MATEMÁTICA

MÓDULO 2

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

QUIERO ESTUDIAR
FINES

MATEMÁTICA

MÓDULO 2

Estudiante:

Matemática 2
Ministerio de Educación de la Nación
1° edición, abril 2015

Autoría
Equipo Pedagógico de la Dirección Nacional de Fortalecimiento y Ampliación de Derechos Educativos.

Equipo de producción editorial
Supervisión pedagógica: Paula Grad
Corrector: Gustavo Romero
Diseño: María Denisse Balduzzi
Ilustración: Claudio Andaur
Cartografía: José Pais

AGRADECIMIENTOS

Archivo General de la Nación
Coordinación de Materiales Educativos de la Dirección Nacional de Gestión Educativa
Departamento de Áreas Curriculares de la Dirección Nacional de Gestión Educativa
Hemeroteca de la Biblioteca Nacional Mariano Moreno
Télam

Argentina. Ministerio de Educación de la Nación
Matemática 2. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2015.
100 p. : il. ; 29x21 cm.

ISBN 978-950-00-1084-9

1. Matematica. 2. Enseñanza Secundaria.
CDD 510.712

Fecha de catalogación: 13/04/2015

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Hemos iniciado en el módulo anterior el camino para finalizar el secundario. Ya trabajamos con números naturales, vimos suma, resta, multiplicación, división, potencia y raíz. Realizamos cálculos combinados, aprendimos a trabajar con fracciones, decimales y números negativos. También aprendimos a usar y comparar las distintas unidades de medida que se usan en la Argentina.

En este segundo módulo comenzaremos a profundizar algunas nociones de matemática que nos van a ayudar a comprender y analizar críticamente la información que recibimos diariamente a través de la televisión, el diario, cuando observamos mapas, gráficos, porcentajes y medidas.

Trabajaremos con problemas que nos servirán para pensar situaciones cotidianas, retomando los saberes que hemos adquirido en el módulo 1, proponiendo nuevas actividades.

En este módulo, ustedes encontrarán contenidos que se desarrollan en las siguientes unidades:

Unidad I: “Operaciones para abordar las ecuaciones” se trabajará con las ecuaciones y las operaciones que necesitamos para su resolución. **Unidad II**: “Números reales” trabajaremos una ampliación de los conjuntos de números que conocemos, incorporando los números irracionales, para poder abordar situaciones que los requieran como, por ejemplo, calcular medidas de los lados en un triángulo rectángulo. **Unidad III**: “Expresiones algebraicas” abordaremos las expresiones polinómicas y sus operaciones. **Unidad IV**: “Funciones” aborda la relación entre conjuntos, la lectura de gráficos, tablas y las modelizaciones. Y por último, en la **Unidad V**: “Funciones lineales” estudiaremos en particular las funciones lineales, las situaciones que se modelizan con estas funciones y cómo interpretarlas.

Al finalizar este módulo habrá una “Actividad integradora”, para repasar e integrar los contenidos de las unidades y las “Claves de corrección” de todas las actividades.

UNIDAD I

OPERACIONES PARA ABORDAR LAS ECUACIONES

PARA DISPARAR IDEAS

El tamaño de la pantalla de un televisor se expresa mediante pulgadas. Se habla de televisores de LCD o plasmas de 21, 22, 23, 24, 32 hasta 40, 42 y 50 pulgadas; este valor alude a la medida de la diagonal de su pantalla.

a) Sabiendo que 1” (se lee “una pulgada”) equivale a 2,54 cm, averigüe la medida en cm de la diagonal de la pantalla de un televisor de 21 pulgadas.

b) Si la base de esa pantalla es de 30 cm y la altura aproximadamente es de 44 cm, ¿cuál es el área de la pantalla?

c) La fórmula que permite calcular la medida de la diagonal en cm es $D = 2{,}54 \cdot P$ donde P es la medida de la diagonal en pulgadas. Calcule el valor de la diagonal en cm, si la diagonal de la pantalla es de 32”.

d) Si la diagonal de otro televisor mide 58,42 cm, ¿de cuántas pulgadas es?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) La medida en cm de la diagonal de la pantalla de un televisor de 21 pulgadas es aproximadamente de 53 cm.
b) La superficie es de 1320 cm^2.
c) Si $D = 2{,}54 \cdot P$, reemplazamos y obtenemos $D = 2{,}54 \cdot 32 = 81{,}28$ cm.
d) Si la diagonal de otro televisor mide 58,42 cm, es de 23 pulgadas.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

El papiro matemático Rhind es el escrito más antiguo que ha llegado a nuestros días y se descubrió a mediados del siglo XIX en Tebas (Egipto). Este papiro resultó ser la obra de un escriba llamado Ahmose o Ahmés, quien lo escribió en el siglo XVI a. C., hace más de 3.600 años; se dice que Ahmose o Ahmés lo copió de otra obra escrita en el siglo XIX a. C.
En este papiro se incluye el viejo acertijo: “Hay 7 casas con 7 gatos cada una, sabiendo que cada gato come 7 ratones y cada ratón se ha comido 7 espigas de trigo y cada espiga de trigo produce 7 arrobas de trigo. ¿Cuántas arrobas de trigo se han perdido?”

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Primero se puede calcular que hay 7 gatos por casa, un total de 49 gatos. Los 49 gatos se comieron 7 ratones cada uno, por lo cual hay 343 ratones muertos, los cuáles se habrían comido cada uno 7 espigas de trigo, es decir 2.501 espigas; las que hubieran producido cada una 7 arrobas de grano de trigo, es decir 16.807 arrobas . Se concluye que se han perdido 16.807 arrobas de trigo.
Una forma más sencilla es plantear las multiplicaciones parciales sucesivamente: 7 · 7 · 7 · 7 · 7 = 16.807 pudiéndose expresar 7^5, lo cual significa que se multiplica la cantidad 7 tantas veces como lo indica el exponente 5. Esta operación se llama potenciación. En una calculadora científica se hace de la siguiente manera:

En el acertijo de los gatos egipcios, el término arroba proviene del árabe (ar-rub) y designa una antigua unidad de medida. Los gatos eran adorados por los egipcios y decían que tienen 7 vidas.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

LECTURA DE POTENCIAS

La potencia primera de un número natural es igual al mismo número: $8^1 = 8$. En el siglo XII el matemático hindú Bhaskara usó la inicial de la palabra cuadrado para indicar la potencia 2. Actualmente se continúa nombrando así. De la misma manera 5^3 se lee como "cinco al cubo". A su vez,. 3^4 se lee como "tres a la cuarta", 6^5 se lee como "seis a la quinta", y así sucesivamente.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

La potencia 0 de un número cualquiera, diferente de 0, es igual al número 1. Ejemplo: $27^0 = 1$

La propiedad conmutativa no vale para la potenciación de números naturales, porque por ejemplo $5^2 = 25$ no es igual que $2^5 = 32$.

Aunque no se cumplan esas propiedades, es posible agilizar la potenciación, por ejemplo utilizando la propiedad distributiva de la potenciación respecto del producto, de la siguiente manera:

$$(7 \cdot 3)^2 = (21)^2$$
$$7^2 \cdot 3^2 = 49 \cdot 9 = 441$$

• La propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la división es de la siguiente manera:

$$(10 : 2)^3 = 10^3 : 2^3 = 1000 : 8 = 125$$
$$(10 : 2)^3 = 5^3 = 125$$

• El producto de potencias de igual base es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma de los exponentes de las potencias dadas:

$$2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8 = 256$$

• El cociente de potencias de igual base es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la resta de los exponentes de las potencias dadas:

$$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

• Toda potencia de otra potencia es igual a otra potencia de la misma base, cuyo exponente es el producto de los exponentes de las potencias dadas:

$$(2^2)^3 = 2^6 = 64$$

ACTIVIDAD

1) Calcule las siguientes operaciones:

a) $7^2 =$ b) $3^2 + 2^3 =$
c) $3^4 - 4^3 =$ d) $(12 - 7)^2 =$ e) $6^2 + 8^2 =$

2) Realice las siguientes operaciones:

a) $4 \cdot 5^2 + 2^3 - 3^3 =$ b) $1^7 + 20 : 2 - 3^2 =$
c) $45^0 + (2 \cdot 5)^2 =$ d) $54^0 + 2 \cdot 52 =$

3) La distancia media aproximada del planeta Mercurio al Sol es de 58.000.000 kilómetros, es decir, 58 millones de kilómetros. También se puede escribir utilizando la "notación científica": 58.000.000 = $5{,}8 \times 10^7$ Escriba las siguientes distancias medias aproximadas en notación científica:

a) Del planeta Tierra al Sol: 150.000.000 kilómetros.
b) Del planeta Marte al Sol: 228.000.000 kilómetros.

4) Aplique las propiedades para agilizar el cálculo:

a) $3^3 \cdot 3^0 \cdot 3^2 =$ b) $5^3 \cdot 5^2 : 5 =$
c) $(2^2)^3 : 2^5 \cdot (2^3)^2 =$ d) $(4^4 \cdot 4^2 : 4^3)^3 =$ e) $2^6 : 2^3 \cdot 2^0 =$

5) Escriba en palabras las siguientes operaciones. Por ejemplo: "cuatro al...". Luego resuelva.

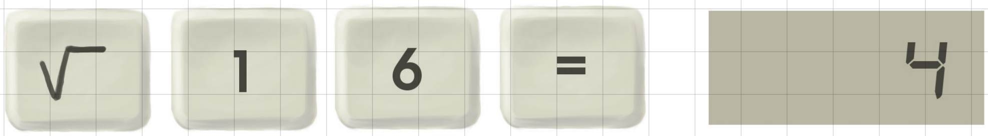
a) $4^3 : 4^2$
b) $5^2 \cdot 5^3$

RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

$\sqrt[3]{8} = 2$ pues $2^3 = 8$. Se lee “la raíz cúbica de 8 es igual a 2 pues el cubo de 2 es 8”. Cuando el índice es 2 no es necesario escribirlo: $\sqrt{9} = 3$ pues $3^2 = 9$. Se lee “la raíz cuadrada de 9 igual 3 ya que 3 al cuadrado es 9”.

El primer matemático que utilizó el término “raíz cuadrada” fue Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, en el año 1220. El matemático Euler opinaba que el origen del símbolo del radical $\sqrt{\ }$ fue la letra r (de raíz).

Estos cálculos típicos, son más fáciles de realizar con las teclas $\sqrt{\ }$ ó $\sqrt[3]{\ }$ que aparecen en algunos modelos de calculadoras científicas. Para calcular $\sqrt{16}$ se opera así:



PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

La raíz del número 1 con cualquier índice natural siempre es 1:

$\sqrt[3]{1} = 1$ pues $1^3 = 1$ $\qquad$ $\sqrt{1} = 1$ pues $1^2 = 1$

La propiedad conmutativa no vale para la radicación de naturales porque, por ejemplo, $\sqrt[3]{8}$ no es igual que $\sqrt[8]{3}$.

La propiedad distributiva de la radicación con respecto a la división es de la siguiente manera:

$$\sqrt{64:16} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = 8 : 4 = 2$$

Toda raíz de otra raíz es igual a otra raíz del mismo radicando, cuyo índice es el producto de los índices de las raíces dadas: $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$

CÁLCULOS COMBINADOS CON NATURALES

¿Cuánto es $4 + 3 \cdot 5$? Para resolverlo es necesario jerarquizar las operaciones, es decir, determinar qué operaciones deben hacerse primero. El segundo término está formado por la multiplicación $3 \cdot 5$, y esta debe resolverse primero, mientras que el 4 es el primer término, y esa suma se resuelve luego.

En otras operaciones combinadas más extensas, primero se resuelven los paréntesis y luego los corchetes; después, los exponentes y raíces, a continuación los productos y cocientes y finalmente las sumas y restas.

ACTIVIDAD

6) Resuelva:

a) $\sqrt{16} - \sqrt{9} =$ b) $\sqrt{16 + 9} =$ c) $5^2 - 3^2 =$

d) $\sqrt{49} + 4^3 =$ e) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} =$

7) Realice las siguientes operaciones:

a) $5^2 \cdot 2 + \sqrt{100} =$ b) $\sqrt{64} + \sqrt{36} =$

c) $\sqrt{64 + 36} =$ d) $3 \cdot \sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{27} =$

8) Resuelva separando en términos y respetando la jerarquía de las operaciones:

a) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 =$ b) $(120 : 6 - 14 : 7) : 6 + 5^0 =$

c) $(6 : 2 + \sqrt{81} \cdot 3) : (50 : 5) =$ d) $[(16 : \sqrt{16} + 6) : 5 + 10] : 2^2 =$

SUPRESIÓN DE PARÉNTESIS

Cuando un paréntesis está precedido por un signo menos, podemos suprimirlo pero tenemos que cambiarle el signo a cada uno de los términos que están dentro del paréntesis.

Por ejemplo:

$15 - (3 - 1) =$

$15 - 3 + 1 = 13$

Otro ejemplo:

$20 - (10 + 4 - 6) =$

$20 - 10 - 4 + 6 = 12$

PROPIEDAD CANCELATIVA

Si en un cálculo se suma y se resta un mismo número, el resultado no varía. Por lo tanto, se los puede cancelar.

Por ejemplo:

$$10 \cancel{+3} \cancel{-3} + 4 = 10 + 4$$

Si en una operación, se multiplica y se divide por el mismo número, el resultado no varía. Por lo tanto, se los puede cancelar.

Por ejemplo:

$$23 \cancel{\cdot 8} \cancel{: 8} = 23$$

ACTIVIDAD

9) Suprima los paréntesis y luego cancele los términos adecuados:

a) $(1 + 2 - 3) - (1 - 2 - 3) + (1 - 2) =$

b) $(13 + 1 - 2) - (8 + 1) + (2 + 8) - 10 =$

c) $(10 + 5) + (20 + 7) - (3 + 10) - (2 + 20) =$

10) Suprima los paréntesis y luego cancele los factores adecuados:

a) $10 \cdot 4 : 4 =$

b) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 : 8 =$

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) La suma de las edades de mis 2 cuñadas es 100. Si una tiene 48, ¿cuántos años tiene la otra?

b) El triple de un número más el doble del mismo número es igual que 30. ¿Cuál es ese número?

c) En esta empresa las horas extras trabajadas en feriados se pagan el doble de lo habitual. Trabajé 130 horas en el mes pero 10 son horas extras y cobré un total de \$2.800, ¿cuánto me pagan por hora extra?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Las situaciones anteriores se pueden resolver por tanteo, haciendo pruebas con distintos números. Utilizaremos ecuaciones para avanzar en la construcción de los saberes matemáticos.

a) Si la suma de las edades de mis cuñadas es 100 y una de ellas tiene 48, podemos calcular la edad de la otra restando 100 – 48 = 52. Pero también podría plantearse de esta forma: si se llama x a la edad desconocida, se puede escribir en lenguaje simbólico:

$$x = 100 - 48 = 52$$

b) Llamando x al número desconocido se puede plantear:

$$3 \cdot x + 2 \cdot x = 30$$
$$5 \cdot x = 30$$
$$x = 6$$

c) Si trabajé 130 horas en el mes de las cuales 10 son horas extras, las otras horas son 120. Como esas 10 horas extras cuentan como dobles, puedo considerar que son 20 horas; podemos plantear entonces que trabajé 140 horas, entonces 2800 : 140 = 20

Por lo tanto cada hora se paga $20, y cada hora extra se paga $40.

Si se llama x al valor de la hora, se podría plantear:

$$120 \cdot x + 20 \cdot x = 2.800$$
$$140 \cdot x = 2800$$
$$x = 2800 : 140 = 20$$

ECUACIONES

PASAJE DEL LENGUAJE COLOQUIAL AL SIMBÓLICO

El lenguaje coloquial es el que usamos en matemática cuando expresamos unas idea en palabras. En algunas ocasiones es conveniente traducir esas palabras a símbolos para trabajarlos matemáticamente. Si llamamos x a un número cualquiera:

El triple de un número será $3 \cdot x$
La mitad de un número será $x : 2$

✖ ACTIVIDAD

11) Escriba en símbolos cada expresión utilizando la letra x.

a) La mitad de un número natural.
b) La suma entre un número y su cuadrado.
c) La diferencia entre un número y su cubo.
d) El anterior de un número natural.
e) El quíntuplo de un número natural.

12) Traduzca del lenguaje coloquial al simbólico utilizando la letra n.

a) El triple de un número.
b) El siguiente de un número natural.
c) El cuadrado de un número natural.
d) La cuarta parte de un número natural.
e) El cubo del anterior de un número natural.
f) El anterior del cubo de un número natural.

ECUACIONES E IGUALDADES

Una ecuación es una igualdad con variables que se verifica para determinados valores de esas variables.

Por ejemplo, en la ecuación $x + 3 = 7$ se dice que $x + 3$ es el primer miembro y 7 el segundo. Esta ecuación se verifica para el valor $x = 4$. Otro ejemplo, $Y^2 + 1 = 10$ es una ecuación cuyo conjunto solución está formada por $Y = 3$ o $Y = -3$.

