

MATEMÁTICA

MÓDULO 1



Ministerio de
Educación
Presidencia de la Nación



FINES

MATEMÁTICA

MÓDULO 1

Estudiante:

Matemática 1

Ministerio de Educación de la Nación

1° edición, abril 2015

Autoría

Equipo Pedagógico de la Dirección Nacional de Fortalecimiento y Ampliación de Derechos Educativos.

Equipo de producción editorial

Supervisión pedagógica: Paula Grad

Corrector: Gustavo Romero

Diseño: María Denisse Balduzzi

Ilustración: Claudio Andaur

Cartografía: José Pais

AGRADECIMIENTOS

Archivo General de la Nación

Coordinación de Materiales Educativos de la Dirección Nacional de Gestión Educativa

Departamento de Áreas Curriculares de la Dirección Nacional de Gestión Educativa

Hemeroteca de la Biblioteca Nacional Mariano Moreno

Télam

Argentina. Ministerio de Educación de la Nación

Matemática 1. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2015.

112 p. : il. ; 29x21 cm.

ISBN 978-950-00-1083-2

1. Matematica. 2. Enseñanza Secundaria.

CDD 510.712

Fecha de catalogación: 13/04/2015

ÍNDICE

> *pág 07*

Introducción

> *pág 09 / Unidad I*

Números naturales

El orden en los números naturales.

Diferentes sistemas de numeración.

Actividad integradora.

> *pág 21 / Unidad II*

Operaciones con números naturales

Propiedades de la suma.

Propiedades de la resta.

Propiedades de la multiplicación.

Propiedades de la división.

Propiedades de la potenciación y la radicación.

Cálculos combinados con números naturales.

Actividad integradora.

> *pág 41 / Unidad III*

Números racionales positivos

Fracciones equivalentes.

Ordenar y redondear.

Operaciones con fracciones y decimales.

Actividad integradora.

> *pág 57 / Unidad IV*

Números enteros

Opuesto de un número.

Operaciones con números enteros.

Actividad Integradora.

> *pág 69 / Unidad V*

Magnitudes de longitud, peso, capacidad, superficie y volumen

Simela y decimales.

Actividad integradora.

> *pág 83*

Actividad integradora del Módulo

> *pág 87*

Claves de corrección

> *pág 109*

Bibliografía, fuentes y otros recursos



INTRODUCCIÓN

Comienzan ustedes el primer paso para finalizar el secundario. En el ciclo primario ya han trabajado con números, cuentas, triángulos, cuadrados, reglas y escuadras. En esta oportunidad repasaremos todos estos conceptos y asumiremos nuevos desafíos.

El objetivo de este material es obtener herramientas que le sirvan para analizar y entender mejor situaciones que se presentan en su vida cotidiana, en sus trabajos, cuando leen los diarios, cuando van al supermercado o a pagar las cuentas de los servicios públicos. Veremos que la matemática es parte de nuestra vida y se constituye en una herramienta útil para explicar el mundo que nos rodea.

En este módulo, ustedes encontrarán contenidos que se desarrollan en las siguientes unidades:

Unidad I: “Números naturales” donde se abordan los usos de los números que utiliza cotidianamente para contar. **Unidad II:** “Operaciones con números naturales” donde trabajaremos las operaciones entre estos números y cálculos combinados. **Unidad III:** “Números racionales positivos” donde trabajaremos las fracciones y los números decimales, las distintas maneras de representarlos y sus diferentes significados. **Unidad IV:** “Números Enteros” donde agregaremos los números negativos y sus propiedades a los números que trabajábamos anteriormente. **Unidad V:** “Magnitudes de longitud, peso, capacidad, superficie y volumen” donde abordaremos el uso y la comparación de las distintas unidades de medida que se usan en Argentina.

Al finalizar cada módulo habrá una “Actividad integradora”, para repasar e integrar los contenidos de las unidades y las “Claves de corrección” de todas las actividades.





UNIDAD I



NÚMEROS NATURALES



PARA DISPARAR IDEAS

En la ciudad de Mendoza, desde 1936, se prepara cada año la fiesta de la Vendimia. La misma comienza en febrero con fiestas departamentales, eventos relacionados con el vino (que se realizan en bodegas), desfiles en el Carrusel, actividades artísticas como cine, rock, folklore, danza, actividades deportivas y un gran espectáculo final al pie del Cerro de la Gloria en el mes de marzo.



- a) En uno de los cines destinados para actividades de la Fiesta de la Vendimia, hay quince filas de diez butacas cada una ¿cuántas butacas hay en total?
Si concurren ciento veinte personas ¿cuántas butacas quedan libres?
- b) Para transportar a sesenta empleados que arman el Carrusel es necesario contratar combis desde la oficina central hasta el lugar donde se realizará la fiesta de la Vendimia, las cuales pueden llevar hasta doce personas, además del chofer. ¿Cuántas combis se necesitan?
- c) Para uno de los recitales de la fiesta de la Vendimia, es necesario alambrar un terreno de forma rectangular. Los lados del terreno miden treinta y veinte metros respectivamente ¿cuántos metros de alambre se necesitan para alambrar el terreno con tres vueltas en cada lado?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Para resolver estas tres situaciones usamos los **números naturales**, que son los primeros números que conocemos y que sirven para contar. Cuando decimos que cinco son las vocales, cuatro los puntos cardinales, siete los días de la semana, siete las notas musicales, siete los colores del arco iris estamos usando números para contar diferentes cosas.

Los números naturales forman un conjunto infinito y los primeros son:

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 1137; 1138.....

(los puntos suspensivos indican que la lista sigue indefinidamente)

a) La cantidad de butacas del cine es 150. Se puede resolver multiplicando 15 por 10, o sumando diez veces el 15, o 15 veces el 10.

Si concurren 120 personas quedan libres 30 butacas. Esto se puede calcular por ejemplo haciendo la diferencia entre 150 y 120, es decir 150 menos 120.

b) Es necesario que los empleados viajen en 5 combis, a lo cual se puede llegar dividiendo 60 entre 12, o tanteando cuántas docenas son necesarias para llegar a 60.

c) Si los lados del terreno miden 20 m y 30 m, en total una vuelta requiere de 100m, por lo cual, si son necesarias tres vueltas, la cantidad de alambre es de 300m.

EL ORDEN EN LOS NÚMEROS NATURALES

✕ ACTIVIDAD

1) Las edades de mis sobrinos son: Bautista 12; Matías 2 y Tiziana 16.
¿Cómo es Bautista con respecto a Tiziana? ¿Podría ordenarlos?

✖ ACTIVIDAD

2) Ordene cronológicamente los períodos de gobierno de los siguientes presidentes argentinos:

A. P. Justo (1932-1938) (de facto)	J. D. Perón (1946-1955)
E. J. Farrell (1944-1946) (de facto)	R. S. Castillo (1942-1943)
H. Yrigoyen (1928-1930)	P. E. Aramburu (1955-1958) (de facto)
J. F. Uriburu (1930-1932) (de facto)	P. P. Ramírez (1943-1944) (de facto)
R. M. Ortiz (1938-1942)	

3) Los números de los jugadores del equipo de fútbol están relacionados con sus posiciones. Si ordeno los números de las camisetas de menor a mayor ¿quiénes quedan al final? ¿los que juegan en la defensa o los que juegan como delanteros?

Los números naturales pueden ordenarse en forma creciente, de menor a mayor; o de forma decreciente, de mayor a menor.

También nos sirven para ordenar, porque si comparamos las distancias de los planetas al Sol, la Tierra es el tercer planeta; si ordenamos los meses del año, mayo es el quinto mes.

Para referirnos a cualquier número natural podemos utilizar letras, como por ejemplo: si decimos que la cantidad de ausentes "a" en el trabajo es menor que los presentes "p" escribimos en símbolos $a < p$ (que se lee "a es menor que p"), o lo que es lo mismo $p > a$ (que se lee "p es mayor que a"). Si la cantidad de ausentes y presentes es la misma, escribimos $a = p$ (que se lee "a es igual que p"). Los números naturales pueden ordenarse de menor a mayor en la recta numérica a partir del 1. La recta con los puntos seleccionados y numerados ordenados se llama **recta numérica**.

✖ ACTIVIDAD

4) En la recta se observa que 3 está a la izquierda de 12, por lo tanto se lee $3 < 12$, "3 es menor que 12". Si queremos nombrar a los números naturales menores que cuatro podemos utilizar la letra "x" y escribir $x < 4$. Los números que cumplen con esta condición son: 1; 2; 3.

Si escribimos $x \leq 4$ (se lee "x es menor o igual que cuatro"), entonces los

números que satisfacen esta condición son: 1; 2; 3; 4.

Si denotamos $x \geq 4$ (se lee "x es mayor o igual que cuatro"), entonces los números que satisfacen esta condición son:

4; 5; 6; 7; 8;.....65;....89;.....102;.....

Marque en color sobre la siguiente recta numérica, los números naturales menores que ocho, es decir $x < 8$



5) Beatriz no quiere confesar su edad y sólo dice que tiene más de 40 y menos de 50 años. Escriba en símbolos esta expresión. Nombre posibles edades de Beatriz.

6) Escriba números naturales que cumplan las siguientes condiciones:

a) $x < 6$

b) $x \leq 6$

c) $x > 16$ y $x < 20$

d) $8 \leq x \leq 12$

e) $x > 16$ y $x \leq 20$

7) Ordene de menor a mayor los siguientes números: 133; 31; 313; 13

8) Resuelva:

a) Ordene de menor a mayor los siguientes números: 7; 12; 3; 5; 13

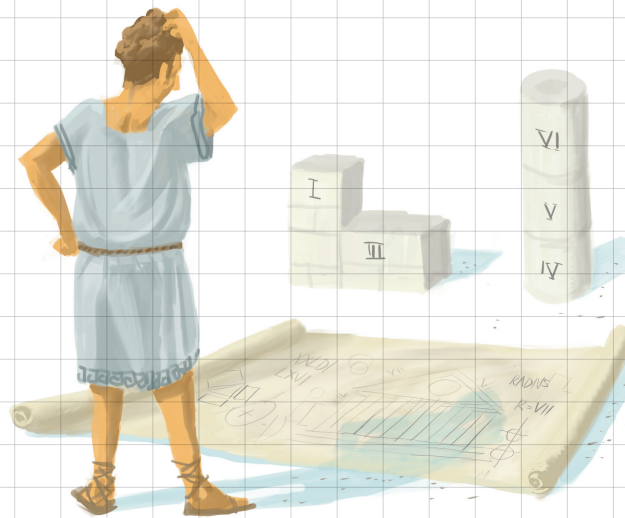
b) Dibuje la recta numérica y marque los números sobre la misma

c) Indique si es verdadero o falso: "5 es mayor que 13"

d) Indique si es verdadero o falso: $7 < 12$

DIFERENTES SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Desde la antigüedad, el hombre escribió los números que podía nombrar. Aproximadamente 3000 años antes de Cristo (3000 a.C.), los egipcios expresaron con símbolos las cantidades que utilizaban; los babilonios que ocupaban lo que ahora es Irak grababan con cuñas de madera sobre tablas de arcilla; los hindúes utilizaron un sistema de numeración que permitía hacer cálculos, el cual fue difundido por los árabes. Por ello se llama indo arábigo el sistema que utilizamos en la actualidad.



Posiblemente el sistema indo-arábigo fue el primer sistema de numeración que utilizó el cero como valor posicional. Por ejemplo en el número 208.

Si hoy paseamos por Roma y pedimos la cuenta en un bar, los números de la cuenta serán los del sistema decimal, pero aún los números romanos se conservan, por ejemplo, en algunos relojes.

Con ellos también se nombran los siglos, a los reyes, a los papas y también se utilizan en documentos históricos.

SISTEMA DECIMAL

Nuestro sistema de numeración es decimal porque todos los números se pueden escribir con las diez cifras siguientes:

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9

También es posicional, porque es importante la posición que ocupan las distintas cifras. Por ejemplo, en el número quince el 1 ocupa el lugar de las decenas y el 5 el de las unidades, en cambio en el número cincuenta y uno, el 5 ocupa el lugar de las decenas y 1 el lugar de las unidades.

Es necesario recordar las siguientes equivalencias:

10 unidades equivalen a 1 decena

10 decenas equivalen a 1 centena

10 centenas equivalen a 1 unidad de mil

✖ ACTIVIDAD

9) Escriba un número de dos cifras con las cifras 5 y 7 luego escriba uno mayor.

10) Escriba un número de tres cifras con el 5 y 7.

11) En el visor de los turnos de la farmacia aparece 008, si tengo el número 023, ¿cuántos números faltan para que me atiendan?

12) En el visor de los turnos de ANSES aparece 230, si tengo el número 281, ¿cuántos números faltan para que me atiendan?

13) Para completar un cheque es necesario escribir la cantidad usando palabras. Si el cheque es de \$623, escriba el importe correspondiente.

14) Escriba los siguientes números:

- | | | |
|------------------|--------------------|------------------------|
| a) Tres decenas | b) Cuatro centenas | c) Dos unidades de mil |
| d) Tres centenas | e) Nueve unidades | f) Siete decenas |

SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO

El sistema de numeración romano utiliza siete símbolos, cada uno con un único valor.

I = 1 V = 5 X = 10

L = 50 C = 100 D = 500 M = 1000

Para armar los números romanos se utilizan las siguientes reglas:

1) Si la letra no tiene a la derecha otra de mayor valor, se suma el valor correspondiente.

$$XI = 10 + 1 = 11$$

$$LIII = 50 + 3 = 53$$

2) Si las letras I, X y C tienen a la derecha otra de mayor valor, se restan

$$IX = 10 - 1 = 9$$

$$XL = 50 - 10 = 40$$

3) Las letras I, X, C y M se pueden repetir hasta tres veces,
las letras V, L y D no se pueden repetir.

13 = XIII (no se escribe VVIII, porque la V no se puede repetir)

14 = XIV (no se escribe XIII, porque no se puede repetir I cuatro veces)

4) Una raya encima los multiplica por mil. $\overline{V} = 5000$

✕ ACTIVIDAD

15) Escriba los siguientes números en el sistema de numeración indoeuropeo y romano:

a) once

b) nueve

c) catorce

d) veinte

e) veintitrés

f) treinta

g) treinta y dos

16) ¿A qué acontecimiento histórico se refieren las siguientes fechas patrias?

a) IX - VII - MDCCCXVI

b) XXV - V - MDCCCX

Para ubicar hechos históricos, también es común utilizar números romanos, principalmente para aclarar en qué siglo ocurrieron. Por ejemplo, recordamos que la Declaración de la Independencia en 1816 se ubica en el siglo XIX; la llegada del hombre a la Luna en 1969 se ubica en el siglo XX. Si la

Revolución francesa ocurrió a fines del siglo XVIII d. C (después de Cristo), diremos que se produjo en “mil setecientos y algo”...

En nuestra sociedad, se utiliza el calendario cristiano, separando las fechas en antes y después del nacimiento de Cristo.

✕ ACTIVIDAD

17) Resuelva:

a) Indique entre qué siglos se desarrolló la cultura inca si la ubicamos entre los años 1438-1533.

b) Chichen Itzá (península de Yucatán, México) fue una de las principales ciudades mayas. Su fundación se remonta al año 525 d.C. Indique a qué siglo corresponde.

18) Identifique a qué siglos pertenecen estos años:

a) 1986

b) 1810

c) 1789

d) 2014

+i

MÁS INFORMACIÓN

En algunos relojes se prefiere escribir el 4 como IIII, lo que es incorrecto en la numeración romana, pero varias son las explicaciones:

El Instituto Británico de Relojería explica que se prefiere el IIII en lugar del IV por razones estéticas de simetría, ya que el IIII armoniza con el VIII (ambas cifras tienen 4 cifras), pero el reloj Big Ben de Londres tiene el IV, igual que los relojes japoneses de torre que usan numeración romana. También se ha dicho que fue porque el rey Carlos V de Francia censuró a un relojero por haber puesto en el reloj de torre IV y no IIII, y ante la defensa del relojero de que eso era lo correcto, el rey cuestionó bruscamente diciendo “yo nunca me equivocó”.



RECOMENDACIONES

Si el Centro Educativo FinEs cuenta con un reproductor de DVD, le sugerimos ver con el resto de sus compañeros y acompañados por su tutor, el siguiente video, o verlo online desde:
fines.educacion.gov.ar/educar

04 "Los números más allá de la escuela" en Numeración y funciones.

Tambien lo pueden consultar en la siguiente pagina:
<http://fines.educacion.gov.ar/modulos/matematica>

ACTIVIDAD

INTEGRADORA

19) Ordene de menor a mayor los siguientes números:

356; 563; 635; 653; 333; 353; 535; 656; 633; 655; 355; 606;
366; 365; 536; 555; 335

20) Nombre números que cumplan las siguientes condiciones:

a) $x < 3$

b) $x > 5$

c) $x > 2$ y $x < 8$

21) ¿Cuál es el número que se obtiene agrupando...

a) ...dos centenas y tres decenas?

b) ...dos centenas, tres decenas y ocho unidades?

c) ...tres centenas y tres decenas?

d) ...tres centenas y tres unidades?

e) ...dos unidades de mil, 4 centenas, 6 decenas y 5 unidades?

22) Escriba en palabras los siguientes números romanos:

a) XVII

b) IX

c) XXIX

d) LIV





UNIDAD II



OPERACIONES CON



NÚMEROS NATURALES

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) En el estacionamiento hay 6 autos, 20 motocicletas y 12 bicicletas.

