BUENOS AIRES — REPUBLICA ARGENTINA

Ministerio de Cultura y Educación

Consejo Nacional de Educación

Educación para la Reconstrucción

Nº 11

Matemática 5

El Consejo Nacional de Educación hace llegar a los docentes de las escuelas dependientes de este Organismo el presente documento que ha elaborado.

Tiene por objeto poner en sus manos un elemento que contribuya a unificar y clarificar conceptos sobre numeración, tema esencial para desarrollar sobre bases sólidas el aprendizaje de las cuatro operaciones fundamentales.

El enfoque conjuntista que se ha adoptado permite acceder a la idea de número y comprender las reglas generales a seguir en la formación de sistemas de numeración posicionales.

La inclusión de los temas de composición y descomposición de números en el sistema decimal se debe a su inmediata aplicación en el mecanismo operatorio de la adición y la sustracción.

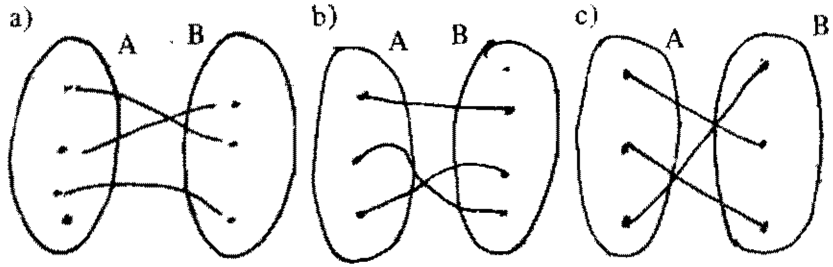
Los ejercicios propuestos y sus respuestas permitirán a cada docente autoevaluar la asimilación de los contenidos desarrollados.

Es propósito del Consejo Nacional de Educación que en esta publicación encuentren los maestros un instrumento que coadyuve a lograr una mayor eficiencia en la labor que realizan.

NUMERACION

1. – Nociones previas

Dados dos conjuntos A y B, si a cada elemento de uno de ellos se le hace corresponder uno y sólo uno del otro, se puede presentar una de las tres siguientes posibilidades:



Resulta que:
en a): A tiene más elementos que B
en b): A tiene menos elementos que B
en c): A tiene tantos elementos como B

Téngase en cuenta que:

Cada uno de los resultados obtenidos es independiente de los pares de elementos que se vinculan.

La correspondencia establecida en el caso c) en que a cada elemento de A le corresponde uno y sólo un elemento de B y viceversa, se llama *correspondencia biunívoca.*

Cuando entre dos o más conjuntos se puede establecer una correspondencia biunívoca, se dice que los conjuntos son *coordinables.*

Entonces en c):

A es coordinable con B

La propiedad común que caracteriza a todos los conjuntos coordinables entre sí, es el *cardinal* de dichos conjuntos.

Conjuntos finitos. Conjuntos infinitos

Se dice que un conjunto es *finito* cuando no es coordinable con *ninguna* parte propia del mismo.

Ejemplo:

Dado el conjunto A formado por las letras de la palabra número y un subconjunto cualquiera de A, por ejemplo el B formado por las letras vocales de la misma palabra (B parte propia de A), no se puede establecer entre ambos una correspondencia biunívoca.

$$A = \{ n, u, m, e, r, o \} \qquad B \subset A$$
$$B = \{ u, e, o \}$$

A no es coordinable con B $\Rightarrow$ $\boxed{\text{A es conjunto finito}}$

Si en cambio se considera el conjunto N de números naturales y *algún* subconjunto de N, por ejemplo el P de números naturales pares:

$$\begin{array}{lllll} N = \{ & 1, & 2, & 3, \ldots\ldots\ldots, & 90, \ldots \} \\ & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ P = \{ & 2, & 4, & 6, \ldots\ldots\ldots, & 180, \ldots \} \end{array} \qquad P \subset N$$

Resulta que:

N es coordinable con P, porque a cada número natural se le puede hacer corresponder el número par que se obtiene multiplicándolo por 2 y recíprocamente.

Por lo tanto:

N no es conjunto finito

se dice que $\boxed{\text{N es conjunto infinito}}$

Por ser N y P coordinables, tienen también el mismo cardinal.

Cuando dos conjuntos coordinables son finitos, su cardinal es un *número natural.*

2. – El número natural

De acuerdo con lo expuesto hasta aquí, se llega a la siguiente conclusión básica:

El concepto de número natural se fundamenta en la correspondencia biunívoca entre conjuntos finitos.

Este concepto no es reciente, así lo manifiesta Tobías Dantzig en su libro "Número, lenguaje de la ciencia" donde dice: "En todas las épocas de la evolución humana, aún en las más atrasadas, se encuentra en el hombre una facultad que llamamos, a falta de una mejor denominación, el sentido del número". . . . "El sentido del numero no debe ser confundido con la facultad de contar, que es probablemente mucho más reciente. . .".

En efecto, los pueblos primitivos al realizar apareamiento entre sus ovejas y piedras, intuitivamente ya establecían correspondencias biunívocas.

