T011
373.612.14
4.

Ministerio de Cultura y Educación

BIBLIOTECA
8/7/81
MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACION
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCACION
DIRECCION NACIONAL DE INVESTIGACION,
EXPERIMENTACION Y PERFECCIONAMIENTO
EDUCATIVO

Comisión Hábitos de Estudio
y Evaluación

INV 011777
Foll
373.512.14
4. Ej 2

25. DOCUMENTO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Matemática (II)

Ejem: 3 11126

Buenos Aires
República Argentina
1980

300

DOCUMENTO DE APOYO PARA EL DOCENTE

. Al comenzar esta tarea recordamos que la misión del docente -su responsabilidad profesional- consiste en proveer a los alumnos múltiples y ricas experiencias para madurar, esto es, para que modifiquen su conducta, si tal es su deseo.

El educador que así lo reconoce trata de crear situaciones para que el alumno realice experiencias que faciliten tales cambios. En particular el profesor de matemática asume la responsabilidad de dar oportunidades para pensar.

Nuestra conducta es índice tanto de presencia como de ausencia de pensamiento. El hombre es un ser pensante, y el pensar tiene vínculos entrañables con el sentimiento, y los fines, pues el pensamiento interviene en muchas facetas de la vida en relación con los valores humanos. Además creemos que los valores deben plantearse en términos de elecciones y consecuencias.

. Nuestras vidas son afectadas por la actividad. Toda actividad del pensamiento que incluye esfuerzo puede ser calificada de experiencia, pero todo docente que se preocupe por dar a sus alumnos oportunidades para pensar termina por descubrir que para lograr respuesta a sus esfuerzos es necesario algo más que una mera acumulación de actividades. No se trata de enseñar el producto del pensamiento de otro, sino de que se maneje el proceso y las habilidades del pensar.

El empleo inteligente de la serie de operaciones del pensar como son: observar, interpretar, comparar, seleccionar, coordinar datos, relacionar, resumir, y otras, despierta y produce el pensamiento.

La modificación mediante una elaboración -en un aporte personal- del material original, para convertirlo en algo que no estaba allí, es la consigna del proceso.

. Pensar es una manera de aprender, de investigar el mundo.

Una de las finalidades de la educación es que los estudiantes formulen y resuelvan problemas, ya que tendrán que ser capaces de resolver problemas en sus estudios superiores, o en su trabajo, o en la vida, entendiendo por problema toda situación en la que la respuesta no es inmediata, en la que el camino está bloqueado.

Cuando se llega a la solución de un problema se ha aprendido algo en el sentido de que la capacidad del individuo ha cambiado de manera más o menos permanente.

Es necesario vencer la inercia ante problemas nuevos, y fundamental, estudiar los procesos que se usan en el trabajo de solución; es importante descubrir el propio proceso.

En el manejo de un problema el estudiante debe:

1° Reconocer qué es lo que se está preguntando.

2° Identificar varias hipótesis o soluciones posibles y mediante la deliberación, llegar a un punto en el que se esté seguro de tener la solución correcta.

3° Realizar la comprobación de la factibilidad de las soluciones posibles.

La deliberación -fase intensiva del desarrollo- incluye muchos tipos de conducta tales como observación, exploración, organización, rememoración, formulación de conjeturas, clasificación, generalización, aplicación, toma de decisiones, verificación; se utilizan unas u otras, según los problemas presentados.

Los pasos del proceso común a la solución de todo problema podrían enunciarse así:

- Interpretación del problema.
- Visualización del problema mediante gráfico, diagrama, tabulación, etc., o bien, traducción de la situación al simbolismo matemático, en los casos posibles.
- Formulación de preguntas que ayuden a identificar los datos, la incógnita y los conocimientos previos que se necesitan aplicar:

  ¿Qué es lo que conozco?
  ¿Qué busco?
  ¿Qué información necesito?

- Resolución ordenada y metódica: análisis, organización, investigación, elección.

. Verificación de los resultados.

En la práctica, el educador que trata de que sus alumnos se propongan y resuelvan problemas, encuentra por parte de ellos y al comienzo, varias dificultades como: incapacidad para concentrarse, para observar, resistencia a pensar (quieren trabajos con caminos conocidos), y, como consecuencia, resistencia a plantearse y resolver situaciones nuevas.

Es una labor paciente y sin pausa: hay que dar tiempo y no olvidar la premisa fundamental: que cada uno analice su proceso detallando sus propios pasos. Así se verá que en los diferentes problemas los pasos se repiten, se hacen cada vez más sencillos y que las conclusiones se encuentran cada vez más rápidamente.

Además, al valorarse los procesos del pensamiento aumentan las probabilidades de los alumnos de aprender de sus errores.

