje del sueldo la administración pública provincial, fueron impresos en Chile. La noticia decía que el volumen de bonos traídos en una oportunidad era $1,8 \text{ m}^3$. En una polémica acerca de si ese monto de bonos podía ser despachado como un equipaje personal, algunos miembros del gobierno, y también periodistas afirmaron: “ $1,8 \text{ m}^3$ es un cubo de 1,8 m por 1,8 m por 1,8 m”. ¿Es verdad esa afirmación? Justifique.

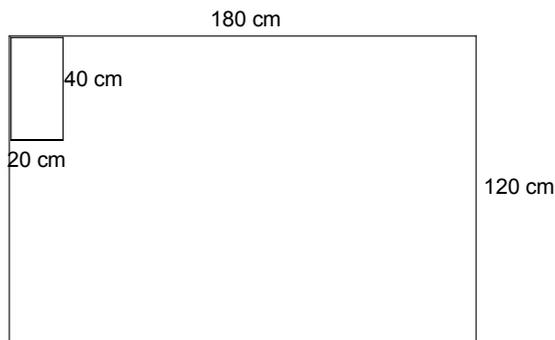
134) En una lata de pintura de 250 cm^3 se lee: “Rendimiento: 12 a 15 m^2 por litro y por mano” ¿Le alcanza esa lata para pintar una puerta como la del esquema, si desea darle dos manos de pintura?



Claves de corrección

Problema 40: La manera en que se pueden disponer los trozos depende de sus dimensiones y las de la colcha. Conviene pensar las medidas de la colcha en cm, la misma unidad con que se miden los lados de los trozos, esto es, 180 cm y

120 cm. Ahora bien, en 120 cm entran tres veces 40 cm, y en 180 cm entran nueve veces 20 cm. Se concluye que de esa manera, como lo ilustra el dibujo, entran tres filas de nueve trozos cada una. En total: $3 \times 9 = 27$



Como 40 cm no entra un número entero de veces en 180 cm, los trozos no se pueden disponer de la otra manera.

Las dimensiones de una nueva colcha son 200 cm y 120 cm, y dado que: $200 = 40 \cdot 5$ y $120 = 20 \cdot 6$, o $200 = 20 \cdot 10$ y $120 = 40 \cdot 3$ con treinta trozos dispuestos todos de una u otra forma, se arma la colcha.

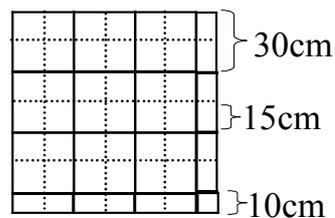
Actividades

119) Se muestran dos regiones de perímetros similares (aproximadamente 2000 m) pero el área del cuadrado (Región II) es $250\,000\text{ m}^2$ mientras que el área del rectángulo sólo es de 100 m^2 . Además la Región I no es apta para la construcción ni para la siembra ¡quizá solo sirva para una hilera de lechugas!

120) Como en el problema 40, la superficie a cubrir tiene 1 m^2 , y si no se dan otras dimensiones vamos a suponer que la superficie es un cuadrado de 1 m de lado. El lado mide 100 cm, y se trata de ver si entre los divisores de 100 están 20, 30 y 15. Como $100 = 2^2 \cdot 5^2 = 20 \cdot 5$

Baldosas de 20 cm, entran 5 en cada lado, así que se necesitan 25 baldosas enteras. Con las de 30, habrá que partirlas, necesitará 9 enteras, 6 pedazos de 30 por 10, y un cuadradito de 10 por 10... Depende de la habilidad para cortarlas y de la suerte de que no se rompan, determinar cuántas necesitará.

Con las de 15 cm, necesitará 36 baldosas enteras, y 12 pedazos de 15 por 10, más un cuadrado de 10 por 10.



121) El área máxima de un terreno de fútbol es: $120\text{ m} \cdot 90\text{ m} = 10800\text{ m}^2$. El área mínima: $90\text{ m} \cdot 45\text{ m} = 4050\text{ m}^2$. Suponiendo que la cancha del

Chateau tiene 120 m en su lado más largo, la reducción de 1.5 m de cada lado es en total: $120 \text{ m} \cdot 1.5 \text{ m} \cdot 2 = 360 \text{ m}^2$

122) a) 21 cm x 29,7 cm; b) la hoja que pesa 80 g es más gruesa, ya que un m^2 de ese papel pesa 10 g más que el anterior.

123) En el problema 35 se pedía hacer sobre papel cuadriculado todos los rectángulos cuyos lados midan un número entero de cuadrados y cuya área sea 24 de esos cuadrados. Otra vez, es útil hacer la descomposición en factores primos de 24, y en este caso, calcular todos sus divisores (Confrontar lección 8, módulo 2). Así: $24 = 1 \cdot 2^3 \cdot 3$

Sus divisores son: 1, 2, 2^2 , 2^3 , 3, y sus combinaciones que dan otros valores, a saber: $2 \cdot 3$; $2^2 \cdot 3$; $2^3 \cdot 3$. Ordenando los resultados: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Multiplicando los extremos de esa lista, se obtiene:

$$1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 24$$

que dan las cuatro dimensiones posibles para los rectángulos de 24 cuadraditos de superficie.

Por la propiedad conmutativa del producto se podrían obtener otros rectángulos, por ejemplo $24 \cdot 1$, $12 \cdot 2$, $8 \cdot 3$, etc. Habría que ver en el problema si se consideran “diferentes” los rectángulos $1 \cdot 24$ y $24 \cdot 1$. Generalmente es el contexto del problema quien ayuda a determinar si son o no diferentes, por ejemplo si se trata de figuras rectangulares que se pueden recortar, tal vez da lo mismo la orientación, no así si se refiere a un terreno. (Suponga que el problema trata de un jardín de $4 \cdot 6$, y donde se necesita poner reja al frente, el costo no es lo mismo si el frente mide 4 m o 6 m).

124) a) Sí, pensemos en un cubo de un decímetro cúbico de volumen, uno de ellos de madera y otro de piedra, b) Seguro que sí, designamos A a una caja de zapatos (para un adulto) cerrada y vacía, y B designa una guía telefónica de Córdoba, podemos afirmar que A tiene mayor volumen que B, y también que A pesa menos que B.

- 125)** a) $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10000 \text{ m}^2$; $1 \frac{1}{2} \text{ ha} = 15000 \text{ m}^2$;
b) $0,01 \text{ km}^2 = 1 \text{ ha}$;
c) $1000000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}^3$
d) $2,94 \text{ m}^2$ e) \$ 8 el m

- 126)** a) 35 km/h indica que en caso de mantener esa velocidad durante una hora, recorrerá 35 km.
 b) Es más rápido quien recorre 52 km en una hora.
 c) El más veloz recorre 17 km más en cada hora.
- 127)** a) Los valores deseables están entre 7,2 y 7,6. Ordenando los números dados: $6,9 < 7 < 7,2 < 7,3 < 7,5 < 7,6 < 7,8 < 8$ se observa que para 6,9; 7; 7,8 y 8 se necesita la intervención del responsable de mantener el agua.
 b) A 15000 l de agua, le corresponde 0,750 l de cloro líquido y 30 g de sólido. Si se echa $2 \frac{1}{4}$ l de cloro líquido, el volumen de agua es 45000 l. Corresponde 140 g de cloro sólido, en lugar de echar $7/2$ l de cloro líquido.

128) La superficie de las aberturas es $4,3678 \text{ m}^2$ (discriminado en: $1,9 \text{ m}^2$ la puerta; $1,62 \text{ m}^2$ las ventanas cuadradas; $0,8478 \text{ m}^2$ las ventanas circulares). Redondeando las aberturas miden $3,47 \text{ m}^2$. La superficie de las paredes, incluyendo las aberturas es $34,96 \text{ m}^2 = (3,6 \text{ m} + 3,6 \text{ m} + 4 \text{ m} + 4 \text{ m}) \cdot 2,3 \text{ m}$

La superficie a pintar es $34,96 \text{ m}^2 - 4,37 \text{ m}^2 = 30,59 \text{ m}^2$, por lo cual, teóricamente alcanzaría con 4 l de pintura.

129)

	60 cm^3	100 cm^3
Leche maternizada	10 g	$50/3 \text{ g} = 16,6 \text{ g}$
Leche en polvo	7,2 g	12 g
Azúcar	$24/5 \text{ g} = 4,8 \text{ g}$	8 g

130) El 80 % más de ancho hace 3,60 m porque: $80 \% \text{ de } 2 \text{ m} = 1,6 \text{ m}$
 Como la tela tiene 1,40 m de ancho, se van a necesitar por lo menos tres largos, es decir $1,80 \text{ m} \cdot 3 = 5,40 \text{ m}$. Habría que pensar además en dobladillos, y en cómo acomodar la tela en caso de que tenga algún estampado para combinar.

- 131)** a) El volumen de un dado es 1 cm^3 , en 1 m^3 entran 1000000 de dados.
 b) Las aristas de la caja cúbica medirán 30 cm, ya que $30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 27000 \text{ cm}^3$ que es la cantidad de dados disponible.

- c) Una hora tiene 3600 segundos, entonces un día: $24 \cdot 3600 = 86400$ segundos. El tiempo necesario para acomodar los cubitos en la caja es: $27000 \cdot 4 = 108000$ segundos, es decir que no alcanza con un día.

132) a) $200 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 10$, es decir que 20 cm entra 10 veces en 2 m. Para cubrir un cuadrado de 2 m de lado se necesitan 100 azulejos.

b) $400 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 20$, es decir que 20 cm entra 20 veces en 4 m.

Para cubrir un cuadrado de 4 m de lado se necesitan 400 azulejos. Observe que en este inciso, el lado del cuadrado es el doble del anterior, pero la superficie es el cuádruplo.

c) $800 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 40$, y $200 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 10$, entran 400 azulejos.

d) El rectángulo de 16 m x 7,5 m, $1600 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 80$, $750 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 37$ y hay resto en la división, así que habrá que considerar una fila más. La cantidad de azulejos es $80 \cdot 38 = 3040$

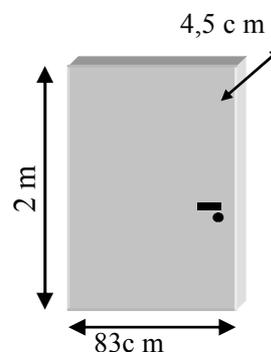
e) El rectángulo de 8,3 m x 5,1 m, $830 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 41$ y hay resto en la división, habrá que considerar una fila más. Y $510 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 25$ y también hay resto en la división, así que habrá que considerar una fila más. La cantidad de azulejos es $42 \cdot 26 = 1092$ azulejos.

133) La afirmación: “ $1,8 \text{ m}^3$ es un cubo de 1,8 m por 1,8 m por 1,8 m” es falsa. Porque $1,8 \text{ m} \cdot 1,8 \text{ m} \cdot 1,8 \text{ m} = 5,832 \text{ m}^3$. Para ver que es falsa, no haría falta hacer la cuenta. Se puede pensar que hay diferentes maneras de obtener $1,8 \text{ m}^3$ como producto de tres números (dichos números serían las dimensiones del “paquete” de bonos), entre ellos: $1,8 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}$, y se ve rápidamente que ese valor es menor que $(1,8 \text{ m})^3$.

134) Como lo muestra el esquema las dimensiones de la puerta son 2,00 m por $83 \text{ cm} = 0,83 \text{ m}$ y de espesor = $4,5 \text{ cm} = 0,045 \text{ m}$ (son medidas estándar).

Como el espesor requiere poca pintura, primero se puede calcular de forma aproximada el área total, considerando solamente las dos superficies mayores (cara exterior e interior): Esto da: $0,83 \text{ m} \times 2,00 \text{ m} \times 2 = 3,32 \text{ m}^2$

El rendimiento “12 a 15 m^2 por litro y por mano”, significa que con un litro de pintura y dando una mano se pueden cubrir entre 12 y 15 m^2 . Como la lata tiene



250 cm³, es decir la cuarta parte de un litro, se puede cubrir la cuarta parte de 12 a 15, es decir, entre 3 y 3,75 m². Alcanzará la lata para dar una mano, pero no dos manos de pintura. Si se quiere dar dos manos de pintura será necesario como mínimo una lata de medio litro.





Radicación. Teorema de Pitágoras.

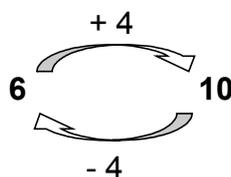
Números irracionales.

Lección: 8

Contenido: Radicación. Teorema de Pitágoras.

La radicación es una operación, aunque tal vez menos usual que otras. Ya hemos visto que hay ciertas relaciones entre las operaciones. Así, si a un número, digamos 6 se le suma por ejemplo 4 y luego se resta 4, se obtiene 6.

Esquemáticamente:



Se puede considerar que la resta “deshace” lo que hace la suma, cuando el número que se suma y el que se resta es el mismo, el “4” en el dibujo. De un modo similar podemos pensar la multiplicación y la división, siempre que el número (distinto de cero) por el que se multiplica sea igual al número por el que se divide. La radicación “deshace”, en ese sentido, lo que hace la potenciación. Ya veremos cómo actúa sobre los números.

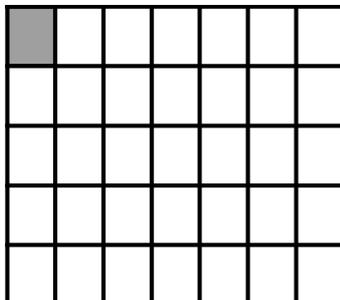
Intente resolver los problemas que siguen con lo que Ud. sabe

Problema 41: Se tienen 70 baldosas iguales. Sin partir ninguna baldosa se quiere obtener una superficie cuadrada lo más grande posible.

- ¿Cuál es el número de baldosas que hay que colocar en cada hilera?
- Se quiere agrandar el cuadrado, ¿cuál es la mínima cantidad de baldosas que tendría que comprar para que la superficie siga siendo cuadrada?

Problema 42:

Sabiendo que un terreno se ha subdividido en lotes cuadrados, como en la figura y que cada lote tiene un área de 64 m^2 ¿Cuántos metros de alambre son necesarios para cercar terreno?



Problema 43: Encuentre un número que reemplazando a la letra **a** cumpla con lo siguiente:

- a) a^2 dé como resultado 25.
- b) a^3 dé como resultado 27.
- c) a^3 dé como resultado -8

Problema 44: Busque en la calculadora la tecla raíz cuadrada (en algunas se distingue por “ $\sqrt{\quad}$ ” o por “sqrt”) y presiónela luego de introducir cada uno de los siguientes números 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. Anote en cada caso los resultados obtenidos, y deduzca qué operación hace esa tecla.

Problema 45: Construya un triángulo cuyos lados midan 5 cm, 4 cm y 3 cm. ¿Será un triángulo rectángulo?

- b) Construya un triángulo cuyos lados midan respectivamente 6 cm, 8 cm y 10 cm. ¿Será un triángulo rectángulo?
- c) Construya un triángulo rectángulo isósceles, cuyos lados iguales midan uno, ¿cuánto mide el tercer lado?

Soluciones propuestas

El problema 41 plantea una situación similar a las que aparecieron en el módulo 2 al estudiar divisibilidad. Si se quiere obtener una superficie cuadrada, suponiendo que las 70 baldosas disponibles son también cuadradas, en cada hilera hay que colocar 8, ya que en 8 hileras de 8 baldosas ($8 \cdot 8$) se usarían 64 baldosas.

Si se quiere agrandar el cuadrado, como la condición es no partir baldosas y comprar la mínima cantidad, habría que considerar un cuadrado de $9 \cdot 9$, y habría que comprar 11 baldosas. En símbolos: $9 \cdot 9 - 70 = 11$.

En el problema 42, para calcular el perímetro del terreno, hace falta saber cuanto mide el lado de cada lote. Sabiendo que el área de cada lote es 64 m^2 , el lado (l) será tal que $l \times l = l^2 = 64 \text{ m}^2$ entonces $l = 8 \text{ m}$. Así los lados del terreno miden 56 m porque hay 7 columnas de 8 m y 40 m porque hay 5 filas de 8 m . El perímetro total es $2 \cdot 56 \text{ m} + 2 \cdot 40 \text{ m} = 192 \text{ m}$.

El problema 43 plantea cálculos para resolver mentalmente:

- a) $a = 5$, ya que $5^2 = 25$ o también $a = -5$, ya que $(-5)^2 = 25$
- b) $a = 3$, ya que $3^3 = 27$
- c) $a = -2$, ya que $(-2)^3 = -8$

En el problema 44, proponemos usar la calculadora.

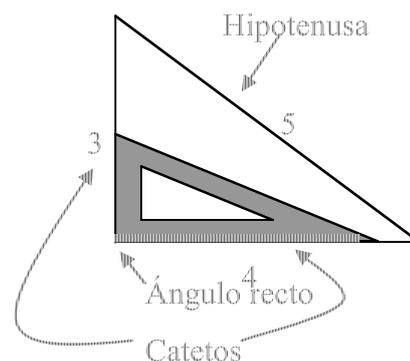
Ingresar	Presiona	Muestra
16	sqrt	4
25	sqrt	5
36	sqrt	6
49	sqrt	7
64	sqrt	8
81	sqrt	9
100	sqrt	10

La tecla sqrt o la tecla $\sqrt{\quad}$, según la calculadora, muestra cuál es el número que, elevado al cuadrado da como resultado la cantidad que se ingresa.

Para resolver el problema 45 necesita saber que cualquier *triángulo rectángulo* tiene un ángulo que es recto (de 90°), que los lados que forman el ángulo recto se llaman *catetos* y el otro lado, el mayor, se llama *hipotenusa*.

Un modo de verificar si los triángulos contruidos son rectángulos es utilizando una escuadra, o una hoja rectangular (del módulo, o de su cuaderno), y verificar como se muestra en la figura que dicho ángulo es recto.

Otra manera de distinguir si un triángulo es rectángulo es aplicando el teorema de Pitágoras, que dice: "En un triángulo rectángulo,



la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa”.

Para el caso del problema, la suma de los cuadrados de los catetos es

$$3^2 + 4^2 = 5^2; \text{ y el cuadrado de la hipotenusa es } 5^2 = 25$$

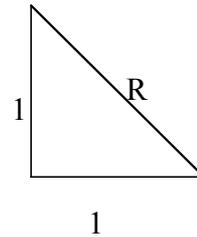
Entonces es cierto que: $3^2 + 4^2 = 5^2$ y entonces se puede afirmar que el triángulo es rectángulo.

En el ítem b) como $6^2 + 8^2 = 10^2$, el triángulo construido también es rectángulo.

En el ítem c) se da la medida de los catetos y se pide la longitud de la hipotenusa. Puede hacer el dibujo y medir, o calcular la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras: $1^2 + 1^2 = R^2$ y como $1^2 = 1$

$$1 + 1 = R^2$$

$$2 = R^2$$



Esta última igualdad nos dice que R es un número cuyo cuadrado vale 2. Según lo visto en el problema anterior,

ingresa 2 en la calculadora, presiona la tecla sqrt o la tecla $\sqrt{\quad}$ y la calculadora le muestra para R un valor próximo a 1,4142 .

¿Qué se puede aprender con estos problemas?

Los cálculos que realizaron para resolver los problemas involucran una nueva operación: la **radicación** y, como ya lo dijimos, es la operación “inversa” a la potenciación. Estudie los siguientes ejemplos:

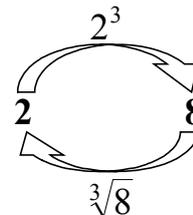
Raíz cuadrada de 4 es 2, en símbolos $\sqrt{4} = 2$ porque $2^2 = 4$

Raíz cuadrada de 100 es 10, en símbolos $\sqrt{100} = 10$ porque $10^2 = 100$

Raíz quinta de - 32 es - 2, en símbolos $\sqrt[5]{-32} = -2$ porque $(-2)^5 = -32$

Raíz cúbica de 8 es 2, en símbolos $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

Esquematizamos con flechas el último ejemplo, con la intención de ayudar a comprender la relación entre estas dos operaciones, radicación y potenciación, y por qué se dice que son operaciones inversas.



En general:

Raíz enésima de a es b , en símbolos $\sqrt[n]{a} = b$ porque $b^n = a$



1) La radicación es distributiva respecto la multiplicación

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Por ejemplo, si se reemplaza a **n** por 2; **a** por 4 y **b** por 9 se obtiene a la izquierda del signo igual: $\sqrt[2]{4 \cdot 9} = \sqrt[2]{36} = 6$

Y a la derecha del signo igual: $2 \cdot \sqrt{4} \cdot 2 \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

Entonces: $\sqrt[2]{4 \cdot 9} = 2 \cdot \sqrt{4} \cdot 2 \cdot \sqrt{9}$

2) La radicación es distributiva respecto la división

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}$$

3) Raíz de raíz: la raíz de índice *n* de la raíz de índice *m* de un número *a*, es igual a la raíz de índice *n* por *m* del número *a*

$$\sqrt[n]{(\sqrt[m]{a})} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Estas tres propiedades están relacionadas con las propiedades de la potenciación y es a partir de ellas que se prueba cada una. En esta actividad le proponemos verificar con un cálculo esas propiedades, para ilustrar cómo funcionan. El ejemplo que mostramos en 1) no da validez general a la propiedad, la intención es ponerla en evidencia.

Teorema de Pitágoras

Pitágoras (570 – 480 a.C.) fue un filósofo y matemático griego que descubrió una relación interesante entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo. Experimentando con conjuntos de tres números, que eran las medidas de los lados de triángulos rectángulos, por ejemplo: 3, 4 y 5 o 6, 8 y 10 o 9, 12 y 15 etc. descubrió que para esos números vale:

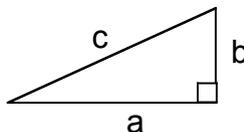
$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad 6^2 + 8^2 = 10^2 \quad 9^2 + 12^2 = 15^2 \quad \text{etc.}$$

La generalización de lo anterior que se conoce como *Teorema de Pitágoras*:

En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa

En símbolos:

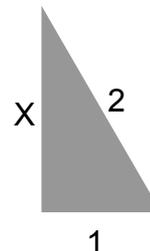
$$a^2 + b^2 = c^2$$



El teorema de Pitágoras es utilizado frecuentemente para calcular distancias (en ciertas condiciones) y determinar ángulos rectos.

Si se trata de calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo, conociendo los catetos, se aplica directamente, tal como lo calculamos en el inciso c) del problema 45.

Supongamos que se desconoce cuánto mide un cateto de un triángulo rectángulo, pero se tienen los otros lados. En la figura denotamos con una "X" el cateto desconocido.



Aplicando el teorema, vale que:

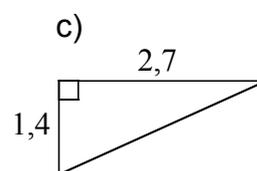
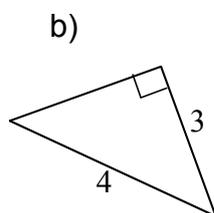
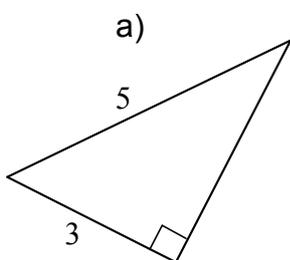
$$2^2 = X^2 + 1^2 \quad \text{como } 2^2 = 4 \text{ y } 1^2 = 1 \text{ resulta}$$

$$4 = X^2 + 1 \quad \text{entonces } X^2 \text{ es un número que sumado 1 da 4, luego}$$

$$X^2 = 3 \quad \text{y } X \text{ es un número que elevado al cuadrado da 3, entonces,}$$

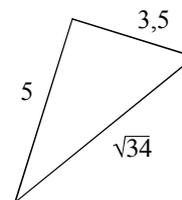
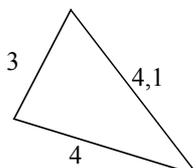
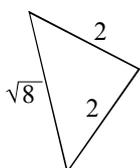
$X = \sqrt{3}$ que es el resultado exacto, o usando la calculadora, $X = 1,73$ que es un resultado aproximado con dos cifras decimales "después de la coma".

Actividad 140: Calcule la longitud del lado que falta en cada uno de los triángulos rectángulos siguientes:



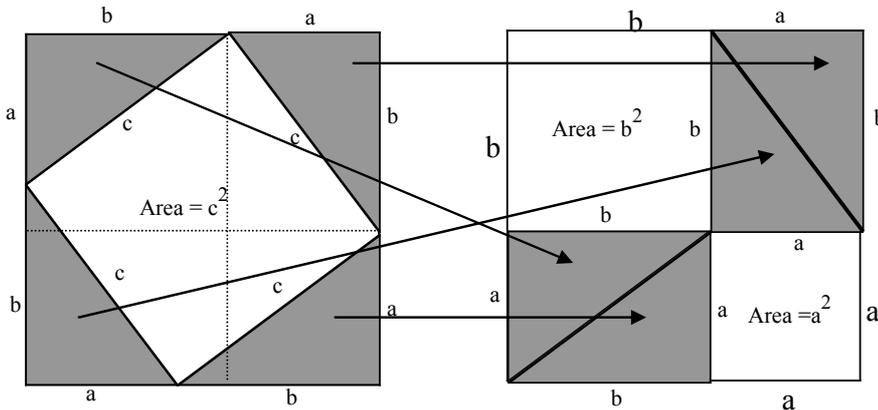
Actividad 141: Es común que para determinar un ángulo recto, los albañiles usen una cuerda cerrada con 12 marcas igualmente separadas, dispuesta sobre el suelo formando un triángulo de medidas 3, 4 y 5. ¿Cómo justificaría Ud. ese modo de proceder?

Actividad 142: Dadas las medidas de los siguientes triángulos, ¿cuál de ellos es rectángulo?



Actividad 143: La siguiente es una demostración geométrica del teorema de Pitágoras debida al matemático hindú Bhaskara (1114-1178 dC). Distinguiremos cada afirmación por un ítem.

I) Los cuadrados “grandes”, tanto el de la derecha como la de la izquierda, tienen la misma área, el lado mide $(a + b)$,



II) El cuadrado “grande” de la derecha se obtiene moviendo convenientemente (indicado por las flechas) los triángulos del cuadrado de la izquierda, y los dos cuadrados grandes se construyen con triángulos (oscuros) y cuadrados (blancos).

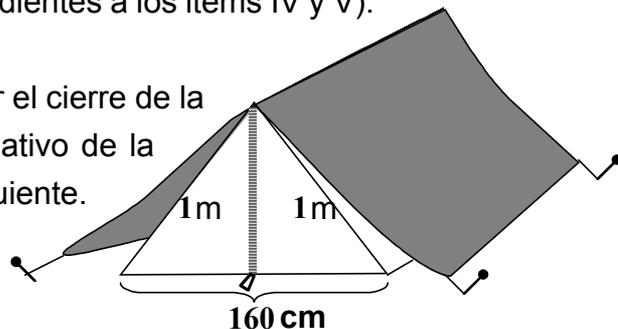
III) El cuadrado de la derecha se compone de los dos cuadrados blancos de áreas a^2 y b^2 respectivamente, más el área de los cuatro triángulos, mientras que el de la izquierda, de los cuatro triángulos más el cuadrado² blanco de área c^2 .

IV) Entonces como las áreas de los dos cuadrados grandes son iguales, el área c^2 debe ser igual al área $a^2 + b^2$

V) Y como c es la hipotenusa y a y b los catetos de un triángulo rectángulo queda demostrado el teorema, es decir $c^2 = a^2 + b^2$

¿Entendió la demostración dada? Explique por escrito las dos últimas líneas de la demostración dada (correspondientes a los ítems IV y V).

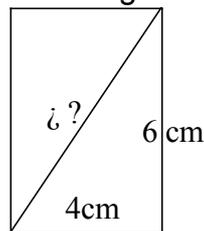
Actividad 144: Se necesita cambiar el cierre de la entrada a una carpa. En el folleto informativo de la carpa aparece una figura como la siguiente. ¿Cuál es el largo del cierre que se necesita?



²Le pedimos que acepte que esa figura es realmente un cuadrado, eso se puede demostrar utilizando propiedades de los triángulos.



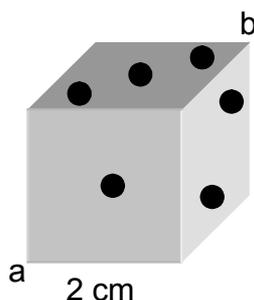
Actividad 145: ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 4 cm y 6 cm?



Actividad 146: Calcule el perímetro y la superficie de un rectángulo, sabiendo que un lado mide 8 cm, y la diagonal 10 cm.

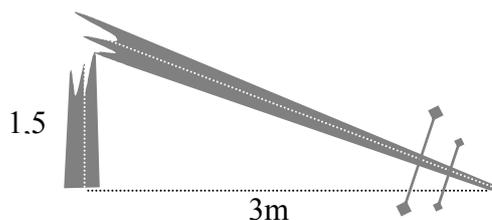
Actividad 147: Dos de los lados de un triángulo miden 27 cm y 18,5 cm. ¿Cuánto mide el tercer lado?

Actividad 148: Las caras de un dado miden 2 cm de lado. Calcule la distancia entre los vértices a y b.



Actividad 149: Un pizarrón tiene 1,50 m de alto por 3,70 m ancho. Se desea saber si el pizarrón entra por una ventana que tiene 1,20 m de ancho por 1,30 de alto

Actividad 150: En la figura aparece un poste que se ha quebrado. Calcule cuál era su altura.



Claves de corrección

135) a) -10 b) 2 c) 1 d) 1.36

136) Hay dos valores diferentes que puede tomar la letra p, y son:

a) $p^1 = 5/8$ y $p^2 = -5/8$, ya que $(5/8)^2 = (-5/8)^2 = 25/64$

b) $p = -3/2$ ya que $(-3/2)^3 = -27/8$

137)

a	a ²	1/a	√a	ordenados
3	9	0,33	1,73	a ² ; a; √a; 1/a
-4	16	-0,25	No definida	a ² ; 1/a; a
1/9	1/81	9	1/3	1/a; √a; a; a ²
0,9	0,81	1,11	0,95	1/a; √a; a; a ²

140) En todos los casos se aplica el teorema de Pitágoras:

a) $3^2 + X^2 = 5^2$ entonces $9 + X^2 = 25$, entonces $X^2 = 16$; entonces $X = 4$

b) $3^2 + X^2 = 4^2$ entonces $9 + X^2 = 16$, entonces $X^2 = 7$; entonces $X = \sqrt{7} = 2,64$

c) $(2,7)^2 + (1,4)^2 = X^2$ entonces $9,25 = X^2$, entonces $X = \sqrt{9,25} \cong 3,04$

141) Un triángulo cuyos lados midan 3, 4 y 5, verifica el teorema de Pitágoras porque $3^2 + 4^2 = 5^2$, entonces el triángulo es rectángulo. No es necesario que las medidas estén dadas en metros, puede ser cualquier unidad, por ejemplo un trozo de madera.

142) El triángulo de la izquierda. Es el único que cumple con el teorema de Pitágoras. $2^2 + 2^2 = 8$

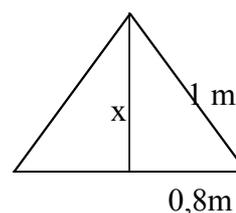
144) Conviene hacer un esquema del cierre de la carpa, y ver que:

$$1^2 = (0,8)^2 + x^2$$

$$1 = 0,64 + x^2$$

$$1 - 0,64 = x^2$$

$$0,36 = x^2 \text{ entonces } x = \sqrt{(0,36)} = 0,6 \text{ m}$$



145) La diagonal del rectángulo coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo de catetos de 4 y 6 cm. Entonces se puede aplicar el teorema de Pitágoras.

$$X^2 = 4^2 + 6^2$$

$$X^2 = 52$$

$$X = \sqrt{52} = 7,2 \text{ cm}$$

146) Se necesita calcular un lado del rectángulo.

Por Pitágoras $10^2 = x^2 + 8^2$, entonces, $x = 6$

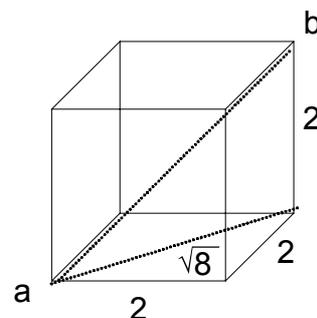
El perímetro es: $2 \cdot 6 + 2 \cdot 8 = 28 \text{ cm}$

El área es: $6 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^2$

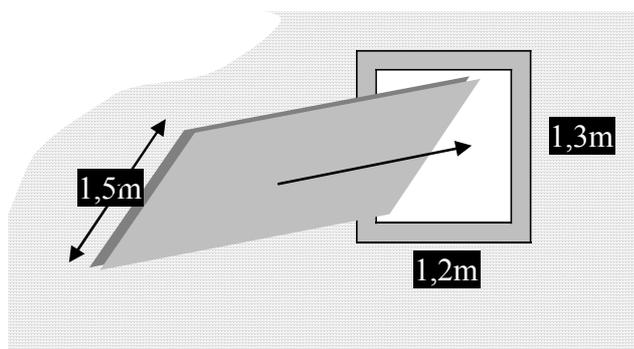
147) No se puede saber con esos datos. El teorema de Pitágoras sólo se aplica a triángulos rectángulos.

148) La diagonal de la base del cubo mide $\sqrt{8}$. Esa diagonal y el lado vertical son catetos del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la distancia entre los vértices que se quiere calcular (d). $d^2 = (\sqrt{8})^2 + 2^2$

Entonces $d^2 = 12$ luego $d = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$



149) Basta ver que el alto del pizarrón (1,50 m) sea menor que la diagonal de la ventana. La diagonal de la ventana mide 1,77 m. Luego entra.



150) La altura del poste era 4,85 m, que es el total de sumar 1,5 m de lo que ha quedado en pie más 3,35 m que es la parte restante, calculada usando Pitágoras. Suponemos que el poste formaba ángulo recto con la superficie del suelo.



Lección 9: Construcción de números irracionales. El número π . Perímetro y área de un círculo. Raíces irracionales. Representación en la recta.

Ya vimos que los números negativos, o más ampliamente los números enteros, resolvieron el problema de restar dos números naturales cualesquiera. Y también, vimos que las fracciones resuelven el problema de dividir a y b , siendo b distinto de cero, para cualquier par de números enteros.

Los números enteros, y las fracciones positivas y negativas, están incluidos en los números racionales. Y esos números bastan para todos los fines prácticos.

Pero, por ejemplo, no hay un número racional a que cumpla con $a^2 = 2$.

El número a y otras cantidades que no son racionales, se denominan **números irracionales** y son tema de estudio en esta lección.

Intente resolver los problemas que siguen con lo que Ud. sabe

Problema 46: a) Calcule “a mano” el cociente para cada una de las divisiones. Realice cada división hasta deducir cómo es el cociente con todas las cifras decimales. (Puede utilizar la calculadora solo para verificar el resultado)

$$13 \div 6 =$$

$$10 \div 7 =$$

$$1 \div 8 =$$

b) En cada división observe los restos parciales, ¿nota que algo se repite? ¿Qué? Observe en cada división las cifras del cociente que fue obteniendo en los cálculos, ¿nota alguna regularidad? ¿Cuál?

Problema 47: El número $0,731234123412341234\dots$ tiene infinitas cifras decimales y es periódico. Las cifras 1234 se repiten indefinidamente. Por ello, recuerde, suele escribirse $0,73\overbrace{1234}$ indicando con el arco superior el período, es decir, las cifras que se repiten indefinidamente.

Ahora bien, los números: **0,123456789101112...** y **0,01011011101111011111...** tienen infinitas cifras decimales y por la forma en que fueron construidos, no tienen un período.

- a) Analice estos dos números y agregue por lo menos las diez cifras que seguirían en cada uno.
- b) Imagine y escriba un número que tenga infinitas cifras decimales y que no sea periódico.

Problema 48: Una de las formas de medir una circunferencia, aunque no es muy exacta, es la siguiente: se toma un pedazo de hilo y se coloca sobre la circunferencia a medir. Luego con una regla o cinta métrica se mide el largo del hilo.

Ahora le proponemos un ejercicio que ayudará a entender de dónde se obtiene la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia. Para ello tome un hilo, una regla, y distintos objetos circulares (pueden ser un vaso, una rueda, una olla, etc.)

Ordene los resultados que encontró en una tabla, similar a la siguiente:



Longitud de la circunferencia (P) (cm)	Diámetro ¹ de la circunferencia (D) (cm)	Cálculo de P ÷ D	
Olla	73,4	22,5	3,3
Vaso	22,9	7,1	3,2
.....

Agregue tres o cuatro mediciones más. ¿Qué observa? ¿ve alguna regularidad? ¿Cuál?

¹ El diámetro en cm lo obtiene midiendo un segmento que pasa por el centro y cuyos extremos están en la circunferencia.



Soluciones propuestas

Los números irracionales y sus expresiones decimales

Para el problema 46 es importante recordar de las lecciones sobre números racionales que la *expresión decimal* de un racional a/b , con a y b enteros y $b \neq 0$, puede obtenerse haciendo $a \div b$.

Entonces, los cocientes que se obtienen en las divisiones $13 \div 6$, $10 \div 7$ y $1 \div 8$; son las expresiones decimales de los números racionales $13/6$; $10/7$ y $1/8$ respectivamente

13		6
10		2,166...
40		
40		
4		etc

Si se observa la división $13 \div 6$, se nota que los restos parciales son “1” y “4” y este último se repite invariablemente, por lo que se obtiene siempre la misma cifra, “6”, en el cociente. Dicho cociente tiene infinitas cifras decimales y después de la cifra “1” es periódico y su período es “6”. Y se escribe $13/6 = 2,1\overline{6}$. Con el arco sobre 6 se indica que esa cifra es el periodo que se repite indefinidamente.

En la división $10 \div 7$ los restos parciales que se obtienen son “3”, “2”, “6”, “4”, “5” y “1” en ese orden, y luego se repiten. Por lo tanto las correspondientes cifras del cociente “4”, “2”, “8”, “5”, “7” y “1” se repetirán. El resultado tiene *infinitas* cifras decimales y su periodo es “428571”.

$$10/7 = 1,4285714285714285714... = 1,\overline{428571}$$

Los restos parciales de la división $1 \div 8$ son “2”, “4” y “0”.

A partir del resto 0, “se corta” la división y la expresión decimal de $1/8$ tiene un número *finito* de cifras decimales

$$1/8 = 0,125$$

En general para cualquier división de números enteros “ $D \div d$ ”, cada resto parcial es menor que el divisor y al dividir, se pueden obtener los restos: 0, 1, 2, ... y $d - 1$. En total se pueden obtener “ d ” restos distintos. De esto y lo visto en los ejemplos, surgen dos situaciones:

10		7
30		1,42857142..
20		
60		
40		
50		
10		
30		
2		etc

1		8
10		0,125
20		
40		
0		

1) Al dividir, en algún momento un resto distinto de cero vuelve a aparecer, y se repetirá la sucesión de restos anteriores. En consecuencia se repiten las cifras en el cociente, y se obtiene un cociente con infinitas cifras decimales, periódico.

2) Al dividir, en algún momento se obtiene un resto igual a cero. En este caso la división “se corta” y el cociente tiene un número finito de cifras decimales.

En resumen: “*La expresión decimal de un número racional puede tener un número infinito de cifras decimales y ser periódico, o tener un número finito de cifras decimales*”.

¿Es posible que existan números que no estén descriptos por ese resumen?

Definición: Se llama **número irracional** a los números que tienen una expresión decimal con infinitas cifras decimales y que no es periódico.

Por ejemplo, los números del Problema 47: $0,123456789101112\dots$ y $0,01011011101111011111\dots$ son dos números irracionales.

Para ver cuáles son las cifras decimales que se piden agregar en cada caso es necesario encontrar la regla que sigue su construcción.

$0,123456789101112\dots$ esta formado con la lista de los números naturales hasta el 12. Las cifras que seguirían son: 1314151617 etc.

Las cifras que siguen al segundo número son: 01111110111111 etc.

Hay diferentes formas de construir irracionales. Una es inventarse una regla, como en el problema 47. Otra, es sumar o multiplicar un irracional “conocido” por un número entero o racional. Por ejemplo, si a los irracionales “conocidos” del problema 2, le sumamos 5 o lo multiplicamos por -2 , respectivamente se obtiene: $5,123456789101112\dots$ y $-0,0202202220222202222\dots$

Actividad 151: Estudie la expresión decimal del número racional $1/17$:
 $1/17 = 0.05882352941176470588235294117647\dots$ y responda:

- a) ¿Cuál es su período?
- b) ¿Cuál es la cifra decimal que ocupa la posición 40? ¿Y la cifra que está en la posición 446? ¿Y cifra en la posición 1008?

Actividad 152: Escriba cuatro números irracionales.

Un famoso número irracional: “PI”

En el problema 48, como quizás ha notado, el resultado de dividir la longitud de la circunferencia por el diámetro es tres o un número próximo a tres, sin importar que tan grande o pequeña sea la circunferencia que haya medido. Esto quiere decir que el diámetro cabe “cerca” de tres veces en la longitud de la circunferencia, la diferencia en los números hallados en ese cociente se debe a los errores en la medición.

Desde hace mucho tiempo el hombre ha intentado encontrar el número exacto que representa esa relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro, denotada con la letra griega π (cuyo nombre es “pi”).

Ya en la Biblia se habla de ese número, y se le atribuía el valor 3. Geómetras egipcios le atribuían el valor $16/9$, que es 3.1605 y su error no llega a 2 centésimos. Arquímedes en el siglo III aC probó que el famoso número debía estar comprendido entre las fracciones $3 \frac{1}{7}$ y $3 \frac{10}{17}$. Bhaskara, geómetra hindú, admitía para el número el valor $3 \frac{17}{120}$ que expresado con el sistema decimal es: $3,14\overline{16}$.

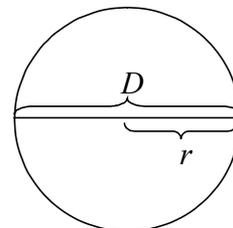
Actualmente gracias a las computadoras, el valor de π es conocido con más de diez mil cifras decimales. Se sabe que es un número irracional y para cálculos de la vida cotidiana se utiliza su valor aproximado: 3,14.

Perímetro de una circunferencia

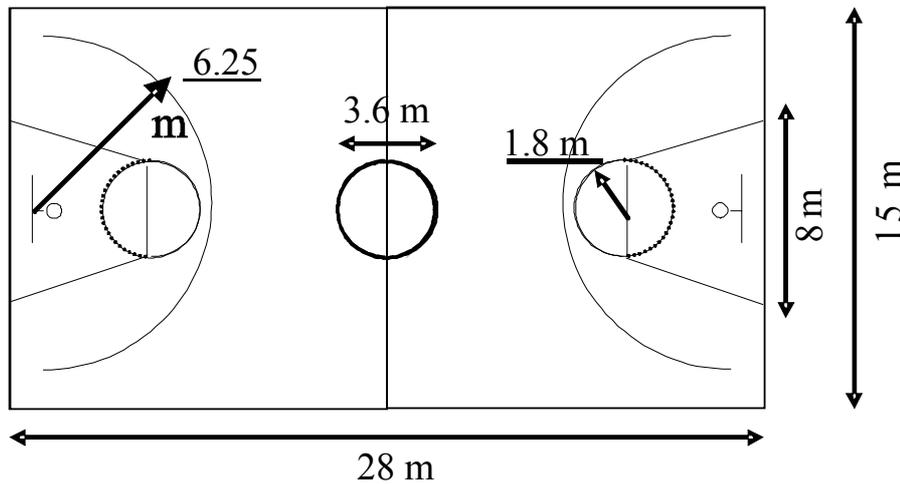
La razón (cociente) entre la longitud (L) de una circunferencia y el diámetro (D) se expresa: $\frac{L}{D} = 3,14\dots$

Entonces para calcular la longitud L de una circunferencia, se multiplica PI por el diámetro. En símbolos: $L = \pi \cdot D$

Esta última igualdad se conoce como la fórmula para calcular la longitud de una circunferencia. Otra forma es $L = 2\pi \cdot r$ donde (r) es el radio de la circunferencia, o sea la mitad del diámetro.