ACTIVIDAD

13) Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando propiedades. Verifique.

a) $p + 2 = 2^3$
b) $y - 7 = 16$
c) $m \cdot 2 = 6$
d) $a : 5 = 4$
e) $x : 5 + 7 = 3^2$
f) $2p - 6 = \sqrt{16}$
g) $3 + x = 9$
h) $m - 5 = 6 + 2^3$
i) $6p = 30$
j) $t : 3 = 5$
k) $4b = 6^2$
l) $x^2 = 4^2 + 3^2$
m) $x^3 = \sqrt{36} + \sqrt{4}$
n) $\sqrt{x} = \sqrt{36} + \sqrt{4}$

14) Si al doble de mi edad le resto 40, obtengo 30. ¿Cuál es mi edad? Plantee en símbolos y resuelva. Verifique la solución hallada.

15) Suprima paréntesis, cancele y opere.

a) $(x + 16) - (x + 3) - (12 - x) = 4$
b) $2 \cdot 3^2 - (9 - m) + 3m - m + 10 = 5^2$
c) $x + 20 - (x - 6) - (10 - x) = 23$

16) Escriba en lenguaje simbólico, calcule y verifique.

a) ¿Qué número natural al cuadrado es 9?
b) ¿Qué número natural al cubo es 8?
c) La raíz cuadrada de un número natural es 7. ¿Cuál es ese número?

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON RACIONALES

El doble de un número es $\frac{3}{5}$. ¿Cuál es ese número? Planteamos:

$$2n = \frac{3}{5}$$

Luego se opera:

$$n = \frac{3}{5} : 2$$

$$n = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$n = \frac{3}{10}$$

Otro ejemplo: un número aumentado en $\frac{1}{4}$ es igual que $\frac{1}{3}$.¿Cuál es ese número? Planteamos:

$$n + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

Se opera:

$$n = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$n = \frac{4 - 3}{12}$$

$$n = \frac{1}{12}$$

Analice otra situación: el triple de un número más $\frac{2}{3}$ es igual que $\frac{5}{2}$. ¿Cuál es ese número?

$$3x + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$$

$$3x = \frac{5}{2} - \frac{2}{3}$$

$$3x = \frac{11}{6}$$

$$x = \frac{11}{6} : 3$$

$$x = \frac{11}{6} \cdot \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{11}{18}$$

✖ ACTIVIDAD

17) Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando propiedades. Si lo considera necesario pase los decimales a fracciones.
Verifique las soluciones halladas.

a) $\sqrt{x} = \frac{7}{10}$ b) $2x = \frac{3}{7}$

c) $x - 1 = 0{,}3$ d) $2x - 2 = \frac{1}{5}$

18) Halle el conjunto solución de las siguientes ecuaciones. Verifique.

a) $4x - 20 + \sqrt{36} = (-2) \cdot (-5)$ b) $2x + (-12) : (-2) = -2$

c) $-4x + \sqrt{25} = 4^2 + 5^0$ d) $-7x = 0$

e) $-7 + x = 0$ f) $7 + x = 0$

19) Plantee, resuelva y verifique las siguientes situaciones problemáticas:

a) Si a un número se le suma 10 se obtiene -12, ¿cuál es ese número?
b) Jorge pensó un número y le sumó el triple de -6 obteniendo por resultado -30. ¿Cuál es ese número pensado?

ACTIVIDAD INTEGRADORA

20) Resuelva teniendo en cuenta el orden adecuado de resolución de los cálculos combinados.

a) $[(\sqrt{64} \cdot \sqrt[3]{8} : 4)^2 : (2^2)^3]^2 =$

b) $[\sqrt[3]{64} \cdot (2^3 - \sqrt{36}) \cdot 3^2 : 6^2 \cdot 5 =$

c) $\sqrt[3]{64} + 3 \cdot (2 \cdot \sqrt{9} - \sqrt{4}) + (7 - 5)^3 - 3^2 \cdot \sqrt{4} =$

21) Si se suma 9 al doble de un número se obtiene el triple disminuido en 7. ¿Cuál es dicho número?

22) Halle el conjunto solución de las siguientes ecuaciones. Verifique.

a) $4x + \sqrt{36} - 20 = 10$

b) $2x + 6 = 12$

c) $\sqrt{25}\, x + \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{9}\, x + 3 \cdot (-2)^2 + 2^3$

d) $2x^2 - 45 = 5$

e) $x^2 - 1 = 3$

f) $5x^2 = 45$

23) El doble de un número más el triple de 6 es 24. Calcule dicho número.

24) El triple de un número menos el doble de 9 es -24.
Calcule dicho número.

25) La mitad de un número más el doble de -5 es -14. ¿Cuál es ese número? Verifique.

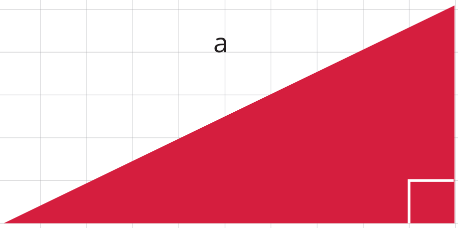
UNIDAD II

"NÚMEROS REALES"

TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras fue, sin duda alguna, uno de los grandes matemáticos de la historia. La siguiente propiedad, ya conocida en su época, lleva su nombre como homenaje.

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



Teorema de Pitágoras:
si se llama "a" a la hipotenusa y "b" y "c" a los catetos, se cumple siempre que: $a^2 = b^2 + c^2$

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) Un campo rectangular de 8 km de largo por 6 km de ancho se repartirá en partes iguales entre 2 hermanos, por lo cual se alambrará por completo y se agregará una división en diagonal.
Calcule la cantidad de alambre y el importe necesario para realizar la división, sabiendo que se colocan 5 vueltas de alambre y que el rollo de 1.000 metros cuesta $800.

b) Si los hermanos dudan entre dividir el campo en forma diagonal, horizontal o vertical, ¿cuál es la opción más económica para alambrar las 2 partes? y ¿cuánto ahorran?

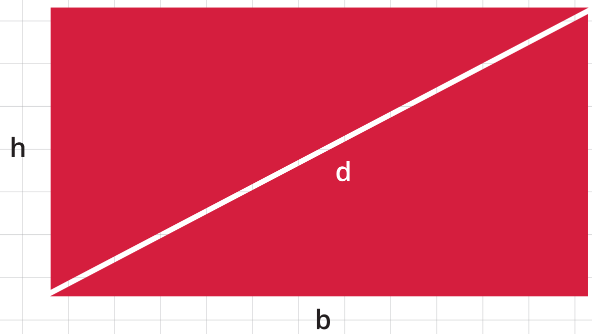
c) Obtenga la medida de la base de un rectángulo cuya diagonal mide 15 cm y la altura mide 0,09 m. Luego calcule el perímetro y el área.

d) En un cuadrado, el perímetro es de 20 cm. Calcule la medida exacta de la diagonal.

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

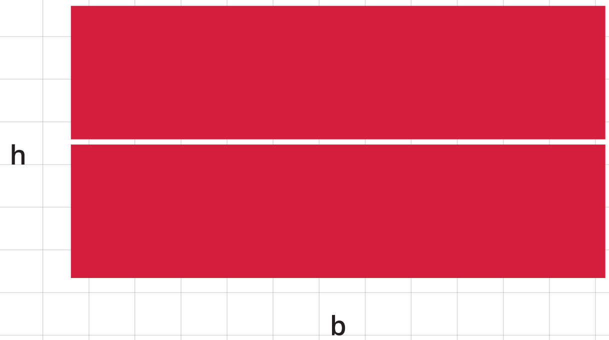
a) Si se dibuja el rectángulo y se traza la diagonal, se puede tomar uno de los triángulos rectángulos que quedan determinados y se aplica el "Teorema de Pitágoras": $8^2 + 6^2 = d^2$, y como $8^2 + 6^2 = 100$, la diagonal del campo rectangular mide entonces 10 km pues 10^2 es 100.

Para alambrar el campo se calcula primero el perímetro del rectángulo y se obtiene 28 km. A este valor se le agrega la línea diagonal divisoria; por lo tanto cada vuelta insume 38 km. Si se consideran 5 vueltas, el total de alambre asciende a $5 \cdot 28 = 190$ km; es decir 190.000 m.

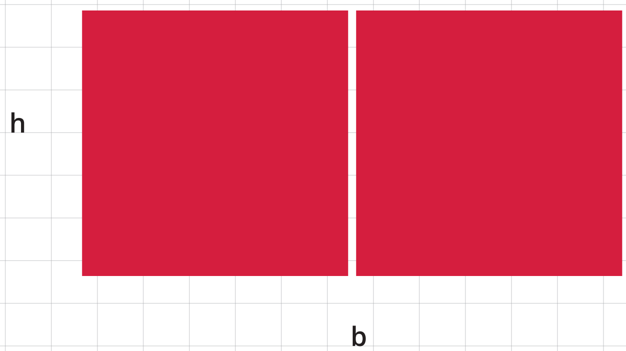


Como cada rollo de alambre tiene 1.000 m, necesitamos 190 rollos. Como el valor de cada rollo es de $800, el total asciende a $152.000.

b) Si la división fuese horizontal, se dibuja una figura rectangular y se unen los puntos medios de cada altura, trazando la base media horizontal.



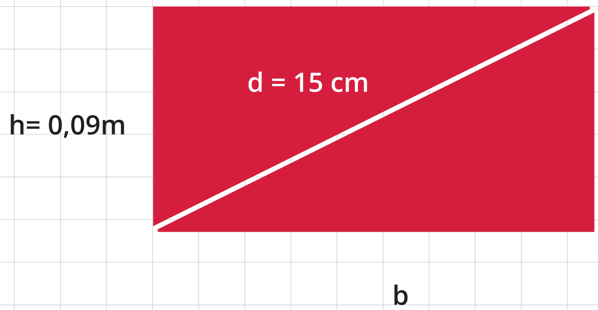
El perímetro del rectángulo es de 28 km, se le agrega la base media horizontal divisoria de 8 km, por lo que cada vuelta insume 36 km. Si se consideran 5 vueltas, el total de alambre asciende a 180 km.



Si la división fuese vertical, se dibuja una figura rectangular y se unen los puntos medios de cada base, trazando la base media vertical.

El perímetro del rectángulo es de 28 km. Se le agrega la base media vertical divisoria de 6 km, por lo que cada vuelta insume 34 km. Si consideran cinco vueltas, el total de alambre asciende a 170 km.
La opción más económica es la tercera: el costo será de 170 rollos a $800 cada uno. El importe será de $136.000, y el ahorro será de $16.000.

c) Al estar en diferentes unidades, expresamos 0,09 m en cm, por lo cual 0,09 m = 9 cm. Si se aplica el "Teorema de Pitágoras", se obtiene



$$9^2 + b^2 = 15^2$$
$$81 + b^2 = 225$$
$$\text{entonces } b^2 = 225 - 81$$
$$b^2 = 144$$
$$b = 12 \text{ cm}$$

Para calcular el perímetro, se suman los lados y se obtiene un perímetro de 42 cm. Y para calcular el área, se multiplica la base por la altura y se obtiene una superficie de 108 cm^2

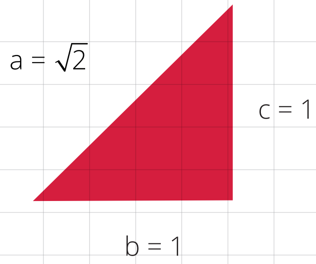
d) Como el perímetro del cuadrado es de 20 cm, cada lado mide 5 cm. Si se traza la diagonal del cuadrado, se obtienen 2 triángulos rectángulos y se puede aplicar la "propiedad de Pitágoras" por lo cual

$$5^2 + 5^2 = d^2$$
$$25 + 25 = d^2$$
$$\sqrt{50} = d$$

La medida exacta de la diagonal del cuadrado es $\sqrt{50}$ cm.

LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Aplicando el teorema de Pitágoras, en un triángulo rectángulo de lado 1 se obtiene que la medida de la hipotenusa es un número cuyo cuadrado es 2.



En la época de Pitágoras se trató de expresar esta longitud como una fracción, pero no se pudo ya que no se logró encontrar una unidad para poder dividir en una cantidad entera de partes a la hipotenusa del triángulo rectángulo. Por eso, se la llamó "inexpresable" ya que no podía expresarse ni con números enteros ni con fracciones.

Siglos después, Euclides, otro matemático griego, demostró que ese número cuyo cuadrado es 2, no es racional, es decir no se puede escribir como una fracción y lo llamó número irracional.

ACTIVIDAD

1) Calcule el perímetro de un triángulo rectángulo si sus catetos miden 5 cm y 12 cm.

2) En un triángulo isósceles el lado desigual mide 8 cm y el perímetro mide 18 cm. Calcule las medidas de los lados, su altura y su área.

3) Un rombo tiene sus 4 lados de igual longitud y sus diagonales forman un ángulo recto. Calcule el perímetro de un rombo si sus diagonales miden 6 cm y 8 cm.

4) Las bases de un trapecio isósceles miden 25 y 17 cm y cada uno de los lados no paralelos es de 5 cm. Calcule la altura, el perímetro y el área.

5) En un trapecio rectángulo las bases son de 7 y 4 cm respectivamente y la altura de 2 cm. Calcule el perímetro y el área del trapecio.

LOS NÚMEROS RACIONALES E IRRACIONALES

La fracción $\frac{1}{3}$ = 0,33333333333... tiene una cantidad infinita de números 3 en su expresión decimal. Podemos escribirlo como $0,\overset{\frown}{3}$. En este caso decimos que es un número "periódico".

Pero además de los racionales, hay números que no pueden expresarse como fracción, es decir, hay infinitos números que no son racionales. Esto sucede porque tienen infinitas cifras decimales pero que no se repiten periódicamente, no tienen período. ¿Conoce alguno?

1,234567891011121314151617181912021233435363 7....

Las cifras decimales que están a la derecha de la coma no forman período, por lo cual no se puede expresar como fracción.

También son irracionales las raíces de números naturales no enteras como $\sqrt{3}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt[3]{10}$. Como la expresión decimal de estos números es infinita y no forma período, la manera más cómoda y exacta de expresarlos es con las raíces.

El conjunto de los números irracionales forma junto con los racionales un conjunto llamado "números reales". El conjunto de los números reales permite completar la recta numérica ya que a cada número real le corresponde un punto de la recta y a cada punto de la recta le corresponde un número real.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) En un rectángulo, la base mide $\sqrt{8}$ cm y la altura $\sqrt{2}$ cm.
Calcule el perímetro y la superficie del rectángulo.

b) En un cuadrado, el lado mide $\sqrt{5}$. Calcule el perímetro y la diagonal del cuadrado.

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) Para calcular el perímetro se suman los lados

Perímetro = $2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{8})$

La expresión se puede reducir porque $\sqrt{8} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$

Perímetro = $2 \cdot (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = 2 \cdot (3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$

El perímetro mide $6\sqrt{2}$ cm.

Para calcular el área, se multiplica la base por la altura

Área = $b \cdot h = \sqrt{8}$ cm $\cdot \sqrt{2}$ cm $= \sqrt{16}$ cm² = 4 cm²

El área mide 4 cm².

b) Si el lado del cuadrado mide $\sqrt{5}$ cm, el perímetro se obtiene sumando los 4 lados o multiplicando por 4, por lo cual el perímetro mide $4 \cdot \sqrt{5}$ cm.
La diagonal se obtiene aplicando la "propiedad de Pitágoras":

$$d^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 5 + 5 = 10$$

Por lo tanto la diagonal d mide $\sqrt{10}$ cm.

✖ ACTIVIDAD

6) Opere con los siguientes números reales:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$ b) $8\sqrt{7} - 3\sqrt{7} =$ c) $\sqrt{18} =$
d) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} =$ e) $\sqrt{35} : \sqrt{7} =$

7) La base de un rectángulo mide $7\sqrt{5}$ cm y la altura $3\sqrt{5}$ cm.

a) Calcule el perímetro del rectángulo. **b) Calcule su área.**

8) Calcule el perímetro y el área de un cuadrado de lado $\sqrt{2}$ cm.

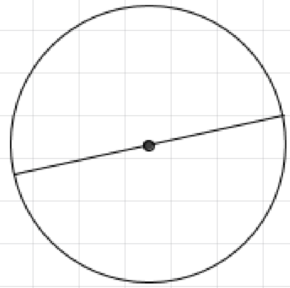
9) Calcule el perímetro y el área de un rectángulo de base $\sqrt{6}$ mm cuya altura es el doble de la base.