El pastor, para asegurarse que no había perdido ninguna res cuando las llevaba a pastar, tenía la precaución de tomar al partir, una piedra por cada animal, de modo que al retornar, retiraba del montón una piedra por cada animal que regresaba. Al relacionar de este modo ambos conjuntos, en realidad comprobaba si el conjunto de reses tenía "tantos elementos como" el de piedras, es decir verificaba elementalmente la *invariancia del número natural.*

Posteriormente estableció estas relaciones reemplazando las piedras por marcas en un palo, rayas en una roca, nudos en una cuerda, etc. Sólo en épocas muy avanzadas reemplazó esas marcas por símbolos gráficos.

Los símbolos gráficos que representan los números naturales se llaman *numerales.*

Número natural: propiedad de los conjuntos finitos coordinables $\longrightarrow$ idea, abstracción.
Numeral: representación gráfica del número.

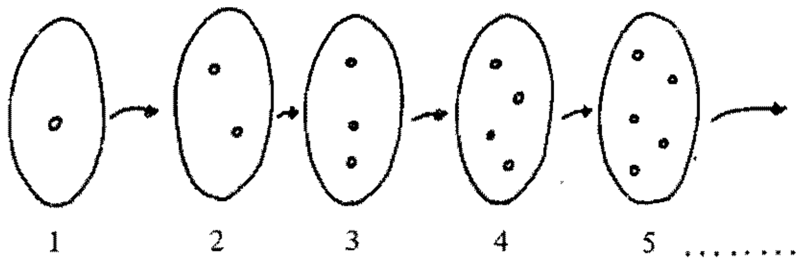
3. – Sucesión fundamental de los números naturales

Todos los conjuntos finitos coordinables entre sí forman una familia de conjuntos que definen el mismo cardinal. Cada familia de conjuntos finitos coordinables puede ser representada por uno de ellos que se elige como *modelo o patrón.*

Como dos conjuntos modelos representan a distintas familias, no son coordinables y necesariamente uno de ellos tiene menos elementos que el otro.

Si en el conjunto de todos los modelos se aplica la relación "tiene menos elementos que", dichos conjuntos patrones quedan ordenados, a partir del conjunto cuyo cardinal es el número natural 1.

Si a cada uno de esos conjuntos ordenados se les hace corresponder su cardinal, se obtiene la sucesión fundamental de números naturales.



Propiedades de la sucesión fundamental de números naturales

1º) Tiene un primer elemento.

2º) Dado un número natural se puede obtener su siguiente sumándole uno.

3º) Entre un número natural y su siguiente no hay otro número natural (por eso se dice que el conjunto de números naturales no es denso).

4º) No existe un último número natural. (Dado un número natural cualquiera siempre es posible obtener su siguiente).

N es el conjunto de todos los números naturales.

N_0 es el conjunto de todos los números naturales cuando se introduce el cero.

4. – Número ordinal.

En la práctica se presenta la necesidad de determinar el

cardinal de un conjunto finito. Dicho cardinal se obtiene contando.

¿Qué es contar?

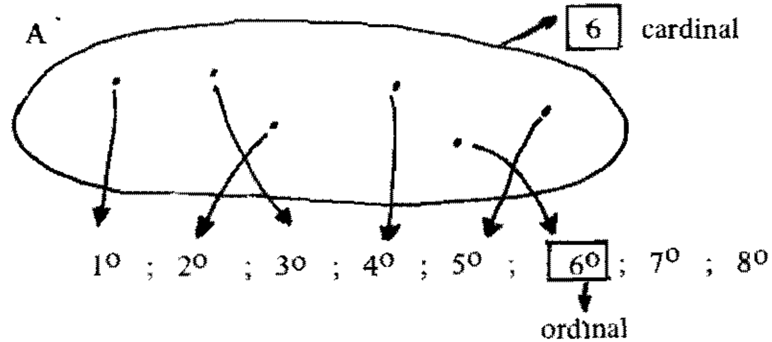
Contar es hacer corresponder ordenadamente cada uno de los elementos del conjunto con cada uno de los números de la sucesión fundamental de números naturales a partir de 1, hasta agotar todos los elementos del conjunto dado.

El último número natural alcanzado es el ordinal correspondiente al último elemento considerado y coincide con el cardinal del conjunto, cuyos elementos han quedado ordenados.

Resulta así que el cardinal que se obtiene contando es el número natural correspondiente al último elemento del conjunto ordenado.

Por esa razón se denomina número ordinal.

A cada uno de los otros elementos que se ha contado ordenadamente, también le corresponde un único ordinal.



Es importante orbservar que así como el cardinal es la propiedad común de conjuntos coordinables, independiente de la forma en que se establezca la correspondencia biunívoca, *el ordinal* es independiente del orden en que se consideran los elementos del conjunto.

De ahí surge la invariancia del número natural.

5. – Sistema de numeración

Como la sucesión fundamental de números naturales es infinita, se necesitarían infinitos símbolos para representar los números. Dado que esto es imposible, a través del tiempo, el hombre logró resolver este problema ideando un limitado número de signos o cifras, que mediante convenientes combinaciones, le permiten representar cualquier número natural.

> *Sistema de Numeración:* Es el conjunto de símbolos y de reglas que permiten nombrar cualquier número natural.