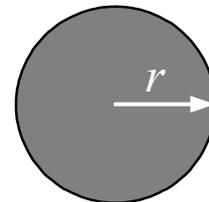
Actividad 153: El esquema de la derecha representa una cancha de básquet con las dimensiones reglamentarias. a) Calcule la longitud de la circunferencia central, b) Calcule la longitud de la circunferencia cuyo diámetro es 1,8 m c) ¿Es correcto decir que cada una de las líneas (son semicircunferencias) de los tiros de tres puntos miden 39,25 m?



Actividad 154: Las bicicletas suelen clasificarse en: “rodado 20”, “rodado 24”, “26”, “28”, etc., indicando con ello el diámetro de las ruedas en pulgadas. Si una bicicleta avanza 207,4 cm por cada vuelta de rueda, ¿qué tipo de rodado es?

Área del círculo

Del cálculo de PI sacamos la fórmula para calcular la longitud de una circunferencia. Se puede deducir, pero no lo haremos aquí, la fórmula para calcular el área (A) de un círculo. Dado el radio (r) del círculo, se obtiene su área multiplicando PI por el radio al cuadrado. En símbolos: $A = \pi \cdot r^2$



Por ejemplo, si se quiere pintar el círculo central de la cancha de básquet, habría que calcular su área para saber cuánta pintura se necesita.

$$A = 3,14 \cdot 1,82 = 10,1736 \text{ m}^2$$

Actividad 155: a) Calcule el área de un círculo de 1 m de radio, b) Si el radio de ese círculo se multiplica por 2, ¿también se duplica el área? Verifique esto con el cálculo correspondiente.

Actividad 156: ¿Cuál de las siguientes fórmulas permite calcular el área (A) del círculo a partir del diámetro (D)?

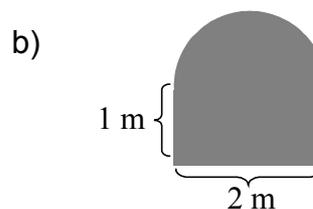
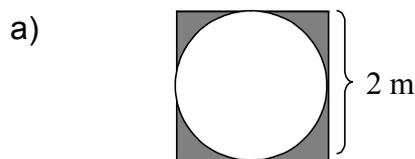
a) $A = \pi \cdot D^2$

b) $A = 4 \pi \cdot D^2$

c) $A = \pi \cdot D^2/2$

d) $A = \pi \cdot D^2/4$

Actividad 157: Calcule el área sombreada:



¿Es $\sqrt{2}$ un número racional?

La expresión $\sqrt{2}$ puede ser vista como una operación a hacer (calcular la raíz cuadrada al número 2), y también como un número² tal que elevado al cuadrado da 2. Cabe preguntarse si $\sqrt{2}$ es un número racional o irracional. Trataremos de calcularlo por aproximaciones sucesivas, tratando de “pescarlo” en la recta numérica con espacios (intervalos) cada vez más chicos.

Como $1^2 = 1$ y $2^2 = 4$ el número $\sqrt{2}$ debe estar entre 1 y 2.

Como $1,5^2 = 2,25$ (“1,5 se pasa”) entonces $\sqrt{2}$ debe estar entre 1 y 1,5.

Como $1,4^2 = 1,96$ (“1,4 se queda corto”) entonces $\sqrt{2}$ debe estar entre 1,4 y 1,5.

Como $1,45^2 = 2,1025$ (“1,45 se pasa”) entonces $\sqrt{2}$ debe estar entre 1,4 y 1,45.

158) La calculadora muestra 1,4142135623730950488016887242097. La respuesta a la actividad es 1,414.

Demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$

Suponga que $\sqrt{2}$ es un número racional, se puede escribir $\sqrt{2} = m/n$, siendo m/n una fracción irreducible, es decir una fracción donde se simplificaron todos los factores comunes del numerador y el denominador. En particular, m y n no pueden ser ambos pares porque tendrían un factor 2 en común.

Elevando al cuadrado se obtiene $2 = m^2/n^2$ es decir: $2 \cdot n^2 = m^2$

Pero esta igualdad **no puede ser verdadera**, porque implica que m^2 es múltiplo de 2, o sea es par. Pero si m^2 es par, m también es par (porque si es impar también lo es m^2 , en la nota al pie encontrará una justificación de esta afirmación³). Pero entonces m^2 es múltiplo de 4 y por lo tanto $2 \cdot n^2$ también es múltiplo de 4, es decir que n^2 es par, y también lo es n . Pero entonces m/n se puede simplificar, y esto contradice el supuesto inicial que m/n era una fracción irreducible.

²Lo mismo sucedía con, por ejemplo, $\frac{3}{4}$: puede ser visto como una división entre 3 y 4, o como el número fraccionario tres cuartos.

³Si m fuese impar se podría escribir como $2k + 1$ y su cuadrado $(2k + 1)^2$ sería igual a $4k^2 + 4k + 1$ que es la suma de un número par ($4k^2 + 4k$) más 1 es decir impar. Puede ver en con algunos ejemplos que el cuadrado de un número impar es también un número impar.

Este absurdo se produce al pensar que $\sqrt{2}$ es un número racional, por lo tanto no existe un número racional tal que elevado al cuadrado dé 2.

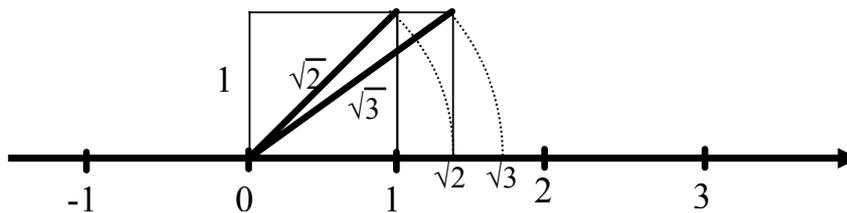
Actividad 159: Con una calculadora y por aproximaciones sucesivas determine las expresiones decimales de los números irracionales $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ y escríbalas redondeadas a dos cifras decimales.

Actividad 160: ¿Cuál es el número decimal de cuatro cifras decimales que está más próximo a $\sqrt{2}$? ¿Es lo mismo que redondear $\sqrt{2}$ a cuatro cifras decimales?

Representación en la recta numérica

Los números irracionales $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ tienen un lugar bien definido en la recta numérica, y se los puede ubicar aplicando el teorema de Pitágoras.

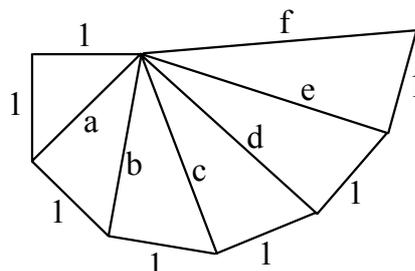
$\sqrt{2}$ es la diagonal del cuadrado de lado 1. Luego con un compás con la punta en 0 y con una abertura igual a la diagonal, se transporta sobre la recta numérica. El punto marcado dista del cero una distancia igual $\sqrt{2}$.



Actividad 161: a) Explique por escrito cómo se marca $\sqrt{3}$ en la recta numérica anterior. Compare con el texto producido por otros compañeros.

b) Determine usando este método las posiciones en la recta numérica de los números irracionales $-\sqrt{2}$ y $\sqrt{5}$.

Actividad 162: La figura del margen se llama espiral de las raíces cuadradas. Estudie la misma y diga cuánto miden a, b, c, d, e, y f.

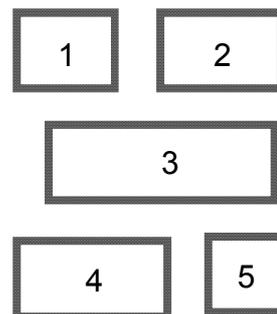


El número de oro

¿Cuál de los marcos para cuadros del margen le parece más armonioso?

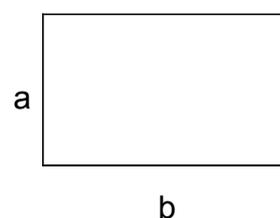
Mucha gente coincide con los antiguos griegos y renacentistas en escoger el cuadro número 2, ¿está de acuerdo con ellos?

Los griegos descubrieron que los rectángulos más armoniosos eran aquellos en los que el cociente entre la suma de los lados ($a + b$) y el mayor (b) es igual al cociente entre el lado mayor (b) y el menor (a).



En símbolos:

$$\frac{a + b}{b} = \frac{b}{a} = \Phi$$



El número que se obtiene en ese cociente se llama “*número de oro*”, y se dice que los lados están en *razón áurea* o en *divina proporción*.

Esa relación se usó sistemáticamente en arquitectura, por ejemplo en las dimensiones de la fachada del Partenón, y también en pintura para determinar las dimensiones de las telas o de las figuras en la pintura.

A partir de la ecuación anterior se calcula el número de oro, y su valor es:

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Actividad 163: a) Con una calculadora determine Φ con 2 cifras decimales
b) Mida los lados del frente de una etiqueta de 20 cigarrillos, y verifique si están en proporción divina. ¿Algún comentario? c) Calcule cuánto debe medir un lado de un cuadro si uno de los lados mide 1,5 m para que esté divinamente proporcionado.

Actividad 164: Mida los lados de los 5 marcos dibujados arriba y en cada caso determine si sus lados están en divina proporción.

Actividad 165: En la expresión $\frac{b}{a} = \Phi$ parece que el número de oro Φ es racional. Sin embargo el valor del número de oro es $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 ¿Es racional o irracional?

Claves de corrección

151) a) El período es: 0588235294117647

b) El período tiene 16 cifras, entonces hay que ver cuantas veces entra 16 en 40, esto se resuelve con la división $40 \div 16$, que tiene cociente 2 y resto 8.
 $40 = 2 \times 16 + 8$

Luego hay que ver cual es la octava cifra del período, en 0588235 **2** 94117647 es la cifra **2**, y es ésa entonces la cifra decimal 40.

Con el mismo razonamiento, vemos que: $446 = 27 \times 16 + 14$, es decir el período entra veintisiete veces, y resta 14. La cifra que corresponde a la posición decimocuarta del período es **6**.

$1008 = 63 \times 16 + 0$, en este caso el período entra un número entero de veces en 1008, luego corresponde a la última cifra del mismo que es un **7**. Para ver mejor esto piense en la cifra que ocupa la posición decimal 16 o la posición decimal 32.

152) Estos son algunos ejemplos, recuerde que puede inventar una regla de construcción o bien crearlos a partir de uno “conocido”

1,10100100010000100000...
 0,12310100100010000100000...
 2, 10100100010000100000...
 0, 52522522252222522222... etc

153) a) 11,3 m b) 5,65 m c) Sí, porque cada línea forma una semicircunferencia de 6,25 m de radio.

154) 207,4 cm es el perímetro de la circunferencia. El diámetro es igual al perímetro dividido π . Esto dá 66,05 cm que son 26 pulgadas. La bici es un rodado 26.

155) a) $A = \pi \cdot r^2$ y para este círculo es **3,14 . 12 = 3,14 m²** b) No porque el radio está al cuadrado, luego el área se cuadruplica. **A = 3,14 . 2² = 3,14 . 4**
 El área 12,54 m².



156) La d) porque $A = \pi \cdot r^2$ y $r = D/2$ entonces $r^2 = D^2/4$

157) a) En esta figura el área sombreada es la diferencia entre el área del cuadrado de lado 2 m menos la del círculo de radio 1 m. El cálculo es:

$$a) = 2 \cdot 2 - \pi 1^2 = 4 - 3,14 = 0,86 \text{ m}^2$$

b) $A = (\pi 1^2) : 2 + 2 \times 1 = 3,57 \text{ m}^2$ (mitad de la superficie del círculo de radio 1m más la superficie del rectángulo de lados 1 m y 2 m)

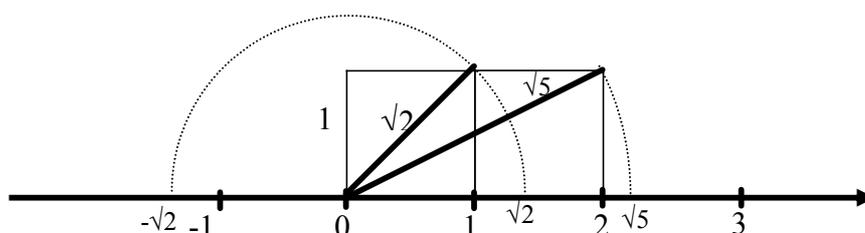
158) La calculadora muestra 1,4142135623730950488016887242097 y la respuesta a la actividad es 1,414.

159) $\sqrt{3} = 1,73$; $\sqrt{5} = 2,24$; $\sqrt{6} = 2,45$

160) 1,4142, Sí, es lo mismo tomar sólo cuatro cifras que redondear a cuatro cifras.

161) b) $-\sqrt{2}$ es el número opuesto a $\sqrt{2}$, es decir que $-\sqrt{2}$ está a la misma distancia de 0, a la izquierda de cero.

$\sqrt{5}$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 2 y 1.



162) $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$, $c = 2$, $d = \sqrt{5}$, $e = \sqrt{6}$, $f = \sqrt{7}$

163) a) $\Phi = 1,62$ b) En efecto, los lados del frente de la etiqueta usual de 20 cigarrillos están divinamente proporcionados. Un supuesto publicitario es que la belleza vende más. c) Este problema tiene dos respuestas. Si 1,5 es el lado más largo o si es el lado más corto, respectivamente, los cálculos son:

$$1,5/l = 1,62 \quad \text{luego} \quad l = 1,5/1,62 = 0,925 \text{ m}$$

$$L/1,5 = 1,62 \quad \text{luego} \quad L = 1,5 \times 1,62 = 2,43 \text{ m}$$

164) El marco número 2 tiene sus lados en divina proporción.

165) Recuerde que la expresión $\frac{b}{a}$ es racional cuando b y a son enteros y $a \neq 0$. El número de oro, que denotamos por Φ es un número irracional, ya que su valor resulta de combinar operaciones con números racionales –sumar 1 y dividir por 2- con un irracional “conocido” $\sqrt{5}$.

Recuerde que el cociente entre la longitud de la circunferencia y el diámetro da π , que es también irracional.

Para facilitar la comunicación entre quienes escribimos los módulos de matemática y quienes los usan, sean tutores o estudiantes, proponemos un espacio donde Ud. puede opinar acerca de este módulo en particular. La idea es retirar esta hoja del módulo y hablar de las respuestas obtenidas en los encuentros entre tutores docentes y contenidistas.

¿Opina desde el lugar de tutor o de estudiante?

¿De qué módulo se trata?

¿De qué programa?

Fecha:

Temas o lecciones que resultan difíciles. Trate de indicar en qué sentido es difícil: en la lectura, en la organización, etc.

Sugerencias de modificación en la presentación de temas y/o lecciones.

Otra sugerencia que necesite aportar.





TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR

Apellido y nombre:

Sede:

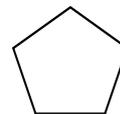
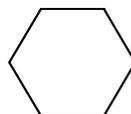
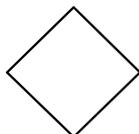
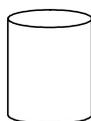
DNI:

Fecha:

Resuelva justificando todas sus respuestas y escriba todos los planteos u operaciones que realice.

Representación de fracciones

1) Subdivida convenientemente –según los números fraccionarios que están debajo- las siguientes figuras y represente esos números.



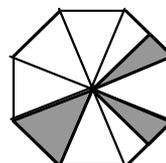
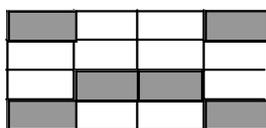
a) $\frac{3}{6}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{2}{10}$

2) Coloque la fracción que representa la parte pintada de cada figura



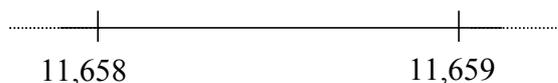
Recta numérica

3) Ubique en la recta numérica los siguientes números:

0, 1, -2, $-\frac{5}{4}$, 3,25, $-\frac{2}{3}$, $\frac{5}{2}$, -0,7



4) Escriba 3 números decimales que se ubiquen entre los extremos del siguiente segmento de la recta numérica.



Expresiones decimales de racionales

5) Redondee los siguientes números a 3 cifras decimales:

- a) 124,234129 b) $-45,99457$ c) $-0,1765$

6) ¿Cuál es el número de 4 cifras decimales más próximo a $-2/3$?

7) Exprese las siguientes fracciones en forma decimal y en forma porcentual:

- a) $3/8$ b) $2/5$

8) Calcule: a) 1,7 % de 2,35 b) un cuarto del 4 % de 127

Operaciones con fracciones

9) Realice las siguientes operaciones

a) $\frac{10}{3} - \frac{12}{15} =$ b) $\frac{10}{3} - \left(-\frac{12}{15}\right) =$ c) $-\frac{10}{3} \cdot \frac{12}{15} =$ d) $\left(-\frac{10}{3}\right) \div \left(-\frac{12}{15}\right) =$
e) $\left[\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{3}\right) - \frac{6}{3} \div \frac{12}{15}\right]^{-2} - 1 =$

Unidades

- 10) a) ¿A cuántos m equivalen 2 pies?
b) ¿A cuántos m^3 equivalen 23 cm^3 ?
c) ¿A cuántos cm equivalen 2,54 pulgadas?

Radicación y Pitágoras

- 11) Calcule las siguientes raíces: a) $\sqrt[3]{-27}$ b) $4\sqrt{16}$ c) $5\sqrt{0}$
d) $\sqrt[3]{1,5}$ (con la calculadora y redondee el resultado a dos cifras decimales)

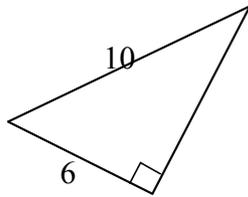
12) Encuentre un número racional p tal que:

- a) p^2 dé como resultado $36/64$,
- b) $-p^3$ dé como resultado $-27/8$

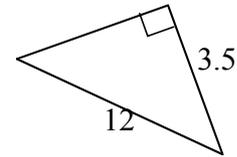
13) Aplique la propiedad: La radicación es distributiva respecto la multiplicación para calcular:

$$\sqrt[2]{16 \cdot 81}$$

14) Calcule la longitud del lado x en los dos triángulos rectángulos siguientes:



a)



b)

15) Ubique en una misma recta numérica los números: $-\sqrt{5}$ y $2\sqrt{6}$.

16) Piense en un número irracional y escriba sus primeras 20 cifras decimales.

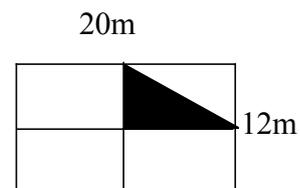
Problemas

17) a) Calcule el perímetro y la superficie del rectángulo de la derecha, cuyos lados miden 20 m y 12 m.

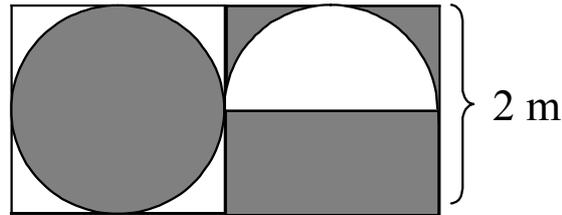
b) Calcule la superficie del triángulo pintado de negro. (Sin usar la fórmula para el área de un triángulo, piense en representación de fracciones).

c) ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar el rectángulo, cuando se usa una pintura que rinde aproximadamente 20 m^2 por litro?

e) ¿Cuántos cuadraditos de un cm^2 de superficie caben en cada uno de los rectángulos?



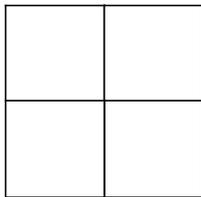
- 18) a) Calcule el área oscura de la figura.
 b) Calcule el perímetro del círculo oscuro (es decir, la longitud de la circunferencia que rodea al círculo oscuro).
 c) Calcule la longitud de la circunferencia de la mitad del círculo blanco de la figura. ¿Será la mitad de lo obtenido en la parte b)? Justifique.



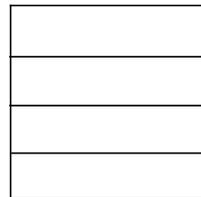
19) Determine si el rectángulo del problema 17 está en proporción divina.

20) Se quiere lotear un terreno de 6400m^2 . Para ello se propone dividir el terreno en cuatro partes iguales, y en una primera discusión surgen dos posibilidades:

Posibilidad A



Posibilidad B



- a) ¿Cuál es la superficie de cada lote en A y en B?
 b) El costo para subdividir físicamente esos los lotes, ¿será el mismo en ambas distribuciones?
 c) Proponga otras formas de lotear, de modo de obtener cuatro sectores de igual superficie. Analice qué sucede, en cada caso, con el costo de cierre de los lotes.

21) El Sistema Métrico Decimal fue adoptado por la gran mayoría de los países del mundo occidental, sin embargo, en algunas actividades es común utilizar todavía el **sistema inglés**. Por ejemplo, en la venta y el uso de la madera, o en algunos sectores de la industria se dan las dimensiones de tornillos, hojas de papel, tablones de madera, etc. en pulgadas, o pies cúbicos, o pies, o ...

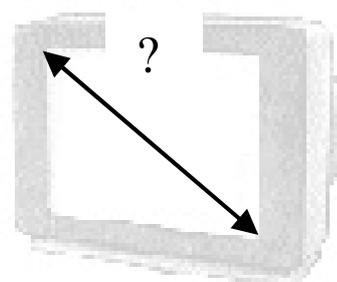
La siguiente tabla muestra algunas unidades de longitud, las más usuales, sus equivalencias internas y las que tienen con el Sistema Métrico Decimal.

nombre	nombre inglés	abreviatura	equivalencias internas	equivalencias con el SMD
pulgada	inch	in, o bien "		1 in = 2.54 cm
pie	foot	ft, o bien '	1 ft = 12 in	1 ft = 30.48 cm
yarda	yard	yd	1 yd = 3 ft	1 yd = 0.9144 m
milla	mile	mi	1 mi = 1760 yd	1 mi = 1.609 km

a) ¿Cuál es la unidad más larga? ¿Y la más corta? ¿Cuál es mayor, el pie o la pulgada? Del mismo modo que planteamos equivalencias en las tablas para el sistema métrico decimal, fórmese preguntas que se puedan responder con esta tabla.

b) Usted viaja por una ruta extranjera y halla una señal de tránsito indicando que la velocidad máxima de circulación es 50 millas por hora. Su velocímetro mide la velocidad en kilómetros por hora. ¿Cuál es la velocidad que no le está permitido exceder?

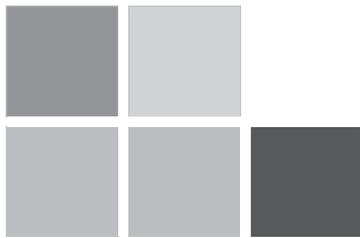
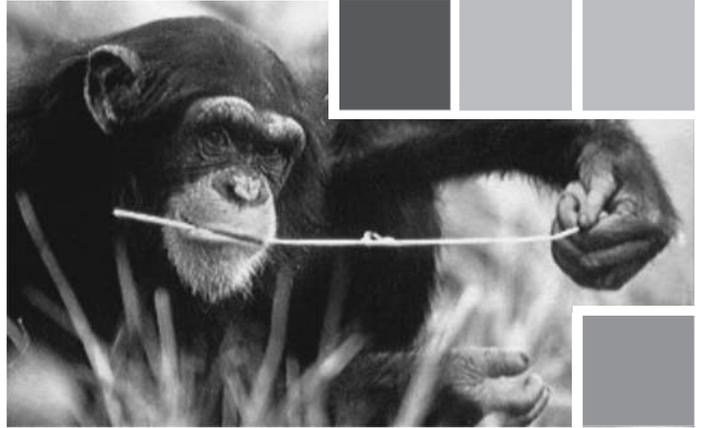
c) ¿De cuántas pulgadas es su televisor? ¿17", 20", 34" ...? Para averiguarlo mida la diagonal de la pantalla de su televisor y exprese esta medida en pulgadas.





BIBLIOGRAFÍA

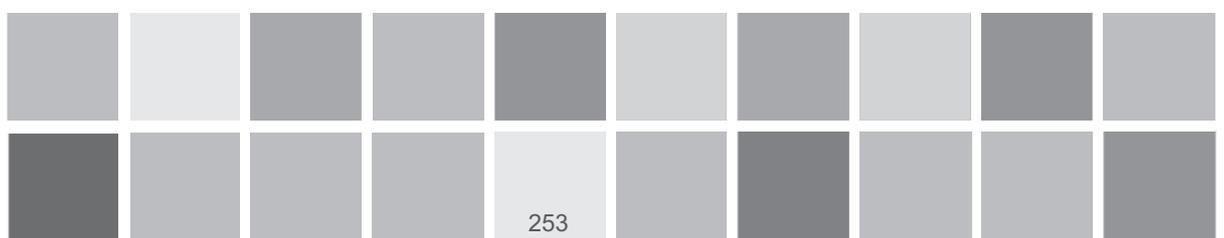
- *Area de Matemáticas*, Primer ciclo, Educación Media Adultos, Gobierno de Chile, 2000.
- *Cálculo y resolución de problemas. Cuentas claras*. (Nivel inicial), Schulmaister Lagos, M. y otros, Editorial SEP (SEA) D. F. México, 1998.
- *El hombre que calculaba*, Malba Tahan.
- *El libro de la Matemática 7*, Canteros, L., Felissia, A., Fregona, D.; Ed. Estrada, Bs. As. 1997.
- *El libro de la matemática 8*, Guelman, N., Itzcovich, H., Pavesi, L., Rudy, M. Ed. Estrada, Bs. As., 1998.
- *El libro de la Matemática 9*, Itzcovich, H.; Rudy, M. Ed. Estrada, Bs. As., 1998.
- Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, México, Módulos y guías de aprendizaje de Matemática.
<http://www.conevyt.org.mx/modules.php?name=Content&pa=showpage&pid=8>
- Kula, Witold (1970, 1a. edición en español 1980): *Las medidas y los hombres*, Siglo Veintiuno editores.
- *Matemática Activa 1°, 2° y 3° medio*, Bamón, R., González, P., Medina, C., Soto Andrade, J. Editorial Mare Nostrum, Santiago, Chile, 2001.
- *Matemáticas. Bachillerato 1 y Bachillerato 2*. M. De Guzmán, J. Colera, A. Salvador. Anaya, España. 1987 y 1988 respectivamente.
- *Matemática 1, 2*. Plan Social Educativo, Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1997.
- *Matemática 1*, Tirao, J. Kapelusz, Buenos Aires, 1985.
- *Matemáticas en contexto*, Primer curso. Waldegg, G., Villaseñor, R., García, V. Grupo Editorial Iberoamericano, 1998.

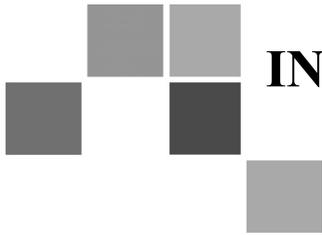


Programa de Educación a Distancia
Nivel Medio Adultos



Ciencias Naturales





INDICE

LA CIENCIA Y LOS CIENTÍFICOS	257
LAS CÉLULAS	261
- Forma	
- Tamaño	
- Color	
- Cantidad	
- Tipos	
- Partes	
- Funciones	
EL FUNCIONAMIENTO CELULAR.....	269
- La membrana celular	
- ¿Cómo está formada la membrana?	
- ¿Cómo entran y salen sustancias atravesando la membrana?	
- El citoplasma	
- Principales orgánulos y sus funciones	
- Síntesis y secreción de sustancias	
- Fotosíntesis y respiración celular	
- El núcleo	
- Estructura y funciones del ADN	
- Traducción de la información genética	
- Duplicación del ADN	
- Reproducción celular: mitosis y meiosis	
ACONTECIMIENTOS FUNDAMENTALES QUE CONTRIBUYERON A DILUCIDAR LA ESTRUCTURA ATÓMICA	295
- Los filósofos griegos	
- Experiencia de Faraday	
- Experiencia y modelo de Thomson	
- Experiencia y modelo de Rutherford	
- Experiencia de Millikan	

INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE CUANTIZACIÓN DE LA ENERGÍA	307
- Radiación electromagnética	
- Teoría cuántica	
- Postulados de Bohr	
- Principio de dualidad onda-partícula.	
- Principio de incertidumbre.	
- Números cuánticos.	
- Principio de mínima energía.	
- Número atómico y número másico.	
- Configuración electrónica y tabla periódica.	
- Núcleo atómico.	
- Isótopos.	
- Isóbaros.	
- Isótopos y masas atómicas.	
- Especies isoelectricas.	
TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR	327
BIBLIOGRAFÍA	333





LA CIENCIA Y LOS CIENTÍFICOS

En general, cuando oímos hablar de ciencia, sentimos recelo, no nos acercamos, y pensamos que no tiene nada que ver con nosotros, que es algo difícil de entender, algo misterioso, ajeno, reservado para unos pocos privilegiados, científicos encerrados en laboratorios, genios miopes, despeinados y poco sociables. Pero esa no es la realidad, la ciencia no es algo rígido y frío, por el contrario, es un trabajo dinámico, creativo y hasta divertido. La ciencia es una aventura ya que nunca sabemos qué va a pasar, aún los fenómenos más seguros pueden ser puestos a prueba y podemos descubrir que no eran tan confiables como creíamos, a lo largo de la historia de las ciencias, grandes teorías aceptadas por toda la comunidad han sido echadas por tierra por el trabajo arduo de científicos inspirados o simplemente por experiencias casuales y creativas.

Alguno de los descubrimientos de las ciencias como el de la radiactividad o la penicilina fueron accidentales pero, en realidad, la gran mayoría de éstos se produjeron como resultado de un profundo trabajo de observación, experimentación, análisis de datos observados y experimentales y confrontación con otros trabajos científicos.

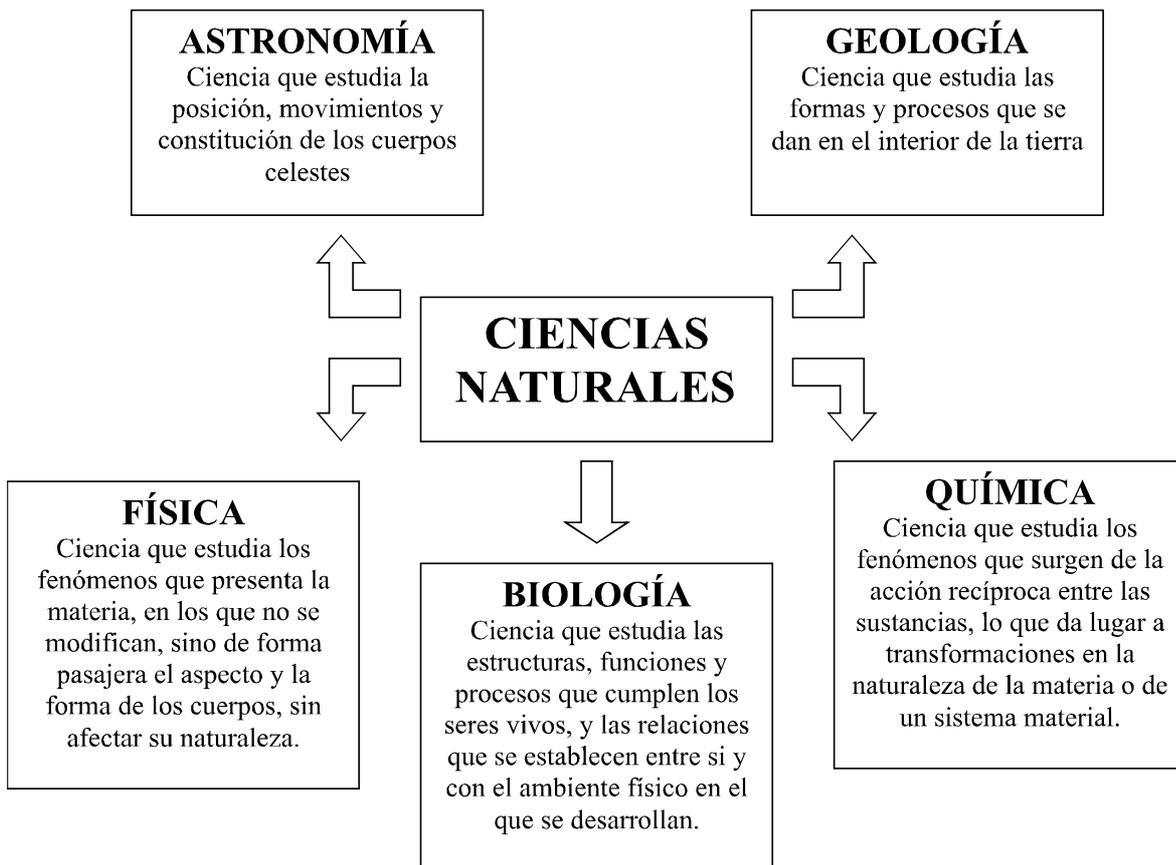
Esta tarea requiere un gran compromiso y dedicación por parte del investigador y para que sea considerado serio desde el punto de vista científico, debe dar cuenta de un procedimiento de investigación que pueda ser repetido por otro investigador. Este procedimiento se denomina MÉTODO CIENTÍFICO y habitualmente se lo describe como una serie de pasos ordenados que se siguen de manera estricta, pero no es así, por el contrario, el trabajo científico es lento y algunos investigadores invierten mucho tiempo, incluso toda su vida profesional reuniendo datos, trabajando en una teoría o diseñando experimentos, por otro lado, muchos científicos no disponen de la libertad necesaria para seguir un solo proyecto de investigación hasta sus últimas conclusiones.

A menudo un científico emplea una combinación de conjeturas sensatas, pre-



sentimientos y momentos de inspiración para llegar a complementar todo el conocimiento suministrado por años de estudio y de práctica.

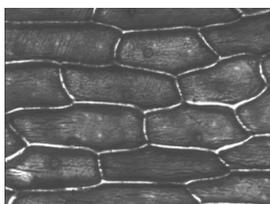
Así va avanzando el CONOCIMIENTO CIENTÍFICO, sobre la base de lo que “ya se sabe” se “acumula” un nuevo conocimiento, este proceso es lo que se conoce como el “aspecto acumulativo de la ciencia”, pero éste no es un crecimiento lineal, en general su desarrollo es irregular, hay períodos de estancamiento, períodos de retroceso y otros de grandes saltos hacia delante. La historia de los avances científicos nos ha demostrado que la “acumulación” del conocimiento, es algo relativo, existen ejemplos de descubrimientos que han roto con todo lo conocido hasta el momento, verdaderas “rupturas”, cambios profundos en las concepciones que rompieron con las que hasta entonces eran aceptadas por toda la comunidad.



Detectives de “lo minúsculo”

En 1600, el anteojero y óptico holandés Zacharías Janssen (1580-1638) estaba en su taller cuando en un momento de aburrimiento se puso a jugar con unas lentes. Janssen pensó que si una lente aumentaba la imagen de un objeto, dos lo harían aún más: entonces, tomó un tubo y colocó una lente en cada una de sus extremos. Al mirar, se dio cuenta de que las cosas que tenía sobre su mesa se veían mucho más grandes. Así surgió, por casualidad el primer microscopio, sin embargo, a este precario instrumento le faltaba precisión. Por eso, durante el siglo XVII, una verdadera legión de microscopistas hizo toda clase de intentos para conseguir uno realmente preciso, como el del filósofo italiano Marcello Malpighi (1628-1694), que, en 1660, pudo ver los vasos sanguíneos en las alas de un murciélago.

Con un aparato similar el científico inglés Robert Hooke (1635-1701) fue el primero en observar una célula a través del microscopio; él



mismo inventó el nombre célula (significa *pequeña celda*) al observar un corte de corcho derivado de la corteza de un árbol.

Pero el gran innovador fue el holandés Anton van Leeuwenhoek (1632-1723) que había diseñado un microscopio más simple y pequeño, una maravilla para la época ya que ofrecía imágenes de una calidad superior a todo lo conocido.

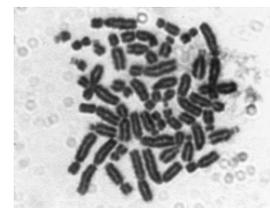
En 1676, y gracias a los 200 aumentos de su microscopio, el holandés descubrió que el agua estancada contenía una multitud de organismos completamente invisibles a simple vista. Acababa de descubrir lo que hoy día conocemos como *microorganismos*, aunque en su momento Leeuwenhoek los bautizó animáculos. **Fue un descubrimiento que revolucionó la historia de la biología.**

Un año más tarde el holandés y su microscopio dieron con los espermato-zoides del semen huma-

no. Y, en 1683, descubrió seres más pequeños que sus animáculos, las bacterias.

Durante las décadas siguientes, los microscopios crecieron en complejidad y precisión, y ya en las primeras décadas del siglo XIX, estos instrumentos, que podían aumentar las imágenes varios cientos de veces, siguieron siendo la base de nuevos hallazgos científicos.

Pero los microscopios ópticos tienen un límite: no pueden ir más allá de los 2000 aumentos porque las leyes de la óptica no lo permiten. Por eso, a principios del siglo XX los científicos comenzaron a probar nuevas variantes. Y el gran cambio llegó con el microscopio electrónico, que sustituyó la luz por electrones y las lentes por campos magnéticos, obteniéndose una resolución de 2 millones de aumentos (foto). Sin embargo, ésta no fue la última palabra en materia de microscopía. En 1981, se estrenó el microscopio de efecto túnel (MET) cuya resolución es espectacular: ¡permite ver algo menor que un décimo del radio promedio de un átomo!.



Por ahora es la última estación en el camino que permite echar un vistazo a lo más pequeño; pero nadie puede saber si no aparecerán algunas estaciones más.

Adaptado de “Historias de la ciencia” de Moledo y Ribas.



Adaptado de “Historias de la ciencia” de Moledo y Ribas.





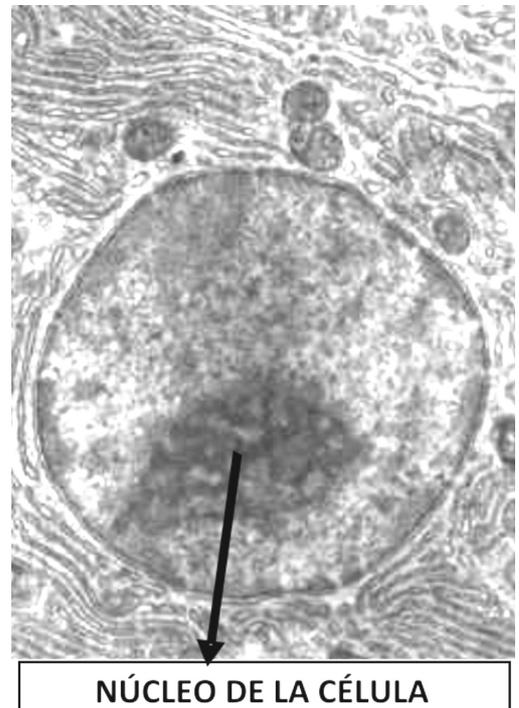
LAS CÉLULAS

El desarrollo de la microscopía, fue un invento que revolucionó la historia de la biología, ya que a partir de allí los científicos lograron asomarse a la ventana de lo más pequeño, **lograron ver las células y sus componentes desterrando para siempre las viejas concepciones sobre cómo estaban constituidos los seres vivos.**

En 1809 el naturalista Jean Baptiste de Lamarck publica su obra llamada Filosofía zoológica, donde insiste que las partes sólidas de los cuerpos animales están constituidas de material celular. Sin embargo, no se interesaba por las células en sí, sino únicamente por el tipo de arquitectura que tenían los tejidos del cuerpo.

Luego en 1839 Schuann publicó la idea, que después sería aceptada, de que los animales y las plantas compartían un principio arquitectónico común: ambos están compuestos por células.

Investigadores posteriores descubrieron que las células de plantas y animales poseían núcleo, al que consideraron como un centro de control de las funciones celulares. Estos progresos permitieron desarrollar una idea muy importante, que *la célula tiene una especie de “doble vida”, una independiente, que pertenece a su propio desarrollo y otra comunitaria, en la medida en que forma parte integral de un ser vivo.*



En la segunda mitad del siglo XIX, Rudolph Virchow, definió a la célula como la unidad de vida y descubrió que las células no se originan de nuevo cada vez, sino

que todas descienden de una célula preexistente.

Estas ideas abren las puertas para el estudio de la célula desde el punto de vista funcional, y poco a poco se descubre que todas y cada una de las funciones que se cumplen en el organismo (nutrición, respiración, almacenamiento, excreción, control, etc.), también se cumplen en las células.

Gracias al trabajo de estos creativos científicos y con la ayuda de la tecnología moderna, llegamos a nuestros días donde el enorme cúmulo de conocimientos sobre la célula y su funcionamiento nos lleva a definirla como:

**LA CÉLULA ES LA UNIDAD ANATÓMICA, FUNCIONAL
Y DE ORIGEN DE LOS SERES VIVOS**

Decimos que es una: *unidad anatómica*

Porque todos los seres vivos están compuestos por células.

Decimos que es una: *unidad funcional*

Porque en todas las células se llevan a cabo los procesos químicos que permiten la vida.

Decimos que es una: *unidad de origen*

Porque todas las células provienen de otra célula anterior y porque todas ellas poseen toda la información genética y hereditaria del individuo al que pertenecen.



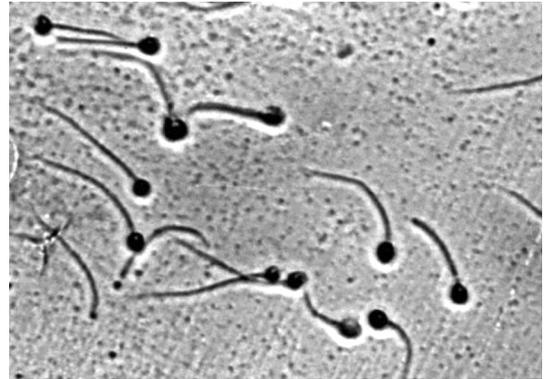
**Ahora seamos nosotros los exploradores
y veamos cómo son las células:**

¿Qué forma tienen?: Las hay de las formas más diversas, cúbicas, cilíndricas, estrelladas, discoidales, en forma de fibras, etc., siendo la esférica la forma original.

La forma de la célula depende de la función que cumple o del lugar que ocupa.

Por ejemplo: las células de la piel, son cúbicas ya que están muy juntas unas de otras presionándose entre ellas desde todos sus lados, otras como las neuronas del tejido nervioso son estrelladas para cumplir mejor con su función que es la transmisión del impulso nervioso. ¿A qué cree que se debe la forma tan especial del espermatozoide (foto)? (converselo con sus compañeros y tutor).

¿Cuál es su tamaño?: En general son microscópicas y por lo tanto no podemos verlas a simple vista, sólo podemos hacerlo a través de un microscopio ya que el tamaño de las células se mide en MICRONES (es la milésima parte de un milímetro). Por ejemplo:



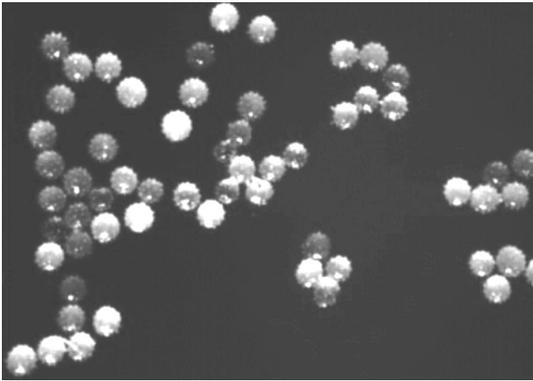
- Los glóbulos blancos de la sangre miden 7 micrones.
- el óvulo humano mide 100 micrones.
- una bacteria mide solo 1 micrón.
- el tamaño de la mayoría de las células de animales y vegetales superiores oscila entre 25 y 35 micrones.

Existen células que se pueden ver a simple vista, estas células “gigantes” son las que poseen muchas sustancias de reserva, por ejemplo el huevo de las aves.

Y su color?: Son transparentes, sin embargo adquieren el color de las sustancias que llevan dentro, los glóbulos rojos, por ejemplo, llevan una sustancia de ese color llamada hemoglobina, las células vegetales de hojas y tallos se ven verdes porque poseen en su interior un pigmento verde llamado clorofila.

