372.851
11292

MINISTERIO DE EDUCACION Y JUSTICIA

Secretaría de Educación

Centro Nacional de Información

Documentación y Tecnología Educativa

P R O Y E C T O

D E

A P O Y O A L A E N S E Ñ A N Z A M E D I A

MATEMATICA

PRIMER AÑO

1985/86

MODULO VI

C E N T R O D E T E C N O L O G I A E D U C A T I V A

Tinogasta 5268. Capital — Buenos Aires
TE. 567-0917/0964
C.P. 1417 — ARGENTINA.

11/11/86

INTRODUCCION

A través de este Módulo seguiremos desarrollando nuestro objetivo del Proyecto de Apoyo a la Enseñanza Media en la asignatura Matemática de Primer Año.
El Módulo se propone:

011292
Foll
372.851
1

OBJETIVO GENERAL

Apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje correspondiente a triángulo y congruencia de triángulos.

E M I S I O N Nº 1

OBJETIVO DE LA EMISION

a) "Presentar el triángulo en su aspecto histórico, enmarcándolo dentro del progreso científico-tecnológico"

b) "Identificar los elementos que componen un triángulo".

c) "Efectuar la determinación del triángulo por diversos procedimientos".

d) "Obtener las propiedades más significativas del triángulo".

e) "Presentar a la geometría euclideana, como necesaria pero no suficiente, para resolver las complejas necesidades humanas".

CONSIDERACIONES MATEMATICAS SOBRE EL TRIANGULO

La enseñanza de la geometría presenta dificultades no siempre superables con los recursos con que generalmente usted cuenta en la escuela. Estos están limitados en la mayoría de los casos, a tiza, pizarrón y útiles geométricos.

La T.V. es un auxiliar más y es valiosa para el aprendizaje cuando se aplica a los temas en que sin lugar a dudas constituye un recurso con mayores posibilidades.

En esencia toda la geometría es "GEOMETRIA DEL TRIANGULO". Sin mayor esfuerzo podemos ver que en todas las figuras aparece de algún modo el triángulo. Está incluído en los cuadriláteros y polígonos en general. Aparece en los cuerpos: pirámides y poliedros y aún en la circunstancia, cuando se la determina por tres puntos y también en las relaciones radiales entre dos circunferencias sècantes.

Permite recordar los conceptos previos de segmentos y ángulos que constituyen sus elementos, y todas sus relaciones son válidas y necesarias para el estudio de otras figuras. Por ello le concedemos un trato preferencial y previo en nuestras emisiones.

A través de ellas el alumno advertirá que está sumergido en un contexto donde el triángulo y sus condiciones de rigidez hacen que las cosas y objetos que lo rodean le anticipen el concepto geométrico al que llegará. También el estudio de esta figura conduce a las alturas de las geometrías no euclideanas y multidimensionales.

Al triángulo y sus propiedades lo hemos elegido teniendo presente estos criterios:

1.- Importancia en el currículum de primer año y su posterior aplicación en otras figuras logradas a partir de él: cuadriláteros, polígonos y también cuerpos.

2.- Las posibilidades de visualización previas.

3.- Las aplicaciones a otras áreas no matemáticas.

4.- La posibilidad de introducir situaciones abiertas a la exploración.

CONSIDERACIONES DIDACTICAS DE LA PRIMERA EMISION

1.- Se parte del elemento concreto cotidiano para pasar a la abstracción geométrica, ayudando a establecer relaciones de la matemática con lo real.

2.- Se desea que la matemática sea entendida como una ciencia viva, por ello relacionamos la noción del triángulo con el desarrollo cultural del hombre.

3.- Se analiza la determinación del triángulo, haciendo aparecer lo eminentemente matemático. Se efectúan contrastes, juegos de imágenes, etc.

4.- Se relaciona la propiedad de rigidez con algunas aplicaciones para transferir la propiedad aprendida.

5.- Se generaliza el empleo de la geometría euclideana, pero marcando su limitación aún dentro del contexto terrestre, de modo que se entienda como insuficiente para el contínuo desarrollo del hombre.