- De las veinte motocicletas, ocho son rojas, ¿cuántas motocicletas no son rojas?
- ¿Cuántas ruedas hay en total? (sin contar las de auxilio)

b) El cajero automático sólo entrega billetes de \$50 y \$100 y está programado para entregar billetes del mayor valor existente.

- ¿Cuántos billetes entregará para pagar \$ 600?
- ¿Cuántos billetes de cada tipo entregará para pagar \$750?
- ¿Cuántos billetes de cada tipo entregará para pagar \$250?
- ¿Y para pagar el total de las cantidades anteriores?

c) Resuelva sin calculadora las siguientes operaciones:

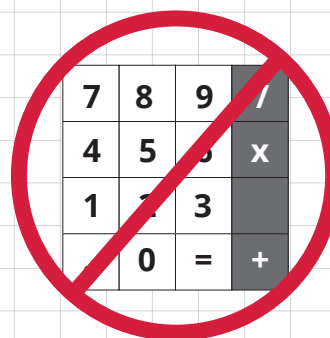
$$12 + 7 + 13 + 28 =$$

$$6 + 25 + 14 + 25 =$$

$$33 + 27 + 12 =$$

$$87 - 23 =$$

$$80 - 24 =$$



d) Resuelva sin calculadora $754 + 38$

e) ¿Cuál es el área total de la región de Cuyo si el área de San Juan es de 87.639 km², la de Mendoza 150.839 km² y la de San Luis 76.748 km²?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Para resolver las situaciones anteriores podríamos haber contado 1 por 1, pero la idea es usar las operaciones para avanzar en la construcción de los saberes matemáticos.



a) En el estacionamiento hay 6 autos, 20 motocicletas y 12 bicicletas.

- Si queremos saber cuántas motocicletas no son rojas, una forma es restar $20 - 8 = 12$; otra forma es tantear cuántas hay que agregar a las 8 para llegar a 20. En símbolos podría expresarse $8 + x = 20$.

- Para llegar al total de ruedas, como primera opción podemos sumar detallando que las motocicletas y las bicicletas tienen dos ruedas; por lo tanto si hay 32 vehículos con 2 ruedas, sumarán 64 ruedas pero por otra parte los autos tienen 4 ruedas cada uno, dichas ruedas suman 24 (6 autos x 4 ruedas); o sea, en total hay 88 ruedas.

b) El cajero automático sólo entrega billetes de \$50 y \$100.

- En este caso el cajero entregará 6 billetes de \$100

- En este otro caso el cajero entregará 7 billetes de \$100 y uno de \$50

- Aquí el cajero entregará 2 billetes de \$100 y uno de \$50

- Para pagar el total de las cantidades que es de \$1.600, el cajero automático entregará 16 billetes de \$100

c) Resuelva:

$$12 + 7 + 13 + 28 = 60$$

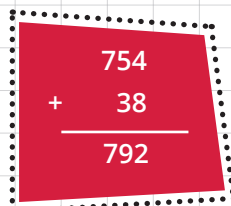
$$6 + 25 + 14 + 35 = 80$$

$$33 + 27 + 12 = 72$$

$$87 - 23 = 64, \text{ se puede verificar sumando } 64 + 23 = 80$$

$$80 - 24 = 56, \text{ se puede verificar sumando } 56 + 24 = 80$$

d) Para sumar $754 + 38$ en general se escribe un número debajo del otro, ordenando las unidades, las decenas y las centenas; luego se calcula de derecha a izquierda. Se respeta sumar las unidades, en este caso $4 + 8 = 12$, por lo cual se escribe la unidad 2 debajo de las unidades y el 1 que corresponde a las decenas se suma con las 5 y 3 decenas, obteniendo 9. Finalmente se escriben las 7 centenas


$$\begin{array}{r} 754 \\ + 38 \\ \hline 792 \end{array}$$

e) Para obtener el área de la región de Cuyo, podemos sumar las áreas de cada provincia y obtenemos un área total de 315.226 km².

PROPIEDADES DE LA SUMA

A veces las propiedades permiten agilizar el cálculo. Para sumar tres o más números, es conveniente sumar de a dos: $33 + 27 + 12$

Para indicar cómo agrupamos vamos a incorporar los paréntesis $(33 + 27) + 12 = 60 + 12 = 72$; aplicando la *propiedad asociativa de la suma de naturales*, la cual se expresa:

Si a , b y c son números naturales, entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$

En ocasiones nos conviene, en vez de agrupar, “desagrupar” un número (es decir, escribirlo como suma de otros 2) para poder sumar más fácil. Por ejemplo, si tuviésemos que sumar $36 + 7$ podemos escribir al 7 como $4 + 3$ para resolver de la siguiente manera: $36 + 7 = 36 + (4 + 3) = (36 + 4) + 3 = 40 + 3 = 43$.

También podemos, si lo creemos conveniente, cambiar el orden de los términos para sumar más fácilmente. Por ejemplo, si tuviéramos que sumar $12 + 7 + 13 + 28$ podemos ordenarlos de la siguiente manera: $12 + 28 + 7 + 13$ para luego, usando la *propiedad asociativa*, agrupar convenientemente y resolver $(12 + 28) + (7 + 13) = 40 + 20 = 60$.

La propiedad que nos permite intercambiar el orden de los números que tenemos que sumar se llama *propiedad conmutativa de la suma de naturales*, y se expresa:

Si a y b son números naturales, entonces $a + b = b + a$

✖ ACTIVIDAD

1) Resuelva aplicando la propiedad asociativa (indique entre paréntesis las operaciones parciales)

a) $45 + 25 + 16 + 14 =$

b) $5 + 25 + 6 + 24 + 12 + 38 =$

c) $10 + 38 + 12 + 17 + 23 =$

2) Resuelva aplicando las propiedades asociativa y conmutativa para agilizar el cálculo

a) $26 + 25 + 4 + 36 + 24 + 35 =$



- b) $29 + 16 + 4 + 51 + 7 =$
 c) $108 + 35 + 125 + 32 =$
 d) $134 + 25 + 15 + 23 + 17 + 16 =$
 e) $42 + 15 + 16 + 2 + 5 =$

3) Analice las siguientes operatorias y elija la que más le convenga

- a) $42 + 9 = 42 + (8 + 1) = (42 + 8) + 1 = 50 + 1 = 51$
 b) $42 + 9 = 42 + (10 - 1) = (42 + 10) - 1 = 52 - 1 = 51$
 c) $138 + 7 = 138 + (2 + 5) = (138 + 2) + 5 = 140 + 5 = 145$
 d) $138 + 7 = 138 + (10 - 3) = 138 + 10 - 3 = 148 - 3 = 145$

PROPIEDADES DE LA RESTA

Se llama *resta* o sustracción a la diferencia entre un número natural "m" y otro "s" menor o igual dando como resultado un número natural "d".

En símbolos:

$$m - s = d \text{ llamándose "m" al minuendo y "s" sustraendo}$$

Para saber si la diferencia es correcta se verifica:

$$d + s = m$$

La *propiedad conmutativa* no vale para restar naturales pues $8 - 3$ no es igual que $3 - 8$.

En símbolos:

$$8 - 3 \neq \text{"es distinto"} \text{ o "no es igual a"} 3 - 8$$

Tampoco vale la *propiedad asociativa* pues $(20 - 6) - 3 \neq 20 - (6 - 3)$ pues $11 \neq 17$

Calcule $754 - 238$ sin calculadora

$$\begin{array}{r} 754 \\ - 238 \\ \hline 516 \end{array}$$

En este caso no se puede restar 4 menos 8 por lo cual "se le pide 1 al 5", obteniéndose 14 unidades a las cuales se le restan 8. De las 4 decenas que quedan, al minuendo se le restan 3.

✖ ACTIVIDAD

4) La suma de dos números es 36, si uno de ellos es 15, ¿cuál es el otro?

5) ¿Cuántas horas emplea un micro para llegar si partió de la estación a las 9 hs. y llegó a las 17 hs?

6) Las sumas algebraicas combinan sumas y restas. Resuelva y aplique propiedades cuando sea posible, luego consulte con su tutor.

a) $59 - 13 - 2 + 1 =$

b) $59 - 13 - (2 + 1) =$

c) $59 - (13 - 2) + 1 =$

d) $59 - (13 - 2 + 1) =$

7) Calcule la resta entre 5 decenas, 3 unidades con 2 decenas, 1 unidad.

8) Aplique una forma sencilla para restar los siguientes números:

a) $182 - 6$

b) $93 - 8$

c) $124 - 7$

d) $51 - 9$

9) De un fondo depositado se retiran \$342 y quedan \$528 ¿Cuánto dinero había antes del retiro?

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN

Para multiplicar tres o más números es conveniente multiplicar de a dos:

$$2 \cdot 3 \cdot 9 = 6 \cdot 9 = 54$$

En ocasiones, las propiedades se usan sin saberlo, agilizando la operación: cuando resolvemos $(2 \cdot 3) \cdot 9 = 6 \cdot 9 = 54$; estamos aplicando la **propiedad asociativa de la multiplicación de naturales**, la cual se expresa:

$$\text{Si } a, b \text{ y } c \text{ son números naturales, entonces } (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

En la operación $2 \cdot 3 \cdot 9$, si cambiamos el orden de los términos: $9 \cdot 3 \cdot 2$ estamos aplicando la propiedad conmutativa de la multiplicación de naturales, la cual se expresa:

**Si a y b son números naturales, entonces $a \cdot b = b \cdot a$
“El orden de los factores no altera el producto”**

La propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta de números naturales puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (7 + 5) &= \\ 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 &= \\ 14 + 10 &= 24 \end{aligned}$$

MULTIPLICACIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS

$$\begin{aligned} 32 \cdot 1.000 &= 32.000 \\ 5 \cdot 10.000 &= 50.000 \end{aligned}$$

Para multiplicar un número natural por la unidad seguida de ceros, se agregan a la derecha tantos ceros como figuren después de la unidad.

MULTIPLICACIÓN POR UN NÚMERO TERMINADO EN NUEVE

Para resolver $25 \cdot 9$, expresamos al 9 como $10 - 1$ y aplicamos la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} 25 \cdot 9 &= \\ 25 \cdot (10 - 1) &= \\ 25 \cdot 10 - 25 \cdot 1 &= \\ 250 - 25 &= 225 \end{aligned}$$

Otro ejemplo, para resolver $7 \cdot 29$, expresamos el 29 como $30 - 1$.

$$\begin{aligned} 7 \cdot 29 &= \\ 7 \cdot (30 - 1) &= \\ 7 \cdot 30 - 7 \cdot 1 &= \\ 210 - 7 &= 203 \end{aligned}$$

MULTIPLICACIÓN POR UN NÚMERO TERMINADO EN UNO

Para resolver $25 \cdot 11$, expresamos al 11 como $10 + 1$ y aplicamos la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} 25 \cdot 11 &= \\ 25 \cdot (10 + 1) &= \\ 25 \cdot 10 + 25 \cdot 1 &= \\ 250 + 25 &= 275 \end{aligned}$$

Otro ejemplo, para resolver $15 \cdot 21$, expresamos al 21 como $20 + 1$.

$$\begin{aligned} 15 \cdot 21 &= \\ 15 \cdot (20 + 1) &= \\ 15 \cdot 20 + 15 \cdot 1 &= \\ 300 + 15 &= 315 \end{aligned}$$

Opere $143 \cdot 52$ sin calculadora

$$\begin{array}{r} 143 \\ \times 52 \\ \hline 286 \\ 715 \\ \hline 7436 \end{array}$$

En la primera fila se escribe el producto $143 \cdot 2 = 286$. En la segunda fila se escribe el producto $143 \cdot 5 = 715$ y se ubica un lugar desplazado hacia la izquierda (ya que 5 es una cantidad de decenas), luego se suman las columnas.



MÁS INFORMACIÓN

El signo de multiplicación "x" fue usado por primera vez en el siglo XVI por el matemático inglés William Oughtred. Es el que actualmente se utiliza en las calculadoras.

En el siglo XVII, el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz, lo cambió por un punto para no confundirlo con la letra equis.

✖ ACTIVIDAD

10) Complete los espacios en blanco:

$$\begin{array}{r} 432 \\ \times 23 \\ \hline 126 \\ + 64 \\ \hline 936 \end{array}$$

11) Calcule la siguiente multiplicación:

	5	1	2
x		3	4

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) ¿Cuánto es 4 más el triple de 5?

b) El número 30 es fácil expresarlo con tres cincos: $5 \times 5 + 5$. ¿Podría encontrar otra solución con otras tres cifras iguales? Ayuda: se permiten utilizar todas las operaciones.

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Para resolver las situaciones anteriores nos encontramos con diferentes resultados, pero la idea es ampliar los conocimientos y aprender distintas formas correctas, aplicando las diferentes propiedades para avanzar en la construcción de los saberes matemáticos.

a) Una opción es escribir en símbolos $4 + 5 + 5 + 5 = 19$; también podría escribirse $4 + 5 \times 3 = 19$, recordando que 5×3 forman un mismo término y el 4, otro.

b) Podemos obtener el número treinta como $6 \times 6 - 6 = 30$

✖ ACTIVIDAD

12) Sabiendo que en 1 hora hay 60 minutos, ¿cuántos minutos hay en 3 horas y cuarto?

13) Un avicultor compara las incubadoras para huevos de gallina, el modelo A tiene tres bandejas para 80 huevos en incubación y el modelo B tiene dieciocho bandejas para 11 huevos c/u.

- a) Calcule cuántos huevos puede incubar el modelo A.
- b) Y cuántos el modelo B.
- c) ¿En cuántos huevos supera un modelo al otro?

14) ¿Cuántos minutos hay en 5 días y 3 horas y media?

15) Calcule mentalmente

- a) El doble de 33
- b) El quíntuple de 22
- c) El triple de 48

16) Fermín tiene \$400 y Juana tiene el doble, calcule cuánto tienen ambos.

17) ¿Cuál es el número natural que multiplicado por sí mismo es el mismo número?

18) Escriba en símbolos la siguiente propiedad de la multiplicación: "Cualquier número multiplicado por uno es el mismo número".

19) El cajero automático solamente expende billetes de \$50. ¿Cuántos billetes me entrega si retiro \$1000?

20) En una fábrica se han consumido 1860 metros cúbicos de gas durante el mes de julio. Calcule el consumo diario promedio incluidos los sábados, domingos y feriados.

21) Daniel necesita armar estantes y compra 12 metros de madera por \$60

- a) ¿Cuántos metros de la misma madera compró Luis si gastó \$90?
- b) ¿Cuánto debe pagar Juan por comprar 3 metros de madera?



22) Un matrimonio decide repartir un campo de 36 hectáreas entre sus 3 hijos. Si a cada hijo le corresponde la tercera parte, calcule cuántas hectáreas recibe cada hijo.

PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

Resuelva utilizando la calculadora las siguientes operaciones de multiplicación y división. ¿Puede sacar alguna conclusión acerca de las diferencias entre las propiedades de la multiplicación y la división?

a) $30 : 15 =$

b) $15 : 30 =$

c) $36 : 6 : 2 =$

d) $36 : (6 : 2) =$

e) $30 \cdot 15 =$

f) $15 \cdot 30 =$

g) $36 \cdot 6 \cdot 2 =$

h) $36 \cdot (6 \cdot 2) =$

La propiedad conmutativa no vale para dividir naturales:
 $8 : 2$ no es igual que $2 : 8$

Tampoco la propiedad asociativa pues $(40 : 4) : 2 \neq 40 : (4 : 2)$
ya que $(40 : 4) : 2 = 10 : 2 = 5$,
mientras que $40 : (4 : 2) = 40 : 2 = 20$

✕ ACTIVIDAD

23) Media docena de sillas y 2 banquetas cuestan \$2.000. Si cada banqueta se pagó \$100.

a) ¿Cuál es el precio de cada silla?

b) ¿Y de una docena de sillas?



24) Mariana junta tapitas de plástico para armar una bandeja reciclable. Si necesita 3 docenas de tapitas para cada bandeja y calcula que por semana consume 4 bebidas, ¿cuántas semanas tiene que esperar para juntar la cantidad de tapitas que necesita?

25) En cada viaje en carretilla, un albañil traslada como máximo 12 ladrillos. ¿Cuántos viajes realiza con la carretilla cargada si debe transportar 126 ladrillos? (Tenga en cuenta que el albañil quiere hacer la menor cantidad de viajes posibles).

26) En la capacitación acerca del simulacro de evacuación hay 43 empleados inscriptos pero se ausentaron 8. Los empleados presentes se reparten en cinco equipos con el mismo número de integrantes. ¿Cuántos integrantes forman cada equipo en la capacitación?

27) En el teatro municipal, la sala principal tiene 250 butacas. Por las 50 ubicaciones más caras se paga \$80 cada una y por las restantes, la mitad. En la función de ayer, se agotaron las butacas mejor ubicadas y quedaron sin vender 30 ubicaciones. ¿Cuál es el total recaudado en la función de ayer?

28) Al desagotar una pileta, en 3 horas descendió 60 centímetros. Sabiendo que la velocidad a la cual se desagota la pileta es constante, calcule cuántos centímetros desciende en 1 hora.

29) Ana, Beto y Camila fueron a comprar los pasajes del tren para irse de vacaciones juntos. Ana no llevaba dinero, entonces entre Beto y Camila pagaron los 3 pasajes: Beto puso \$540 y Camila, \$480. Calcular cuánto costó cada pasaje y responder:

- a) ¿Cuánto debe devolverle Ana a Beto?
- b) ¿Y cuánto Ana a Camila?