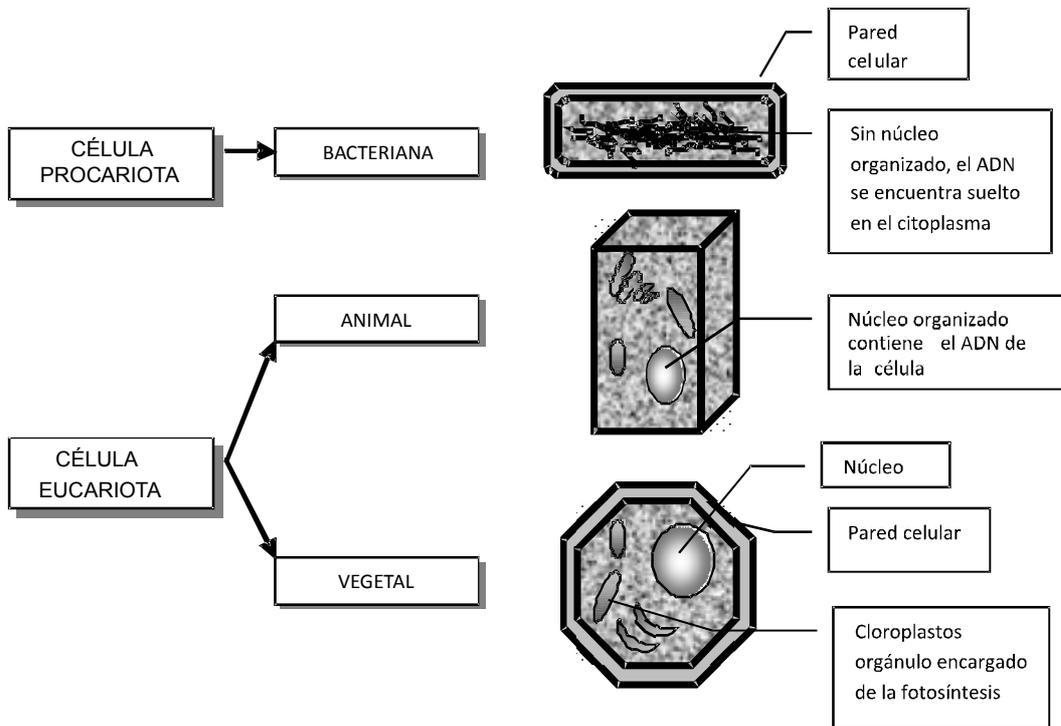
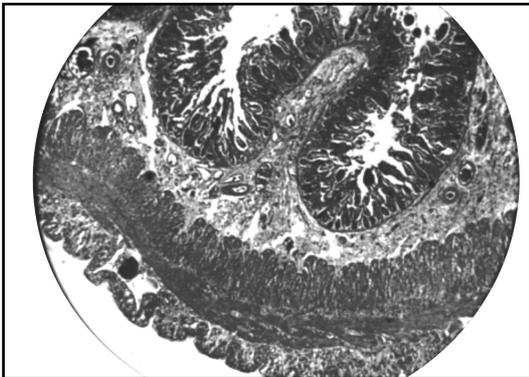
¿Qué cantidad de células tiene cada organismo?: Cada ser vivo presenta una cantidad determinada de células dependiendo del tamaño de su cuerpo, sin embargo podemos diferenciar 2 tipos de seres vivos de acuerdo a la cantidad de células que los componen, estos son: UNICELULARES aquellos cuyo cuerpo está formado por una sola célula, como las bacterias o protozoos y PLURICELULARES, aquellos cuyo cuerpo está formado por muchas células como las plantas y animales superiores.

¿Qué tipos de células hay?: Existen dos tipos de células: las PROCARIOTAS



que no tienen núcleo organizado, es decir que su ADN se encuentra suelto en el interior de la célula. Representante de este tipo son las células bacterianas, que en su gran mayoría también poseen pared celular. Otro tipo son las EUCARIOTAS que poseen núcleo bien organizado dentro del cual se encuentra el ADN, en esta categoría podemos distinguir a las células ANIMALES que no poseen pared celular y a las células VEGETALES, que poseen pared celular y cloroplastos (orgánulo especial de las células vegetales).

LES que no poseen pared celular y a las células VEGETALES, que poseen pared celular y cloroplastos (orgánulo especial de las células vegetales).

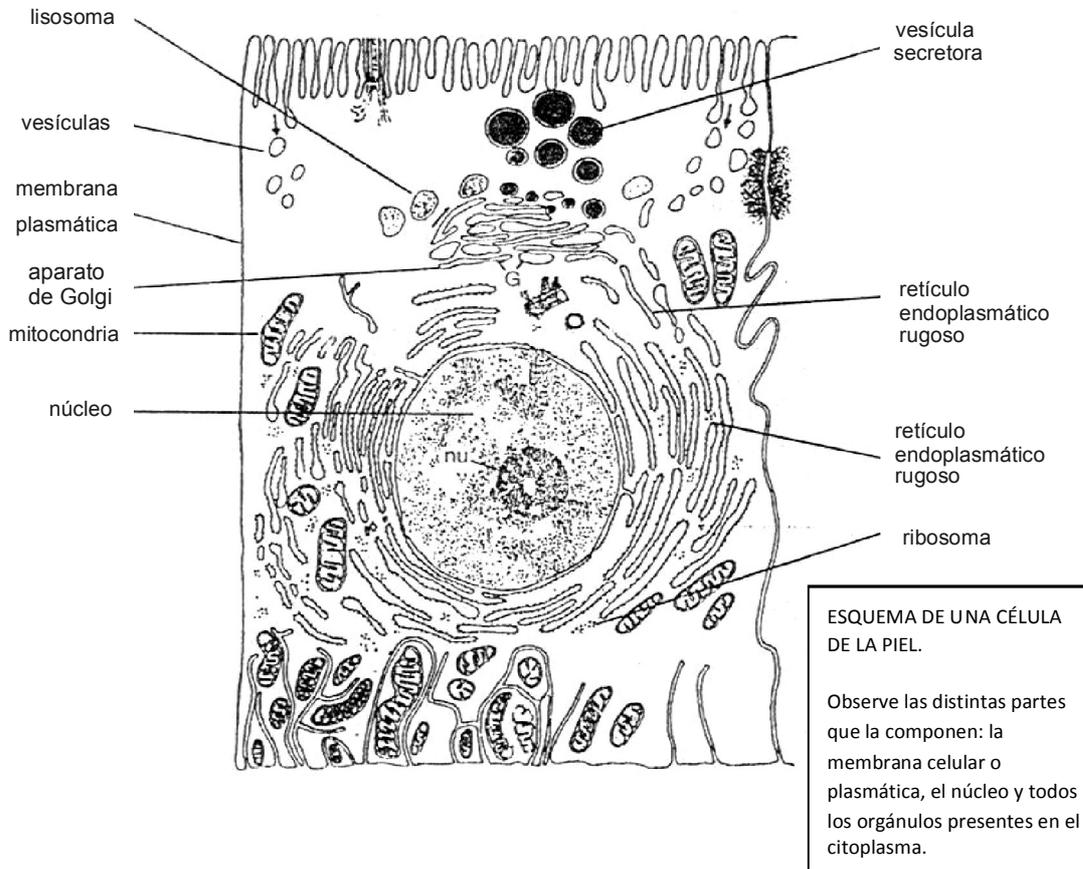


¿Por qué partes está constituida una célula?: Los seres vivos estamos constituidos por un alto porcentaje de agua, el hombre, por ejemplo, posee entre un 65% y un 70% de agua; como las células forman nuestro cuerpo, este porcentaje se mantiene dentro de ellas, entonces podríamos comparar a la célula con una pequeña “gotita de agua”.

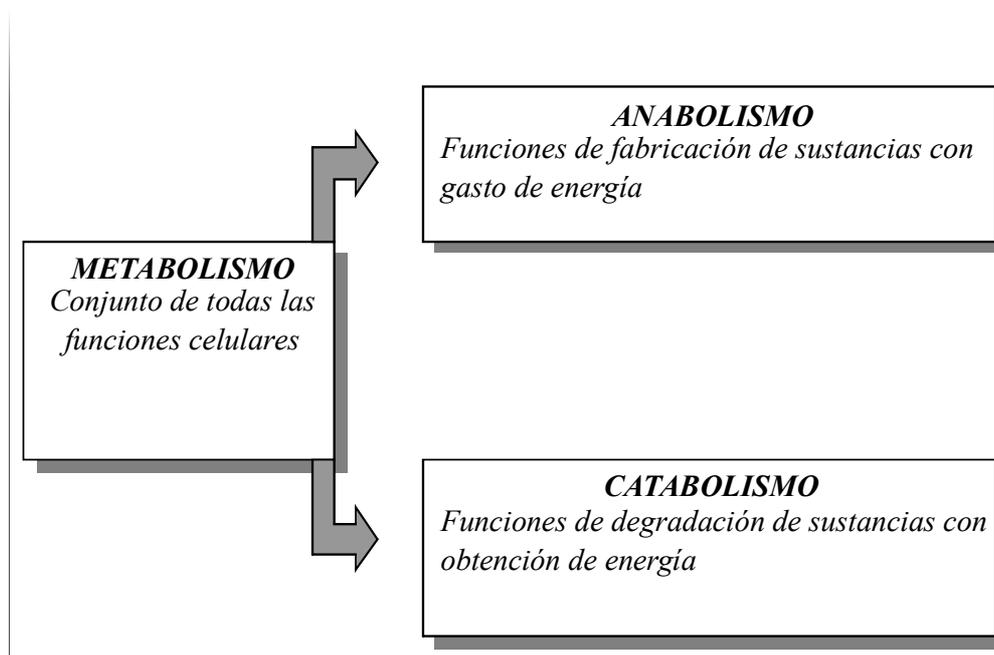
Las células de los animales y plantas superiores están formadas básicamente por 3 partes:

- Una membrana externa, llamada **membrana celular o plasmática**, que es líquida y está formada por fosfolípidos y proteínas. Volviendo al ejemplo de la “gotita de agua”, podríamos comparar a esta membrana con una “película de aceite” que recubre totalmente a la gotita. Esta membrana posee una estructura muy sofisticada que le permite cumplir con sus funciones: 1. Limita a la célula. 2. Aísla a la célula del exterior. 3. Es **semipermeable** y **selectiva**, es decir que deja pasar ciertos materiales y otros no en ambos sentidos (profundizaremos en la estructura y función de la membrana más adelante).
- Un **citoplasma** que, según nuestro ejemplo, sería la gotita de agua en sí. Sin embargo, el citoplasma no está solo constituido por agua, sino que en ella se encuentran disueltas innumerables sustancias necesarias para la vida. Por otro lado, el citoplasma posee estructuras internas rodeadas por membranas llamadas orgánulos, donde se cumplen gran cantidad de reacciones químicas que permiten la vida de la célula, entre éstos **orgánulos** podemos mencionar al Retículo Endoplásmico, el Complejo de Golgi, la Mitocondria o el Cloroplasto, típico, este último de las células vegetales.
Las funciones del citoplasma son muchísimas ya que, como vimos, es aquí donde se encuentra toda la maquinaria química de la célula, así podemos mencionar: producción, almacenamiento y degradación de materiales y obtención, transformación, almacenamiento y utilización de la energía (profundizaremos en esto luego).
- Un **núcleo**, que es una estructura grande rodeada de membrana donde se encuentra concentrada la mayor parte del ADN de la célula. La función del núcleo está relacionada con la función del ADN: Comanda, a través de las enzimas específicas, todas las reacciones químicas de la célula. Por lo tanto, la función del núcleo es actuar como centro de organización y control de todas las funciones celulares.

- Algunas células poseen una **pared celular** externa que las protege, formada por sustancias específicas.



¿Cuáles son sus funciones?: La célula es una unidad funcional o fisiológica, esto significa que las funciones vitales de un organismo se llevan a cabo dentro de las células, generalmente en el citoplasma o en el interior de los orgánulos. El conjunto de todos los procesos químicos que permiten la vida se denomina **METABOLISMO**, dentro de este conjunto podemos identificar dos tipos de procesos: El **ANABOLISMO**, son aquellos que implican la fabricación de sustancias complejas a partir de materias primas más simples, y en los que generalmente hay un gasto de energía. Y el **CATABOLISMO**, donde se produce la ruptura o degradación de sustancias y que generalmente trae aparejado la obtención y el almacenamiento de la energía. Como ejemplo de un proceso anabólico podemos mencionar la síntesis o fabricación de proteínas, que implica la utilización de aminoácidos como materiales de construcción y gasto de energía. En cambio, la respiración celular es un proceso catabólico, ya que en él se degradan sustancias para extraer de ellas la energía.



Actividad 1

A cada afirmación responda si es verdadera (V) o falsa (F), justificando en cada caso su respuesta:

- Las células procariotas poseen núcleo y membranas internas
- La forma de la célula depende siempre de su función
- Una célula procariota puede integrar a un organismo pluricelular
- La producción de proteínas es un proceso anabólico
- Las células de las plantas son verdes
- Las células son microscópicas, pueden medir 20 milímetros
- Las células de los riñones contienen la misma información genética que las neuronas
- La membrana es impermeable y selectiva
- El núcleo controla el metabolismo celular porque el ADN controla a las enzimas



EL FUNCIONAMIENTO CELULAR

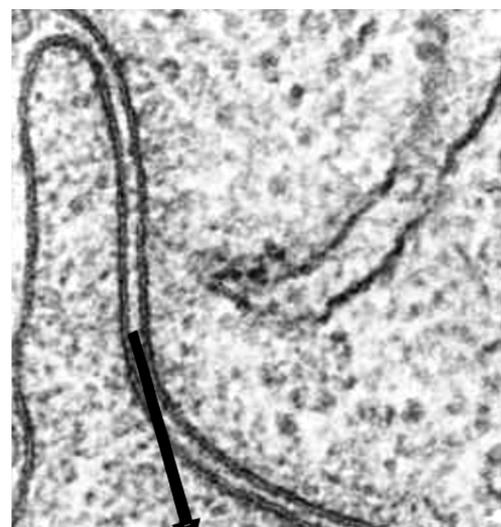
Para comprender el funcionamiento celular, ***debemos recordar los conceptos sobre biomoléculas que estudiamos en el módulo 2***, es muy importante repasar nuestros conocimientos sobre Hidratos de carbono, Lípidos, Proteínas y Ácidos Nucleicos, ya que estas biomoléculas son las que posibilitan el funcionamiento de cada parte de la célula.

Para ordenar el tratamiento de este tema, estudiaremos el funcionamiento de cada una de las partes de la célula comenzando por la *membrana celular*, donde veremos cómo ocurre el pasaje de sustancias a través de ella; luego veremos el *citoplasma* donde estudiaremos los procesos de producción de sustancias y de obtención de la energía; para arribar finalmente al *núcleo* celular y sus funciones.

Caminemos juntos, pues, para descubrir cómo funciona esta maravillosa máquina de la vida llamada célula.

1. La membrana celular

La membrana celular o plasmática rodea completamente a la célula, la limita y a su vez la aísla del medio externo, sin embargo, no es una barrera impenetrable, sino que la materia viva intercambia constantemente sustancias con el mundo no viviente que la rodea. En consecuencia, las membranas celulares cumplen la doble función de impedir el ingreso y egreso de ciertas sustancias y permitir la entrada y salida de otras. Además de la membrana celular, las membranas internas regulan el paso de materiales entre los compartimientos internos.



Membranas plasmáticas de 2 células contiguas

El control de estos intercambios a través de las membranas depende de las propiedades físicas y químicas de éstas y de los materiales que las atraviesan, por lo tanto, para interpretar correctamente éstos procesos nos detendremos a profundizar el tema de **SOLUCIONES**.

Como ya vimos en el módulo 1, una SOLUCIÓN es un sistema homogéneo fraccionable formado por dos o más sustancias puras MISCIBLES que no reaccionan entre si.

Dos sustancias son miscibles entre sí cuando se mezclan formando una sola fase. Existe una regla que dice que **semejante disuelve a semejante** esto significa que sustancias polares¹ como el agua disuelven a otras polares como el cloruro de sodio (sal de mesa), mientras que sustancias no polares como el tetracloruro de carbono disolverán a sustancias no polares como el yodo.

Cuando la solución está formada por dos sustancias puras, la que se encuentra en menor proporción se denomina SOLUTO y la que se encuentra en mayor proporción es el SOLVENTE o DISOLVENTE. La solución siempre se presenta en el mismo estado físico que el solvente.

La relación entre la cantidad de soluto y la cantidad de solvente o de solución se denomina concentración de una solución. Esta relación puede establecerse entre masas o entre masas y volúmenes.

Si se dispone de una cierta cantidad de solvente a una temperatura y presión determinadas, puede disolverse en ella una **cantidad máxima de soluto**. La solución así constituida se denomina SOLUCIÓN SATURADA.

Si la solución contiene una masa de soluto menor que la que puede admitir a esa presión y temperatura se denomina NO SATURADA.

El **AGUA** es una molécula polar porque los electrones compartidos entre los átomos de oxígeno y de hidrógeno, están más tiempo cerca del oxígeno que del hidrogeno, esto genera una mayor densidad electrónica cerca del oxígeno (este tema será profundizado en el módulo 5: enlace químico) . Gracias a su naturaleza polar, el agua es una sustancia que puede disolver muchas sustancias gaseosas, líquidas o sólidas. Es por esto que el agua es considerada un disolvente universal, importantísimo para los seres vivos.

¹ Las moléculas que tienen enlaces polares son en general, moléculas polares deformadas, es decir, su estructura es asimétrica porque la densidad electrónica es mayor en la proximidad del elemento electronegativo.



Las soluciones no saturadas pueden ser DILUIDAS si la masa del soluto disuelto tiene un valor alejado del valor máximo o CONCENTRADAS si la masa del soluto disuelto se encuentra cercana al valor máximo.

En condiciones especiales, pueden obtenerse soluciones que admitan una cantidad de soluto disuelto mayor que la que posee una solución saturada. Estas soluciones se denominan SOBRESATURADAS. Una forma de obtenerla es por enfriamiento lento de una solución saturada (ej el almíbar).

Las soluciones sobresaturadas son sistemas inestables, cualquier perturbación externa, como agitación violenta, enfriamiento brusco, etc. hace que precipite el soluto en exceso y la solución vuelva a ser saturada.



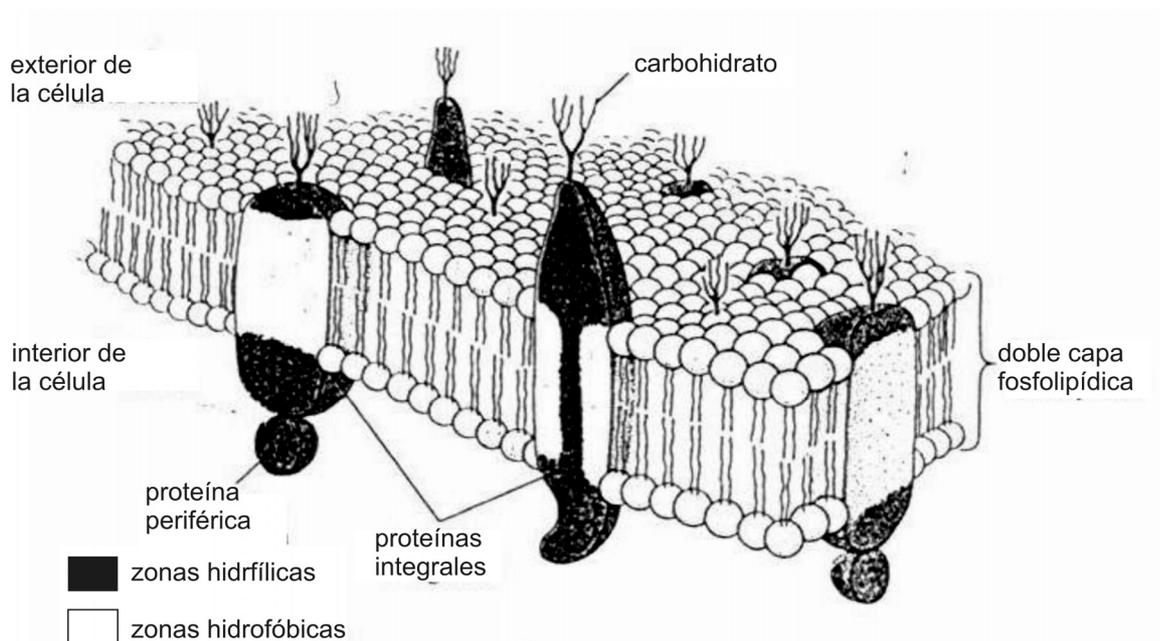
Las soluciones presentan propiedades físicas que irán variando en función de la cantidad y naturaleza del soluto agregado. El hecho de que la solución sea más concentrada o más diluida, producirá variaciones en la densidad, viscosidad, conductividad eléctrica, etc.

Pero existen otras propiedades que no dependen de la naturaleza del soluto sino del número de partículas del número de partículas de éste que haya disueltas en una cantidad de disolvente. Estas propiedades se denominan COLIGATIVAS y entre ellas encontramos a la PRESIÓN OSMÓTICA, que profundizaremos más adelante.

Volvamos ahora a la membrana celular o plasmática...

¿Cómo está formada la membrana?

La membrana se compone por una doble capa de fosfolípidos en las que están suspendidas numerosas proteínas, algunas atraviesan completamente ambas capas y otras no; algunas actúan como enzimas, regulando reacciones químicas y otras son sólo transportadoras de sustancias desde un lado al otro ya que poseen canales a través de los cuales pueden atravesar ciertas sustancias. La mayoría de las proteínas no están fijas en un lugar, porque las capas lipídicas son líquidas y éstas flotan o se mueven libremente en ellas. Las proteínas de membrana pueden estar asociadas a carbohidratos.

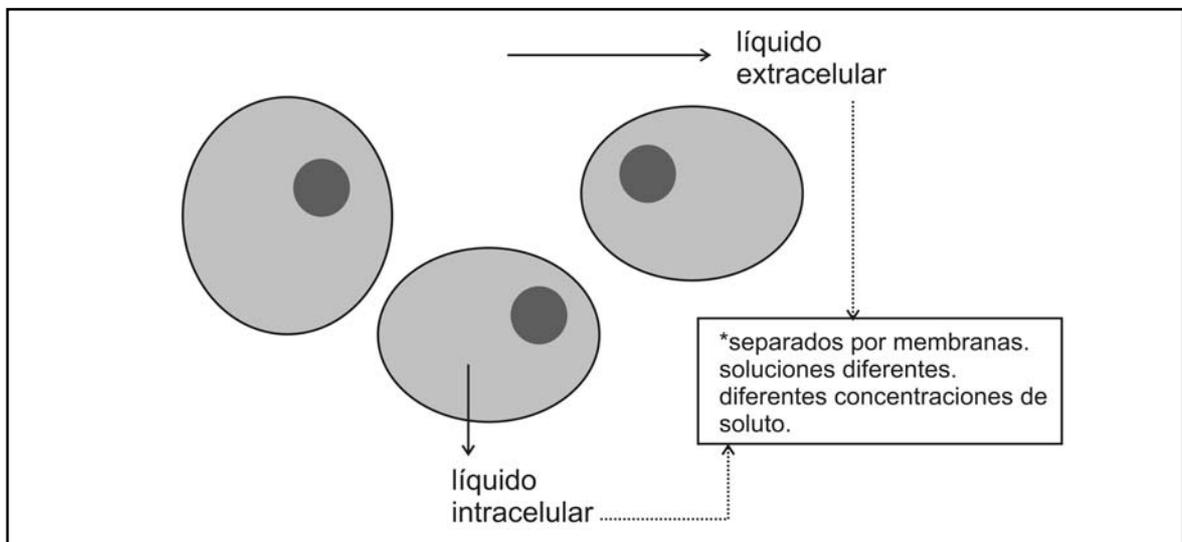


¿Cómo entran y salen sustancias atravesando la membrana?

Los mecanismos que estudiaremos se relacionan principalmente con el tamaño de las partículas a transportar a través de la membrana y con sus propiedades químicas. Así veremos que las partículas pequeñas atravesarán la membrana pasivamente (es decir sin gasto de energía) o activamente (con gasto de energía) mientras que las grandes deberán ser englobadas por la membrana, utilizando vesículas intracelulares para su incorporación o eliminación.

Es importante recordar que todas las sustancias que deben ingresar a la célula (nutrientes, oxígeno) y todas las que deben ser expulsadas (desechos, dióxido de carbono) se encuentran disueltas en agua. El agua es el solvente universal que uti-

lizan los seres vivos. Por su naturaleza polar ésta puede disolver gran cantidad de sustancias, en Biología llamamos **HIDROFÍLICAS** a las moléculas polares que se disuelven con facilidad en el agua e **HIDROFÓBICAS** a las que no pueden disolverse como los lípidos (recordemos la regla que dice que semejante disuelve a semejante), justamente gracias a esta propiedad es que los lípidos integran las membranas que son las estructuras que limitan el agua dentro del cuerpo de los seres vivos; esto explica porqué el líquido INTRACELULAR (dentro de la célula) puede ser una solución diferente al líquido EXTRACELULAR (fuera de la célula) o entre ellos puede variar la concentración de un determinado soluto.

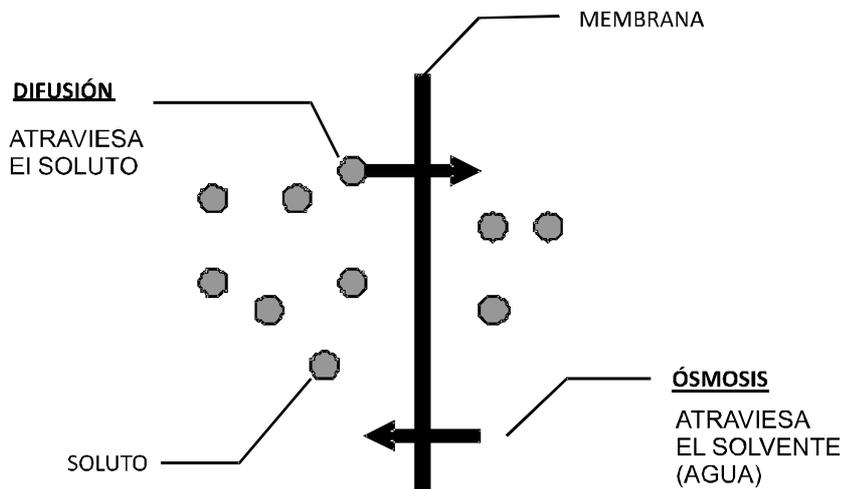


Difusión simple

Es un fenómeno físico mediante el cual, dentro de una solución, las moléculas de soluto se mueven desde una zona donde están muy concentradas hacia otra donde están menos concentradas, equilibrando la concentración en toda la masa del soluto hasta lograr una solución homogénea. Las membranas semipermeables permiten el pasaje de sustancias (soluto) para equilibrar las concentraciones del soluto entre el líquido intracelular y el líquido extracelular. Las moléculas pequeñas como el oxígeno y el dióxido de carbono, atraviesan la membrana celular por simple difusión, el oxígeno lo hace desde afuera (donde está más concentrado) hacia el interior de la célula (donde la concentración es menor), en cambio el dióxido de carbono lo hace a la inversa ya que dentro de la célula se encuentra más concentrado.

Ósmosis

Es un caso especial de difusión simple, en el cual la sustancia que atraviesa la membrana es el agua (solvente), ya que el soluto no puede hacerlo en general por su tamaño. El agua se mueve desde la solución diluida hacia la solución concentrada para equilibrar la concentración entre el interior y el exterior de la célula.



Casos especiales de pasaje de sustancias a través de las membranas

Difusión facilitada

Algunas sustancias no pueden atravesar libremente la membrana a causa de sus propiedades químicas. Por ejemplo la glucosa, que es una sustancia hidrofílica (no puede disolverse en los lípidos de la membrana). En este caso, el transporte se realiza a través de las proteínas "incrustadas" en la membrana que poseen una especie de canal hidrofílico que facilita su paso. Este transporte también se lleva a cabo **a favor de un gradiente de concentración** (desde una zona más concentrada hacia otra menos concentrada).

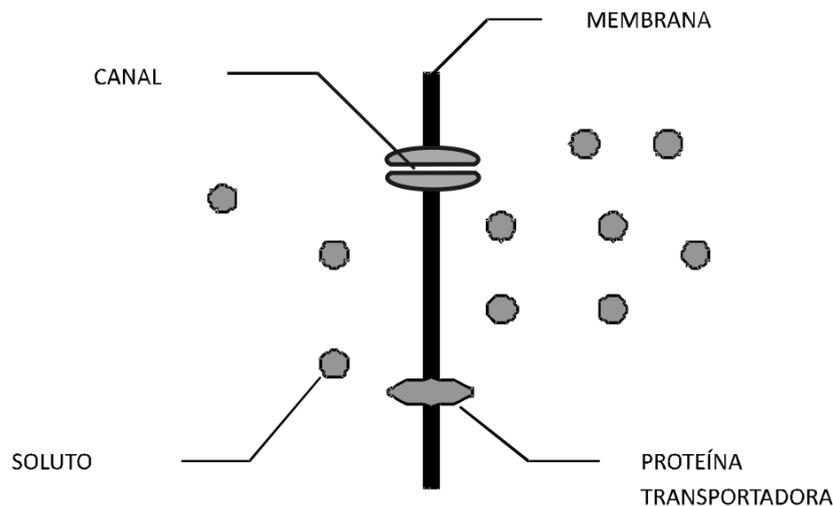
Transporte activo

Es un tipo de transporte que se realiza **en contra de un gradiente de concentración**, es decir que la sustancia se desplaza desde donde está menos concentrada hacia donde está más concentrada. Para realizar este proceso **se necesita gastar energía** y se realiza por medio de las proteínas transportadoras que se encuentran en la membrana. La sustancia a transportar se combina químicamente con la parte exterior de la proteína transportadora que, utilizando energía la

introduce en la célula, una vez ocurrido esto, la proteína transportadora libera la sustancia en el interior del citoplasma.

Actividad 2

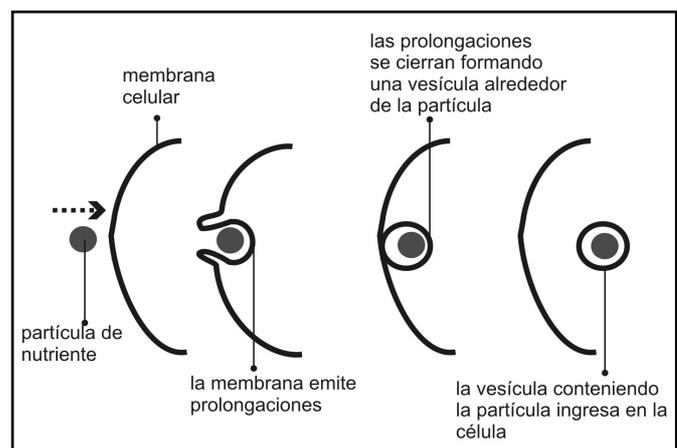
Utilizando este esquema, represente con flechas: Rojas, la DIFUSIÓN SIMPLE; Azules, la DIFUSIÓN FACILITADA; Negras, la ÓSMOSIS y Verdes, el TRANSPORTE ACTIVO. (Tenga en cuenta la concentración del soluto).



En ocasiones la partícula a transportar es grande y no puede atravesar la membrana debido a su tamaño, por lo que existen mecanismos para incorporarlas o expulsarlas de las células utilizando vesículas que son pequeñas “burbujas” intracelulares rodeadas por membranas. Estos mecanismos son:

Endocitosis

Cuando la célula necesita **incorporar** una partícula grande, ésta se apoya sobre la membrana, la que emite prolongaciones que la engloban introduciéndola dentro de una vesícula (rodeada de membrana) llamada **vesícula digestiva** que es luego atacada por enzimas digestivas que rompen su contenido disminuyendo así su tamaño y permitiendo el ingreso definitivo de la sustancia al citoplasma, este proceso se denomina **digestión intracelular**.



Exocitosis

Es el proceso inverso a la endocitosis. Los materiales grandes que la célula necesita eliminar, como proteínas, por ejemplo, son transportados hacia la membrana dentro de vesículas, es decir, rodeados por membranas; éstas vesículas se aproximan a la superficie celular, y cuando ambas membranas se ponen en contacto éstas se abren para permitir la salida de los materiales contenidos en la vesícula.

Actividad 3

1. Realice un esquema similar al anterior donde represente la EXOCITOSIS.
2. Agregue con dibujos en el esquema anterior, el proceso de DIGESTIÓN INTRACELULAR

2. El Citoplasma

Principales orgánulos y sus funciones

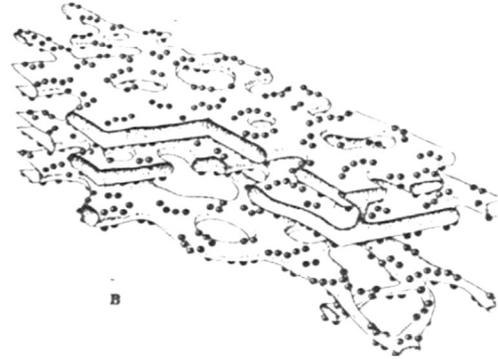
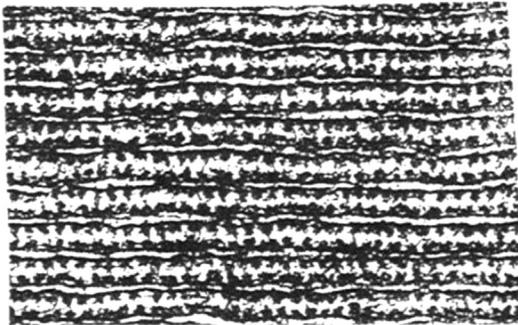
Ribosomas

Son los orgánulos más abundantes de la célula, no están rodeados por membranas, son pequeñas esferas constituidas por un tipo específico de ácido nucleico (ARN). Podemos encontrarlos libres en el citoplasma o asociados a las membranas de un orgánulo llamado Retículo Endoplásmico Rugoso (RER). Su función es muy importante, ya que intervienen en el **ensamblaje de aminoácidos para formar proteínas**. Los ribosomas libres actúan en la síntesis de proteínas para la célula, en cambio los que se encuentran en el RER fabrican proteínas "de exportación", es decir que saldrán de las células.

Retículo endoplásmico

Está constituido por una red de sacos, conductos y tubos intercomunicados y

rodeados por membranas. Dentro de la célula encontramos dos tipos de Retículo endoplásmico: el **Rugoso** (RER), que posee ribosomas adheridos a su superficie y el **Liso** (REL), que no posee ribosomas adheridos.

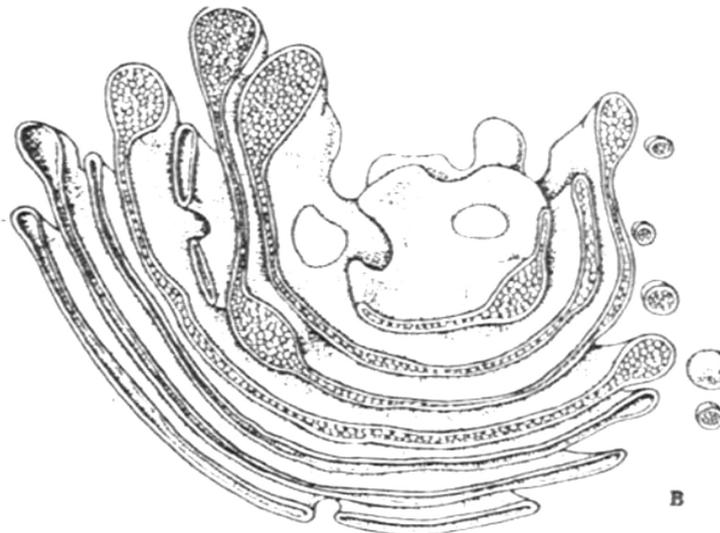
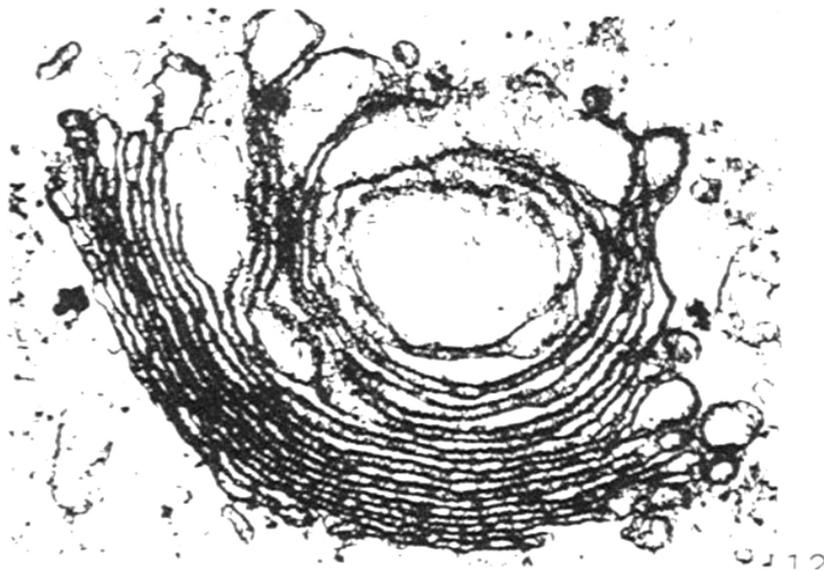


Microfotografía y esquema del Retículo Endoplasmático Rugoso, observe los ribosomas adheridos a su superficie

El RER, interviene en la **síntesis de proteínas de exportación**, éstas se van formando en los ribosomas y van penetrando a los conductos del RER, luego pasan al REL donde se combinan con otras sustancias, para ser luego "empaquetadas" y transportadas dentro de una vesícula (rodeadas por membranas) hacia otro orgánulo celular llamado Aparato de Golgi. El REL también cumple la función de fabricar lípidos.

Aparato de Golgi

Consiste en una serie de sacos aplanados que se hallan apilados unos sobre otros y rodeados de vesículas provenientes del Retículo endoplásmico. El aparato de Golgi es un centro de empaquetamiento y distribución de sustancias, fundamentalmente proteínas y lípidos; en consecuencia cumple la función de recibir a las vesículas provenientes del Retículo endoplásmico, modificar las membranas de éstas, procesar más su contenido y distribuir el producto terminado a otras partes de la célula, particularmente a la membrana celular, donde por **exocitosis**, saldrán al exterior.

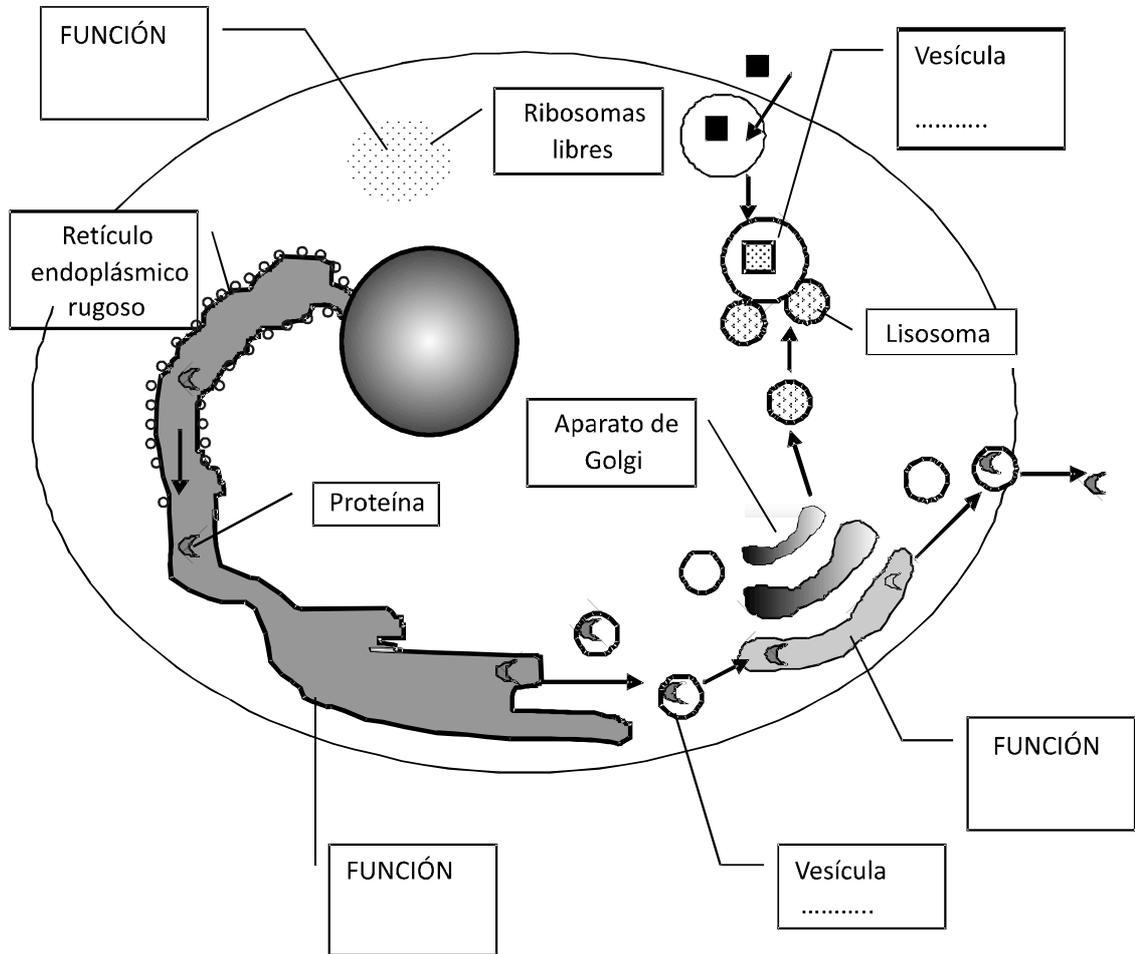


Microfotografía y esquema del Aparato de Golgi, Observe los sacos o bolsas aplanados y apilados unos sobre otros, y las vesículas asociadas al orgánulo.

Lisosomas

Son vesículas pequeñas que se forman en el aparato de Golgi pero que permanecen dentro de la célula, contienen enzimas digestivas, y su función es digerir proteínas, hidratos de carbono o lípidos. Cuando por endocitosis han ingresado materiales dentro de una vesícula digestiva, los lisosomas se unen a ésta liberando dentro de la vesícula sus enzimas para que degraden su contenido y así poder ser introducido al citoplasma como sustancias simples.

Síntesis y secreción de sustancias (funcionamiento integrado de los orgánulos ya vistos)



Actividad 4

1. Relea las funciones de cada orgánulo siguiendo el recorrido que se muestra en el esquema anterior.

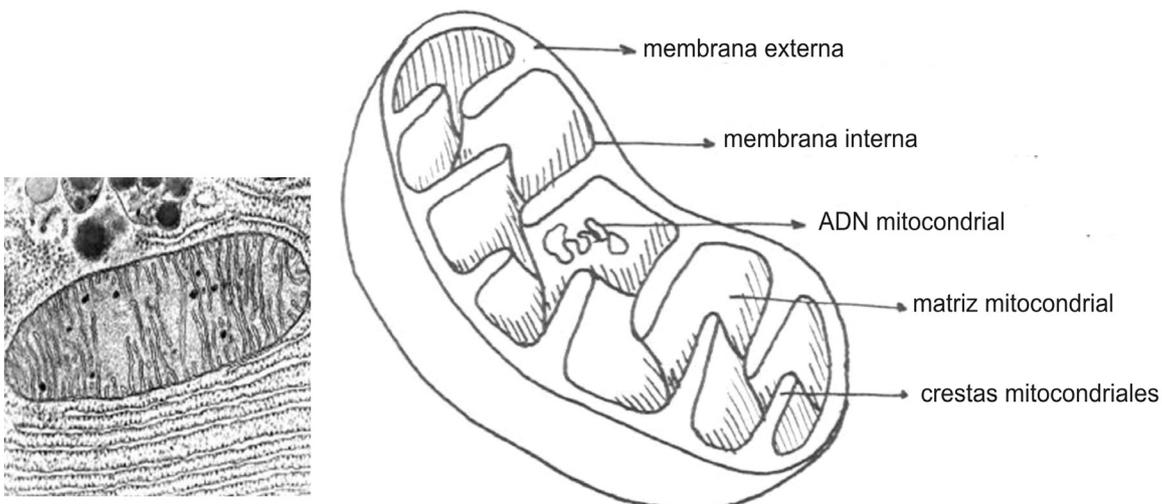
2. Complete el esquema indicando la función que cumple cada orgánulo.

