

Ciclo Básico de Educación Secundaria Escuelas Rurales



MATEMÁTICA CUADERNO DE ESTUDIO

1

Serie Horizontes

En las provincias donde el Nivel de Educación Primaria es de 7 años, este material está destinado a 7° año.

La presente publicación se ajusta a la cartografía oficial establecida por el Poder Ejecutivo Nacional a través del Instituto Geográfico Militar por Ley 22.963 y fue aprobada en agosto de 2007 con número de expediente GG07 1427/5.

Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación
Cuadernos de estudio 1: matemática - 1a ed. - Buenos Aires:
Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2007.
208 p. ; 27x20 cm.

ISBN 978-950-00-0602-6

1. Material Auxiliar de Enseñanza. 2. Matemática.
CDD 371.33

© Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología
Pizzurno 935, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina
Impreso en la Argentina
Hecho el depósito que marca la ley 11.723
ISBN 978-950-00-0602-6

Se terminó de imprimir en Quebecor World Pilar en el mes de noviembre de 2007.

Serie Horizontes
Ciclo Básico de Educación Secundaria
Escuelas Rurales

Área de Educación Rural

Guillermo Golzman, *coordinador*

Olga Zattera, *coordinadora pedagógica*

Viviana Fidel, *coordinadora de materiales impresos*

Desarrollo de contenidos

Norma Sanguinetti de Saggese, *coordinadora del área de Matemática*

Alicia Susana Hevia, Graciela Inés Daroca, María Cristina Bisbal de Labato, *autores*

Producción editorial

Gonzalo Blanco y Raquel Franco, *coordinación editorial*

Doris Ziger, *edición*

Norma Sosa, *corrección*

Adriana Llano, *dirección de arte*

Mariela Camodeca, *diseño de tapa*

Florencia Obregón, *diagramación*

Martín Bustamante, *ilustración*

Miguel Forchi, *cartografía*

Rafael Blanco y María Celeste Iglesias, *documentación fotográfica*

Agradecemos especialmente a las instituciones que han autorizado en forma gratuita la reproducción de las imágenes y los textos incluidos en esta obra.



Estudiar Matemática


Este material que llega a tus manos te acercará al conocimiento de la Matemática y sus posibilidades de uso en la vida cotidiana, en el arte y hasta en el juego. Vas a aprender nuevos conceptos y procedimientos que seguramente despertarán tu curiosidad y con los cuales podrás valorar la importancia que tiene la Matemática tanto en el desarrollo del pensamiento como en las acciones cotidianas, en el trabajo, en el hogar y en la vida personal de cada uno de nosotros.


El proyecto anual de trabajo en el área presenta una selección de temas organizados alrededor de: los números y las operaciones, la Geometría y los procesos de medición y el tratamiento de la información. Del mismo modo, los temas que estudiarás el año que viene amplían y profundizan estas temáticas e incorporan el estudio de otros que se relacionan con los que aquí se presentan.

En cada una de las 16 unidades de este *Cuaderno de estudio 1* se desarrolla un tema a través de una secuencia de actividades. Siempre partirás de los conocimientos que ya tenés para que puedas alcanzar nuevos conocimientos. En algunas oportunidades, la extensión de los temas conectados permite que en una unidad se consideren más de uno. En este caso, la unidad se organiza en temas siempre vinculados entre sí numerados a partir del Tema 1.

Las actividades propuestas pueden ser muy diversas. En algunas unidades te sugerimos que busques información o hagas observaciones fuera de la escuela, para desarrollar el conocimiento matemático más allá de lo escolar. En la mayoría de los casos, las actividades remiten a trabajos escritos que irás resolviendo en una carpeta. Esa carpeta es un instrumento que te permitirá organizar tu tarea, revisar lo que vayas aprendiendo, notar los progresos que vas a ir alcanzando en el trabajo con cada una de las unidades.

En muchas actividades te pedimos que escribas reflexiones y comentarios acerca de la tarea, que los compartas con tus compañeros y se los muestren al docente. Para que esto sea posible, es necesario que cada vez que trabajes en tu carpeta, indiques la fecha, el número y el título de la actividad y la letra de la consigna que estés resolviendo. La prolijidad con la que realices la tarea te facilitará la búsqueda cuando más adelante necesites recurrir a tus respuestas anteriores.






Algunas actividades tendrás que resolverlas en forma individual y otras, indicadas con , en forma grupal, con tus compañeros del año o del ciclo.

Cuando encuentres este símbolo , tendrás que recolectar algunos materiales para poder realizar las actividades señaladas.

Al finalizar cada unidad encontrarás una sección denominada "Desafíos matemáticos". Se trata de una serie de enunciados que pueden contener relatos, juegos, curiosidades, adivinanzas o rompecabezas, relacionados o no con los temas que estudiaste en la unidad; son para que los encares libremente. De todos modos, al llegar a ese punto conversá con tu docente acerca de la conveniencia de resolver todos o algunos, en tu casa o en la escuela.

A medida que avances en el trabajo con las unidades podrás elaborar síntesis propias acerca de lo que aprendiste y plantearte nuevos interrogantes para seguir aprendiendo y disfrutando de la Matemática.



	Unidad 1. El número y las operaciones	9		Unidad 4. Escalas en mapas y planos. Porcentaje	51
	TEMA 1: ¿PARA QUÉ SE USAN LOS NÚMEROS?			TEMA 1: ESCALAS	
	A1. ¿Cuándo se usan los números?	10		A1. Un plano a escala	51
	A2. Diferentes problemas	12		A2. Mapas y escalas	54
	TEMA 2: OPERACIONES CON FRACCIONES			TEMA 2: PORCENTAJE	
	A3. Para saber lo que sabés	14		A3. La proporción en las mezclas	57
	A4. Fracciones en un rompecabezas	15		A4. Ampliaciones y reducciones	59
	TEMA 3: EL ORDEN AL EFECTUAR LAS OPERACIONES			A5. La utilidad de calcular e interpretar porcentajes	62
	A5. ¿Cómo se indica el orden en las operaciones?	18		A6. Lo grande y lo pequeño	63
	DESAFÍOS MATEMÁTICOS	20		A7. El porcentaje en situaciones cotidianas	64
				DESAFÍOS MATEMÁTICOS	66
	Unidad 2. Proporcionalidad	23		Unidad 5. Estadística	67
	TEMA 1: CORRESPONDENCIAS NUMÉRICAS			A1. Préstamo de libros	67
	A1. Correspondencias	23		A2. La moda	69
	A2. Tablas y gráficos	25		A3. Frecuencia relativa	71
	TEMA 2: LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA			A4. El promedio y la mediana	72
	A3. Una familia de rectángulos	28		A5. Representaciones gráficas	75
	A4. Otra familia de rectángulos	30		A6. Organización de datos	76
	A5. La familia de los cuadrados	31		DESAFÍOS MATEMÁTICOS	78
	A6. Multiplicaciones y proporciones	33		Unidad 6. Triángulos	79
	A7. La proporcionalidad en la naturaleza	34		TEMA 1: LOS TRIÁNGULOS Y SUS ELEMENTOS	
	A8. Analizando correspondencias	35		A1. Suma de los ángulos interiores	80
	DESAFÍOS MATEMÁTICOS	37		A2. Clasificación de triángulos según sus lados	82
	Unidad 3. Proporcionalidad inversa	39		A3. Familia de triángulos	82
	TEMA 1: SITUACIONES DE CORRESPONDENCIA			A4. Clasificación de triángulos por sus ángulos	84
	A1. “Alambrar y sembrar”	39		A5. Clases de triángulos	84
	TEMA 2: RAZONES Y PROPORCIONES. LOS MEDIOS Y LOS EXTREMOS			TEMA 2: CON TRES SEGMENTOS, ¿SIEMPRE SE PUEDE CONSTRUIR UN TRIÁNGULO?	
	A2. Razones y proporciones	43		A6. Relación triangular	85
	TEMA 3: PROPORCIONALIDAD INVERSA			A7. Rompecabezas triangular	87
	A3. La misma área y distinta forma	44		A8. ¿Cómo construir un triángulo igual a uno dado?	88
	A4. Otros problemas para pensar	46		DESAFÍOS MATEMÁTICOS	92
	A5. Rectángulos, repartos y proporciones	46			
	A6. Un rompecabezas	47			
	DESAFÍOS MATEMÁTICOS	49			