IRRACIONALES FAMOSOS

Hay tres números irracionales cuyas aplicaciones, tanto en matemática como en otras disciplinas, son tan numerosas e importantes que se los pueden denominar como los irracionales más famosos. Estos son: π, e, ϕ, llamados *número pi, número e* y *número fi* ó *número de oro.*

EL NÚMERO π

Los babilonios, chinos, egipcios, griegos y otros pueblos de la antigüedad sabían que la razón (división) entre la longitud de una circunferencia y su diámetro da siempre el mismo resultado; es un número cercano a 3, el cual surge de dividir la longitud de la circunferencia y su diámetro. A este cociente se lo designa con la letra griega π que es la inicial de la palabra griega *periferia*. Recién en el siglo XVIII el matemático alemán Johann Lambert demostró que π es un número irracional.



PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) Si el radio de la circunferencia es 5 cm, exprese la longitud de la circunferencia y halle un valor aproximado de la longitud de la circunferencia considerando la aproximación de $\pi \approx 3{,}14$.

b) Si el diámetro de una circunferencia es de 6 cm, exprese su área y calcúlela en forma aproximada.

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) Si el radio mide 5 cm, el diámetro mide 10 cm.
Un valor aproximado de la longitud de la circunferencia considerando la aproximación es de: $L = 31{,}4$ cm.

b) Si el diámetro mide 6 cm, el radio mide 3 cm.
Área del círculo $= \pi \cdot 3^2$
Área del círculo $= 9 \cdot \pi$
Usando la aproximación $\pi \approx 3{,}14$ se obtiene $28{,}26 \text{ cm}^2$.

ACTIVIDAD

10) El radio de la Tierra mide aproximadamente 6.400 km. (Suponga, para este problema, que la tierra es una esfera).

a) ¿Cuánto mide el Ecuador?
b) ¿Y el meridiano de Greenwich?

11) ¿Cuál es el la expresión del área de un círculo si la expresión de la longitud de la circunferencia es 10 π?

12) Con una chapa cuadrada de 1,60 m de lado se construye un disco de 1,60 m de diámetro.

a) Calcule el área del cuadrado.
b) Calcule el área del disco.
c) ¿Cuál es el porcentaje de chapa que se descarta?

13) Un cantero circular tiene un diámetro de ocho metros.

a) Indique la medida del radio del cantero.
b) Calcule su área.
c) Si desea sembrar en la mitad del cantero, ¿cuál será el área destinada?

14) Se está embaldosando un patio rectangular de 12 m de frente por 8 m de fondo, exceptuando un círculo central destinado a una fuente de 2 m de radio.

a) ¿Cuál es el área total del patio?
b) ¿Y el área de la fuente?
c) ¿Y el área a cubrir por las baldosas?

ACTIVIDAD INTEGRADORA

15) Calcule el perímetro y la superficie de un cuadrado de lado $\sqrt{7}$ cm.

16) Exprese el perímetro y el área de un rectángulo de base $\sqrt{3}$ cm y de altura igual al triple de la base.

17) El perímetro de un triángulo equilátero es de 30 cm.

a) Calcule su altura.
b) Obtenga su área.

18) Calcule el lado de un trapecio rectángulo si su base menor mide 6 cm, la base mayor mide 8 cm y la altura mide 1 cm. Calcule su perímetro.

19) Las bicicletas suelen clasificarse en: rodado 20, 24, 26, 28, etc. indicando con ello el diámetro de las ruedas en pulgadas (recordemos que una pulgada es igual a 2,54 cm). Si una bicicleta avanza 207,4 cm por cada vuelta de rueda, ¿qué tipo de rodado es?

20) El área de un círculo es 49 π.

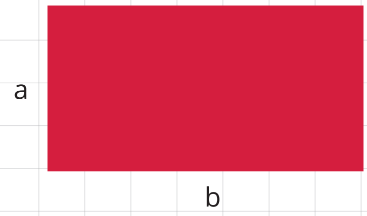
a) Calcule la longitud del radio.
b) Y la longitud de la circunferencia.

UNIDAD III

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Considere un rectángulo.



Si la altura es "a", y la base es "b",
la expresión de su perímetro estará dada por:
P = 2(a + b)

Y la de su área por:
A = a · b

Una expresión algebraica es una fórmula que contiene letras. Estas letras representan valores, y pueden reemplazarse por el número que corresponda dependiendo del problema que se trata.

POLINOMIOS

Se llama polinomio a una expresión finita del tipo:

$$P(x) = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3 + \ldots\ldots$$

Los valores a, b, c d,... son los coeficientes de cada término, "x" la variable y su exponente es un número natural. Se denomina "grado del polinomio" al mayor de los exponentes de la variable.

En este polinomio $M(x) = x^3 + \frac{6}{5}x^2 - 2$ el grado es 3 y los coeficientes son 1, $\frac{6}{5}$ y -2. Se dice que el polinomio está incompleto porque el término de grado 1 no existe. Además a este polinomio se lo llama trinomio por tener 3 términos.

En cambio, este es un polinomio completo y ordenado en forma decreciente:

$$P(x) = 0{,}5x^3 + 6x^2 + 0x - 2$$

T (x) = 5 es un monomio de grado 0
N (x) = 0 es un polinomio nulo
R (x) = 5 – 2x es un binomio (por tener dos términos) de grado 1

VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO

Se llama valor numérico o evaluación al número que se obtiene de reemplazar por un valor determinado a la variable "x".

El valor numérico de $P(x) = 5 - 2x$ para $x = 3$ se escribe $P(3)$ y se calcula $P(3) = 5 - 2 \cdot 3 = -1$

✖ ACTIVIDAD

1) Calcule el valor numérico de $P(x) = x^2 + 2$ en cada caso:

a) $x = 0$ **b) $x = 4$**

2) Resuelva

a) Indique si el polinomio $P(x) = 0{,}6\,x^4 - 8x^2 + 7x - 0{,}5\,x^5$ está completo o incompleto.
b) Complete y ordene el polinomio en forma decreciente.
c) Indique los coeficientes y el grado del mismo.

OPERACIONES CON MONOMIOS Y BINOMIOS

Recordando las propiedades aprendidas para las operaciones con números reales, podemos operar con ellas pero ahora para los polinomios, aplicando las propiedades de producto y cociente de potencias de igual base:

$$x^7 \cdot x^5 = x^{12} \text{ o } x^7 : x^5 = x^2$$

Aplicando la propiedad distributiva, para multiplicar un monomio por un polinomio:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Aplicando la propiedad distributiva, para multiplicar un binomio por otro binomio:

$$(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$$

ACTIVIDAD

3) Aplique las propiedades para operar con monomios y binomios:

a) $x^7 \cdot x^4 =$ b) $x^5 : x^3 =$ c) $9x^4 \cdot x^2 =$
d) $3x^5 : x^2 =$ e) $x^7 : x^3 =$ f) $9x^4 \cdot x^2=$
g) $x^3 : x^2=$

4) Opere y cancele en las siguientes expresiones:

a) $3\,(a - b) - 2\,(-b + a) =$
b) $2\,(a + b) - 3\,(a - b) =$
c) $m\,(c - 3) + c\,(3 - m) =$

5) Para el siguiente rectángulo:

a

4

a) Halle la expresión del perímetro.
b) Y la expresión del área.
c) Obtenga el valor numérico del perímetro para $a = 3$.
d) Obtenga el valor numérico del área para $a = 3$.

6) Opere con los siguientes polinomios y redúzcalos a la mínima expresión:

a) $(3x^3)^2 =$ b) $(4x^3)^2 - 16\,(x^2)^3 =$ c) $x^2 \cdot (x + 7) =$
d) $2x \cdot (x + 5) =$ e) $8x \cdot (x^3 - 6) =$ f) $(x + 2) \cdot (2x - 5) =$
g) $x^7 : x - 3(x^3)^2 + (2x^2)^3 =$

ADICIÓN DE POLINOMIOS

La suma de dos polinomios es otro polinomio cuyos términos se obtienen sumando los monomios de igual grado llamados "términos semejantes".

$P(x) = 5x^3 - x^2 + 6x - 2$ $Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$

$$P(x) + Q(x) = 5x^3 - x^2 + 6x - 2 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$P(x) + Q(x) = 5x^3 + 2x^2 + 4x - 1$$

SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

La diferencia de dos polinomios es otro polinomio cuyos términos se obtienen restando los términos semejantes.

$P(x) = 5x^3 - x^2 + 6x - 2$ $\qquad$ $Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$

Su resta es:

$$P(x) - Q(x) = 5x^3 - x^2 + 6x - 2 - 3x^2 + 2x - 1$$
$$P(x) - Q(x) = 5x^3 - 4x^2 + 8x - 3$$

OPERACIONES ENTRE POLINOMIOS

$P(x) = 5x^4 + 2x^3 - 7$ $\qquad$ $Q(x) = 4x^2 - x^4 + 5x^3 - 2$ $\qquad$ $R(x) = -2x^6 + 7x^2 - 1$

Queremos calcular P (x) – Q (x) + R (x) :

$$(5x^4 + 2x^3 - 7) - (4x^2 - x^4 + 5x^3 - 2) + (-2x^6 + 7x^2 - 1) =$$

Suprimimos los paréntesis cambiando los signos cuando están precedidos por signo negativo y manteniéndolos cuando están precedidos por positivo:

$$5x^4 + 2x^3 - 7 - 4x^2 + x^4 - 5x^3 + 2 - 2x^6 + 7x^2 - 1 =$$
$$6x^4 - 3x^3 - 6 + 3x^2 - 2x^6$$

ACTIVIDAD

7) Si $P(x) = 7x - 4$; $Q(x) = 9x + 2$; $R(x) = x^3 + 5x - 2$, calcule:

a) P (x) + Q (x) $\qquad$ **b) R (x) + Q (x)**

c) Q (x) – P (x) $\qquad$ **d) R (x) + P (x) + Q (x)**

8) Si $P(x) = 3x + x^3 - 5$; $Q(x) = -4x^2 + 2x - 7$; $R(x) = 5x - 2x^3 + x^2 + 6$; $S(x) = 6x^3 - 8x + 1$.
Calcule las siguientes operaciones:

a) P (x) + Q (x) + R (x) $\qquad$ **b) R (x) + S (x) – Q (x)**

9) Dados P (x) = $\frac{1}{2}x + x^2$; Q (x) = $\frac{1}{4}$ x + 1; R (x) = x^2

Calcule P (x) – (Q (x) – R (x)) e indique la opción correcta:

a) $-\frac{1}{4}x - 1$

b) $2x^2 + \frac{1}{4}x - 1$

c) $2x^2 + \frac{3}{4}x + 1$

d) Todas son incorrectas

PRODUCTO DE POLINOMIOS

El producto entre dos polinomios es otro polinomio que se obtiene multiplicando cada uno de los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio.

Si R (x) = $3x + 1$; P (x) = $x^3 - x^2 + 6x - 2$
R (x) · P (x) = $(3x + 1) \cdot (x^3 - x^2 + 6x - 2)$

Aplicamos la propiedad distributiva:

$$R(x) \cdot P(x) = 3x \cdot x^3 - 3x \cdot x^2 + 3x \cdot 6x - 3x \cdot 2 + 1 \cdot x^3 - 1x^2 + 1 \cdot 6x - 1 \cdot 2$$

Y aplicamos el producto de potencias de igual base (se suman los exponentes):

$$R(x) \cdot P(x) = 3x^4 - 3x^3 + 18x^2 - 6x + x^3 - x^2 + 6x - 2$$
$$R(x) \cdot P(x) = 3x^4 - 2x^3 + 17x^2 - 2$$

✖ ACTIVIDAD

10) Opere con los siguientes polinomios:

a) $(x - 7) \cdot (x + 7) =$

b) $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

c) $(2x - 3) \cdot (2x + 3) =$

d) $(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) =$

e) $(\frac{1}{2}x - 3) \cdot (\frac{1}{2}x + 3) =$

11) Si P (x) = $\frac{2}{3}x - 4$; Q (x) = $\frac{1}{2}x + 2$; R (x) = $x - 2$,
calcule P (x) · Q (x) + R (x)

12) **Resuelva las siguientes operaciones si $P(x) = 3x + 4$; $Q(x) = 7x - 1$**

a) $P(x) \cdot Q(x) - 3 \cdot P(x) =$

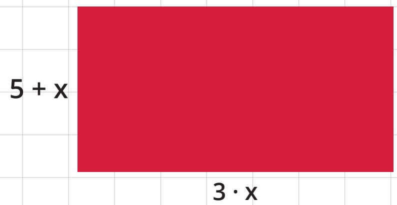
b) $Q(x) + P(x) =$

c) $Q(x) - P(x) =$

d) $(Q(x) - P(x))^2$

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) Obtenga la expresión del perímetro del siguiente rectángulo



Una forma de hallar la expresión del perímetro es sumar los 4 lados del rectángulo:
$3x + 3x + 5 + x + 5 + x = 8x + 10$
Otra es reemplazar con la fórmula $P = 2$ (base + altura) : $P = 2 \cdot (5 + x + 3x)$
$P = 2 \cdot (5 + 4x)$ y aplicando la propiedad distributiva se obtiene
$P = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4x = 8x + 10$
La expresión del perímetro es $8x + 10$

b) Halle la expresión del área del rectángulo
Para obtener la expresión del área, multiplicamos la base por la altura del rectángulo: $A = 3x \cdot (5 + x) = 3x \cdot 5 + 3x \cdot x = 15x + 3x^2$
La expresión del área es $3x^2 + 15x$

c) Obtenga el valor numérico del perímetro para $x = 3$
En este caso se reemplaza x por el valor 3 en $P = 8x + 10 = 8 \cdot 3 + 10 = 34$

d) Obtenga el valor numérico del área para $x = 3$
Se reemplaza x por el valor 3, en $A = 3x^2 + 15x$
$A = 3 \cdot 3^2 + 15 \cdot 3 = 3 \cdot 9 + 45 = 27 + 45 = 72$

e) Halle la expresión del área y del perímetro de un cuadrado de lado $x + 7$
Una forma de hallar la expresión del perímetro es sumar los 4 lados del cuadrado:

$$x + 7 + x + 7 + x + 7 + x + 7 = 4x + 28$$

Otra consiste en reemplazar con la fórmula P= 4. lado

$P = 4 \cdot (x + 7)$ y aplicando la propiedad distributiva se obtiene

$$P = 4x + 4 \cdot 7 = 4x + 28$$

La expresión del perímetro es $4x + 28$

x+7

f) Halle la expresión del área del cuadrado

Para obtener la expresión del área, se reemplaza con la fórmula:

Área = lado^2 y se obtiene

$A = (x + 7)^2 = (x + 7) \cdot (x + 7)$.

Aplicando la propiedad distributiva se obtiene

$x \cdot x + x \cdot 7 + 7 \cdot x + 7 \cdot 7 = x^2 + 7x + 7x + 49$

La expresión del área es $x^2 + 14x + 49$

ACTIVIDAD

$\overline{PQ}$ significa "segmento PQ"

13) Escriba el perímetro del rectángulo PQRS sabiendo que los lados

$\overline{PQ} = \overline{RS} = 6x^6 - 3$ $\qquad$ $\overline{QR} = \overline{PS} = 2x^2 + x - 8$

14) En un rectángulo la base mide 5 y la altura está dada por la expresión $a + 3$.

a) Halle la expresión del perímetro del rectángulo.

b) Halle la expresión del área.

15) Escriba el perímetro de un triángulo isósceles si $\overline{AB} = \overline{BC}$, sabiendo que $\overline{AB} = 2x + 5$ y que $\overline{AC} = 4x - 1$.

16) Halle la expresión del área y del perímetro de un cuadrado de lado $x - 6$.

17) En un rectángulo, uno de los lados es el quíntuplo del otro. Halle la expresión del área y del perímetro del rectángulo.

18) **Si el lado del cuadrado es $5x + 2$, obtenga la expresión de su área y de su perímetro.**

DIVISIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO

El cociente entre un polinomio y un monomio es otro polinomio que se obtiene dividiendo cada uno de los términos del dividendo por el monomio divisor (que siempre debe ser distinto de 0).

Por ejemplo:

$$\underbrace{(12\,x^5 + 18\,x^7)}_{\text{dividendo}} : \underbrace{6\,x^3}_{\text{divisor}} = \underbrace{2\,x^2 + 3\,x^4}_{\text{cociente}}$$

ACTIVIDAD

19) Resuelva las siguientes divisiones:

a) $12x^2 : 2x^2 =$

b) $3x^3 : x^2 =$

c) $(8x^3 - 4x^2) : (4x) =$

d) $(20x + 10x^4 - 6x^2) : (2x) =$

20) Calcule $S(x) : Q(x)$ si $Q(x) = 4x^5$ y $S(x) = 12x^7$

ACTIVIDAD INTEGRADORA

21) Resuelva si es posible, cada operación indicada:

a) $a^3 + a^3 =$
b) $x^4 \cdot x^4 =$
c) $a^4 - a^4 =$
d) $x^4 \cdot x^3 =$
e) $x^5 : x^5 =$
f) $x^4 + x^3 =$
g) $8x^4 \cdot x^2 =$
h) $7x^4 - x^2 =$
i) $3x^4 : x^2 =$
j) $3x^4 - x^4 =$

22) Opere y cancele en las siguientes expresiones:

a) $4(a - b) - 2(b - a) =$
b) $7(b - a) - 2(a - b) + 3(-a + b) =$
c) $-(-1 + a) + [-2 - (-a + 1)] + 2 =$
d) $a + b - (-a + b) + (b - a) - b =$

23) Verifique que las siguientes expresiones sean equivalentes.