Los que vimos son sólo algunos de los orgánulos y procesos que ocurren en el citoplasma, veamos ahora otros dos orgánulos que tienen por misión obtener la energía que la célula necesita para vivir.

Mitocondria

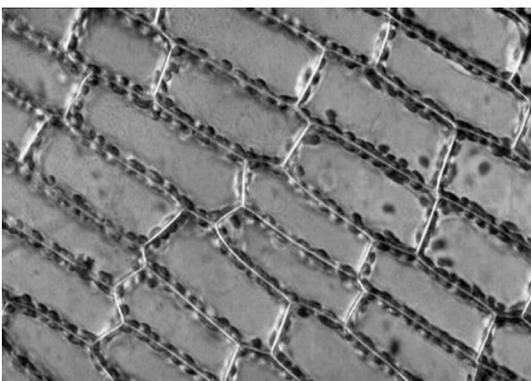
Es uno de los orgánulos más importantes, la encontramos tanto en células animales como vegetales, son bastante grandes y su forma varía desde casi esféricas hasta la de una papa o un cilindro muy alargado.

Siempre están rodeadas por dos membranas, la más interna de las cuales se pliega hacia adentro formando "**crestas**", en ellas se producen las reacciones químicas mitocondriales. La función de las mitocondrias es la de proveer energía a la célula mediante el proceso de **Respiración celular**.



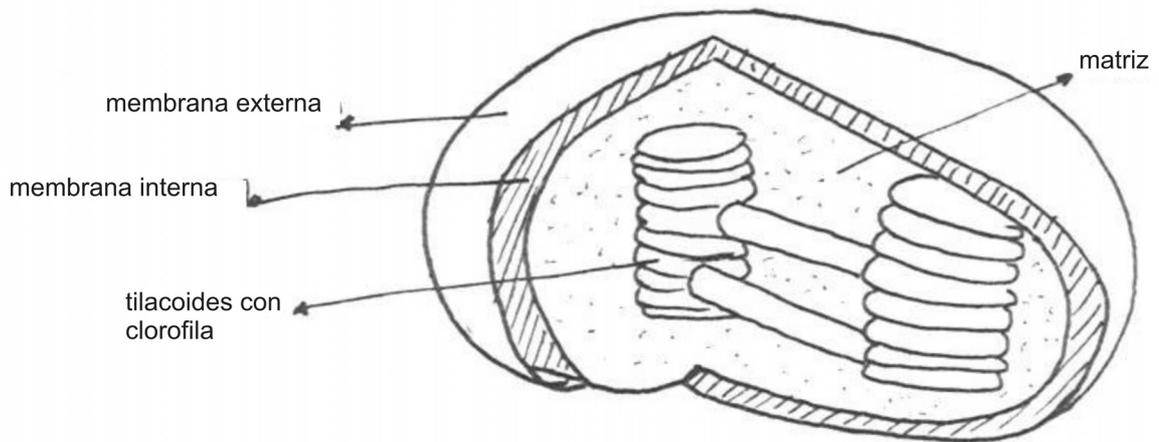
Cloroplasto

Es un orgánulo característico de las células vegetales, especialmente de las partes verdes de la planta; al igual que las mitocondrias están rodeados por dos



membranas y poseen en su interior una serie de sacos aplanados llamados **tilacoides** sobre los que se encuentra una sustancia verde llamada **clorofila**, es aquí donde tiene lugar la **Fotosíntesis** que es un proceso complejo por el cuál las plantas son capaces de captar la energía lumínica del sol y producir materia orgánica.

¿Qué es la fotosíntesis y la respiración celular?



Las plantas verdes son las encargadas de captar y transformar la materia inorgánica en orgánica y la energía lumínica en química mediante el proceso de FOTOSÍNTESIS. Gracias a que producen su propio alimento (materia orgánica), las plantas reciben el nombre de productores.

Veremos que de este proceso químico también se libera **oxígeno**, que las plantas aportan al aire, es por eso que decimos que los bosques y selvas son el "pulmón del mundo".

Los animales, por su parte, para sobrevivir necesitan consumir materia orgánica, ya que no producen su propio alimento como las plantas, es por eso que los llamamos consumidores

Los consumidores se alimentan de otro ser vivo, incorporando así la materia orgánica necesaria (recordemos que esta contiene energía química en su interior). Pero, ¿Cómo extraen los consumidores la energía de esa materia orgánica?

Lo hacen mediante de un proceso que se realiza en cada una de sus células llamado RESPIRACIÓN CELULAR.

¿QUÉ ES EL ATP?

Es una molécula que se encuentra dentro de TODAS las células y es donde los seres vivos almacenamos la energía química. El ATP tiene la característica de ser pequeña, de alto contenido energético, muy móvil y que puede ceder fácilmente la energía captada para ser utilizada en otros procesos vitales. Dicho de otro modo, el ATP funciona como una pila o una batería, se "carga" de energía en los procesos donde ésta es liberada, almacena la energía, y se mueve por la célula libremente. Al llegar a un lugar donde se necesite energía para algún proceso especial el ATP entregará la que tiene acumulada "descargándose", quedando lista para volver a "cargarse".

El objetivo de este proceso es romper la materia orgánica para así extraer y captar la energía química contenida en ella. En este proceso interviene el **oxígeno**, elemento indispensable para la vida, que llega a la célula a través del sistema respiratorio en los animales y de las hojas en las plantas. La energía liberada es captada por la molécula de **ATP** y almacenada para ser usada en otros procesos.

El ATP es sumamente importante ya que la energía que contiene es la única disponible para realizar los procesos vitales.

En cuanto a la materia, esta se transforma en **dióxido de carbono** que es eliminado al exterior por el aparato respiratorio y **agua** que puede ser liberada o reutilizada.

En las plantas también ocurre el proceso de RESPIRACIÓN CELULAR, ya que ellas también utilizan energía química para sus procesos vitales.

Actividad 5

Complete el siguiente cuadro:

	FOTOSÍNTESIS	RESPIRACIÓN CELULAR
Qué tipo de materia incorpora?		
En qué la transforma?		
Qué tipo de energía incorpora?		
Qué pasa con la energía?		
En qué orgánulo se realiza?		
Qué libera al exterior?		
En qué organismos ocurre?		

Ahora profundicemos un poco en estos dos procesos energéticos

EL PROCESO DE LA FOTOSÍNTESIS

Este proceso vital de las plantas verdes se realiza en 2 etapas:

Etapas foto-dependiente, es decir que debe existir luz solar para que ocurra; la luz excita la clorofila que se encuentra en el cloroplasto y ésta se carga de energía, cuando la clorofila vuelve a su estado original, entrega la energía al ATP que la acumula en forma de energía química aprovechable por los seres vivos, el ATP se reserva para la segunda etapa. Al mismo tiempo, este proceso descompone o rompe las moléculas de dióxido de carbono y agua que la planta ha incorporado por sus hojas y raíces transformándolas en materias primas para la fabricación de moléculas orgánicas; el oxígeno proveniente del agua, es liberado a la atmósfera en forma de O_2

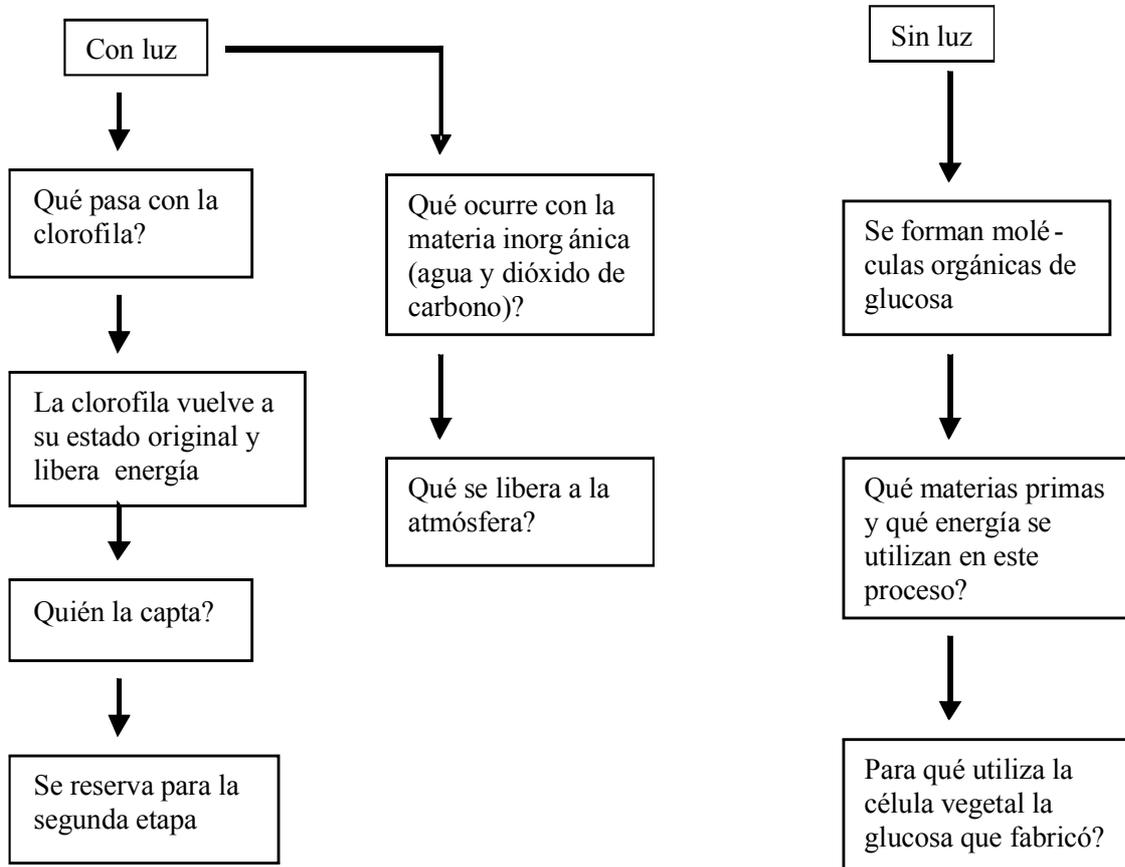
Etapas foto-independiente, es decir que no necesita la luz solar para que ocurra; en esta etapa se utilizan las materias primas para formar moléculas orgánicas (glucosa), el ATP es quien aporta la energía para que ocurra este proceso, por lo tanto, la glucosa que se forma, queda cargada con energía química en su interior. Las plantas luego pueden descomponer la glucosa (mediante el proceso de respiración celular), y así extraerle la energía para utilizarla en sus propios procesos vitales.

Parece complicado pero no lo es tanto cuando lo releemos y tratamos de dibujarlo, no se desanime.

Para ayudarlo le propongo que responda las preguntas de la siguiente actividad que le ordenarán el proceso en pasos sucesivos.

Actividad 6

Relea el proceso de fotosíntesis y responda las preguntas del siguiente esquema:



EL PROCESO DE LA RESPIRACIÓN CELULAR

Este proceso, se realiza en 3 etapas:

Glucólisis: ocurre en el citoplasma y consiste en una serie de reacciones químicas donde la glucosa (molécula que contiene 6 átomos de carbono) es descompuesta en 2 moléculas de 3 carbonos cada una llamadas ácido pirúvico. Esta sustancia se dirige hacia la mitocondria e ingresa dentro de éste orgánulo.

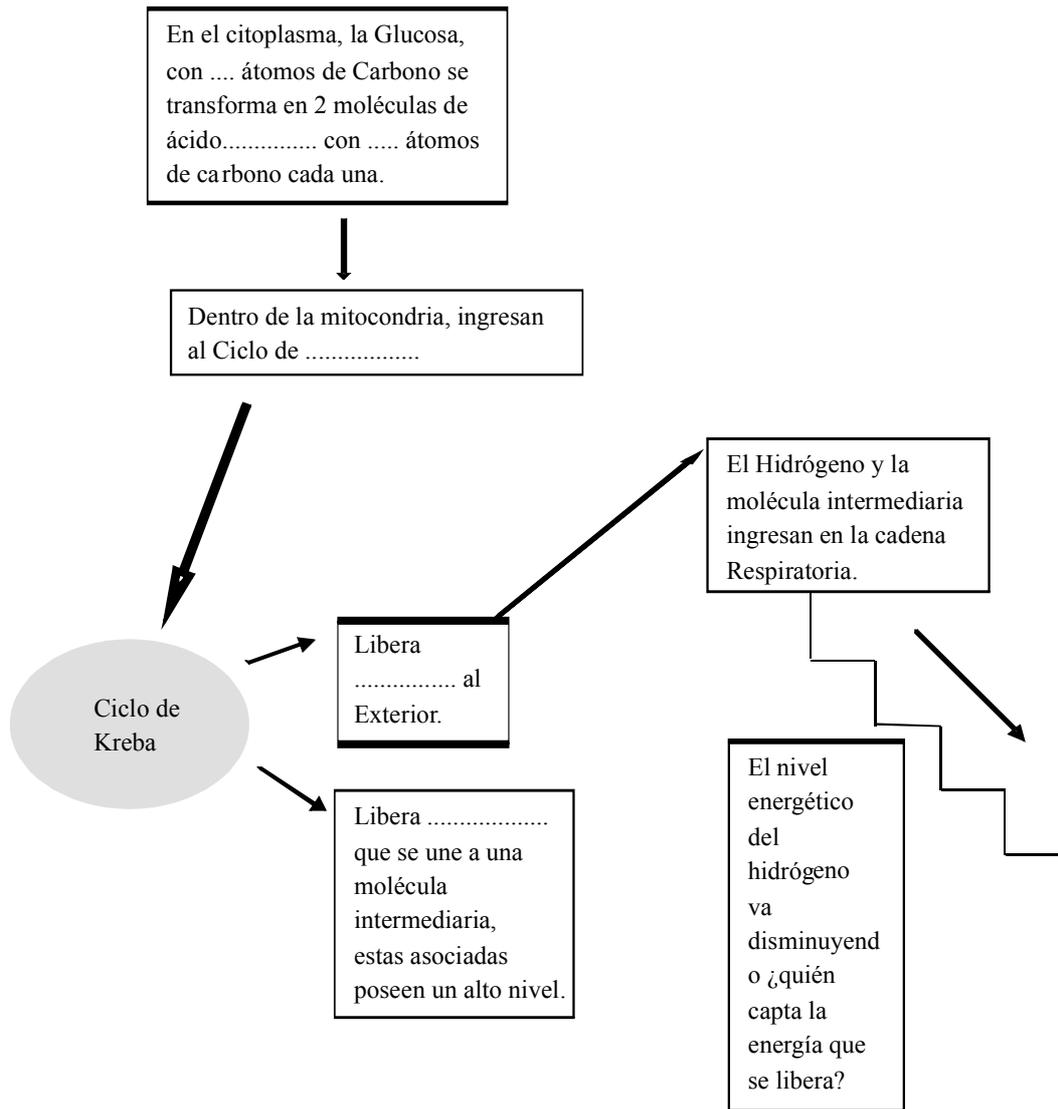
Ciclo de Krebs: se da en la mitocondria, y consiste en una serie de reacciones químicas donde el ácido pirúvico que ingresó del citoplasma en la etapa anterior se va descomponiendo y liberando dióxido de carbono (CO₂) al exterior, por otro lado también se obtiene hidrógeno que va a ser utilizado en la siguiente etapa, ya que, asociado a una molécula intermediaria, es un elemento que posee un altísimo nivel energético.

Cadena respiratoria: La molécula intermediaria asociada con el hidrógeno liberado del ciclo de krebs ingresa en una cadena de reacciones químicas a través de las cuales se va liberando paulatinamente la energía acumulada en el hidrógeno, que va siendo captada por moléculas de ATP. Una vez que el hidrógeno ha perdido toda la energía acumulada, se une con el oxígeno formando agua, que puede ser liberada o bien reutilizada dentro de la célula.

Releamos ahora el proceso de respiración celular y luego realicemos la actividad que nos organizará el proceso en etapas sucesivas.

Actividad 7

Responda las preguntas del esquema:



Reflexionemos juntos sobre la importancia que estos procesos energéticos tienen para el mundo vivo.

La función principal de los organismos vivos es aquella que les permite asegurar su propia existencia, dicho de otro modo, la función más importante de los seres vivos es mantenerse con vida.

El mantenimiento del orden y la organización de las estructuras celulares, y el trabajo (mecánico, químico, eléctrico o de transporte) que realizan las células requieren energía, y los organismos vivos la toman constantemente del exterior en forma de alimentos. Es por ello que todo ser vivo, incluso el más simple está obligado a alimentarse.

Como la única fuente de energía del planeta es el sol, los seres vivos deben actuar como verdaderos transformadores de energía solar para poder aprovecharla. De esta forma, producen alimentos que contienen energía química proveniente, en última instancia del sol; podríamos decir que los alimentos son de alguna manera “energía solar en conserva”.

De esta forma las plantas verdes por medio de la fotosíntesis captan la energía lumínica del sol y la transforman en energía química almacenada en los alimentos (materia orgánica / glucosa).

La glucosa es luego degradada en la mitocondria mediante la respiración celular para incorporar la energía química que contiene al ATP que es la única molécula que puede entregarla fácilmente para los procesos biológicos.

3. El Núcleo

Dentro de la célula, por lo general es el núcleo la estructura que más se destaca, se encuentra rodeado de dos membranas que contienen poros, es decir, pequeños orificios que permiten una comunicación más directa con el citoplasma. Interiormente, el núcleo posee, como dijimos antes, todo el ADN de la célula, es decir la información genética y hereditaria del individuo.

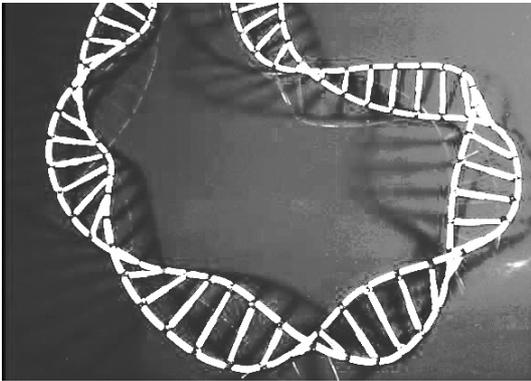
Cada especie posee una cantidad determinada de moléculas de ADN, (la especie humana, por ejemplo contiene en cada una de sus células 46 moléculas de ADN) Cuando la célula está por dividirse, cada una de estas moléculas se enrolla sobre sí misma formando ovillos llamados **cromosomas**, pero si la célula no está

dividiéndose, el ADN se encuentra como una maraña de filamentos llamados **cro-
matina**.

En el interior del núcleo también encontramos otra estructura de gran tamaño llamada **nucleolo**, que es una zona especial donde se producen los ribosomas (ARN), que luego cumplirán su función en el citoplasma.

Para comprender la importancia del núcleo en la célula, es necesario entender primero cómo es y cómo funciona el ADN.

Estructura del ADN



La molécula de ADN es un polímero en forma de una **ESPIRAL DOBLE**.

Para entender mejor su estructura, comparemos al ADN con una escalera de cuerdas enrollada sobre sí misma. Las dos cuerdas laterales están formadas por sucesivos monómeros llamados **nucleótidos**.

Funciones del ADN

El ADN cumple dos funciones importantísimas.

1. Contiene la información genética o hereditaria, que se traduce en proteínas que luego regularán las funciones celulares.
2. Se autoduplica produciendo copias idénticas de sí misma, lo que permite la reproducción celular.

Traducción de la información genética

Todas las características de un ser vivo (altura, color de ojos, piel, cabello, tendencia a enfermedades, etc) están codificadas (escritas en código) en la estructura química del ADN.

La secuencia, es decir el orden en que están ubicados los nucleótidos es lo que proporciona la información genética para todas las características del individuo.

Una secuencia determinada de nucleótidos, es decir, una porción de ADN se denomina GEN y cada gen se traduce en una proteína específica (ENZIMA) que actúa regulando una reacción química.

Pero cómo es posible que la información para una determinada característica se encuentre en los genes del ADN? Y cómo llega esa información a traducirse en una característica específica?

Para responder estas preguntas analicemos un caso concreto:

Consideremos una planta que tiene una característica especial: tiene flores rojas. La información para el color de la flor se encuentra en un gen del ADN.

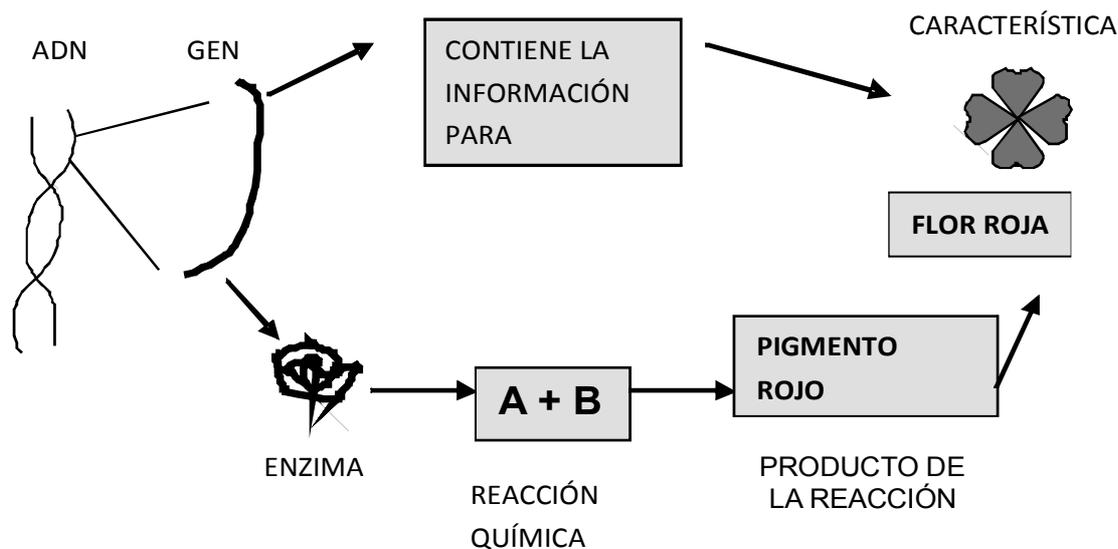
La planta toma del medio 2 sustancias A y B. Dentro de las células se encuentra la enzima E que interviene uniendo las sustancias A y B, y favoreciendo su reacción. Si no existiera la enzima E, las dos sustancias no reaccionarían. Como producto de esta reacción se obtiene otra sustancia que es un pigmento rojo. Este pigmento migra a las flores, obteniéndose de esta forma flores rojas



Si no hubiese estado presente la enzima E la reacción química que produce el pigmento no hubiera ocurrido; por otra parte la enzima E se originó por traducción de la información contenida en un gen específico del ADN, en este caso el gen E.

Dicho de otro modo, el gen E se tradujo en una proteína (la enzima E) que actuó regulando la reacción química entre A y B de donde se obtuvo el pigmento rojo que migró a las flores. Si no hubiese estado el gen E, no existiría la enzima, por lo que no podría haberse dado la reacción química y no existiría el pigmento rojo, en ese caso las flores no serían rojas.

En otras palabras podemos decir que el gen E codifica o informa para la característica " flores rojas".



En este mecanismo de traducción interviene un tipo especial de ARN que se encarga de “leer” el código en el ADN del núcleo celular y pasar la información a los ribosomas que irán ensamblando (en el citoplasma o en el retículo endoplásmico rugoso) los aminoácidos correspondientes en la proteína que se está formando.

Actividad 8

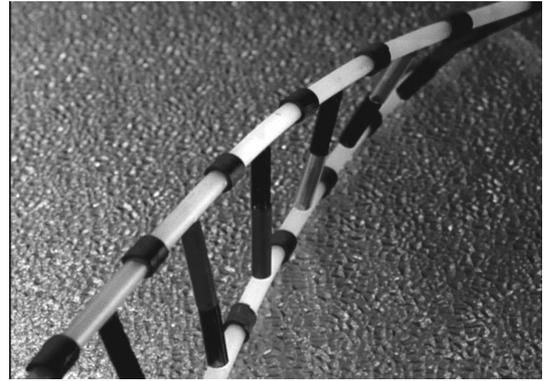
Lea el siguiente caso e Intente reconstruir la secuencia de acontecimientos que dan por resultado la aparición de la característica “ojos negros”.



La mosca de la fruta (*Drosophila melanogaster*) posee ojos negros como consecuencia de la expresión de un gen que llamaremos GEN N. Este gen posee la información necesaria para que aparezca MELANINA (pigmento) en los ojos.

Duplicación del ADN

Dijimos al principio que una de las funciones del ADN era su potencialidad para producir copias idénticas de si misma; esta función es muy importante en los procesos de reproducción celular.

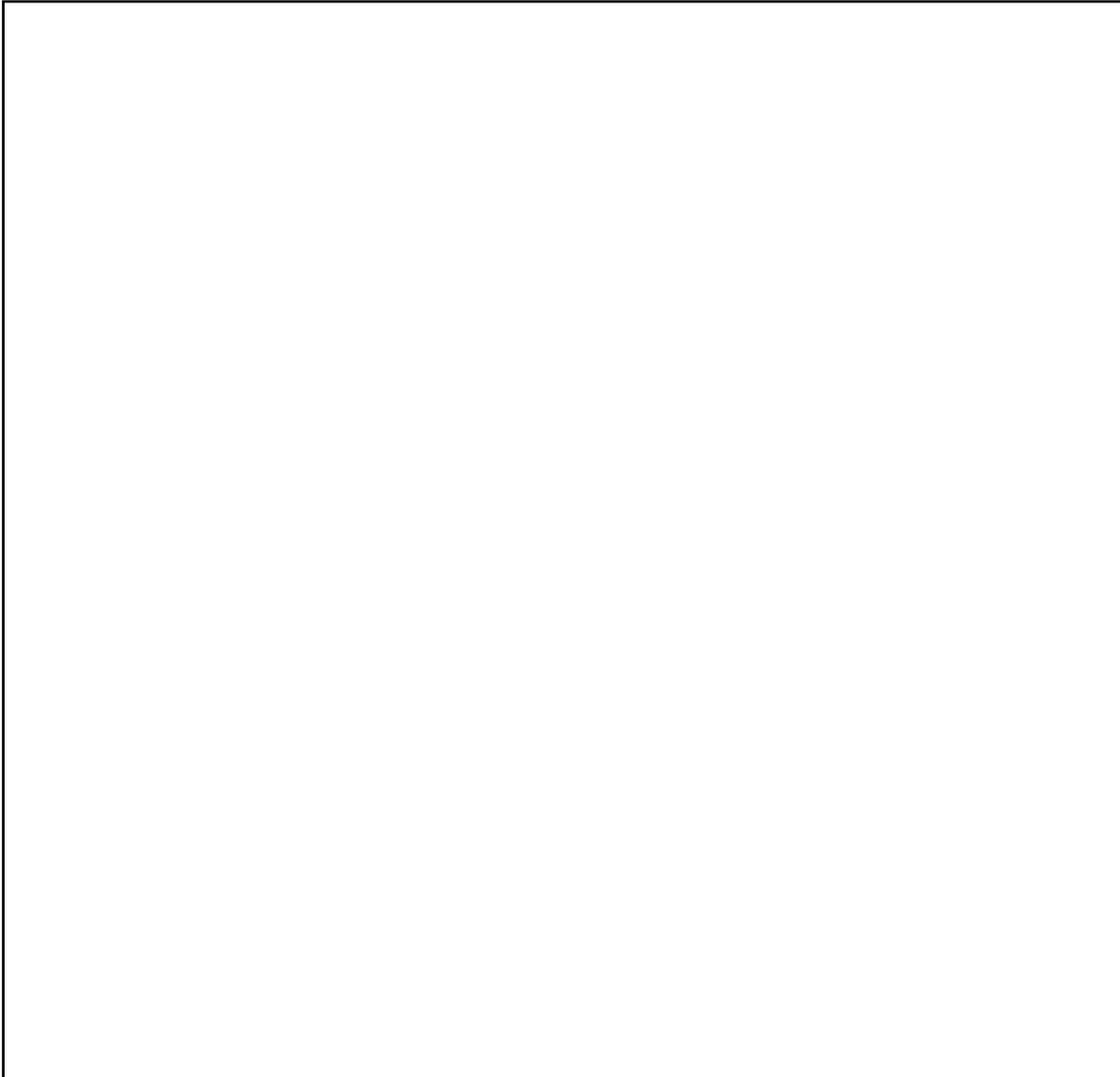


¿Cómo se produce esta duplicación?

1. Partimos de la biomolécula de ADN como una doble espiral.
2. La biomolécula de ADN se endereza.
3. Los peldaños se abren por la mitad gracias a la acción de una enzima quedando dos cadenas simples con sus nucleótidos expuestos.
4. En el núcleo están presentes, en solución, las materias primas necesarias. Estas sustancias se aproximan a las cadenas simples y por reacciones químicas (también reguladas por enzimas) reconstruyen la parte faltante de cada una de las cadenas.
5. Se forman dos escaleras iguales.
6. Cada escalera se enrosca nuevamente formando dos biomoléculas iguales de ADN.

Actividad 9

Realice un dibujo donde represente los pasos de la duplicación del ADN.

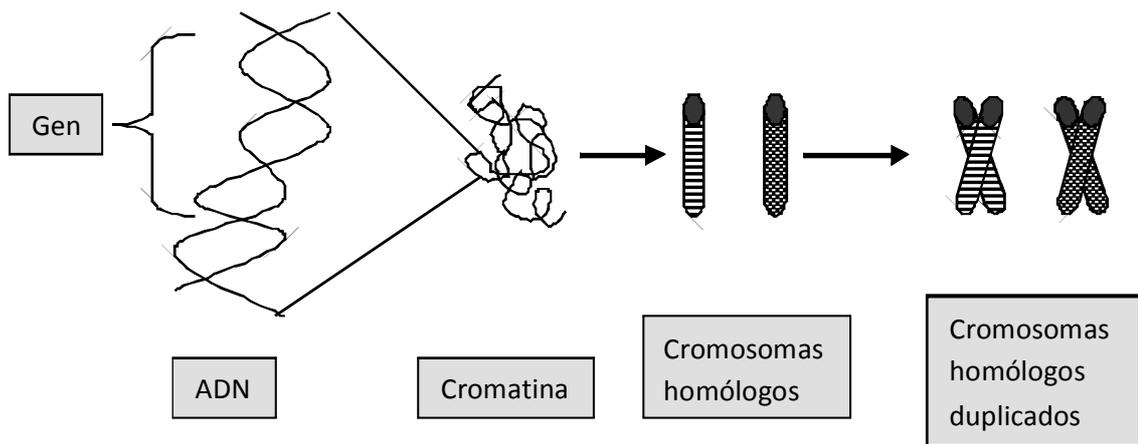


¿Cómo se reproducen las células?

En las células eucariotas, los cromosomas se encuentran de a pares (uno proviene del padre y otro de la madre, cuando el óvulo y el espermatozoide unen sus núcleos, se asocian los dos cromosomas de un par) Cada uno de éstos cromosomas se denominan homólogos y contienen los mismos genes aunque éstos pueden tener distinta información. Por ejemplo: ambos tienen el gen que codifica para el color de ojos, sin embargo uno puede informar para ojos celestes mientras que otro lo puede hacer para ojos negros.

Cuando el ADN se autoduplica, lo hacen ambos cromosomas homólogos generando cromosomas duplicados.





Estos conceptos son importantes para comprender las dos formas en que se reproducen las células.

Una de ellas, denominada **mitosis**, ocurre en las células del cuerpo tanto de plantas como de animales y tiene por función la renovación celular y el crecimiento de los tejidos. Mientras que la otra forma se llama **meiosis**, y tiene por función originar células sexuales, como los óvulos y espermatozoides, que son células especiales.

Mitosis

Cuando una célula va a reproducirse, en primer término se duplica el ADN total, luego de estas copias (cromosomas duplicados) se separan y se forman dos núcleos idénticos, en último término se divide el citoplasma por medio estrangulación de la membrana originándose **dos células hijas idénticas entre sí** (poseen la misma cantidad de cromosomas que la célula madre). Este tipo de reproducción se denomina mitosis y da por resultado células somáticas (células del cuerpo, no sexuales).

Meiosis

Otra forma de reproducción celular es la que origina células sexuales o gametas (óvulos y espermatozoides).

En este tipo de reproducción llamada meiosis, también hay duplicación del ADN, pero al separarse los cromosomas, no sólo lo hacen los duplicados sino también los homólogos obteniéndose **cuatro células hijas que poseen la mitad del número de cromosomas que la madre**, esto significa que los óvulos o espermatozoides resultantes poseen la mitad de la información. Cuando las gametas se unen (fecundación) unen también sus núcleos para reconstruir el número completo de cromosomas de la especie.

Durante la meiosis algunos cromosomas intercambian información entre sí (crossing over) generando de ésta forma mayor variabilidad en los hijos.

Actividad 10

Represente gráficamente la **mitosis** y la **meiosis**, para ello, remítase al gráfico anterior y pida ayuda a su tutor docente.



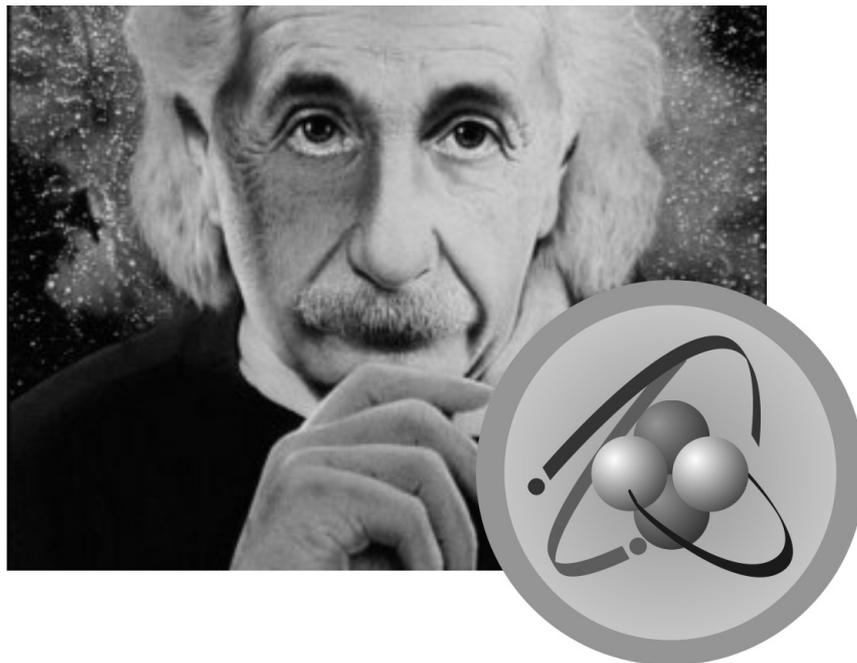


ACONTECIMIENTOS FUNDAMENTALES QUE CONTRIBUYERON A DILUCIDAR LA ESTRUCTURA ATÓMICA

Introducción

En este módulo abordaremos las experiencias más significativas que contribuyeron a dilucidar la estructura del átomo. Comenzaremos por los antiguos griegos que fueron los primeros en preguntarse cómo estaba constituida la materia hasta llegar a la actualidad con la postulación del modelo cuántico.

La visualización del trabajo de los científicos en distintas épocas, la realización de experiencias, la postulación de leyes, teorías y modelos, nos permitirán comprender de que manera fue creciendo la ciencia y como fueron cambiando a través del tiempo los modos de mirar la realidad y explicarla. Podemos afirmar que el conocimiento es entonces, un modo de relacionarse con la realidad, de interpretarla, de dar cuenta de ella.



Los filósofos griegos

En la antigüedad los filósofos griegos se preguntaron cómo estaba constituida la materia :



¿Era continua o discontinua?

Aristóteles propuso que la materia estaba formada por cuatro elementos fundamentales: *aire, fuego, agua y tierra*. Concibió el universo como una jerarquía de elementos que van desde la perfección “Dios” a lo más imperfecto, los cuatro elementos clásicos.

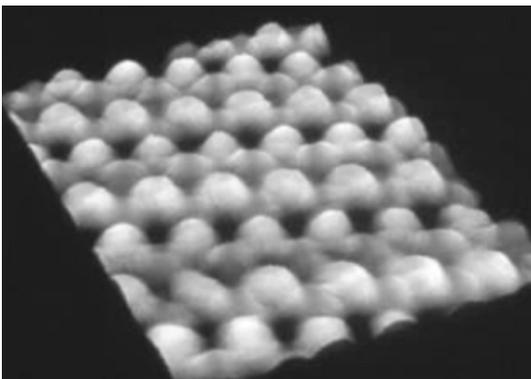
Demócrito y Leucipo, en cambio, consideraron que la materia era discontinua y fueron los primeros en proponer la idea de ÁTOMO. Pensaban que si la materia, por ejemplo una piedra, se partía en mitades sucesivas se llegaría a la partícula fundamental; el ÁTOMO.



Pero, ¿qué significado tenía la palabra ÁTOMO?

El átomo era entonces, la menor porción de materia y no se podía dividir (indivisible). Sin embargo fueron las ideas de Aristóteles las que tuvieron más aceptación en la Antigüedad y los pensamientos de Leucipo y Demócrito fueron retomados casi dos mil años después por Dalton, quién postuló la primer TEORÍA ATÓMICA.

Hemos visto en el módulo 2 “Electricidad y magnetismo” que los fenómenos eléctricos están íntimamente relacionados con el átomo y sus partículas, es decir, que los fenómenos observables a simple vista son el reflejo de los cambios que



sufre la materia a nivel microscópico. Por ello abordaremos algunas experiencias sobre electricidad que sentaron las bases para el posterior descubrimiento del ELECTRÓN y de la estructura atómica.

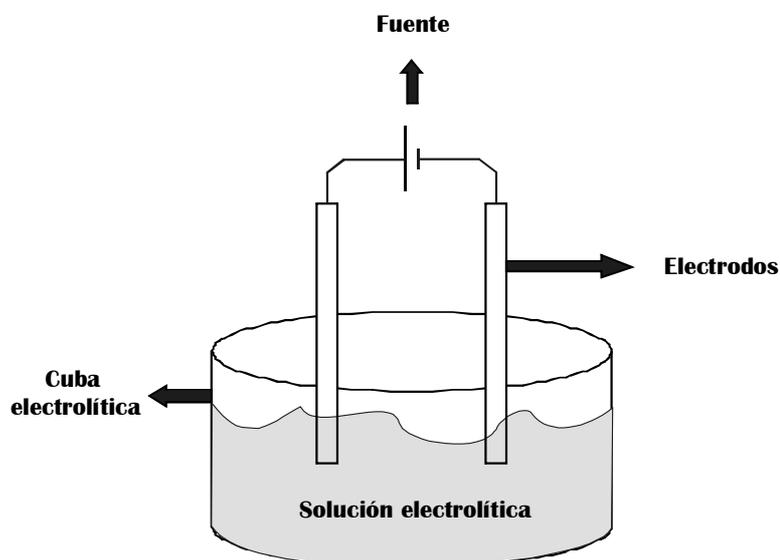
Experiencia de Faraday

Michael Faraday (Gran Bretaña, 1791-1867) se inició como bibliotecario y este trabajo, le permitió tener acceso a, gran cantidad de lecturas que llegaban a sus manos, que lo llevaron a interesarse en los fenómenos eléctricos. A partir de sus experiencias logró demostrar que todas las electricidades conocidas hasta el momento (animal, metálica) tenían un origen común. Mediante la experiencia de la electrólisis logró comprobar que existía una cantidad elemental de carga que no podía ser subdividida, pero...



¿Qué significa el término ELECTRÓLISIS y cómo se realiza?

La **electrólisis** es la **descomposición de la materia por acción de la corriente eléctrica**. El experimento consiste en conectar dos barras metálicas a un generador de energía eléctrica, como se muestra a continuación:

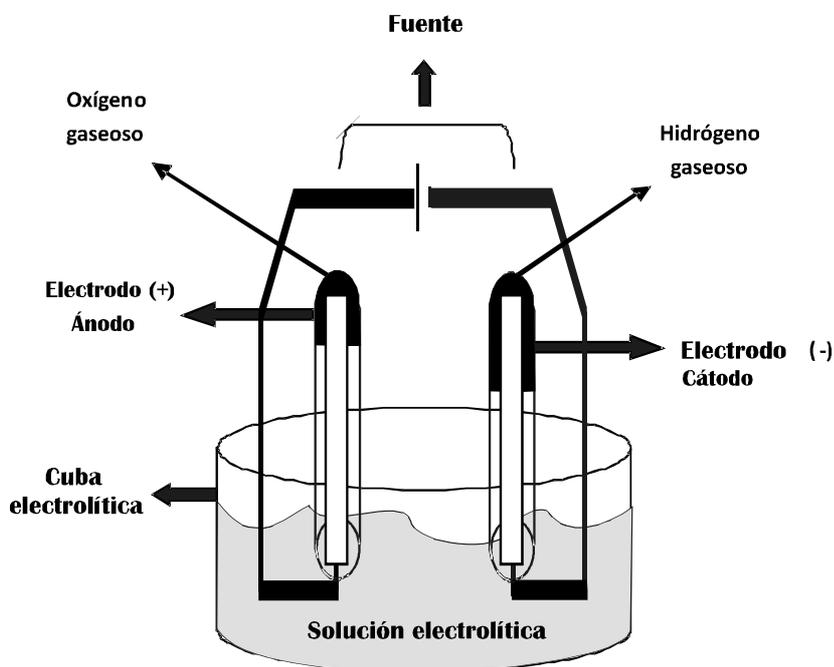


Las barras metálicas se denominan electrodos. El **ÁNODO** es el electrodo positivo mientras que el **CÁTODO** es el electrodo negativo, ambos están conectados a una fuente. En la solución electrolítica existen iones que sufren la influencia del campo eléctrico generado entre ambos electrodos.

Supongamos el caso de la electrólisis del agua: por acción de la corriente eléctrica el agua se disociará en iones hidrógeno (H^+) y iones (O^{-2}) y cada uno de estos iones se dirigirá al electrodo de signo contrario:

“Cargas de mismo nombre se rechazan y cargas de distinto nombre se atraen”

El ion (H^+) se dirigirá al cátodo (que es negativo) y al llegar a él se neutralizarán las cargas opuestas que toman del mismo formándose hidrógeno gaseoso. El ion (O^{-2}) se dirigirá al ánodo (que es positivo) y sucederá lo mismo que en el cátodo formándose oxígeno gaseoso. (Ver figura)



*¿Por qué el volumen de hidrógeno obtenido es el **doblo** con respecto al volumen de oxígeno?*

Si planteamos la ecuación de descomposición de agua:



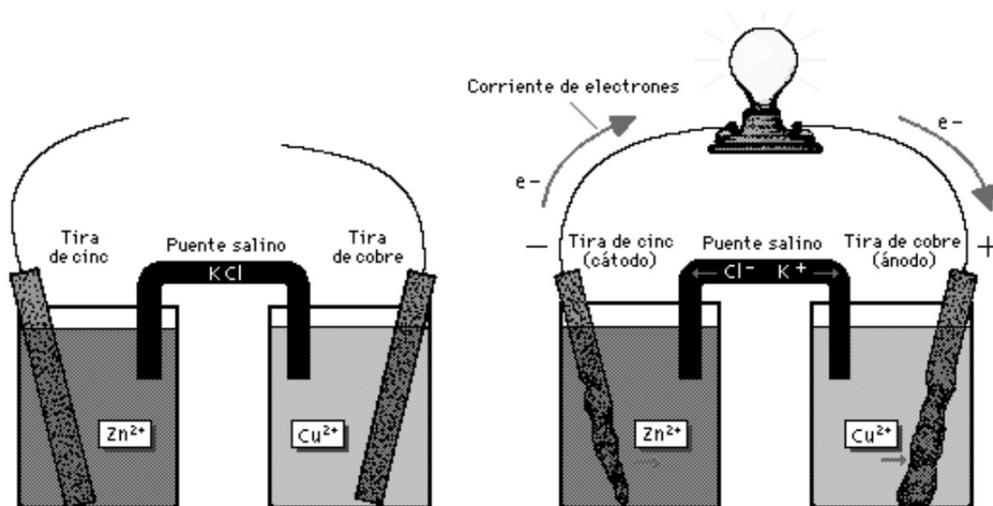
Si observamos las ecuaciones anteriores, la estequiometría de la reacción nos indica que el volumen de hidrógeno obtenido será siempre el doble con respecto al volumen de oxígeno.