Unidad 7. Cuadriláteros	93	Unidad 11. Medición de volumen, capacidad y peso	145
A1. Construcción de cuadriláteros a partir de sus diagonales	93	TEMA 1: MEDIDAS DE CAPACIDAD Y VOLUMEN	
A2. Propiedades de los cuadriláteros	96	A1. ¿Es lo mismo medir capacidades que medir volúmenes?	146
A3. Caracterización de cuadriláteros	97	TEMA 2: RELACIÓN ENTRE VOLUMEN, CAPACIDAD Y PESO	
A4. Diagonales y romboides	99	A2. ¿Qué volumen ocupa un litro de agua?	148
DESAFÍOS MATEMÁTICOS	100	A3. El peso y el volumen de un objeto	150
		TEMA 3: MEDIDAS JUSTAS, MEDIDAS APROXIMADAS	
Unidad 8. Cuerpos y figuras	101	A4. Situaciones en las que hay que hacer mediciones	151
A1. Formaedro	101	A5. Consumo de agua en nuestro planeta	152
A2. Poliedros regulares	103	A6. Para revisar las medidas de capacidad, peso y volumen	154
A3. Relación de Euler	105	DESAFÍOS MATEMÁTICOS	155
A4. Un panal de abejas	107		
A5. Los cuerpos redondos	109	Unidad 12. Perímetros y áreas en cuerpos y figuras planas	157
A6. Exploración geométrica de un objeto	111	TEMA 1: PERÍMETRO DE FIGURAS Y CUERPOS	
A7. Unidades cúbicas	111	A1. Longitudes de contornos	157
DESAFÍOS MATEMÁTICOS	114	TEMA 2: ÁREAS EN CUERPOS Y FIGURAS	
		A2. Área de los rectángulos	160
Unidad 9. Simetría	115	A3. Área de triángulos	161
A1. Reflejos en el espejo	116	A4. Área de prismas	163
A2. Cómo construir elementos simétricos	118	A5. Áreas de pirámides	165
A3. Figuras con puntos en el eje	121	A6. Perímetros y áreas	166
A4. Más de una simetría	122	A7. Más perímetros para calcular	166
A5. Análisis de la guarda	124	DESAFÍOS MATEMÁTICOS	168
DESAFÍOS MATEMÁTICOS	126		
		Unidad 13. Equivalencia de figuras	169
Unidad 10. Medida de ángulos	127	A1. Figuras equivalentes	169
TEMA 1: LOS ÁNGULOS SE PUEDEN MEDIR		A2. Embaldosados	171
A1. Los puntos cardinales	127	A3. Unidades de área	171
A2. ¿Cómo medir ángulos?	129	A4. Fórmulas para calcular el área de algunos cuadriláteros	173
A3. El sistema sexagesimal	132	A5. Otras teselaciones	176
TEMA 2: LOS ÁNGULOS SE PUEDEN ORDENAR		DESAFÍOS MATEMÁTICOS	178
A4. Relaciones de orden entre ángulos según su amplitud	135		
A5. Instrumentos de Geometría: el transportador y el compás	136		
TEMA 3: SUMA GEOMÉTRICA DE ÁNGULOS			
A6. Pares de ángulos	140		
A7. Mosaicos	141		
DESAFÍOS MATEMÁTICOS	143		



<p>Unidad 14. La circunferencia y el círculo 179</p> <p>TEMA 1: ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA Y EL CÍRCULO</p> <p>A1. Trazado de circunferencias 179</p> <p>A2. Posiciones relativas de dos circunferencias 180</p> <p>A3. Arcos y ángulos 181</p> <p>A4. Tres puntos no alineados determinan una circunferencia 182</p> <p>TEMA 2: EL NÚMERO π</p> <p>A5. Relación entre el diámetro y la circunferencia 183</p> <p>A6. Área del círculo 185</p> <p>A7. Problemas redondos 186</p> <p>DESAFÍOS MATEMÁTICOS 187</p>	<p>Unidad 15. Polígonos 189</p> <p>TEMA 1: ELEMENTOS Y CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS</p> <p>A1. Poligonales y polígonos 189</p> <p>A2. Polígonos convexos 191</p> <p>TEMA 2: POLÍGONOS REGULARES</p> <p>A3. Construcción de polígonos regulares 192</p> <p>A4. Áreas de polígonos regulares 194</p> <p>A5. Polígonos y diagonales 195</p> <p>A6. Ángulos interiores y exteriores de los polígonos 196</p> <p>A7. Polígonos estrellados 197</p> <p>DESAFÍOS MATEMÁTICOS 198</p>	<p>Unidad 16. Poliedros 199</p> <p>TEMA 1: ELEMENTOS DE LOS POLIEDROS</p> <p>A1. Construyendo poliedros 199</p> <p>A2. Ángulos diedros y poliedros 200</p> <p>TEMA 2: PROPIEDADES DE LOS POLIEDROS</p> <p>A3. Poliedros regulares 201</p> <p>A4. La relación de Euler 202</p> <p>A5. Poliedros semirregulares 203</p> <p>A6. Diagonales en un cubo 204</p> <p>DESAFÍOS MATEMÁTICOS 206</p>
---	---	--



UNIDAD 1

El número y las operaciones

A medida que avances en las actividades de este Cuaderno de estudio descubrirás algunas curiosidades haciendo operaciones con números; verás la importancia de escribir las operaciones de modo que quede bien claro para todos el orden en que deben resolverse; adquirirás mayor fluidez en los cálculos, mentales o por escrito; ampliarás tus conocimientos acerca de los diferentes significados de las fracciones como partes de un todo o bien relacionadas con la operación de división, las formas de escribirlas y operar con ellas.



A partir de aquí comienza la tarea con las actividades de la primera unidad. Vas a usar conocimientos que ya tenés para resolver nuevas situaciones que te permitan revisar tus ideas acerca del uso de los números y el significado de las operaciones. Para resolverlas en forma ordenada y para poder recurrir a tus respuestas cuando necesites revisarlas, cada vez que trabajes en tu carpeta, indicá la fecha, el número, el título de la actividad y la letra de la consigna que estés resolviendo.

TEMA 1: ¿PARA QUÉ SE USAN LOS NÚMEROS?



Muchas veces, en las actividades de todos los días, es necesario dar respuesta a preguntas relacionadas con cantidades: cuántos chicos se necesitan para jugar un partido de fútbol, cuánta lana hay que comprar para tejer una prenda, cuánta azúcar se agrega para preparar un dulce, cuántos kilómetros hay que recorrer para llegar al pueblo próximo, etcétera.

A veces esas preguntas se pueden responder usando solamente los números naturales: 1 caramelo, 2 alumnos, 3 cucharadas; en otras oportunidades, se usan fracciones: $\frac{1}{2}$ l de leche, $\frac{1}{4}$ kg de azúcar; o números decimales: el pizarrón tiene 1,45 m de ancho y 1,30 m de alto. Muchas veces hay que hacer cálculos para encontrar la respuesta, en algunas ocasiones es suficiente hacerlos mentalmente y en otras es necesario tomar lápiz y papel y resolverlos por escrito.



En la actividad 1 vas a analizar el uso de los números en distintas situaciones. Consultá con tu maestro el tiempo que podrás destinar a resolverlas.



1. ¿Cuándo se usan los números?

a) Leé las preguntas que siguen. En esta primera lectura no trates de responderlas por escrito, solamente pensá las respuestas.

1. ¿Cuántos alumnos de 7° año hay en tu escuela?
2. La biblioteca, ¿es tan ancha como la mesa en la que está apoyado este libro?
3. ¿Estás sentado más cerca de la ventana o de la puerta?
4. ¿Cuántos días hay en un siglo?
5. ¿Alguno de tus compañeros es más alto que vos?
6. ¿Qué ancho tiene la tapa de tu carpeta?
7. ¿Cuántas botellas de $\frac{1}{4}$ litro se pueden llenar con $1\frac{1}{2}$ litro de agua?
8. ¿Cuántas horas hay en 90 minutos?
9. ¿Cuántos pasos tenés que dar para ir desde donde estás en este momento hasta la puerta?

b) Poné como título en tu carpeta “¿Cuándo se usan los números?”.

1. Seleccioná entre las preguntas anteriores las que se contestan con números y copialas en la carpeta.
2. Escribí las respuestas; si es necesario efectuá las operaciones que creas convenientes.



A lo largo de las unidades encontrarás textos como el siguiente que aportan información relacionada con el tema. Leelos atentamente y, si tenés alguna dificultad, consultá con tu maestro.

Algunas situaciones se pueden contestar sin emplear números; hay otras que se resuelven usando números enteros, fracciones o expresiones decimales, y en algunos casos es necesario hacer cálculos.

Cuando se comparan cantidades teniendo en cuenta alguna propiedad, como el peso o la altura, no siempre es necesario hacer uso de los números; se pueden usar expresiones del tipo: “...es más alto que...”, “...es más bajo que...”, o bien “...es tan alto como...”. Lo mismo ocurre para indicar que un objeto está más o menos cerca que otro, o que una persona es más delgada que otra.

Los números naturales se usan para contar colecciones de objetos; en cambio, para expresar la medida de una cantidad, generalmente es necesario usar fracciones. Por ejemplo, si se trata de medir una distancia es necesario usar una cantidad como unidad y un número para indicar cuántas veces está comprendida la unidad en esa longitud. Así, la distancia entre el banco y la puerta es de 14 pasos y medio, donde $14\frac{1}{2}$ es la **cantidad** y el paso, la **unidad**.

