

Foll
373.512.14
4



Ministerio de Cultura y Educación

INV 011737

Foll
373.512.14

4 / g2

BIBLIOTECA	
Entrada	8/7/81
Procesado	Arg
Almacenado	M

MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACION
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCACION
DIRECCION NACIONAL DE INVESTIGACION,
EXPERIMENTACION Y PERFECCIONAMIENTO
EDUCATIVO

Comisión Hábitos de Estudio
y Evaluación

5. DOCUMENTO DE APOYO PARA

EL DOCENTE

Matemática (I)

Ejemplar: 2 17875

Buenos Aires
República Argentina

1979

GENERO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
Buenos Aires - Rep. Argentina

DOCUMENTO DE APOYO PARA EL DOCENTE

En esta oportunidad, sobre la base ya muy reconocida y aceptada, de que los contenidos del ciclo básico del nivel medio, tienen como finalidad la formación humana general, y los que se incluyen en el campo de la matemática, persiguen principalmente, el desarrollo y buen uso de la inteligencia, nos acercamos a los señores profesores con la intención de compartir algunas consideraciones que pueden ayudar a la tarea en el aula.

No por sabido queremos dejar de decir que en su silenciosa labor de educar los docentes contribuyen al desenvolvimiento de una sociedad, que en cada minuto vivido en la escuela colaboran en la creación de un mundo... ¿será un mundo libre? ¿reflexivo?, ¿compartido?, ¿que respeta la personalidad de cada uno de sus habitantes?

Los educandos crecen y maduran físicamente y, abrigamos la esperanza de que también maduren emocional, social, intelectual y espiritualmente.

A los profesores de Matemática se nos encomienda como principal meta que nuestros alumnos aprendan a pensar. Esta no es tarea fácil, pero tampoco lo es cualquier otra labor docente.

Queremos destacar que no estamos sugiriendo que el profesor podría enseñar a pensar a sus alumnos, más bien creemos que la capacidad de pensar es propia de todo ser humano normal y que lo que se necesita fundamentalmente es dar oportunidades para pensar. No existe un camino fácil, ni único, ni una respuesta definitiva.



Ministerio de Cultura y Educación

Simplemente desearíamos dar un marco, unas líneas de orientación, ya que, -por comprobado mediante investigaciones-, puede asegurarse que muchas oportunidades para pensar dadas a un individuo modifican su conducta habitual, es decir, lo ayudan a madurar.

Lo que estamos tratando de decir es que como no hay un único modo de pensar, cada individuo debe esforzarse por descubrir el que le es más conveniente, y por ello insistiremos en la abundante y reiterada ejercitación.

Pensar es necesariamente algo personal y creador, los pensamientos y las ideas no pueden transmitirse de una mente a otra.

Saber pensar implica fundamentalmente investigar y tomar decisiones en un proceso en el que algunas de las operaciones vinculadas con el pensar son: observar, comparar, sintetizar, interpretar, clasificar, formular críticas, buscar suposiciones, formular hipótesis, organizar datos, aplicar propiedades a situaciones nuevas, hacer proyectos, buscar lo verdadero.

Decíamos entonces, que distinguimos el producto del pensar del proceso de pensar, y que parece conveniente repetir cotidianamente algunos aspectos del proceso. Nuestra intención es, pues, destacar en el proceso de pensar los distintos pasos y hacérselos evidentes a los alumnos para crear en ellos el hábito de desarrollarlos concientemente. Para ello hemos analizado alguna ejercitación de la utilizada comúnmente en primer año.

Son muchas las dificultades que detecta el docente en la práctica de su tarea, y entre las que encuentra el profesor de Matemática podríamos citar algunas:

Dificultades de los alumnos para:

- Interpretar el vocabulario y el lenguaje corriente.
- Interpretar el lenguaje simbólico.
- Expresarse mediante el lenguaje corriente.
- Expresarse mediante el lenguaje simbólico.
- Deducir datos de un enunciado.
- Elegir los datos convenientes.
- Coordinar los datos y aplicar a ellos propiedades conocidas.
- Expresar claramente la incógnita del problema.
- Buscar a qué se quiere llegar en el problema y elegir cómo llegar a la solución. A éstas se agregan las dificultades técnicas, como operar y verificar.