Algunas sustancias aparecen en *forma gaseosa*, como el hidrógeno y el oxígeno, como burbujas que ascienden junto al electrodo abandonando el líquido. Otras sustancias recubren el electrodo con una *fase sólida* (depósito electrolítico) como en el caso de la deposición de metales.

Este tipo de experiencias fueron las que comenzaron a relacionar la química con la electricidad. Ahora bien:

¿Cuánto tiempo debe circular una corriente en un circuito para desprender o depositar una determinada sustancia en un electrodo?

Para depositar o desprender **un mol** de cualquier sustancia se debía hacer circular una cierta cantidad de carga igual a **96500 coulombs** o el doble o el triple, nunca cantidades intermedias.



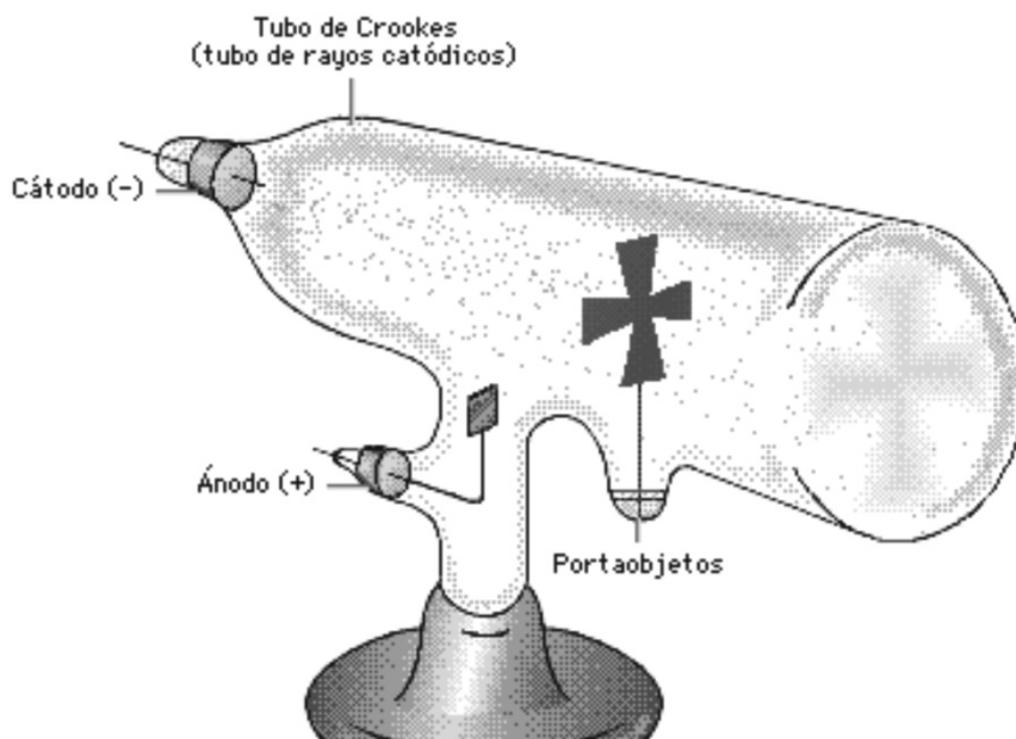
Faraday determinó, a partir de sus experiencias electrolíticas, que:

En esta época aún no se sabía cómo era el átomo ni cómo intervenían en él las cargas eléctricas pero Faraday sugirió la **existencia de una cantidad elemental de carga** que no podía ser subdividida. Los físicos y los químicos se preguntaron entonces, si esa unidad de carga era **positiva o negativa**.

Experiencia de Thompson



Joseph Thomson (Gran Bretaña, 1856-1940) investigó intensamente las descargas producidas en tubos que contenían gases a muy bajas presiones cuando se les aplicaba una gran diferencia de potencial. Utilizó el siguiente dispositivo experimental:



Los tubos de descarga son también llamados *tubos de rayos catódicos* o *tubos de Crookes*. Contienen dos electrodos: el *cátodo* y el *ánodo* conectados a una fuente de alto voltaje. En el interior del tubo hay *gases enrarecidos* (a muy bajas presiones) y Thomson comprobó que, al someterlos a una gran diferencia de potencial, se observaba una luminiscencia azul verdosa en las paredes del ánodo.

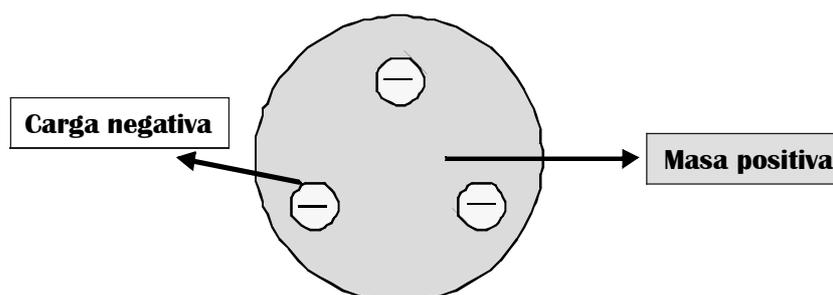
Luego realizó numerosas experiencias, sometiendo a estos rayos a la acción de campos eléctricos, o interponiendo objetos en su camino para averiguar si se desplazaban en línea recta y si tenían masa. De esta manera comprobó que los rayos catódicos:

- Tenían carga negativa.
- Se desplazaban en línea recta.
- Tenían masa, es decir, eran partículas materiales.

Pudo determinar la relación carga masa de estos rayos a los que llamó ELECTRONES. Esta relación resultó ser varios miles de veces mayor que la de cualquier átomo o ión, por lo tanto, se pensó que el electrón debía ser muy liviano comparado con la masa de cualquier átomo. Fue Millikan quién logró determinar la carga del electrón.

Modelo de Thomson

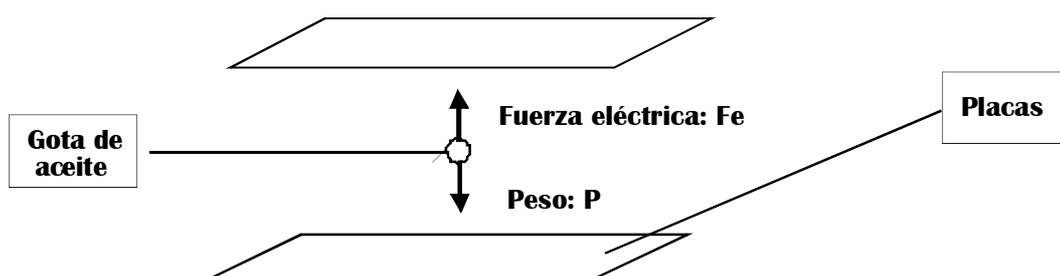
Thomson sugirió, a partir de su experiencia, que el átomo era una esfera sólida cargada positivamente con los electrones incrustados en forma equidistante, de manera tal que, la carga neta del átomo era nula:



Recuerde que un **modelo** es una construcción conceptual que sirve como herramienta para explicar la realidad pero no es la realidad.

Experiencia de Millikan

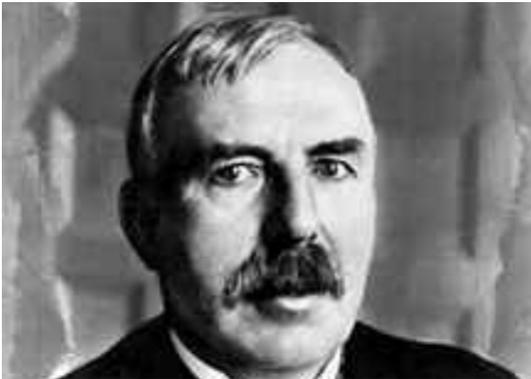
Robert Millikan (EEUU, 1868-1953) estudió el comportamiento de las gotas de aceite cargadas eléctricamente en un compartimiento situado en un campo eléctrico. Este campo aplicado entre las placas se ajustaba de tal forma de contrarrestar el peso de la gota, como se observa en el siguiente gráfico:



De esta manera Millikan determinó que la carga del electrón (q_e) era:

$$q_e = -1,601975 \times 10^{-19} \text{ coulombs}$$

Con el fin de aclarar un poco más las características sobre la estructura atómica Ernest Rutherford, discípulo de Thomson, trabajó intensamente con las radiaciones y logró establecer que existían tres tipos de radiaciones:

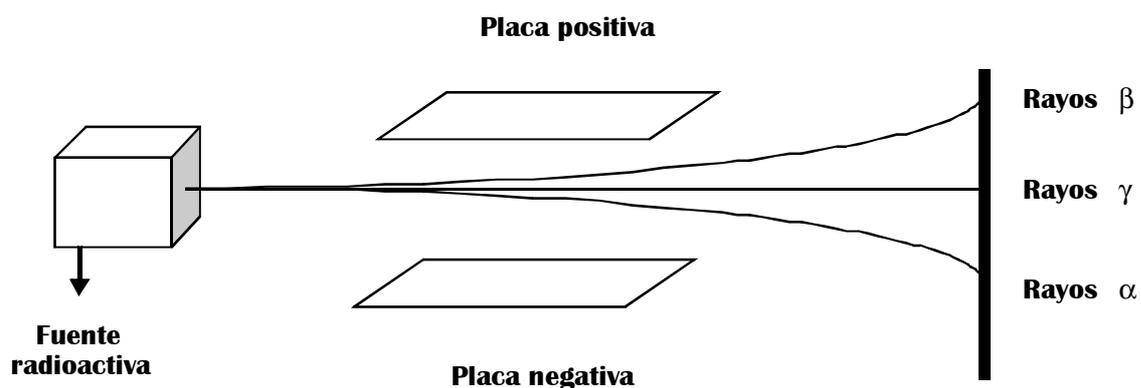


logró establecer que existían tres tipos de radiaciones:

- *Radiaciones alfa* (α): son partículas materiales con la masa de un núcleo de Helio (dos protones y dos neutrones) por lo tanto tienen carga +2. Tienen poco poder de penetración, son detenidas fácilmente por la materia tanto que las detiene una hoja de papel.

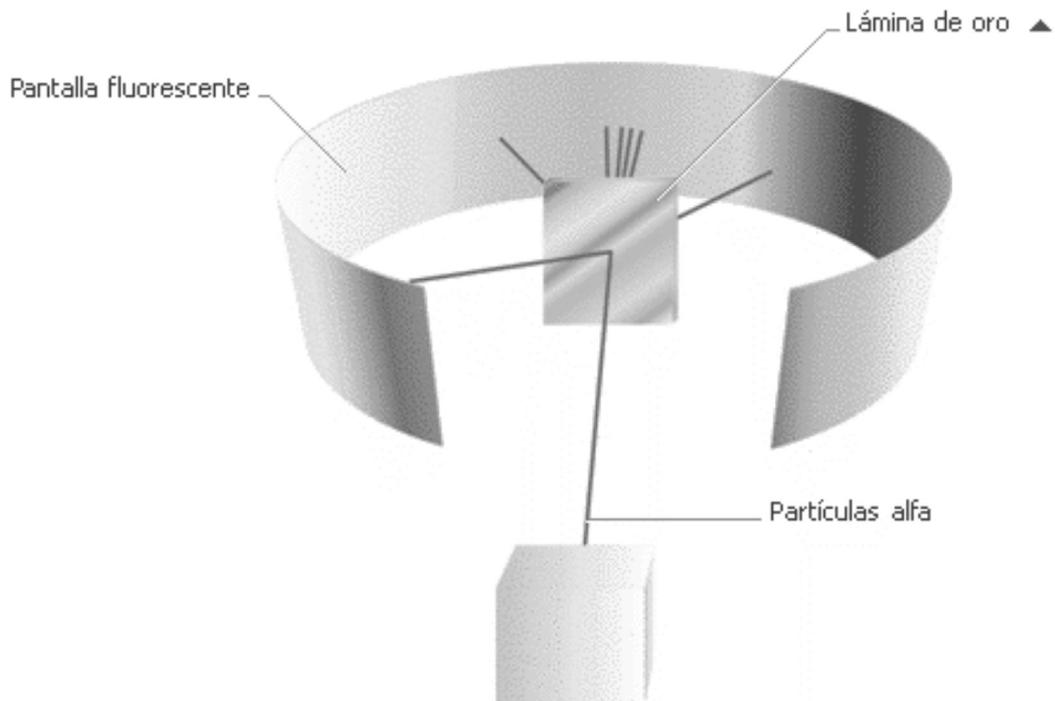
- *Radiaciones beta* (β): son partículas materiales con masa y carga iguales a los electrones por lo tanto tienen carga -1. Son más penetrantes que los rayos α , se detienen frente a una lámina de aluminio.

- *Radiaciones gama* (γ): son radiaciones electromagnéticas de elevada energía y velocidad igual a la de la luz. Tienen carga nula y se consideran sin masa. Son altamente penetrantes, solo pueden ser detenidas por una gruesa lámina de plomo.



Experiencia de Rutherford

Rutherford bombardeó una delgada lámina de oro con partículas alfa. Para ello utilizó el siguiente diseño experimental:



El dispositivo estaba formado por:

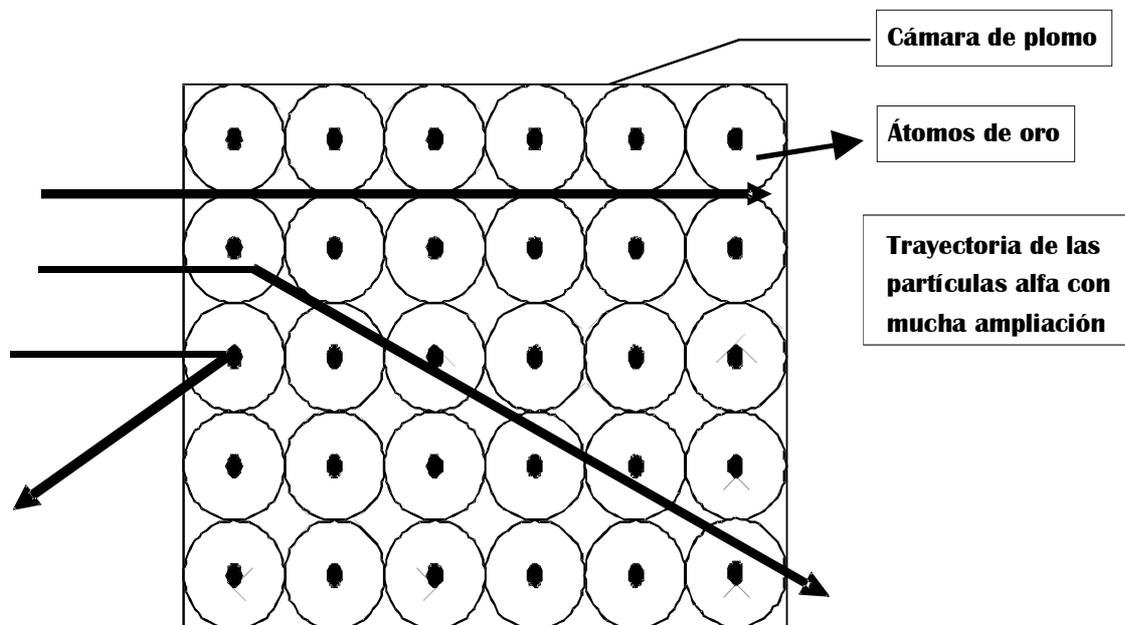
- Una cámara de plomo que contenía las partículas alfa.
- Una delgada lámina de oro en la que impactaban las partículas alfa.
- Una pantalla fluorescente de sulfuro de zinc que posibilitaba visualizar la trayectoria de las partículas.

Rutherford pensaba que si la carga positiva y la masa del átomo se encontraban uniformemente distribuidas en todo el volumen atómico, como lo postulaba Thomson en su modelo, la mayoría de las partículas alfa (que tienen carga positiva) debería desviarse ligeramente al realizar la experiencia. Sin embargo esto no ocurrió.

¿Cuáles fueron los resultados de la experiencia de Rutherford?

Observó lo siguiente:

- La mayoría de las partículas alfa (99,9%) atravesaba la lámina de oro sin problemas en forma rectilínea.
- Sólo un pequeño porcentaje de ellas (0,1%) se desviaban en ángulos grandes o inclusive rebotaban contra la lámina de oro.

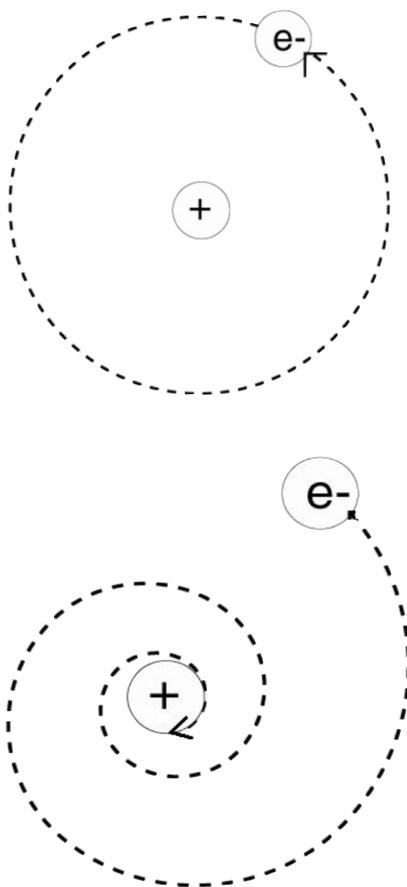


Estas observaciones llevaron a Rutherford a pensar que, la masa y la carga no están distribuidas uniformemente en el ÁTOMO sino que, la mayor parte de la masa y la carga, se encuentran concentradas en una pequeña zona del mismo: el NÚCLEO. Otra conclusión importante es que la mayor parte del ÁTOMO está formado por espacios vacíos, es por ello que la mayoría de las partículas alfa atraviesan la lámina sin problemas.

Según sus cálculos el volumen del átomo estaría determinado por su parte negativa (los electrones) ocupando un diámetro conocido aproximadamente como 10^{-8} cm y la parte positiva estaría en el núcleo que tendría un diámetro aproximado de 10^{-12} cm donde se encontraría la totalidad de la masa del átomo.

Esto implicaba que la **materia era prácticamente vacía** al resultar el diámetro del núcleo 10.000 veces más pequeño que el del átomo. Para tener una idea de lo increíble de estos resultados daremos un ejemplo a escala macroscópica: supongamos que el núcleo tiene el tamaño de una naranja entonces el átomo tendría 10 cuerdas de diámetro y todo el volumen estaría ocupado por electrones muchísimo más pequeños que una naranja, casi sin peso.

Modelo de Rutherford



A partir de sus resultados experimentales, Rutherford propuso en 1911 un modelo nuclear de ÁTOMO, por el cual todos los átomos estaban formados por un NÚCLEO donde estaba concentrada la **mayor parte de la masa** y los electrones giraban alrededor del núcleo como los planetas giran alrededor del sol.

Rutherford reconocía que los electrones debían estar en movimiento, pero su modelo dejaba una imagen incompleta de cómo los electrones están distribuidos alrededor del mismo. Según las leyes de la física conocidas en esos tiempos, las partículas cargadas, al moverse en un campo de fuerza como el del núcleo, debían emitir radiación perdiendo gradualmente energía y por lo tanto, de ser atraídos por el núcleo terminarían colapsando con él. Como esto en la realidad no sucede, fueron necesarias nuevas leyes para explicar el comportamiento de los electrones. La física clásica estaba basada en el comportamiento de objetos grandes y fácilmente visibles, pero ésta no servía a la hora de explicar lo que ocurre en el mundo microscópico.

portamiento de los electrones. La física clásica estaba basada en el comportamiento de objetos grandes y fácilmente visibles, pero ésta no servía a la hora de explicar lo que ocurre en el mundo microscópico.

Actividad 11

Elija la **opción correcta** y justifique por qué las demás son incorrectas.

- l) El *experimento de Thomson* demostró que los rayos catódicos:
- Son partículas sin carga pero con masa.
 - En un campo eléctrico se desvían hacia el negativo.
 - Son partículas con masa y con carga negativa.
 - En un campo eléctrico no se desvían.

II) *Millikan* logró determinar:

- a) La relación carga/masa del electrón.
- b) La relación carga/masa del protón.
- c) La carga de las moléculas de aceite.
- d) La carga del electrón.

III) El *modelo* propuesto por *Rutherford* postulaba que el átomo estaba formado por:

- a) Una masa positiva con cargas negativas ubicadas de manera equidistante.
- b) Una zona central cargada negativamente y los electrones giraban a su alrededor.
- c) Una masa negativa con cargas positivas ubicadas de manera equidistante.
- d) Una zona central cargada positivamente y los electrones giraban a su alrededor.





INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE CUANTIZACIÓN DE LA ENERGÍA

Radiación electromagnética

Se denomina así a la radiación producida al oscilar un campo eléctrico y magnético en el tiempo. Se caracteriza por estar formada por ondas compuestas por campos eléctricos y magnéticos oscilando perpendicularmente entre sí y con la dirección de la propagación.

Son ondas electromagnéticas, por ejemplo, las ondas de radio, las de televisión, la luz visible, los rayos X, los rayos γ , etc. Cada tipo de onda tiene una **frecuencia** y una **longitud de onda** que la caracteriza y todas se propagan con la velocidad de la luz que es aproximadamente igual a 3×10^8 m/s.

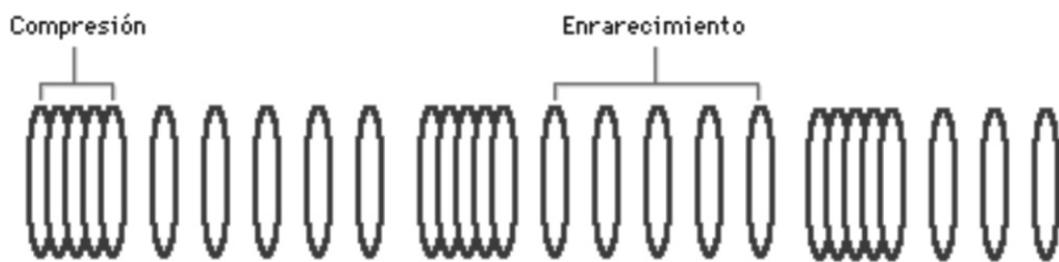
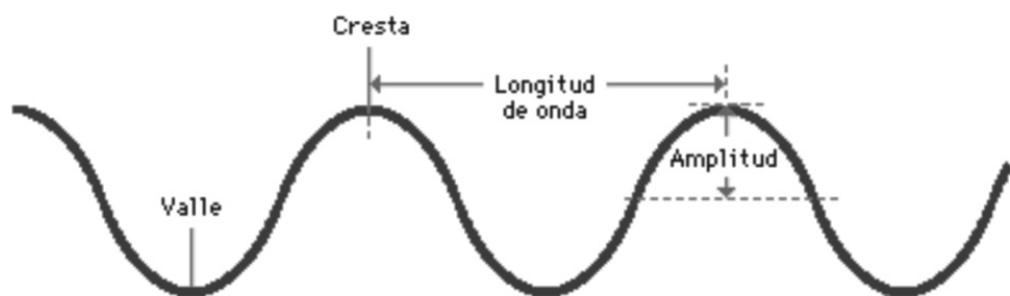


Figura 1: onda longitudinal



La **frecuencia** se refiere al número de crestas de la onda que pasan por un punto en una unidad de tiempo. Se mide en hertz (1/segundos).

La **longitud de onda** es la distancia entre dos puntos consecutivos de una onda. Se mide en nanómetros, amstrong, metros, etc.

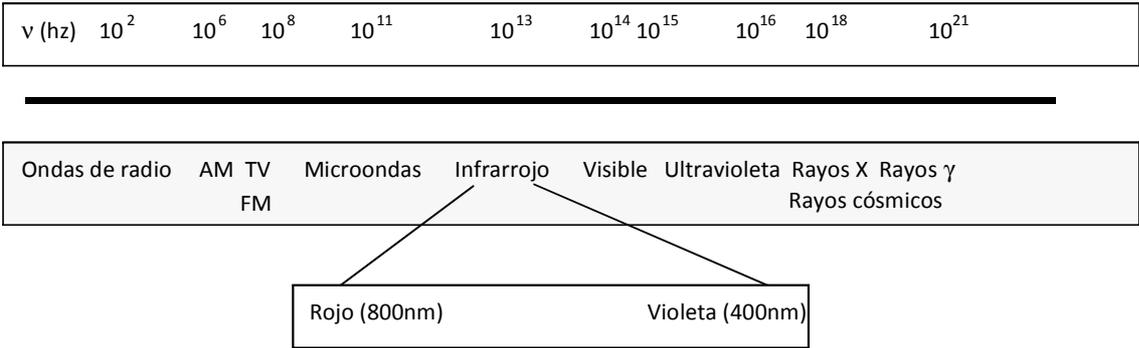
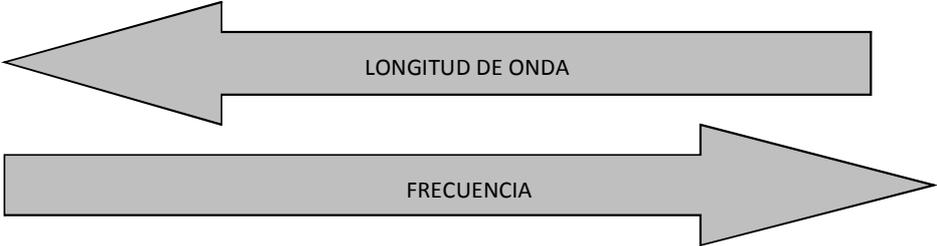
La velocidad, la frecuencia y la longitud de onda están relacionadas por la siguiente ecuación:

$$c = \lambda \times \nu$$

c = velocidad de la luz
 λ = longitud de onda
 ν = frecuencia

Como el valor de c (3×10^8 m/s) es constante existirá una relación *inversamente proporcional* entre la frecuencia y la longitud de onda. Esto significa que si una aumenta la otra disminuye y viceversa o dicho de otra manera:

A **mayor** frecuencia **menor** longitud de onda
 A **menor** frecuencia **mayor** longitud de onda

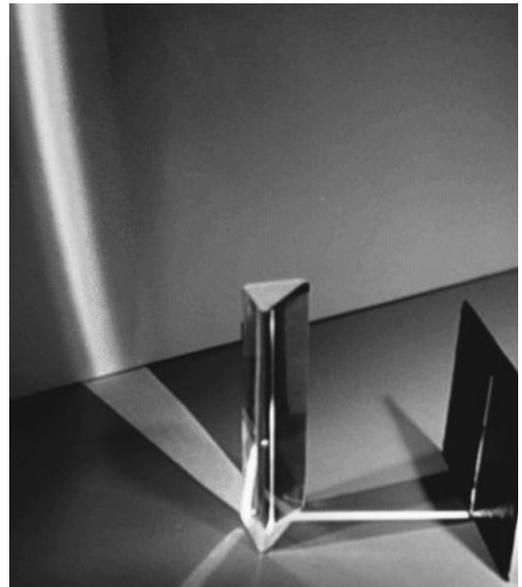


La luz es una onda electromagnética que se propaga en el vacío y en medios gaseosos, sólidos y líquidos. Cada color está asociado a una frecuencia y a una longitud de onda característica. Si se observa el gráfico anterior el espectro electromagnético completo en orden creciente de frecuencias incluye:



- Ondas de radio y TV
- Rayos infrarrojos
- Visible
- Rayos ultravioletas
- Rayos X
- Rayos γ
- Rayos cósmicos

Newton comprobó que cuando la luz blanca incide sobre un prisma se descompone en diferentes colores que van desde el violeta al rojo y queda formado un espectro *continuo*.



La *luz blanca*, entonces, está formada por ondas de *distinta frecuencia*. Cuando ésta incide en un prisma, sus distintos componentes sufren desviaciones produciéndose la descomposición de la misma en colores, como se muestra en el gráfico. Sólo una pequeña parte del espectro electromagnético es sensible al ojo humano (visible). En los

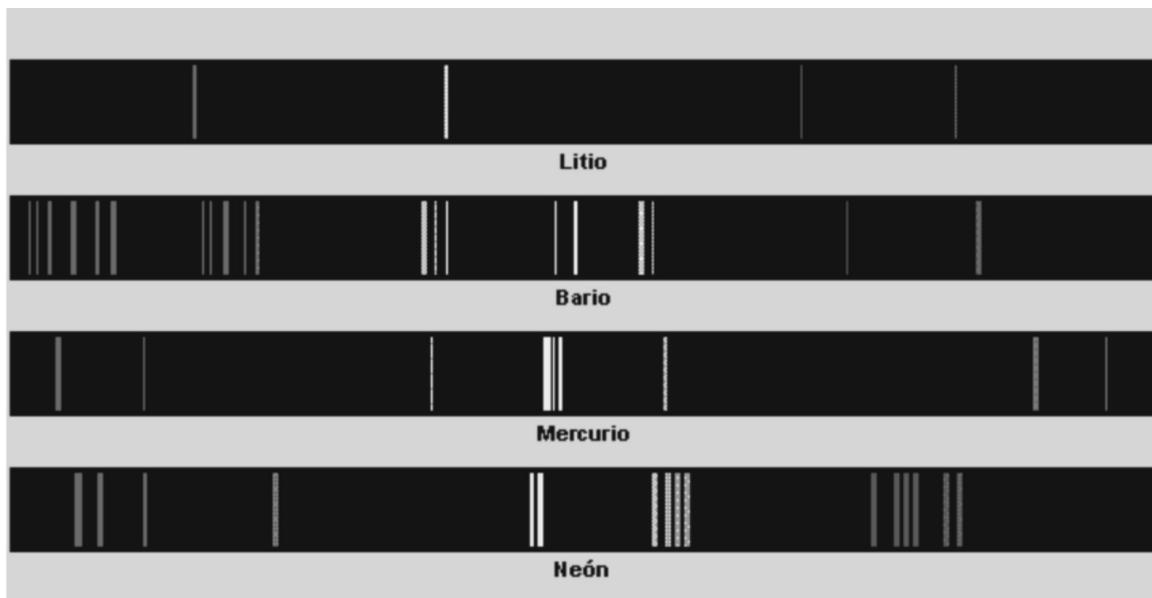
dos extremos del *visible* tenemos el *rojo* y el *violeta*. Las frecuencias menores que las de la luz roja se denominan *infrarrojas* y las frecuencias superiores a las de la luz violeta se denominan *ultravioletas*.

A partir de estos estudios, Robert Bunsen comprobó, que el gas o vapor de un elemento incandescente emite luz de un color característico. Por ejemplo, los compuestos que contienen:

- SODIO: colorean la llama de **amarillo brillante**
- POTASIO: colorean la llama de **violeta**
- CALCIO: colorean la llama de **anaranjado**
- COBRE O BARIO: colorean la llama de **verde**

Si esta luz incide sobre un prisma se descompone en una serie de rayas de colores cuyas características son propias de cada elemento. Esto se denomina ESPECTRO DISCONTINUO. Esto significa que cada elemento tiene un espectro discontinuo que lo identifica.

La existencia de espectros discontinuos demuestra que el átomo no puede emitir cualquier valor de energía, sólo valores definidos y discretos.



A partir de estos estudios Max Planck en 1900 postuló la TEORÍA CUÁNTICA que sostiene que la energía se transmite en forma discontinua, en UNIDADES DISCRETAS o PAQUETES llamados CUANTOS DE ENERGÍA.

Unos años después, en 1913, el físico Niels Bohr propuso un modelo atómico basado en la teoría cuántica, que permitió explicar los espectros discontinuos de algunos elementos. El modelo de Bohr pudo explicar el espectro discontinuo del átomo de hidrógeno pero no funciona a la hora de aplicarlo a átomos multielectrónicos. Bohr logró explicar cómo se produce el movimiento de los electrones alrededor del núcleo.

La teoría cuántica considera la existencia de CUANTOS.

¿Qué es un CUANTO?



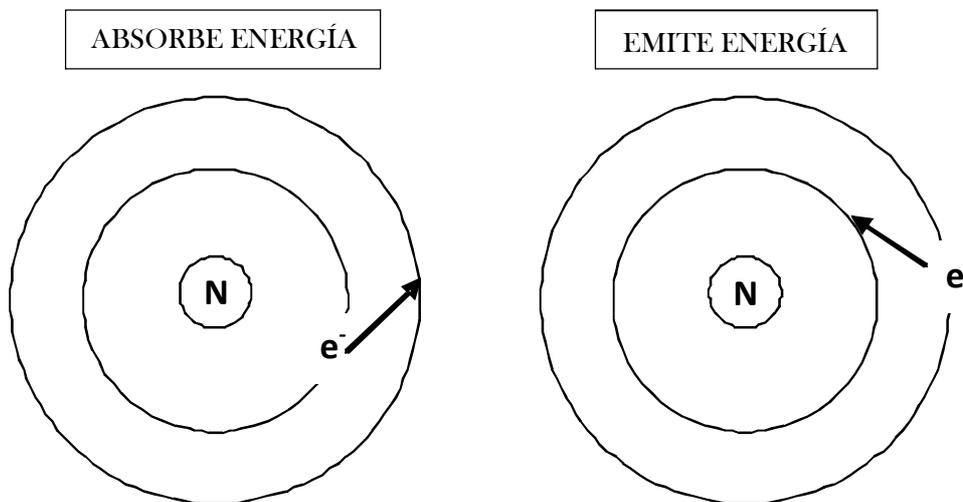
Un cuanto es un paquete de energía que solo es disponible en cantidades separadas y discretas. La idea de que la energía está cuantizada fue introducida por MAX PLANCK, quien descubrió que cualquier partícula (electrón, átomo, etc) que oscila, emite energía en forma de radiación elec-

tromagnética cuyo valor sólo puede ser múltiplo de una cantidad discreta llamada CUANTO.

NIELS BOHR (1885-1962) presentó en 1913 el primer modelo de átomo basado en la cuantización de la energía y describió detalladamente cómo debía moverse el electrón a partir de los siguientes postulados:



1. En un átomo, el electrón tiene permitidos sólo ciertos estados de movimiento. Cada uno de éstos estados se denomina ESTACIONARIO y tienen una energía FIJA y DEFINIDA.
2. Cuando un electrón está en uno de éstos estados, el átomo no irradia (no absorbe ni emite) energía, pero cuando el electrón salta de un nivel de menor energía a un nivel de mayor energía **ABSORBE ENERGÍA** en forma de luz. Cuando el electrón pasa de un nivel de mayor energía a uno de menor energía **EMITE ENERGÍA** en forma de luz.



3. En cualquiera de éstos estados el electrón se mueve siguiendo una **ORBITA CIRCULAR** alrededor del núcleo.

Principio de dualidad onda partícula

A lo largo del tiempo los científicos se plantearon si la luz era de naturaleza corpuscular o de naturaleza ondulatoria. En determinadas experiencias, como la difracción o la interferencia, la luz se comportaba como ONDA pero en otras, como

en el efecto fotoeléctrico, se comportaba como PARTÍCULA. Este comportamiento dual de la luz motivó a Luis de Broglie a postular que, si ciertas ondas electromagnéticas se les puede asociar un comportamiento corpuscular....

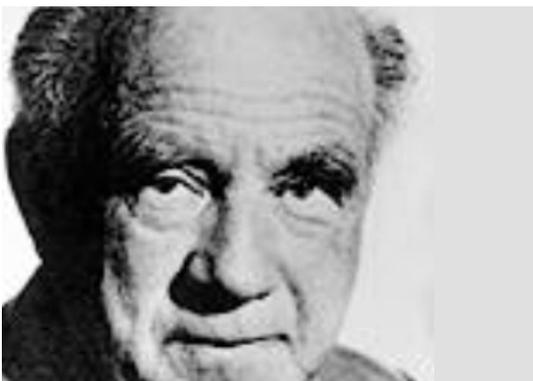
¿Puede ser cierto que a las partículas se les pueda asociar un comportamiento ondulatorio?

Trabajando con esta hipótesis encontró que a toda partícula con una cierta cantidad de movimiento se les puede asociar una cierta longitud de onda. Los electrones, por ejemplo, son partículas tan pequeñas de masa despreciable que podrían comportarse de esta manera. Posteriormente se realizó la difracción de electrones con ciertos cristales y se observó que presentaban también comportamiento ondulatorio.

Esto sirvió para explicar por qué las leyes de la mecánica clásica, conocidas hasta el momento, que explicaban el comportamiento de objetos macroscópicos no servían a la hora de explicar el comportamiento de partículas microscópicas como los electrones.

Para explicar el comportamiento de los electrones en los átomos fue necesario el planteo de una nueva mecánica: LA MECÁNICA CUÁNTICA.

Principio de incertidumbre



Heisenberg demostró que no se podía determinar simultáneamente *la posición* y *la velocidad* de una partícula en forma exacta. La teoría de Bohr planteaba que los electrones se movían describiendo órbitas circulares alrededor del núcleo. Heisenberg comprobó que no existen trayectorias definidas ya que no pueden determinarse la posición y la velocidad, datos imprescindibles para conocer la trayectoria.

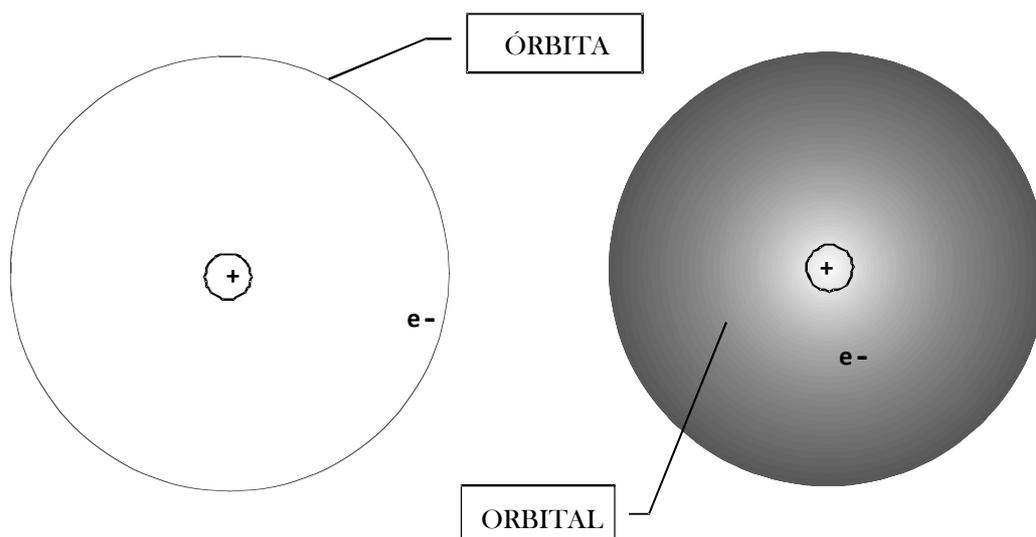
Ecuación de Schrödinger

Edwin Schrödinger encontró una ecuación a partir de la cual se pueden calcu-



lar las energías permitidas de los electrones en los átomos.

A partir de esta ecuación y en base al principio de incertidumbre ya no se habla de órbitas definidas sino de zonas de mayor probabilidad de encontrar un electrón. A la zona, entonces donde la probabilidad de encontrar un electrón es MÁXIMA se la denomina ORBITAL.



Números cuánticos

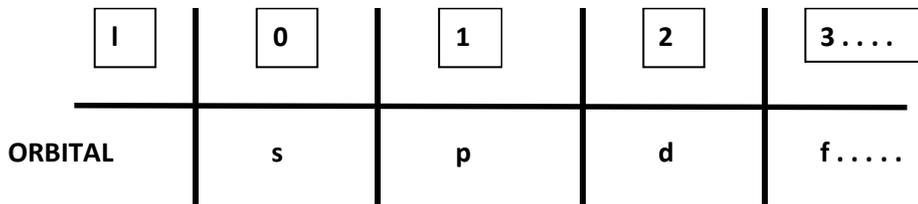
Para poder resolver la ecuación de Schrödinger, es necesario introducir cuatro números denominados números cuánticos:

- *Número cuántico principal (n)*: Determina el **NIVEL DE ENERGÍA** en que se ubica el electrón y está relacionado con a distancia electrón-núcleo. Puede tomar valores de números enteros positivos distintos de cero.

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots \infty$$

- *Número cuántico secundario o del momento angular (l)*: indica el **SUBNIVEL** que ocupa el electrón dentro de un determinado nivel y está relacionado con la forma que puede presentar el ORBITAL. Puede tomar valores entre 0 y n -1 siendo n el número cuántico principal.

$$l \leq n - 1$$



- *Número cuántico del momento magnético (m):* está relacionado con la **ORIENTACIÓN ESPACIAL DE LOS ORBITALES**, y depende del número cuántico secundario. Puede tomar valores positivos, negativos o nulos no mayores a l :

$$-l \leq m \leq +l$$

Por ejemplo si:

$$n = 2 \Rightarrow l \leq n - 1$$

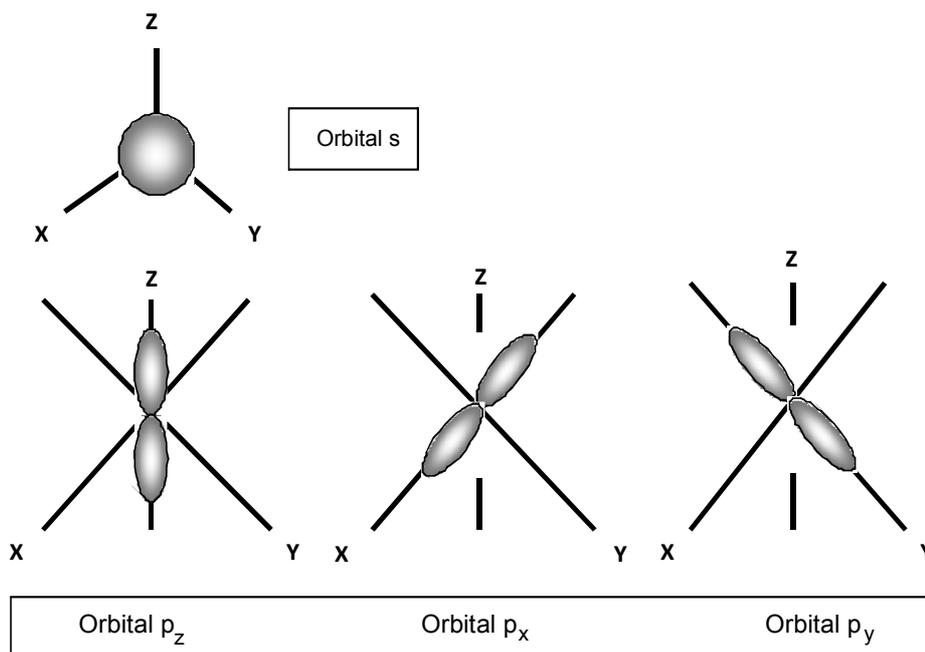
$$l \leq 2 - 1$$

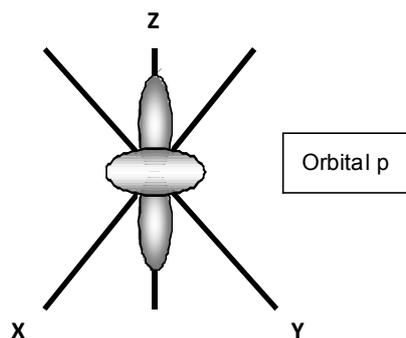
$$l \leq 1 \Rightarrow l = 0, 1$$

(s) (p)

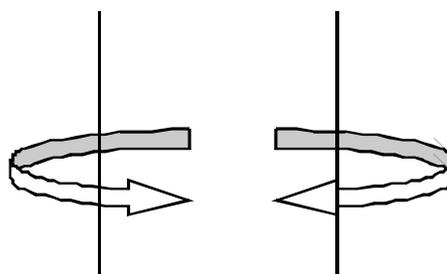
$$m = ? \quad -l \leq m \leq +l$$

- para $l = 0 \Rightarrow m = 0$ (una sola orientación)
- para $l = 1 \Rightarrow m = +1, 0, -1$ (tres orientaciones)





- *Número cuántico del spin*: determina el **SENTIDO EN QUE GIRA UN ELECTRÓN SOBRE SU EJE** (spin). Puede tomar solo dos valores: $+1/2$ y $-1/2$ que indican un sentido del giro igual o contrario a las agujas del reloj. Permite diferenciar un electrón de otro en un orbital de la misma energía.