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

El papiro de Rhind es uno de los escritos más antiguos que ha llegado a nuestros días y se descubrió a mediados del siglo XIX en Tebas (Egipto). Este papiro resultó ser la obra de un escriba llamado Ahmose o Ahmés, quien lo escribió en el siglo



XVI a. C., hace más de 3.600 años; se dice que Ahmose o Ahmés lo copió de otra obra escrita en el siglo XIX a. C.

En este papiro se incluye el viejo acertijo: “Hay 7 casas con 7 gatos cada una, sabiendo que cada gato come 7 ratones y cada ratón se ha comido 7 espigas de trigo y cada espiga de trigo produce 7 arrobas de trigo. ¿Cuántas arrobas de trigo se han perdido?”

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Primero se puede calcular que hay 7 gatos por casa, un total de 49 gatos. Los 49 gatos se comieron 7 ratones cada uno, por lo cual hay 343 ratones muertos, los cuáles se habrían comido cada uno 7 espigas de trigo, es decir 2.501 espigas; las que hubieran producido cada una 7 arrobas de grano de trigo, es decir 16.807 arrobas. Se concluye que se han perdido 16.807 arrobas de trigo.

Una forma más sencilla es plantear las multiplicaciones parciales sucesivamente: $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 16.807$ pudiéndose expresar 7^5 , lo cual significa que se multiplica la cantidad 7 tantas veces como lo indica el exponente 5. Esta operación se llama potenciación. En una calculadora científica se hace de la siguiente manera:



En el acertijo de los gatos egipcios, el término **arroba** proviene del árabe (ar-rub) y designa una antigua unidad de medida. Los gatos eran adorados por los egipcios y decían que tienen 7 vidas.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN Y LA RADICACIÓN

LECTURA DE POTENCIAS

La potencia primera de un número natural es igual al mismo número: $8^1 = 8$. En el siglo XII el matemático hindú Bhaskara, usó la inicial de la palabra cuadrado para indicar la potencia 2. Actualmente se continúa nombrando así. De la misma manera, 5^3 se lee “cinco al cubo”. A su vez, 3^4 se lee “tres a la cuarta”, 6^5 se lee “seis a la quinta”, y así sucesivamente.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

La potencia 0 de un número cualquiera, **diferente de 0**, es igual al número 1. Ejemplo: $27^0 = 1$

La **propiedad conmutativa no vale para la potenciación de números naturales**, porque por ejemplo $5^2 = 25$ no es igual que $2^5 = 32$.

Aunque no se cumplan esas propiedades, es posible agilizar la potenciación, por ejemplo utilizando la **propiedad distributiva de la potenciación respecto del producto**:

$$(7 \cdot 3)^2 = (21)^2$$
$$7^2 \cdot 3^2 = 49 \cdot 9 = 441$$

- La **propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la división** es de la siguiente manera:

$$(10 : 2)^3 = 10^3 : 2^3 =$$
$$1000 : 8 = 125$$
$$(10 : 2)^3 = 5^3 = 125$$

- El **producto de potencias de igual base** es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma de los exponentes de las potencias dadas:

$$2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8 = 256$$

- El **cociente de potencias de igual base** es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la resta de los exponentes de las potencias dadas:

$$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

- **Toda potencia de otra potencia es igual a otra potencia de la misma base**, cuyo exponente es el producto de los exponentes de las potencias dadas:

$$(2^2)^3 = 2^6 = 64$$

✖ ACTIVIDADES

30) Calcule las siguientes operaciones:

a) $7^2 =$

b) $3^2 + 2^3 =$

c) $3^4 - 4^3 =$

d) $(12 - 7)^2 =$

e) $6^2 + 8^2 =$

31) Realice las siguientes operaciones:

a) $4 \cdot 5^2 + 2^3 - 3^3 =$

b) $1^7 + 20 : 2 - 3^2 =$

c) $45^0 + (2 \cdot 5)^2 =$

d) $54^0 + 2 \cdot 5^2 =$

32) La distancia media aproximada del planeta Mercurio al Sol es de 58.000.000 kilómetros, es decir, 58 millones de kilómetros. También se puede escribir utilizando la "notación científica": $58.000.000 = 5,8 \times 10^7$. Escriba las siguientes distancias medias aproximadas en notación científica:

a) Del planeta Tierra al Sol: 150.000.000 kilómetros.

b) Del planeta Marte al Sol: 228.000.000 kilómetros.

33) Aplique las propiedades para agilizar el cálculo:

a) $3^3 \cdot 3^0 \cdot 3^2 =$

b) $5^3 \cdot 5^2 : 5 =$

c) $(2^2)^3 : 2^5 \cdot (2^3)^2 =$

d) $(4^4 \cdot 4^2 : 4^3)^3 =$

e) $2^6 : 2^3 \cdot 2^0 =$

34) Escriba en palabras las siguientes operaciones. Por ejemplo: "cuatro al...". Luego resuelva.

a) $4^3 : 4^2$

b) $5^2 \cdot 5^3$

RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

$\sqrt[3]{8} = 2$ pues $2^3 = 8$. Se lee "la raíz cúbica de 8 es igual a 2 pues el cubo de 2 es 8". Cuando el índice es 2 no es necesario escribirlo: $\sqrt{9} = 3$ pues $3^2 = 9$. Se lee "la raíz cuadrada de 9 igual 3 ya que 3 al cuadrado es 9".

El primer matemático que utilizó el término "raíz cuadrada" fue Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, en el año 1220. El matemático Euler opinaba que el origen del símbolo del radical " $\sqrt{\quad}$ " fue la letra r (de raíz).

Estos cálculos típicos, son más fáciles de realizar con las teclas $\sqrt{}$ ó $\sqrt[3]{}$ que aparecen en algunos modelos de **calculadoras científicas**. Para calcular $\sqrt{16}$ se opera así:



PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

La raíz del número 1 con cualquier índice natural siempre es 1:

$$\sqrt[3]{1} = 1 \text{ pues } 1^3 = 1$$

$$\sqrt{1} = 1 \text{ pues } 1^2 = 1$$

La **propiedad conmutativa no vale para la radicación de naturales** porque, por ejemplo, $\sqrt[3]{8}$ no es igual que $\sqrt{3}$.

La **propiedad distributiva de la radicación con respecto a la división**:

$$\sqrt{64 : 16} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = 8 : 4 = 2$$

Toda raíz de otra raíz es igual a otra raíz del mismo radicando, cuyo índice es el producto de los índices de las raíces dadas: $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$

CÁLCULOS COMBINADOS CON NÚMEROS NATURALES

¿Cuánto es $4 + 3 \cdot 5$? Para resolverlo es necesario jerarquizar las operaciones, es decir, determinar qué operaciones deben hacerse primero. El segundo término está formado por la multiplicación $3 \cdot 5$, y este debe resolverse primero, mientras que el 4 es el primer término, y esa suma se resuelve luego.

En otras operaciones combinadas más extensas, primero se resuelven los paréntesis y luego los corchetes; después, los exponentes, a continuación los productos y cocientes y finalmente las sumas y restas.

✖ ACTIVIDADES

35) Resuelva:

a) $\sqrt{16} + \sqrt{9} =$

b) $\sqrt{16 + 9} =$

c) $\sqrt{5^2 - 3^2} =$

d) $\sqrt{49} + 4^3 =$

e) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} =$

36) Realice las siguientes operaciones:

a) $5^2 \cdot 2 + \sqrt{100} =$

b) $\sqrt{64} + \sqrt{36} =$

c) $\sqrt{64 + 36} =$

d) $3 \cdot \sqrt[3]{8} + 2 \cdot \sqrt[3]{27} =$

37) Resuelva separando en términos y respetando la jerarquía de las operaciones:

a) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 =$

b) $(120 : 6 - 14 : 7) : 6 + 5^0 =$

c) $(6 : 2 + 9 \cdot \sqrt{9}) : (50 : 5) =$

d) $[(16 : \sqrt{16} + 6) : 5 + 10] : 2^2 =$

INTEGRADORA

38) Resuelva los siguientes cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

a) $8 + 25 - 15 : (5 - 2) =$

b) $(8 + 25 - 15) : (5 - 2) =$

c) $8 + 25 - 15 : 5 - 2 =$

d) $8 + (25 - 15) : 5 - 2 =$

39) En la siguiente multiplicación, más de la mitad de las cifras están sustituidas por asterisco. ¿Podrías reponer las cifras que faltan?

			*	1	5
		x	3	*	2
+			8	3	*
*	3	*	2	0	
	2	*	5		
1	*	8	*	3	0

40) Resuelva los siguientes cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

a) $(8 - 10 : 5) \cdot 4 + 14 : 7 =$

b) $(13 - 9) \cdot (10 - 5) - (12 : 3 + 1) =$

c) $3 \cdot (8 - 12 : 4) - 2 \cdot (11 - 5) =$

41) En la lavandería industrial de la cabaña se lavan al mismo tiempo 3 manteles con 6 servilletas cada uno, 10 sábanas dobles con 2 fundas de almohada cada una, 6 sábanas simples con 1 funda cada una y 15 toallas. Calcule el número de prendas que se lavaron de forma simultánea.

42) Resuelva los siguientes cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones (recuerde que primero se resuelven los cálculos encerrados entre paréntesis)

a) $[(3 \cdot 5 + 8 \cdot 5 - 20) : 5] - [6 - (6 - 2) : 2] =$

b) $(18 : 3 + 24 : 6) \cdot 5 =$

c) $(3 \cdot 6 : 2 + 27 \cdot 3) \cdot 10 =$

d) $(36 : 12 + 9 \cdot 3) : (40 : 4) =$





UNIDAD III

NÚMEROS RACIONALES POSITIVOS

En varias situaciones nos es difícil expresar la parte de una cantidad o de un todo que necesitamos. Por ejemplo, en una receta de cocina nos indican $\frac{1}{2}$ vaso de leche; para confeccionar ropa, necesito “1 metro y medio” de tela, etc. Todos estos números surgen de la necesidad de expresar porciones de la unidad.

Para medir es necesario utilizar una unidad de referencia, comparar lo que se va a medir con algo. Justamente en esta unidad nos ocuparemos de representar partes de una unidad numérica y aprender sus propiedades y operaciones pues estos temas surgen en nuestro día a día: la administración del dinero, la distribución del tiempo, la delimitación de espacios, la preparación de comidas, la confección de prendas de vestir, las distancias de un camino, las alturas de una pared, el peso de un animal, etc.

LAS FRACCIONES

El número fraccionario $\frac{a}{b}$ (que se lee “a sobre b”) siendo “a” el numerador y “b” el denominador, con la condición de que b nunca puede ser 0.

Si en una medicación la indicación es: el primer día “consume dos quintos del total del contenido del frasco”, el mismo se divide en 5 partes iguales y se consumen sólo 2 de esas partes.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- a) Reparta 3 alfajores entre 6 amigos, de forma tal que cada uno reciba la misma cantidad.
- b) Tres hermanos reparten en partes iguales el gasto de la sucesión de sus padres, cada uno pagó un tercio. Si el gasto es de \$2.100, ¿cuánto pagó cada hermano?
- c) Un chocolate viene dividido en 8 barritas, si Juana se come 3, ¿cuál es la parte que le deja a su amiga?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

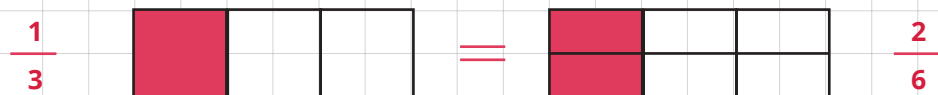
- a) Una forma podría consistir en dividir cada alfajor por la mitad y que cada persona reciba medio alfajor. Es decir, cada alfajor se reparte entre 2 personas, cada uno con partes iguales.
- b) Si el gasto es de \$2.100 y cada uno pagó un tercio, se divide el total entre 3, pagando cada hermano \$700.
- c) Si el chocolate viene partido en 8 barritas y Juana comió 3 significa que comió $\frac{3}{8}$ (tres octavos) del chocolate y a su amiga le dejó el resto, $\frac{5}{8}$ (cinco octavos) para degustar.

✕ ACTIVIDAD

- 1) Si puedo decir que viví, la cuarta parte de mi vida con mi pareja y además, que convivimos desde hace 10 años, ¿cuál es mi edad actual?

FRACCIONES EQUIVALENTES

Si representamos las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ vemos que ambas representaciones ocupan la misma superficie. Se dicen **fracciones equivalentes** porque representan la misma parte.



La **amplificación** consiste en multiplicar al numerador y al denominador por el mismo número: si quiero encontrar una fracción equivalente a $\frac{3}{5}$ puedo duplicar, triplicar, etc. tanto al numerador como al denominador. Si duplico ambos valores obtengo $\frac{6}{10}$.

La **simplificación** consiste en dividir al numerador y al denominador por el mismo número: si quiero encontrar una fracción equivalente a $\frac{18}{21}$ puedo calcular la tercera parte tanto del numerador como del denominador y obtengo $\frac{6}{7}$.

✖ ACTIVIDAD

2) Calcule una fracción equivalente para las siguientes fracciones (recuerde que puede simplificar o amplificar):

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{7}$

d) $\frac{8}{12}$

e) $\frac{12}{8}$

3) Simplifique las siguientes fracciones:

a) $\frac{40}{100}$

b) $\frac{35}{100}$

c) $\frac{32}{64}$

d) $\frac{300}{900}$

4) Indique la fracción correspondiente

a) ¿Qué parte representa 1 semana con respecto al total de 28 días del mes de febrero?

b) ¿Y un mes con respecto a los 12 meses del año?

c) ¿Y un martes con respecto a los 5 días hábiles de la semana?

d) ¿Qué fracción del camino recorrió el conductor si de los 400 km hizo recién 240 km?

e) Se han abonado \$1.000 de una deuda de \$2.500 ¿Qué parte de la deuda se pagó?

PASAJE A EXPRESIÓN DECIMAL

En la vida cotidiana utilizamos, precios, pesos, longitudes y distancias que pueden ser números decimales. Como vimos antes, para algunas situaciones conviene escribir un número fraccionario en forma decimal, para lo cual se divide el numerador por el denominador: $\frac{11}{4} = 11 : 4 = 2,75$ y se lee “dos con setenta y cinco”.

✖ ACTIVIDAD

5) Escriba la expresión decimal de cada fracción:

a) $\frac{12}{8}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{8}{5}$

d) $\frac{2}{8}$

e) $\frac{3}{5}$

f) $\frac{1}{5}$

g) $\frac{8}{10}$

h) $\frac{2}{5}$

i) $\frac{3}{2}$

j) $\frac{1}{2}$

6) Escriba con palabras los siguientes números:

a) 2,47

b) 13,56

c) 28,714

d) 60,509

PASAJE DE EXPRESIÓN DECIMAL A FRACCIONARIA

En algunas ocasiones conviene escribir un número decimal en forma fraccionaria para lo cual se arma una fracción con denominador múltiplo de diez. En dicha fracción, el denominador es la unidad seguida de tantos ceros, como cifras decimales aparezcan a la derecha de la coma:

0,3 es la fracción $\frac{3}{10}$

0,27 es la fracción $\frac{27}{100}$

0,139 es la fracción $\frac{139}{1000}$

Las fracciones decimales tienen como denominador la unidad seguida de ceros:

$\frac{3}{10}$ se lee "tres décimos"

$\frac{27}{100}$ se lee "veintisiete centésimos"

$\frac{139}{1000}$ se lee "ciento treinta y nueve milésimos"

✕ ACTIVIDAD

7) Escriba la expresión fraccionaria:

a) 0,9

b) 0,77

c) 0,27

d) 0,09

8) Escriba la expresión decimal:

a) $\frac{247}{1000}$

b) $\frac{561}{1000}$

c) $\frac{47}{100}$

d) $\frac{1}{1000}$

e) $\frac{19}{100}$

f) $\frac{7}{100}$

PASAJE DE EXPRESIÓN Y SIMPLIFICACIÓN

0,2 es la fracción $\frac{2}{10}$, se puede calcular la mitad tanto del numerador como del denominador y se obtiene $\frac{1}{5}$.

0,24 es la fracción $\frac{24}{100}$, se puede calcular la cuarta parte tanto del numerador como del denominador y se obtiene $\frac{6}{25}$.

13,5 es la fracción $\frac{135}{10}$, se puede calcular la quinta parte tanto del numerador como del denominador y se obtiene $\frac{27}{2}$.

✖ ACTIVIDAD

9) Escriba la expresión fraccionaria, si es posible simplifique:

- | | |
|---------|---------|
| a) 0,8 | b) 0,82 |
| c) 0,25 | d) 0,08 |

10) Escriba la expresión decimal:

- | | | |
|----------------------|---------------------|---------------------|
| a) $\frac{125}{100}$ | b) $\frac{2}{1000}$ | c) $\frac{18}{100}$ |
| d) $\frac{4}{100}$ | e) $\frac{52}{100}$ | f) $\frac{45}{100}$ |

11) Escriba en forma fraccionaria y forma decimal los siguientes números:

- a) veintitrés unidades, con sesenta y dos centésimos
- b) treinta y ocho unidades con setecientos nueve milésimos
- c) diecisiete centésimos

ORDENAR Y REDONDEAR

Para **ordenar números decimales**, podemos expresarlos como fracción teniendo en cuenta que los denominadores sean iguales. Luego se compraran los numeradores entre sí.