Vamos a demorarnos en algunos de los aspectos del proceso del pensar que hemos citado, dando ejemplos que cada docente enriquecerá y adaptará según su grupo y conforme a la orientación de su escuela.

OBSERVAR: vigilar, reparar, notar.

Es descubrir cosas, es parte del proceso de reaccionar significativamente ante el mundo. El objetivo de la observación no es acumular datos aislados, sino reunir información que permita establecer relaciones.

Puede pedírseles a los alumnos que observen los pasos en la resolución de un problema o ejercicio; que observen diagramas, tablas, figuras, posiciones de ángulos formados por cuatro rectas que se cortan (dos paralelas, o dos a dos paralelas, o no paralelas y/o algunas concurrentes), los subconjuntos del conjunto de puntos de un plano.

También pueden observar la tapa de su texto (de matemática u otro), los colores de objetos que ven en el aula, los tamaños relativos de algunos y el cálculo aproximado de sus áreas, las formas geométricas de lo que ven, Su sombra a distintas horas del día: posición y longitud.

COMPARAR: buscar diferencias y similitudes.

La capacidad de juzgar se basa en un amplio repertorio de referencias; al aumentar las oportunidades de comparar se amplían las bases para juzgar. Por eso, cuando se les pide a los alumnos que comparen se les ayuda a constituir el fundamento de sus futuros discernimientos.

Al comparar, observan diferencias y semejanzas de dos o más objetos ideas o procesos, procurando encontrar sus interrelaciones. Se descubre qué hay en uno y qué falta en otro.

El proceso de comparar implica abstraer y retener mentalmente la abstracción.

Se puede pedir a los alumnos que comparen el conjunto N con el conjunto Z, la adición con la multiplicación (en N o en Z), un segmento con una recta, dos soluciones o dos planteos de problemas o ejercicios, los tres ángulos con los tres lados de un triángulo, ángulos opuestos y adyacentes, las propiedades de dos operaciones, un postulado y un teorema, un teorema y un problema. El primer y tercer bimestre en matemática. El estudio de matemática en 7° grado y en 1er. año. Una moneda y un billete de igual valor monetario. Dos alumnos del curso. Las actividades del sábado con las del domingo; las del domingo con las del lunes. Las distintas sombras que observaron.

También puede hacérseles comparar las comparaciones de distintos alumnos.

CLASIFICAR: agrupar los elementos que tienen suficientes analogías como para distinguirlos de otros.

Implica análisis y síntesis, requiere previamente la comparación.

Una aplicación habitual es pedir a los educandos que ubiquen elementos o términos en grupos predeterminados.

El proceso de determinar las categorías o grupos es más complejo, y a ello se tenderá.

Por ejemplo, clasificar pares de ángulos determinados por cuatro rectas que se cortan (distintas posibilidades); conjunto de números con una operación según su estructura; conjunto de triángulos según sus lados.

Dar distintos criterios para clasificar un conjunto de números y aplicarlos (ver ejemplo 4 de Nivelación I).

Pedir a los alumnos del curso que se agrupen de diferentes maneras y que indiquen los criterios que utilizaron al hacerlo.

Dar una clasificación y pedir que se indique el criterio que se utilizó para hacerla.

INTERPRETAR: desentrañar el significado que algo tiene o adquiere para nosotros.

Es una parte del proceso en el que se da significado a las experiencias propias.

Ejemplos: interpretar un enunciado de una propiedad o de un teorema, un gráfico o una expresión simbólica. El método por el absurdo, qué es teorema, propiedad, postulado.

Dar a los alumnos el enunciado de una propiedad a demostrar y pedirles que escriban a partir de él la hipótesis y la tesis.

Pedirles que interpreten el significado de las siguientes expresiones:

- Estoy a tres cuadras de mi casa.

- Los puntos de la bisectriz de un ángulo están a igual distancia de los lados del ángulo.
- La suma de un número más su opuesto es igual a cero.
- El triplo de un número.

FORMULAR CRITICAS: analizar y evaluar según criterios. Es buscar los aspectos positivos y los negativos; permite abrir juicios.

Es conveniente pedir a los alumnos que aporten pruebas o causas que apoyen sus aseveraciones. Se trata de que aprendan a decir las cosas con fundamento, de que sus juicios sean sensatos.

Cuando se los ayuda a examinar las razones en pro o en contra de algo, se les está proporcionando la oportunidad de establecer ciertas normas o pautas de evaluación.

Los alumnos pueden trabajar dando los pros y los contras al responder a:

¿Cómo le resultó el estudio de las propiedades de rectas paralelas?

¿Cómo podría mejorarse?