Cuando en una medición la unidad no está contenida un número exacto de veces en la cantidad, es necesario utilizar fracciones o sus expresiones decimales, por ejemplo $2\frac{1}{2}$, o bien 2,5 veces.



Para resolver la consigna que sigue necesitarás conversar con personas de tu familia o vecinos de tu comunidad, por eso vas a resolverla fuera de la escuela. En otras unidades encontrarás propuestas como esta. A través de ellas verás que las ideas sobre la Matemática sirven más allá de la escuela. Para resolver la segunda parte será necesario que compartas las respuestas con tus compañeros; será una forma de intercambiar y comparar esas ideas. Reúnete con ellos o consultá con tu maestro para decidir cómo organizar el trabajo y cuánto tiempo podrás destinar a su resolución.

c) Resolvé las siguientes actividades sobre el uso de los números en la vida cotidiana. Conversá con otras personas acerca del uso que dan a los números. Si podés, proponé las siguientes preguntas a algún comerciante, o un agricultor u otra persona que no pertenezca a la escuela. Para recordar las respuestas anotá quién responde, qué trabajo hace y sus respuestas ordenadas. Podés copiar la guía de preguntas que sigue a modo de “ficha” para que las recuerdes cada vez que necesites.

Nombre:	_____
Trabajo en:	_____
1. ¿Tiene necesidad de usar los números en su trabajo?	_____
¿En qué situaciones?	_____
2. ¿Necesita hacer cuentas? ¿Para qué?	_____
3. ¿Qué cuentas hace?	_____
4. ¿Resuelve sus cuentas con lápiz y papel o mentalmente?	_____
5. ¿Usa calculadora? ¿En qué casos?	_____



d) De nuevo en el aula, comentá con tus compañeros las respuestas que obtuviste. Por ejemplo:

1. ¿Cuántas actividades diferentes realizan los encuestados?
2. ¿En qué situaciones se usan más frecuentemente los números?
3. ¿Qué cuentas y qué tipo de herramientas matemáticas son las más usadas?



e) Discutí con tu grupo. ¿Cuándo necesitan usar los números y cuándo necesitan hacer cuentas? ¿Qué números utilizan más frecuentemente?

f) ¿Imaginas alguna persona que no necesite usar conocimientos matemáticos en su vida diaria?



La actividad que sigue te permitirá revisar tus ideas acerca de la multiplicación y la división resolviendo una serie de problemas; esto te será muy útil para estudiar el tema que sigue: las operaciones con fracciones.



En la actividad 4 vas a necesitar un cuadrado de papel glacé o de cartulina de 10 cm de lado. Andá buscando el material.

A 2. Diferentes problemas



Seguramente conocés las tablas de multiplicar que siempre resultan útiles para resolver situaciones que se nos pueden presentar dentro o fuera de la escuela. En esta actividad vas a encontrar una serie de problemas para poner en juego lo que ya sabés sobre las tablas. Todas están planteadas a partir de los números: 47 y 6 o 7.

a) Leé esta serie de problemas para ver en qué se parecen y en qué se diferencian. Si necesitás escribir, hacelo en tu carpeta y no olvides indicar fecha y número de actividad, así como la letra del ítem y el número de problema. El secreto está en descubrir cuál es la operación que hay que hacer para resolver cada situación. Cuando te parezca que estás seguro de cuál es la operación, anotala junto con otras cosas que necesites escribir, como resultados, procedimientos, preguntas. Estas anotaciones te van a servir para contestar al ítem b.

1. Francisco tiene como tarea escribir la serie de números menores que 50, a partir de 0 y de 6 en 6. El último que escribió es 47; ¿cometió algún error?
2. En cada caja caben 6 huevos. ¿Cuántas cajas harán falta, como mínimo, para colocar 47 huevos?
3. María cuenta de atrás para adelante a partir del 47, y de 6 en 6; ¿cuál será el último número que diga?
4. Con una cinta de 47 centímetros de largo, ¿cuántos trozos de 6 cm se pueden cortar?
5. Tengo un listón de madera de 47 cm de largo y quiero cortarlo en 6 trozos de la misma longitud haciendo el mínimo de cortes posibles; ¿cuál será el largo de cada trozo?
6. Un colocador tiene 47 azulejos decorados para formar un zócalo en un pasillo. Si la altura que se desea es de 6 azulejos, ¿cuántas hileras de azulejos podrá poner?
7. En una caja hay 47 dulces. Si se la damos a un grupo de 6 niños, ¿cuántos dulces puede recibir cada niño?
8. Queremos repartir, lo más equitativamente posible, 47 figuritas entre 6 niños dándole a cada uno el máximo número posible; ¿cuántas nos quedarán sin distribuir?
9. Queremos repartir, lo más equitativamente posible, 47 bolitas entre 7 niños; ¿cuántas le corresponden a cada uno? ¿Cuántas quedan sin entregar?
10. Un señor quiere envasar 47 litros de vino en recipientes de 6 litros; ¿cuántos recipientes necesita?
11. Los 6 hijos del señor García heredan conjuntamente un terreno de 47 hectáreas que deciden dividir en lotes con la misma área; ¿cuál será el área de cada lote?



12. Se lanzan 47 granos de maíz a un jaulón donde hay 6 pollos; ¿cuántos granos picará cada uno de ellos?
13. Un depósito tiene una capacidad de 47 m³. Si tiene una altura de 6 m, ¿cuánto mide la superficie de su base?
14. Si se multiplica un número por 6 se obtiene como producto 47; ¿cuál es ese número?
15. Si en una calculadora tecleamos sucesivamente: $4 \ 7 \ : \ 6 \ =$ ¿qué aparece en el visor? ¿Se parece al número que obtuviste en el problema anterior?
16. Por día de trabajo, un operario cobra como bonificación \$47. Si trabaja 6 horas al día, ¿cuánto aumenta su salario en cada hora?
17. Un micro recoge 47 pasajeros en 6 paradas; ¿cuántos pasajeros ha recogido en cada parada?

b) Respondé las siguientes preguntas en tu carpeta. Poné el número de la actividad y como título “Diferentes problemas”.

1. De los enunciados anteriores, ¿cuáles corresponden a problemas que se pueden resolver mediante la división $47 : 6$? ¿Todos tienen la misma respuesta? ¿En cuáles la división $47 : 6$ no tiene sentido? ¿Por qué?



$47 \overline{) 6}$ Cada elemento de la división tiene un nombre: *Dividendo* $\overline{) divisor}$
 $5 \quad 7$ resto / cociente

2. ¿En qué casos la respuesta al problema no coincide con el cociente de la división ni con el resto? ¿Por qué ocurre eso?



Consultá con tu maestro para saber si la escuela dispone de calculadoras elementales. Si las hay podrás resolver algunas actividades utilizándolas.

TEMA 2: OPERACIONES CON FRACCIONES



En Matemática los temas están muy relacionados; siempre usás algo que ya sabés para aprender algo nuevo. Por ejemplo, para poder hacer operaciones combinadas con fracciones, que es el tema que sigue en esta unidad, necesitás revisar lo que ya sabés de fracciones y las operaciones con ellas. Seguramente ya aprendiste sobre el tema de fracciones más de lo que se presenta en el recuadro que sigue. Aquí vas a encontrar la información que no podés desconocer para seguir adelante. Consultá con tu maestro si es necesario que realices la siguiente actividad o si podés pasar directamente a la actividad 4. Si tenés que realizarla, recordá que necesitarás el material que te fuera pedido en la página 11.

A 3. Para saber lo que sabés

a) Leé todos los títulos del cuadro siguiente.

• • • Fracciones equivalentes

Las familias de fracciones equivalentes a una dada se construyen multiplicando el numerador y el denominador por un mismo número, por ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \dots$$

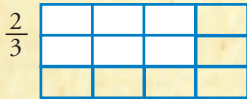
• • • Adición y sustracción

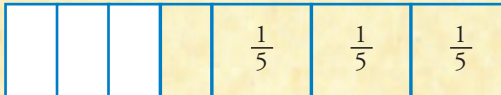
Para sumar o restar fracciones buscamos fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Por ejemplo

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \qquad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$

• • • Multiplicación de fracciones

El producto entre dos fracciones es otra fracción: el *numerador* es el producto de los numeradores y el *denominador* es el producto de los denominadores.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$


$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$


Cuando se multiplican dos fracciones y se obtiene como resultado 1, ambas fracciones son *inversas*:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1 \text{ entonces } \frac{2}{3} \text{ es la fracción inversa de } \frac{3}{2}; \frac{1}{2} \text{ es la fracción inversa de } 2.$$

• • • División de fracciones

Dividir es equivalente a multiplicar por el número inverso:

$$10 : 2 = 10 \times \frac{1}{2} \qquad 6 : 3 = 6 \times \frac{1}{3}$$

$$5 = 5 \qquad 2 = 2$$

Dividir por una fracción equivale a multiplicar por la fracción inversa:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \qquad \frac{1}{2} : \frac{3}{7} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$$



• • • Expresiones decimales de las fracciones

En el texto siguiente, a partir de la escritura de las fracciones se presentan las expresiones decimales, exactas o periódicas, como formas de escritura equivalentes a las fracciones.