Para comparar 23,98 y 24,03; podemos pasar ambos a fracción y obtenemos $\frac{2398}{100}$ y $\frac{2403}{100}$.

✖ ACTIVIDAD

12) El matemático y astrónomo inglés Thomas Harriot, introdujo los símbolos de $<$ y $>$ en el siglo XVII. Compare las siguientes parejas de números:

a) 23,78 con 23,87

b) 3,8 con 3,08

c) 20,4 con 2,04

d) 5,066 con 5,6

13) Ordene las siguientes expresiones decimales de menor mayor:

0,66; 0,006; 0,6; 0,6666

14) Para las siguientes fracciones, escriba la expresión decimal y luego ordene en forma creciente: $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{5}{8}$.

EL ORDEN DE LAS FRACCIONES

Para ordenar las expresiones fraccionarias con el mismo denominador, se comparan los numeradores y será menor la que tenga el menor numerador: si comparo $\frac{1}{4}$ con $\frac{3}{4}$, se obtiene $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$.

Si se comparan las expresiones decimales de ambas fracciones, se obtiene que $0,25 < 0,75$

REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA

Los números racionales positivos pueden ordenarse de menor a mayor en la recta numérica.



En la recta se observa que $\frac{1}{5}$ está a la izquierda de $\frac{1}{2}$, por lo tanto se lee $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$, "un quinto es menor que un medio". Podemos pasar $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$ a expresión decimal y obtenemos 0,2 y 0,5 respectivamente. A su vez, la fracción $\frac{7}{5}$ (que también la podemos escribir como 1,4) la ubicamos a la derecha del 1 ya que es mayor que la unidad.

REDONDEO

En algunas situaciones de la vida cotidiana, aproximamos algunos números por otros para que nos sean más familiares o más fáciles de recordar. Por ejemplo, un precio de \$49,90 lo pensamos como \$50; si una persona mide 1,98 m decimos que mide casi 2 m, etc. Esto es lo que llamamos **aproximar** expresiones decimales. Para ello utilizamos un método llamado **redondeo**. Se escribe utilizando el símbolo “ \approx ” (se lee “es aproximado”): $32,271 \approx 32,27$; $125,348 \approx 125,35$.

Número	Redondeado a dos cifras decimales	Redondeado a tres cifras decimales
7,2892	7,29	7,289
6,2417	6,24	6,242
91,274	91,27	91,274

✖ ACTIVIDAD

15) Redondee los siguientes números a expresiones con 2 cifras decimales:

a) 0,837

b) 0,821

c) 4,259

d) 1,087

16) Para las siguientes fracciones, escriba la expresión decimal y luego redondee a 2 cifras decimales:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{256}{1000}, \frac{1348}{1000}, \frac{95521}{1000}.$$

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

a) Resuelva sin calculadora las siguientes operaciones:

1) $1,2 + 1,3 =$

2) $9,8 - 6,2 =$

3) $5,8 + 1,2 =$

4) $8,7 - 2,3 =$

5) $8 - 2,4 =$

b) ¿Cuál es el triple de $\frac{2}{7}$?



c) ¿Cuál es la mitad de $\frac{4}{9}$?

d) Mi vecina separa $\frac{3}{5}$ de su salario para comida, la mitad del resto para transporte y pago de servicios e impuestos y la otra mitad para vestimenta, salidas y gastos que puedan surgir. ¿Qué parte de su salario destina para vestimenta, salidas y gastos extraordinarios?

e) ¿Cuál es el triple de $\frac{1}{3}$?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) Resuelva sin calculadora las siguientes operaciones:

1) $1,2 + 1,3 = 2,5$

$$\begin{array}{r} 1,2 \\ + 1,3 \\ \hline 2,5 \end{array}$$

2) $9,8 - 6,2 = 3,6$

$$\begin{array}{r} 9,8 \\ - 6,2 \\ \hline 3,6 \end{array}$$

se verifica: $3,6 + 6,2 = 9,8$

3) $5,8 + 1,2 = 7$

$$\begin{array}{r} 5,8 \\ + 1,2 \\ \hline 7,0 \end{array}$$

4) $8,7 - 2,3 = 6,4$

$$\begin{array}{r} 8,7 \\ - 2,3 \\ \hline 6,4 \end{array}$$

se verifica: $6,4 + 2,3 = 8,7$

5) $8 - 2,4 = 5,6$

$$\begin{array}{r} 8,0 \\ - 2,4 \\ \hline 5,6 \end{array}$$

se verifica: $5,6 + 2,4 = 8$

b) El triple de $\frac{2}{7}$ es $\frac{6}{7}$ pues el triple de 2 es 6. En símbolos: $3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$

c) La mitad de $\frac{4}{9}$ es $\frac{2}{9}$ pues la mitad de 4 es 2. En símbolos: $\frac{4}{9} : 2 = \frac{2}{9}$



d) Si mi vecina separa $\frac{3}{5}$ de su salario para comida, el resto son $\frac{2}{5}$. Se puede pensar de la siguiente forma: ¿cuánto le falta a 3 para llegar a ser 5?

La mitad de $\frac{2}{5}$ es $\frac{1}{5}$ pues la mitad de 2 es 1. Por lo tanto, la parte que destina para vestimenta, salidas y gastos que puedan surgir es $\frac{1}{5}$.

e) El triple de $\frac{1}{3}$ puede pensarse sumando $\frac{1}{3}$ 3 veces, es decir $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$.

OPERACIONES CON FRACCIONES Y DECIMALES

MULTIPLICACIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS

Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma a la derecha tantos lugares como ceros figuren después de la unidad. Si ya corrí la coma hasta el último número decimal y todavía me “sobran” ceros después de la unidad, completo con ceros a la derecha. A modo de ejemplo:

$$\begin{aligned} 32,14567 \cdot 1.000 &= 32145,67 \\ 27,6 \cdot 10 &= 276 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5,3 \cdot 100 &= 530 \\ 3,85 \cdot 100 &= 385 \end{aligned}$$

DIVISIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma a la izquierda tantos lugares como ceros figuren después de la unidad. Igual que en el caso anterior, si tengo que seguir corriendo la coma y ya no tengo más cifras, completo con ceros. A modo de ejemplo:

$$\begin{aligned} 263,8 : 100 &= 2,638 \\ 47 : 10 &= 4,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32,5 : 1.000 &= 0,0325 \\ 35 : 100 &= 0,35 \end{aligned}$$

PROPIEDADES DE LA SUMA

Para sumar 3 o más racionales, es conveniente sumar de a 2, por ejemplo:

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7} \right) + \frac{5}{7} = \frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{8}{7}$$

En la operación $\frac{1}{5} + \frac{7}{10} + \frac{3}{5}$, si cambiamos el orden de los términos: $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$ estamos aplicando la **propiedad conmutativa de la suma de racionales** resultando conveniente escribir seguidas las fracciones que tienen el mismo denominador.

Si aplicamos la **propiedad asociativa de la suma de racionales** la agrupación conveniente sería:

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5} \right) + \frac{7}{10} = \frac{4}{5} + \frac{7}{10}$$

Para resolver esta suma, al tener denominadores diferentes, vamos a amplificar al $\frac{4}{5}$ y lo convertimos en $\frac{8}{10}$ para poder sumarlo al $\frac{7}{10}$, por lo tanto $\frac{8}{10} + \frac{7}{10} = \frac{15}{10}$.

En ocasiones las fracciones no tienen el mismo denominador lo que dificulta la suma, por lo cual las amplifiaremos o simplifiaremos para operar con sus expresiones equivalentes.

✖ ACTIVIDAD

17) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} =$

b) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$

c) $\frac{7}{3} + \frac{1}{3} =$

18) Exprese todas fracciones con el mismo denominador (amplifique o simplifique) y luego sume:

a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{2} =$

b) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} =$

c) $\frac{1}{6} + \frac{4}{3} =$

19) Resuelva aplicando la propiedad asociativa (indique entre paréntesis las operaciones parciales)

a) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} =$

20) Aplique las propiedades asociativa y conmutativa para agilizar el cálculo y resuelva

a) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{5}{6} =$

b) $\frac{5}{9} + \frac{1}{3} + \frac{4}{3} =$

PROPIEDADES DE LA RESTA

La propiedad conmutativa no vale para restar racionales ya que

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{5} \neq \frac{3}{5} - \frac{7}{5}$$

Tampoco la propiedad asociativa pues

$$\left(\frac{12}{7} - \frac{8}{7}\right) - \frac{3}{7} \neq \frac{12}{7} - \left(\frac{8}{7} - \frac{3}{7}\right)$$

✖ ACTIVIDAD

21) Resuelva a su manera las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$

b) $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} =$

c) $\frac{7}{3} - \frac{2}{3} =$

22) Exprese todas fracciones con el mismo denominador y luego reste:

a) $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} =$

b) $\frac{7}{4} - \frac{3}{2} =$

c) $\frac{4}{3} - \frac{1}{6} =$

d) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} =$

23) Opere con las siguientes expresiones fraccionarias:

a) $\frac{3}{10} + \frac{3}{2} - \frac{4}{5} =$

b) $\frac{2}{3} + 1 - \frac{1}{2} =$

c) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$

d) $\frac{2}{5} + 1 - \frac{3}{5} =$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN

Si multiplicamos tres o más números racionales, podemos usar la **propiedad asociativa de la multiplicación de racionales**. Por ejemplo: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{2} = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{9}{2} = \frac{6}{35} \cdot \frac{9}{2} = \frac{54}{70}$

También podemos cambiar el orden de los factores, aplicando la **propiedad conmutativa de la multiplicación de racionales** de la siguiente manera: $\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{30}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{90}{40}$

✖ ACTIVIDAD

24) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} =$

b) $\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{4} =$

c) $\frac{7}{3} \cdot \frac{2}{3} =$

25) Multiplique y cuando sea posible, simplifique los resultados:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} =$

b) $\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} =$

c) $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{6} =$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{4} =$

e) $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} =$

26) Realice las siguientes operaciones combinadas:

a) $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{2}{5} =$

b) $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5} =$

c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{10} =$

d) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{10} =$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} =$

PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN

Para dividir dos fracciones, se multiplica la primera fracción por la recíproca de la segunda.

La **fracción recíproca** se obtiene intercambiando el numerador por el denominador de la fracción dada:

$$\frac{7}{4} : \frac{3}{5} = \frac{7}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{35}{12}$$

La **propiedad conmutativa** no vale para dividir racionales y tampoco **la propiedad asociativa**.

✖ ACTIVIDAD

27) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\frac{14}{5} : \frac{3}{5} =$

b) $\frac{5}{4} : \frac{1}{4} =$

c) $\frac{7}{3} : \frac{2}{3} =$

28) Divida y cuando sea posible, simplifique los resultados:

a) $\frac{2}{5} : \frac{6}{7} =$

b) $\frac{9}{4} : \frac{3}{2} =$

c) $\frac{4}{3} : \frac{8}{9} =$

d) $\frac{5}{4} : \frac{3}{8} =$ ➡

29) Realice las siguientes operaciones combinadas:

$$\text{a) } \frac{7}{15} : \frac{4}{3} + 1 =$$

$$\text{b) } \frac{6}{5} : \frac{4}{7} - \frac{1}{10} =$$

$$\text{c) } \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : \frac{9}{4} =$$

$$\text{d) } \frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{9}{4} =$$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

Para elevar una fracción a una potencia dada se multiplica la fracción por sí misma tantas veces como indica la potencia. Por ejemplo: $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{343}$

Recuerde que **todo número elevado a la potencia "0" es igual a 1**. Excepto 0^0 , que no tiene resultado.

✖ ACTIVIDAD

30) Calcule las siguientes potencias:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{6}\right)^2 =$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{8}\right)^0 =$$

Veamos otras propiedades que ya presentamos pero ahora aplicadas a los racionales:

Propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la multiplicación

$$\left(\frac{7}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{49}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{49}{36}$$

Propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la división

$$\left(\frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1}{9} : \frac{4}{25} = \frac{1}{9} \cdot \frac{25}{4} = \frac{25}{36}$$

Cuando se multiplican potencias de la misma fracción, se suman los exponentes:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^{3+2} = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024}$$

...pero se restan los exponentes cuando se dividen potencias de la misma fracción:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{5-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{9}{64}$$

Toda potencia de otra es igual a una potencia de la misma base, cuyo exponente es el producto de los exponentes dados:

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \cdot 3} = \frac{64}{729}$$

RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Al igual que en naturales se cumplen las siguientes propiedades:

La propiedad distributiva de la radicación con respecto a la multiplicación:

$$\sqrt{\frac{1}{100} \cdot \frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{1}{100}} \cdot \sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{1}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{90}$$

La propiedad distributiva de la radicación con respecto a la división:

$$\sqrt{0,49} = \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} = \frac{7}{10} = 0,7$$

PORCENTAJES USUALES

Las expresiones como “15 % de descuento por pago en efectivo” o “2 % de aumento en la tasa de escolaridad” son habituales en la vida cotidiana.

“Quince por ciento de descuento” significa que por cada \$100 que pago me descuentan \$15.

Si compro ropa por \$300 el descuento es de \$45, porque por cada \$100 me descuentan \$15. Por pagar en efectivo, pagaré \$255.

ACTIVIDAD INTEGRADORA

✖ ACTIVIDAD

31) Resuelva:

- a) Calcule el 10 % de 360
- b) Halle el 5 % de 2400
- c) Obtenga el 20 % de 48

32) Resuelva separando en términos y respetando la jerarquía de las operaciones:

a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \sqrt{0,09} =$

b) $\left(\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{4}}\right) : \frac{4}{3} =$

c) $\sqrt{1 - \frac{7}{16}} =$

d) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 + \sqrt{1 + \frac{5}{4}} =$

e) $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{9}} =$

33) Resuelva:

a) Calcule el triple de $\frac{2}{5}$

b) Halle el séxtuplo de $\frac{5}{3}$

c) Calcule la cuarta parte de $\frac{2}{9}$

d) Halle los $\frac{3}{5}$ de 50

e) Calcule $\frac{1}{4}$ de 360

34) A comienzos de 2015 la Presidenta Cristina Fernández de Kirchner anunció que a partir de junio de ese mismo año, la Asignación Universal por Hijo (AUH), que era de \$440, aumentará un 46%.

- a) ¿Cuánto dinero representa ese porcentaje?
- b) ¿Cuánto cobrará finalmente cada beneficiario de la AUH? (redondee el resultado a las unidades)
- c) La AUH establece que cada mes se cobre un 80% de lo estipulado, y que el resto se vaya acumulando para cobrarlo al comienzo del año lectivo siguiente. ¿Cuánto dinero se cobrará y cuanto se guardará en el mes de agosto de 2015?

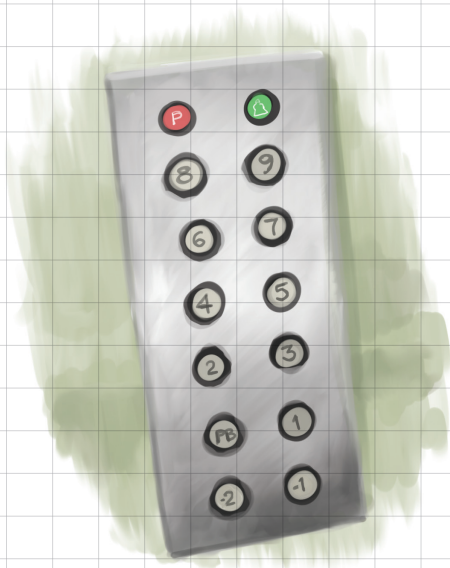


UNIDAD IV



NÚMEROS ENTEROS



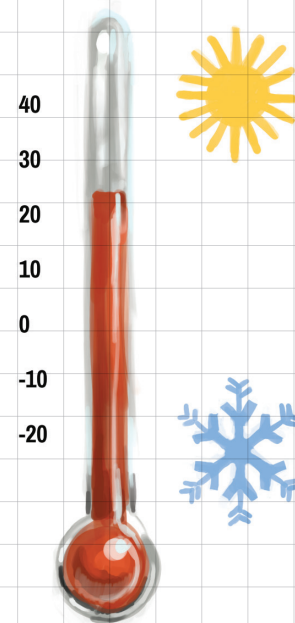


Así como los números naturales pueden ser usados para contar, los números negativos son útiles para representar deudas. Aproximadamente en el siglo VII d.C., los hindúes descubrieron que con los números negativos se podía resolver una resta como la siguiente $2 - 8 = -6$

Actualmente los números negativos se escriben colocando un signo menos precediendo al número. Jugando al chinchón podemos registrar que tengo 25 puntos escribiendo el número 25 y si logro "menos diez" con el -10.

En las botoneras de los ascensores que acceden a subsuelos se indica -1 al primer subsuelo, -2 al segundo y así sucesivamente. Expresan situaciones como la profundidad bajo el nivel del mar, la variación horaria de acuerdo al lugar de residencia, el saldo deudor de una cuenta bancaria y hasta el saldo deudor en la tarjeta SUBE, que es la tarjeta prepaga que permite viajar en colectivos, subtes y trenes adheridos en la Región Metropolitana de Buenos Aires con saldo negativo.

También los números negativos se utilizan en la medición de temperaturas, como muestra el termómetro de la ilustración para indicar temperaturas muy frías, por debajo de los 0°C .