Tratemos de puntualizar algunas de esas probables dificultades para primer año.

En lo que a vocabulario se refiere podríamos señalar algunas palabras que suelen ser desconocidas por los alumnos en su correcto significado como: deducir, justificar, reemplazar, sustituir, verificar, suprimir, definir, determinar, reproducir, considerar, incluir, pertenecer, graficar, interpretar, respectivamente, análogamente, recíprocamente, implícitamente, literal, símbolo, unicidad, similar, consecuencia, enunciado, significado, y muchas otras que usaremos como herramientas de trabajo.



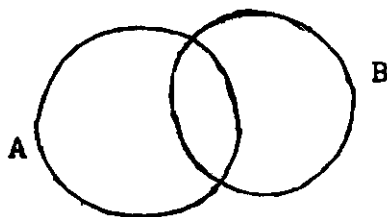
Ministerio de Cultura y Educación

Conviene enseñarlas a medida que se requieren, dejando anotados sus significados en un aparte de los trabajos prácticos, junto a una o dos oraciones ejemplificadoras.

Otra dificultad que citamos: "escribir" mediante una expresión simbólica, y "leer" una expresión simbólica, como por ejemplo cuando indicamos que un elemento está o no, (pertenece o no) en un conjunto.

En estos casos creemos que la mayoría de los profesores salvan el obstáculo a fuerza de repetir ejercitación en ambos sentidos y ampliando cada vez más el enunciado. Al respecto presentamos un ejemplo detallado más adelante.

Mayores dificultades se presentan cuando se trata de que interpreten el enunciado de un ejercicio, como por ejemplo, cuando les pedimos: dé un ejemplo que satisfaga las condiciones del siguiente diagrama:



En este caso solemos "traducirles" el pedido, diciéndoles que lo que se espera que hagan es que elijan y escriban dos conjuntos A y B tales que al ubicar sus elementos en el diagrama, éste resulte correcto.

A pesar de esta dificultad de interpretación, creemos conveniente que se siga utilizando la consigna precisa, a la que tienen que ir acostumbrándose.

Al respecto suele resultar útil pedirles: '

Prepare un ejercicio similar con otro diagrama; de esta manera volverán a escribir el enunciado y por otra parte sentirán el gusto por estar "inventando" o "fabricando" algo.

En el tipo de ejercitación como el que sigue puede manejarse detalladamente el proceso de pensar en algunas de sus fases.

$A \supset (A \cup \emptyset)$ ¿V o F? (El conjunto A incluye el resultado de la unión del conjunto A y el conjunto vacío ¿es verdadero o falso?). Insistimos, nos interesa que el alumno analice su proceso en el pensar, y esto podría hacerse así:

OBSERVO: se me pide COMPARAR dos cosas (dos miembros) para poder responder si el símbolo es o no correcto. ANALIZO: tengo que COMPARAR un conjunto A con el resultado de una operación, entonces, debo conocer primero el resultado de esa operación. La unión de un conjunto (A) con el vacío da como resultado el conjunto (A) (estoy aplicando mi conocimiento acerca de la operación unión).

RESUMO: me están preguntando si $A \supset A$. CONCLUYO: (por lo que sé de inclusión) todo conjunto se incluye a sí mismo, entonces es V.

Otro ejemplo de este tipo: $(A - B) \subset A$ ¿V o F?

También aquí tengo que COMPARAR y al ANALIZAR encuentro que tengo que resolver primero la operación (A - B) que deja en el resultado los elementos de A suprimidos los elementos de B (estoy APLICANDO mis conocimientos sobre operación diferencia), entonces todos los elementos que quedan son elementos de A, y como todos los elementos de (A - B) son elementos de A, CONCLUYO que es V.