Las fracciones se pueden expresar en forma decimal, basta con dividir el numerador por el divisor. Por ejemplo: $\frac{185}{40} = 4,625$; este cociente es un número decimal exacto porque después de varios pasos el resto de la división es 0.

Pero no ocurre siempre así, por ejemplo: $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ se repite el 3 indefinidamente; $\frac{97}{11} = 8,818181\dots$ se repite el 81 indefinidamente; $\frac{23}{6} = 3,8333\dots$ se repite el 3 indefinidamente; $\frac{1652}{825} = 2,00242424\dots$ se repite el 24 indefinidamente.

En ninguno de estos casos el resto de la división llega a ser 0; en la parte decimal del cociente se repiten una o más cifras, por eso: son números decimales periódicos. Los dos primeros son periódicos puros porque toda la parte decimal es periódica. Los otros dos se llaman periódicos mixtos porque su parte decimal comienza con cifras que no forman parte del período. Los números periódicos se escriben dibujando un arco sobre el período. Por ejemplo: $3,\overline{8}$.

- b) Señalá los títulos del cuadro que nombren temas que ya estudiaste.
- c) Consultá con tu maestro si es necesario que realices alguna actividad referida a esos temas y también a alguno de los que no marcaste.
- d) Según lo que te diga tu maestro:
1. Buscá en la biblioteca libros que contengan temas de Matemática.
 2. Leé los índices y fijate si están los temas que necesitás revisar.
 3. Preguntale a tu maestro qué tareas realizar de las que encuentres en los libros.



Todo número decimal puede expresarse como número decimal exacto o periódico.



4. Fracciones en un rompecabezas

En esta actividad vas a construir, paso a paso, un rompecabezas cuadrado. Con él podrás ver representadas diferentes fracciones de una unidad y esto te ayudará a repasar las operaciones con ellas.



- Una longitud equivalente a diez centímetros se llama **decímetro**. En símbolos: $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$.
- La superficie de un cuadrado de 1 dm de lado se llama **decímetro cuadrado** y se escribe 1 dm^2 .

a) Dibujá en tu carpeta un cuadrado de 10 cm de lado (1 dm^2).

1. Trazá una de sus diagonales.

2. Trazá el segmento paralelo a la diagonal dibujada que tiene por extremos los puntos medios de dos lados consecutivos. Quedó trazado otro triángulo, más pequeño que el anterior; llamalo A.

- Pensá: ¿cuántos triángulos como A se necesitarían para cubrir todo el cuadrado? ¿Cómo lo calculaste?



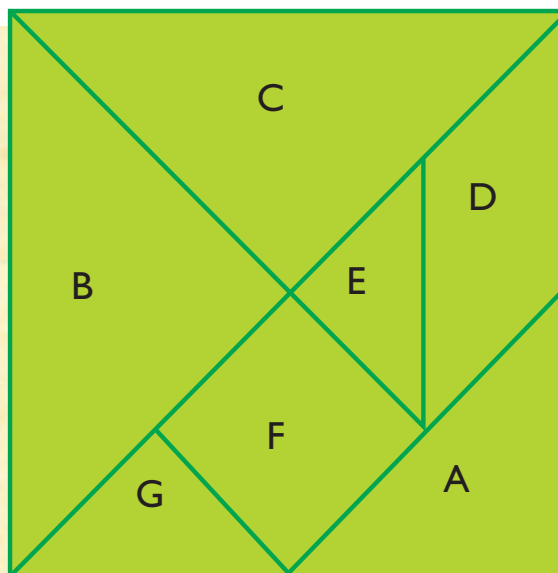
El triángulo A es rectángulo porque tiene un ángulo recto, y es isósceles porque tiene dos lados iguales que se llaman **catetos**; el tercer lado se llama **hipotenusa**.

3. Trazá la otra diagonal hasta la hipotenusa del triángulo A. Quedaron formados dos triángulos B y C; cada uno de ellos es la cuarta parte de 1 dm^2 .

4. Trazá un segmento paralelo al lado del cuadrado y con un extremo en el punto de intersección de la hipotenusa de A y la diagonal del cuadrado. Quedó así dibujado un paralelogramo, llamalo D, y un triángulo pequeño; llamalo E.

5. Por el extremo de la hipotenusa de A trazá una paralela a la diagonal de modo que se forme un cuadrado, llamalo F, y otro pequeño triángulo, llamalo G. Fijate que te haya quedado como se muestra en la figura.

El rompecabezas que acabás de construir se llama tangram o tangrama, es de origen chino y se conoció en Europa a principios del siglo XIX. Probablemente el nombre de tangrama proviene de *tang* que en idioma cantonés significa “chino”, y la partícula *gram*, que significa “escrito” o “gráfico”. El tangram está formado por siete piezas: un cuadrado, un paralelogramo, dos triángulos grandes, uno mediano y dos pequeños.

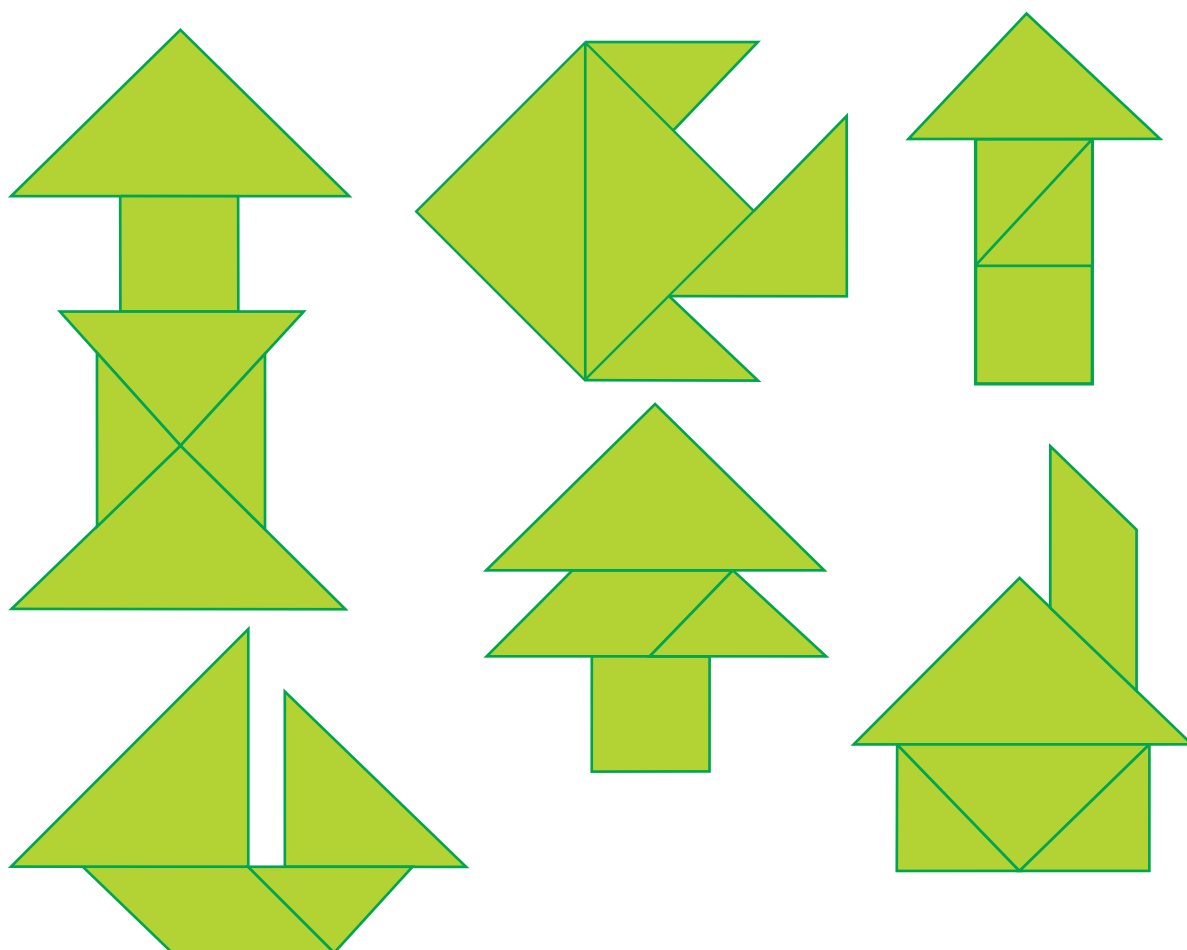


b) Reproducí el tangram en el cuadrado de papel glacé o de cartulina y cortá las siete piezas. Cada pieza representa una fracción de 1 dm^2 .

c) Construí en tu carpeta una tabla como la siguiente y completala con las fracciones que corresponden a cada una de las piezas del rompecabezas en relación con el decímetro cuadrado. Ubicá la letra que nombra cada fracción sobre el dibujo del rompecabezas.