Recordemos que los postulados de Bohr funcionan solo en el caso del átomo de hidrógeno, pero no sirven a la hora de aplicarlos en átomos multielectrónicos.



Resumiendo, el **modelo atómico actual** se basa en las siguientes conjeturas:

- ✓ El electrón es una partícula en movimiento y lleva asociada una ONDA (dualidad onda-partícula). Su comportamiento se describe mediante una ecuación de onda (ecuación de Schrödinger) similar a la de la luz.
- ✓ Puesto que no es posible conocer velocidad y posición del electrón simultáneamente, se emplean probabilidades para indicar sus propiedades.
- ✓ La energía de los electrones está cuantizada y solo puede tomar ciertos valores.

Valores que toman los números cuánticos para electrones ubicados en los tres primeros niveles energéticos

Nivel (n)	Subnivel (l)	Orientación Espacial (m)	Spin (m_s)	Número máximo de electrones	
				Subnivel	Nivel
$n = 1$	$l = 0$ (s)	$m = 0$ (una sola orientación en el espacio)	$+1/2$ y $-1/2$	$2e^-$	$2e^-$
$n = 2$	$l = 0$ (s)	$m = 0$ (una sola orientación en el espacio)	$+1/2$ y $-1/2$	$2e^-$	$8e^-$
	$l = 1$ (p)	$m = -1, 0, +1$ (tres orientaciones en el espacio)	$+1/2$ y $-1/2$	$6e^-$	
$n = 3$	$l = 0$ (s)	$m = 0$ (una sola orientación en el espacio)	$+1/2$ y $-1/2$	$2e^-$	$18e^-$
	$l = 1$ (p)	$m = -1, 0, +1$ (tres orientaciones en el espacio)	$+1/2$ y $-1/2$	$6e^-$	
	$l = 2$ (d)	$m = -2, -1, 0, +1, +2$ (cinco orientaciones en el espacio)	$+1/2$ y $-1/2$	$10e^-$	

Actividad 12

¿Cuál de los siguientes conjuntos de números cuánticos son posibles?

Conjunto 1	$n = 0$	$l = 1$	$m = 1$	$m_s = 1/2$
Conjunto 2	$n = 3$	$l = 1$	$m = -3$	$m_s = -1/2$
Conjunto 3	$n = 2$	$l = 1$	$m = 2$	$m_s = 1/2$

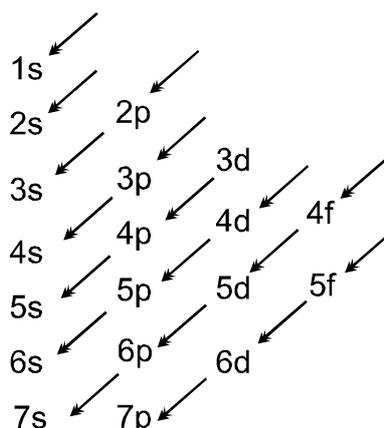
Indique para cada conjunto posible el:

- Nivel de energía
- Tipo de orbital

Principio de mínima energía

Los electrones se ubican en el átomo de tal manera que les corresponde el menor valor de energía posible, es decir, se completan las diferentes órbitas según **niveles de energía creciente**.

La configuración electrónica de un elemento es la forma en que se distribuyen los electrones en niveles y subniveles energéticos, para realizarla se utiliza la regla de las diagonales:



Según esta regla, primero se llena el orbital 1s, luego el 2s, después el 2p y el 3s y así sucesivamente, el orden sería:

1s 2s 2p 3s 3p 4s 3d 4p 5s 4d 4p 6s 4f 5d 6p 7s 5f 6d 7p

Veamos un ejemplo:

¿Cuál sería la configuración electrónica del CLORO?

Para realizarla es necesario conocer el número atómico y másico del cloro.

Número másico y número atómico

El *átomo* está formado por tres *partículas fundamentales*: protones, electrones y neutrones. Los **protones y neutrones** se encuentran en el **núcleo** del átomo y son partículas de masas similares pero se diferencian en la carga: los protones tienen carga positiva y los neutrones no tienen carga.

Los **electrones** se ubican en la **porción extranuclear**, son partículas subatómicas de masa despreciable y carga negativa.

El NÚMERO ATÓMICO se simboliza con la letra Z e indica el NÚMERO DE PROTONES que posee un elemento. Como todos los átomos son neutros Z indica también el número de electrones.

La masa del átomo es, aproximadamente igual a la masa del núcleo, y como el núcleo posee protones y neutrones:

Masa del átomo = Masa de protones + Masa de neutrones

El NÚMERO MÁSIKO se simboliza con la letra A y está relacionado con la masa del átomo:

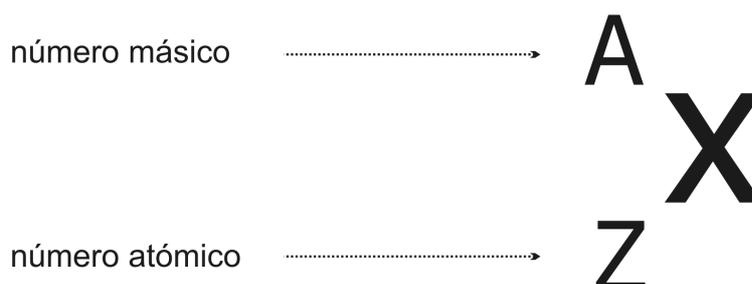
$$A = p^+ + n$$

$$A = Z + n$$

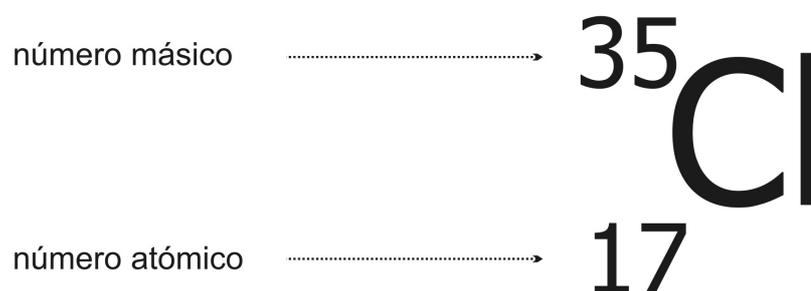
Para calcular el número de neutrones:

$$n = A - Z$$

Los diferentes átomos se representan con el SÍMBOLO del elemento al que pertenecen, el número atómico (Z) abajo y el número másico (A) arriba: Supongamos un elemento X:



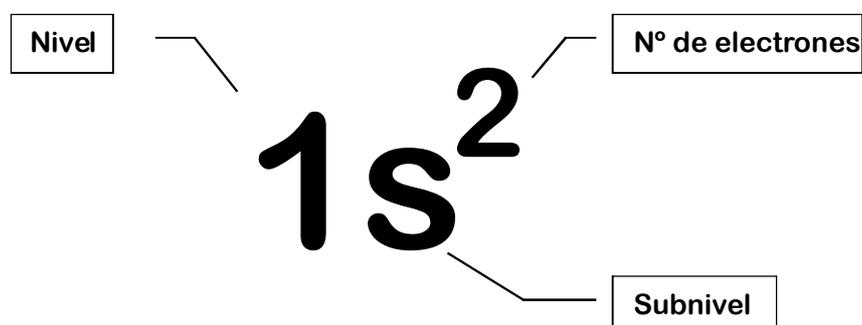
Por ejemplo, para el elemento CLORO:



El **número atómico (Z)** nos indica el **número de protones** que tiene un elemento, por lo tanto el cloro tiene **17 protones** de carga positiva. Como todo átomo es neutro, tendrá el mismo número de protones que de electrones, por lo tanto, el cloro tendrá **17 electrones**. La diferencia entre A y Z indicará el **número de neutrones**, entonces:

$$n = A - Z$$
$$n = 35 - 17$$
$$n = 18$$

Si deseamos realizar la configuración electrónica del cloro, debemos conocer el número de electrones que es de **17**. Utilizando la regla de las diagonales, el primer nivel que aparece es:



Y luego debemos seguir completando niveles y subniveles hasta llegar a los 17 electrones que tiene el cloro. Entonces, *la configuración electrónica del cloro es:*

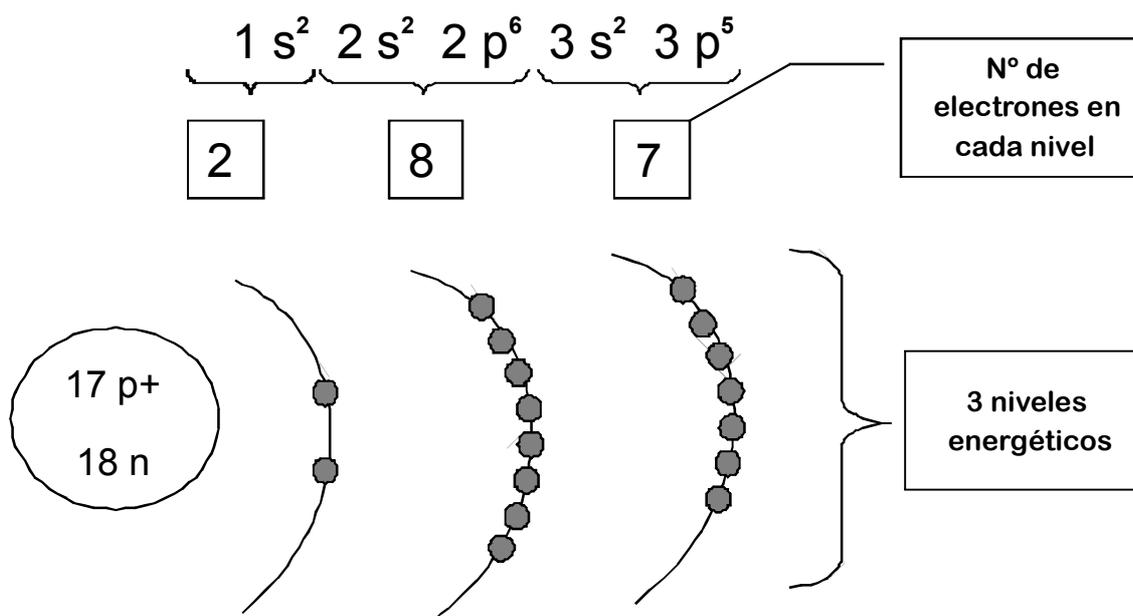
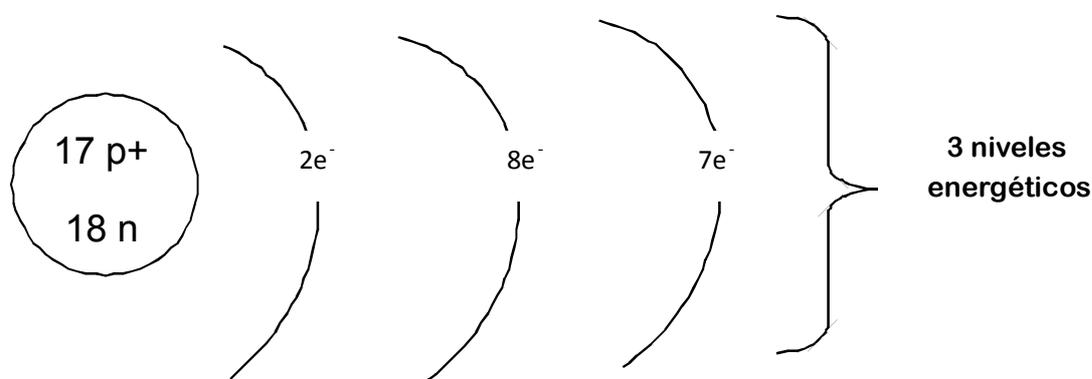


GRÁFICO DEL ÁTOMO DE CLORO. El número de electrones puede representarse también a través de números como se muestra a continuación:

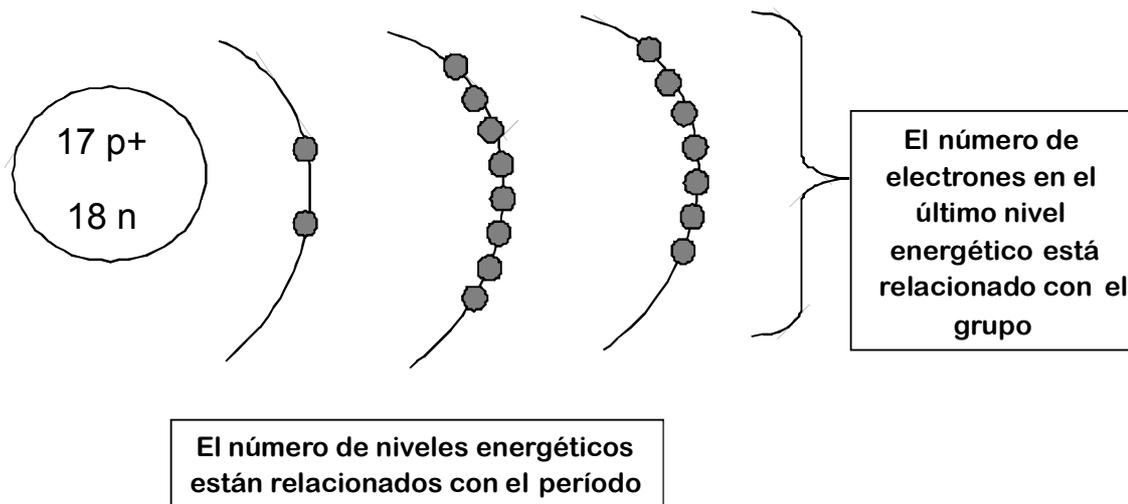


Configuración electrónica y tabla periódica

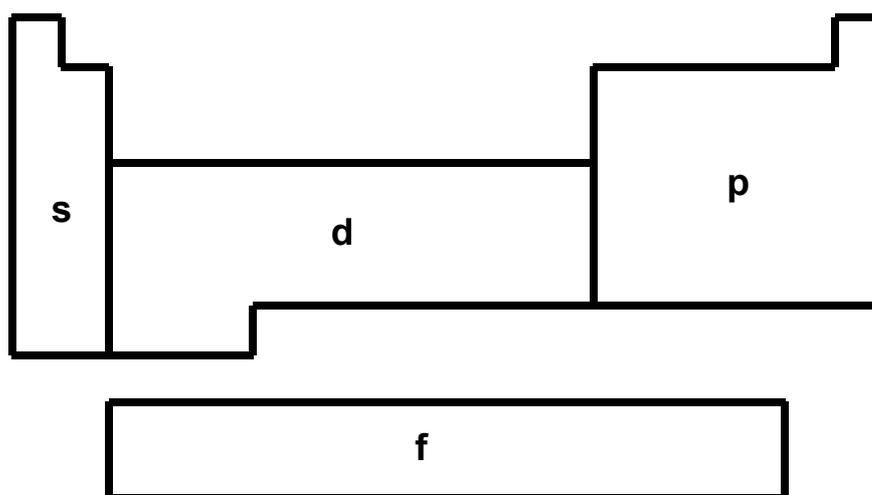
La estructura básica de la tabla periódica y su organización en grupos y períodos está íntimamente relacionada con la estructura interna del átomo.

¿Qué significa esto?

Implica que, cuando graficamos un átomo a partir de su configuración electrónica, podemos deducir el **grupo y el período** a que corresponde.



Esto significa que el cloro pertenece al grupo 7 y al período 3. De acuerdo con esta estructuración en grupos y períodos, la tabla queda dividida en 4 BLOQUES, según cuál sea el último orbital ocupado en la configuración electrónica:



En el **bloque s** se encuentran:

- El grupo IA: metales alcalinos: ns^1
- El grupo IIA: metales alcalinos térreos: ns^2

En el **bloque p** se encuentran:

- El grupo IIIA: $ns^2 np^1$
- El grupo IVA: $ns^2 np^2$
- El grupo VA: $ns^2 np^3$
- El grupo VIA: $ns^2 np^4$

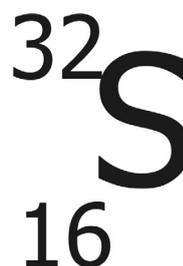
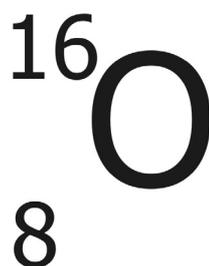
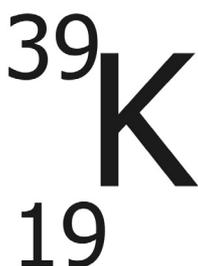
- El grupo VIIA: $ns^2 np^5$
- El grupo VIIIA: $ns^2 np^6$ con excepción del Helio ($1s^2$)

El **bloque d** consta de 10 grupos correspondientes a los orbitales d con los elementos de transición y el **bloque f** consta de 14 columnas que pueden contener como máximo 14 electrones. Incluye dos series y están situados fuera de la tabla por razones de espacio:

- Los Lantánidos
- Los Actínidos

Actividad 3

Realice la configuración electrónica de los siguientes elementos teniendo en cuenta los datos que se presentan a continuación:



Grafique cada uno de los átomos anteriores.

Núcleo atómico

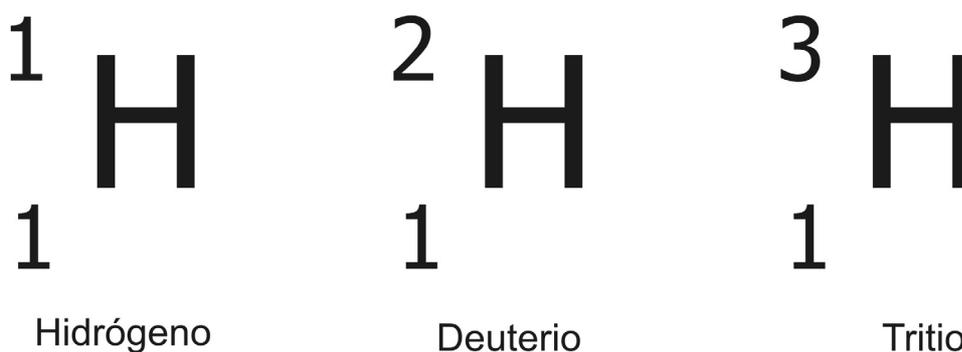
Rutherford fue el primero en postular la existencia de una pequeña zona en el átomo cargada positivamente en la que se halla concentrada la mayor parte de la masa de éste. Esta zona fue denominada NÚCLEO.

El núcleo contiene partículas cargadas positivamente denominadas PROTONES y en 1932 JAMES CHADWICK encontró experimentalmente, como parte del núcleo, otra partícula de masa similar a la del protón pero sin carga que denominó NEUTRÓN.

Tanto los protones como los neutrones son partículas fundamentales del núcleo y se denominan NUCLEONES.

Isótopos

Se denomina así porque ocupan el mismo lugar en la tabla periódica (iso: igual, topo: lugar). Se denominan **isótopos de un elemento**, a los átomos cuyos núcleos contienen el **mismo número de protones** (igual número atómico) pero, **distinto número de neutrones** (distinto número másico). Por ejemplo, el Hidrógeno, tiene 2 isótopos:



Si observamos los tres tienen el mismo número atómico (Z), pero difieren en el número másico (A) por lo tanto, tienen distinto número de neutrones.

*Los isótopos tienen las mismas **propiedades químicas**, ya que tienen el mismo número de electrones pero difieren en las **propiedades físicas** ya que tienen diferente **masa atómica**.*

Isóbaros

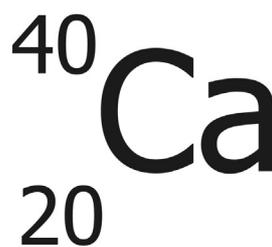
Son átomos que poseen la **misma masa atómica** (A) pero diferente número atómico (Z). Sus propiedades físicas y químicas también son diferentes:



Argón



Potasio



Calcio

Isótopos y Masas atómicas

Muchos elementos que se presentan en la tabla periódica están constituidos por una mezcla de isótopos. De esta manera, para calcular sus masas atómicas, se debe tener en cuenta la proporción en la que se encuentran los diferentes isótopos (composición isotópica). Veamos un ejemplo:

El CARBONO tiene:

ISÓTOPO	ABUNDANCIA	MASA
12	98,892	12,00000
13	1,108	13,00335

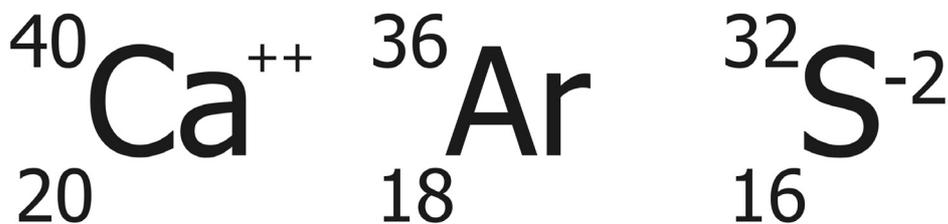
$$\begin{array}{r}
 12,00000 \quad \text{-----} \quad 100\% \\
 \boxed{x = 11,8670} \quad \text{-----} \quad 98,892\% \\
 \\
 13,00335 \quad \text{-----} \quad 100\% \\
 \boxed{x = 0,1441} \quad \text{-----} \quad 1,108\%
 \end{array}$$

La masa atómica del carbono será igual a la suma de las masas con la que contribuye cada isótopo:

$$\begin{aligned}
 11,8670 + 0,1441 &= 12,0111 \\
 A &= 12,0111
 \end{aligned}$$

Especies isoelectrónicas

Se caracterizan por contener el mismo número de electrones, como se muestra a continuación:



Catión Calcio : $18 e^{-}$

Argón : $18 e^{-}$

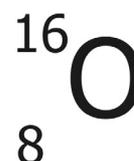
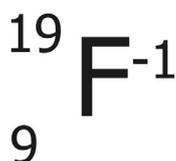
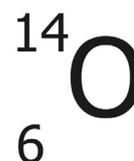
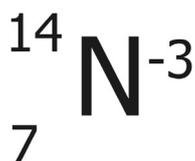
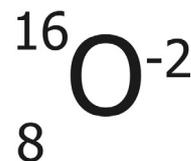
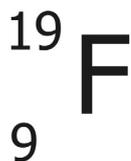
Anión sulfuro : $18 e^{-}$

En este caso el catión calcio, el átomo de argón y el anión sulfuro contienen el mismo número de electrones, es decir, que son especies isoelectrónicas.

Actividad 14

Elija de la siguiente lista:

- Elementos que correspondan al mismo grupo de ISÓTOPOS.
- Elementos que correspondan al mismo grupo de ISÓBAROS.
- Especies y/o átomos que tengan el mismo número de electrones.
- Especies y/o átomos que tengan el mismo número de neutrones.
- Especies y/o átomos que tengan el mismo número de protones.







TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR

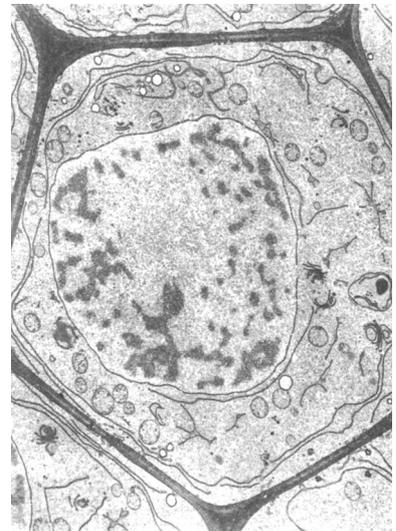
NOMBRE:.....

1) La siguiente es una microfotografía de una célula de la raíz de una planta de maíz.

a) Describala indicando: Forma, Tamaño aproximado, Color y Tipo.

b) ¿Pertenece a un organismo uni o pluricelular?

c) Señale sus partes.



.....
.....
.....
.....

2) En qué se diferencian:

a) difusión de ósmosis:

.....
.....
.....

b) difusión facilitada de transporte activo:

.....
.....
.....

c) endocitosis de exocitosis:

.....
.....
.....

3) Redacte un párrafo donde explique cómo se relacionan el RER, al Aparato de Golgi y la membrana plasmática en la exportación de proteínas desde la célula.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) La fotosíntesis y la respiración celular son procesos aparentemente opuestos, en la fotosíntesis se fabrica materia orgánica como la glucosa y en la respiración celular la glucosa se degrada, si la respiración celular ocurre en todos los seres vivos, ¿porqué las plantas realizan dos procesos opuestos? AYUDA: Relea el texto **“Reflexionemos juntos sobre la importancia que estos procesos energéticos tienen para el mundo vivo”**

.....

.....

.....

.....

.....

5) Presente al docente la actividad N° 8 resuelta

6) Mencione en un párrafo las diferencias y semejanzas que existen entre mitosis y meiosis.

.....

.....

.....

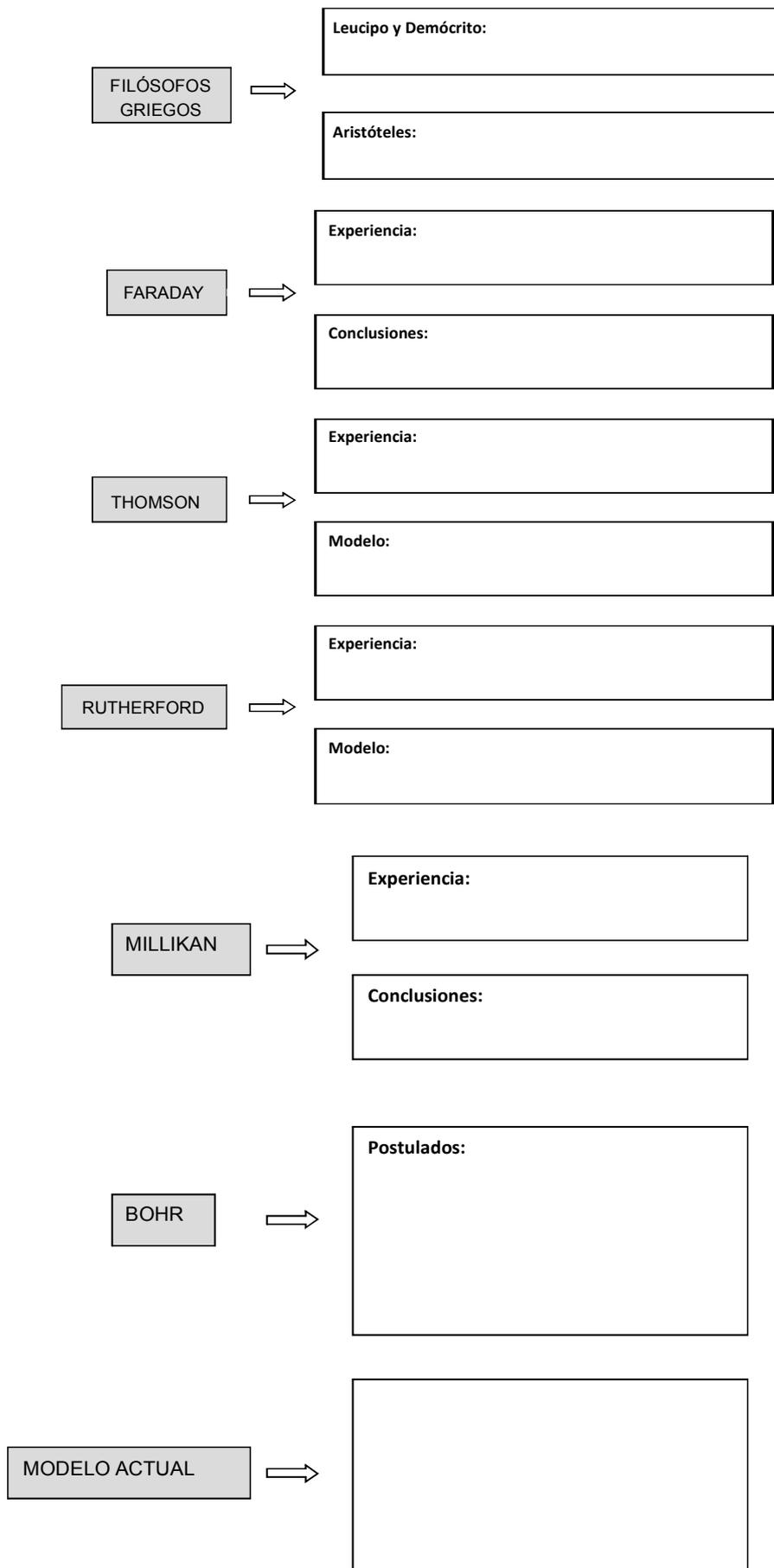
.....

.....

.....

7) Lea atentamente las diferentes experiencias que contribuyeron a dilucidar la estructura del átomo y complete el siguiente esquema:





8) Responda las siguientes preguntas:

a) ¿Qué significa el término electrólisis y qué avances se produjeron a partir de esta experiencia?

b) ¿Cómo era el átomo que presentaba Thomson? ¿Qué inconvenientes tenía este modelo?

c) ¿Cuáles eran las críticas de los físicos al modelo propuesto por Rutherford?

d) ¿Cómo explica Bohr el movimiento de los electrones a partir de las ideas propuestas por Planck?

e) ¿Qué postula el principio de incertidumbre de Heisenberg?

f) ¿Qué diferencia existe entre una órbita y un orbital?

g) ¿Qué utilidad tienen los números cuánticos y de dónde surgen?

9) Dibuja el átomo propuesto por:

THOMSON

RUTHERFORD

BOHR

Compara los distintos modelos y señale sus semejanzas y diferencias.



10) Sabiendo que un electrón se encuentra en el tercer nivel energético, es decir, $n=3$ completa la siguiente tabla:

l (n° cuántico secundario)	m (n° cuántico del momento magnético)	m_s (n° cuántico spin)

Realiza la configuración electrónica del elemento anterior suponiendo que el tercer nivel está completo y luego grafica el átomo.

11) Busca el número atómico (Z) y el número másico (A) de los siguientes elementos y luego calcula el número de protones, electrones y neutrones de las siguientes especies:

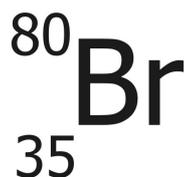
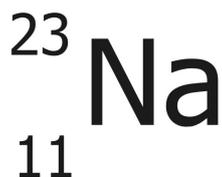


.....

.....

.....

12) Realiza las configuraciones electrónicas de los siguientes elementos teniendo en cuenta la regla de la diagonal y luego grafica cada uno de los átomos:



13) Sabiendo que la composición isotópica del PLOMO es la siguiente:

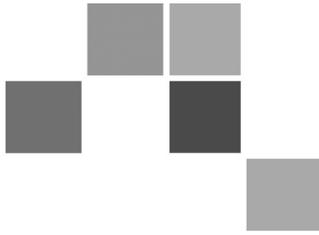
ISÓTOPO	ABUNDANCIA
204	1,36%
206	25,15%
207	21,11%
208	52,38%

Calcula la masa atómica aproximada del elemento.

14) Si un elemento tiene tres niveles energéticos y cinco electrones en su último nivel;

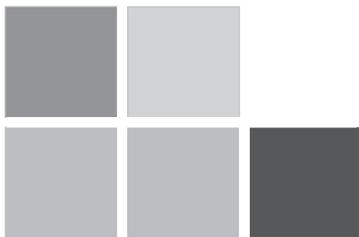
- Realiza su configuración electrónica utilizando la regla de las diagonales.
- Identifica el elemento y busca el símbolo en la tabla periódica.
- Grafica el átomo.





BIBLIOGRAFÍA

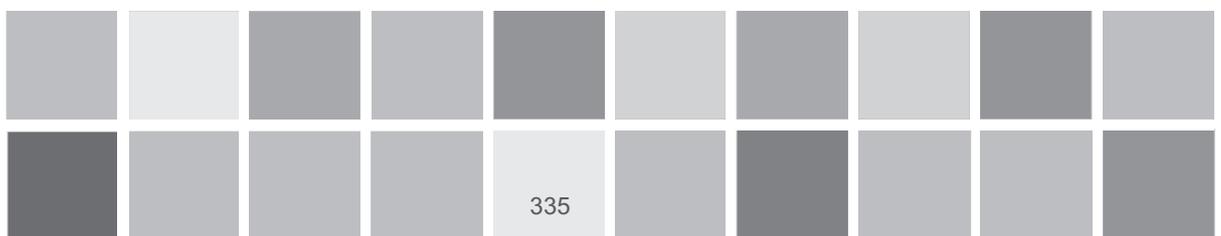
- Biología. Helena Curtis. Ed. Panamericana
- Biología. Claude Ville. Ed. Interamericana
- El cuerpo humano. Autores varios. Ed. Antártica S.A.
- Histología. Arthur Ham. Ed. Interamericana
- El libro de la Naturaleza 9. Autores varios. Ed. Estrada
- Biología 1. N. Bocalandro. Ed. Estrada
- Qué es la vida. Joël Rosnay. Biblioteca Científica Salvat.
- Química I. Sistemas materiales. Estructura de la materia. Transformaciones químicas. Santillana Polimodal. 1999.
- Introducción a la Física 2: Maiztegui-Sabato. Editorial Kapeluz. 1966.
- Química. Estructura, propiedades y transformaciones de la materia. Editorial Estrada. 2005.
- Biología. Barderi M.G. y otros. Ed. Santillana. Polimodal. 1998.
- Imágenes extraídas de Enciclopedia Encarta.
- Fotografías:
Galaxy Clip of Arts. Y Super Graphic Collection.



Programa de Educación a Distancia
Nivel Medio Adultos



Ciencias Sociales





INTRODUCCION.339

EUROPA ENTRE LOS SIGLOS XV AL XVIII.345

- Transición del Feudalismo al Capitalismo.
- Las transformaciones culturales y religiosas en Europa a partir del siglo XV.
- Renacimiento y Humanismo.
- El surgimiento del Estado Moderno

AMERICA ENTRE LOS SIGLOS XV AL XVIII.359

- Las condiciones naturales del territorio.
 - Regiones ambientales.
 - Los ambientes y el proceso de poblamiento.
- El dominio colonial español.
 - La organización política.
 - La economía y la organización del territorio.
 - La sociedad indiana.
 - La evangelización.

CONSOLIDACION DE LA SOCIEDAD Y LA ECONOMIA CAPITALISTA.383

- La Revolución Industrial.
- La Revolución Francesa.

ESQUEMA CONCEPTUAL.390

TRABAJO PRACTICO INTEGRADOR391



INTRODUCCIÓN

En el presente Módulo, Ud. verá que la mirada está dirigida fundamentalmente hacia el proceso de organización de la economía y el territorio americano bajo dominio español entre los siglos XV y XVIII. Para entender este proceso tendremos que considerar las condiciones naturales de América, así como las transformaciones de la sociedad y los Estados europeos, sus conflictos y necesidades.

Antes de comenzar, realicemos un breve repaso de qué hemos aprendido hasta ahora:

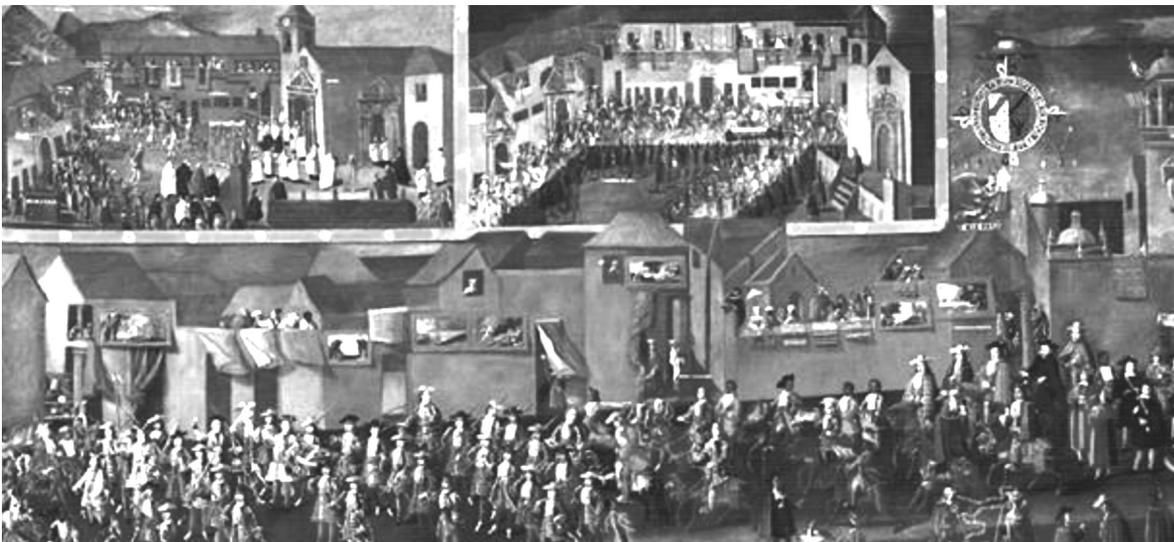
-En el Módulo 1, fijamos como objetivo aprender que el estudio de las sociedades debe contextualizarse en el **espacio** y en el **tiempo**, sólo así se puede entender que cada **sociedad** construye su **cultura** según las necesidades que surgen de su interacción con el medio y que este proceso la vuelve particular y la diferencia de las demás. Comenzamos por las **sociedades más antiguas de la Historia**, analizamos **la formación de los primeros Estados** y comparamos su organización en diferentes culturas antiguas.

-En el Módulo 2, trabajamos con dos **espacios** diferentes, **Europa y América**, y analizamos las sociedades que los habitaban en un mismo periodo de tiempo (**siglos V al XV**). Ambas sociedades se encontraban **aisladas**, vivían sin tener ningún contacto una con otra, hasta que se produce la **Conquista**. Ésta fue analizada como un **conflicto entre sociedades y culturas diferentes** y en tal sentido trabajamos con el concepto de **aculturación**. A partir del impacto que produjo la Conquista, analizamos la conformación de dos espacios diferenciados: **América Latina y América Anglosajona** con desiguales niveles de desarrollo.

En este módulo estudiaremos un período en donde la historia de América queda ligada sólidamente a la europea a través del **proceso de colonización y dominación** de las sociedades europeas. Esto nos obligará a movernos entre los dos mundos: Europa y América, para entender las relaciones entre los procesos de ambas sociedades.

Comencemos por plantear algunas situaciones a través de las siguientes lecturas:

“En los siglos XVI y XVII, el cerro rico de Potosí fue el centro de la vida colonial americana: a su alrededor giraban, de un modo u otro, la economía chilena, que le proporcionaba trigo, carne seca, pieles y vino; la ganadería y artesanías de Córdoba y Tucumán, que la abastecían de animales de tracción y de tejidos; las minas de mercurio de Huancavélica y la región de Arica por donde se embarcaba la plata para Lima, principal centro administrativo de la época. El siglo XVIII señala el principio del fin para la economía de la plata que tuvo su centro en Potosí ... Aquella sociedad potosina, enferma de ostentación y despilfarro, sólo dejó a Bolivia la vaga memoria de sus esplendores, las ruinas de sus iglesias y palacios,



y ocho millones de cadáveres de indios.”

Eduardo Galeano, *Las venas abiertas de América Latina*, 1971

“Los indios trabajan en los túneles del cerro de Potosí donde la oscuridad es permanente, sin saber mucho ni poco cuándo es de día y cuándo es de noche. Trabajan siempre con velas y se reparten el trabajo, de manera que unos trabajan de día y descansan de noche, y otros al revés.

El metal es muy duro y sólo lo pueden desprender de las paredes de roca de la mina golpeándolo con fuerza con una barreta hasta quebrarlo.

Después lo suben a cuestras por unas escaleras hechas de cuero de vaca retorcido. Los indios se atan una manta al pecho y el metal va dentro de ella a las espaldas. Suben de tres en tres. El delantero lleva una vela atada al dedo pulgar para que vean, porque como está dicho, no hay ninguna luz natural. Suben un gran espacio que pasa muchas veces de 300 metros: cosa horrible que de sólo pensarla da espanto.”

Adaptado de José de Acosta, *Historia natural y moral de las Indias*, 1590.
Citado en Aisenberg y Alderoqui, *Didáctica de las ciencias sociales II*, 1998.

“Las minas americanas no influyeron solamente en la economía del continente: pesan sobre ellas las más grandes responsabilidades en la historia europea. (...) América dio a Europa el tabaco, el maíz..., pero, sobre todo, sus metales preciosos. (...) La plata de México, pero sobre todo la del Perú, se extendió regularmente desde Sevilla, su punto de partida, a través de España, pasando después a Francia, Italia, Inglaterra, los Países Bajos, vivificando la economía a su paso por todas partes. Gracias, entre otros factores, a la abundancia de moneda metálica, el siglo XVI es un período de prosperidad.”

Pierre Chaunu, *Historia de América Latina*, Buenos Aires, 1976

Actividades

Con los elementos que le brindaron estos distintos textos, responda las siguientes preguntas:

¿Por qué Potosí era uno de los centros de la organización del espacio americano colonial?

.....
.....
.....
.....
.....

¿Qué consecuencias tendrá la explotación de metales para América?

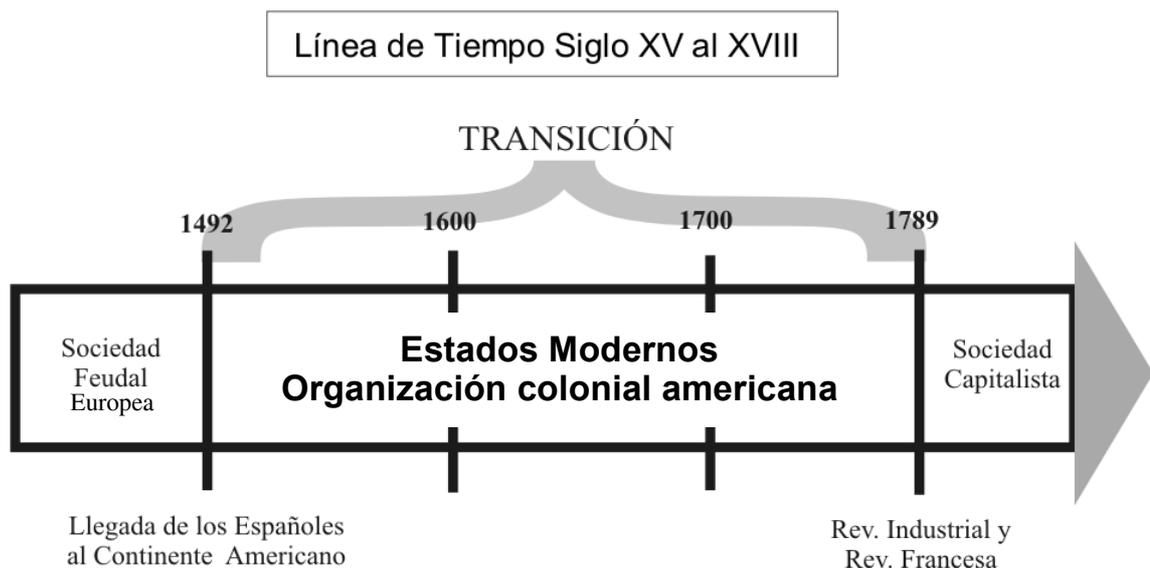
.....
.....
.....
.....
.....

¿Qué consecuencias tendrá la explotación de metales para Europa?

.....
.....
.....
.....
.....

El período que estudiaremos será también un período de transición, o sea, de cambio de la sociedad **feudal** europea hacia una nueva organización económica y social **capitalista**. Durante los siglos XV al XVIII la **sociedad europea** presentará elementos que permanecen de la antigua sociedad feudal y otros nuevos que anticipan la sociedad capitalista, y en esta etapa de transformaciones Europa necesitará de la relación con América para su desarrollo. Una América que pasará a ocupar una condición de subordinación en este nuevo marco internacional.





Sintetizando, los puntos centrales que abordaremos en este módulo de Ciencias Sociales serán:

- Dentro del espacio europeo nos detendremos, ante todo, en el proceso de formación de los **Estados Modernos**, conformados a partir de la centralización política por el rey.
- Como los conquistadores buscaban extraer los **recursos naturales** de los territorios que iban incorporando a sus dominios, necesitaban conocer la base físico-ambiental que ofrecía el continente. Esto nos llevará a estudiar las características de los **ambientes** del continente americano.
- Luego, describiremos la **América colonial** que centrará su organización en brindar los metales preciosos (oro y plata) que permitirán la acumulación europea para el desarrollo comercial y luego industrial.
- La acumulación de capitales por parte de los países europeos permitió la **consolidación de la sociedad burguesa capitalista**. Este será nuestro último tema, a partir de recorrer el proceso de industrialización y la revolución política que desplaza a la nobleza.