Los sistemas de numeración pueden ser:

a) *Posicionales:* cada cifra tiene un valor relativo que depende de su ubicación dentro del numeral.
Ejemplo: Sistema de numeración decimal.

b) *No posicionales:* el valor de cada cifra no depende de su ubicación en el numeral.
Ejemplo: Sistema de numeración romano.

Sistemas no posicionales

· Sistema de numeración romano: Basado en el principio aditivo multiplicativo.

Numerales:	I	V	X	L	C	D	M
	uno	cinco	diez	cincuenta	cien	quinientos	mil

Reglas	LOS NUMERALES	
	I, X, C, M	V, L, D
1º	a) pueden repetirse hasta tres veces consecutivas. b) a la derecha de otro de igual o mayor valor, suman sus valores. c) uno de ellos a la izquierda de cualquiera de los dos de valor inmediato superior, resta su valor.	a) no pueden repetirse. b) a la derecha de otro de mayor valor, suman sus valores. c) no pueden estar a la izquierda de cualquiera de valor superior
2º	Cada trazo horizontal colocado sobre un numeral, multiplica mil veces su valor.	

Ejemplos:

1º	a) XX, CCC, MM b) CXX, MCXI c) IV, IX, XL, XC	a) b) XV, MDLV c)
2º	MDCLXVI, XV, IVIVIV	

Sistemas posicionales

Base: formada por un número (mayor que uno) de signos o cifras que se corresponden ordenadamente con los primeros elementos del conjunto de números naturales.

Regla: realizar sucesivos agrupamientos de acuerdo con el número de elementos de la base.

Forma práctico experimental de generar un sistema posicional.

Se tomará como ejemplo un sistema en base 4.

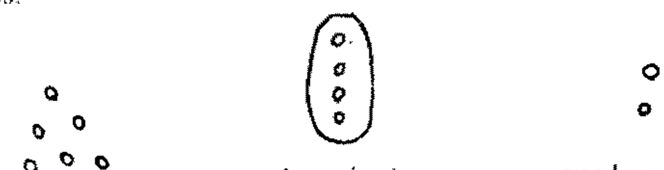
Base: 4

Numerales primitivos:	0	–	1	–	2	–	3
	cero		uno		dos		tres

Regla: Cada conjunto de cuatro elementos constituye una unidad del orden siguiente.
Significa que siempre que sea posible deben formarse sucesivamente conjuntos de 4 elementos.

Dados: Se forma

a):



1 conjunto de 4 elementos y quedan 2 elementos sueltos

1 unidad de 1er. orden — 2 unidades simples

Se escribe: $12_{(4}$

Se lee: uno, dos en base cuatro

$12_{(4}$ significa $1 \times 4 + 2 = 6$ en sistema decimal (*)

b)

Se forma

1 conjunto de 4 elementos y no queda ningún elemento suelto

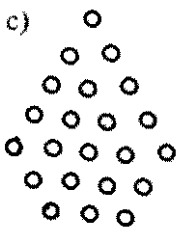
$\underbrace{\text{1 conjunto de 4 elementos}}_{\text{1 unidad de 1er. orden}}$ y $\underbrace{\text{no queda ningún elemento suelto}}_{\text{0 unidad simple}}$

Se escribe: $10_{(4}$

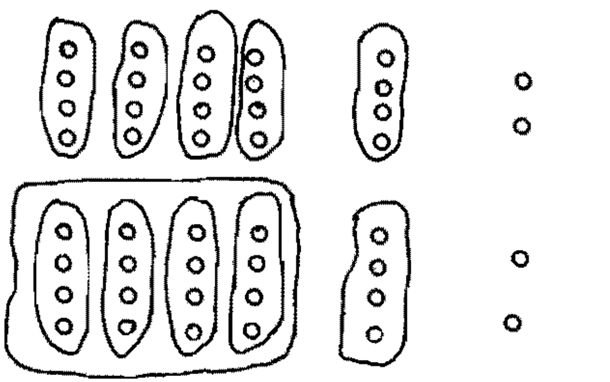
Se lee: uno, cero en base cuatro

$10_{(4}$ significa $1 \times 4 + 0 = 4$ en sistema decimal

c)



1º Se forma:



2º) En este caso se forma un nuevo conjunto de cuatro subconjuntos.

$\underbrace{\text{1 conjunto de 4 subconjuntos con 4 elementos cada uno}}_{\text{1 unidad de 2º orden}}$ $\underbrace{\text{1 conjunto de cuatro elementos}}_{\text{1 unidad de 1er. orden}}$ $\underbrace{\text{2 elementos sueltos}}_{\text{2 unidades simples}}$

(*) Esta expresión se generaliza en pasaje de un número expresado en cualquier base a sistema decimal

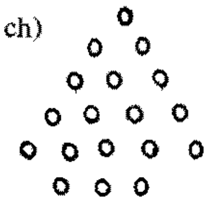
Se escribe: $112_{(4}$

Se lee: uno, uno, dos en base cuatro

$112_{(4}$ significa $1 \times \underbrace{4 \times 4} + \underbrace{1 \times 4} + 2 = 22$ en sistema decimal