6.- Se presentan las geometrías no euclideanas para que los alumnos las relacionen con el progreso científico-tecnológico.

SINTESIS DE LA EMISION Nº 1

La emisión se inicia mostrando como la figura del triángulo se encuentra en una enorme cantidad de objetos con los cuales sus alumnos conviven.

De las formas concretas se pasa a la representación gráfica del triángulo y a la determinación de sus elementos, presentando además una reseña histórica referente a su estudio.

Por la intersección de semiplanos y de ángulos, se dan dos formas de llegar al triángulo, dejando a usted y a sus alumnos la posibilidad delestudio de las relaciones entre los lados.

En forma intuitiva se obtiene la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, sugiriendo que en el aula se realice la demostración del correspondiente teorema.

Se verifica la propiedad de rigidez del triángulo y su aplicación en algunas situaciones.

También se hace mensión a la necesidad de ampliar la geometría plana, planteando la existencia de triángulos esféricos que no cumplen la propiedad de los ángulos interiores, de modo que los alummos aprecien que la matemática se halla en permanente revisión y actualización.

Se muestra como el descubrimiento de geometrías no euclideanas posibilitó al hombre el desarrollo de la teoría de la relatividad y la conquista del espacio.

ACTIVIDADES PREVIAS

Antes de ver la emisión los alumnos deberán repasar las nociones de semiplano, segmento, ángulos y su clasificación, suma gráfica de ángulos y las operaciones con ángulos en el sistema sexagesimal.

Estas actividades son de suma importancia ya que representan los pre-requisitos que tienen que tener los alumnos para entender la emisión de T.V. y sacar de ella el mejor provecho.

ACTIVIDADES POSTERIORES A LA EMISION Nº 1

1.- Confeccionar fichas sobre Euclides y su obra.

2.- Dibujar tres puntos no alineados a, b , c .
Con papel celofán de tres colores construir:

- Semiplano de borde ab que contiene al punto c .
- Semiplano de borde bc que contiene al punto a .
- Semiplano de borde ac que contiene al punto b .
- ¿Qué obtiene con la intersección de los tres semiplanos?

3.- Dibujar tres puntos no alineados a , b , c .
En papel celofán de tres colores, dibujar en cada uno de ellos los ángulos:

$\hat{abc}$; $\hat{bca}$; $\hat{cab}$, respectivamente

a) ¿Qué se obtiene con la intersección de dos ángulos? ¿Por qué?

b) ¿Qué se obtiene con la intersección de los tres ángulos?

c) Compare ambos resultados

4.- Mencionar objetos cotidianos donde se observen triángulos rectángulos, obtusángulos o acutángulos.

5.- En un plano dibuje tres puntos no alineados m , n , p .
Trace el $\triangle mnp$

- Indique cuáles son los vértices.
- Indique cuáles son los ángulos interiores.
- Indique cuáles son los lados.
- Clasifique el triángulo por sus lados.
- Clasifique el triángulo por sus ángulos.

6.- ¿Cuántas ternas distintas de puntos no alineados hay en un plano?
Justifique.

¿Cuántos triángulos distintos hay en un plano?

¿Cuántos son rectángulos? ¿Cuántos son obtusángulos? ¿Cuántos son acutángulos? ¿Cuántos son acutángulos e isósceles? Represente en un diagrama de Venn la clasificación.

7.- Dibujar un triángulo rectángulo, un triángulo acutángulo y un triángulo obtusángulo, repetir en cada uno de ellos el siguiente procedimiento:

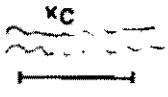
a) Separar cada ángulo de la figura.

b) Hacer la suma gráfica de los tres ángulos.

c) Consulte sus resultados con los obtenidos por sus compañeros: ¿qué deduce?

8.- ¿Por qué los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios?

9.- En la orilla opuesta a la que nos encontramos hay un mojón (c), inaccesible, si conozco el valor de



$c\,\hat{a}\,b = 25^\circ\ 15'\ 23''$ y sabiendo que $c\,\hat{b}\,a = 2\,c\,\hat{a}\,b$

¿Puede encontrar el valor de $a\,\hat{c}\,b$?