OPUESTO DE UN NÚMERO

Los opuestos de los números negativos son los positivos con los que venimos trabajando. El opuesto del -6 es el 6, el opuesto de 19 es el -19 y el opuesto de 0 es 0. En la recta numérica los números negativos se ubican a la izquierda del 0 y a su derecha los números positivos. El cero no es ni positivo ni negativo. Los números negativos se escriben con un signo "-" (menos) adelante.



Todo número entero que en la recta numérica está a la izquierda de otro es menor que él.

En la recta se observa que -3 está a la izquierda de -1 , por lo tanto se escribe $-3 < -1$ y se lee: "menos tres es menor que menos uno".

✖ ACTIVIDAD

1) Si en la recta numérica 6 es el antecesor de 7 y 8 es el sucesor de 7...

- a) ¿Cuál es el antecesor de -3 ?
- b) ¿Cuál es el sucesor de -9 ?
- c) ¿Y el sucesor de 5?
- d) ¿Y el sucesor de -5 ?

VALOR ABSOLUTO O MÓDULO DE UN NÚMERO

Es la distancia de un número al cero y se anota colocando al número entre barras:

$|-4| = 4$, pues la distancia del -4 al 0 es 4

$|4| = 4$, pues la distancia del 4 al 0 es 4

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Las primeras operaciones con números enteros se realizaron en la India, en el siglo VII d.C., a partir de la necesidad de los hindúes de operar con bienes, con deudas. Tal fue la dificultad de asimilar el concepto de estos números negativos que, en un primer momento se los llamó números absurdos, queriendo significar con este nombre, lo incomprensible de su concepto. Recién en el siglo XVII se generalizó la utilización de los números negativos en Europa.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- a) Para poder ordenar mis cuentas y tener mejor control de lo que gasto, decidí comprarme un cuaderno donde voy a escribir lo que recibo y lo que gasto. ¿Cómo escribiría en el cuaderno que tengo una deuda de \$400? Y si tuviera otra deuda de \$250, ¿cuánto debería en total?
- b) Cuando salí de mi casa tenía solo \$2 de saldo en la tarjeta SUBE. Si el viaje hasta mi trabajo cuesta \$5, ¿Cuánto dinero me quedará en la tarjeta después de viajar? ¿Y si después le cargo \$20?

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

Para sumar dos números enteros del mismo signo: $(-3) + (-7)$ el signo del resultado es igual al signo de los dos números entonces $(-3) + (-7) = -10$

Para sumar dos enteros de diferente signo, se restan los valores absolutos y el signo es el del entero que tenga mayor valor absoluto. Por ejemplo: $(-12) + 5 = -7$

✖ ACTIVIDAD

2) Resuelva las siguientes sumas:

a) $(-23) + (-5) =$ b) $(-20) + 12 + (-4) =$ c) $10 + (-3) + (-5) =$

RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Para restar dos números enteros vamos a transformar la resta en una suma de la siguiente manera, al minuendo se le sumará el opuesto del sustraendo:

$$\begin{array}{c} \text{Minuendo} \quad \text{Sustraendo} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline -10 & -(-3) \\ \hline \end{array} = -10 + 3 = -7 \end{array}$$

SUPRESIÓN DE PARÉNTESIS

Otra forma de resolver las sumas y restas en operaciones con números enteros es suprimiendo los paréntesis, recordando que si al paréntesis lo precede un signo más (+) se mantiene el mismo número con su signo y si lo precede un signo menos (-) cambia el signo del número.

$$200 + (-300) = 200 - 300 = -100$$

$$-10 - (-3) = -10 + 3 = -7$$

$$20 - (-4) = 20 + 4 = 24$$

$$10 + (-2) = 10 - 2 = 8$$

$$-5 + (-2) = -5 - 2 = -7$$

✖ ACTIVIDAD

3) Resuelva las siguientes restas:

a) $(-23) - (-5) =$

b) $(-20) - 12 =$

c) $10 - (-3) - (-5) =$

d) $24 + (-4) - (-6) + 2 =$

e) $-20 - 0 - (-5) =$

4) En el estadio deportivo, la cafetería está en el 6° piso. Si desde allí bajé 8 pisos para llegar al estacionamiento de vehículos, ¿en qué subsuelo estaba mi auto?

5) Un submarino navega a 200 metros de profundidad bajo el nivel del mar. Dispara un cohete, el cual asciende 250 metros. ¿El cohete ascendió sobre el nivel del mar? Si fue así, ¿cuántos metros?

6) Si la botonera del ascensor marca el 5° piso y el ascensor recorre 3 pisos para arriba y luego 12 pisos para abajo, ¿a qué piso llegué?

SUMAS ALGEBRAICAS

Las sumas algebraicas combinan sumas y restas y existen varias formas de resolverlas:

a) Una manera es resolver de izquierda a derecha asociando los términos de a 2

$$\begin{aligned} -2 + 7 + 8 + (-1) - (-4) &= \\ 5 + 8 + (-1) - (-4) &= \\ 13 + (-1) - (-4) &= \\ 13 - 1 - (-4) &= \\ 12 - (-4) &= \\ 12 + 4 &= 16 \end{aligned}$$

b) Otra forma es transformar todas las restas en sumas, para luego agrupar los positivos por un lado y los negativos por otro

$$\begin{aligned} 3 + (-5) + 7 + 8 + (-1) - (-4) &= \\ 3 + (-5) + 7 + 8 + (-1) + 4 &= \\ 3 + 7 + 8 + 4 - (5 + 1) &= \\ 22 - 6 &= 16 \end{aligned}$$

c) Otra forma consiste en suprimir los paréntesis

$$\begin{aligned} 3 + (-5) + 7 + 8 + (-1) - (-4) &= \\ 3 - 5 + 7 + 8 - 1 + 4 &= \\ 3 + 7 + 8 + 4 - 5 - 1 &= 16 \end{aligned}$$

✖ ACTIVIDAD

7) Resuelva las siguientes operaciones por el método que prefiera:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 5 + (-12) = & \text{b) } -30 + (-30) = & \text{c) } -5 + (-2) + 3 = \\ \text{d) } 14 + (-23) + (-22) = & \text{e) } -4 + (-4) + 8 = & \end{array}$$

8) Suprima paréntesis y corchetes, luego resuelva:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } -2 + 6 - (-4 + 9) - (-1) + (-3) = & \text{b) } -5 - (-7 + 7) + [-(-2 + 6) - (-4)] = \\ \text{c) } 20 - (2 - 6) - [-(4 + 1) + 3] = & \end{array}$$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para multiplicar o dividir dos números enteros del mismo signo, por ejemplo $(-3) \cdot (-7) = 21$; el signo del resultado es positivo si ambos números tienen el mismo signo, pero el signo del resultado será negativo si los números tienen signos diferentes.

La regla de los signos es válida tanto para la multiplicación como para la división:

“menos por más es menos, menos por menos es más, más por menos es menos y más por más es más”

Por ejemplo:

$$(-5) \cdot 8 = -40$$

$$6 \cdot (-3) = -18$$

$$40 : (-10) = -4$$

$$(-20) : (-5) = 4$$

$$(-21) : 7 = -3$$

$$(-10) \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 4 = 0$$

$$0 : (-2) = 0$$

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Al igual que en los números naturales y en las fracciones, la operación potenciación significa que se multiplica la base tantas veces como lo indica el exponente:

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8 \quad (-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$$

Regla de los signos:

Si la base es positiva el resultado siempre es positivo;
pero si la base es negativa y el exponente par, el resultado
es positivo: $(-3)^2 = 9$

En cambio, si la base es negativa y el exponente es impar,
el resultado es negativo como ocurre en $(-2)^5 = -32$

RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Diagrama de la notación de la raíz:

Índice — n — Raíz

$\sqrt[n]{a} = b$

Radicando

$b^n = a$

Cuando no se aclara el n° , se entiende que significa $\sqrt{}$

En el caso de que haya más de un valor de b que lo cumpla, tomamos solo el valor positivo

Por Ejemplo:

$$\sqrt[5]{-32} = -2 \text{ pues } (-2)^5 = -32 \quad \sqrt[4]{81} = 3 \text{ pues } (3)^4 = 81$$

Si el radicando es NEGATIVO y el índice es PAR, la raíz no tiene solución. Por ejemplo, $\sqrt[4]{-81}$ no existe, ya que no hay ningún número que elevado a la cuarta de como resultado un número negativo.

✖ ACTIVIDAD

9) Resuelva cada uno de los siguientes cálculos:

- | | | | | |
|-------------|--------------------|------------------|------------------|-------------------|
| a) $(-3)^2$ | b) $\sqrt[3]{-27}$ | c) $\sqrt[4]{0}$ | d) $(-2)^3$ | e) 3^0 |
| f) 18^1 | g) 1^{18} | h) 0^4 | i) $\sqrt[3]{1}$ | j) $\sqrt[3]{-1}$ |

10) Comience resolviendo los paréntesis y luego las potencias:

- a) $(1 - 7)^2 =$
b) $(2 \cdot 5)^2 =$
c) $(18 : 6)^2 =$
d) $(-18 : 6)^2 =$
e) $(-3 + 5)^3 =$



11) Separe en términos, resuelva las operaciones que encierran los paréntesis, calcule multiplicaciones y divisiones y luego sumas y restas:

a) $-4 + 2 \cdot (1 - 5) =$

b) $20 - 5 \cdot (2 - 6) + 3 \cdot (-7) =$

c) $8 + (-5) : 5 + (-9) =$

d) $10 - 3 \cdot (-1 - 4) =$

e) $16 : (-2) + 10 : (-5) - (-12) : (-3) =$

12) Resuelva:

a) Calcule el doble de -3

b) Halle la mitad de -10

c) Calcule el triple de -4

+i

MÁS INFORMACIÓN

La ecuación del tiempo

La diferencia existente entre la hora en un reloj de sol y la hora de un reloj común se denomina ecuación del tiempo. Algunos almanaques contienen una carta de la ecuación del tiempo que indica cuántos minutos retrasa o adelanta el reloj de sol con respecto a un reloj común.

Fecha	Variación
Enero 1 al 14	-3
Enero 15 al 31	-9
Febrero 1 al 14	-13
Febrero 15 al 29	-14
Marzo 1 al 14	-3
Marzo 15 al 31	-9
Abril 1 al 14	-4
Abril 15 al 30	0
Mayo 1 al 14	3
Mayo 15 al 31	4

Por ejemplo si el reloj marca las 11:50 del 15 de mayo, hay que agregar 4 minutos, lo que daría las 11:54



ACTIVIDAD

INTEGRADORA

13) Realice las siguientes operaciones:

a) $6 - (-2) =$

b) $-3 + (-5) =$

c) $-99 - 1 =$

d) $-8 + 2 =$

e) $15 - (-2) + 3 - 8 =$

f) $-7 + (-1) - (-2) =$

g) $-9 - (-4) + 6 - 0 =$

h) $100 + 75 - 60 - (-30) =$

14) Para realizar un experimento la temperatura del agua se redujo de 18°C a -5°C , ¿cuántos grados disminuyó la temperatura?

15) Suprima paréntesis y corchetes, luego resuelva:

a) $10 + 5 - (-3 + 8) - (-2) + (-4) =$

b) $-7 - (-4 + 4) + [-(-3 + 10) - (-7)] =$

c) $50 - (12 - 16) - [-(5 - 3) - 8] =$

16) Resuelva los siguientes cálculos en el orden adecuado:

a) $(2 - 5)^2 =$

b) $(-1 - 1) \cdot (-5)^2 =$

c) $[(-2) \cdot (-5)]^2 =$

d) $(12 : 6)^2 =$

e) $(-12 : 3)^2 =$

f) $(-2 + 6)^3 =$

17) Si se suma 9 al doble de un número se obtiene 7, ¿cuál es dicho número?

18) Resuelva los siguientes cálculos combinados:

a) $(\sqrt{64} \cdot \sqrt[3]{8} : -4)^2 : (-2)^3 =$

b) $\sqrt[3]{64} \cdot (2^3 - \sqrt{36}) \cdot (-3) =$

c) $(-2)^4 - 20 : (-2) + (-4) \cdot (-3) =$

d) $(7 - 5)^3 - (-3)^2 \cdot \sqrt{4} =$

e) $24 : (-4) + 3^2 + \sqrt{4} =$





UNIDAD V

MAGNITUDES DE LONGITUD, PESO,
CAPACIDAD, SUPERFICIE Y VOLUMEN

La administración del dinero, el empleo del tiempo, la delimitación de espacios, la preparación de comidas, la indicación de medicamentos, la confección de vestimenta son ejemplos de actividades donde se necesita medir.

La medición está relacionada con la comparación entre 2 magnitudes del mismo tipo. Cuando decimos que el agua hierve a 100°C , que el diámetro de la moneda de \$2 es de 16,2 mm, que el peso de la moneda de \$2 es de 2 g (se lee 2 gramos), que el alto de un billete de \$100 es de 6,6 cm estamos midiendo considerando diferentes unidades.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- a) En algunas recetas para preparar comidas que vienen impresas en los paquetes de alimentos, nos aclaran que podemos mezclar 100 g de harina o su equivalente a una taza de té al ras. ¿Cuántos kilos de harina hay en 5 tazas de té?
- b) Para preparar un bizcochuelo podemos mezclar 120 cm^3 de leche o 12 cucharadas soperas, ¿cuántos cm^3 hay en una cucharada sobera?
- c) Los jarabes o medicamentos líquidos vienen con un dosificador pero es útil recordar que las cucharitas de café contienen aproximadamente 3 ml, las de postre 5 ml y las soperas 10 ml. ¿Cuántas cucharadas de postre tengo que llenar con el jarabe si me corresponde una dosis de 15 ml? ¿Y cuántas cucharadas de café?
- d) Si el perímetro de un campo de forma cuadrada es de 20 km, calcule el lado del campo.
- e) ¿Cuántas cerámicas de 15 cm por 30 cm habrá que comprar para colocar un piso cuadrado de un patio de 390 cm de lado?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- a) Si en una taza de té al ras hay 100 gramos podemos quintuplicar y obtenemos 500 g, que es la mitad de 1 kg. Por lo tanto, 5 tazas de té al ras equivalen a $1/2\text{ kg}$ de harina.



b) Podemos razonar a partir de dividir 120 : 12 = 10, por lo tanto en una cucharada sopera hay 10 cm³ de leche.

c) Si solamente dispongo de cucharitas de café, debo tomar 5 porque al quintuplicar su contenido llego a los 15 ml indicados. En cambio, si tengo cucharas de postre tengo que tomar sólo 3, porque al triplicar 5 ml llego a los 15 ml recetados.

d) Si la suma de los 4 lados es 20 km, cada lado es igual al otro por ser un cuadrado, es decir que cada lado mide 5 km.

e) Primero nos fijamos nos fijamos cuantas cerámicas entran a lo ancho, 390 cm : 30 cm = 13 cerámicas. Luego nos fijamos cuántas entran a lo alto, 390 cm : 15 cm = 26 cerámicas. Por lo que el patio lo cubriremos con 13 • 26 = 338 cerámicas.

SIMELA Y DECIMALES

En 1972 se adoptó el SIMELA (Sistema Métrico Legal Argentino) y la Ley 19.511 establece su uso obligatorio. El SIMELA deriva del sistema métrico francés, creado en 1790, pocos años después de la Revolución Francesa ante el reclamo popular de una única unidad justa de medición. El sistema métrico decimal se veía como un símbolo de la victoria sobre el feudalismo y poco a poco fue aceptado paulatinamente por la sociedad francesa. La influencia de las ideas de la Revolución Francesa en el mundo occidental llevó a su aceptación en la mayoría de las sociedades, con excepción de Inglaterra y Estados Unidos que conservan el sistema inglés. Este sistema es métrico porque la unidad es el metro y también decimal, porque las reducciones a diferentes unidades se hacen de 10 en 10.

Con respecto al tiempo, hay unidades que se agrupan de a 10 como las décimas de segundo, las décadas, los siglos, los milenios y otras de a 60 como los minutos y los segundos.

Magnitud	Unidad
Longitud	metro
Peso	gramo
Capacidad	litro
Superficie	metro cuadrado
Volumen	metro cúbico

A partir de las unidades principales de longitud, peso y capacidad se generan nuevas unidades que son múltiplos o submúltiplos de 10.

En las unidades de peso, el gramo es la unidad, el kilogramo es igual a 1000 gramos y el decigramo, la décima parte del gramo.

Los símbolos de las unidades se escriben en general en minúscula, mantienen para el plural la misma forma del singular (no se agrega "s") y se escriben sin punto (porque no son abreviaturas).

MEDIDAS DE LONGITUD

La unidad es el metro, sus submúltiplos son el decímetro (dm), el centímetro (cm) y el milímetro (mm)

$$\mathbf{m > dm > cm > mm}$$

Para pasar de m a dm, multiplicamos por 10, porque 1m son 10 dm

$$\mathbf{5\ m = 50\ dm}$$

De 1m a cm, multiplicamos por 100, porque 1m son 100cm

$$\mathbf{3\ m = 300\ cm}$$

En cuanto a los múltiplos, éstos son decámetro (dam), hectómetro (hm) y kilómetro (km)

$$\mathbf{dam < hm < km}$$

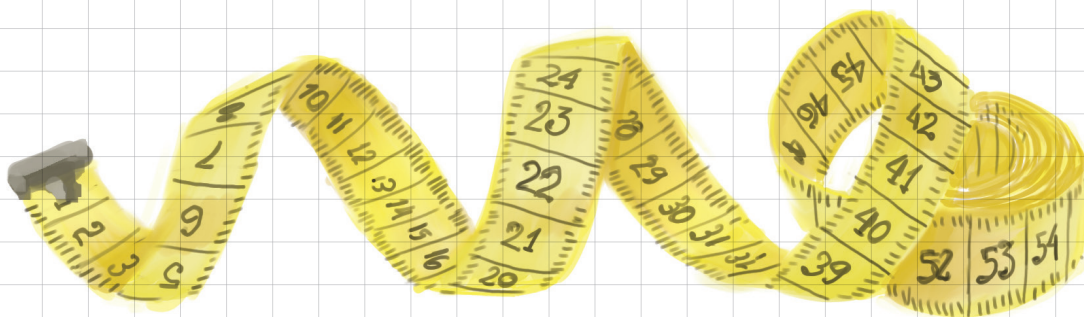
Para pasar de m a dam dividimos por 10.