Ministerio de Cultura y Educación

Puede continuarse con un ejercicio sin situaciones nuevas, pero algo más complejo, como por ejemplo:

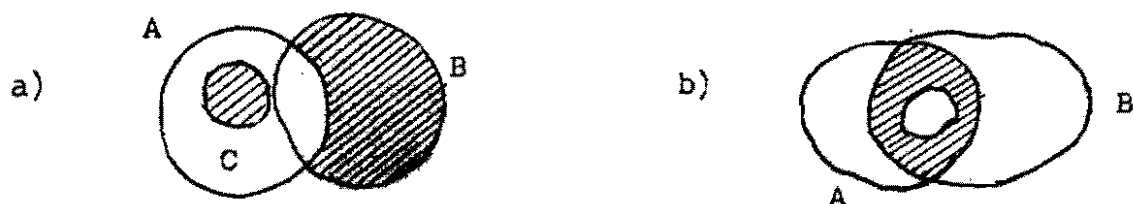
$(A - B) \subset (A \cup B)$ es ¿V o F? y más adelante con distintas situaciones.

En este recorrido el alumno va conociendo el proceso de pensar: analiza, compara, aplica conocimientos, deduce, concluye, etc.

Y esto es lo que estamos tratando de propiciar porque, como decíamos al comienzo, las oportunidades para pensar le hacen madurar.

Aún podríamos agregar que puede darse como tarea para los alumnos que preparen distintos ejemplos de conjuntos que verifiquen esos resultados.

Un aspecto del proceso en el que también parece conveniente detenerse es en el de comparar. Si estamos manejando un ejercicio como el siguiente: Indicar las operaciones que aplicadas a los conjuntos A, B y C dan como resultado la parte sombreada.



La ejercitación de observación y comparación previa a la resolución podría conducirse pidiéndoles que anoten las semejanzas y diferencias entre los diagramas a) y b). Aparecerán entre otras las siguientes respuestas:

<u>Semejanzas</u>	<u>Diferencias</u>
- <u>en ambos</u> intervienen tres conjuntos.	- en a) hay un conjunto totalmente sombreado, en b) no.
- <u>en ambos</u> hay partes sombreadas y partes no sombreadas.	- en a) hay dos partes sombreadas, en b) una sola zona sombreada.
- <u>en ambos</u> A y B tienen elementos comunes.	- en a) las partes sombreadas están separadas.
- <u>en ambos</u> el conjunto C está incluido en el A, etc.	- en b) el conjunto C está incluido en A y en B, en a) sólo en A, etc.

Después podrán sacar conclusiones de este análisis, y verán que algunas de las anotaciones son útiles para confeccionar las respuestas y otras no, aunque todas son verdaderas. Por ej., por tener el a) dos partes sombreadas separadas sabemos que necesariamente hay que aplicar unión, ¿unión de qué conjuntos?, del C que está completo y de la otra parte sombreada que obtengo sacándole a B los elementos que tiene comunes con A, o sea $(B - A)$, entonces la respuesta es $C \cup (B - A)$.

Para el caso b) tengo quitado el conjunto C, entonces tengo que restarlo. ¿Cuál es la parte sombreada antes de



Ministerio de Cultura y Educación

restar C ?, es la que tiene los elementos comunes a A y B , o sea su intersección, entonces la respuesta es $(A \cap B) - C$.

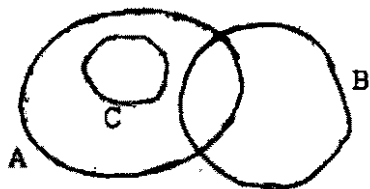
Reconocemos que la introducción del detalle de las semejanzas y las diferencias lleva tiempo, pero las pruebas en las investigaciones de estos mecanismos, aconsejan hacerlo porque el alumno va adquiriendo la práctica de la observación, de la selección, y coordinación de datos útiles, y ello implica que a la larga se desenvolverá mejor y más rápidamente.