$(2a + b) \cdot b + a^2$ y $(a + b)^2$

24) Separe en términos, aplique propiedades y opere con las siguientes expresiones algebráicas:

a) $(a + 2) \cdot (a - 2) + a^2 - 2a + 1 - 2a(a - 3)=$
b) $2a + b(b - c) + bc =$
c) $b^2 (b^4 - b^3) + b^5 - (b^3)^2 =$
d) $(b - c)^2 + 2bc=$

25) Calcule e indique la opción correcta para $-\frac{1}{2}$ P (x) + Q (x) si $P(x) = 2x^2 - 2x$; $Q(x) = 5x + 1$.

a) $-x^2 + \frac{11}{2}x - 1$
b) $-x^2 + \frac{11}{2}x + 1$
c) $-x^2 + 4x + 1$
d) Ninguna de las respuestas anteriores.

26) Resuelva:

a) Invente un trinomio de grado 9 con todos sus coeficientes positivos.

b) Invente una multiplicación de un binomio por un monomio.

27) Opere aplicando propiedades:

a) $9 + (3 + a) \cdot (3 - a) - (a^5)^2 : a^8 =$

b) $(a + 4)^2 - (a^6)^2 : a^8 =$

c) $(4 + m) \cdot (4 - m) + (m^5)^2 : m^8 - 2^4 =$

d) $(2 + 5p) \cdot (2 - 5p) + 15p^2 =$

28) Si $P(x) = -\frac{1}{2}x$; $Q(x) = 2x^2 - x$; $R(x) = 5x^2 + x$, calcule $P(x) \cdot Q(x) + R(x)$ e indique la opción correcta:

a) $-x^3 + \frac{11}{2}x^2 - x$

b) $-x^3 + \frac{11}{2}x^2 + x$

c) $-x^3 + 4x^2 + x$

d) Ninguna de las respuestas anteriores.

29) Halle la expresión del área y del perímetro de un cuadrado de lado $x + 10$.

30) En un rectángulo, uno de los lados es el triple del otro. Halle la expresión del área y del perímetro de ese rectángulo.

31) Exprese el área del cuadrado de lado $(a + b)$.

32) Opere con las siguientes expresiones algebraicas:

a) $(x - 5)^2 - 30=$

b) $(5m^3)^2 - 7(m^2)^3 =$

c) $(x + 2) \cdot (3x - 9)=$

d) $(4 + 5x) \cdot (4 - 5x) + 25x^2 =$

33) Si $P(x) = 5x - 2$; $Q(x) = 2x + \frac{1}{2}$; $R(x) = x + 1$, calcule las siguientes operaciones:

a) $P(x) + Q(x) =$

b) $3 \cdot P(x) + 2 \cdot Q(x) =$

c) $P(x) + Q(x) - R(x) =$

d) $P(x) \cdot Q(x) =$

34) Obtenga la expresión del área y del perímetro de un rectángulo si su base es $x + 9$ y su altura es $x - 9$.

35) Resuelva:

a) Invente un cuatrinomio de grado 7 con todos sus coeficientes negativos.

b) Invente una multiplicación de un monomio por un binomio.

36) Si en un cuadrado su lado es $3x + 4$, halle la expresión de su área y de su perímetro.

37) Resuelva si es posible, cada operación indicada:

a) $x^4 : x^3 =$

b) $8x^4 - 2x^4 =$

c) $8x^4 + 2x^4 =$

d) $7x^4 - x^2 =$

e) $7x^4 \cdot x^2 =$

f) $7x^4 : x^2 =$

g) $x : x =$

h) $x^3 : x^2 =$

UNIDAD IV

FUNCIONES

PARES ORDENADOS

Para ver un partido de la Copa del Mundo Brasil 2014 en un Club Social de Goya, provincia de Corrientes, se acomodaron las sillas en filas. Se armaron 20 filas de 50 sillas y cada uno debía sentarse según indicaba la fila y el número de silla de su entrada.

Supongamos que los primeros que llegaron tenían: fila 1, silla 5; fila 2, silla 3; fila 4, silla 5; fila 4, silla 7; fila 5, silla 4 y fila 6, silla 8. Señalaremos estas ubicaciones de la siguiente manera:

	Silla 1	Silla 2	Silla 3	Silla 4	Silla 5	Silla 6	Silla 7	Silla 8	Silla 9
Fila 1					(1;5)				
Fila 2			(2;3)						
Fila 3									
Fila 4					(4;5)		(4;7)		
Fila 5				(5;4)					
Fila 6								(6;8)	

Los pares (1; 5); (2; 3); (4; 5); etc. se denominan “pares ordenados” ya que el orden en que los escribimos representa situaciones distintas. No es lo mismo el par (3 ; 4) que el par (4 ; 3).

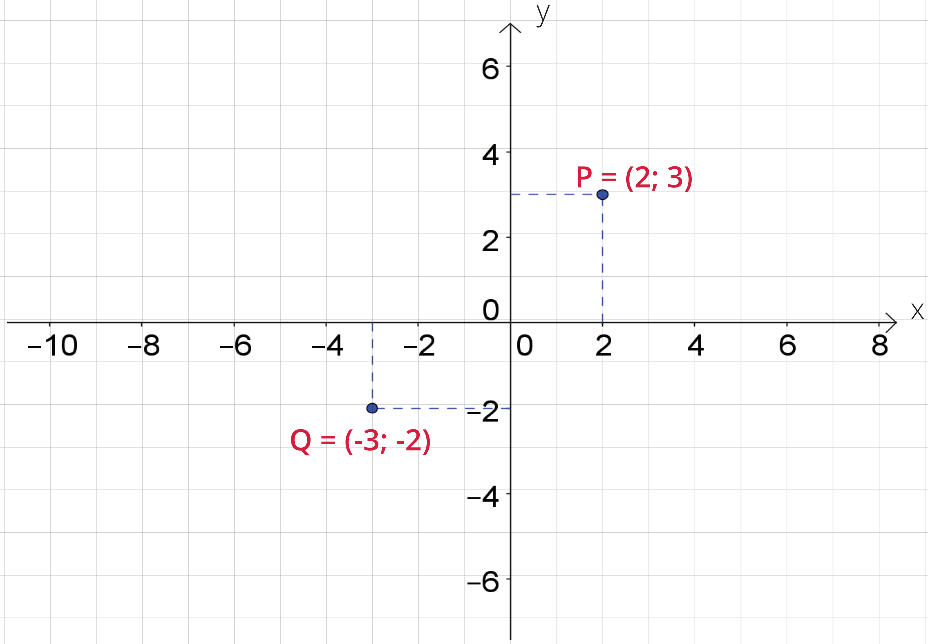
REPRESENTACIÓN EN EL PLANO CARTESIANO

Para identificar un punto cualquiera del plano se suelen utilizar dos rectas perpendiculares llamados “ejes” en los que se determina el punto de origen donde x representa el desplazamiento sobre el eje horizontal e y el desplazamiento sobre el eje vertical. A estos ejes los llamamos "ejes cartesianos", ya que el primero que usó una disposición como esta fue el filósofo René Descartes.

Cada punto se localiza mediante un par ordenado formado por 2 números, los cuales se llaman coordenadas y corresponde uno a cada eje. Se llama abscisa a la primer coordenada (del eje horizontal “x”) y ordenada a la segunda coordenada (del eje vertical “y”). Dichas rectas o ejes perpendiculares se cortan en un punto que recibe el nombre de origen de coordenadas y es el (0; 0).

Por ejemplo:

En el punto P = (2; 3) la abscisa es 2 y la ordenada es 3.
En el punto Q = (-3; -2) la abscisa es -3 y la ordenada es -2.



ACTIVIDAD

1) Ubique los siguientes puntos en un par de ejes cartesianos:

a) (-3; 1) b) (0; 0) c) = (2; 3) d) (-1,5; -2,5)

2) En un par de ejes cartesianos...

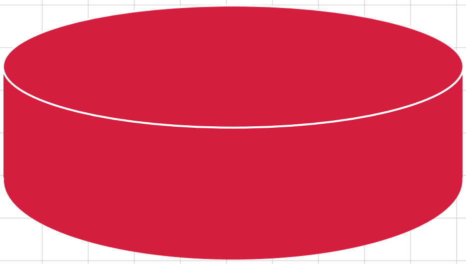
a) ...marque los puntos A = (3; 5), B = (7; 2) y C = (3; 2).
b) Una los puntos.
c) ¿Cuál es la figura resultante?

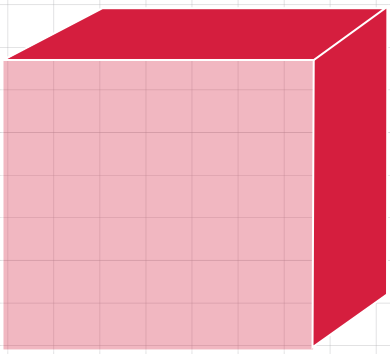
3) Grafique los siguientes puntos en un mismo par de ejes cartesianos:

a) (1; 1) b) (3; 3) c) (5; 3) d) (7; 1)
¿Cuál es el nombre de la figura que se forma?

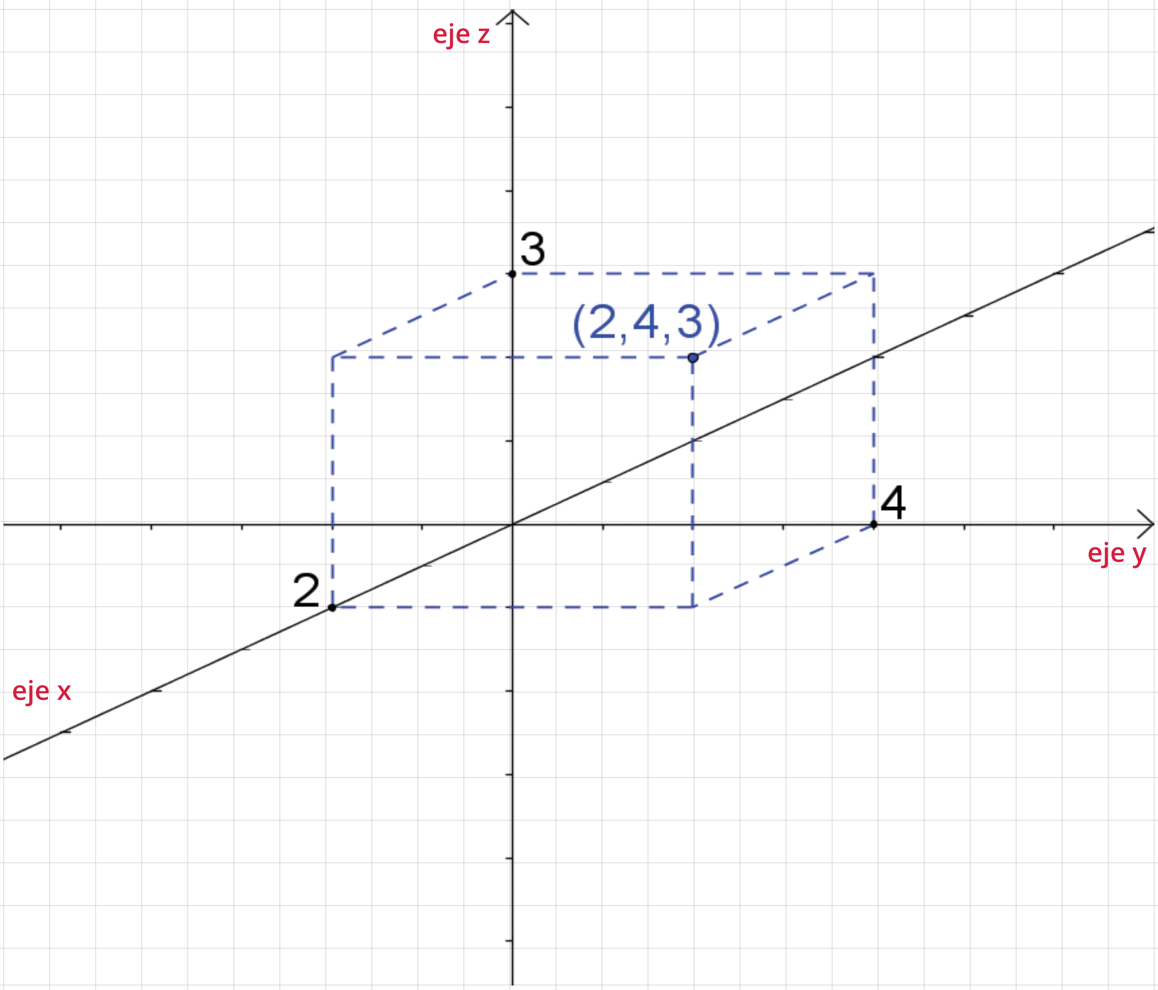
COORDENADAS ESPACIALES

Los cuerpos, como el cilindro y el cubo, se representan en tres dimensiones.





Podemos graficarlos en un sistema de ejes con tres coordenadas en el espacio:



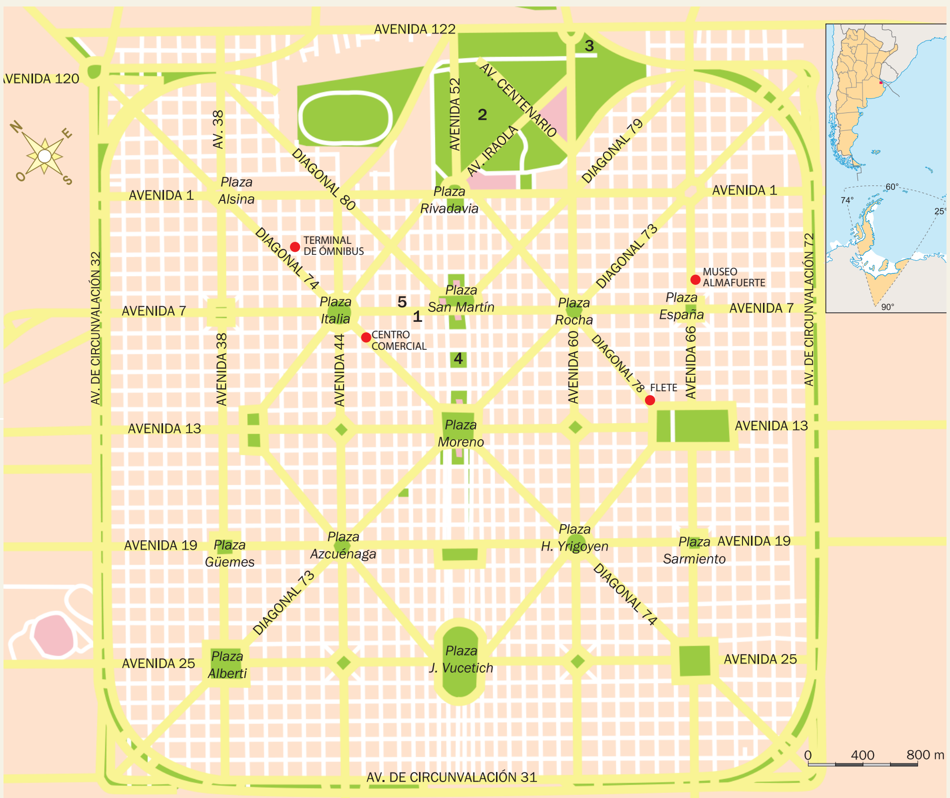
ACTIVIDAD

4) En la ciudad de La Plata funciona la empresa de fletes y mudanzas TRANSPLATA que está ubicada en la esquina de la DIAGONAL 78 y CALLE 12. Considere como el punto de partida, con el par ordenado (0; 0). Luego el flete debe retirar algunos cuadros y esculturas del “Museo Almafuerte”.

a) ¿Qué par ordenado representa la esquina de ese Museo? (tome cada cuadra como la unidad de los ejes).

b) Desde allí, debe pasar a retirar una orden de despacho por la esquina de la DIAGONAL 74 y CALLE 8 del Centro Comercial. ¿Qué par ordenado representa el punto de esa esquina?

c) Finalmente, debe despachar su carga en la terminal de ómnibus. Señale un camino posible del recorrido del flete desde su base hasta la terminal. Represente el recorrido en un par de ejes. Use papel cuadriculado.