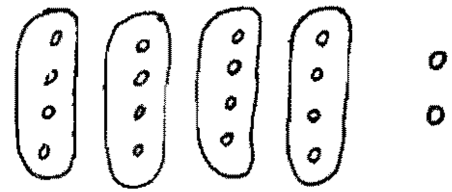
$$1 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4 + 2 = 22$$

ch)

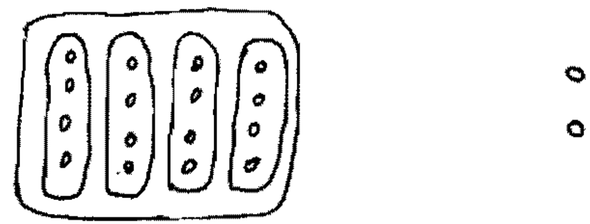


Se forma

1º)



2º)



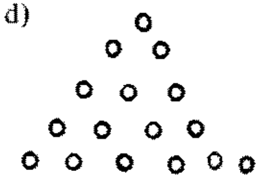
$\underbrace{\text{1 conjunto de 4 subconjuntos con 4 elementos cada uno}}_{\text{1 unidad de 2º orden}}$ $\underbrace{\text{ningún conjunto suelto de cuatro elementos}}_{\text{0 unidad de 1er. orden}}$ $\underbrace{\text{2 elementos sueltos}}_{\text{2 unidades simples}}$

Se escribe: $102_{(4}$

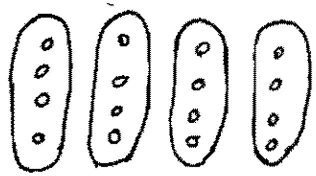
Se lee: uno, cero, dos en base cuatro

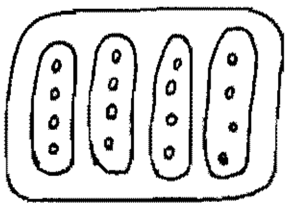
$102_{(4}$ significa $1 \times \underbrace{4 \times 4} + \underbrace{0 \times 4} + 2 = 18$ en sistema decimal.

$$1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4 + 2 = 18$$

d) 

Se forma

1º) 

2º) 

1 conjunto de 4 subconjuntos con 4 elementos cada uno	ningún conjunto suelto de cuatro elementos	ningún elemento suelto
1	0	0
unidad de 2º orden	unidad de 1er. orden	unidades simples

Se escribe: $100_{(4}$

Se lee: uno, cero, cero en base cuatro

$100_{(4}$ significa $1 \times \underbrace{4 \times 4} + 0 \times 4 + 0 = 16$ en sistema decimal

$$1 \cdot 4^2 \quad + \quad 0 . 4 \; + \; 0 = 16$$

Sistema binario: este sistema está muy difundido en la actualidad, por ser el que se emplea en las computadoras de gran velocidad.

Base. 2

Numerales primitivos: 0 — 1
cero uno

Regla: Cada conjunto de 2 elementos constituye una unidad del orden siguiente.
Significa que siempre que sea posible se deben formar sucesivamente conjuntos de dos.

Dado

Se forma

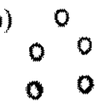
a)   

1 conjunto de 2 elementos	y queda	1 elemento suelto
1		1
unidad de 1er. orden		unidad simple

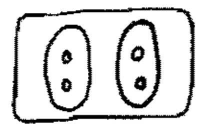
Se escribe: $11_{(2}$

Se lee: uno, uno en base dos

$11_{(2}$ significa $1 \times 2 + 1 = 3$ en sistema decimal

b) 

Se forma



1 conjunto de 2 subconjuntos de 2 elementos c/uno	ningún conjunto suelto de 2 elementos	1 elemento suelto
1	0	1
unidad de 2º orden	unidad de 1º orden	unidad simple

Se escribe: $101_{(2}$

Se lee: uno, cero, uno en base dos.

$101_{(2}$ significa $1 \times \underbrace{2 \times 2} + \underbrace{0 \times 2} + 1 = 5$ en sistema decimal

$$1 . 2^2 \quad + \; 0 . 2 \; + 1 = 5$$

SISTEMA DECIMAL

Base: 10

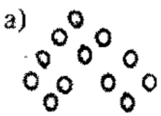
Numerales primitivos:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
cero ; uno ; dos ; tres ; cuatro ; cinco ; seis ; siete ; ocho ; nueve

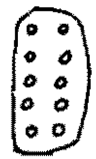
REGLA:

Cada conjunto de diez elementos constituye una unidad del orden siguiente. Significa que siempre que sea posible deben formarse sucesivamente conjuntos de diez.