Sería bueno saber si a los padres les gustaría participar en la resolución de un ejercicio de este tipo "fabricado" por su hijo.

Entre los otros aspectos del proceso de pensar es importante detenerse en el de búsqueda de suposiciones, distinguiendo los supuestos válidos de los dudosos, para trabajar con lo verdadero.

Un ejercicio útil para este propósito puede ser el siguiente:

Dados



a) $C \subset (A \cup B)$

b) $(C \cap A) \subset (A \cup B)$

Contestar 1º) V o F, 2º) decir si la respuesta depende o no de la situación entre los conjuntos, es decir, si depende o no del diagrama, y justificar las respuestas.

Para la 1a. parte: ANALIZO: tengo que conocer el resultado de $(A \cup B)$, el mismo es el conjunto de todos los elementos de A y todos los de B . Como en el diagrama $C \subset A$,

todos los elementos de C son elementos de A y por lo tanto de $(A \cup B)$, entonces para este diagrama es V. Pero si C tuviera algún elemento fuera de A o de B, sería F, entonces no siempre a) es V. (Aquí tenemos una buena oportunidad para que noten que basta que una propiedad o expresión no se cumpla para un ejemplo para contestar que no siempre es V, mientras que por el contrario para asegurar que siempre se cumple hay que razonar fuera del diagrama, o caso particular, generalizando).

La parte b) es un ejemplo siempre V. (Pidámosles que analicen el proceso, es decir que detallen los pasos de su justificación).

Ejercitaciones de este estilo nos permiten introducirlos en el análisis crítico de situaciones.

Siguiendo con el temario habrá que retomar el doble manejo de "leer" y "escribir" expresiones simbólicas.

Una secuencia manejable que ayuda a enseñar la expresión y representación simbólica de números es la que se presenta en la siguiente ejercitación:

Escribir las expresiones numéricas abiertas correspondientes a las frases verbales:

- 1) El resultado de sumar un número a 14.
- 2) La suma de algún número y 30.
- 3) El resultado de incrementar en 9 a algún número.
- 4) El resultado de disminuir algún número en 6.
- 5) El resultado de restar a 18 algún número.



Ministerio de Cultura y Educación

- 6) La suma de algún número y su duplo.
- 7) El producto de un número, y 2 más que ese número.
- 8) El resultado de dividir algún número aumentado en 1, por ese número.
- 9) El resultado cuando al triplo de un número se le resta el duplo del número.
- 10) Dos veces la suma de un número más 5.
- 11) El cociente al dividir por ocho, el número multiplicado por 3.

En las respuestas: 1) $14 + x$, indicar que el resultado es el mismo si se escribe $x + 14$ (propiedad conmutativa), pero que no expresa literalmente lo dicho.

- 2) $x + 30$ (lo mismo que para el 1).
- 3) $x + 9$, indicar que incrementar (o aumentar) se traduce en la operación binaria de adición, aunque en realidad el número 9 es una entidad matemática definida que no puede ser alterada, pero lo que se quiere decir es evidente.
- 4) ídem al 3) $x - 6$
- 5) $18 - x$
- 6) $x + 2x$
- 7) $x(x + 2)$
- 8) $(x + 1) : x$
- 9) $3x - 2x$ (Indicar que el triplo de un número suele expresarse como tres veces el número).

$$10) \quad 2(x + 5)$$

$$11) \quad 3x : 8 \quad \text{o bien} \quad (3.x) : 8$$

Indicar que el número desconocido es una variable, para poder diferenciar más adelante variable de incógnita, cuando el número desconocido figure en una ecuación o inecuación.