LECTURA E INTERPRETACIÓN DE DATOS

LECTURA DE TABLAS

Seguramente usted ha leído tablas en innumerables situaciones de su vida; en comercios que exhiben sus precios, en los trenes cuando informan su horario, etc. A continuación se presentan situaciones en las cuales la información está registrada en tablas. Las tablas ofrecen una manera práctica de presentar una gran cantidad de datos.

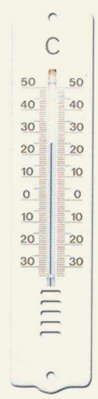
Peras	Acelga	Papas	Bananas	Tomates
$10 x kg	$6 x atado	$15 x 3kg	$9 x 1/2doc.	$20 x kg

Día	Horario
Lunes	09 a 15
Martes	14 a 18
Miércoles	09 a 15
Jueves	14 a 18
Viernes	09 a 15

✖ ACTIVIDAD

5) Se registraron las temperaturas que anunciaba un noticiero de televisión entre las 06 y 21 horas en la ciudad de Viedma, provincia de Río Negro.

Hora del día	Temperatura (en grados C)
06:00	0
07:00	-1,7
09:30	3,5
10:30	5
12:00	9,5
16:00	11
18:00	5
20:00	3
21:00	-2



a) ¿Cuándo se registraron temperaturas iguales en distintos horarios?
b) ¿Qué temperatura habrá marcado el termómetro a las 10 horas?
c) ¿Cuál fue la máxima y la mínima temperatura registrada en el día?

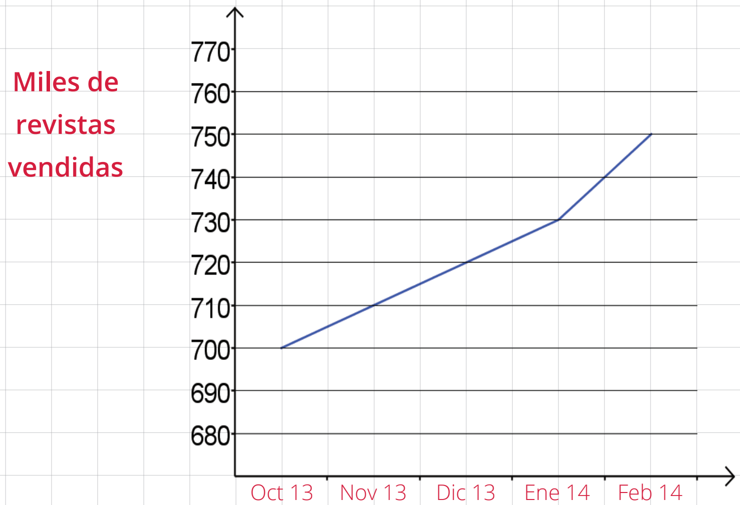
6) Como usted sabe, la nafta que gasta una camioneta depende de la distancia que se recorra y de la velocidad. Supongamos que la camioneta viaja a velocidad fija, y gasta 16 litros por cada 200 kilómetros.

a) Construya una tabla y complétela indicando la cantidad de litros de nafta consumidos según las distancias recorridas: 200; 100; 20; 10; 110 km.
b) ¿Encuentra alguna relación entre la nafta gastada en recorrer 110 km con otros valores de la tabla?
c) ¿Y la gastada en recorrer 200 km y 100 km?

LECTURA E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS

En los ejemplos anteriores, se presentaron situaciones en las cuales la información estaba registrada en tablas. Otro modo de analizar algunos fenomenos es a partir de la lectura y la interpretación de gráficos. En general para graficar, se utilizan los ejes cartesianos, tal como se vio en el apartado de pares ordenados.

A continuación se propone una actividad que le será útil para aprender a leer y analizar diversos gráficos.



PARA ANALIZAR Y RESPONDER

Analice el gráfico de la página 54 y respoda:

a) ¿Cuántas revistas se vendieron en Octubre de 2013?
b) ¿Cuántas revistas se vendieron en Febrero de 2014?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) En Octubre de 2013 se vendieron 700.000 revistas.
b) En Febrero de 2014 se vendieron 750.000 revistas.

VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

En cada ejemplo presentado hasta ahora pusimos en juego distintas variables: precio por fruta o verdura; gasto de nafta según km recorridos, etc. Las variables representadas sobre el eje horizontal "x" se llaman independientes, las elijo; las variables representadas sobre el eje vertical "y" se llaman dependientes porque dependen de los valores de "x". Por ejemplo, lo que gana una persona que trabaja por hora, depende del número de hs trabajadas. Entonces el sueldo está en función de las horas trabajadas. Si a otra persona le pagan según lo que produce, el sueldo es en función de su producción. La matemática estudia estas relaciones entre variables y las llama *funciones*. Siempre hay una relación de co-dependencia entre las dos variables y la condición para que sea una función es que a *cada* elemento (a todos) del eje "x", variable independiente, le corresponde un único elemento del eje "y", variable dependiente.

FUNCIONES

Una función es una asignación por medio de la cual a cada elemento del conjunto de la variable independiente le asigno un valor o un nombre o un número (variable dependiente). Por ejemplo, a cada ciudadano le corresponde su número de documento, a cada maratonista que compite le corresponde su tiempo récord, a cada altura desde el nivel del mar le corresponde un valor de presión atmosférica.

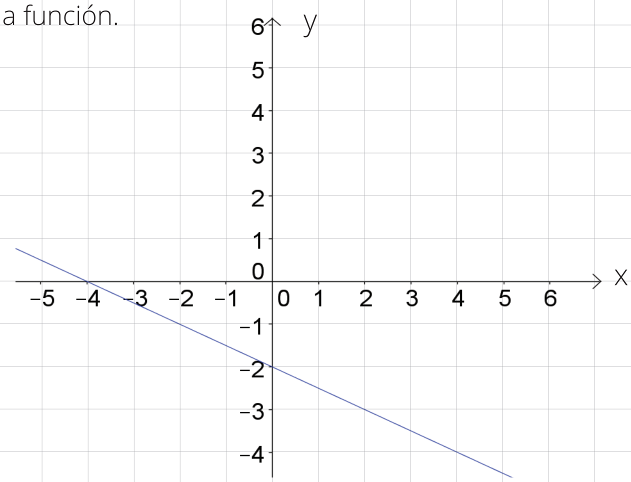
Otras asignaciones pueden ser: el precio por usar internet depende de la velocidad de la conexión, el nivel de contaminación ambiental de una ciudad es función del número de automoviles que transiten sus calles, el precio de un producto es función de la demanda; la temperatura media de una ciudad es función del mes que se transita.

Todas estas funciones se pueden representar en tablas o en gráficos cartesianos.

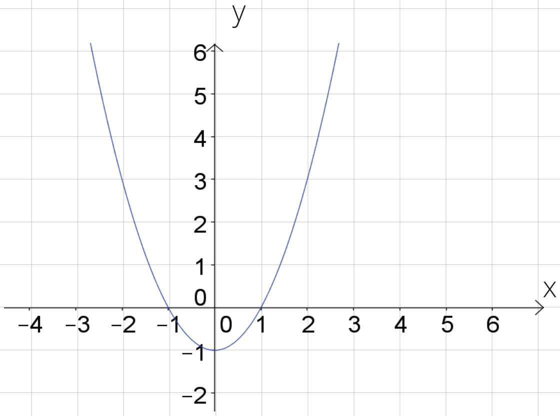
GRÁFICA DE FUNCIONES

Las funciones se pueden graficar en un par de ejes cartesianos. Se pueden identificar elementos en esas gráficas: el valor donde el gráfico corta al eje de las "x" se lo llama cero o raíz de la función. La raíz no siempre es única sino que depende de la cantidad de veces que el gráfico corta al eje de las "x". En cambio, el valor donde el gráfico corta al eje de las "y" se lo llama ordenada al origen. Y este valor es único, si hubiera otro valor no cumpliría la definición de dicha función.

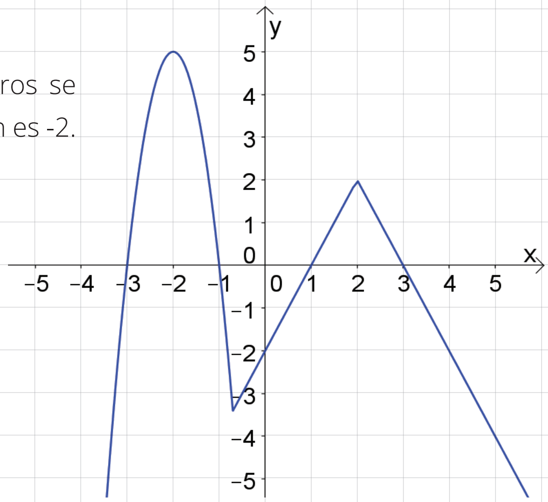
En esta función el conjunto de ceros está formado por -4 y se escribe C_0={-4} y la ordenada del origen es - 2.



En esta otra función el conjunto de ceros está formado por -1 y 1 y se escribe C_o={-1; 1} y la ordenada del origen es -1.

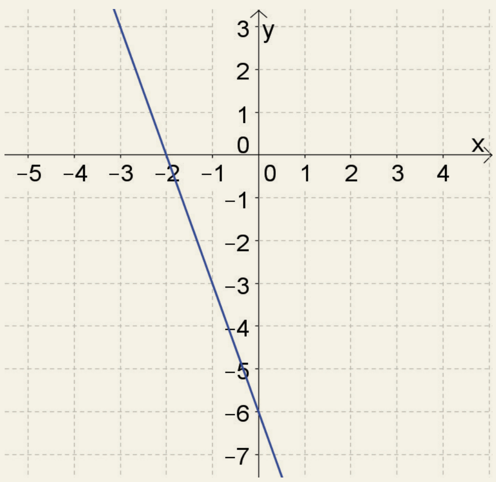


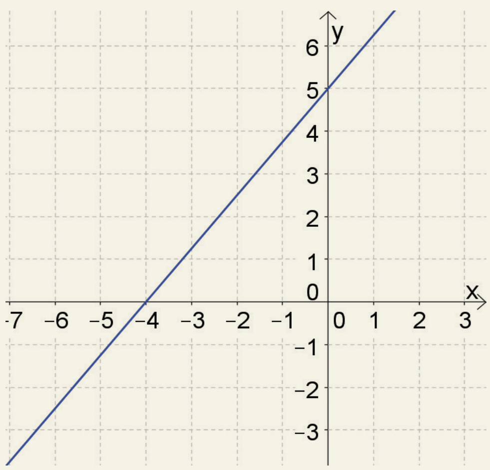
En esta última función el conjunto de ceros se escribe C_o= {-3; -1; 1; 3} y la ordenada del origen es -2.



ACTIVIDAD

7) Para las siguientes funciones, identifique el conjunto de ceros y la ordenada del origen:





ACTIVIDAD INTEGRADORA

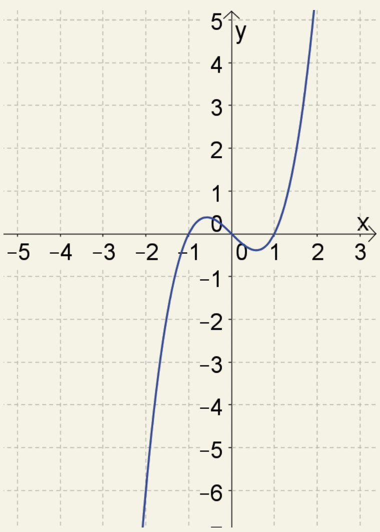
8) Una empresa de gas cobra $0,05 por metro cúbico de gas consumido a lo cual se suma el impuesto nacional de $10 y un impuesto provincial de $14.

a) ¿Cuánto deberá pagar una persona que consumió 16 metros cúbicos?

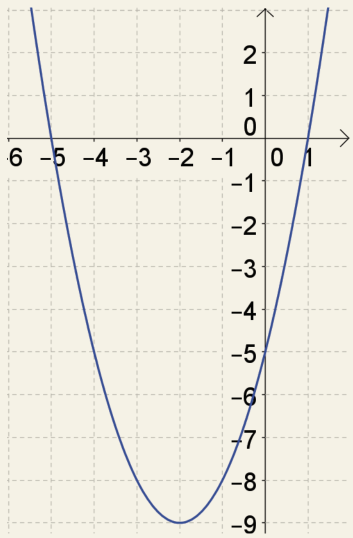
b) Si se recibe una factura de $30, ¿cuál es el consumo correspondiente?

9) Para las siguientes funciones, identifique el conjunto de ceros y la ordenada del origen:

a)



b)



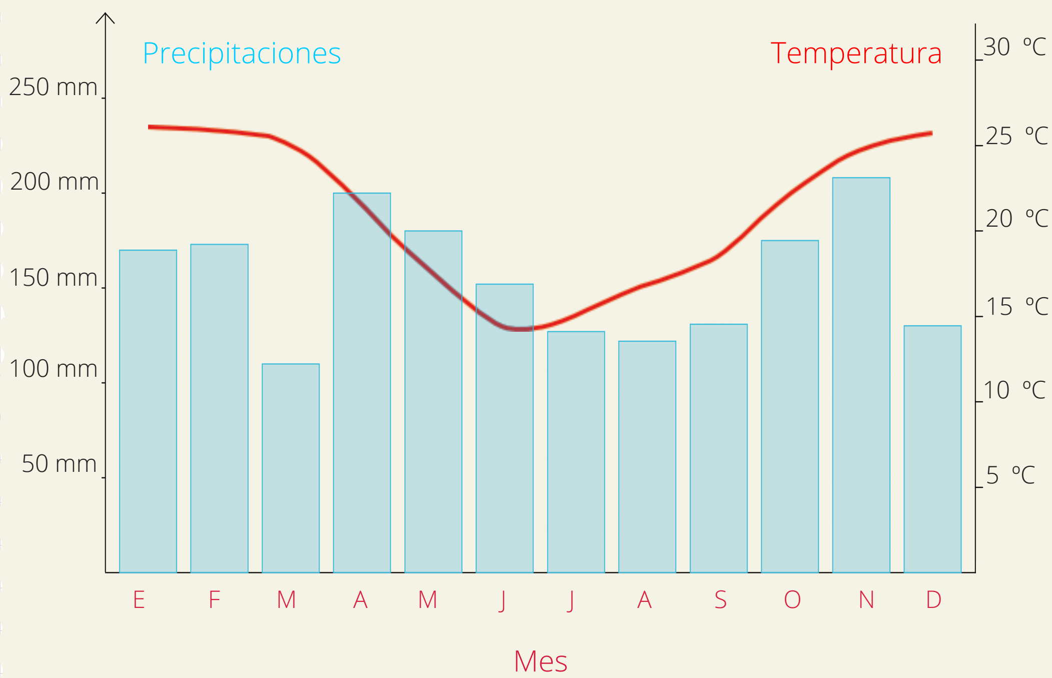
10) La siguiente tabla muestra las temperaturas promedio, expresada en grados centígrados (C°) y la cantidad de agua caída en la provincia de Corrientes, la cual se expresa en mm de altura.

a) Indique el mes en que se registró la menor cantidad de lluvia caída.
b) Y el mes en que se registró la mayor cantidad de lluvia caída.
c) Indique el mes en que se registró la menor temperatura.
d) Y el mes en que se registró la mayor temperatura.

	Temp. media (°C)	Precip. (mm)
Enero	27,2	166,1
Febrero	26,2	156,9
Marzo	24,5	205,9
Abril	21,2	284,6
Mayo	18,3	125,2
Junio	15,2	91,8
Julio	15,3	48,5
Agosto	17,1	60,3
Septiembre	17,9	83
Octubre	21,7	129,7
Noviembre	23,9	174,8
Diciembre	25,9	118,8

11) En el siguiente climograma correspondiente a la ciudad de Iguazú, de la provincia de Misiones, los bastones responden a las precipitaciones en mm y la curva a la temperatura en grados Centígrados o Celsius.

a) ¿Cuál es el mes más seco?
b) ¿Y el mes que tiene más precipitaciones en el año?
c) ¿Y el más caluroso?
d) ¿Y el mes más frío?



UNIDAD V

FUNCIONES LINEALES

FUNCIONES EXPRESADAS MEDIANTE FÓRMULAS

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

Retomando el ejercicio n°6 de la unidad anterior en donde se plantea que una camioneta gasta 16 litros por cada 200 kilómetros la tabla que representa la situación es la siguiente

Distancia en km	Nafta consumida en litros
200	16,0
100	8,0
20	1,6
10	0,8
110	8,8

a) ¿Cuál es la variable independiente?
b) ¿Y la variable dependiente?
c) ¿Cómo se representa gráficamente esta función?
d) ¿Cuál es el consumo para 2 km?
e) ¿Y el consumo para 1 km?
f) ¿Y para "x" km?
g) Construya una fórmula que vincule la nafta consumida en litros en función de los kilómetros recorridos.