Si se dan más de nueve elementos:
Ejemplo:

a) 

Se forma



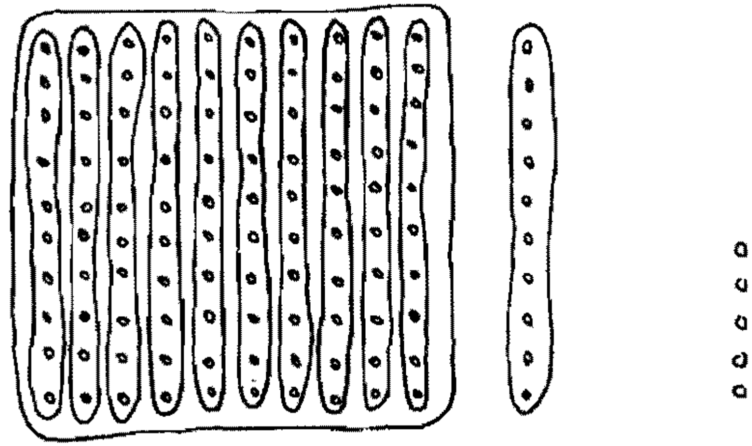
1 conjunto de 10 elementos → 1 unidad de 1er. orden

y quedan

2 elementos sueltos → 2 unidades simples

Se escribe: 12 (se omite la base 10)
Se lee: doce
12 significa: $1 \times 10 + 2 = 12$

b) En el caso que se formen más de 9 decenas, por ejemplo: 11 decenas y 5 elementos sueltos, se forma:



1 conjunto de 10 decenas → 1 unidad de 2º orden (centena)

1 conjunto decena → 1 unidad de 1er. orden (decena)

5 elementos sueltos → 5 unidades simples

Se escribe: 115 (se omite la base 10)
Se lee: ciento quince
115 significa $\underbrace{1 \times 10 \times 10}_{1 \, . \, 10^2} + \underbrace{1 \times 10}_{1 \, . \, 10} + 5 = 115$

$1 \, . \, 10^2 + 1 \, . \, 10 + 5 = 115$

Pasaje de un número expresado en cualquier base a sistema decimal

Para escribir en sistema decimal un número expresado en una base cualquiera, se suman las unidades simples con cada uno de los productos que se obtienen multiplicando las unidades de los sucesivos órdenes por la correspondiente potencia de la base.
Ejemplo: $213_{(4}$

2	1	3
unidades de 2º orden	unidad de 1er. orden	unidades simples

Significa: $2 \times 4 \times 4 \quad + \quad 1 \times 4 \quad + \quad 3$
(que es la expresión polinómica de $213_{(4)}$)

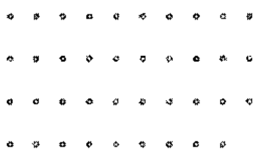
$2 \quad 4^2 \quad + \quad 1 \, . \, 4 \quad + \quad 3$
(que es la resolución decimal de esa expresión polinómica)

Para escribir en el sistema decimal un número expresado en base 4, se suman las unidades simples con cada uno de los productos que se obtienen multiplicando las unidades de los sucesivos órdenes por la correspondiente potencia de 4.

Pasaje de sistema decimal a otra base:

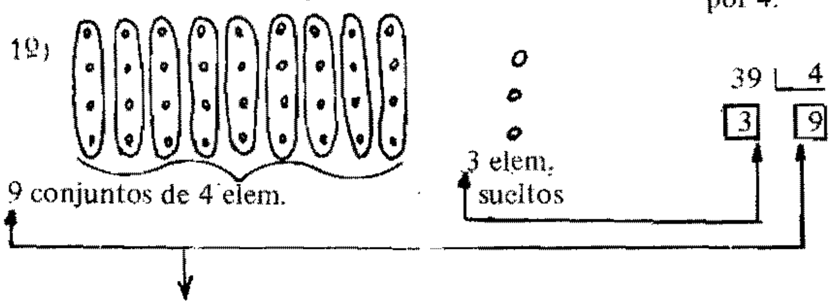
De decimal a base 4:

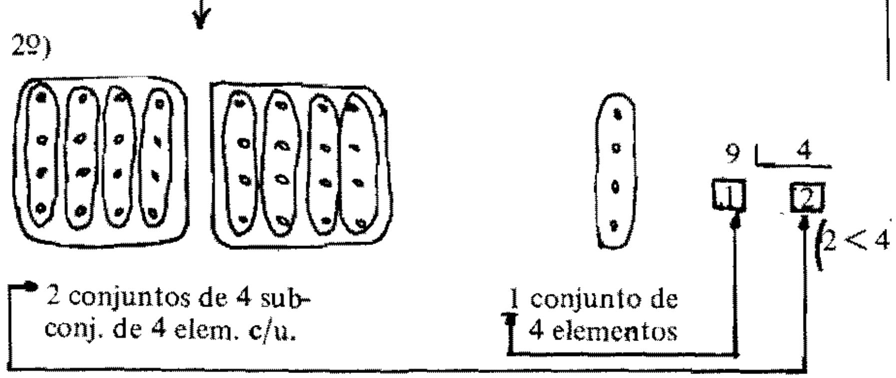
Dado un número en base 10, expresarlo en base 4.
Número dado: 39