Pieza	A	B	C	D	E	F	G
Fracción	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$					$\frac{1}{16}$

d) Con las piezas recortadas del rompecabezas, usando sólo algunas de las 7 o todas ellas, se pueden formar diferentes figuras. Te mostramos algunas y te proponemos que inventes otras.



e) Usá las piezas del tangram como moldes, dibujá las figuras creadas, recortalas y pegalas en un papel afiche para exhibirlo en la pared de tu aula. Debajo de cada figura, escribí el cálculo que te permite decir qué fracción de decímetro cuadrado se usó para construirla.

Por ejemplo, para construir el pescadito que se ve en el dibujo de arriba, se usó:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{2}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}.$$

f) De todas las figuras recortadas, indicá la que tiene menor superficie, la que tiene mayor superficie y señalá un par de figuras de diferente forma que tengan la misma superficie.



Guardá las piezas de este rompecabezas juntas en un sobre para seguir armando nuevas figuras en otro momento. Tené en cuenta que con tus compañeros podrán destinar un espacio a guardar este tipo de materiales para conservarlos y tenerlos disponibles en nuevas oportunidades.

Si disponés de una calculadora consultá con tu maestro si resolvés ahora actividades que él te proponga o seguís con el tema 3. En él se presentan cálculos que combinan diferentes operaciones con fracciones y números decimales. Verás que a veces en Matemática, para indicar por escrito el orden en que deben efectuarse las operaciones es necesario el uso de paréntesis.

TEMA 3: EL ORDEN AL EFECTUAR LAS OPERACIONES



5. ¿Cómo se indica el orden en las operaciones?



Para escribir cálculos entre varios números, es decir, cálculos combinados, se usan signos que indican el orden en que deben efectuarse las operaciones.

a) Copiá en tu carpeta el siguiente problema y los cálculos que lo acompañan.

Adela prepara naranjas para vender en bolsas de 3 kg cada una. Primero colocó en su carretilla 9 bolsas y luego agregó otras 7; ¿cuánto pesa la carga de la carretilla?

$$9 + 7 \times 3 = 28$$

$$3 \times 9 + 7 = 34$$

$$(9 + 7) \times 3 = 48$$

$$9 \times 3 + 7 \times 3 = 48$$

b) Revisá la escritura de los cálculos, decidí si están bien hechos y si alguno resuelve correctamente el problema de Adela. Explicá por escrito tus decisiones.

En cuanto a la jerarquía de las operaciones y el orden en que deben hacerse, habrás observado que si no hay paréntesis, los signos + y – separan términos y obligan a resolver dentro de cada término las multiplicaciones y/o divisiones indicadas. Podés notar que, por ejemplo,

$$(8 + 7) \times 5$$

no es lo mismo que

$$8 + 7 \times 5$$

pues $15 \times 5 = 75$

no es lo mismo que

$$8 + 35 = 43$$

En el primer caso se trata del *producto* de una suma por un número y en el segundo se trata de la *suma* de un número y un producto.

Los paréntesis son una señal que se usa en Matemática para permitir la lectura correcta del orden en que deben hacerse las operaciones.



Si en un cálculo hay paréntesis, sumas, restas, multiplicaciones y divisiones se resuelven:

1. Primero las operaciones entre paréntesis.
2. Donde no hay paréntesis, las multiplicaciones y las divisiones.
3. Por último, las sumas y las restas.

c) Resolvé las siguientes operaciones en tu carpeta.

1. $(13 + 12) \times 4,5 =$

2. $13 + 12 \times 4,5 =$

3. $60 : 4 + 2 =$

4. $60 : (4 + 2) =$

5. $3,2 \times (20 - 8) =$

6. $3,2 \times 20 - 8 =$

7. $54 : 9 - 6 =$

8. $54 : (9 - 6) =$

d) Copiá estas expresiones en tu carpeta y colocá paréntesis para que el resultado sea correcto.

$$3 + 4 \times 5 = 35$$

$$12 : 6 - 2 = 3$$

$$5 - 1 : 5 + 3,2 = 8$$



Si disponés de una calculadora, consultá con tu maestro qué actividades resolver.

Para finalizar

En esta unidad exploraste situaciones en las que se pueden comparar cantidades sin usar números, revisaste el significado de la división y descubriste que a veces la solución del problema requiere aumentar una unidad en el cociente entero.

También hiciste cálculos con suma y resta de fracciones de igual y distinto denominador y reflexionaste sobre la importancia del uso de los paréntesis para destacar el orden en que deben efectuarse las operaciones.



Como ya se anticipó en la presentación de este material, al finalizar cada unidad y con el título “Desafíos matemáticos” encontrarás una selección de enunciados, relatos, juegos, problemas, curiosidades, adivinanzas o rompecabezas que pueden estar relacionados con los temas que estudiaste o no. Conversá con tu maestro acerca de la conveniencia de resolver todos o algunos, en tu casa o en la escuela. En todos los casos resolvelos en tu carpeta, indicando fecha y título. Esperamos que los disfrutes.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Se busca un número

- Es mayor que 9.999 y menor que 11.000.
- Es impar.
- La cifra de las centenas es 5.
- Tiene dos cifras iguales.
- La suma de sus cifras es 15.

Inventá otras búsquedas similares, intercambiá tus hallazgos con otros compañeros.

Pueden escribirlas en tarjetas y guardarlas en un sobre para ir formando una juegoteca.

2. Cuadrados mágicos

Un cuadrado mágico es una tabla cuadrada subdividida en cuadraditos en los que se ubican números, sin repetir, de modo que la suma de cada fila, cada columna y cada diagonal da el mismo resultado.

Por ejemplo: el número mágico de este cuadrado es 15.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

- Si sumás 1 a cada número del cuadrado, ¿resultará otro cuadrado mágico? ¿Por qué?
- Si multiplicás todos los números de un cuadrado mágico por un mismo número, ¿se obtiene otro cuadrado mágico? ¿Por qué?
- Copiá este cuadrado mágico y completá los números que faltan. Podés usar la calculadora.

4		16	9
14	11		7
	8	13	12
15	10	3	6

- Construí otro cuadrado mágico y explicá cómo lo hiciste.
- Inventá otros cuadrados mágicos con espacios para completar. Tené en cuenta qué datos necesitaste para poder resolver el cuadrado anterior. Construí los cuadrados inventados en cartulina o cartón, y podrás incorporarlos a la juegoteca del aula para que los resuelvan otros compañeros.

3. Un juego con puntaje

Pueden participar dos o más jugadores. Se necesita un dado y lápiz y papel para hacer cálculos y anotar los puntajes.

Instrucciones para jugar:

- Cada jugador, a su turno, arroja un dado y anota el número que salió.
Se repite hasta que cada jugador haya anotado 4 números.
- Utilizando sólo esos números, cada uno escribe los cálculos posibles y elige el cálculo que le dé un resultado mayor; lo escribe en su papel.
Se puede usar calculadora.

Por ejemplo: Tomás sacó  ;

escribió en su papel: $6 \times (1+1) = 12$

$$6^3 = 216 \quad 3^6 = 729 \quad 36^{(1+1)} = 1.296$$

Tomás eligió el último cálculo.

Martina sacó  ;

escribió en su papel: $(2 \times 5) + (2 \times 4) = 18$

$$2 \times 2 \times 4 \times 5 = 80$$

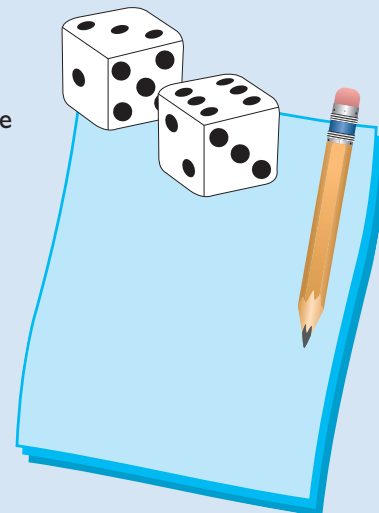
$$2^2 \times 4^5 = 4 \times 1.024 = 4.096$$

$$4^2 \times 5^2 = 16 \times 25 = 400$$

$$(4^2 \times 5)^2 = 80^2 = 6.400$$

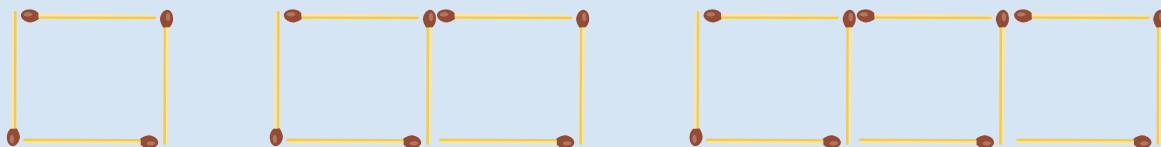
a) ¿Qué cálculo habrá elegido Martina?