Si pudiera elegir temas para estudiar, ¿cuáles elegiría y por qué?

¿Cómo le gustaría que se planeara el estudio de matemática en el aula?

¿Qué sugiere para que las clases resulten ordenadas?

RELACIONAR: establecer correspondencia.

Es conectar, vincular una cosa con otra, establecer el enlace. Con la práctica, los alumnos adquieren habilidad para armar con la información un puente que les permita llegar a una conclusión. Relacionan lo conocido, lo que sabían, con lo que descubren para manejarse en situaciones nuevas.

Indicarles que relacionen: la ecuación $4x = 3x + 4$ con un enunciado que describa una situación tal que se corresponda con ella.

La propiedad de la mediatriz de un segmento con las mediatrices de los lados de un triángulo.

La suma o diferencia de dos lados de un triángulo con el tercer lado.

Las propiedades en los triángulos isósceles con las de los triángulos equiláteros.

Los números naturales con los enteros.

SINTETIZAR: reconocer la sustancia de lo presentado.

Es formular la esencia del asunto; expresar la o las ideas centrales con concisión, sin omisión de puntos importantes.

No hay una única manera. Pueden enumerarse las ideas principales y luego hacerse una breve referencia a cada una, o enhebrar los recuerdos con una secuencia temporal (al narrar un hecho) o bien indicar los puntos de vista de distintos expositores.

Puede ayudarse a los alumnos en esto que resulta difícil, haciendo que subrayen o anoten las ideas principales o los conceptos importantes.

Como ejercitación: que escriban subtítulos en los pasos de un desarrollo, problema o ejercicio. Que sinteticen el trabajo de un equipo.

Que relaten sus costumbres de vida como estudiantes. Después de una comparación, que destaquen las conclusiones útiles para responder a un ejercicio propuesto.

Que sinteticen varias comparaciones.

Que elijan el título para un teorema o un problema.

BUSQUEDA DE SUPUESTOS: explicitar algo que se da por sentado.

Suponemos que algo es probablemente cierto o probablemente falso; hacer una suposición no es necesariamente incurrir en error. En la sociedad nos manejamos con convenciones impuestas de una manera informal que constituyen supuestos.

Es importante que los alumnos aprendan a distinguir suposición de hecho concreto. Es útil proponerles esta búsqueda que puede ser importante en la toma de decisiones.

Hacerles notar que en matemática frecuentemente se hacen supuestos. Por ejemplo, en el problema: L compró dos lápices por mil pesos, ¿cuánto costó cada uno?, la respuesta corriente es: quinientos pesos. Denotar el supuesto.

La ejercitación puede plantearse así:

A la proposición: escriba el menor número que se obtiene usando sólo los dígitos 7 y 2, distintos alumnos contestaron:

a) 27 ; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{2}{7 \ldots 7}$; d) 0,0 ... 027

Decir qué supuestos manejaron en los distintos casos.

Otro: ¿Cuántos números hay entre 20 y 38?
Respuestas: a) 17; b) infinitos. ¿Cuáles fueron los supuestos?

Si en una carta de un contemporáneo de José Verdi se lee: "pasé la tarde en casa de Verdi".
Puede asegurarse que:

1) ¿estuvo un rato conversando con Verdi?
2) ¿estuvo toda la tarde con Verdi?
3) ¿saludó a Verdi?
4) ¿no vio a Verdi?

Si un alumno estudió para su prueba y obtuvo bajo puntaje, ¿qué puede haber sucedido?

¿Qué pasaría si un alumno dedicara una hora diaria de estudio a matemática (o a caligrafía)?

Pedirles que cierren los ojos, relaten lo que oyen y digan los supuestos que están haciendo.

FORMULAR HIPOTESIS: enunciar una posibilidad razonable (distinto de hipótesis de un teorema).

Es algo provisorio, un planteo imaginativo de posibles soluciones.

Los alumnos se sienten más independientes y más seguros cuando pueden formular distintas hipótesis en sus trabajos. Conviene presentar las distintas hipótesis formuladas por varios para que las analicen y elijan la que aplicarán para la consecución de su tarea.

La finalidad es ayudarlos a considerar la variedad de posibilidades que se presentan en la solución de un problema o situación.

Puede ejercitárselos en algo como lo siguiente: al alumno H se le dio como dato el valor de un ángulo exterior de un triángulo y se le pidió calcular el valor del interior adyacente. La respuesta está mal. ¿Cuál podría ser el motivo del error?

a) Podría ser que operó mal en la resta de ángulos.
b) Quizás no conoce la propiedad de los ángulos adyacentes.
c) Tal vez no sabe pensar.
d) Podría no haber leído bien el ejercicio.
e) Cabría la posibilidad de que no se sintiera bien y no tuviera ganas de pensar.