10.- En el cuadro siguiente se dan los valores de dos ángulos, indicar si pueden pertenecer a un triángulo y en caso afirmativo calcular el tercer ángulo. Diga qué clase de triángulo es, clasificándolo por sus ángulos.

$\hat{a}$	$\hat{b}$	¿Se forma $\triangle$?	$\hat{c}$	El $\triangle$ es:
90°	35°			
90°	90°			
135°	127°			
45°	45°			
50°	$2\,\hat{a}$			
35°25'18"	$\frac{\hat{a}}{2}$			
$\frac{2\,\hat{b}}{4}$	75°28'			
76° 25'	76° 25'			
50°	80°			
60°	60°			

11.- Los alumnos deberán redactar con sus propias palabras el concepto de rigidez del triángulo y mencionar ejemplos en los que se aplique esta propiedad.

12.- Explicar por qué fue necesaria la creación de nuevas geometrías.

13.- Leer atentamente y en pequeños grupos el siguiente párrafo:

> "Una pareja de recién casados, partió el 21 de septiembre, hacia E.E.U.U. En New York decidió continuar su viaje a Europa y partió hacia Roma.
> Tiene que estar de regreso en Buenos Aires,el 21 de octubre".

- Ubicar en el globo terráqueo las tres ciudades.
- Unir las tres ciudades con un bolígrafo sin tinta o con una tiza.

- ¿Cuál es la figura geométrica que quedó trazada?
- ¿Se cumple en ella la propiedad de los ángulos interiores de un triángulo? ¿Por qué?

14.- Calcar en el globo terráqueo:

a) Un triángulo esférico, con un ángulo recto,
b) un triángulo esférico, con dos ángulos rectos,
c) un triángulo esférico, con tres ángulos rectos.

E M I S I O N N° 2

OBJETIVOS DE LA EMISION

a) Confrontar el concepto de igualdad utilizado en el lenguaje cotidiano con el concepto de congruencia.

b) Analizar la congruencia de triángulos a través de las transformaciones.

c) Establecer criterios para la congruencia de triángulos.

d) Comprender la necesidad de diferenciar el lenguaje corriente del lenguaje matemático.

CONSIDERACIONES MATEMATICAS SOBRE LA CONGRUENCIA DE TRIANGULOS

Las actuales tendencias para la enseñanza de la geometría, aconsejan su estudio por transformaciones desde que los alumnos inician la enseñanza media. Esto hace que pasen más fácilmente de lo concreto a lo abstracto, haciendo un aprendizaje más rápido.

El estudio de la geometría a través de las transformaciones permite estudiar las propiedades que permanecen invariables, / después de aplicárselas.

Esta concepción obtuvo su ratificación en el célebre programa de Erlangen de Félix Klein, a fines del siglo XIX.

Sin embargo, y pese a promover la actividad constructiva del estudiante, la influencia de las transformaciones como medio para organizar la geometría, no se sintió inmediatamente a nivel escolar. Se siguió con los antiguos casos de "igualdad de triángulos", hasta que se revieron y recrearon a la luz del uso moderno de la congruencia, atento a que se advierte una isometría que surge de los vértices de un triángulo y sus respectivas imágenes. No es por una circunstancia aleatoria que todas las figuras de la geometría elemental, tengan que ver con las transformaciones.

Con esta fundamentación, se presenta a la congruencia de triángulos como una transformación rígida, de modo que facilite el estudio posterior en segundo año de los movimientos en el plano: rotaciones, traslaciones y simetrías.

El Dr. C. Trejo expresa que el uso de las transformaciones es inevitable, pero que la enseñanza tradicional no lo advirtió.

El enfoque conjuntista pone de manifiesto que la congruencia de figuras se extrae de las transformaciones llamadas isometrías o congruencias.