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) La variable independiente es la distancia en km
b) La variable dependiente es la nafta consumida en litros
c) Esta función se representa gráficamente a través de una recta
d) Para 2 km el consumo es \$0,16
e) Y para 1 km el consumo es \$0,08
f) Para "x" km el consumo es \$0,08 · x
g) Una fórmula podría ser N = 0,08 · D

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

Estudios realizados permiten relacionar a la cantidad "C" de chirridos por minuto de un grillo en función de la temperatura "T" del lugar en grados Fahrenheit, por medio de la función $T = 0{,}25 \cdot C + 37$

a) ¿Cuál es la temperatura si se registraron 100 chirridos por minuto?
b) ¿Y si se registraron 132 chirridos por minuto?
c) Si la función que permite pasar de grados Fahrenheit a grados Celsius o Centígrados es $C = 5 \cdot (F - 32) : 9$, calcule a cuántos grados Celsius equivalen 70 grados Fahrenheit.

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) Si $T = 0{,}25 \cdot C + 37$ se reemplaza C por 100;
$T = 0{,}25 \cdot 100 + 37 = 25 + 37 = 62$ para 100 chirridos la temperatura es de 62° F.

b) Si $T = 0{,}25 \cdot C + 37$ se reemplaza C por 132;
$T = 0{,}25 \cdot 132 + 37 = 33 + 37 = 70$ para 132 chirridos la temperatura es de 70° F.

c) Para calcular cuántos grados centígrados equivalen a 70° F se reemplaza
$C = 5 \cdot (70 - 32) : 9 = 5 \cdot 38 : 9 = 190 : 9 = 21{,}11$.

✖ ACTIVIDAD

1) La función que permite calcular el perímetro de un cuadrado es $P = 4L$.
Esta función se lee "el perímetro es el cuádruplo del lado". Calcule el perímetro de un cuadrado de lado 7.

2) La función que permite calcular la cantidad demandada (q) respecto del precio (p) de cada empanada vendida en un local es:
$q = -20p + 180$.

a) Calcule la cantidad de empanadas demandada por los consumidores si cada una se vende a $7.

b) ¿Qué sucede si el dueño del local decide aumentar el precio a $8? ¿Por qué cree que ocurre esto?

FUNCIONES LINEALES

Toda función cuya gráfica es una recta se llama función lineal. A la función lineal se la expresa en forma "explícita" como $y = m \cdot x + b$ donde y es la variable dependiente, x es la variable independiente, m es un número que llamamos pendiente y b es un número que llamamos ordenada al origen.

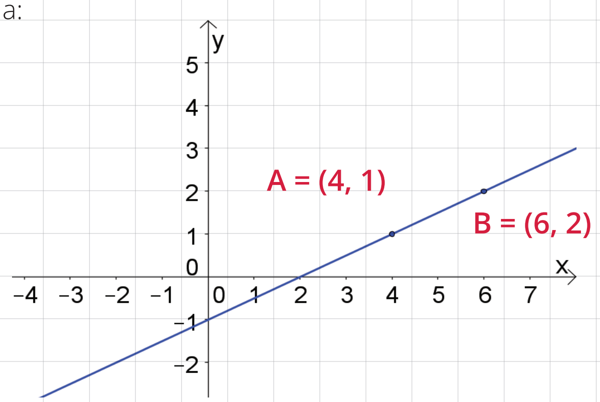
La pendiente de la recta se puede calcular conociendo la variación en "x" y la variación en "y" entre dos puntos que pertenezcan a la recta.

En la función lineal representada en el siguiente gráfico tomamos los puntos a (4;1) y b (6;2) y los volcamos en una tabla.

	x	y
a	4	1
b	6	2

$x_a = 4 \quad x_b = 6 \quad y_a = 1 \quad y_b = 2$

La pendiente (m) se calcula con la siguiente fórmula:



$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{2 - 1}{6 - 4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

El punto de intersección entre la recta con el eje y es (0; b) donde b es la ordenada del origen, que se puede obtener reemplazando en la fórmula:

$$b = y_a - m \cdot x_a$$
$$b = 1 - 0,5 \cdot 4 = 1 - 2 = -1$$

Por lo cual la expresión de la función lineal es $y = 0,5x - 1$.

ACTIVIDAD

3) Siendo “m” la pendiente de la recta y “b” la ordenada del origen, escriba las funciones lineales.

a) m = 2 y b = -3
b) m = -2 y b = 3
c) m = 3 y b = 0
d) m = 0 y b = 1

4) En un par de ejes cartesianos marque los puntos P y Q, trace la recta que pasa por los puntos, marque la ordenada del origen, los segmentos del cambio que determinan la pendiente y luego escriba su expresión.

a) P = (3; 0) y Q = (1; 4)
b) P = (1; -3) y Q = (-1; -1)
c) P = (1; 8) y Q = (-3; 0)

5) Los fabricantes de veleros han obtenido una función lineal que permite hallar la velocidad máxima de navegación conociendo su longitud.
Halle la fórmula de la función sabiendo que un velero de 60 pies logra una velocidad máxima de 10,3 nudos por hora y que otro de 24 pies logra una velocidad máxima de 6,7 nudos por hora; es decir que pasa por los puntos (60; 10,3) y (24; 6,7)

6) Obtenga la fórmula de la recta que pasa por los puntos (2; 1) y (5; 3).

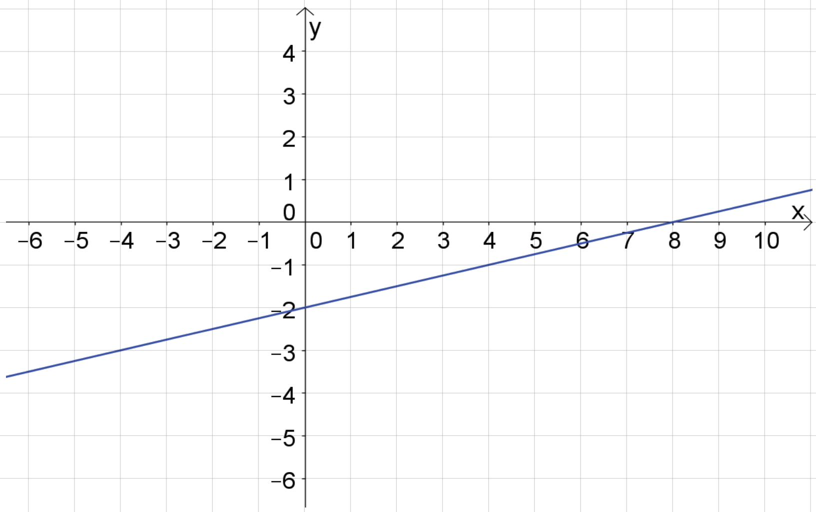
GRÁFICA DE UNA RECTA A PARTIR DE LA PENDIENTE Y DE LA ORDENADA AL ORIGEN

Para graficar una recta necesitamos ubicar dos puntos que pertenezcan a ella.
Para la función lineal:

$$y = \frac{1}{4}x - 2$$

Como la ordenada al origen (-2) es el valor de "y", cuando el valor de "x" es 0 podemos ubicar un primer punto en (0 ; -2).

Desde este punto, nos desplazamos cuatro unidades a la derecha (por el denominador de la pendiente, que si fuera negativo nos desplazariamos a la izquierda). Luego nos desplazamos una unidad hacia arriba por el numerador de la pendiente, unimos este punto con el que ubicamos en un principio para trazar la recta.



ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN LINEAL

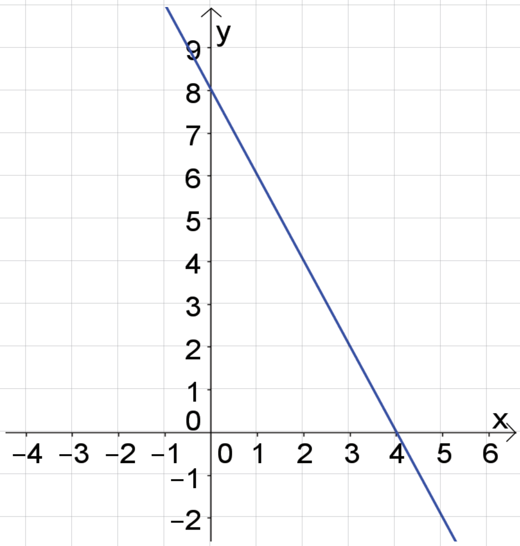
Para calcular los ceros o raíces de una función, en este caso y = - 2x + 8, la igualamos a 0 y se despeja en la ecuación que queda expresada.

$$y = -2x + 8$$
$$0 = -2x + 8$$
$$2x = 8$$
$$x = 4$$

Para calcular la ordenada del origen, reemplazamos "x" por 0 y su valor numérico es:

$$-2 \cdot 0 + 8 = 8$$

Para graficar la recta a partir de las intersecciones con los ejes, en este caso ubicamos 4 en el eje horizontal y 8 en el eje vertical:



Se observa que esta recta es decreciente ya que su pendiente es -2, esta recta decrece pues su pendiente es negativa.

✖ ACTIVIDAD

7) Obtenga la expresión y grafique cada una de las siguientes rectas:

a) A cada número se le hace corresponder su duplo más 6.
b) A cada número se le hace corresponder su mitad menos 1.

8) Si A = (3 ; 5) y B = (2 ; 4) calcule la expresión de la recta, su conjunto de ceros y su ordenada al origen. Analice si es creciente o decreciente.

9) Calcule la ordenada al origen y la pendiente de la expresión de la recta que pasa por los puntos (2 ; 4) y (4 ; 2). Justifique si es creciente o decreciente.

10) Grafique en un mismo par de ejes las siguientes funciones. Clasifique en crecientes o decrecientes.

$f(x) = 3 - x$
$g(x) = 2x - 6$
$h(x) = 2x + 4$

11) Para la función "el triple de un número, más 6":

a) Escriba la fómula de la función.
b) Calcule el conjunto de ceros.
c) Indique cuál es su ordenada al origen.
d) Grafique en un par de ejes cartesianos.
e) Indique si la recta es creciente o decreciente y justifique.

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Las funciones de proporcionalidad directa son un caso particular de las funciones lineales, en los casos donde la ordenada al origen es 0. La función $P = 0{,}9\ V$ relaciona el peso de la madera de pino en kg en función de su volumen en dm^3.

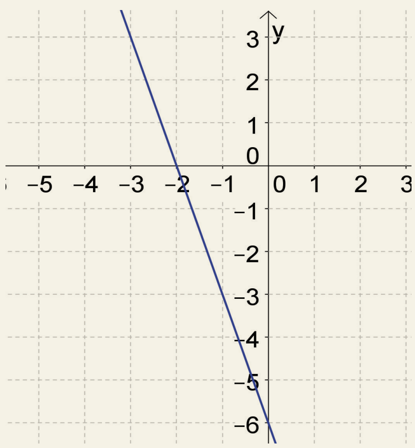
Para la función $P = 0{,}9\ V$ diremos que el volumen V es directamente proporcional al peso P, y que un cuerpo con el doble de volumen, pesará el doble; con el triple de volumen, pesará el triple; con la mitad, pesará la mitad, y así sucesivamente. En consecuencia, la función que los relaciona recibe el nombre de función de proporcionalidad directa y se grafica con una recta que pasa por el origen de coordenadas.

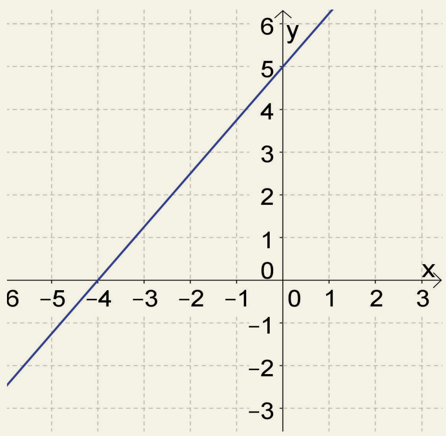
✖ ACTIVIDAD

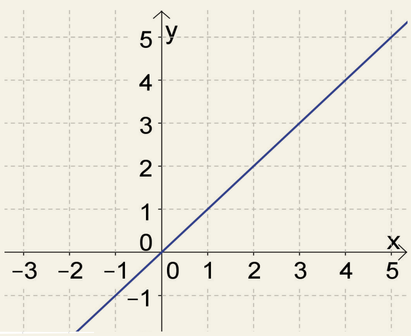
12) Indique cuáles de las siguientes funciones son de proporcionalidad directa:

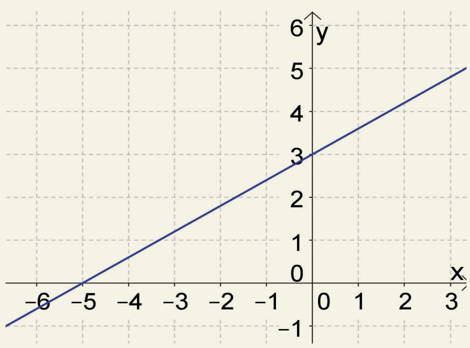
a) La longitud de la circunferencia en función del diámetro $L = \pi \cdot D$
b) El perímetro de un cuadrado en función de la medida del lado $P = 4L$

13) Obtenga las fórmulas de las siguientes rectas además indique si son de proporcionalidad directa.









ACTIVIDAD INTEGRADORA

14) Obtenga la expresión, clasifique y grafique en un mismo par de ejes cada una de las siguientes rectas.

a) A cada número se le hace corresponder su duplo menos 5.
b) A cada número se le hace corresponder su cuarta parte.

15) Para $y = \frac{1}{2}x + 4$.

a) Indique cuál es su pendiente.
b) Indique su ordenada al origen.
c) Halle el conjunto de ceros.
d) Indique si es creciente o decreciente y justifique.

16) Resuelva

a) Obtenga la expresión de la recta que pasa por (6; 4) y (-6; -5).
b) Indique su pendiente y su ordenada del origen.
c) Indique si es creciente o decreciente.

17) Si se observa la parte central de la factura de agua que la empresa proveedora del servicio envía a su domicilio se verán los siguientes conceptos: primero se lee un cargo fijo de $24. Y se indica en la misma factura que el precio es de $0,6045 por cada m^3 de agua consumido. A partir de estos datos, es posible construir una tabla que muestre el costo aproximado en $ en función del consumo de agua para otras situaciones. Se puede obtener también la expresión de la función lineal del costo “C” en función de los m^3 de agua consumidos “x”:

$$C = 0{,}6045x + 24$$

a) ¿A cuánto ascenderá la factura en un domicilio que consume 23 m^3 de agua en un mes?
b) ¿Cuántos m3 consumieron si se pagó $40 en el mes de enero?

18) Juana va a un gimnasio que se encuentra cerca de su casa gastando 290 calorías en el trayecto del recorrido. Ya en el gimnasio, realiza bicicleta fija. Su profesor le ha dicho que con ese ejercicio quemaría 3,5 calorías por minuto de pedaleo.

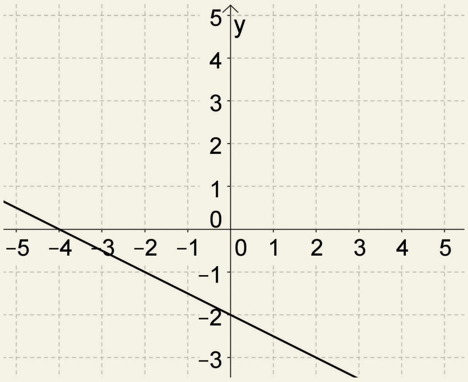
a) ¿Cuál es la función lineal que le permitiría a Juana calcular las calorías por minutos quemadas desde que salió de su casa hasta que terminó de pedalear?
b) Si Juana gastó 640 calorías entre su camino al gimnasio y el tiempo de pedaleo en la bicicleta, ¿cuántos minutos pedaleó en la bicicleta fija?

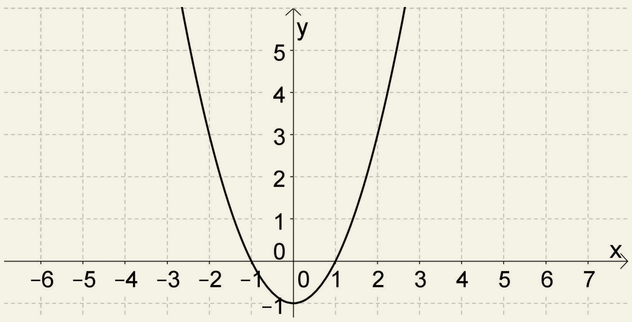
19) La compañía eléctrica que suministra a las residencias familiares fija un costo bimestral de la energía suministrada de forma que puede representarse por la siguiente función lineal: $C = 96 + (x - 40) \cdot 0{,}93$ donde x representa los KWh consumidos.

a) Calcule el costo de energía para un consumo de 100 KWh.
b) ¿Cuánto paga el que consume 38 KWh?
c) Si un cliente pagó $310, ¿qué consumo de energía realizó?

ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO

Para las siguientes gráficas de funciones:





a) Indique si son lineales.

b) En caso de ser funciones lineales, indique si son de proporcionalidad directa.

c) Indique conjunto de ceros y ordenada al origen de ambas funciones.

d) Decida cuál de estas fórmulas podría ser la de la primera función graficada:

$y = \frac{1}{2}x - 2$ $\quad$ $y = -\frac{1}{2}x - 2$ $\quad$ $y = -\frac{1}{2}x + 2$

CLAVES DE CORRECCIÓN

UNIDAD I

1)

a) $7^2 = 49$
b) $3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$
c) $3^4 – 4^3 = 81 – 64 = 17$
d) $(12 – 7)^2 = 5^2 = 25$
e) $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

2)

a) En este caso el primer término es $4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$.
Por lo tanto: $4 \cdot 5^2 + 2^3 - 3^3 = 100 + 8 – 27 = 81$
b) $17 + 20 : 2 – 3^2 = 1 + 10 – 9 = 2$
c) $45^0 + (2 \cdot 5)^2 = 1 + 102 = 1 + 100 = 101$
d) $54^0 + 2 \cdot 5^2 = 1 + 2 \cdot 25 = 1 + 50 = 51$

3)

a) $1,5 \times 10^8$ kilómetros
b) $2,28 \times 10^8$ kilómetros

4)

a) $3^3 \cdot 3^0 \cdot 3^2 = 3^{3+0+2} = 3^5 = 243$
b) $5^3 \cdot 5^2 : 5 = 5^{3+2-1} = 5^4 = 625$
c) $(2^2)^3 : 2^5 \cdot (2^3)^2 = 2^{6-5+6} = 6^7 = 279.936$
d) $(4^4 \cdot 4^2 : 4^3)^3 = (4^{4+2-3})^3 = (4^3)^3 = 4^9 = 262.144$
e) $2^6 : 2^3 \cdot 2^0 = 2^{6-3+0} = 2^3 = 8$

5)

a) $4^3 : 4^2$ se lee “4 al cubo dividido 4 al cuadrado”. Se resuelve: $4^3 : 4^2 = 4^1 = 4$
b) $5^2 \cdot 5^3$ se lee “5 al cuadrado por 5 al cubo”. Se resuelve: $5^2 \cdot 5^3 = 5^5 = 3.125$

6)

a) $\sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$
b) $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$
c) $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$
d) $\sqrt{49} + 4^3 = 7 + 64 = 71$
e) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = 2 + 3 = 5$

7)

a) $5^2 \cdot 2 + \sqrt{100} = 25 \cdot 2 + 10 = 50 + 10 = 60$
b) $\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$

c) $\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$

d) $3\cdot\sqrt[3]{8}+2\cdot\sqrt[3]{27}=3\cdot2+2\cdot3=6+6=12$

8)

a) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 = (36 : 4 - 20 : 4) \cdot 8 = (9 - 5) \cdot 8 = 4 \cdot 8 = 32$

b) $(120 : 6 - 14 : 7) : 6 + 5^0 = (20 - 2) : 6 + 1 = 18 : 6 + 1 = 3 + 1 = 4$

c) $(6 : 2 + \sqrt{27} \cdot 3) : (50 : 5) = (3 + 9 \cdot 3) : 10 = (3 + 27) : 10 = 30 : 10 = 3$

d) $[(16 : \sqrt{16} + 6) : 5 + 10] : 2^2 = [(16 : 4 + 6) : 5 + 10] : 4 = [(4 + 6) : 5 + 10] : 4 =$
$[10 : 5 + 10] : 4 = [2 + 10] : 4 = 12 : 4 = 3$

9)

a) $1 \cancel{+2} - 3 - 1 + 2 + 3 + 1 \cancel{-2} = 1 - 3 \cancel{-1} + 2 + 3 \cancel{+1} = 1 \cancel{-3} + 2 \cancel{+3} = 1 + 2 = 3$

b) $13 + 1 - 2 - 8 - 1 + 2 + 8 - 10 = 13 \cancel{+1} - 2 - 8 \cancel{-1} + 2 + 8 - 10 =$
$13 \cancel{-2} - 8 \cancel{+2} + 8 - 10 = 13 \cancel{-8} \cancel{+8} - 10 = 13 - 10 = 3$

c) $10 + 5 + 20 + 7 - 3 - 10 - 2 - 20 = 10 + 5 \cancel{+20} + 7 - 3 - 10 - 2 \cancel{-20} =$
$\cancel{10} + 5 + 7 - 3 \cancel{-10} - 2 = 5 + 7 - 3 - 2 = 7$

10)

a) $10 \cancel{\cdot 4} \cancel{: 4} = 10$

b) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 : 8 = (36 : 4 - 20 : 4) \cdot 8 : 8 = (9 - 5) \cdot 8 : 8 = 4 \cancel{\cdot 8} \cancel{: 8} = 4$

11)

a) $x : 2$

b) $x + x^2$

c) $x - x^3$

d) $x - 1$

e) $5 \cdot x$

12)

a) $3 \cdot n$

b) $n + 1$

c) n^2

d) $n : 4$

e) $(n - 1)^3$

f) $n^3 - 1$

13)

a) $p = 6$

b) $y = 23$

c) $m = 3$

d) $a = 20$

e) $x = 10$

f) $p = 5$

g) $x = 6$

h) $m = 19$

i) $p = 5$

j) $t = 15$

k) $b = 9$

l) $x = 5$; o $x = -5$

m) $x = 2$

n) $x = 64$

14)

$2n - 40 = 30$

La edad es de 35 años, pues $2 \cdot 35 - 40 = 70 - 40 = 30$

15)

a) $(x + 16) - (x + 3) - (12 - x) = 4$

$x + 16 - x - 3 - 12 + x = 4$

$16 - 3 - 12 + x = 4$

$1 + x = 4$

$x = 3$

b) $2 \cdot 3^2 - (9 - m) + 3m - m + 10 = 5^2$

$2 \cdot 9 - 9 + m + 3m - m + 10 = 25$

$2 \cdot 9 - 9 + 3m + 10 = 25$

$18 - 9 + 3m + 10 = 25$

$9 + 3m + 10 = 25$

$19 + 3m = 25$

$3m = 6$

$m = 2$

c) $x + 20 - (x - 6) - (10 - x) = 23$

$x + 20 - x + 6 - 10 + x = 23$

$20 + 6 - 10 + x = 23$

$16 + x = 23$

$x = 7$

16)

a) $x^2 = 9$; $x = 3$

b) $x^3 = 8$; $x = 2$

c) $\sqrt{x} = 7$; $x = 49$

17)

a) $x = \frac{49}{100}$ **b)** $x = \frac{3}{14}$

c) $x = 1{,}3$. También podría expresarse: $x = \frac{13}{10}$

d) $x = 1{,}1$. También podría expresarse: $x = \frac{11}{10}$

18)

a) $x = 6$
b) $x = -4$
c) $x = -3$
d) $x = 0$
e) $x = 7$
f) $x = -7$

19)

a) $x = -22$
b) $x = -12$

20)

a) $[(\sqrt{64} \cdot 2 : 4)^2 : (2^2)^3]^2 = [(8 \cdot 2 : 4)^2 : (2^6)]^2 = [4 : 64]^2 = 1/16$
b) $[\sqrt[3]{64} \cdot (2^3 - \sqrt{36}) \cdot 3^2 : 6^2] \cdot 5 = [4 \cdot (8 - 6) \cdot 9 : 36] \cdot 5 = [4 \cdot 2 \cdot 9 : 36] \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 10$
c) $\sqrt[3]{64} + 3 \cdot (2 \cdot \sqrt{9} - \sqrt{4}) + (7 - 5)^3 - 3^2 \cdot 2 = 4 + 3 \cdot (2 \cdot 3 - 2) + 2^3 - 9 \cdot 2$
$= 4 + 3 \cdot (6 - 2) + 8 - 18 = 4 + 3 \cdot 4 + 8 - 18 = 4 + 12 + 8 - 18 = 6$

21)

El número es 16 pues es la solución de $9 + 2x = 3x - 7$

22)

a) $x = 6$ **b)** $x = 3$
c) $x = 5$ **d)** $x = 5$
e) $x = 2$ o $x= -2$ **f)** $x = 3$ o $x= -3$

23)

El número es 3 pues es la solución de $2n + 3 \cdot 6 = 24$

24)

La ecuación es: $3n - 18 = -24$. Su solución es -2.

25)

El número es -8, pues es la solución de $n : 2 + 2 \cdot (-5) = -14$

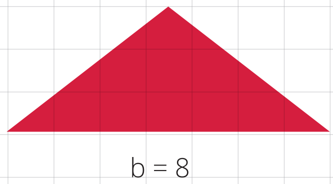
UNIDAD II

1)

Calculamos la hipotenusa y obtenemos 13 cm. Por lo tanto el perímetro del triángulo rectángulo mide 30 cm.

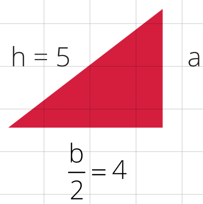
2)

Si en el triángulo isósceles el lado desigual mide 8 cm y el perímetro mide 18 cm, la suma de los lados iguales es de 10 cm. Por lo tanto, cada uno de los lados mide 5 cm.
Si trazamos la altura correspondiente a la base del triángulo podemos dividir al triángulo isósceles en 2 triángulos rectángulos.



Si aplicamos la propiedad en uno de los triángulos rectángulos, podemos considerar que su base mide 4 cm y que la hipotenusa mide 5 cm, por lo cual la altura del triángulo isósceles mide 3 cm.

$$4^2 + a^2 = 5^2$$
$$16 + a^2 = 25$$
$$a^2 = 25 - 16$$
$$a^2 = 9$$
$$a = 3$$



En consecuencia, el área del triángulo isósceles será la mitad de la multiplicación entre la base y la altura, por lo cual la superficie es de 12 cm².

3)

El perímetro del rombo mide 20 cm.

4)

La altura del trapecio mide 3 cm y el perímetro mide 52 cm; el área es de 63 cm².

5)

Los lados del trapecio miden 7, 4, 2 y $\sqrt{13}$ cm y el perímetro mide 13 + $\sqrt{13}$ cm; el área es de 11 cm².

6)

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$
b) $8\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$
c) $\sqrt{18} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
d) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$
e) $\sqrt{35} : \sqrt{7} = \sqrt{35 : 7} = \sqrt{5}$

7)

a) El perímetro es de $20\sqrt{5}$ cm.

b) El área mide $7\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{5}=21\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2=21\cdot 5=105\ \text{cm}^2$.

8)

El perímetro del cuadrado es de $4\sqrt{2}$ cm.

El área mide 2 cm^2.

9)

La base es de $\sqrt{6}$ mm y la altura $2\sqrt{6}$ mm y el perímetro mide $6\sqrt{6}$ mm.

El área mide 12 mm^2.

10)

a y b) Si la Tierra fuese una esfera perfecta, las longitudes del Ecuador y del Meridiano de Greenwich serían iguales. En este caso, hacemos: L = π · 12.800

Es decir, aproximadamente 40.192 km.

11)

Recordando que la longitud se obtiene multiplicando π por el diámetro, entonces el diámetro mide 10, por lo cual, el radio es de 5. La expresión del área será: Área = $\pi\, 5^2 = 25\, \pi$

12)

a) El área del cuadrado es de 2,56 m^2.

b) El área del disco es 0,82π. Es decir, aproximadamente 2 m^2.

c) Se descarta 0,56 m^2 de chapa. Por lo tanto, el porcentaje de chapa que se descarta es aproximadamente del 22 %.

13)

a) El radio del cantero mide 4 m.

b) El área del cantero es de aproximadamente 50,24 m^2.

c) El área destinada para sembrar es de 25,12 m^2.

14)

a) El área total del patio es de 96 m^2.

b) El área de la fuente mide 12,56 m^2.

c) El área a cubrir por las baldosas es de 83,44 m^2.

15)

El perímetro del cuadrado es de $4\sqrt{7}$ cm y el área mide 7 cm^2.

16)

a) La base es de $\sqrt{3}$ cm, la altura de $3\sqrt{3}$ cm y el perímetro mide $8\sqrt{3}$ cm.

b) El área es de 9 cm².

17)

a) Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 30 cm, cada lado mide 10 cm. Si trazamos la altura correspondiente a la base, aplicamos el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo de base 5 cm, con una hipotenusa que mide 10 cm. Por lo tanto la altura es: $\sqrt{75} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.
b) El área es la mitad del producto entre la altura y la base, por lo tanto, si la base del triángulo equilátero mide 10 cm y la altura mide $5\sqrt{3}$ cm, el área es de $25\sqrt{3}$ cm².

18)

El lado mide $\sqrt{5}$ cm y el perímetro es de (15 + $\sqrt{5}$) cm.

19)

Si la longitud de la circunferencia es de 207,4 cm, podemos calcular el diámetro dividiendo por la aproximación de π = 3,14 obteniendo 66,05 cm. Recordando que una pulgada equivale a 2,54 cm, dividiendo 66,05 : 2,54 = 26. Por lo cual la bicicleta es rodado 26.

20)

a) Si el área de un círculo es 49 π, la longitud del radio es de 7.
b) La longitud de la circunferencia es π · d; si el radio es 7, el diámetro es 14. Por lo cual la longitud de esta circunferencia es 14 π.

UNIDAD III

1)

$P(0) = 0^2 + 2 = 2$ $P(4) = 4^2 + 1 = 17$

2)

a) $P = 0{,}6x^4 - 8x^2 + 7x - 0{,}5x^5$ está incompleto pues falta su término de grado 3 (término cúbico) y su término independiente.

b) $P = -0{,}5x^5 + 0{,}6x^4 + 0x^3 - 8x^2 + 7x + 0$.

c) Los coeficientes son: -0,5; 0,6; 0; -8; 7 y 0 y el polinomio es de grado 5.

3)

a) $x^7 \cdot x^4 = x^{11}$

b) $x^5 : x^3 = x^2$

c) $9x^4 \cdot x^2 = 9x^6$

d) $3x^5 : x^2 = 3x^3$

e) $x^7 : x^3 = x^4$

f) $9x^4 \cdot x^2 = 9x^6$

g) $x^3 : x^2 = x$

4)

a) $a - b$

b) $-a + 5b$

c) $-3m + 3c$

5)

a) La expresión del perímetro es $2a + 8$

b) Y la del área es $4a$

c) El valor numérico del perímetro es 14

d) El valor del área es 12

6)

a) $(3x^3)^2 = 9x^6$

b) $(4x^3)^2 - 16(x^2)^3 = 16x^6 - 16x^6 = 0$

c) $x^2 \cdot (x + 7) = x^3 + 7x^2$

d) $2x \cdot (x+5) = 2x^2 + 10x$

e) $8x \cdot (x^3 - 6) = 8x^4 - 48x$

f) $(x + 2) \cdot (2x - 5) = 2x^2 - 5x + 4x - 10 = 2x^2 - x - 10$

g) $x^7 : x - 3(x^3)^2 + (2x^2)^3 = x^6 - 3x^6 + 8x^6 = 6x^6$

7)

a) $P(x) + Q(x) = 16x - 2$

b) $R(x) + Q(x) = x^3 + 14x$

c) $Q(x) - P(x) = 2x + 6$

d) $R(x) + P(x) + Q(x) = x^3 + 21x - 4$

8)

a) $-x^3 - 3x^2 + 10x - 6$

b) $4x^3 + 5x^2 - 5x + 14$

9)

$P - (Q - R) = \frac{1}{2}x + x^2 - (\frac{1}{4}x + 1 - x^2) = \frac{1}{2}x + x^2 - \frac{1}{4}x - 1 + x^2 = 2x^2 + \frac{1}{4}x - 1$

La opción b) es la correcta.