De m a hm dividimos por 100.

$$\mathbf{786\ m = 7,86\ hm}$$

De m a km, dividimos por 1000

$$\mathbf{1586\ m = 1,586\ km}$$



✖ ACTIVIDAD

1) De una tela de 24 m se ha vendido la mitad y luego la tercera parte del resto

a) ¿Cuántos metros restan?

b) ¿Y cuántos centímetros?

2) Al caminar, los pasos de un niño son aproximadamente de 30 cm, ¿cuántos pasos debe dar para recorrer 300 m?

MEDIDAS DE PESO

La unidad es el gramo, sus submúltiplos son el decigramo (dg), el centigramo (cg) y el miligramo (mg)

$$g > dg > cg > mg$$

Para pasar de g a dg, multiplicamos por 10

$$45 \text{ g} = 450 \text{ dg}$$

De 1 g a cg, multiplicamos por 100

$$18 \text{ g} = 1.800 \text{ cg}$$

En cuanto a los múltiplos, decagramo (dag), hectogramo (hg), kilogramo (kg), miriagramo (mag), quintal (q), tonelada (t)

$$dag < hg < kg < mag < q < t$$

Para pasar de g a dag dividimos por 10.

De g a hg, dividimos por 100

$$396 \text{ g} = 3,96 \text{ hg}$$

De g a kg, dividimos por 1000

$$12.576 \text{ g} = 2.576 \text{ kg}$$

De kg a g, multiplicamos por 1000

$$3,546 \text{ kg} = 3.546 \text{ g}$$

De t a kg multiplicamos por 1000

$$2 \text{ t} = 2.000 \text{ kg}$$

MEDIDAS DE CAPACIDAD

La unidad es el litro y sus submúltiplos son el decilitro (dl), el centilitro (cl) y el mililitro (ml)

$$l > dl > cl > ml$$

Para pasar de l a dl, multiplicamos por 10

$$10 \text{ l} = 100 \text{ dl}$$

De l a cl, multiplicamos por 100

$$7 \text{ l} = 700 \text{ cl}$$

En cuanto a los múltiplos, decalitro (dal), hectolitro (hl) y kilolitro (kl)

$$dal < hl < kl$$

Para pasar de l a dal dividimos por 10.

De l a hl, dividimos por 100

$$96 \text{ l} = 0,96 \text{ hl}$$

De l a kl, dividimos por 1.000

$$3576 \text{ l} = 3,576 \text{ kl}$$

De kl a l, multiplicamos por 1.000

$$56,725 \text{ kl} = 56.725 \text{ l}$$

✕ ACTIVIDAD

3) Indique qué unidades serían adecuadas para medir:

- a) La distancia entre las Termas de Río Hondo y Puerto Madryn
- b) El peso de una semilla
- c) La estatura de una persona
- d) El peso de un perro
- e) La capacidad de un balde
- f) El área de una cancha de fútbol
- g) El área sembrada de un campo

4) Responder:

- a) ¿Cuántos kg son 7.200 g?
- b) ¿Cuántos l son 3.000 ml ?
- c) ¿Cuántos km son 8.000 m?
- d) ¿Cuántos cm son 2,5 m?

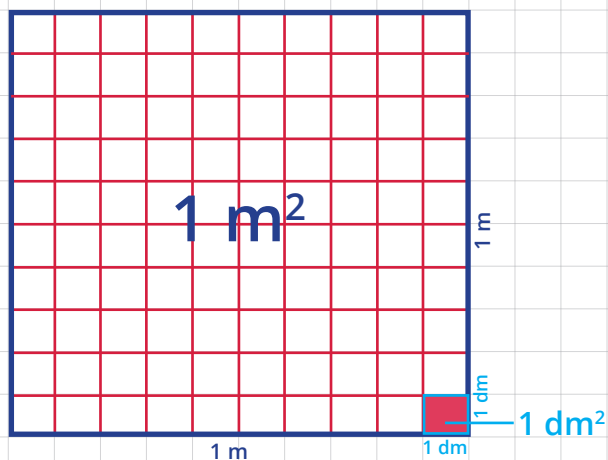
5) Una máquina consume 0,3 l de combustible por hora. Si estuvo funcionando 10 horas, ¿cuánto combustible consumió?

6) Para prevenir el cólera, se recomienda mezclar 2 gotas de lavandina por 1 litro de agua y dejarla en reposo hasta media hora antes de consumirla. Se decide preparar una olla y para eso se toma 1 botella vacía de agua de 1,5 l, la cual se llena y se vuelca en la olla y así sucesivamente 4 veces. ¿Cuánta agua hay en la olla? y ¿Cuántas gotas de lavandina se deben colocar?

MEDIDAS DE ÁREA

La unidad de las medidas de área es el metro cuadrado (m^2), es el área que cubre un cuadrado de un metro de lado. La unidad es el metro cuadrado (m^2), sus submúltiplos son el decímetro cuadrado (dm^2), el centímetro cuadrado (cm^2) y el milímetro cuadrado (mm^2).

$$m^2 > dm^2 > cm^2 > mm^2$$



Para pasar de m^2 a dm^2 , multiplicamos por 100. Por ejemplo:

$$12 \text{ m}^2 = 1.200 \text{ dm}^2$$

Para pasar de 1 m^2 a cm^2 , multiplicamos por 10.000. Por ejemplo:

$$8 \text{ m}^2 = 80.000 \text{ cm}^2$$

En cuanto a los múltiplos, decámetro cuadrado (dam^2), hectómetro cuadrado (hm^2), kilómetro cuadrado (km^2),

$$\text{dam}^2 < \text{hm}^2 < \text{km}^2$$

Para pasar de m^2 a dam^2 dividimos por 100 ó 10^2 . De m^2 a hm^2 , dividimos por 10.000 ó 10^4 .

$$4.876 \text{ m}^2 = 0,4876 \text{ hm}^2$$

Para pasar de m^2 a km^2 , dividimos por 1.000.000 ó por 10^6 . De km^2 a m^2 , multiplicamos por 1.000.000 ó por 10^6 .

$$86,725 \text{ km}^2 = 86.725.000 \text{ m}^2$$

Estas medidas se emplean para considerar áreas de terrenos para plantar y cosechar, para embaldosar pisos o pintar paredes y para medir telas en la confección de prendas.

MEDIDAS AGRARIAS

Es común expresar las medidas de la superficie de los campos mediante las medidas agrarias:

$$\text{hectárea (ha)} = 1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2$$

$$\text{área (a)} = 1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$$

$$\text{centiárea (ca)} = 1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m}^2$$

MEDIDAS DE VOLUMEN

La unidad es el metro cúbico (m^3), volumen que ocupa un cubo que tiene 1 metro de arista. Sus submúltiplos son: el decímetro cúbico (dm^3), el centímetro cúbico (cm^3) y el milímetro cúbico (mm^3):

$$\text{m}^3 > \text{dm}^3 > \text{cm}^3 > \text{mm}^3$$

Para pasar de m^3 a dm^3 , multiplicamos por 1.000:

$$7,5 \text{ m}^3 = 7.500 \text{ dm}^3$$

De m^3 a cm^3 , multiplicamos por 1.000.000:

$$8 \text{ m}^3 = 8.000.000 \text{ cm}^3$$

En cuanto a los múltiplos, decámetro cúbico (dam^3), hectómetro cúbico (hm^3) y kilómetro cúbico (km^3):

$$\text{dam}^3 < \text{hm}^3 < \text{km}^3$$

Para pasar de m^3 a dam^3 dividimos por 1.000 ó por 10^3

De m^3 a hm^3 , dividimos por 1.000.000 ó por 10^6

De m^3 a km^3 , dividimos por 1.000.000.000 ó por 10^9

Estas medidas se emplean para calcular el volumen de una habitación, un galpón, el volumen de una piscina, de una botella, el contenido de un silo, etc. También sirven para medir los materiales de construcción como m^3 de arena o de piedra, el volumen de gas para consumo domiciliario y el del aire para una habitación.

✖ ACTIVIDAD

7) ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para cubrir 1 m^2 ?

8) El reglamento de fútbol de nuestro país indica que para partidos que no sean internacionales: el largo máximo de la cancha es de 120 m y el mínimo de 90 m y el ancho un máximo de 90 m y el mínimo de 45m. ¿Cuál es el área mínima y máxima del terreno de fútbol?

9) ¿Cuántos m^2 son el 30% de 270 ha?

10) Compare el perímetro y el área de 2 rectángulos. El rectángulo A es de 1000 m por 0,1 m y el rectángulo B es un cuadrado de 500 m de lado.



11) Por un cable de cobre de 12 dm pagué \$96,
¿Cuánto cuesta el metro de cable?

12) Una leche en polvo maternizada se acompaña de una cuchara dosificadora cuyo contenido es la dosis de leche (5 gramos) por cada 30 cm³ de agua. Si la mamadera es de 60 cm³, ¿Cuántas gramos de leche se agregan al agua si quiero preparar una mamadera llena?

13) Si las aristas de un dado miden 1 cm,
¿Cuántos dados se pueden apilar en 1 m³?



RELACIÓN ENTRE LAS MEDIDAS DE CAPACIDAD, PESO Y VOLUMEN

Si un cubo de 1 dm de arista se llena de agua y lo pesamos, se observa en la balanza que pesa 1 kg (descontando el peso del envase que lo contiene). La capacidad de dicho envase es de 1 litro.

Entonces:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ kl} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ ml} = \text{cm}^3$$

MEDIDAS DE TIEMPO

El tiempo se mide en segundos (s), minutos (min), horas (h) y días (d). Las equivalencias entre estas unidades son:

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3.600 \text{ s}$$

$$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86.400 \text{ s}$$



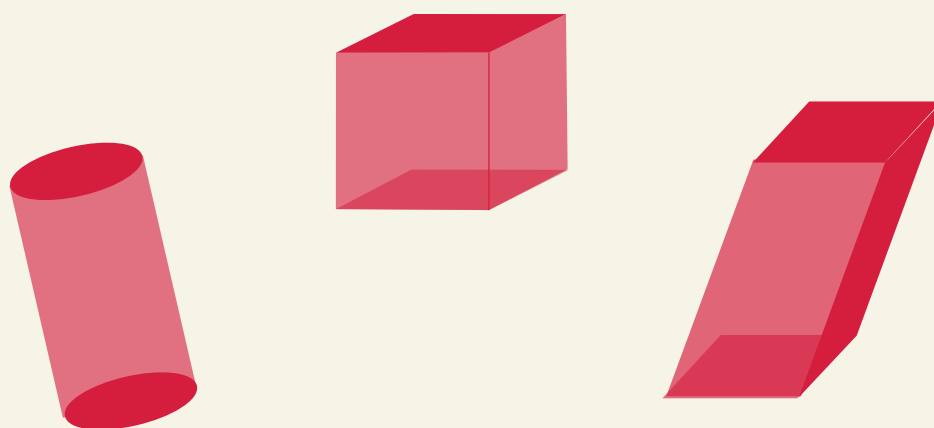
MÁS INFORMACIÓN...

El origen de la geometría

Los historiadores griegos ubican el nacimiento de la geometría en Egipto y atribuyen a los habitantes del valle del Nilo la invención de esta ciencia. Las periódicas inundaciones del célebre río obligaron a los egipcios a estudiar Geometría porque una vez terminado el período de la gran crecida, cuando las aguas volvían a su curso normal, era necesario volver a repartir las tierras a sus dueños. La pequeña franja de tierra, rica y fértil, era disputada por muchos interesados; se realizaban las mediciones en forma rigurosa para que cada uno, sin perjudicar a nadie, recuperase la posesión de sus dominios.

La matemática de los caldeos

La geometría de los caldeos y asirios tenía un carácter esencialmente práctico y era utilizada en los diversos trabajos rudimentarios de la agrimensura. Para determinar las áreas, sabían descomponer correctamente un terreno irregular en triángulos, rectángulos y trapecios. Llegaron también (¡3000 años antes de Cristo!) a calcular el volumen del cubo, del paralelepípedo y, posiblemente, del cilindro.



✕ ACTIVIDAD

14) Discuta con sus compañeros el significado de los siguientes términos:

Nudos

Quintales

Galones

Quilates

Libras

Onzas

Año luz

Yarda

Pulgada

Vara

Legua

Milla

RECOMENDACIONES

Si en el Centro Educativo FinEs disponen de un reproductor de DVD, le sugerimos ver con el resto de sus compañeros y acompañados por su tutor el siguiente video:

6. Capítulo: Áreas y perímetros de cuerpos y figuras planas.

También lo pueden consultar en la siguiente página:

<http://fines.educacion.gov.ar/modulos/matematica>

ACTIVIDAD

INTEGRADORA

15) Un campo rectangular de 30 m de largo por 1,5 hm de ancho se reparte entre 3 socios de la siguiente forma: el socio A recibe los dos tercios del total, el B 9 áreas y el C, el resto.

- a) ¿Cuántos m^2 tiene el campo?
- b) ¿Cuántas áreas tiene el socio A?
- c) ¿Y cuántas el socio C?

16) 5 obreros tienen que transportar $5,25 m^3$ de arena en baldes de $25 dm^3$ de volumen. ¿Cuántos viajes realiza cada obrero?

17) En un depósito de agua desagotan 2 caños que aportan 38 l y 42,5 l por minuto respectivamente. ¿Cuál es la cantidad de agua a la media hora de abrirse los caños?

18) El dueño de 2 terrenos contiguos, uno de 5 ha y otro de 24,5 ha de superficie los vende de esta forma: el 40 % de la superficie total a \$150 el m^2 y el resto a \$165 el m^2 . ¿Cuál es el importe total de la venta de ambos terrenos?

19) Si el perímetro de 1 campo rectangular es de 2.600 m, sabiendo que el largo es 300 m, calcule el área del mismo.

20) El área de un campo cuadrado es de $14.400 km^2$.

- a) Calcule el lado del campo.
- b) Si es necesario alambrarlo con 4 vueltas, ¿cuántos metros de alambre se necesitan?

21) En un campo rectangular, el área es de $1.000 km^2$; calcule la medida de un lado sabiendo que el otro mide 2000 dam.

22) Un terreno rectangular de 500 m de largo por 4 hm de ancho se vende a \$800 la ha. ¿Cuánto vale el terreno?

23) El dueño de una estancia de 100 ha vendió 8 lotes de 2.000 m² cada uno. ¿Qué superficie de área le quedó sin vender?

24) Paula quiere azulejar su cocina comprando azulejos cuadrados de 15 cm de lado. Si la pared mide 3m de largo y 300 cm de alto, ¿cuántos azulejos debe comprar?

25) Una pileta de natación tiene 20 m de largo, 900 cm de ancho y una profundidad de 120 cm llenándose a 18 kl por hora. ¿Cuánto tarda en llenarse?

26) El perímetro de un patio cuadrado es de 20 m. Calcule el lado y luego el área.

27) En un marco de forma rectangular la base mide 45 cm y la altura es la tercera parte de la base. Calcule el perímetro del marco.

28) Calcule el área de un patio rectangular que tiene 12,8 m de largo por 640 cm de ancho. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para embaldosarlo?

29) ¿Cuál es el ancho de un piso rectangular cuya área es de 12 m², si tiene 3 m de largo?

30) Se cultiva un campo de forma rectangular cuyo largo es de 800 m y cuyo ancho, 1000 m. El dueño divide el campo en 4 partes iguales. ¿Cuántas áreas tiene cada parte?

31) ¿Cuántos litros de agua se necesitan para llenar el 40% de la capacidad de un tanque de 6 m³?

ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO



La línea construcción del Plan PRO.CRE.AR. (Programa Crédito Argentino) Bicentenario está destinado para aquellas familias que cuenten con un terreno propio o de un familiar directo y que deseen acceder a un crédito hipotecario para la construcción de una vivienda única, familiar y de ocupación permanente.

Asimismo, en caso que los interesados tengan la posibilidad de comprar un terreno, pueden inscribirse al sorteo y adquirirlo luego de salir sorteado para comenzar el proceso de tramitación del crédito hipotecario.

La construcción de la vivienda puede ser en base a un proyecto propio o de alguno de los prototipos de vivienda que pone a disposición el Programa. Esta línea de PRO.CRE.AR financia únicamente la construcción de la vivienda. Se puede contratar un maestro mayor de obra, un ingeniero o un arquitecto para que adapte los modelos constructivos al terreno y lo firme para presentarlo en el municipio.

Se quiere calcular la cantidad de m² que podrán construirse en la vivienda, sabiendo que el ingreso neto de la familia es de \$8.000; por lo cual según el calculador de la página de ANSES acceden a un crédito de \$270.000 a pagar en cuotas mensuales de \$1.012,59 durante 30 años.