- Por cada cálculo correcto se asigna 1 punto. Y el participante que encontró el mayor resultado tiene 1 punto extra.
- Por último, se revisan los cálculos de todos y se anotan los puntajes. Al cabo de cinco partidas, gana el que haya obtenido más puntos.



4. Una caja de fósforos

¿Cuántos fósforos se necesitan para construir 14 cuadrados en línea de modo que el lado de cada cuadrado sea un fósforo, como en la sucesión del dibujo?



¿Encontraste algún procedimiento que te permita calcular cuántos fósforos necesitas para cualquier sucesión de cuadrados? ¿Para cuántos cuadrados en línea te alcanzarán los fósforos de una caja?



5. Un anciano bromista

Un anciano avisó a sus hijos que encontrarían la clave de su caja fuerte en uno de los tres sobres de distinto color que dejó sobre una mesa. Les dijo que uno solo de los mensajes era verdadero. En el sobre blanco escribió: “La clave está en este sobre”; en el sobre celeste escribió: “La clave no está aquí” y en el sobre amarillo: “La clave no está en el sobre blanco”. ¿En cuál de los sobres estaba la clave?



UNIDAD 2

Proporcionalidad

Muchas veces habrás escuchado decir que el precio de la fruta depende de la producción en cada temporada, que la cantidad de baldosas para hacer un piso depende de la superficie a cubrir o que la creciente del río depende de la lluvia caída. Todas estas expresiones están relacionadas con la Matemática y a través de las actividades que te invitamos a realizar podrás descubrir por qué. Para ello aplicarás al conocimiento de razones y proporciones, temas de la unidad 1 en los que trabajaste con fracciones y en particular aquellos en los que analizaste familias de fracciones equivalentes. También en esta unidad vas a tener oportunidad de analizar un tipo particular de relaciones: las que se refieren a situaciones de proporcionalidad directa. Aprenderás a representar los datos en tablas y a construir gráficos que te servirán para interpretar esas relaciones.

TEMA 1: CORRESPONDENCIAS NUMÉRICAS



Las actividades 1 y 2 constituyen el tema 1. A través de ellas vas a encontrar distintos ejemplos de relaciones numéricas, vas a reflexionar sobre las operaciones que intervienen en ellas y vas a enterarte de por qué a este tipo de relaciones se las denomina de correspondencia. Consultá con tu maestro cuánto tiempo destinar a resolver estas actividades. Es posible que puedas hacerlo en no más de una semana. Resolvé las actividades que siguen en tu carpeta. No olvides escribir la fecha y el título.

En muchos aspectos de la vida cotidiana se observan situaciones en las que a objetos o personas se les atribuye un determinado número. Por ejemplo, a cada artículo que se vende en el almacén le *corresponde* un número que es su precio. También a cada persona le *corresponde* un número en su Documento Nacional de Identidad. En los dos ejemplos anteriores hay una **correspondencia** entre elementos de la vida real y los números. Así también en situaciones en las que sólo intervienen números, se pueden establecer relaciones de correspondencia. Te presentamos a continuación algunas de esas relaciones.



1. Correspondencias

a) Respondé las preguntas de estas situaciones. Hacé todos los cálculos que necesites.

1. De una pieza de tela de 35 m corto una parte para usarla y guardo el resto. El número de metros que guardo depende del número de metros que corto.

- Si corto 10 metros: ¿cuántos me quedan?
- ¿Y si corto 15 metros?
- ¿Y si corto 21 m?

2. Una empresa se dedica al alquiler de mesas y sillas para la organización de fiestas y reuniones. Ofrecen mesas redondas alrededor de las cuales se pueden sentar 5 personas. El número de mesas depende de la cantidad de personas que asistirán.
- Si las personas son 30, ¿cuántas mesas se necesitarán?
 - ¿Y si son 45?
 - ¿Y si son 60?
3. La distancia que debe existir entre las filas de una plantación de ajos es 50 cm. El número de filas depende de las cabezas de ajo que se quieren plantar.
- ¿Cuántas filas será necesario formar si en cada una entran 25 cabezas de ajo y queremos plantar 200 cabezas?
4. Para plantar 60 frutales en un monte en filas de igual número de árboles, el número de filas depende del número de árboles en cada fila y, recíprocamente, el número de árboles de cada fila depende del número de filas.
- Si se plantan filas de 15 árboles, ¿cuántas filas resultan?
 - Si se hacen 15 filas, ¿cuántos árboles tendrá cada una?

Con los resultados de la situación 4 del punto anterior se puede organizar una tabla como la siguiente, en la que los datos se muestran en correspondencia.

Tabla de una plantación de 60 árboles	
Número de árboles en cada fila	Número de filas
15	4
4	15

Las tablas son una posibilidad de mostrar en cada situación qué número de la segunda columna corresponde a cada número de la primera.

- b) Organiza una tabla como la anterior para cada una de las situaciones que resolviste en a) y completala con los valores que encuentres.



Las tablas que hiciste en el punto b) muestran que dos cantidades varían de tal manera que los valores de una dependen de los valores de la otra. Entonces se puede decir que entre los valores de las dos cantidades hay una **correspondencia**.

c) Leé el siguiente enunciado, resólvolo y luego respondé las preguntas en tu carpeta.

Para pintar las 4 aulas de una escuela hacen falta 20 litros de pintura. ¿Cuánta pintura habrá que comprar si se quiere pintar las paredes de 9 aulas iguales?

1. Explicá cómo hallaste el resultado.
2. Copiá la siguiente tabla y completála con los litros de pintura que corresponde comprar para cada número de aulas.

Número de aulas	Litros de pintura
4	20
1	
9	
3	
2	
6	



En la actividad 1, analizaste situaciones en las que ciertas cantidades dependen de otras. Para resolver los problemas planteados necesitaste aplicar operaciones aritméticas: adición, multiplicación y división. También construiste tablas para analizar las relaciones entre las cantidades en las situaciones de correspondencia.



Para las actividades 3 y 4 vas a necesitar:

- papeles de cualquier tipo,
- una tijera,
- lápiz,
- escuadra.

Andá buscando los materiales.



2. Tablas y gráficos

• • • La variación de la temperatura en una localidad a lo largo de los días

Las situaciones que se plantearon en la actividad anterior no son las únicas de correspondencia. Ahora vas a considerar otras que también pueden analizarse por medio de tablas y gráficos. En esta oportunidad vas a encontrar cantidades que se corresponden aunque no se trate de datos que se puedan obtener a través de cálculos con operaciones aritméticas.

Las temperaturas máximas que se registraron día por día en la ciudad de San Carlos de Bariloche durante la primera semana de abril fueron 8, 14, 13, 12, 15, 9 y 10 grados centígrados (°C). Las mínimas en esos días fueron 5, 3, 0, 8, 2, 5 y 3. Para organizar esos datos también puede construirse una tabla como la que sigue.



Temperaturas de San Carlos de Bariloche Primera semana de abril

Máximas		Mínimas	
DÍA	GRADOS CENTÍGRADOS	DÍA	GRADOS CENTÍGRADOS
1	8	1	5
2	14	2	3
3	13	3	0
4	12	4	8
5	15	5	2
6	9	6	5
7	10	7	3

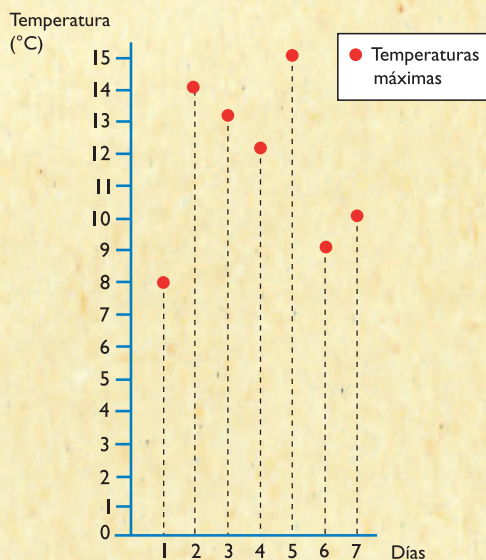
Si bien a cada día le corresponde un valor para la temperatura máxima y otro para la mínima, la diferencia entre las temperaturas de dos días distintos no tiene relación con la fecha. Este es un caso en el que los datos resultan de registros de observaciones y no pueden obtenerse como resultado de cálculos entre los diferentes días.

Como ves:

- En una tabla como la anterior quedan establecidas dos correspondencias: una, entre la fecha y los grados de temperatura máxima; y otra, entre la fecha y los grados de temperatura mínima.
- En la columna de la izquierda se escriben los días, en la columna de la derecha se escriben las temperaturas.
- En cada correspondencia, los valores que quedan escritos en un mismo renglón de la tabla se llaman **correspondientes**.

Los datos también pueden organizarse en un gráfico.