EUROPA ENTRE LOS SIGLOS XV AL XVIII

Europa Occidental: transición del feudalismo al capitalismo

A partir del siglo XIV, el orden feudal imperante en Europa Occidental se sumió en una crisis económica y social que afectó profundamente la vida y el sistema de relaciones sociales que regía hasta ese momento. Como consecuencia de esta crisis, las sociedades europeas experimentaron grandes transformaciones: el sistema feudal fue desintegrándose lentamente y en su lugar se desarrolló un sistema nuevo: el capitalista, basado en nuevas relaciones económicas, políticas y sociales.

Este periodo de transformaciones se extendió entre los siglos XV y XVIII y constituye una etapa de transición entre dos sistemas económico- sociales diferentes: el feudalismo y el capitalismo.

SISTEMA ECONÓMICO SOCIAL

Para el análisis y explicación de la sociedad los investigadores han elaborado una serie de conceptos que destacan ciertas características de la realidad social

*Así el término “**organización social**”, que hemos utilizado en módulos anteriores, hace referencia a que las relaciones entre los individuos no se presentan en forma desordenada, sino que existe un orden en las actividades y formas de vida de los hombres. Este orden es estable en el tiempo y condiciona la conducta de los individuos.*

*Otro concepto, que empezaremos a utilizar en este módulo, es el de “**sistema económico - social**”. El concepto de sistema ya fue trabajado en los módulos de Ciencias Naturales como “un conjunto de partes interrelacionadas entre sí, funcionando como un todo para lograr un determinado fin”. Esta idea será retomada por Ciencias Sociales para destacar la característica de **totalidad e interdependencia** que existe en las organizaciones sociales. Esto quiere decir que no se puede entender un determinado aspecto o fenómeno social de forma aislada, sino que es necesario incluirlo o ponerlo en su contexto, o sea, relacionarlo con el resto de los elementos de una sociedad en un momento y lugar determinado. Además, los elementos de la realidad social están tan íntimamente*

relacionados entre sí, que cualquier cambio en un elemento o dimensión social afecta o repercute en el resto, y los cambios ocasionados en el resto a su vez afectan al primero.

De esta forma, por ejemplo, entender la sociedad como un sistema permite comprender cómo la economía de una sociedad está en relación directa con la existencia de determinados grupos sociales y también de cómo éstos se apropian del espacio, y a su vez, los cambios producidos en el espacio por estos grupos y sus intereses llevan a transformaciones en la economía de esta sociedad.

Como vimos en el módulo anterior

Durante los siglos XV y XVI el desarrollo del **comercio** y el afán de lucro impulsaron a los europeos a realizar grandes viajes en búsqueda de artículos de lujo como sedas, marfil, piedras preciosas y principalmente **especias** (pimienta, nuez moscada, canela y jengibre, utilizadas para condimentar y preservar las carnes conservadas en sal), que pudieran venderse a altos precios en los mercados europeos. Estos productos provenían de **Oriente** (China, India, Ceilán) y su comercio pasaba por el Mediterráneo, estando en manos de los mercaderes italianos de las ciudades portuarias de Génova y Venecia. A partir de 1453 los **turcos otomanos** se apoderaron del Imperio Bizantino y obstaculizaron el tráfico habitual hacia el Oriente. Los europeos se vieron obligados entonces a buscar **nuevas rutas comerciales** que los llevaran al Asia y a sus producciones.

Con este objetivo, los **portugueses** tomaron la delantera y recorrieron la costa atlántica de África para arribar a la India en 1498. Los **españoles** lanzados a la misma aventura se toparon en su camino con el **continente americano**.

En los siglos XV y XVI; estos viajes dejaron de ser iniciativa de comerciantes particulares para convertirse en una empresa de las **monarquías**. Se inició entonces una época de **expansión territorial**, donde cada estado europeo se apoderó de extensos territorios en África, Asia y América, dando lugar a la formación de **imperios coloniales**. Las zonas conquistadas llamadas **colonias** fueron puestas bajo el dominio político y económico de los países europeos (metrópolis), que los organizaron y explotaron según su conveniencia.

Durante el siglo XVII, se difundió por Europa una doctrina económica denominada "**mercantilismo**", según la cual el poder de las naciones descansaba en la cantidad de riquezas que poseían. Por lo tanto, uno de los objetivos fundamentales de las monarquías europeas fue acumular la mayor cantidad posible de metales preciosos (oro y plata) y fomentar el desarrollo de las industrias locales, prote-



giendo su producción mediante la imposición de altos aranceles aduaneros a las mercancías extranjeras. El comercio era considerado como el medio fundamental para lograr el crecimiento económico.

La aplicación de estos principios repercutió en las **colonias** de diferentes maneras. Los europeos se lanzaron a la búsqueda de oro y plata, y allí donde no había, de productos naturales que pudieran ser vendidos a altos precios o utilizados como materias primas. Por otra parte, utilizaron a sus colonias como mercados consumidores de artículos elaborados por las metrópolis, impidiendo la instalación de cualquier tipo de fabricación que compitiera con las europeas.

Los territorios conquistados fueron organizados como *espacios económicos* cerrados, que sólo tenían contacto y comerciaban con su metrópoli. De este modo cada país dominador se aseguraba el control de los recursos naturales de sus colonias.

La expansión económica de los siglos **XV al XVIII** y las riquezas que los europeos obtuvieron de sus colonias, determinaron la **acumulación de capitales** en manos de los mercaderes ligados al **comercio** de ultramar. Esta época es considerada como la **fase inicial del capitalismo**: un período de **transición** donde convivieron elementos de la antigua sociedad feudal y se fueron forjando los de la **nueva sociedad capitalista**. La acumulación de capitales permitió el posterior desarrollo de la **industria** y la consolidación del capitalismo como el sistema económico-social preponderante a partir del siglo XIX.

¿Qué causas motivaron los viajes de exploración que los europeos iniciaron a partir del siglo XV?

.....
.....
.....

¿Cómo influyó el mercantilismo en la explotación económica de las colonias europeas?

.....
.....
.....
.....

Las transformaciones culturales y religiosas en Europa a partir del siglo XV

Estos procesos económicos y sociales pueden enmarcarse dentro de una nueva manera de ver la vida y de operar sobre el mundo, a partir del siglo XV. Los historiadores, para definir este período, utilizan el término **modernidad o Edad Moderna**.

Distanciada cada vez más de la cultura feudal, la modernidad propuso, en primer término, una manera de pensar más libre y flexible, en la que el hombre ocupó el lugar central (llamamos a esto antropocentrismo). Así, la ciencia y la experimentación fueron impulsadas sin las limitaciones que imponían las creencias religiosas y el sentido de la vida de la cultura medieval, y el hombre europeo se entregó a la aventura de la exploración y conquista de otras partes del mundo -como América-, desarrolló el comercio de la mano de la burguesía -cada vez más fuerte y dominante-, consolidó el predominio de la monarquía absoluta y el poder de los Estados Nacionales y renovó las ciencias y las artes.

Ansias de renovación cultural

Desde principios del siglo XV, Europa pudo desenvolverse sin la molestia de pueblos invasores, a la vez que un cambio en las condiciones climáticas hicieron posible un repunte en las cosechas. Mientras la población crecía por el mejoramiento de sus condiciones de vida -más alimentación y finalización de las epidemias-, la economía evolucionaba de la mano de la burguesía, esa nueva, ambiciosa y dinámica clase social, y los Estados empezaban a mostrarse como fuertes organizaciones centralizadoras de la autoridad.

A la vez, establece una barrera con respecto a épocas anteriores, porque se asume una posición de fuerte crítica y desvalorización de la cultura del período medieval.

“Todos trabajan; con los hombres crecen los bienes, los ingresos y la riqueza. Allí donde... un mercader desarrollaba su comercio, hay ahora más de cincuenta. El tráfico fluvial de París se ha duplicado en los últimos 25 años. Hoy es menos difícil viajar a Roma, Nápoles o Londres que antes a Lyon o Ginebra.”

Claude de Seyssel, “La gran monarquía francesa”, 1508.
Citado por K.Schib y H. Hubschmid, “Historia universal”.



El optimismo por el futuro se expresaba en el desarrollo de las ciencias y las artes, que revalorizaban a la Antigüedad rescatando sus valores, criterios ante la vida y, por sobre todo, la posición del hombre como centro de la cultura, separándose cada vez más de las explicaciones basadas en el uso de las creencias religiosas y en el temor a Dios y al porvenir.

“¡Oh siglo! ¡Oh ciencias! ¡Es un placer vivir! ¡Florece los estudios, los espíritus se despabilan! ¡Toma el dogal, barbarie, y prepárate al exilio!”

Ulrich Von Hutten, 1518. Citado por K.Schib y H. Hubschmid, “Historia universal”.

De esta manera, se comenzó a utilizar el concepto de Renacimiento de las artes y las ciencias, sobre todo de la Antigüedad Clásica (greco-romana) que renacían con renovado ímpetu, no sólo rescatándose sus características fundamentales -racionalidad, sentido crítico, búsqueda incesante del por qué de las cosas, concepción de hombre como centro de la cultura- sino también aportándole elementos nuevos de científicos, pensadores y artistas que todavía hoy maravillan por su originalidad e ingenio.

El hombre como centro

La característica fundamental de la cultura del occidente europeo va a ser, a partir del siglo XV, el triunfo del individualismo: el impulso de la concepción del ser humano como un ser libre de ataduras exteriores, en todos los planos de la vida social e, incluso, espiritual. En el sistema feudal, el único detalle de individualidad se manifestaba en la religión, que precisa de la responsabilidad del individuo ante Dios para sostenerse.

El desarrollo de las actividades comerciales a partir del siglo XI permitió un surgimiento de las individualidades al darle al trabajo libre e independiente un impulso cada vez mayor. La importancia dada a la libertad económica y social produjo el quiebre de la dependencia jerárquica y del paternalismo del orden feudal.

De esta manera, vemos el nacimiento de una cultura que propondrá la emancipación de la persona humana. Esto tendrá su reflejo en todos los órdenes de la vida social, tanto en la política como en el arte y la religión.

Esta época renacentista se nutrió de personalidades que se presentaban como originales, ambiciosas, atrevidas, decididas a mostrarse como diferentes al resto de las personas, arriesgando, a veces, su buen nombre, su libertad y sus propiedades, con tal de manifestar sus convicciones personales -por ejemplo, el modelo de explorador de los mares y conquistador de zonas del mundo y civilizaciones desconocidas por Europa surge en esta época-.

Se despreciaban cada vez más las diferencias de clase, tan claras y contundentes en la época medieval, aunque básicamente se aceptaba el hecho de que la población se dividiera en estamentos –o estados-, que tenían derechos y obligaciones de acuerdo al nacimiento, el poder y el prestigio. Así, además del clero y los nobles, se distinguió lo que se llamó el tercer estado, compuesto por los burgueses -que podían ocupar una alta, mediana y baja burguesía, según su riqueza- y los trabajadores urbanos (de talleres artesanales y comercios) y rurales (campesinos).

Esta nueva sociedad elaboró además un ideal de hombre, que pasó a ser el hombre universal, multifacético: filósofo, comerciante, artista, político, economista. Se produjo en este hombre una vuelta hacia lo natural, lo campestre, lo sencillo, lo que comprendiera tanto el hombre culto como el de la calle. Todo era digno de ser cultivado en un mismo hombre, que afirmaba su individualidad sencilla y naturalmente: se luchaba por la simplicidad del idioma -por ejemplo, se imponía cada vez más el tuteo-, las vestimentas comenzaban a dejar ver las formas del cuerpo, los artistas realizaban sus trabajos basados en el tema central del ser humano, permitiéndose la representación de los desnudos aún en obras de tipo religioso.

“No te hemos creado ni celestial ni terreno, ni mortal ni inmortal, para que tú mismo, como tu propio escultor y poeta, que actúa... con completa libertad, determines tú mismo la forma en la que deseas vivir. Estás libre de degenerar al submundo del animal; estás igualmente libre de elevarte al mundo superior de lo divino, por decisión de tu propio espíritu.”

Pico della Mirandola, 1492. Citado por K.Schib y H. Hubschmid,
“Historia universal”.

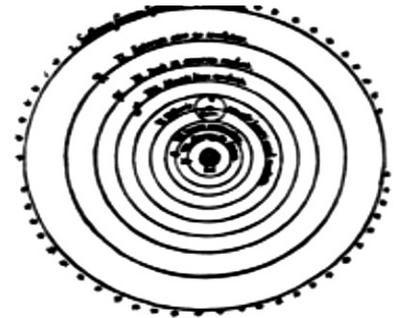
Podría decirse que la frase tan conocida “somos lo que queremos ser” se



adapta perfectamente al hombre del Renacimiento. Es el sueño del hombre hecho ciudadano libre, racional, sin prejuicios, con sentido de la oportunidad, educado, ubicado en el mundo como su dominador, realizador de sí mismo, en síntesis, un hombre que es el producto natural de una suma de virtudes específicamente humanas.

Renacimiento y Humanismo

Si bien en general se denomina a todo este período de renovación cultural como Renacimiento, la Historia, tradicionalmente, ha hecho una distinción: se usa el término Renacimiento para caracterizar a la tendencia artística que revaloriza temas y técnicas propias de la Antigüedad griega y romana, enriqueciéndolas con el sello particular de los grandes pintores, escultores, arquitectos, etc., de la época -como Leonardo da Vinci, Rafael y Miguel Ángel-, interesados en el naturalismo -tomar motivos de la naturaleza- y en el realismo -tratar de lograr en sus obras el mayor parecido posible con la realidad-.



Por otro lado, el término Humanismo es utilizado para nombrar a la corriente de pensamiento que tuvo como principal inquietud la elevación del ser humano y las ciencias como centro de la cultura -para lo cual apelaron a los mismos valores greco-romanos que los renacentistas-, apreciando lo concreto y lo individual y oponiéndose así a los valores culturales de la etapa medieval, considerada como oscura, por ofrecer todas sus explicaciones a través de la religión y el temor de Dios.

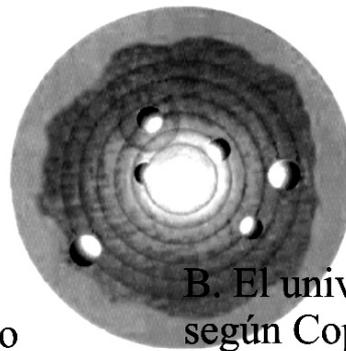
Podríamos caracterizar a los humanistas, en general, como tolerantes, simples y partidarios de las convicciones personales más que de las formas exteriores. También se destacaron por confiar, ante todo, en la bondad natural del ser humano y sus posibilidades de regeneración y progreso espiritual.

Entre los humanistas más importantes podemos encontrar a Nicolás de Cusa, Tomás Moro y Erasmo de Róterdam. Entre los científicos, se destaca el ya famoso Nicolás Copérnico, astrónomo que superó la teoría geocéntrica del sistema planetario –que indicaba que el sol y los planetas giraban alrededor de la tierra- con la teoría que colocaba al sol como centro de nuestro sistema solar. Más tarde, esta teoría fue retomada por Galileo Galilei.

Es muy común encontrar que un artista del renacimiento pueda ser, a la vez, un humanista -hay que recordar que el modelo de hombre de la época era multifacético-, como fue el caso de Leonardo da Vinci, artista y científico a la vez.



A. El universo según Ptolomeo



B. El universo según Copérnico

“El artista podía ser llamado por su ciudad, o su rey, para esculpir una estatua, levantar una catedral, desecar un pantano, o sitiar una ciudad.”

John Bernal, “Historia social de la ciencia”. Citado por A. Bianco en “Pequeña historia del trabajo (Ilustrada).”



El Juicio Universal, de Miguel Angel

Actividad

¿Qué elementos del Renacimiento y el Humanismo puede apreciar en las figuras presentadas? Cítelos brevemente.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

El surgimiento del estado moderno

Los cambios en las relaciones sociales y económicas entre los siglos XI y XIII provocaron consecuencias directas en el plano político. Apoyándose en la burguesía -interesada esta última en neutralizar el poder de la nobleza feudal-, la monarquía inicia un proceso de acumulación del poder político. Se va generalizando la idea de que el poder de los reyes provenía directamente de Dios y era, por lo tanto, indiscutible. Por eso, más adelante, el estilo de coronación de los reyes se caracterizaba porque el mismo Papa colocaba, en las ceremonias de asunción, la corona sobre la cabeza del soberano.

Vemos que se produce un doble proceso histórico, que alcanzará su punto máximo a partir del siglo XV: la construcción de los estados centralizados en la autoridad de las monarquías, y la instauración de éstas como absolutas. Un ejemplo de esta situación será la implementación de la sucesión hereditaria a la corona.

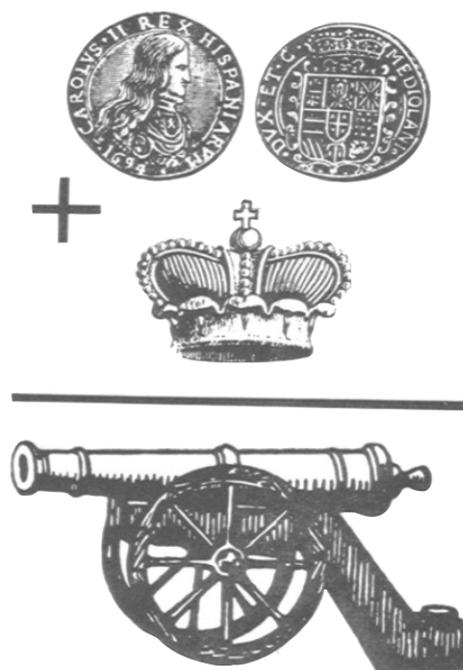
Los Estados modernos comenzaron a centralizar su autoridad a partir de la creación de instituciones de gobierno que ayudaron a las monarquías a organizar sus territorios, recursos y sociedades.

- El marco legal lo aportó el derecho romano, que fue recuperado para la elaboración del sistema de leyes de los Estados, que así pudieron hacer saber a los habitantes las normas bajo las cuales se produciría la organización de cada país. Surgen dos conceptos fundamentales: el reconocimiento de la propiedad privada y del poder absoluto de los reyes.
- Los ejércitos fueron organizados para lograr la expansión hacia nuevos territorios y para apuntalar con el uso de la violencia la autoridad del rey.
- La organización administrativa y la designación de funcionarios especializados leales a la corona facilitaban al rey la atención de diversos aspectos de gobierno.
- También se propuso una economía centralizada en la administración estatal, proponiendo políticas de administración de recursos, la acuñación de moneda nacional y la confección de un sistema impositivo, para lograr los recursos necesarios para que la estructura del Estado pudiera ponerse en acción.
- Las relaciones exteriores a cargo de funcionarios especializados establecieron alianzas políticas, militares y comerciales con otros Estados.

Es importante señalar que, a partir de esta época, el desarrollo de la construcción de los Estados Nacionales con centralización de la autoridad en las monarquías estuvieron fuertemente financiados con el dinero de la burguesía. Podemos afirmar que se produce una alianza entre los dueños del dinero -los burgueses- y los dueños de la fuerza -las realezas- con el principal objetivo de res-



tarle poder a la nobleza feudal. Más tarde, las monarquías verán realizados sus proyectos en los Estados monárquicos absolutistas -con el poder concentrado absolutamente en el rey -. Por su parte, los burgueses consiguen entrar en los gobiernos -como funcionarios o legisladores- para garantizar, justamente, el mantenimiento de un modelo económico que les era favorable en el reparto de las riquezas.



A partir del siglo XV, la **soberanía**, en cuanto expresión última del poder político, correspondió en exclusiva al **rey**. El viejo poder disgregado y compartido por los Señores Feudales de la época medieval, dio lugar al **poder unitario y no compartido** de uno solo (monarca), cuyo ejercicio se hacía en nombre de Dios (origen divino de la soberanía).

Las monarquías de Francia, Inglaterra, Suecia, Dinamarca y España se configuraron en torno a dos ejes fundamentales: **la concentración del poder político en el rey y la integración de territorios afines**.

La expansión territorial tuvo como objetivo la formación de un “todo” orgánico nacional, por motivos dinásticos y económicos. Lo que importaba era la fidelidad al rey, independientemente del origen diverso de los súbditos, y el expansionismo territorial como medio de asegurar los circuitos económicos proteccionistas (política mercantilista).

Los regímenes políticos de esta época, tendieron en general al **absolutismo**, por lo que se pretendió imponer una misma ley a todos los súbditos. Se conformó una estructura política- administrativa caracterizada por la tendencia a **concentrar** el poder público en la persona del rey. También se propuso una **economía centralizada** en la administración estatal, quien debía encargarse de las políticas de aprovechamiento de los recursos, de la acuñación de moneda nacional y la confección de un sistema impositivo que permitiera al Estado solventar su propio funcionamiento.

Este proceso condujo a la formación de lo que los historiadores denominan “**ESTADOS MODERNOS**”.

La estructura del Estado Moderno: se conformó en base a cuatro aspectos fundamentales:

1) *Ordenamiento Jurídico (legislación):* se impuso una **ley común** a partir de posiciones sociales muy desiguales. Los monarcas debieron moderar las relaciones entre grupos sociales enfrentados, favoreciendo a unos y perjudicando a otros. En esta lucha por el poder, la **burguesía** trató de consolidar su ascenso social con una activa participación política, de la cual estaba prácticamente marginada. Los burgueses prestaron especial apoyo económico y financiero a la realeza con el objetivo de restarle poder a la nobleza feudal, inclusive consiguieron acaparar puestos en el gobierno, lo que les permitió mantener un modelo económico que les fuera favorable en el reparto de las riquezas.

2) *Administración Civil (burocracia):* con el nombramiento de funcionarios estatales, el nuevo estado se dotaba de una burocracia, más o menos operativa, encargada de ejecutar, en los más apartados rincones, las decisiones del único poder soberano.

3) *Administración fiscal- financiera (hacienda):* con un **presupuesto** autónomo, el poder político se desembarazó de la tutela de los grandes poderes económicos particulares y pudo afrontar los gastos de guerra.

4) *Organización militar:* el presupuesto propio, permitió al estado contar con recursos económicos suficientes para los gastos militares, que eran muy importantes debido al permanente estado de conflicto armado entre los distintos estados y la tendencia a la expansión territorial.

La acción política del estado no siempre fue aceptada por los súbditos del propio país y por los otros estados, cuyas necesidades e intereses resultaban lesionados. Se produjeron entonces, revoluciones, revueltas y sediciones internas y en el plano internacional los estados se enfrentaron en largas y cruentas guerras. En ambos casos, se desencadenó una lucha contra el poder, que se trató de resolver por la fuerza, mediante el aparato represivo del estado.



Actividades

¿Cómo centralizaron el poder los monarcas?

.....
.....
.....
.....

¿Por qué fueron tan importantes los nuevos ejércitos para el rey?

.....
.....
.....
.....

¿Por qué el reconocimiento de la propiedad privada como derecho garantizado por el Estado favorece a los antiguos señores Feudales?

.....
.....
.....
.....



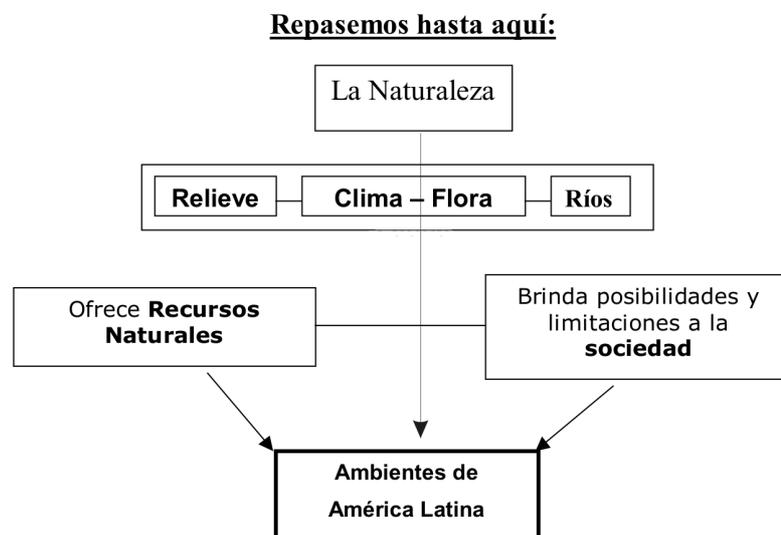
AMÉRICA ENTRE LOS SIGLOS XV AL XVIII

Las condiciones naturales del territorio americano

América Latina presenta una gran variedad de climas, relieves, flora-fauna, ríos. Estos elementos de la **base físico-natural**, son aprovechados por las **sociedades** para satisfacer sus **necesidades tanto sociales como vitales**. La naturaleza ofrece a las **sociedades** múltiples **posibilidades** para la satisfacción de sus necesidades, pero también le imponen **límites** concretos a su instalación. A su vez la ocupación y las actividades de la sociedad, modifican las condiciones naturales. A continuación vamos a estudiar, muy brevemente, las condiciones naturales de América Latina teniendo en cuenta los recursos que cada **ambiente** ofrece a la sociedad. A lo largo del tiempo y a partir de la valoración de los Recursos Naturales y de la producción, las sociedades transforman la naturaleza y provocan también problemáticas en los ambientes, las cuales no dependen solo de las condiciones naturales, sino de la intensidad con que se producen las transformaciones por la actividad humana.

Consejo útil: Para estudiar coloque al lado del módulo un mapa físico-político de América y trate de ubicar todos los elementos que vamos mencionando.

Repasemos hasta aquí:



Regiones ambientales

El estudio que vamos a realizar parte de diferenciar “**regiones ambientales**” del continente.

Cada ambiente presenta características físico-naturales más o menos similares entre sí y las actividades humanas están relacionadas con las posibilidades y limitaciones que brindan esas características naturales. Como ocupan áreas extensas del territorio, se pueden distinguir dentro de un mismo ambiente, distintos tipos de paisajes.

La diferenciación de las regiones ambientales se realiza en base a los elementos físicos predominantes que otorgan identidad a la región.

Actividades

¿Cuáles son los ambientes de América Latina?

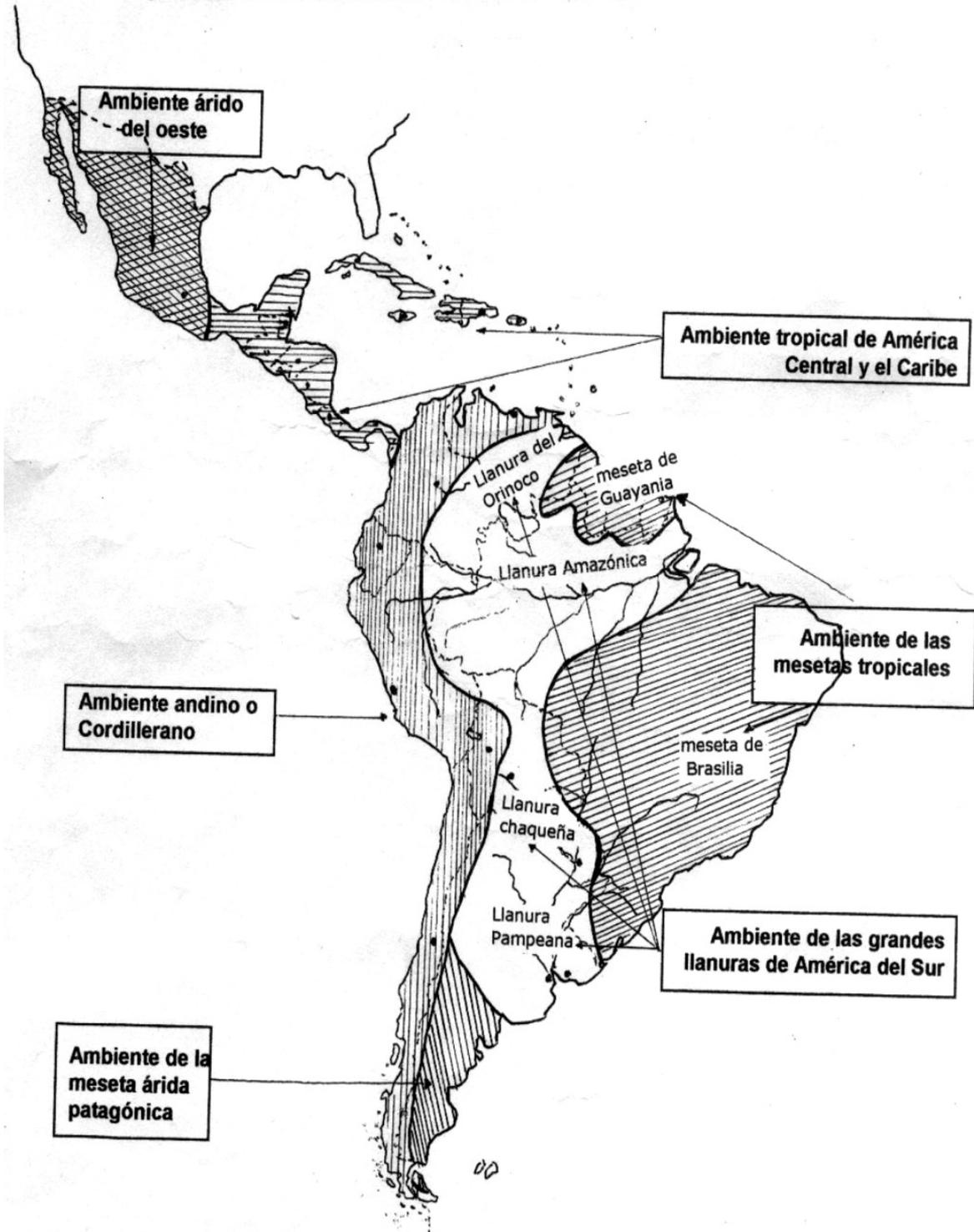
Observe el mapa de la página siguiente donde están delimitados los ambientes de América Latina:

1.- Teniendo en cuenta que cada ambiente se define a través de un aspecto dominante - el clima, el relieve, los ríos, la vegetación - , coloque en el cuadro el o los elementos de diferenciación que le parecen acordes al nombre del ambiente.

2.- La damos dos ayudas, usted complete los demás casilleros

<u>Ambiente</u>	<u>Elemento de diferenciación</u>
1.- Árido del oeste	El clima seco
2.-	
3.- Ambiente de las mesetas tropicales	Relieve de mesetas y clima cálido tropical
4.-	
5.-	
6.-	

GRANDES CONJUNTOS AMBIENTALES DE AMÉRICA LATINA



Actividad

Trabaje con los dos mapas: el de regiones ambientales y su mapa físico. Luego complete el cuadro:

Región ambiental	Localización según los puntos cardinales (Ej: al Oeste, al centro Este, al sur, etc). Países que abarca total o parcialmente.	Ciudades importantes de cada ambiente (si son capitales de países subráyelas).

Los ambientes de América latina y el proceso de poblamiento

Ya dijimos que los conquistadores buscaban extraer los recursos naturales de los territorios que iban incorporando a sus dominios. Pero...¿Qué encontraron los conquistadores en América?

Una diversidad enorme de condiciones ambientales. El conocimiento de la base físico-ambiental permitía a los conquistadores profundizar los estudios sobre los Recursos Naturales que ofrecía este inmenso continente.



Lamentablemente, los casi 4 siglos de dominio colonial sirvieron para romper radicalmente el equilibrio entre la sociedad y la naturaleza que había caracterizado a las sociedades aborígenes precolombinas. En efecto, los colonizadores impusieron un modo de organización económico y social propia de las sociedades europeas, que se manejaban en escalas mayores de producción y consumo. Esto significó un profundo impacto ambiental para los territorios americanos.

Tal como afirma el prestigioso biólogo Antonio Brailoswky , “ la conquista es la primera catástrofe ecológica del sur del continente”; mientras más se conquistaba, se ocupaba y se poblaba el continente, más se imponían las formas de producción europea sobre la de los aborígenes.

Los problemas ambientales se acentuaron con las formas de producción impuestas posteriormente por el sistema capitalista.

A continuación estudiaremos sintéticamente, las características de la naturaleza en América Latina, aunque abarquemos la zona montañosa de América del Norte, ya que constituye una unidad físico-natural con México. Presentaremos los rasgos sobresalientes del relieve, ríos, climas, distribución de la vegetación y la manera en que las sociedades han ocupado, aprovechado y transformado las condiciones ambientales.

AMBIENTE ÁRIDO DEL OESTE

- La zona árida del Oeste se extiende de norte a sur a lo largo de la costa del Océano Pacífico.
- Es una zona con grandes montañas: La Cadena de la Costa, que en México se llama Sierra Madre Occidental y las Montañas Rocallosas que terminan en la Sierra Madre Oriental, delimitan la región y encierran elevadas mesetas interiores.
- El ambiente es, en general, árido. Lluve poco debido a que las montañas aíslan a las mesetas de la influencia de aire húmedo del océano Pacífico y del Golfo de México. Esto hace que los ríos sean cortos y de poco caudal. A pesar de ello, los mexicanos han aprovechado los escasos caudales para la construcción de obras de riego, principalmente al Noroeste del país y esto les ha permitido la expansión de cultivos de algodón.
- La modernización de la agricultura es debida en gran parte a la

Reforma Agraria llevada a cabo por el gobierno de la Revolución Zapatista (1911), continuada e impulsada fuertemente durante la presidencia de Cárdenas en las décadas del 30/40.

- Como México está ubicado en la zona climática intertropical, la llanura costera sobre el Golfo de México es cálida y húmeda, no es la zona más poblada pero en los últimos años se ha impulsado la explotación turística del lugar.
- Se explota el petróleo en las cuencas ubicadas a orillas del Golfo de México. Se explota a través de una empresa de capitales nacionales, “Pemex” – Petróleos Mexicanos-.
- El conjunto de condiciones ambientales, hacen que la meseta o altiplanicie central donde se encuentra la capital de México, que ya era el principal centro poblado de la cultura azteca, sea la región más habitada y transformada por la sociedad.

AMBIENTE TROPICAL DE AMÉRICA CENTRAL Y EL CARIBE

- El conjunto de países que hoy forman América Central, se desarrollan en un ambiente montañoso y de clima cálido tropical.
- En la parte continental, es característica la presencia de volcanes, muchos de ellos activos, que suelen producir verdaderas catástrofes naturales. En general las poblaciones que habitan viven en condiciones socio-económicas de pobreza. En las Antillas, debido a su posición en latitud, en la zona cálida y por ser islas, son frecuentes los huracanes o ciclones tropicales que provocan, también, cuantiosas pérdidas.

El clima cálido tropical durante la mayor parte del año favorece el crecimiento de una vegetación abundante. Selvas y palmeras dan identidad a estos países.

- El clima permite también la agricultura de cultivos tropicales: algodón, caña de azúcar, café, tabaco y bananas.
- En los últimos años está creciendo el turismo, constituyéndose en una importante fuente de ingresos para estos países, en general empobrecidos.



AMBIENTE DE LAS MESETAS TROPICALES

- Las mesetas tropicales de América se encuentran hacia el Este y abarcan:
 - ▶ Venezuela y las Guayanas, donde se denomina **meseta o macizo de Guayania** y
 - ▶ Brasil donde se la conoce como **meseta o macizo de Brasilia**.
- Presentan fracturas en el terreno por las que circulan los ríos. La dureza del terreno provoca la presencia de saltos, rápidos, cascadas y cataratas. Muchas veces aprovechadas para la construcción de represas hidroeléctricas.
- En el Nordeste de Brasil, las lluvias son escasas, lo que dificulta la actividad agrícola, que en algún momento fue importante. Hoy es una de las zonas más pobres del país.
- El resto del macizo brasileiro, presenta lluvias adecuadas y en cantidad suficiente como para facilitar los cultivos y el asentamiento humano. Las actividades económicas son diversas: explotación forestal, cultivos tropicales y de oleaginosas (soja), actividad ganadera y explotaciones mineras en sitios puntuales.
- El Sudeste es la región más poblada y desarrollada del Brasil. Las ciudades de San Pablo, Río de Janeiro, el puerto de Santos concentran el poder económico y político del país a la vez que son el escenario de la pobreza urbana: grandes “favelas” bordean estas ciudades.

AMBIENTE ANDINO O CORDILLERANO

- La Cordillera de los Andes se extiende por todo el Oeste de América del Sur, desde Venezuela hasta Tierra del Fuego.
- Presenta una gran variedad de formas de relieve: Volcanes, encadenamientos elevados, cerros de menor altura, glaciares, valles de ríos y mesetas o altiplanos
- Las condiciones climáticas también son variadas: caluroso al Norte,

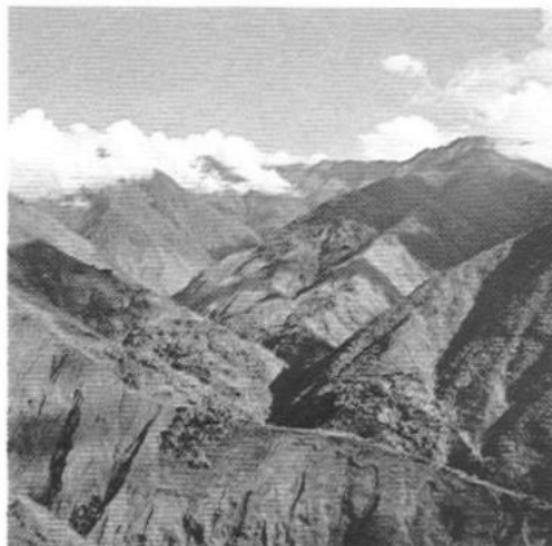
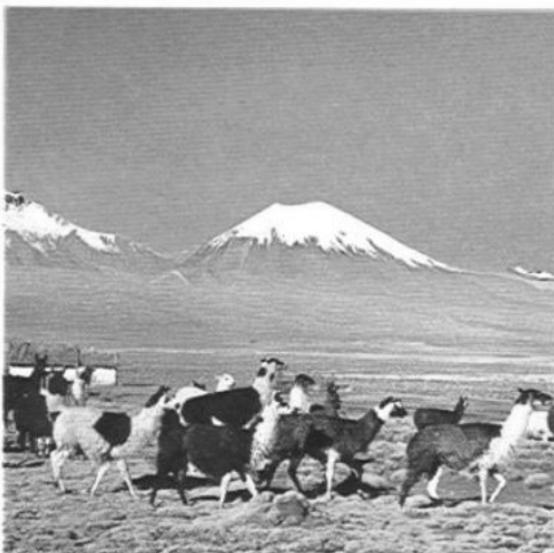
templado y frío al Sur y una zona central completamente árida en la costa de Perú y Chile y en el Altiplano Boliviano.

- Las condiciones ambientales permiten una gran **diversidad de cultivos**, algunos importantes para países como en Colombia y Venezuela que se destacan en la producción de café, tabaco, caña de azúcar. En otras grandes áreas de los valles y mesetas andinas, se practican cultivos de subsistencia o de autoconsumo para los campesinos y sus familias. Viven en condiciones de pobreza e históricamente han sido marginados de los circuitos comerciales. En los últimos años, la producción de **hoja de coca** se ha generalizado ya que brinda mayores beneficios económicos para los campesinos que los cultivos tradicionales.

- La **actividad minera** (cobre, estaño, hierro, oro, plata) que durante varios siglos fue la base económica de los países andinos, se encuentra en franco retroceso o está estancada. Una de las causas es la caída de los precios de los minerales en el mercado internacional a lo que se suma la falta de incentivos de los Estados para alentar la producción.

Venezuela explota a través de una compañía de capitales nacionales, petróleo en la zona del lago Maracaibo y en la desembocadura del río Orinoco.

- La diversidad de condiciones ambientales y de actividades económicas lleva a que la concentración de la población varíe de un país a otro. En general las ciudades capitales se encuentran ubicadas en alturas intermedias, en zonas de mesetas.



AMBIENTES DE GRANDES LLANURAS DE AMÉRICA DEL SUR

- Las llanuras de América del Sur, son relieves que presentan, como su nombre lo indica, escasos desniveles, aunque tienen pendiente hacia el Atlántico.
- La pendiente está utilizada por los ríos más importantes de América del Sur: el Orinoco, el Amazonas y el Paraná-Plata. Ríos navegables, largos, caudalosos y aprovechados para la navegación y para la producción de energía eléctrica.
- Al norte, en la **llanura del Orinoco y del Amazonas** el clima es caluroso, húmedo y permite el desarrollo de la selva más extensa de la tierra.
- Más al Sur, en la **llanura chaqueña** el clima es cálido pero no tan caluroso como en la zona ecuatorial, además las lluvias se presentan concentradas sólo en verano, siendo los inviernos muy secos y esto limita la actividad agrícola y ganadera. Allí crecen árboles de maderas duras, como el algarrobo, muy valorados comercialmente pero explotados en forma inadecuada.



- La **llanura pampeana** es la que ofrece mejores condiciones climáticas para los cultivos de cereales, oleaginosas y la cría de ganado vacuno. Lluvea suficientemente durante el año, los inviernos son tibios y los veranos cálidos, es decir presenta las características propias de los climas templados.
- debido a las condiciones naturales, la ubicación geográfica y la valoración de los recursos naturales en los diferentes períodos históricos, la llanura pampeana es la más poblada e industrializada de las grandes llanuras de América del Sur.

AMBIENTE DE LA MESETA ÁRIDA PATAGÓNICA

- La meseta patagónica está formada por terrazas escalonadas desde el pie de los Andes hasta el Océano Atlántico.
- Está recorrida por ríos poco caudalosos debido a la gran aridez del ambiente. Esto provoca serias limitaciones para los cultivos. En algunos de los valles, y utilizando el riego artificial, se desarrolla la fruticultura: peras, manzanas del Alto Valle.
- Lo más característico en cambio, es la ganadería de ovinos o lanarres, ya que se alimentan de los duros pastos que crecen en la meseta.
- Otra actividad, que ocupa espacios más reducidos, es la explotación petrolera, que sigue siendo importante en la región, en manos actualmente de compañías privadas.

Actividad

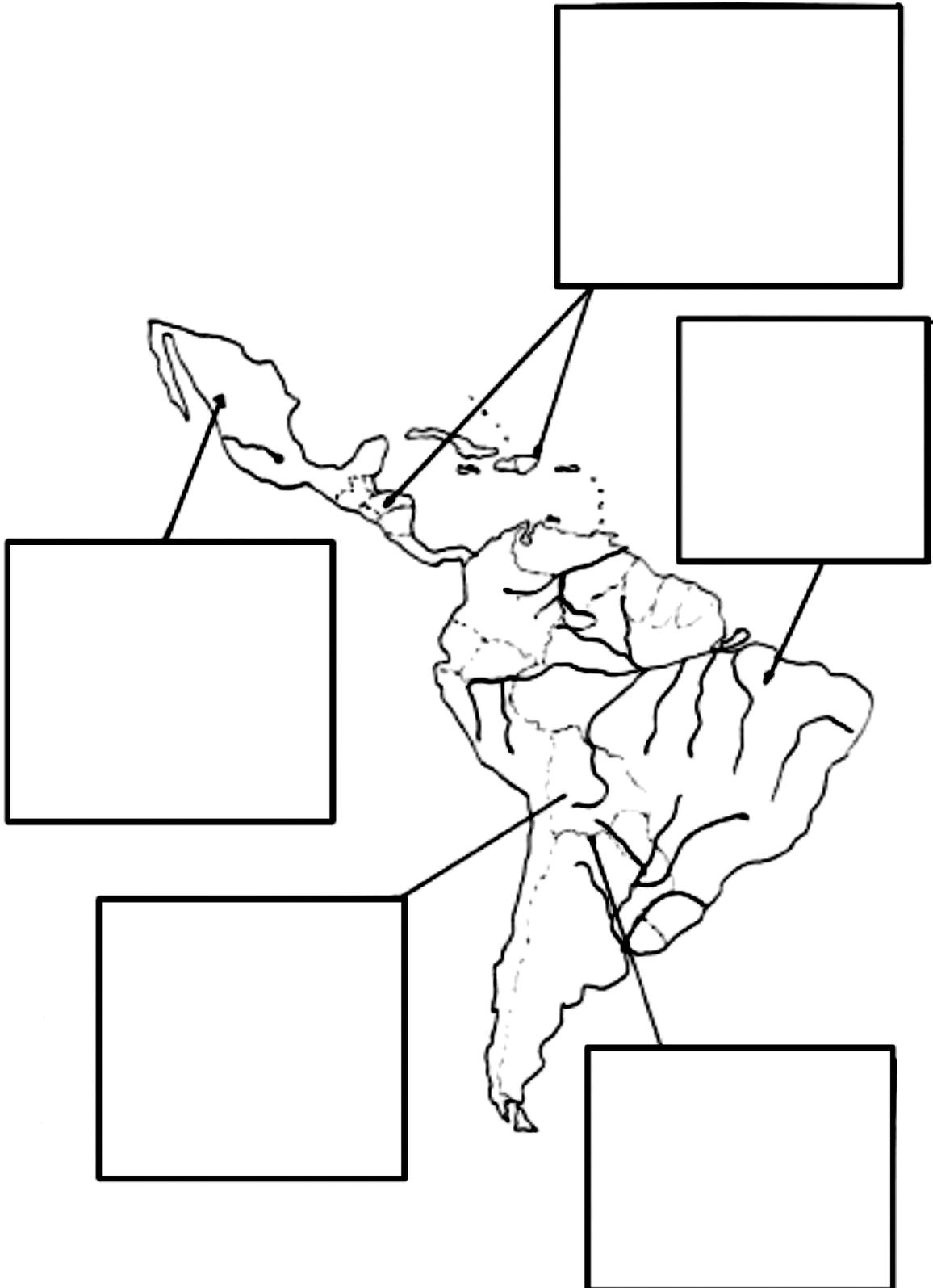


1.- Para repasar e integrar lo que hemos aprendido sobre los ambientes, realice las siguientes actividades en el mapa que le presentamos:

- a) Coloque nombres a los ambientes estudiados en América Latina.
- b) Localice y nombre las principales ciudades de cada ambiente.
- c) Coloque en los cuadros los principales **recursos naturales** que se explotan en la actualidad.