Si un maestro mayor de obra de la familia les cobra el m² cubierto \$3.000

a) ¿De cuántos m² podrá construirse la vivienda?

b) Si la cuota mensual a pagar del crédito hipotecario puede cubrir hasta el 40% del ingreso neto familiar, ¿hasta qué valor podría tener la cuota si el ingreso neto familiar es de \$8.000?



CLAVES DE CORRECCIÓN

UNIDAD I

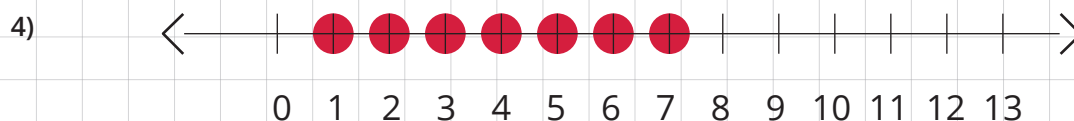
1) Si se los ordena de menor a mayor, se puede decir que Matías es menor que Bautista y que Bautista es menor que Tiziana. En símbolos:

$$M < B, B < T \text{ entonces, } M < B < T$$

2) Para nombrar cronológicamente a los presidentes, se puede comenzar por el más antiguo o por el más reciente; en este caso, si se los ordena en el sentido creciente de los años obtenemos el siguiente orden:

H. Yrigoyen (1928-1930)
J. F. Uriburu (1930-1932) (de facto)
A. P. Justo (1932-1938) (de facto)
R. M. Ortiz (1938-1942)
R. S. Castillo (1942-1943)
P. P. Ramírez (1943-1944) (de facto)
E. J. Farrell (1944-1946) (de facto)
J. D. Perón (1946-1955)
P. E. Aramburu (1955-1958) (de facto)

3) Si se ordena los números de las camisetas del equipo de fútbol de menor a mayor, al final de la lista se nombran los delanteros: $4 < 5 < \dots < 8 < 9 < 10 \dots$



5) Esta situación se escribe $x > 40$ y $x < 50$. También se puede escribir $40 < x < 50$
Las posibles edades de Beatriz son: 41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49.

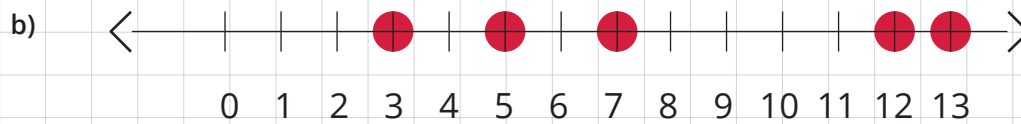
6)

- a) 1; 2; 3; 4; 5.
- b) 1; 2; 3; 4; 5; 6.
- c) 17; 18; 19.
- d) 8; 9; 10; 11; 12.
- e) 17; 18; 19; 20.

7) Números ordenados de menor a mayor: 13; 31; 133; 313.

8)

- a) Números ordenados de menor a mayor: 3; 5; 7; 12; 13.



- c) "5 es mayor que 13" es falsa pues el 5 no está a la derecha del 13 en la recta numérica.
d) $7 < 12$ es verdadera porque el 7 está a la izquierda del 12 en la recta numérica.

9) Por ejemplo los números pueden ser 57 y 75.

10) Los números por ejemplo pueden ser 577, 775, 557, etc.

11) Faltan 15 números para llegar del 008 al 023.

12) Faltan 51 números para llegar del 230 al 281.

13) En el cheque se escribirá "seiscientos veintitrés".

14) Los números son:

- a) 30.
- b) 400.
- c) 2000.
- d) 300.
- e) 9.
- f) 70.

15) Los números son:

- a) $11 = \text{XI}$.
- b) $9 = \text{IX}$.
- c) $14 = \text{XIV}$.
- d) $20 = \text{XX}$.
- e) $23 = \text{XXIII}$.
- f) $30 = \text{XXX}$.
- g) $32 = \text{XXXII}$.

16) Las fechas se refieren al 9 de julio de 1816 (Día de la Independencia) y al 25 de Mayo de 1810 (Día de la Revolución de Mayo).

17)

- a) La cultura inca se desarrolló entre los siglos XV y XVI d. C.
- b) Chichén Itzá se fundó en el siglo VI.

18)

- a) siglo XX.
- b) siglo XIX.
- c) siglo XVIII.
- d) siglo XXI.

19) Los números ordenados de menor a mayor son: 333; 335; 353; 355; 356; 365; 366; 535; 536; 555; 563; 606; 633; 635; 653; 655; 656.

20)

- a) Números menores que 3: 1 y 2.
- b) Números mayores que 5: 7, 14, 87,... (por ejemplo, son infinitos).
- c) Por ejemplo: 3, 6, 7.

21)

- a) 230.
- b) 238.
- c) 330.
- d) 303.
- e) 2465.

22)

- a) XVII = diecisiete.
- b) IX = nueve.
- c) XXIX = veintinueve.
- d) LIV = cincuenta y cuatro.

UNIDAD II

1)

- a) $(45 + 25) + (16 + 14) = 70 + 30 = 100$.
- b) $(5 + 25) + (6 + 24) + (12 + 38) = 30 + 30 + 50 = 110$.
- c) $10 + (38 + 12) + (17 + 23) = 10 + 50 + 40 = 100$.

2)

- a) $26 + 4 + 25 + 35 + 24 + 36 = (26 + 4) + (25 + 35) + (24 + 36) = 30 + 60 + 60 = 150$.
- b) $29 + 51 + 16 + 4 + 7 = (29 + 51) + (16 + 4) + 7 = 80 + 20 + 7 = 107$.
- c) $108 + 32 + 125 + 35 = (108 + 32) + (125 + 35) = 140 + 160 = 300$.
- d) $134 + 25 + 15 + 23 + 17 + 16 = 134 + 16 + 25 + 15 + 23 + 17 = (134 + 16) + (25 + 15) + (23 + 17) = 150 + 40 + 40 = 230$.
- e) $42 + 15 + 18 + 5 = (42 + 18) + (15 + 5) = 60 + 20 = 80$.

3) La elección de la operatoria más conveniente es personal.

4) Se puede pensar cuánto le falta a 15 para sumar 36 o plantear $36 - 15 = 21$.

5) Para llegar de Córdoba a Tucumán sin paradas el micro emplea 8 hs, se puede pensar cuánto le falta a 9 para llegar a 17 o restar $17 - 9 = 8$. Se verifica calculando $9 + 8 = 17$.

6)

- a) $59 - 13 - 2 + 1 = 46 - 2 + 1 = 44 + 1 = 45$.
- b) $59 - 13 - (2 + 1) = 59 - 13 - 3 = 46 - 3 = 43$.
- c) $59 - (13 - 2) + 1 = 59 - 11 + 1 = 48 + 1 = 49$.
- d) $59 - (13 - 2 + 1) = 59 - 12 = 47$.

7) En este caso obtenemos 3 decenas y 2 unidades o también se puede pensar como $53 - 21 = 32$.

8)

- a) $182 - 6 = 182 - 2 - 4 = 180 - 4 = 176$, se verifica porque $176 + 6 = 182$.
- b) $93 - 8 = 93 - 3 - 5 = 90 - 5 = 85$, se verifica porque $85 + 8 = 93$.
- c) $124 - 7 = 124 - 4 - 3 = 120 - 3 = 117$, se verifica porque $117 + 7 = 124$.
- d) $51 - 9 = 51 - 1 - 8 = 50 - 8 = 42$, se verifica porque $42 + 9 = 51$.

9) A los \$528 del fondo actual se le puede sumar el retiro de \$342 y obtener así los \$870 iniciales. Se verifica porque $870 - 342 = 528$.

10)

			4	3	2
		x		2	3
+		1	2	9	6
		8	6	4	
		9	9	3	6

11)

$$\begin{array}{r} 512 \\ X 34 \\ \hline \\ + 2048 \\ 1536 \\ \hline 17408 \end{array}$$

12) En 3 horas y cuarto hay 195 minutos, pues $3 \cdot 60 + 15 = 180 + 15 = 195$.

13)

- a)** El modelo A puede incubar hasta 240 huevos, pues $3 \cdot 80 = 240$.
- b)** El modelo B puede incubar hasta 198 huevos, pues $18 \cdot 11 = 18 \cdot (10 + 1) = 18 \cdot 10 + 18 \cdot 1 = 180 + 18 = 198$.
- c)** Un modelo supera al otro en 42 huevos, se obtiene restando $240 - 198 = 42$, se verifica sumando $42 + 198 = 240$.

14) En 5 días y 3 horas y media hay 7.410 minutos ya que en un día tiene 24 horas, a su vez en 1 hora hay 60 minutos, por lo tanto en un día hay $24 \cdot 60 = 1.440$ minutos, en 5 días habrá $1440 \cdot 5 = 7200$ minutos y en 3 horas y media, 210 minutos. En total suman 7.410 minutos.

15)

- a)** El duplo de 33 es $33 + 33 = 66$ ó $2 \cdot 33 = 66$.
- b)** El quíntuplo de 22 es $22 + 22 + 22 + 22 + 22 = 110$ ó $5 \cdot 22 = 5 \cdot (20 + 2) = 5 \cdot 20 + 5 \cdot 2 = 100 + 10 = 110$.
- c)** El triplo de 48 es $48 + 48 + 48 = 144$ ó $3 \cdot 48 = 3 \cdot (50 - 2) = 3 \cdot 50 - 3 \cdot 2 = 150 - 6 = 144$.

16) Si Fermín tiene \$400, Juana tiene \$800, ambos suman \$1200.

17) El número natural que multiplicado por sí mismo es el mismo número es el número 1, pues $1 \cdot 1 = 1$.

18) En símbolos: $1 \cdot n = n$ o también $n \cdot 1 = n$.

19) Si el cajero automático solamente expende billetes de \$50, se puede sumar \$50 más \$50 sucesivamente hasta llegar a \$1000 y contando las repeticiones llegamos a 20 billetes.

Más rápido es calcular $1000 : 50 = 20$, y se verifica calculando $20 \cdot 50 = 1000$.

20) Sabiendo que el mes de julio tiene 31 días, calculamos $1860 : 31 = 60$, por lo cual el consumo diario promedio es de 60 metros cúbicos. Verificamos calculando $60 \cdot 31 = 1860$.

21)

a) Si 12 metros de madera cuestan \$60, se puede calcular lo que cuesta 1 metro calculando $60 : 12 = 5$, por lo cual si Luis gastó \$90, calculando $90 : 5 = 18$, es porque Luis compró 18 metros de madera.

Pero también podría calcularse pensando que la mitad del gasto de Daniel, corresponde a la mitad de la cantidad de madera que compró, por lo cual podemos deducir “sin dividir” que 6 metros cuestan \$30 y si el gasto de Luis fue de \$90, podría pensarse que resulta del triple de \$30, es decir, del triple de 6 metros, por lo tanto Luis compró 18 metros.

b) Análogamente se puede pensar que si Juan debe comprar 3 metros, que es la cuarta parte de la madera que compró Daniel, se pagará la cuarta parte de \$60. Juan pagará \$15 por los 3 metros de madera.

22) Cada hijo recibe 12 hectáreas, porque $12 + 12 + 12 = 36$ o porque $36 : 3 = 12$ y se verifica calculando $12 \cdot 3 = 36$.

23)

a) El precio de una silla es de \$300.

b) El precio de una docena de sillas es de \$3.600.

24) Mariana tiene que esperar 9 semanas para juntar la cantidad de tapitas que necesita.

25) El albañil realiza 11 viajes con la carretilla cargada.

26) En la capacitación acerca de simulacros de evacuación, cada equipo está integrado por 7 empleados.

27) El total recaudado en la función de ayer es de \$10.800.

28) En 1 hora desciende 20 centímetros pues $60 : 3 = 20$ y $20 \cdot 3 = 60$.

29)

a) Ana debe devolverle a Beto \$200.

b) Y a Camila \$140.

30)

a) $7^2 = 49$.

b) $3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$.

c) $3^4 - 4^3 = 81 - 64 = 17$.

d) $(12 - 7)^2 = 5^2 = 25$.

e) $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$.

31)

a) En este caso el primer término es $4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$.

Por lo tanto: $4 \cdot 5^2 + 2^3 - 3^3 = 100 + 8 - 27 = 81$.

b) $1^7 + 20 : 2 - 3^2 = 1 + 10 - 9 = 2$.

c) $45^0 + (2 \cdot 5)^2 = 1 + 10^2 = 1 + 100 = 101$.

d) $54^0 + 2 \cdot 5^2 = 1 + 2 \cdot 25 = 1 + 50 = 51$.

32)

a) $1,5 \times 10^8$ km.

b) $2,28 \times 10^8$ km.

33)

a) $3^3 \cdot 3^0 \cdot 3^2 = 3^{3+0+2} = 3^5 = 243$.

b) $5^3 \cdot 5^2 : 5 = 5^{3+2-1} = 5^4 = 625$.

c) $(2^2)^3 : 2^5 \cdot (2^3)^2 = 2^{6-5+6} = 2^7 = 128$.

d) $(4^4 \cdot 4^2 : 4^3)^3 = (4^{4+2-3})^3 = (4^3)^3 = 4^9 = 262.144$.

e) $2^6 : 2^3 \cdot 2^0 = 2^{6-3+0} = 2^3 = 8$.

34)

a) $4^3 : 4^2$ se lee "4 al cubo dividido 4 al cuadrado". Se resuelve: $4^3 : 4^2 = 4^1 = 4$.

b) $5^2 \cdot 5^3$ se lee "5 al cuadrado por 5 al cubo". Se resuelve: $5^2 \cdot 5^3 = 5^5 = 3.125$.

35)

a) $\sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$.

b) $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$.

c) $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$.

d) $\sqrt{49} + 4^3 = 7 + 64 = 71$.

e) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = 2 + 3 = 5$.

36)

a) $5^2 \cdot 2 + \sqrt{100} = 25 \cdot 2 + 10 = 50 + 10 = 60$.

b) $\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$.

c) $\sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$.

d) $3 \cdot + 2 \cdot = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 6 + 6 = 12$.

37)

a) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 = (36 : 4 - 20 : 4) \cdot 8 = (9 - 5) \cdot 8 = 4 \cdot 8 = 32.$

b) $(120 : 6 - 14 : 7) : 6 + 5^0 = (20 - 2) : 6 + 1 = 18 : 6 + 1 = 3 + 1 = 4.$

c) $(6:2 + 9 \cdot \sqrt{9}) : (50:5) = (3 + 9 \cdot 3) : 10 = (3 + 27) : 10 = 30 : 10 = 3.$

d) $[(16 : \sqrt{16} + 6) : 5 + 10] : 2^2 = [(16 : 4 + 6) : 5 + 10] : 4 = [(4 + 6) : 5 + 10] : 4 = [10 : 5 + 10] : 4 = [2 + 10] : 4 = 12 : 4 = 3.$

38)

a) $8 + 25 - 15 : (5 - 2) = 8 + 25 - 15 : 3 = 8 + 25 - 5 = 28.$

b) $(8 + 25 - 15) : (5 - 2) = (8 + 25 - 15) : 3 = 18 : 3 = 6.$

c) $8 + 25 - 15 : 5 - 2 = 8 + 25 - 3 - 2 = 28.$

d) $8 + (25 - 15) : 5 - 2 = 8 + 10 : 5 - 2 = 8 + 2 - 2 = 8.$

39)

			4	1	5
	x		3	8	2
			8	3	0
+	3	3	2	0	
1	2	4	5		
1	5	8	5	3	0

40)

a) $(8 - 10 : 5) \cdot 4 + 14 : 7 = (8 - 2) \cdot 4 + 2 = 6 \cdot 4 + 2 = 24 + 2 = 26.$

b) $(13 - 9) \cdot (10 - 5) - (12 : 3 + 1) = 4 \cdot 5 - (4 + 1) = 20 - 5 = 15.$

c) $3 \cdot (8 - 12 : 4) - 2 \cdot (11 - 5) = 3 \cdot (8 - 3) - 2 \cdot 6 = 3 \cdot 5 - 12 = 15 - 12 = 3.$

41) Se lavaron 78 prendas al mismo tiempo, pues $3 + 18 + 10 + 20 + 6 + 6 + 15 = 78$.

42)

a) $[(3 \cdot 5 + 8 \cdot 5 - 20) : 5] - [6 - (6 - 2) : 2] =$

$$[(15 + 40 - 20) : 5] - [6 - 4 : 2] = [35 : 5] - [6 - 2] = 7 - 4 = 3.$$

b) $(18 : 3 + 24 : 6) \cdot 5 = (6 + 4) \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50.$

c) $(3 \cdot 6 : 2 + 27 \cdot 3) \cdot 10 = (18 : 2 + 81) \cdot 10 = (9 + 81) \cdot 10 = 90 \cdot 10 = 900.$

d) $[36 : 12 + 9 \cdot 3] : (40 : 4) = [3 + 27] : 10 = 30 : 10 = 3.$

UNIDAD III

1) 40 años.

2) Algunos ejemplos:

a) $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$.

b) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$.

c) $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$.

d) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

e) $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$.

3)

a) $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$.

b) $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$.

c) $\frac{32}{64} = \frac{1}{2}$.

d) $\frac{300}{900} = \frac{1}{3}$.

4)

a) $\frac{1}{4}$.

b) $\frac{1}{12}$.

c) $\frac{1}{5}$.

d) $\frac{240}{400} = \frac{3}{5}$.

e) $\frac{2}{5}$.