10)

a) $(x - 7) \cdot (x + 7) = x^2 - 49$

b) $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 25$

c) $(2x - 3) \cdot (2x + 3) = 4x^2 - 9$

d) $(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) = x^4 - 4$

e) $(\frac{1}{2}x - 3) \cdot (\frac{1}{2}x + 3) = \frac{1}{4}x^2 - 9$

11)

$P(x) \cdot Q(x) + R(x) = (3x - 4) \cdot (5x + 2) + x - 2 = 15x^2 + 6x - 20x - 8 + x - 2 = 15x^2 - 13x - 10$

12)

a) $P(x) \cdot Q(x) - 3 \cdot P(x) = (3x + 4) \cdot (7x - 1) - 3(3x + 4) = 21x^2 - 3x + 28x - 4 - 9x - 12 =$
$21x^2 + 16x - 16$

b) $Q(x) + P(x) = 10x + 3$

c) $Q(x) - P(x) = 4x - 5$

d) $(Q(x) - P(x))^2 = (4x - 5)^2 = (4x - 5) \cdot (4x - 5) = 16x^2 - 40x + 25$

13)

Perímetro $= 2 \cdot (6x^6 - 3) + 2 \cdot (2x^2 + x - 8) = 12x^6 + 4x^2 + 2x - 22$

14)

a) El perímetro está dado por $2a + 16$

b) El área del rectángulo por $5a + 15$

15)

Perímetro $= 2 \cdot (2x + 5) + 4x - 1 = 8x + 9$

16)

El perímetro está dado por $P = 4 \cdot (x - 6) = 4x - 24$ y el área del cuadrado por $A = (x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$

17)

El perímetro está dado por $P = x + 5x + x + 5x = 12x$. El área del rectángulo por $A = x \cdot 5x = 5x^2$

18)

El perímetro está dado por $P = 4 \cdot (5x + 2) = 20x + 8$. El área del cuadrado por
$A = (5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

19)

a) $12x^2 : 2x^2 = 6$
b) $3x^3 : x^2 = 3x$
c) $(8x^3 - 4x^2) : (4x) = 8x^3 : 4x - 4x^2 : 4x = 2x^2 - x$
d) $(20x + 10x^4 - 6x^2) : (2x) = 5x^3 - 3x + 10$

20)

$12x^7 : 4x^5 = 3x^2$

21)

a) $a^3 + a^3 = 2a^3$
b) $x^4 \cdot x^4 = x^8$
c) $a^4 - a^4 = 0$
d) $x^4 \cdot x^3 = x^7$
e) $x^5 : x^5 = x^0 = 1$
f) No son semejantes, por lo tanto no se pueden sumar, el resultado es entonces $x^4 + x^3$
g) $8x^4 \cdot x^2 = 8x^6$
h) No son semejantes, por lo tanto no se pueden restar, el resultado es entonces $7x^4 - x^2$
i) $3x^4 : x^2 = 3x^2$
j) $3x^4 - x^4 = 2x^4$

22)

a) $4(a - b) - 2(b - a) = 6a - 6b$
b) $7(b - a) - 2(a - b) + 3(-a + b) = 12b - 12a$
c) $-(-1 + a) + [-2 - (-a + 1)] + 2 = 0$
d) $a + b - (-a + b) + (b - a) - b = a$

23)

$(2a + b) \cdot b + a^2 = 2ab + bb + a^2 = 2ab + b^2 + a^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

24)

a) $(a + 2) \cdot (a - 2) + a^2 - 2a + 1 - 2a \cdot (a - 3) =$

$a^2 - 2a + 2a - 4 + a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 6a =$ (Se cancela $-2a + 2a$)

$a^2 - 4 + a^2 - 2a + 1 - 2\,a^2 + 6a =$ (Se cancela $-2a^2 + 2a^{2)}$)

$-4 - 2a + 1 + 6a = 4a - 3$

b) $2a + b \cdot (b - c) + bc = 2a + b^2 - bc + bc = 2a + b^2$

c) $b^2 (b^4 - b^3) + b^5 - (b^3)^2 = b^2 \cdot b^4 - b^2 \cdot b^3 + b^5 - b^6 = b^6 - b^5 + b^5 - b^6 = 0$

d) $(b - c)^2 + 2bc = (b - c) \cdot (b - c) + 2bc = b^2 - bc - cb + c^2 + 2bc = b^2 - bc - bc + c^2 + 2bc =$

$b^2 - 2bc + c^2 + 2bc = b^2 + c^2$

25)

$-\frac{1}{2} P + Q = -\frac{1}{2}(2x^2 - 2x) + 5x + 1 = -x^2 + x + 5x + 1 = -x^2 + 6x + 1$

No hay ninguna respuesta correcta.

26)

a) Por ejemplo $8x^9 + 7x^2 + 15$

b) Por ejemplo $3x \cdot (x + 7)$

27)

a) $9 + (3 + a) \cdot (3 - a) - (a^5)^2 : a^8 = 18 - 2a^2$

b) $(a + 4)^2 - (a^6)^2 : a^8 = a^2 + 8a + 16 - a^4$

c) $(4 + m) \cdot (4 - m) + (m^5)^2 : m^8 - 2^4 = 0$

d) $(2 + 5p) \cdot (2 - 5p) + 15p^2 = 4 - 10p^2$

28)

$P(x) \cdot Q(x) + R(x) = -\frac{1}{2} x \cdot (2x^2 - x) + 5x^2 + x = -\frac{1}{2} x \cdot 2x^2 \; -\frac{1}{2} x \cdot (-x) + 5x^2 + x =$

$-x^3 + \frac{1}{2} x^2 + 5\,x^2 + x = -x^3 + \frac{11}{2} x^2 + x$

La opción correcta es la b) $-x^3 + \frac{11}{2} x^2 + x$

29)

La expresión del área del cuadrado es $x^2 + 20x + 100$ y la del perímetro es $4x + 40$

30)

El perímetro está dado por $P = x + 3x + x + 3x = 8x$ y el área del rectángulo por $A = x \cdot 3x = 3x^2$

31)

La expresión del área es $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

32)

a) $(x - 5)^2 - 30 = (x - 5) \cdot (x - 5) - 30 = x^2 - 10x + 25 - 30 = x^2 - 10x - 5$

b) $(5m^3)^2 - 7(m^2)^3 = 25m^6 - 7m^6 = 18m^6$

c) $(x + 2) \cdot (3x - 9)= 3x^2 - 9x + 6x - 18 = 3x^2 - 3x - 18$

d) $(4 + 5x) \cdot (4 - 5x) + 25x^2 = 16 - 25x^2 + 25x^2 = 16$

33)

a) $P (x) + Q (x) = 7x - \frac{3}{2}$

b) $3P (x) + 2Q (x) = 15x - 6 + 4x + 1 = 19x - 5$

c) $P (x) + Q (x) - R (x) = 6x - \frac{5}{2}$

d) $P (x) \cdot Q (x) = 10x^2 + \frac{5}{2} x - 4x - 1 = 10x^2 - \frac{3}{2} x - 1$

34)

La expresión del área del rectángulo es $x^2 - 81$ y la del perímetro es $4x$

35)

a) Por ejemplo $-5x^7 - 2x^3 - 7x - 8$

b) $5x \cdot (4x - 8)$

36)

El perímetro del cuadrado está dado por $P = 4 \cdot (3x + 4)= 12x + 16$; otra forma podría ser sumando los 4 lados: $P = 3x + 4 + 3x + 4 + 3x + 4 +3x+ 4 = 12x + 16$

El área del cuadrado está dada por:

$A = (3x + 4)^2 = (3x+ 4) \cdot (3x + 4) = 3x \cdot 3x + 3x \cdot 4 + 4 \cdot 3x + 4 \cdot 4 =$

$9x^2 +12x + 12 x + 16 = 9x^2 + 24x + 16$

37)

a) $x^4 : x^3 = x$

b) $8x^4 - 2x^4 = 6x^4$

c) $8x^4 + 2x^4 = 10x^4$

d) $7x^4 - x^2$ no se pueden restar ya que no son semejantes

e) $7x^4 \cdot x^2 = 7x^6$

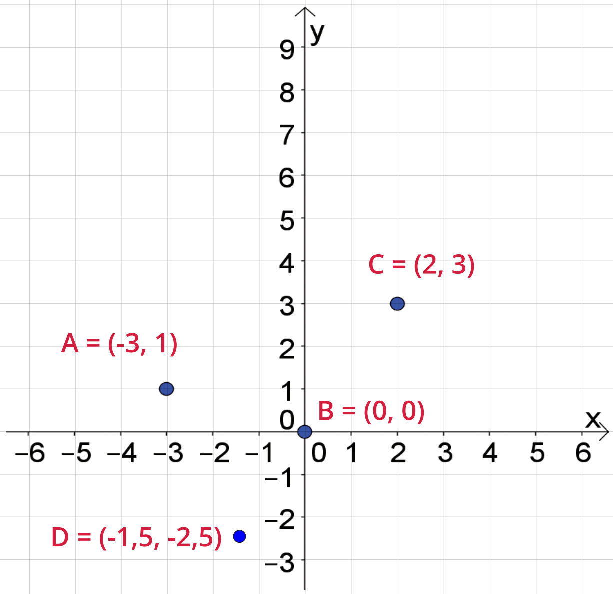
f) $7x^4 : x^2 = 7x^2$

g) $x : x = 1$

h) $x^3 : x^2 = x$

UNIDAD IV

1)



2)

La figura que se forma es un triángulo rectángulo.

3)

La figura se llama trapecio isósceles.

4)

a) (2 ; 7)
b) (-18 ; 4)

5)

a) Sí, a las 10:30 y a las 18.
b) Entre 3.5° C y 5° C.
c) La mínima fue -2 y la máxima 11.

6)

a)

Distancia en km	Nafta consumida en litros
200	16,0
100	8,0
20	1,6
10	0,8
110	8,8

b) La gastada en recorrer 110 km es la suma de la gastada en recorrer 100 km más la consumida en recorrer 10 km.

c) Para la gastada en 100 km será la mitad de la consumida en 200 km.

7)

a) En esta función C0= {-2} y la ordenada del origen es -6.

b) En esta función C0={-4} y la ordenada del origen es 5.

8)

a) Una persona que consumió 16 metros cúbicos deberá pagar $24,8.

b) Si la factura es de $30, el consumo correspondiente es de 120 $m^{3.}$

9)

a) En esta función C_0= {-1; 0; 1} y la ordenada del origen es 0.

b) En esta función C_0= {-5; 1} y la ordenada del origen es -5.

10)

a) La menor cantidad de agua caída en Corrientes se registró en julio.

b) Y la mayor cantidad en abril.

c) La menor temperatura en Corrientes se registró en junio.

d) Y la mayor en enero.

11)

a) El mes más seco en Iguazú es marzo.

b) El mes que tiene más precipitaciones en el año es noviembre.

c) El mes más caluroso es enero.

d) Y el mes más frío es junio.

UNIDAD V

1)

Sustituimos en la función P = 4 · 7 = 28 y el perímetro es 28.

2)

a) Reemplazamos en la función q = -20 · 7 + 180 = -140 + 180 = 40 y si el precio es de $7, la cantidad demandada es de 40 empanadas.
b) Si el precio aumenta a $8, se demandan 20 empanadas. En consecuencia, disminuye la cantidad demandada porque aumentó el precio.

3)

a) y = 2x – 3
b) y = -2x + 3
c) y = 3x
d) y = 1

4)

a) y = -2x + 6
b) y = -x – 2
c) y = 2x + 6

5)

La función lineal que permite hallar la velocidad máxima de navegación de un velero en función de su longitud es V = 0,1 L + 4,3

6)

$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

7)

a) y = 2x + 6
b) $y = \frac{1}{2}x - 1$

8)

y = x + 2; C_0 = { -2 }, la ordenada al origen es 2; la función es creciente pues su pendiente 1 es positiva.

9)

La ordenada es 6; la pendiente es -1 y la expresión es y = -x + 6
C_0 = { 6 }; la función es decreciente pues su pendiente es negativa.

10)

f(x) = 3 – x es decreciente pues su pendiente -1 es negativa.

g(x) = 2x – 6 es creciente pues su pendiente 2 es positiva.

h(x) = 2x + 4 es creciente pues su pendiente 2 es positiva.

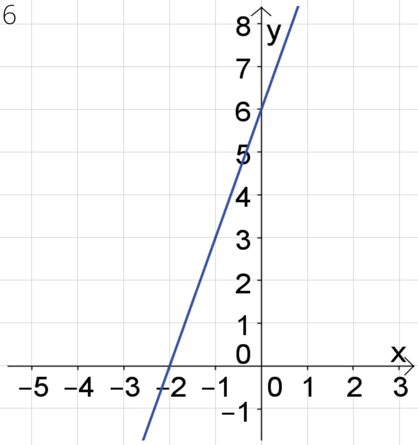
11)

a) y = 3x + 6

b) C_0 = { -2 }

c) Su ordenada es 6

d)



e) La recta es creciente pues su pendiente es positiva.

12)

a) La longitud de la circunferencia en función del diámetro L = π · D es función de proporcionalidad directa.

b) El perímetro de un cuadrado en función de la medida del lado P = 4 L es función de proporcionalidad directa.

13)

a) y = -3x – 6

b) y = $\frac{5}{4}$x + 5

c) y = x es de proporcionalidad directa.

d) y = $\frac{3}{5}$x + 3

14)

a) y = 2x – 5. No es de proporcionalidad directa.

b) y = 0,25x. Es de proporcionalidad directa.

15)

a) Su pendiente es $\frac{1}{2}$.

b) 4.

c) C_0 = { -8 }

d) Es creciente pues su pendiente es positiva.

16)

a) y = 0,75 x – 0,5

b) Su pendiente es 0,75 y su ordenada es -0,5.

c) La recta es creciente pues su pendiente 0,75 es positiva.

17)

a) Si se consumen 23 m^3 de agua en un mes, la factura asciende a $37,90.

b) Si pagaron $40 por la boleta de agua en el mes de enero, consumieron aproximadamente entre 26,47 m^3.

18)

a) La función lineal que le permitiría a Juana calcular las calorías quemadas desde que salió de su casa y hasta que terminó de pedalear x minutos en la bicicleta fija del gimnasio es **C = 3,5x + 290.**

b) Si Juana gastó 640 calorías, pedaleó 100 minutos en la bicicleta fija.

19)

a) Para un consumo de 100 KWh , paga $151,8.

b) Si consume 38 KWh, paga $94,14 por bimestre.

c) Si un cliente pagó $310, tuvo un consumo de energía de 270 KWh.

ACTIVIDAD INTEGRADORA

a) La primera función es una función lineal. Y la segunda función no es una recta lineal.

b) La primera función no es de proporcionalidad directa porque no pasa por el origen de coordenadas.

c) Para la primera función la ordenada al origen es -2; $C_0 = \{ -4 \}$, y para la segunda funciónla ordenada al origen es -1; $C_0 = \{ -1; 1 \}$.

d) La fórmula que corresponde a la primera función es $y = -\frac{1}{2}x - 2$ porque la pendiente es negativa y

BIBLIOGRAFÍA, FUENTES Y OTROS RECURSOS

BIBLIOGRAFÍA TEÓRICA

• Altman, S., Comparatore, C. & Kurzrok, L. (2003) Altman, Silvia; Comparatore, Claudia y Kurzrok, Liliana (2003), *Matemática Polimodal*, Buenos Aires, Longseller.
• Bocco, Mónica (2009), *Funciones elementales*, C.A.B.A, Ministerio de Educación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
• Chemello, Graciela y Díaz, Adriana (1997), *Matemática: Metodología de la Enseñanza Parte II*, Buenos Aires, Prociencia, Conicet. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.
• Dantzig, Tobias (1971), *El Número. Lenguaje de la ciencia*, Buenos Aires, Hobbs-Sudamericana.
• De Guzmán, Miguel; Colera, José y Salvador, Adela (1987), *Bachillerato 1*, Madrid, Anaya.
• De Guzmán, Miguel; Colera, José y Salvador, Adela (1989), *Matemáticas II*.C.O.U., Madrid, Anaya.
• Fernández Moreno, M. Selva y Ottolenghi-Viterbi, Carla (2001), *Matemática 9*, Buenos Aires, Kapelusz.
• García Arenas, Jesús e Infante, Celesti Bertrán (1988), *Geometría y experiencias*, Madrid, Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra.
• Haeussler, Ernest y Paul, Richard (1987), *Matemática para administración y economía*, México, Grupo Editorial Iberoamericana.
• Macé, Federico (1984), *La sabiduría pitagórica*, México, Orion.
• Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación (2007) Apoyo al último año de la secundaria para la articulación con el Nivel Superior. *Cuaderno de trabajo para los alumnos Resolución de problemas: Matemática.*
• Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación (2007) Nivel secundario para adultos Módulo de enseñanza semi presencial: *Matemática, Funciones*. 1a ed., Bs. As.
• Pappas, Theoni (1996), *El encanto de la matemática*, Madrid, Zugarto.
• Pappas, Theoni (1996), *La magia de la matemática*, Madrid, Zugarto.
• Potter, Lawrence (2008), *A jugar con las matemáticas*, Barcelona Robin Book.
• Rey Pastor, Julio. y Babini, José (1984), *Historia de la matemática*, Barcelona, Gedisa.
• Santaló, Luis; Varela, Leopoldo y Guasco, María Josefa (1986), *Geometría: Su enseñanza*, Buenos Aires, Prociencia, Conicet.
• Swokowski, Earl (1988), *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*, México, Grupo Editorial Iberoamericana.
• Tahan, Malba (2006), *Matemática divertida y curiosa*, Buenos Aires, Pluma y papel.

OTROS RECURSOS

• Colección Fines (2009), *Matemática en la vida cotidiana, 04 Números y Funciones*. Buenos Aires: Canal Encuentro, Educ.ar, Ministerio de Educación de la Nación.

ÍNDICE DE IMÁGENES

• Archivo Ministerio de Educación de la Nación: página 53. Imágenes para el diseño de tapa.
• Cartografía José Pais: página 52.
• Ilustraciones Claudio Andaur: páginas 11, 14, 32.