Mapa para completar Ambientes



2) Seleccione **tres** de los ambientes analizados.

Teniendo en cuenta las características del relieve, clima, ríos y vegetación, complete el siguiente cuadro:

Nombre del Ambiente seleccionado	Limitaciones a la ocupación (P. ej. El clima es árido, el relieve es elevado, los ríos son inundables)	Posibilidades que brinda por la oferta de recursos (P. ej. Se explota el petróleo, se pueden cultivar productos de clima templado, etc.
.....		
.....		
.....		

EL DOMINIO COLONIAL ESPAÑOL

LA ORGANIZACIÓN POLÍTICA

La corona española organizó políticamente el territorio americano dividiéndolo en **Virreinos**, cuyo gobierno estaba a cargo de autoridades que residían en España y autoridades que residían en América.

AUTORIDADES ENCARGADAS DEL GOBIERNO COLONIAL	
Residentes en España	Residentes en América
<p>Rey: máxima autoridad</p> <p>Consejo de Indias: elaboraba las leyes que regían en las colonias.</p> <p>Casa de Contratación: controlaba el tráfico comercial y los asuntos económicos.</p>	<p>Virrey: delegado directo del monarca. Era la máxima autoridad en América.</p> <p>Audiencias: tribunales superiores. Funciones judiciales.</p> <p>Gobernadores: estaban al frente de las Gobernaciones, o sea las divisiones administrativas de los virreinos</p> <p>Cabildos: se instalaban en las ciudades importantes y entendían en los asuntos municipales.</p>

España montó un aparato político rígido, con el que trataba de evitar cualquier intento de separación de las colonias, a tal fin prohibía a los **criollos** (descendientes de españoles nacidos en América) el acceso a los cargos de gobierno, que eran ocupados por españoles europeos, con lo cual se aseguraba la lealtad a la Corona.

Hasta el siglo XVIII América estuvo dividida en dos **Virreinos**: **Nueva España** con capital en México y **Perú** con capital en Lima. En el **siglo XVIII** la Corona española, ocupada por la dinastía de los Borbones, inició una serie de **reformas** tendientes a mejorar la administración y defensa del territorio colonial. Se crearon entonces dos nuevos virreinos: el de **Nueva Granada** y el del **Río de la Plata** (1776) con capital en Buenos Aires. Los virreinos fueron divididos en **intendencias**, cuyo objetivo era centralizar las decisiones administrativas y dar mayor poder de control a la Corona, puesto que los intendentes eran elegidos directamente por el rey.

El Virreinato del Río de la Plata

Los territorios del Plata no poseían metales preciosos ni indígenas que pudieran utilizarse como mano de obra, por lo tanto fueron periféricos y carecieron de importancia hasta el siglo XVIII. La creación del Virreinato obedeció a cuestiones estratégicas de gran importancia:

- Necesidad de otorgar a las minas de plata de **Potosí** (Alto Perú) una salida marítima más cercana para trasladar el metal hacia España. Esta salida fue el **puerto de Buenos Aires**.

- Frenar el contrabando que los ingleses realizaban en Buenos Aires y Montevideo e impedir el establecimiento de enclaves comerciales en esta zona.
- Impedir la expansión portuguesa hacia el Sur.
- Aprovechar las condiciones de la región pampeana para el desarrollo de la ganadería y sus productos derivados (cueros, sebo, tasajo).

A pesar de las reformas y el impulso dado a esta región, la duración del Virreinato fue corta. A principios del siglo XIX se desarticuló e inició el camino hacia la independencia.



1.- ¿Por qué la Corona Española no permitía a los criollos el acceso a cargos de gobierno?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.- ¿Qué factores determinaron la creación del Virreinato del Río de la Plata?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Observe el mapa del Virreinato del Río de la Plata y compárelo con un mapa actual de América del Sur. ¿Qué países existentes hoy en día estaban comprendidos dentro de su jurisdicción territorial?

LA ECONOMÍA Y LA ORGANIZACIÓN DEL TERRITORIO

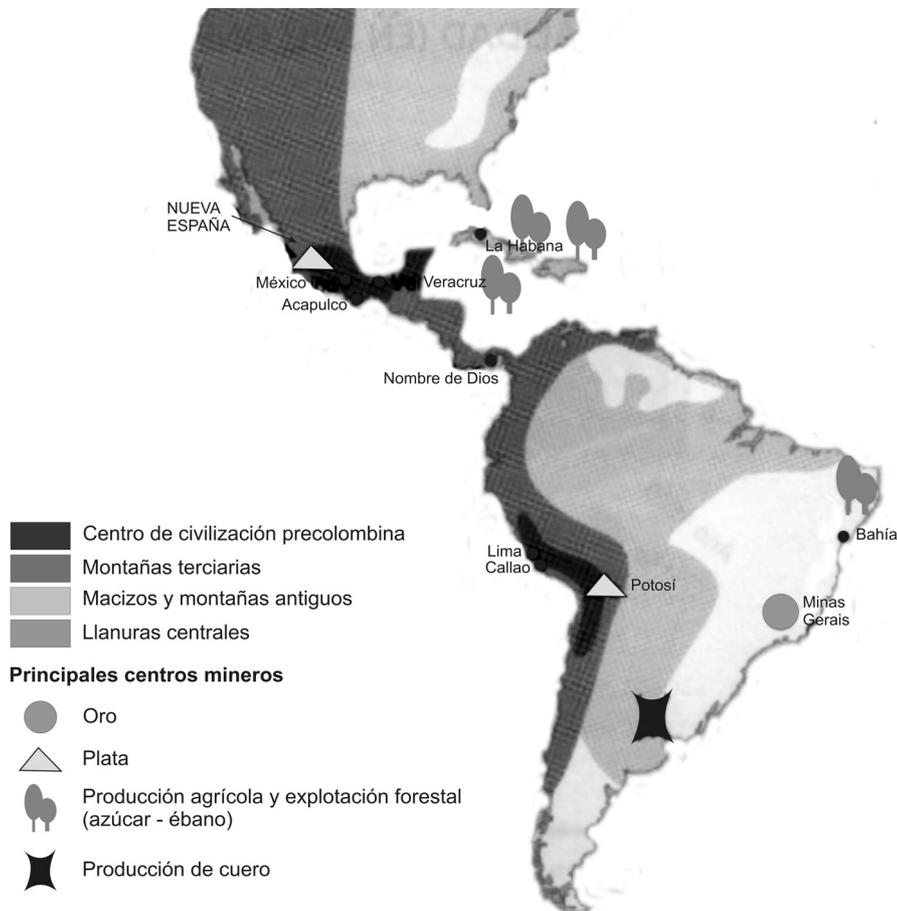
La valoración de los recursos

El principal interés de los españoles, como ya dijimos, era explotar los recursos *minerales*, *principalmente* oro y plata, para extraerlos y llevarlos a Europa. Luego se agregó la producción de *cultivos tropicales*.

Por consiguiente, los colonizadores solo se instalaron en aquellos territorios de los que podían extraer riquezas mineras o productos agrarios, constituyendo una economía extractiva, al servicio de la economía metropolitana, es decir complementaria de España y de Portugal en el caso del actual territorio brasileiro.

La explotación de estos recursos exigió por su parte, la creación de ciudades, puertos y vías de transporte, para mantener el comercio hacia y desde las metrópolis. Así surgieron ciudades como Bogotá, Lima, México, Acapulco, Bahía donde residían altos funcionarios militares y comerciantes enriquecidos.

Principales producciones y centros económicos En la america latina colonial



FUENTE: Chaunu, Pierre: *Historia económica de América Latina* Eudeba. Buenos Aires, 1994

La minería fue la actividad productiva más importante de esta época, pues aportaba los minerales que España necesitaba para sostener su economía. En la imagen puede verse la extracción de metales en el Cerro Potosí, (Virreinato del Perú- hoy Bolivia) Para el trabajo en las minas se empleó el sistema de la mita que consistía en reclutar de manera forzosa, trabajadores indígenas para la extracción de los metales directamente en el yacimiento. Con esta tarea pagaban su tributo al rey. Trabajaban durante muchísimas horas, respiraban aire contaminado. Los abusos cometidos en este sistema, determinaron la muerte de gran cantidad de indios mitayos, por lo que se tuvo que recurrir, más adelante, a mano de obra asalariada o a esclavos negros.



El sistema comercial

España tenía el control exclusivo del comercio de las colonias. Existía un sistema de flotas para el traslado de las mercancías por mar. Una red de caminos interiores unían las zonas de producción con los puertos desde donde salía la mercadería. El comercio colonial debía realizarse exclusivamente con barcos y en puertos que eran determinados por la Corona española. Se impuso, entonces, un rígido **monopolio comercial**.

Principales rutas del comercio entre España y América



El objetivo de este sistema comercial, era **controlar** estrictamente el tráfico de metales preciosos y asegurar para España un **mercado comprador**. Por el puerto de Buenos Aires, estaba prohibido comerciar, pero como el tráfico desde Lima se volvía costoso y lento, se difundió la práctica del **contrabando**, que las colonias realizaban, sobre todo con los ingleses. Recién en el siglo XVIII se introdujeron una serie de reformas en el sistema comercial sancionando el reglamento de libre comercio, eliminando el sistema de puerto único. Se autorizó a varios puertos españoles y otro tantos americanos, entre ellos **Buenos Aires**, a comerciar entre sí. Sin embargo, el monopolio continuó, ya que España no permitió el comercio con otros países.

Actividades

- Observe detenidamente los mapas sobre producciones y comercio de la etapa colonial.

- Nombre los recursos naturales que se valoraban y mencione las respectivas áreas de producción teniendo en cuenta la división política actual.

.....
.....
.....
.....

- Explique, teniendo en cuenta las principales rutas comerciales, la importancia que adquirieron las ciudades-puertos.

.....
.....
.....
.....

¿Cómo se organizó el espacio interior de América colonial?

La economía extractiva y orientada hacia las metrópolis, derivó en dos tipos de ocupación del espacio:

- **puntual** en los centros mineros, con articulación regional.
- **discontinua** en las extensas áreas agrícola-ganaderas.

El primer tipo, hace referencia a los principales centros de la economía colonial, es decir, a los yacimientos del Potosí y de México. Como en ellos crecía día a día la población, necesitaban de alimentos y artículos esenciales para la vida. Las áreas de influencia se constituyeron en abastecedoras de los centros mineros. Se producían alimentos, calzados, muebles, carruajes, animales de carga para el traslado de los metales, principalmente mulas. Es el caso de Córdoba, Salta, Jujuy, entre otras que estaban *regionalmente articuladas* con los yacimientos minerales del Alto Perú.

El segundo tipo de ocupación del espacio hace referencia a la **estructura agraria**, basada en la apropiación, por parte de los conquistadores, de grandes extensiones de tierras, **latifundios**, dedicados a la producción agrícola o ganadera.

Este reparto del espacio interior latinoamericano, tuvo como consecuencia la instalación de una **aristocracia terrateniente** que en un principio fue dominio del conquistador, pero que luego se transformó en la aristocracia criolla, heredera de esos primeros amos y señores de la tierra.

En efecto, la propiedad feudal, todavía dominante en la Europa del siglo XV, fue implantada en Indias; inmensos dominios fueron cedidos en favor de los conquistadores y sus compañeros. Un tipo social nació de esta aventura: el *encomendero español* y el *fazendeiro brasileiro*. La encomienda se creó para dar gratuitamente a las plantaciones, la cantidad de indios necesarios. Mano de obra que se explotaba a discreción para las especulaciones coloniales. El fazendeiro brasileiro, que llevaba una vida de gran señor, en medio de sus esclavos negros, es el equivalente portugués del encomendero español.

El régimen de la gran propiedad, característico de América Latina hasta nuestros días, se instaló fácilmente en la etapa colonial ya que nunca chocó con una clase campesina que pudiera resistirlo; para los indios de los Andes o de México, el régimen colonial solo fue un cambio de amo.

Esta aristocracia terrateniente, absorbe en provecho propio los recursos de la tierra y posee un ejército de mayordomos mestizos, inflexibles en la explotación del indio.

Actividades

- Nombre sintéticamente, las razones que influyeron en la falta de integración entre los diversos espacios de América Latina, durante los tres siglos de dominio colonial?

.....

.....

.....

.....

- Según su opinión y las lecturas hasta aquí realizadas, responda: ¿En qué aspectos es correcto afirmar que América Latina hereda una organización del espacio propia de la etapa colonial?

.....

.....

.....

EL IMPACTO AMBIENTAL DE LA CONQUISTA

La conquista y la colonización del actual territorio latinoamericano por parte de españoles y portugueses, modificó sustancialmente la relación de las sociedades con la naturaleza. El hallazgo y la promesa de enormes riquezas en estas tierras, sobre todo de oro y plata, desató la codicia de los conquistadores. Estos, se adueñaron de las nuevas tierras por la fuerza y decidieron sobre la vida de sus pobladores y sobre la manera de explotar los recursos naturales.

Los colonizadores impusieron un modo de organización económico y social propio de las sociedades europeas que se manejaban en escalas mayores de producción y consumo. Se necesitaba producir en cantidad, generar excedentes, para abastecer a las metrópolis. Ya no era suficiente producir para el autoconsumo de las sociedades que vivían en nuestro territorio.

La producción a mayor escala, no les permitía tomar en cuenta la posibilidad de regeneración ecológica después de las actividades, todo lo contrario de lo



que hacían los pueblos precolombinos. Además tenían un desconocimiento tan fuerte de las condiciones ambientales que no consideraban la manera de manejarla.

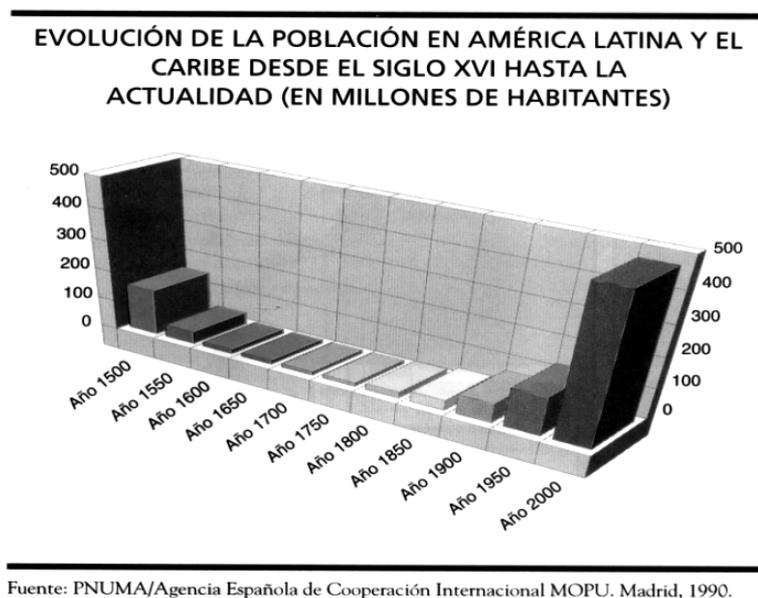
En estas condiciones, grandes extensiones de tierra, antes ocupadas por los pueblos aborígenes, fueron entregadas a los conquistadores para su beneficio personal. Esto produjo un reacomodamiento de las poblaciones, la matanza de muchas de ellas y la intensificación del uso de la tierra con la consiguiente pérdida de fertilidad de los suelos. La introducción del caballo como animal de carga y del ganado vacuno, también significaron una modificación sustancial en el uso de los pastos naturales. Por otro lado, no olvidemos que en las sociedades aborígenes, existía la propiedad comunitaria de la tierra, en cambio los conquistadores impusieron el sistema de propiedad privada.

La producción agrícola y ganadera se realizaba utilizando la mano de obra aborígen, la cual era sometida a diversas formas de servidumbre. La introducción de enfermedades, hasta entonces desconocidas, fueron las principales causas de la disminución de la población indígena a partir del siglo XVI.

Se puede afirmar entonces, que durante los tres siglos de dominación española y portuguesa, se rompió definitivamente el equilibrio que mantenían las sociedades aborígenes con la naturaleza.

Actividades

Observe el siguiente gráfico de barras:



- Calcule la cantidad de años que transcurrieron hasta que América Latina alcanzó una cantidad de población similar a la del momento de la conquista.....

- Mencione, en relación con la organización de la economía colonial, al menos tres causas que expliquen la disminución acentuada de la población después del año 1500:

.....

.....

.....

.....

- Anote tres efectos ambientales que produjo el modo de organización colonial:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Ahora, elabore sus propias conclusiones sobre las consecuencias ambientales, sociales y territoriales de la organización colonial en América Latina:

.....

.....

.....

.....



LA SOCIEDAD INDIANA

La estructura social de las colonias españolas se forjó sobre las bases de la colonización y la conquista. El reconocimiento social, el afán de riquezas y la evangelización fueron los motores que movieron la vida colonial. Los españoles procuraron instaurar una sociedad que otorgara la preponderancia a los **peninsulares** (nacidos en España) a quienes estaban reservados los cargos de gobierno, mientras que a los blancos nacidos en América (criollos) se les negaba tal posibilidad. Esto fue fuente de conflictos entre ambos sectores a lo largo del siglo XVIII.

Por otro lado, durante todo el periodo de colonización, se produjeron uniones entre españoles, indígenas y nativos africanos (de raza negra, que habían sido introducidos como esclavos), dando lugar a un proceso de **mestizaje** muy importante. Los descendientes de estas uniones eran considerados dentro de grupos sociales denominados “**castas**”, a los que se pertenecía por nacimiento y que poseían determinados derechos y obligaciones. Dentro de ellas, el grupo más numeroso lo constituían los “**mestizos**”, -producto de la unión entre españoles e indios-, también se encontraban los “**mulatos**” -hijos de blanco y negro- y los “**zambos**” -descendientes de indio y negro. Constituían clases inferiores y marginadas, sobre todo los últimos, aunque ya hacia el siglo XVIII en muchas colonias, el número de mestizos predominaba sobre el resto de la población. Así, en la América colonial la estructura social coincidía con la racial.

LA EVANGELIZACIÓN

A lo largo de todo el periodo de conquista y colonización de la América española, la **Iglesia Católica** realizó la labor de evangelización entre los indígenas, contribuyendo enormemente a la construcción del orden colonial. La difusión de la doctrina cristiana era una de las preocupaciones fundamentales del **estado español**. Los conquistadores se propusieron la completa destrucción de las creencias nativas a las que consideraban “idólatras” y demoníacas”. La labor misionera de la Iglesia se vio favorecida por la pérdida de confianza de los aborígenes hacia sus propios dioses, a los que consideraron “vencidos” por el Dios de los extranjeros.

Los territorios que la Iglesia administraba destinados a la organización de la vida indígena se denominaban **reducciones** o **misiones**.

Diferentes órdenes religiosas arribaron al nuevo mundo con el propósito de

expandir la fe cristiana, como los **franciscanos, mercedarios, dominicos y jesuitas**. Estos últimos sobresalieron por las dimensiones y el orden interno que les confirieron a sus **misiones**. Las más importantes se encontraban en el territorio guaraní, que se extendía por el sur de Paraguay, la actual provincia de Misiones y tomaba una porción de Brasil. La distribución de los productos elaborados en las misiones se realizaba en **Córdoba**. Las misiones perduraron hasta la expulsión de los jesuitas de América, en la segunda mitad del siglo XVIII.

LOS JESUITAS EN CÓRDOBA

En 1540, el Papa Pablo III otorgó a Ignacio de Loyola la autorización para la creación de una nueva orden religiosa: la **Compañía de Jesús**.

Los **jesuitas**, nombre por el que fueron conocidos sus miembros, desarrollaron una importante obra de evangelización y educación en Europa, Asia, África y América.

La presencia de los primeros jesuitas en **Córdoba** se remonta a 1589; en un primer momento no se establecieron en un lugar determinado, sino que realizaron diversas acciones misioneras mientras iban relevando el territorio.

En 1599, las autoridades del Cabildo de la ciudad de Córdoba les donaron la manzana destinada originalmente a las monjas, la actual **Manzana Jesuítica**, a los fines de que levantaran allí su casa. En estos predios construyeron la Capilla Doméstica, la Iglesia de la Compañía, y en 1610 fundaron el Colegio Máximo (Colegio Monserrat), dando un importante impulso al establecimiento de la Universidad, que fue confirmada por Real Cédula en 1622.

En el interior provincial erigieron grandes **estancias** que eran verdaderos centros religiosos, económicos y culturales. Fueron diseñadas para generar los recursos destinados al sostenimiento de la orden, su obra evangelizadora y sus instituciones educativas. Las principales estancias han perdurado hasta nuestros días y se encuentran diseminadas por todo el territorio cordobés: Santa Catalina, La Candelaria, Alta Gracia, Caroya y Jesús María.

En Julio del 2000, el Comité Técnico reunido en París recomendó a la Asamblea General de la UNESCO, la inscripción de la Manzana y las Estancias Jesuíticas en la **Lista del Patrimonio de la Humanidad**, fundamentándose en que las construcciones jesuíticas cordobesas constituyen un ejemplo excepcional de la fusión de las culturas europea e indígena en el periodo colonial sudamericano, como así también un testimonio único de la experiencia religiosa, social y económica realizada por estos religiosos durante más de 150 años.





CONSOLIDACIÓN DE LA SOCIEDAD Y ECONOMÍA CAPITALISTA

En la segunda mitad del siglo XVIII se produjeron en Europa occidental un conjunto de cambios que finalizaron con la Edad Moderna y, al mismo tiempo, terminaron de conformar la sociedad capitalista. De este período se destacan la Revolución Industrial, en Inglaterra y la Revolución Francesa en Francia. Ambos procesos tuvieron consecuencias que afectaron el posterior desarrollo del mundo entero; por lo tanto, resulta indispensable su análisis para comprender el mundo contemporáneo, incluida la historia de América Latina independiente. La industrialización inglesa fue tomada como modelo de progreso y desarrollo, y la Revolución francesa representó el ideal de libertad, participación política y el nacimiento del Estado moderno.

La Revolución Industrial

La "Revolución Industrial" transformó una sociedad de mayorías campesinas en otra predominantemente urbana y trajo consigo muchos de los principales problemas sociales que aún persisten. Estas transformaciones tuvieron como eje fundamental una nueva forma de producción que fue la "gran industria".

La gran industria se distingue por el uso de maquinaria que reemplaza al trabajo humano, y hace posible la producción de mercancías u objetos necesarios para el consumo lo más de prisa posible y en cantidad ilimitada. A esta gran cantidad de mercancías fabricadas era preciso venderla; la venta en el mercado crea la ganancia y es la meta final de toda producción industrial.

El cambio surge con la industria textil, basada en la elaboración de algodón importado de las colonias. La máquina de vapor, la hiladora mecánica y el telar automático, aplicados a la industria textil contribuyeron al nacimiento de esta nueva forma de organizar la producción. Hasta el siglo XVIII la producción era artesanal, a partir de entonces, la mayor parte de los productos comenzaron a hacerse primero en pequeños talleres y luego en **grandes fábricas**. Este paso a una nueva forma de organizar el trabajo y la producción, no implica solamente cambios tecnológicos, sino una profunda transformación en las relaciones sociales.

En Inglaterra eran los comerciantes burgueses y los terratenientes quienes

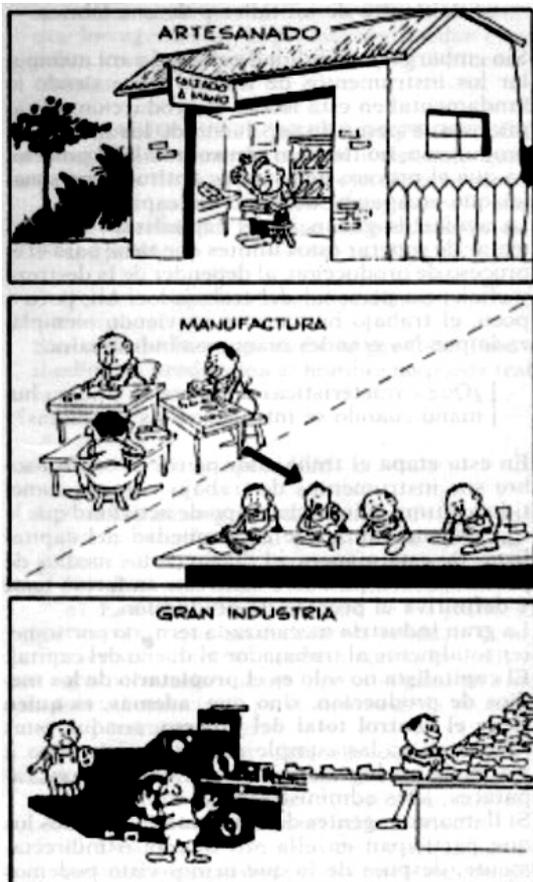


poseían el capital suficiente para montar una fábrica. Mientras la maquinaria se vuelve más compleja, y por lo tanto más costosa, el pequeño productor independiente (artesano) ya no puede acceder a ella. El productor, despojado poco a poco de todo derecho de propiedad sobre los instrumentos de producción, no puede vender más que su trabajo y no tiene para vivir sino su salario. El que tiene el control de la producción y toma todas las decisiones al respecto es el empresario capitalista.

La Revolución Industrial ha de ser concebida como la consolidación de un tipo de relaciones sociales de producción que en Inglaterra ya desde hacía tiempo se podrían definir como **capitalistas**, y por lo tanto estaban marcadas por la **separación, cada vez más progresiva, entre el productor directo (trabajador) y los medios de producción (tierra, instrumentos, máquinas).**

Por otro lado, si bien la Revolución Industrial representó un formidable salto productivo, para los trabajadores que la protagonizaron fue una época muy dura y muy difícil que se caracterizó por jornadas laborales muy largas y condiciones de vida de hacinamiento y falta de higiene. Este sector social asalariado creció junto al desarrollo industrial de las ciudades y se convirtió en la mayoría de la población; poco a poco fue tomando conciencia de su lugar en esa nueva sociedad, de sus

problemas e intereses comunes, y así comenzaron a surgir las primeras organizaciones sindicales.



problemas e intereses comunes, y así comenzaron a surgir las primeras organizaciones sindicales.

Inglaterra fue el primer país en desarrollar su industria y, de consolidar una economía capitalista. Sus fábricas eran capaces de producir una mayor cantidad de mercaderías a menor costo. Esto le permitió convertirse en la principal potencia económica mundial. Más tarde Francia, Alemania y Estados Unidos se consolidaron como centros capitalistas que producían manufacturas industriales y acumulaban capital. Sus barcos llevaban productos industriales a todos los puertos del mundo. De este modo, los países industrializados se transformaron en el centro de la economía mundial capitalista.

Actividad

Lee el siguiente texto y luego contesta:

"Llegaba tarde, apuró su paso para que no le descontaran nada de su salario. Por suerte al llegar pudo descansar ya que la máquina que estaba a su cargo se había descompuesto y el empresario no había comprado los repuestos."

a) ¿Se encuentran en esta situación relaciones capitalistas? ¿Por qué?

La Revolución Francesa

Los franceses designaron "Antiguo Régimen" a la sociedad anterior a la Revolución de 1789, este régimen se basaba en la desigualdad de nacimiento y en los privilegios de la clase noble. Las desigualdades entre los hombres se expresaba en la división en estamentos de la sociedad, cada estamento tenía diferentes derechos y obligaciones: los que combatían (la nobleza), los que rezaban (el clero), y los que trabajaban (el Tercer Estado, la gran mayoría de la población: campesinos, burgueses, intelectuales, pueblo urbano). Durante el siglo XVIII el Antiguo Régimen sufre una serie de transformaciones que harán que se intensifiquen las **tensiones sociales** y estalle la revolución. Pasemos ahora a analizar la situación de los diferentes grupos en esta sociedad para entender la dinámica que tendrá la revolución.

El Estado Absolutista, cómo estaba organizado el poder político en Francia, implicaba la centralización del poder por la realeza. Este proceso de centralización continúa avanzando durante este siglo y así había desplazado a las noblezas regionales de las funciones políticas locales. El aparato administrativo del Estado se había extendido por todas partes e incorporaba nuevas funciones.

A pesar de esto, la monarquía garantizaba a los nobles la supervivencia de inmunidades y antiguos privilegios, por ejemplo no pagaban la talla real (principal impuesto directo de la época) ni tampoco tienen que cumplir con la milicia.

El campesinado había dejado de ser siervo, la mayoría de ellos eran pequeños propietarios que necesitaban arrendar un poco más de tierra o trabajar en ocupaciones transitorias para poder sobrevivir. Todos ellos todavía estaban sujetos a una serie de trabas feudales que afectaban la producción de sus tierras: pagaban al señor derechos sobre las ferias y mercados, el laudemio que era un impuesto sobre la venta y compra de tierras, estaban obligados a moler en su molino y a pisar la uva en su lagar, además tenían que pagar la talla y el diezmo al clero.

Mientras tanto la burguesía progresaba gracias al desarrollo del comercio

colonial, de las finanzas, y de la producción artesanal; compraba tierras y cargos en la administración real. Proporcionaba a la monarquía tanto técnicos administrativos como los recursos financieros necesarios para su funcionamiento. Pero a mediados de siglo la aristocracia logró frenar este avance al imponer que los puestos en el gobierno y el ejército fueran ocupados únicamente por la nobleza.

En la segunda mitad del siglo XVIII, el desarrollo de la economía capitalista, sobre cuya base se había edificado el poder de la burguesía, se veía frenado por los marcos feudales de la sociedad, por la organización tradicional y reglamentaria de la propiedad, de la producción y de los intercambios. La situación era favorable para que las ideas de la "Ilustración" se abrieran camino en la sociedad: el imperio de la razón, la igualdad natural de los hombres, la soberanía popular, la libertad, nuevas ideas económicas sobre la productividad, etc.

Las nuevas ideas: La Ilustración

En Francia a principios del siglo XVIII surge un movimiento que se reconoce como el siglo de las luces o Ilustración, cuyas raíces se encuentran en el humanismo renacentista.

Este movimiento centra su confianza en la razón, oponiéndose al poder absoluto y a los privilegios que sustentaba el Antiguo Régimen.

Así **Montesquieu** publicó en 1748 una obra de doctrina política, "El espíritu de las leyes", donde establecía la división de los poderes del Estado (ejecutivo, legislativo, judicial) cada poder debía ejercer un control sobre los demás evitando que el mismo se concentrara en uno solo.

Jean Jacques Rousseau escribió "El Contrato Social" en donde sienta los principios de una sociedad democrática. Él consideraba que una sociedad basada en intereses individuales llevaba a los hom-

bres a vivir en el reino de la desigualdad. Para este intelectual la fuente del poder político residía en la voluntad general de la comunidad.

En la segunda mitad del siglo XVIII apareció también en Francia una generación de intelectuales conocida como los Enciclopedistas quienes recopilaron los conocimientos de todo orden en una obra monumental, **La Enciclopedia Francesa**, elaborada con criterios racionales y liberales.

La Fisiocracia y El Liberalismo

Estas ideas se encuentran vinculadas a la actividad económica.

En Francia la Escuela Fisiócrata (gobierno de la naturaleza) cuyo representante fue Francois Quesnay sostenía que la agricultura era la única actividad capaz de generar riquezas. Era además partidario de la libertad económica.

Estas ideas influyeron en otras teorías económicas Adam Smith (Inglés) criticó la

intervención del Estado en la economía que practicaban las potencias coloniales (monopolio), defendió la libertad de comercio y la libre competencia.

Ambas teorías sostenían que la economía se regía por leyes naturales y se autoregulaba, por lo tanto debía dejarse que funcionara libremente y así se obtendrían beneficios para todos.

El Liberalismo económico se impuso en Inglaterra y alcanzó su apogeo en Europa a mediados del siglo XIX.

En este marco, el proceso revolucionario se iniciará a partir de la exigencia de la propia Nobleza para que se convocara a una reunión de los Estados Generales en mayo de 1789. La exigencia surgió como resistencia a la monarquía ya que ésta pretendía, ante sus graves problemas financieros, llevar adelante una serie de reformas que afectaban los privilegios de la nobleza al cobrarles impuestos.

La reunión de los Estados Generales suponía que el Rey debía consultar sus medidas de gobierno; pero la reunión permitió que el Tercer Estado expresara sus demandas, entrara en conflicto abierto con el régimen y lo derrumbara.

La Revolución estalla, al parecer, con esta paradoja: la protesta de la nobleza lleva a su destrucción como grupo privilegiado. En realidad la situación es expresión de las contradicciones del Antiguo Régimen, la centralización del poder en la monarquía absoluta, lleva a aumentar los gastos del Estado y esto termina afectando no sólo la autoridad de las noblezas regionales, sino también sus privilegios impositivos.

Luego que da comienzo la reunión de Estados Generales, el Tercer Estado exige la conformación de una Asamblea Nacional, que debía tener el objetivo de sancionar una Constitución y donde cada diputado representa a la Nación y por lo tanto tiene los mismos derechos. Esta iniciativa política del Tercer Estado rompe definitivamente con el Antiguo Régimen, ya que la idea de “nación” que sostienen los “ilustrados” es la de igualdad de los ciudadanos bajo una misma ley, y por lo

tanto, contraria a los privilegios; y la declaración de una Constitución significa el fin del Estado Absolutista, ya que quién gobierna debe regirse por las leyes establecidas.

La iniciativa del Tercer Estado será dirigida por la burguesía, pero son los levantamientos populares tanto en la ciudad como en el campo, los que vencen con la resistencia feudal. En agosto la Asamblea vota la abolición de los derechos feudales y luego, el día 26, la Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano que, inspirada en la filosofía de la ilustración, explicita los derechos de cada individuo y los de la nación francesa. El Antiguo Régimen estaba enterrado.

El proceso revolucionario no será un proceso de avance lineal ni homogéneo, por el contrario, presentará avances y retrocesos en sus demandas y triunfos según los conflictos entre los diferentes grupos, los acuerdos, las resistencias. El Tercer Estado en su conjunto estaba de acuerdo en terminar con la nobleza, pero ¿hasta dónde debía cambiar la sociedad? Esto es algo en lo que no había acuerdo. Los intereses de la burguesía y de los sectores populares eran muy diferentes y pronto entraron en conflicto. La revolución política alcanzará sus cambios más profundos con la sanción de la República y la ejecución del Rey Luis XVI por traidor a la Nación francesa.

La inestabilidad política creada por los conflictos entre los distintos sectores y los problemas económicos, terminará dando al ejército francés victorioso en el exterior un gran prestigio; y convirtiéndolo en el único capaz de imponer “orden” en el país. Así, en 1799, Napoleón Bonaparte, el más exitoso y popular de los jefes militares, dará un golpe militar y establecerá un poder personal. La política de Napoleón representará a la alta burguesía al imponer orden, finalizar con el proceso revolucionario y llevar adelante una política expansionista en Europa que buscará formar un gran mercado continental.



Actividades

Lea los siguientes artículos de la “Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano” y luego reflexione a qué grupo social beneficia y por qué:

1- *Los hombres nacen y permanecen libres e iguales en derechos. Las distinciones no pueden fundarse más que sobre la utilidad común.*

2- *El objeto de toda asociación política es la conservación de los derechos naturales e imprescriptibles del hombre. Estos derechos son la libertad, la propiedad, la seguridad y la resistencia a la opresión.*

3- *Siendo la propiedad un derecho inviolable y sagrado, nadie puede ser privado de ella, sino es en los casos en que la necesidad pública, legalmente comprobada, lo exija evidentemente, y bajo la condición de una indemnización justa y previa.*

Capitalismo y producción de bienes

La producción capitalista de bienes se caracteriza por:

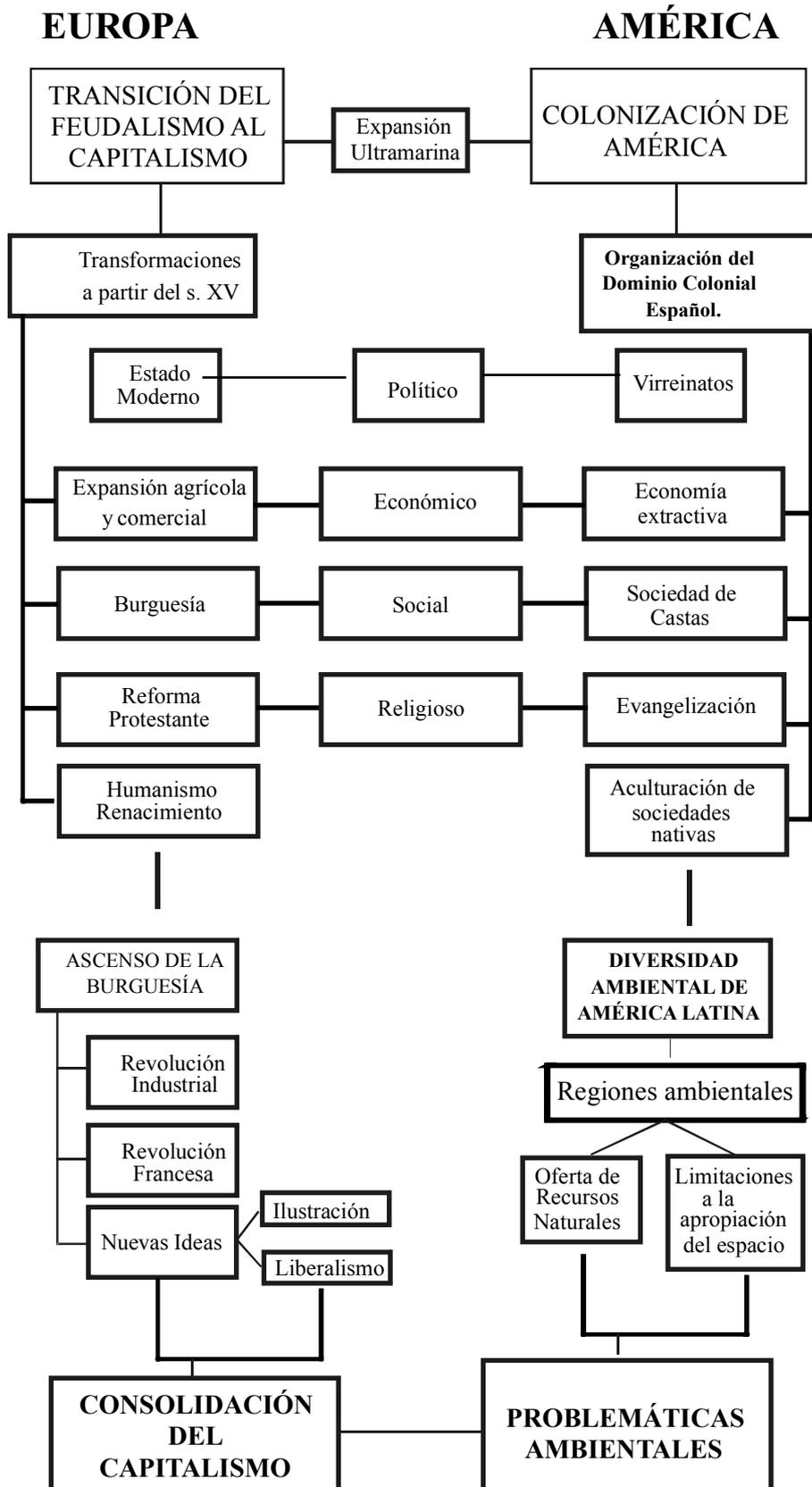
- I. ▶ La **propiedad privada** de los medios de producción (tierras, máquinas, edificios, herramientas, etc.).
- II. ▶ El empleo de dichos medios como **capital**, es decir, como recursos para la producción de bienes, con el objetivo de obtener –al cabo del proceso- más recursos.
- III. ▶ La contratación de trabajadores y el trabajo de éstos a cambio de un salario.
- IV. ▶ El cálculo y la búsqueda de máxima **ganancia o beneficio** por parte de los productores.
- V. ▶ Un creciente empleo de **tecnología**, es decir de conocimientos y técnicas aplicadas a la producción de bienes y servicios.

Por su parte, en las economías capitalistas se establece lo que se denomina mercado nacional, a partir de la comunicación de todo el territorio del país y la libre circulación de mercancías y de trabajadores de una zona a otra. Todo esto favorece el desarrollo de la producción y el crecimiento económico.

Fuente: *Moglia, Sislán, Alabart. “Pensar la Historia. Argentina desde una Historia de América Latina*

ESQUEMA CONCEPTUAL

CIENCIAS SOCIALES - MÓDULO 3





TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR

ALUMNO:.....

SEDE:.....

TEMA: **EUROPA Y AMERICA ENTRE LOS SIGLOS XV AL XVII**

Objetivos:

Actividades

- 1)
 - a) Enumere los principales cambios políticos producidos en Europa a partir del siglo XV.
 - b) Responda: ¿Por qué algunos sectores de la nobleza se opusieron al rey en el siglo XVI?
 - c) ¿Qué privilegios heredados de la sociedad feudal conserva la nobleza en el Estado Moderno?

- 2) Lea el siguiente párrafo:

“El modelo colonial en América respondió a las necesidades e intereses de las potencias europeas que estaban en plena expansión comercial y económica. Esto favoreció una organización territorial caracterizada por la dependencia respecto de las metrópolis y por una falta de articulación de los espacios interiores.”

- a) Arme un breve texto en donde incluya las siguientes palabras claves:

Monopolio comercial

Economía mercantilista

Importancia de las ciudades- puertos

b) ¿Qué influencia ejercieron la organización social y la evangelización en el sostenimiento del orden colonial?

3) Las ciudades de México, La Habana, Santo Domingo, Bogotá, Lima y otras, que fueron importantes centros de la colonización española y que hoy son capitales de países:

- a) ¿A qué ambientes pertenecen?
- b) Delimite esos ambientes en el mapa de la página siguiente y marque las ciudades mencionadas.
- c) Complete las columnas colocando palabras claves que sirvan para caracterizar la naturaleza en cada uno de los ambientes:

AMBIENTE	CLIMA	RELIEVE	VEGETACIÓN

d) ¿Qué recursos naturales de esos ambientes se valoraron en la etapa colonial? ¿Qué recursos se valoran en la actualidad?

4) En Inglaterra, durante el siglo XVIII, se desarrolla por primera vez el sistema fabril y se aceleran de esta forma las relaciones capitalistas.

- a) Analice la evolución de la industria textil inglesa y responda: ¿cómo cambia la condición del trabajador directo a lo largo de las distintas etapas de esta evolución (industria doméstica, trabajo a domicilio, manufactura, gran industria)?
- b) ¿Qué consecuencias trae este proceso de transformación para las zonas rurales (urbanas)?



5- La Revolución Francesa significa la caída definitiva de los privilegios feudales y el desplazamiento de la monarquía del poder político.

- c) ¿Qué beneficios económicos obtiene la burguesía?
- d) Elija un artículo de la Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano de 1789 y explique por qué se opone a los privilegios feudales.