Prácticamente:
Sucesivos agrupamientos de a 4

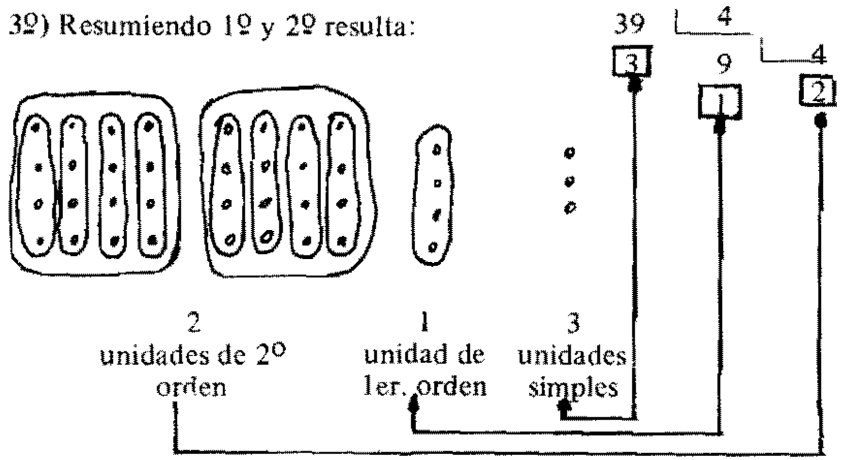
Procedimiento aritmético:
Sucesivas divisiones por 4.





No se puede seguir agrupando de a cuatro.

3º) Resumiendo 1º y 2º resulta:



$$\boxed{39 \rightarrow 213_{(4}}$$

Procedimiento aritmético:

1º) Se efectúan las sucesivas divisiones por cuatro hasta obtener un cociente menor que 4.

2º) El numeral buscado se forma escribiendo este cociente y a continuación los sucesivos restos obtenidos, tomados en el orden inverso.

Escritura de numerales correspondientes a los primeros números naturales en distintas bases

nº \ base	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
cero	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
uno	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
dos	10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
tres	11	10	3	3	3	3	3	3	3	3	3
cuatro	100	11	10	4	4	4	4	4	4	4	4
cinco	101	12	11	10	5	5	5	5	5	5	5
seis	110	20	12	11	10	6	6	6	6	6	6
siete	111	21	13	12	11	10	7	7	7	7	7
ocho	1000	22	20	13	12	11	10	8	8	8	8
nueve	1001	100	21	14	13	12	11	10	9	9	9
diez	1010	101	22	20	14	13	12	11	10	α	α
once	1011	102	23	21	15	14	13	12	11	10	β
doce	1100	110	30	22	20	15	14	13	12	11	10

El numeral correspondiente a la base se expresa siempre por 10 (se lee: *uno, cero*)

Numeración decimal:

Composición y descomposición de un número expresado en el sistema decimal

Por ejemplo:

número: cuarenta y siete

numeral: 47

Descomponiendo a 47 en las unidades de los distintos órdenes resulta:

$\boxed{47 \longrightarrow 4\text{ d } 7\text{ u}}$

Pero considerando que 47 ⟶

d	u
4	7
3 + 1	10
3	17

puede expresarse:

a) 47 ⟶ 3 d 17 u

Análogamente se obtienen las siguientes expresiones:

b) 47 ⟶ 2 d 27 u

c) 47 ⟶ 1 d 37 u

Resulta en general que:

> I – Cada unidad de un determinado orden es sumada como 10 unidades al *orden inmediato anterior.* (*)

Este principio es válido para cualquier base:

Cada unidad de un determinado orden, equivale a un número de unidades igual a la base, del orden inmediato anterior.

Inversamente puede expresarse 47 a partir de una **cualquiera** de las posibilidades anteriores:

Caso a)

d	u
3	17
	$\boxed{10}$ + 7
1	
4	7

Caso b)

d	u
2	27
	$\boxed{20}$ + 7
2	
4	7

Caso c)

d	u
1	37
	$\boxed{30}$ + 7
3	
4	7

> II – Cada 10 unidades de un determinado orden equivalen a una unidad del *orden inmediato siguiente.* (*)

Este principio es válido para cualquier base. Es decir que:
En un determinado orden, un número de unidades igual a la base equivale a una unidad del orden inmediato siguiente.

Las diferentes posibilidades de expresar un número en unidades de distintos órdenes es el principio en el que se fundamenta el mecanismo de las operaciones aritméticas de *adición* (descomposición de las unidades de un órden y recomposición de las unidades del orden anterior)

(*) Recuérdese que los órdenes deben considerarse de derecha a izquierda.

Adición:

Dada:

$$\begin{array}{r} 28 \\ +\ 19 \\ \hline 47 \end{array}$$

En este caso la suma de las cifras de las unidades es 17.

Se escribe 7 en el resultado y el 1 se suma a las decenas, diciendo comúnmente "llevo 1". Esta expresión es incompleta porque no refleja totalmente el procedimiento que se realiza.

Dicho procedimiento consiste en averiguar cuántas unidades y cuántas decenas hay en total para escribir el numeral correspondiente.

	d	u
+	2	8
	1	9
	3	17
		$\boxed{10}$ + 7
	1	
	4	7

Luego en lugar de "llevo 1", lo correcto es decir:

"Sumo una decena en la columna de las decenas"

Cuando se trata de una adición de más de dos sumandos pueden presentarse situaciones en que sean necesarias aplicar los casos b); c) u otros similares.