De aquí pasar a una ejercitación conectada con una realidad, como por ejemplo en el siguiente ejercicio:

Elegir una representación simbólica para la actual edad de Pedro (por ej. n), y luego expresar en relación con esa edad (n) lo siguiente:

- a) La edad de Pedro dentro de 6 años. $(n+6)$
- b) La edad de María si su edad es la mitad de la edad de Pedro. $\frac{n}{2} \quad \text{o} \quad \frac{1}{2} n$
- c) La edad de María dentro de 11 años. $\frac{1}{2} n + 11$
- ch) La edad de María 3 años antes de ahora. $\frac{1}{2} n - 3$
- d) Tres veces la edad actual de Pedro. $3 n$
- e) Tres veces la edad de Pedro dentro de 5 años. $3 (n+5)$
- f) La edad de Pedro dentro de 2 años, más la edad de María dentro de 2 años. $(n+2) + (\frac{1n+2}{2})$
- g) El cuádruple de la edad actual de Pedro y de María juntas. $4 (n+\frac{1n}{2})$

Ministerio de Cultura y Educación

- h) La edad de María dentro de 9 años $(n-4) - \frac{(1n+9)}{2}$
 sustraída de la ^{edad} edad de Pedro hace
 4 años.

Hacerles notar que la diferencia entre las edades se mantiene al transcurrir el tiempo. (Ej. diferencia de edades entre dos hermanos), pero que si la edad de una persona es en un momento el doble de la edad de otra persona, eso no vuelve a ocurrir al transcurrir el tiempo, ni sucedió antes, se da una sola vez a lo largo de las dos vidas (ej. un hermano tiene 5 años y otro 10, al pasar dos años tendrán 7 y 12, etc.)

A continuación puede manejarse la introducción de educciones así: Si a las frases verbales se las relaciona mediante un verbo se obtiene una proposición matemática, y esos verbos pueden representarse por símbolos (es mayor que, es congruente con, etc.) Ejemplo: Algún número más 3 es igual a 8: $x+3 = 8$

También puede detallarse el proceso de pensar en otra ejercitación que comúnmente se utiliza, como la siguiente:

Expresar simbólicamente y escribir el conjunto solución en los siguientes casos:

- 1º) Que cierto número es menor que 5.
- 2º) Que cierto número es menor que, o igual a 5.
- 3º) Que 5 es menor que cierto número.

R. 1º) $x < 5$ $\{1, 2, 3, 4\}$
 2º) $x \leq 5$ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 3º) $5 < x$ $\{6, 7, 8, \dots\}$

Es oportunidad de COMPARAR los resultados y establecer RELACION entre esos conjuntos. Luego: Escribir en palabras y dar el conjunto solución en los siguientes casos:

1°) $x < 4$

2°) $4 \geq x$

R. 1°) $\{1, 2, 3\}$

2°) $\{3, 2, 1\}$ y al comparar aquí los resul-

tados destacar la reciprocidad en las expresiones 1° y 2°.

Completando estas consideraciones diremos que un trabajo similar puede hacerse con los primeros temas de geometría.

Ejercicios como los que se acostumbra manejar pueden dar la oportunidad para OBSERVAR, OPERAR, SINTETIZAR.

Citamos, como ejemplo, el ejercicio:

Completar los cuadros para los casos:



U	$\overline{AB}$	$\overline{AC}$	$\overline{CA}$	r
r				
$\overline{BC}$				
$\overline{BA}$				

Idem para A



Ministerio de Cultura y Educación

No se trata entonces, de cambiar la ejercitación, sino de detallar el proceso de su manejo, porque la finalidad es, darles oportunidades para pensar ...

En fin, con nuestras tareas expresamos nuestros anhelos como educadores: ansiamos que nuestros educandos sean capaces de manejarse en situaciones nuevas, que no sean precipitados en sus juicios, que hagan buen uso de la duda, que puedan analizar las intenciones de quienes los hacen blanco de su propaganda y también que sepan captar nuevas ideas y forjar buenos sueños.

Creemos que darles oportunidades para pensar, reiterándoles y haciéndoles relatar los procesos del pensar puede contribuir en gran medida a que alcancen su madurez, esto es, queremos ayudarlos a comprender el mundo, a comprenderse mejor, y a hacerse responsables de su misión en él.