En este gráfico, en el eje horizontal se marcan los días y en el eje vertical, las temperaturas en grados centígrados. De este modo, el punto donde coinciden la vertical que pasa por 1 (que expresa el día) y la horizontal que pasa por 8 °C representa el par de números que son correspondientes en la tabla de temperaturas máximas (1; 8). Del mismo modo se determinan los demás puntos del gráfico.



a) Escribí en tu carpeta como título: “Actividad 2: Tablas y gráficos”. Realizá un gráfico como el anterior y agregale con otro color la representación de los puntos de temperaturas mínimas.

b) A continuación te damos los registros de las temperaturas máximas y mínimas en otras ciudades de nuestro país durante la misma semana. Esta vez no hemos escrito los días en las tablas.

Buenos Aires		Córdoba		Ushuaia		Jujuy		Bahía Blanca	
Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.
20	16	15	13	11	0	27	17	18	12
21	11	23	7	10	3	26	15	22	7
25	16	24	14	13	6	24	16	23	17
26	16	29	16	7	-2	23	16	29	16
26	19	20	14	8	4	27	19	18	10
26	19	20	14	7	3	17	15	24	11
29	20	26	19	8	1	29	19	32	14

- Elegí dos de las ciudades mencionadas en el cuadro.
- Construí para cada una, la tabla de temperaturas máximas y la tabla de temperaturas mínimas. Numerá los días de 1 a 7.
- Construí los gráficos correspondientes a las temperaturas mínimas con un color y en el mismo gráfico marcá, con otro color, los puntos que representan las temperaturas máximas. Podés hacerlo en hojas cuadrículadas. Al realizar los gráficos, tené en cuenta que en cada eje es necesario determinar una distancia que se mantenga constante entre cada uno de los puntos que señales.

c) Observá las tablas y los gráficos y respondé:

- ¿Cuántas temperaturas corresponden a cada día?
- ¿En cuál de esas ciudades se registró la mayor diferencia de temperatura entre la máxima y la mínima de un mismo día? ¿Dónde se observan mejor esas diferencias, en las tablas o en los gráficos?

En las tablas, la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima varía según los días: los valores dependen de los días.

d) Para esta actividad vas a tomar de la tabla anterior sólo los datos de Córdoba. Construí otra tabla que muestre, para cada día, la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima. Por ejemplo, para el día 1, la diferencia es 2 grados centígrados.

e) Representá en un gráfico estas diferencias de temperatura marcando los días en el eje horizontal y las diferencias de temperatura en el vertical.

1. ¿Hay diferencias de temperatura que sean iguales?

f) En las actividades anteriores trabajaste con tablas construidas con registros de temperaturas y tablas construidas con resultados de cálculos. Volvé a mirar los dos tipos de tablas y fijate en las relaciones entre los datos en cada una de ellas. ¿Encontrás alguna diferencia?

Si una correspondencia se obtiene aplicando operaciones aritméticas, el resultado de la segunda columna es **único** para cada valor de la variable en la primera columna.

En cambio, cuando los datos no se calculan a través de esas operaciones, las tablas y los gráficos pueden servir para asignar a cada número de la primera columna **uno** o **más** valores en la segunda columna.

g) Pensá nuevos ejemplos donde puedas trabajar con tablas construidas con registros y otros donde las tablas se construyan con resultados de cálculos.



Hasta ahora viste relaciones de correspondencia y las formas gráficas de representarlas. En las actividades del tema 2, vas a explorar un tipo especial de relaciones numéricas de correspondencia, las de proporcionalidad directa, y vas a conocer sus características y propiedades. Trabajarás con rectángulos que tienen algo en común y por eso forman una familia de rectángulos. Usarás tablas y gráficos para observar cómo varía la correspondencia entre las medidas del ancho y del alto de los rectángulos y aprenderás a caracterizar correspondencias de proporcionalidad.

Consultá con tu maestro qué actividades del tema 2 vas a resolver en la escuela y cuáles en tu casa. También decidan en cuánto tiempo resolver las actividades 3 y 4.

TEMA 2: LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA



3. Una familia de rectángulos

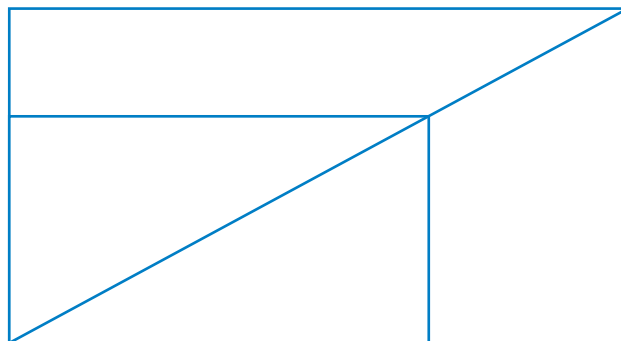
a) En la tabla siguiente te damos las medidas del alto y del ancho de diez rectángulos.

Rectángulo	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀
Alto en cm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ancho en cm	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5

1. Dibujá rectángulos con esas medidas y recortalos. Cuando los hayas recortado dibujales una diagonal y ordená los rectángulos de mayor a menor.

b) Trabajá en tu carpeta. Poné como título: “Actividad 3: Una familia de rectángulos”.

1. Pegá el rectángulo más grande y luego pegale encima los demás en orden, de manera que coincidan sus vértices inferiores y las diagonales como te muestra el dibujo. Seguramente observaste que los vértices de las diagonales quedaron alineados.



c) Escribí en tu carpeta las respuestas a las preguntas que siguen y anotá tus cálculos. A medida que vayas avanzando verás que cada respuesta te sirve para seguir adelante. Si necesitás ayuda conversá con tu maestro.

1. Volvé a mirar los datos de la tabla con mucha atención. Elegí el ancho de un rectángulo y dividilo por la medida de su correspondiente alto para calcular el cociente. ¿Qué número se obtiene?
2. Hacé lo mismo con el ancho y el alto de otro rectángulo de la tabla. ¿Cómo son los cocientes que calculaste? ¿Ocurre lo mismo en todos los casos?
3. Recortá otro rectángulo que también pertenezca a esta familia y tenga 11,25 cm de ancho. Explicá cómo calculás el alto.



d) Leé la siguiente situación y respondé las preguntas que siguen.

Mario y Paula tenían que construir un rectángulo de la misma familia. Se les pidió que explicaran cómo lo podían hacer y esto es lo que respondieron:



1. ¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?
 2. Compará tus respuestas con las de tus compañeros y comenten similitudes y diferencias. Consulten las conclusiones con tu maestro.
- e) Imaginá que una persona necesita aprender un procedimiento para construir otros rectángulos de la misma familia.
1. Escribí en una hoja un mensaje con instrucciones para indicarle cómo proceder.
 2. Dale el mensaje a un compañero para probar si puede hacerlo. También mostráelo a tu maestro.

Podés observar nuevamente la familia de rectángulos que pegaste en tu carpeta y ver que los anchos están alineados en una dirección, los altos están alineados en la dirección perpendicular y los vértices correspondientes a las diagonales quedan alineados sobre una recta oblicua. Al dividir el ancho y el alto de cualquier rectángulo de la misma familia habrás encontrado que el cociente es el mismo número. El cociente entre el ancho y el alto de cualquier rectángulo de una misma familia es constante. Se llama **constante de proporcionalidad** y representa esta correspondencia.



4. Otra familia de rectángulos

- a) Dibujá en cualquier papel una familia de ocho rectángulos que tengan las medidas que se indican en la siguiente tabla y recortalos. Escribí en tu carpeta como título: “Actividad 4: Otra familia de rectángulos” y realizá lo que está indicado en cada punto.

Rectángulo	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈
Alto en cm	2	3	4	5	6	7	8	9
Ancho en cm	5	6	7	8	9	10	11	12

1. Ordená los rectángulos de mayor a menor.
 2. Pegá el rectángulo más grande y luego pegá los demás sobre él en orden, de manera que coincidan sus vértices inferiores como hiciste en la actividad anterior.
- b) Observá los números de la tabla. Copiá en tu carpeta las tres fórmulas que siguen y recuadrá la que corresponde a todos los rectángulos de esta familia.

$$\text{Alto} = \text{ancho} + 3$$

$$\text{Ancho} = \text{alto} + 3$$

$$\text{Ancho} = \text{alto} - 3$$

c) Compará el rectángulo R_1 con el último (R_8) y resolvé las consignas que siguen en tu carpeta.

1. Los rectángulos R_1 y R_8 , ¿tienen la misma forma?
2. Dividí el ancho por el alto de estos rectángulos elegidos. ¿Se obtiene el mismo número?
3. Elegí otro par de rectángulos. Compará los cocientes entre el largo y el ancho. ¿Ocurre lo mismo con el ancho y el alto de cualquier par de rectángulos de esta familia?

d) Observá la familia de rectángulos de la actividad 3 y la familia de rectángulos de esta actividad. Contestá en la carpeta: ¿se puede decir para alguna de las dos que todos los rectángulos que pertenecen a la misma familia tienen la misma forma? ¿Por qué?