CENTRO DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
Paraguay 1667 - 1er. Piso - Buenos Aires - Rep. Argentina

En ambas emisiones, primera y segunda del Módulo, damos ejemplos de la realidad cotidiana que anticipan tanto el lenguaje / como el tema matemático que se aborda.

El propósito es permitir que se encuentren sus alumnos con una matemática formativa, útil y de lo más interesante posible, no descuidando por ello el carácter científico de la disciplina.

CONSIDERACIONES DIDACTICAS DE LA SEGUNDA EMISION

1) A través del contexto cotidiano se muestra el uso del término igual, no coincidente con el concepto matemático.

2) Se diferencia el concepto matemático igual del concepto de congruencia.

3) Mediante el análisis inductivo se lleva a la adquisición de la noción de transformación rígida.

4) Se introduce el análisis de los criterios de congruencia, mediante el empleo de la condición necesaria y suficiente.

5) Se comienza este análisis en el plano concreto - cotidiano, para luego realizarlo en el plano lógico - matemático.

6) Se enuncia el primer criterio de congruencia.

7) Se generaliza el concepto de criterio de congruencia de triángulos, a los otros casos.

8) Se deja abierta la investigación de los restantes criterios.

9) Se justifica el empleo de los dos niveles de lenguaje en el contexto adecuado.

SINTESIS DE LA EMISION

En la segunda emisión se afianza la idea de congruencia a partir de un lenguaje corriente, llevando progresivamente a los alumnos al lenguaje científico.

Se ratifica el concepto de transformación rígida y se determina una de las condiciones necesarias y suficientes para que dos triángulos sean congruentes. Sólo se incluye el primer criterio.

Con este ejemplo visualizado esperamos que usted y sus alumnos estén en condiciones favorables para extender sus observaciones y desarrollar los restantes criterios tal como lo sugiere la emisión.

También se visualiza el caso de los triángulos con los tres ángulos congruentes, que no constituye caso de congruencia.

Se hace referencia aunque en forma no sustantiva, a conjuntos infinitos cuyos elementos son, en este caso, triángulos congruentes o no.

ACTIVIDADES ANTERIORES

- Repasar ángulos.

- Repasar congruencia de segmentos y ángulos.

- Construcción de segmentos y de ángulos congruentes.

ACTIVIDADES POSTERIORES

1) Dibuje un triángulo y reprodúzcalo tres veces por calcado. ¿Cómo resultan los cuatro triángulos?

2) Dibuje un hexágono regular

a.- Una el centro con los vértices.

b.- Recorte los triángulos así formados.

c.- Superpóngalos
¿Cómo resultan?
¿Por qué?

3) Observe estructuras de puentes, sostenes de techados, etc., en las que se hayan utilizado triángulos y donde dichos triángulos sean congruentes.

Investigue: (Podrá consultar a un ingeniero o a un arquitecto)

a.- ¿Por qué se eligió el triángulo?

b.- ¿Por qué los triángulos son congruentes?

4) Para deducir los criterios de triángulo que no se dan en la emisión, utilice el geoplano y construya en él un triángulo (se aconseja que sea escaleno y oblicuángulo)

a.- Construya otro triángulo que tenga con el dado, un lado y dos ángulos adyacentes, respectivamente congruentes, ¿qué observa?. Verifique su resultado con el de sus compañeros ¿qué conclusión obtiene?

b.- Construya otro triángulo que tenga con el dado dos lados y el ángulo opuesto al mayor de los lados, respectivamente congruentes ¿qué observa?. Verifique su resultado con el de sus compañeros ¿qué conclusión obtiene?

c.- Construya otro triángulo que tenga con el dado, los tres lados respectivamente congruentes ¿qué observa?. Verifique su resultado con el de sus compañeros ¿qué conclusión obtiene?

5) Si el triángulo dado fuera rectángulo ¿cómo expresaría las conclusiones anteriores?