1	9	9
1	8	6
+ 2	7	8
	8	2
6	34	25
		$\boxed{20}$ + 5
	2	
	36	
	$\boxed{30}$ + 6	
3		
9	6	5

Sustracción:

Dada:

$$\begin{array}{r} 47 \\ -\ 19 \\ \hline 28 \end{array}$$

En este caso para hacer posible la diferencia en el orden de las unidades se expresa el minuendo como en el caso I.

En efecto:

$$47 \longrightarrow \begin{array}{r|l} d & u \\ 3 & 17 \\ -\ 1 & 9 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$$

Luego en lugar de utilizar la expresión común "pido 1", lo correcto es decir: "transformo 47 en la expresión equivalente 3 d 17 u".

Cuando se trabaja con más de dos cifras en el minuendo se elige la descomposición que convenga.

Ejemplos.

1º)

$$\begin{array}{r} 5\ \boxed{2}\ 6 \\ -\ 1\ \boxed{7}\ 2 \\ \hline 3\ 5\ 4 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} c & d & u \\ 4 & 12 & 6 \end{array}$$

2º)

$$\begin{array}{r} 3\ \boxed{0}\ \boxed{2} \\ -\ 1\ \boxed{2}\ \boxed{8} \\ \hline 1\ 7\ 4 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} c & d & u \\ 2 & 10 & \boxed{2} \\ 1 & 2 & \boxed{8} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} c & d & u \\ 2 & 9 & 12 \end{array}$$

3º)

$$\begin{array}{r} 9\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{0} \\ -\ 7\ \boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{8} \\ \hline 1\ 4\ 8\ 2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{cccc} um & c & d & u \\ 8 & 10 & \boxed{0} & \boxed{0} \\ 7 & 5 & \boxed{1} & \boxed{8} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccc} um & c & d & u \\ 8 & 9 & 10 & \boxed{0} \\ 7 & 5 & 1 & \boxed{8} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccc} um & c & d & u \\ 8 & 9 & 9 & 10 \end{array}$$

4º)

$$\begin{array}{r} 9\ \boxed{3}\ 8\ \boxed{2} \\ -\ 6\ \boxed{4}\ 2\ \boxed{7} \\ \hline 2\ 9\ 5\ 5 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{cccc} um & c & d & u \\ 8 & 13 & 7 & 12 \end{array}$$

5º)

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ \boxed{1} \\ -\ 1\ 2\ \boxed{5} \\ \hline 1\ 9\ 6 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} c & d & u \\ 3 & \boxed{1} & 11 \\ 1 & \boxed{2} & 5 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc} c & d & u \\ 2 & 11 & 11 \end{array}$$

6.– EJERCICIOS DE APLICACION

1. – Con los nombres de los dedos de la mano, nombrados a partir del meñique, establecer un sistema posicional y responder:
   a) ¿Cuál es la base de dicho sistema?
   b) ¿Cuál es el numeral correspondiente a los siguientes números?

   uno . . . .   cinco . . . .
   cuatro . . . .   diez . . . .

2. – Completar la tabla expresando los numerales en el sistema decimal.

Nota: Recordar que, por ejemplo:

$$100_{(8} = 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8 + 0 = 64 \text{ (en sist. decimal).}$$

Base \ numerales en cualquier base	1	10	100	1000	10000
dos					
tres					
cuatro					
cinco					

Observar el cuadro y contestar

a) ¿Cuál es el numeral que representa el número uno en cualquier base?
b) En cualquier sistema posicional, ¿cómo se representa la base?
c) ¿Qué potencia de la base representa 100?
d) Idem: 1000; 10000.
e) De lo observado, extraer una conclusión y completar con los exponentes correspondientes a cada potencia de la base

(B → base)

$10 \to B^{\cdots\cdots}$ $\qquad$ $10000 \to B^{\cdots\cdots}$

$100 \to B^{\cdots\cdots}$ $\qquad$ . . . .

$1000 \to B^{\cdots\cdots}$ $\qquad$ $\overbrace{100\ldots\ldots0}^{n} \to B^{\cdots\cdots}$

3. – Completar el cuadro según corresponda:

Sistema		Números							Base
Posicional	No Posic.	uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	
		/	//	///	////	/////	//////	///////	
		□	▭	□ △	□ □	□ ▭	▭ △	▭ □	
		△	△ △	△△△	△△△△	▽	▽ △	▽ △ △	
									1; a; b; c; d
									0; 1; 2; 3; 4

4 – a) Completar las tablas en base 2:

+	0	1
0		
1		

X	0	1
0		
1		

b) Resolver y verificar el resultado pasando al sistema decimal:

1º) $101_{(2} \longrightarrow$ ....

$+ \; 1110_{(2} \longrightarrow$ + ...

$1011_{(2} \longrightarrow$ ....

$\boxed{}_{(2} \longrightarrow \boxed{}$

Observación: Téngase presente que de acuerdo con la observación (pág. 24)) dos unidades de un determinado orden son sumados como una unidad al orden inmediato siguiente.

2º) $1101_{(2} \longrightarrow$ ....

x $101_{(2} \longrightarrow$ x ....

$\longrightarrow$

$\boxed{}_{(2}$ $\boxed{}$

c) Expresar en sistema binario y resolver:

$12 \longrightarrow$ ....

$+ \; 9 \longrightarrow$ + ...