Otros ejercicios:

. Al representar números sucesivos del conjunto Z en una recta quedan puntos sin correspondencia, entonces puede plantearse la hipótesis de que existen otros conjuntos de números (analizarla).

. ¿Cómo podría determinarse la cantidad de m^3 de aire por persona para los presentes en el aula?

Si la suma de dos segmentos es igual o menor que otro segmento, entonces esos tres segmentos no forman triángulo. (Justificar la conclusión)

APLICAR PRINCIPIOS A SITUACIONES NUEVAS: adaptar la información y relacionarla en un hecho distinto.

Requiere tener conocimientos y la capacidad para determinar cuáles son los principios previamente aprendidos que se adecuan a la nueva situación, discriminando la conveniencia o no de aplicarlos al caso, y cómo aplicarlos.

En matemática corresponde: buscar los datos, relacionarlos entre sí y con propiedades conocidas, manejar una secuencia razonada, obtener conclusiones; es resolver un problema.

Ejercitación: Sabiendo trazar la bisectriz de un ángulo ¿cómo puede dividirse un ángulo por 4? ¿es útil para dividirlo por 5? ¿cómo lo haría usted?

. ¿Cómo puede obtenerse el valor de la suma de los ángulos de un cuadrilátero partiendo de la suma de los ángulos de un triángulo?

. Si se conoce la suma (o diferencia) de dos números y uno de ellos, ¿cómo se obtiene el otro?

. ¿Cómo puede probarse la igualdad de los lados opuestos de un paralelogramo?

TOMA DE DECISIONES: aplicar principios jerarquizando valores.

¿Qué haçer? y ¿por qué? Implica elegir y seleccionar entre alternativas, resguardando valores, lo que a su vez implica observar, comparar, imaginar, criticar para poder elegir. Ayuda a ir definiendo la personalidad frente a los valores de la vida, a medida que se generalizan las situaciones.

Una sencilla ejercitación puede comenzar así: ¿cómo puede determinarse la capacidad de un recipiente?, ¿cómo comprobar entre dos recipientes cuál contiene más?

¿Cómo podría hacer una persona que se extravió?:
1) en la ciudad, 2) en una ruta, 3) en campo abierto.

Se quiere calcular el valor de un ángulo exterior de un triángulo: ¿Qué datos se requieren? (distintas posibilidades), o bien enunciar varios datos y que elijan los convenientes. Proceder análogamente para determinar si un triángulo es isósceles.

¿Cómo podría mejorar su rendimiento en matemática?

Problemas:

Introducción:

Un paquete de pastillas cuesta 800 pesos y un chocolate, el doble. Indicar la operación para obtener:

1) el costo de 4 pastillas. 4 . 800
2) el costo de 1 chocolate. 2 . 800 =1600

3) el costo de 7 chocolates.	7 .1600
4) el costo de 4 pastillas y 7 chocolates.	4 . 800 + 7 .1600
5) el costo de x pastillas.	x . 800
6) el costo de y chocolates.	y .1600
7) el costo de x pastillas e y chocolates.	x . 800 + y .1600

Si el costo de 5 pastillas y x chocolates es 8.800 , ¿cuánto es x?

$$5 \cdot 800 + x \cdot 1600 = 8800$$

Calcular el costo de 1 cuaderno y 1 lápiz, sabiendo que por 3 cuadernos y 2 lápices se pagaron 4.400 pesos, y el precio de 1 cuaderno es el triplo del de un lápiz.

Pedir a los alumnos que en cada problema, antes de la resolución, indiquen cuáles son la o las incógnitas, cómo las designan, y que anoten los supuestos que hacen. Que al terminar expresen explícitamente la respuesta.

Calcular el número de niñas que hay en una clase de 32 alumnos, en los siguientes casos:

1) el número de niñas es superior en 12.

2) el número de niños es tres veces mayor.

Dadas las siguientes correspondencias buscar la clave utilizada, escribiendo los pasos efectuados para descubrirla:

G I R A	Y A	D O S	S E R	G E S T A
i k t c	a c	f q u	u g t	i g u v c

Al terminar decimos nuevamente que nuestras metas están centradas en lograr que nuestros estudiantes adquieran habilidad para formular suposiciones, que busquen alternativas antes de llegar a una conclusión, y que adopten una actitud reflexiva ante las múltiples situaciones de carácter problemático que alguna vez tendrán que enfrentar.

Lo que deseamos es que sean capaces de pensar, con lo cual podrán ver más de un derrotero, y su visión de la vida será más rica. En vez de mostrarse resistentes a enfrentar problemas, los abordarán, con entereza y energía.