5)

a) $\frac{12}{8} = 1,5$.

b) $\frac{1}{8} = 0,125$.

c) $\frac{8}{5} = 1,6$.

d) $\frac{2}{8} = 0,25$.

e) $\frac{3}{5} = 0,6$.

f) $\frac{1}{5} = 0,2$.

g) $\frac{8}{10} = 0,8$.

h) $\frac{2}{5} = 0,4$.

i) $\frac{3}{2} = 1,5$.

j) $\frac{1}{2} = 0,5$.

6)

- a) Dos unidades, con cuarenta y siete centésimos.
- b) Trece unidades, con cincuenta y seis centésimos.
- c) Veintiocho unidades, con setecientos catorce milésimos.
- d) Sesenta unidades, con quinientos nueve milésimos.

7)

a) $0,9 = \frac{9}{10}$.

b) $0,77 = \frac{77}{100}$.

c) $0,27 = \frac{27}{100}$.

d) $0,09 = \frac{9}{100}$.

8)

a) $\frac{247}{1000} = 0,247$.

b) $\frac{561}{1000} = 0,561$.

c) $\frac{47}{100} = 0,47$.

d) $\frac{1}{1000} = 0,001$.

e) $\frac{19}{100} = 0,19$.

f) $\frac{7}{100} = 0,07$.

9)

a) $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

b) $0,82 = \frac{82}{100} = \frac{41}{50}$.

c) $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

d) $0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

10)

a) $\frac{125}{1000} = 0,125$.

b) $\frac{2}{1000} = 0,002$.

c) $\frac{18}{100} = 0,18$.

d) $\frac{4}{100} = 0,04$.

e) $\frac{52}{100} = 0,52$.

f) $\frac{45}{100} = 0,45$.

11)

a) $23,62 = \frac{1181}{50}$

b) $38,709 = \frac{38709}{1000}$

c) $0,17 = \frac{17}{100}$

12)

a) $23,78 < 23,87$.

b) $3,8 > 3,08$.

c) $20,4 > 2,04$.

d) $5,066 < 5,6$.

13) $0,006 < 0,6 < 0,66 < 0,6666$.

14) $0,25 < 0,4 < 0,6 < 0,625 < 2,4$.

15)

a) $0,837 \approx 0,84$.

b) $0,821 \approx 0,82$.

c) $4,259 \approx 4,26$.

d) $1,087 \approx 1,09$.

16) $\frac{1}{3} \approx 0,33 \quad \frac{1}{7} \approx 0,14 \quad \frac{1}{9} \approx 0,11$

$\frac{256}{1000} \approx 0,26 \quad \frac{1348}{1000} \approx 1,35 \quad \frac{95521}{1000} \approx 95,52$

17)

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$.

b) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

c) $\frac{7}{3} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$.

18)

a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \frac{5}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4}$.

b) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$.

c) $\frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{1}{6} + \frac{8}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

19)

a) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{10} = \frac{6}{5} + \frac{3}{10} = \frac{12}{10} + \frac{3}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$.

b) $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right) = \frac{6}{4} + \frac{8}{2} = \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{22}{4} = \frac{11}{2}$.

20)

a) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\right) + \frac{5}{6} = \frac{5}{3} + \frac{5}{6} = \frac{10}{6} + \frac{5}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$.

b) $\frac{5}{9} + \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\right) = \frac{5}{9} + \frac{5}{3} = \frac{5}{9} + \frac{15}{9} = \frac{20}{9}$

21)

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ ó a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = 0,8 - 0,6 = 0,2$

b) $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$ ó b) $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = 1,25 - 0,25 = 1$

c) $\frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

22)

a) $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$.

b) $\frac{7}{4} - \frac{3}{2} = \frac{7}{4} - \frac{6}{4} = \frac{1}{4}$.

c) $\frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{8}{6} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$.

d) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$.

23)

a) $\frac{3}{10} + \frac{3}{2} - \frac{4}{5} = 1$.

b) $\frac{2}{3} + 1 - \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$.

c) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$.

d) $\frac{2}{5} + 1 - \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$.

24)

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$.

b) $\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$.

c) $\frac{7}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{9}$.

25)

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{25}$.

b) $\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$.

c) $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$.

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$.

e) $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$.

26)

a) $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{25}$.

b) $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{25}$.

c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{4}$.

d) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{20}$.

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2}{5}$.

27)

a) $\frac{14}{5} : \frac{3}{5} = \frac{14}{3}$.

b) $\frac{5}{4} : \frac{1}{4} = 5$.

c) $\frac{7}{3} : \frac{2}{3} = \frac{7}{2}$.

28)

a) $\frac{2}{5} : \frac{6}{7} = \frac{7}{15}$.

b) $\frac{9}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$.

c) $\frac{4}{3} : \frac{8}{9} = \frac{3}{2}$.

d) $\frac{5}{4} : \frac{3}{8} = \frac{10}{3}$.

29)

a) $\frac{7}{15} : \frac{4}{3} + 1 = \frac{27}{20}$.

b) $\frac{6}{5} : \frac{4}{7} - \frac{1}{10} = 2$.

c) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{9}{4} = \frac{1}{9}$.

d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{9}{4} = \frac{19}{36}$.

30)

a) $\frac{9}{25}$.

b) $\frac{1}{36}$.

c) 1.

31)

a) 36.

b) 120.

c) 9,6.

32)

a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \sqrt{0,09} = \frac{25}{9}$.

b) $\left(\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{4}}\right) : \frac{4}{3} = \frac{5}{8}$.

c) $\sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \frac{3}{4}$.

d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 + \sqrt{1 + \frac{5}{4}} = \frac{55}{36}$.

e) $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{5}{6}$.

33)

a) $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$.

b) $6 \cdot \frac{5}{3} = 10$.

c) $\frac{2}{9} : 4 = \frac{2}{36}$.

d) $\frac{3}{5} \cdot 50 = 30$.

e) $\frac{1}{4} \cdot 360 = 90$.

34)

a) \$202,4.

b) \$642.

c) Se cobrará \$513,6 (el 80% de 642) y se guardará para cobrar más adelante \$128,4 (el 20% de 642).

UNIDAD IV

1)

- a) El antecesor de -3 es -4.
- b) El sucesor de -9 es -8.
- c) El de 5 es 6.
- d) Y el de -5 es -4.

2)

- a) $(-23) + (-5) = -28$.
- b) $(-20) + 12 + (-4) = -12$.
- c) $10 + (-3) + (-5) = 2$.

3)

- a) $(-23) - (-5) = -18$.
- b) $(-20) - 12 = -32$.
- c) $10 - (-3) - (-5) = 18$.
- d) $24 + (-4) - (-6) + 2 = 28$.
- e) $-20 - 0 - (-5) = -15$.

4) Mi auto estaba en el 2° subsuelo.

5) El cohete ascendió 50 metros sobre el nivel del mar.

6) Llegué al 4° subsuelo.

7)

- a) $5 + (-12) = -7$.
- b) $-30 + (-30) = -60$.
- c) $-5 + (-2) + 3 = -4$.
- d) $14 + (-23) + (-22) = -31$.
- e) $-4 + (-4) + 8 = 0$.

8)

- a) $-2 + 6 - (-4 + 9) - (-1) + (-3) = -3$.
- b) $-5 - (-7 + 7) + [(-2 + 6) - (-4)] = -5$.
- c) $20 - (2 - 6) - [(4 + 1) + 3] = 26$.

9)

- a) $(-3)^2 = 9$.
- b) $\sqrt[3]{-27} = -3$.

- c) $\sqrt[4]{0} = 0$.
d) $(-2)^3 = -8$.
e) $3^0 = 1$.
f) $18^1 = 18$.
g) $1^{18} = 1$.
h) $0^4 = 0$.
i) $\sqrt[3]{1} = 1$.
j) $\sqrt[3]{-1} = -1$.

10)

- a) $(1 - 7)^2 = 36$.
b) $(2 \cdot 5)^2 = 100$.
c) $(18 : 6)^2 = 9$.
d) $(-18 : 6)^2 = (-3)^2 = 9$.
e) $(-3 + 5)^3 = 8$.

11)

- a) $-4 + 2 \cdot (1 - 5) = -4 + 2 \cdot (-4) = -4 - 8 = -12$.
b) $20 - 5 \cdot (2 - 6) + 3 \cdot (-7) = 20 - 5 \cdot (-4) - 21 = 20 + 20 - 21 = 19$.
c) $8 + (-5) : 5 + (-9) = 8 + (-1) - 9 = -2$.
d) $10 - 3 \cdot (-1 - 4) = 10 - 3 \cdot (-5) = 10 + 15 = 25$.
e) $16 : (-2) + 10 : (-5) - (-12) : (-3) = -8 - 2 - 4 = -14$.

12)

- a) -6.
b) -5.
c) -12.

13)

- a) $6 - (-2) = 8$.
b) $-3 + (-5) = -8$.
c) $-99 - 1 = -100$.
d) $-8 + 2 = -6$.
e) $15 - (-2) + 3 - 8 = 12$.
f) $-7 + (-1) - (-2) = -6$.
g) $-9 - (-4) + 6 - 0 = 1$.
h) $100 + 75 - 60 - (-30) = 145$.

14) La temperatura disminuyó 23°C .

15)

- a) $10 + 5 - (-3 + 8) - (-2) + (-4) = 8.$
- b) $-7 - (-4 + 4) + [(-3 + 10) - (-7)] = -7.$
- c) $50 - (12 - 16) - [-(5 - 3) - 8] = 64.$

16)

- a) $(2 - 5)^2 = 9.$
- b) $(-1 - 1) \cdot (-5)^2 = -50.$
- c) $[(-2) \cdot (-5)]^2 = 100.$
- d) $(12 : 6)^2 = 4.$
- e) $(-12 : 3)^2 = (-4)^2 = 16.$
- f) $(-2 + 6)^3 = 64.$

17) El número es -1.

18)

- a) $(\sqrt{64} \cdot \sqrt[3]{8} : -4)^2 : (-2)^3 = (8 \cdot 2 : -4)^2 : (-8) = (-4)^2 : (-8) = -2.$
- b) $\sqrt[3]{64} \cdot (2^3 - \sqrt{36}) \cdot (-3) = 4 \cdot (8 - 6) \cdot (-3) = -24.$
- c) $(-2)^4 - 20 : (-2) + (-4) \cdot (-3) = 16 + 10 + 12 = 38.$
- d) $(7 - 5)^3 - (-3)^2 \cdot \sqrt{4} = 8 - 9 \cdot 2 = 8 - 18 = -10.$
- e) $24 : (-4) + 3^2 + \sqrt{4} = -6 + 9 + 2 = 5.$

UNIDAD V

- 1)
 - a) Quedan 8 metros.
 - b) Quedan 800 cm.
- 2) Para recorrer 300 m debe dar 1.000 pasos.
- 3)
 - a) Para medir la distancia entre las Termas de Río Hondo y Puerto Madryn es adecuado usar km.
 - b) El peso de una semilla se expresa en g o mg.
 - c) La estatura de una persona se expresa en m o cm.
 - d) El peso de un perro se expresa en kg.
 - e) La capacidad de un balde se expresa en l.
 - f) El área de una cancha de fútbol se expresa en m^2 .
 - g) El área sembrada de un campo se expresa en ha, a, km^2 o m^2 .
- 4)
 - a) $7.200\text{ g} = 7,2\text{ kg}$.
 - b) $3.000\text{ ml} = 3\text{ l}$.
 - c) $8.000\text{ m} = 8\text{ km}$.
 - d) $2,5\text{ m} = 250\text{ cm}$.
- 5) La máquina consumió 3 l de combustible en 10 horas.
- 6) 4 veces 1,5 l es 6 litros, con lo cual necesita poner 12 gotas de lavandina.
- 7) Se necesitan 25 baldosas enteras.
- 8) El área máxima de un terreno de fútbol es $A = 120\text{ m} \cdot 90\text{ m} = 10.800\text{ m}^2$ y el área mínima es $a = 90\text{ m} \cdot 45\text{ m} = 4050\text{ m}^2$.
- 9) El 30 % de 270 ha es 81ha, como $1\text{ ha} = 10.000\text{ m}^2$ entonces $81\text{ ha} = 81 \cdot 10.000\text{ m}^2 = 810.000\text{ m}^2$.
- 10) El perímetro del rectángulo A es 200 m^2 y el del cuadrado B es 2000 metros. El área del rectángulo A es de 100 m^2 , en cambio la del cuadrado B es de 250.000 m^2 .
- 11) El metro cable cuesta \$80.
- 12) Se agregan 10 g de leche.
- 13) El volumen de un dado es $V = (\text{arista})^3$, por lo cual $V = (1\text{ cm})^3 = 1\text{ cm}^3$
 1 m^3 equivale a $1.000.000\text{ cm}^3$, por lo tanto, entran 1.000.000 dados.

15)

- a) El área del campo es de 4.500 m^2 .
- b) El socio A recibe 3.000 m^2 , y como $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$, recibe 30 a.
- c) El socio C tiene 6 a.

16) Cada uno realiza 42 viajes.

17) La cantidad de agua a la media hora de abrirse los caños es de 2415 l ó 2415 dm^3 .

18) Se venderá un terreno de $5 \text{ ha} = 500 \text{ a} = 50000 \text{ m}^2$ y otro de $24,5 \text{ ha} = 245.000 \text{ m}^2$ de superficie, por lo tanto, el área total es 295.000 m^2 . El 40 % del área, a $\$150$ el m^2 nos da $\$17.700.000$ y el resto a $\$165$ el m^2 asciende a $\$29.205.000$. El total de la venta es de $\$46.905.000$.

19) Los lados del campo miden 1000 m y 300 m respectivamente, por lo tanto el área es de 300.000 m^2 .

20)

- a) El lado del campo mide 120 km .
- b) Se necesitan $1.920.000 \text{ m}$ de alambre o 1.920 km de alambre.

21) El lado mide 50.000 m o 50 km .

22) El terreno ocupa $2.000 \text{ a} = 20 \text{ ha}$, por lo tanto vale $\$16.000$.

23) Le quedaron sin vender $98,4 \text{ ha}$.

24) Paula debe comprar 400 azulejos.

25) La pileta de natación tiene un volumen de 216 m^3 , si se llena a 18 kl por hora, tarda 12 hs. en llenarse.

26) El área del patio cuadrado es de 25 m^2 . Y el lado mide 5 m .

27) El perímetro del marco es de 120 cm o $1,20 \text{ m}$.

28) El área del patio rectangular es de 819.200 cm^2 , cada baldosa tiene un área de 400 cm^2 ; por lo cual se necesitan 2.048 baldosas para embaldosarlo. Ya que los azulejos entran justo tanto a lo ancho como a lo largo.

29) El ancho de un piso rectangular es de 4 m .

30) Cada parte tiene 2000 a .

31) Para llenar el 40 % de la capacidad del tanque se necesitan 2.400 litros.

ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO

- a) Si cobran el m^2 cubierto \$3.000, con \$270.000 podrán construirse 90 m^2 cubiertos.
- b) El 40 % del ingreso neto familiar, es el 40 % de \$8.000, es decir \$3.200, por lo cual la cuota podría valer hasta \$3.200.

BIBLIOGRAFÍA, FUENTES Y OTROS RECURSOS



BIBLIOGRAFÍA TEÓRICA

- Altman, Silvia; Comparatore Claudia y Kurzrok, Liliana (2003) *Matemática Polimodal*, Buenos Aires, Longseller.
- Dantzig, Tobias (1971), *El Número. Lenguaje de la ciencia*, Buenos Aires, Hobbs-Sudamericana.
- De Guzmán, Miguel; Colera José y Salvador, Adela (1987), *Bachillerato 1*, Madrid, Anaya.
- Fernández Moreno, M. Selva y Ottolenghi-Viterbi, Carla (2001), *Matemática 9*, Buenos Aires, Kapelusz.
- García Arenas, Jesús e Infante Celesti Bertrán (1988); *Geometría y experiencias*, Madrid, Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2007) Apoyo al último año de la secundaria para la articulación con el Nivel Superior. *Cuaderno de trabajo para los alumnos Resolución de problemas: Matemática*.
- Pappas, Theoni (1996), *El encanto de la matemática*, Madrid, Zugarto.
- Pappas, Theoni (1996), *La magia de la matemática*, Madrid, Zugarto.
- Potter, Lawrence (2008), *A jugar con las matemáticas*, Barcelona Robin Book.
- Rey Pastor, Julio y Babini, José (1984), *Historia de la matemática*, Barcelona, Gedisa.
- Santaló, Luis; Varela, Leopoldo y Guasco, María Josefa. (1986), *Geometría: Su enseñanza*, Buenos Aires, Prociencia, Conicet.
- Tahan, Malba (2006), *Matemática divertida y curiosa*, Buenos Aires, Pluma y papel.

OTROS RECURSOS

- Colección FinEs (2009). *Matemática en la vida cotidiana, 04 Números y Funciones*. Buenos Aires: Canal Encuentro, Educ.ar, Ministerio de Educación de la Nación.
- Colección FinEs (2009). *Matemática en la vida cotidiana, 06 Áreas y perímetros de cuerpos y figuras planas*. Buenos Aires: Canal Encuentro, Educ.ar, Ministerio de Educación de la Nación.

ÍNDICE DE IMÁGENES

- Archivo General de la Nación: Imágenes para el diseño de tapa.
- Archivo Ministerio de Educación de la Nación: Imágenes para el diseño de tapa.
- Ilustraciones Claudio Andaur: páginas 10, 14, 17, 33, 36, 59, 66, 72, 78.