$17 \longrightarrow$ ....

$\boxed{} \longrightarrow \boxed{}_{(2}$

$15 \longrightarrow$ ......

x $3 \longrightarrow$ x ...

$\boxed{} \longrightarrow \boxed{}_{(2}$

5. Completar el cuadro con los numerales correspondientes:

decimal	Base 3	Base 5	Base 2
21			
	12		
		124	
			1011

6. – Componer los siguientes numerales:

19c 43d 19u $\longrightarrow \boxed{}$

3u de mil 8c 29d 10u $\longrightarrow \boxed{}$

73c 42d 125u $\longrightarrow \boxed{}$

7. – Descomponer el siguiente numeral, completando el cuadro: 8005.

u. de mil	c	d	u
7			15
		10	5
	10		5

8. - Elegir entre las siguientes descomposiciones del minuendo, la que se utiliza en cada caso para realizar las sustracciones indicadas:

70 805

	d de mil	u de mil	c	d	u
a)	7	0	8	0	5
b)	6	9	18	0	5
c)	6	9	17	10	5
d)	6	9	17	9	15
e)	6	10	8	0	5
f)	7	0	7	9	15
g)	6	10	7	10	5

1º) $\begin{array}{r} 70805 \\ -\ \ 348 \\ \hline \end{array}$ $\boxed{}$ 2º) $\begin{array}{r} 70805 \\ -\ 13927 \\ \hline \end{array}$ $\boxed{}$ 3º) $\begin{array}{r} 70805 \\ -\ \ 301 \\ \hline \end{array}$ $\boxed{a}$

4º) $\begin{array}{r} 70805 \\ -\ 38212 \\ \hline \end{array}$ $\boxed{}$ 5º) $\begin{array}{r} 70805 \\ -\ 1902 \\ \hline \end{array}$ $\boxed{}$

7. – RESULTADOS DE LOS EJERCICIOS DE APLICACION

1.– a) 5

b) uno → anular cinco → anular meñique

cuatro → pulgar diez → mayor meñique

2.

Numerales en cualquier base / Base	1	10	100	1000	10000
2	1	2	4	8	16
3	1	3	9	27	81
4	1	4	16	64	256
5	1	5	25	125	625

a) 1 b) 10 c) la segunda potencia

d) 1000 → el cubo (tercera potencia)

10000 → la cuarta potencia

e) B^1 ; B^2 ; B^3 ; B^4 ; . . . .; B^n

3.

SISTEMA		NUMEROS							BASE
Posicional	No Posic.	uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	
	X	/	//	///	////	/////	//////	///////	——
X		□	▭	□△	□□	□▭	▭△	▭□	△, □, ▭
	X	△	△△	△△△	△△△△	▽	▽△	▽△△	——
X		a	b	c	d	al	aa	ab	l, a, b, c, d
X		I	2	3	4	10	11	12	0, 1, 2, 3, 4

4.– a)

+	0	1
0	0	1
1	1	10

X	0	1
0	0	0
1	0	1

b) 1º) Sist. Binario — Sist. Decimal

$$\begin{array}{rcr}
101_{(2} & \longrightarrow & 5 \\
+1110_{(2} & \longrightarrow & +\ 14 \\
1011_{(2} & \longrightarrow & 11 \\
\hline
11110_{(2} & \longrightarrow & 30
\end{array}$$

2º)

$$\begin{array}{rcr}
1101_{(2} & \longrightarrow & 13 \\
\times\ 101_{(2} & \longrightarrow & \times\ 5 \\
\hline
1101 & & \\
11010 & & \\
\hline
1000001_{(2} & \longrightarrow & 65
\end{array}$$

c) Sist. Decimal — Sist. Binario

$$\begin{array}{rcr}
12 & \longrightarrow & 1100_{(2} \\
+\ 9 & \longrightarrow & +\ 1001_{(2} \\
17 & \longrightarrow & 10001_{(2} \\
\hline
38 & \longrightarrow & 100110_{(2}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcr}
15 & \longrightarrow & 1111_{(2} \\
\times\ 6 & \longrightarrow & \times\ 110_{(2} \\
\hline
90 & & 11110 \\
 & & 1111 \\
\hline
 & \longrightarrow & 1011010_{(2}
\end{array}$$

5.–

decimal	Base 3	Base 5	Base 2
21	210	41	10101
5	12	10	101
39	1110	124	100111
11	102	21	1011

Observación:

Para pasar de una base a otra no decimal, previamente se debe pasar a decimal.

6

		u. mil	c	d	u
a	19 c 43 d 12 u	2	3	4	2
b	3u mil 8c 29d 10u	4	1	0	0
c	73c 42d 125u	7	8	4	5

7.–

u. mil	c	d	u
7	9	9	15
7	9	10	5
7	10	0	5

8.–

Caso	Descomposicion conveniente
1º	f
2º	d
3º	a
4º	g
5º	b

8. – BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

– El número lenguaje de la ciencia.
Tobías Dantzig, Ed. Librería del Colegio.
– Elementos de Análisis Algebraico.
Julio Rey Pastor.
– La nueva matemática.
Irving Adler, Ed. EUDEBA.

Indice de contenidos