6) Dibuje un triángulo cualquiera y construya otros triángulos que tengan con el dado, los tres ángulos respectivamente congruentes. Verifique si son verdaderas o falsas estas proposiciones:

   a.- Los triángulos que tienen sus ángulos congruentes siempre son iguales.

   b.- Los triángulos que tienen sus ángulos congruentes siempre son congruentes.

   c.- Los triángulos que tienen sus ángulos congruentes, a veces son congruentes.

   d.- Los triángulos que tienen sus ángulos congruentes, tienen la misma forma.

7) En pequeños grupos y, luego, en un panel de discusión, los alumnos reflexionarán sobre la utilidad de los criterios de congruencia de triángulos.

8) Los ángulos de un triángulo tienen los siguientes valores: 120° ; 20° ; y 40°.

   Se puede construir con ellos <
   - sólo un triángulo
   - dos triángulos
   - ningún triángulo
   - infinitos triángulos

   ¿Cuáles proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas?

9) Para construir un triángulo isósceles indique ¿Cuántos lados y ángulos son suficientes?
   Verifíquelo.

CONSIDERACIONES FINALES

El enfoque conceptual y metodológico que sustenta a las emisiones no pretende ser el único.

Su elección se fundamentó por los motivos expuestos en el presente documento, tratando de conciliar criterios psicológicos, pedagógicos y matemáticos actualizados.

Usted coincidirá total o parcialmente con él.

En el primer paso, al adoptarlo, habrá realizado y enriquecido las actividades sugeridas, a la vez que habrá completado en la clase los aspectos que se presentaron solamente planteados.

En el segundo caso, si no coincidió, le sugerimos que este material sea igualmente aprovechable. Compare y discuta con sus alumnos esta alternativa propuesta con la presentada por usted.

De este modo, el análisis de ambas metodologías reforzará los conceptos, a la vez que permitirá al alumno advertir cómo se puede aproximar al conocimiento matemático, por caminos diferentes.

Este trabajo será un aporte para la adquisición de procedimientos adecuados que anticipen la iniciación en la investigación: actitud que debemos promover en los alumnos.

La evaluación que realicen con respecto a los materiales impresos y visuales nos permitirá ajustar los criterios iniciales, para acercarnos de este modo al objetivo de optimizar la producción del Centro de Tecnología Educativa, de modo que logre ser un auxiliar válido en la tarea educativa en la que están comprometidos.

BIBLIOGRAFIA

- Boll,Marcell "Historia de la Matemática"
Edit. Diana

- Babini, José "Historia suscinta de la Matemática"
Edit. Austral

- Rey Pastor, J. y Babini, J. "Historia de la Matemática"
Edit. Gedisa

- Piaget, Choquet, Dieudonné y otros "La Enseñanza de la Matemática Moderna"
Edit. Alianza Universidad

- Vázquez de Tapia, Nelly y De Martino, Elsa "Apuntes de Geometría Intuitiva"

- Tirao, Juan Alfredo "Matemática 1"
Edit.Kapeluz

- Trejo, César A. , Bosch, Jorge E. "Enseñanza de la Matemática Moderna en el Primer Curso"
Edit. Eudeba

- Trejo, César A. , Bosch, Jorge E. "Ciclo Medio de Matemática Moderna" -Primer Curso-
Edit. Eudeba

- Varela, Leopoldo y Foncuberta, Juan A. "Matemática I" (Magisterio)
Edit. Río de la Plata

- Ceci, A.M. , Cosentino, J.B. y Paglilla, O.M.de "Matemática I"
Edit. Guadalupe

- Puig, Adam P. "La Matemática y su Enseñanza Actual" (Madrid - Ministerio de Educación Nacional)

- Mialaret, Gastón "Psicopedagogía de los Medios Audiovisuales, en la Enseñanza Primaria"
Edit. Sudamericana

- Aebli, Hans "Una Didáctica Fundada en la Psicología de Jean Piaget"
Edit. Kapeluz

- Piaget, Jean "Seis Estudios de Psicología"
Edit. Eudeba

INDICE

Contenido:	Página:
Introducción	1
Objetivo General	1
Emisión N° 1 : Triángulo	2
Emisión N° 2 : Congruencia de Triángulos	13
Consideraciones Finales	22
Bibliografía	23

L.C.