Seguramente observaste que los rectángulos de la actividad 3 tienen igual forma pero distinto tamaño. En cambio, en la familia de rectángulos de la actividad 4 se ve que el primero es mucho más alargado que el último, que se parece a un cuadrado.



Conversá con tu maestro sobre cómo te vas a organizar para resolver las actividades siguientes.



5. La familia de los cuadrados

En esta actividad vas a trabajar con una familia de rectángulos muy particular: la familia de los cuadrados. Vas a estudiar la relación que vincula el lado del cuadrado con su perímetro.



El perímetro de una figura es la medida de su contorno.

a) Copiá la tabla en tu carpeta y completala.

En la primera fila se encuentran las medidas de los lados de los cuadrados que en general llamamos x . En la segunda fila, con la letra y , están los perímetros de los cuadrados C_1 y C_2 .

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Medida del lado en cm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Perímetro en cm (y)	4	8								

b) Copiá también las siguientes fórmulas y recuadrá la que corresponde a esta tabla.

$$x + 4 = y$$

$$y \cdot x = 4$$

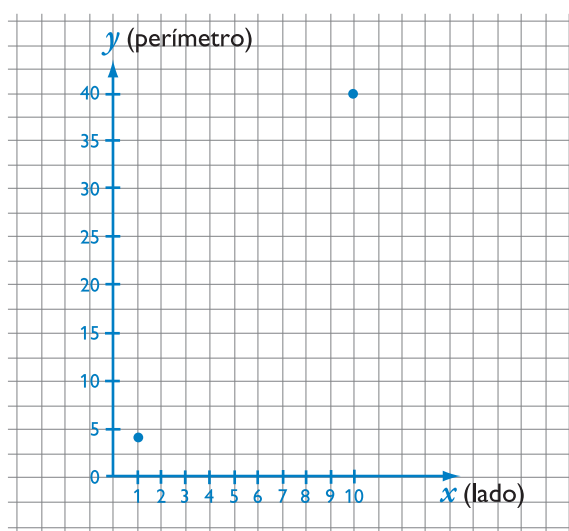
$$y = 4 \cdot x$$

En esta actividad hemos usado la letra x para identificar la medida del lado del cuadrado y la letra y para el perímetro.



De ahora en adelante usaremos siempre la letra x para nombrar la cantidad variable cuyos datos se conocen y que denominamos variable **independiente**, y la letra y para la variable cuyo valor es **dependiente** de x .

c) Copiá sobre papel cuadriculado un par de ejes como los de este gráfico donde las medidas de los lados de los cuadrados (x) se representan en el eje horizontal y los perímetros (y) en el eje vertical. Marcá en el gráfico los puntos que indican los pares (lado; perímetro) correspondientes. Los puntos marcados, ¿están alineados?



d) Observá nuevamente la tabla anterior y dividí el perímetro de cada cuadrado por la medida de su lado. ¿Cómo son los resultados obtenidos? Compará tus resultados con los de tus compañeros. ¿Qué conclusiones podés sacar?

Habrás observado que al dividir el perímetro de cualquier cuadrado por la medida de su lado, el resultado siempre es 4 y en el gráfico los puntos indicados por pares correspondientes están alineados sobre una recta a la que también pertenece la intersección de los ejes.

Hasta ahora usaste tablas y gráficos para analizar correspondencias en familias de rectángulos. En algunos casos identificaste la **fórmula** correspondiente.

Estableciste un tipo de correspondencia en el que el cociente es constante para cualquier par de la tabla, como en el caso de la primera familia de rectángulos y en la relación entre el lado y el perímetro del cuadrado, y también pudiste observar que hay otras correspondencias en las que eso no sucede.



- Si en una **tabla**, al dividir cada valor de y por su correspondiente x se obtiene siempre el mismo número, llamado **constante de proporcionalidad**, diremos que la tabla representa una correspondencia **directamente proporcional**.
- Si en el **gráfico**, todos los puntos pertenecen a una misma recta que pasa por la intersección de los ejes, diremos que el gráfico representa una correspondencia **directamente proporcional**.



Para realizar la actividad 7 tenés que ir consiguiendo entre 6 y 10 hojas de distinto tamaño de una misma planta del lugar en que vivís y una hoja de papel milimetrado o cuadriculado. Recordá preparar este material antes de comenzar con esa actividad.



6. Multiplicaciones y proporciones

En la siguiente actividad vas a explorar las tablas de multiplicar. Imaginá esta situación: Martín observa a su hermano que completa tablas de multiplicación y se pregunta: ¿estará usando tablas de proporcionalidad? Veamos cómo puede contestar Martín a su pregunta.

a) Trabajá en tu carpeta, copió las tablas de multiplicar por 7 y por 12 y completalas.

b) Respondé las siguientes preguntas.

x 7	
1	7
2	14
3	21
4	
5	
6	
7	
8	
9	

x 12	
1	12
2	24
3	36
4	
5	
6	
7	
8	
9	

1. En cada tabla, ¿qué ocurre con los números de la segunda columna cuando aumentan los de la primera?
2. En la tabla del 7, si sumás 4 y 5 de la primera columna, da 9; ¿le corresponde el resultado de $28 + 35$ en la otra? En cualquier tabla de multiplicar ¿sucede lo mismo con todas las sumas? Comprobalo.
3. En todas las tablas, a 8, ¿le corresponde el doble que a 4? Y a 9, ¿le corresponde el triple que a 3?
4. Elegí una tabla de multiplicar. Dividí cualquier número de la segunda columna por el que le corresponde en la primera y probá con otros números de la misma tabla. ¿Se obtiene siempre el mismo número?
5. De acuerdo con lo que observaste acerca de las tablas, ¿cuál pensás que será la respuesta de Martín? Escribila en tu carpeta y explicá por qué.

c) Vas a seguir explorando correspondencias de proporcionalidad directa. Recordá que una fracción indica el cociente entre dos números enteros. Escribí en tu carpeta las respuestas a las actividades siguientes.

1. Elegí dos números de la primera columna de cualquier tabla de multiplicar y escribí en forma de fracción el cociente entre esos dos números. Formá otra fracción con los números correspondientes de la segunda columna de la tabla, en el mismo orden. Por ejemplo, si trabajaste con la tabla del 7: $\frac{5}{8}$ y $\frac{35}{56}$. Las dos fracciones que formaste con los números que elegiste, ¿son equivalentes? ¿Por qué?



Dos fracciones son equivalentes si indican el mismo cociente.

2. Hacé lo mismo con otro par de números de una columna y sus correspondientes en la otra. Las fracciones que obtuviste, ¿son equivalentes? Explicá por qué.



d) ¿Sucedé lo mismo en todas las tablas de multiplicar, con cualquier par de números y sus correspondientes? Probá con los números de la tabla del 12. Compará tus respuestas con las de otros compañeros y comenten similitudes y diferencias. Después muestren sus conclusiones al maestro.



En las actividades anteriores trabajaste con formas geométricas y con tablas de multiplicar. A continuación analizarás ejemplos de situaciones que podés encontrar en la naturaleza. Vas a estudiar las correspondencias largo-ancho de las hojas de una misma planta. Tendrás que trabajar con el material que se te solicitara para esta actividad. Consultá con tu maestro si vas a trabajar solo o con algún compañero.



7. La proporcionalidad en la naturaleza

a) Ordená las hojas de la planta que elegiste de menor a mayor. Pégalas o dibujá el contorno sobre la hoja de papel milimetrado. Tratá de no superponerlas para poder trabajar sobre el dibujo.

b) Medí, con la mayor precisión posible, el ancho máximo de cada hoja y la respectiva altura. Registrá esos datos en tu carpeta, en una tabla como esta. Recordá que tenés que escribir el número de actividad y un título adecuado.

Altura x (cm)										
Ancho y (cm)										

c) Usá una hoja cuadriculada para representar, en un gráfico de ejes perpendiculares, los datos de la tabla y respondé las consignas.



Si necesitás consultar el tema de los gráficos y las tablas, recurrí a la actividad 2 de esta unidad.

1. Los puntos del gráfico, ¿están aproximadamente alineados?
2. Para cada una de las hojas que mediste, dividí la altura por el ancho. El cociente, ¿es aproximadamente el mismo para todas las hojas?

Al hacer las preguntas anteriores se usó la palabra “aproximadamente” porque se trata de mediciones experimentales que nunca pueden ser exactas porque están influidas por la precisión del instrumento que se use para medir y la habilidad de quien hace las mediciones.



8. Analizando correspondencias



Antes de empezar, si te parece necesario revisá en las actividades anteriores cuáles son las características que diferencian las correspondencias de proporcionalidad directa y qué se puede hacer para reconocerlas.



Como actividad de cierre de esta unidad, te proponemos que analices oralmente con tus compañeros y tu maestro las siguientes correspondencias e identifiques las que son de proporcionalidad directa y las que no lo son.

- El peso y el precio (a mayor peso, mayor precio).
- El número de metros que restan de una soga de 25 m cuando se la corta según cierta longitud (a corte más largo, menor resto).

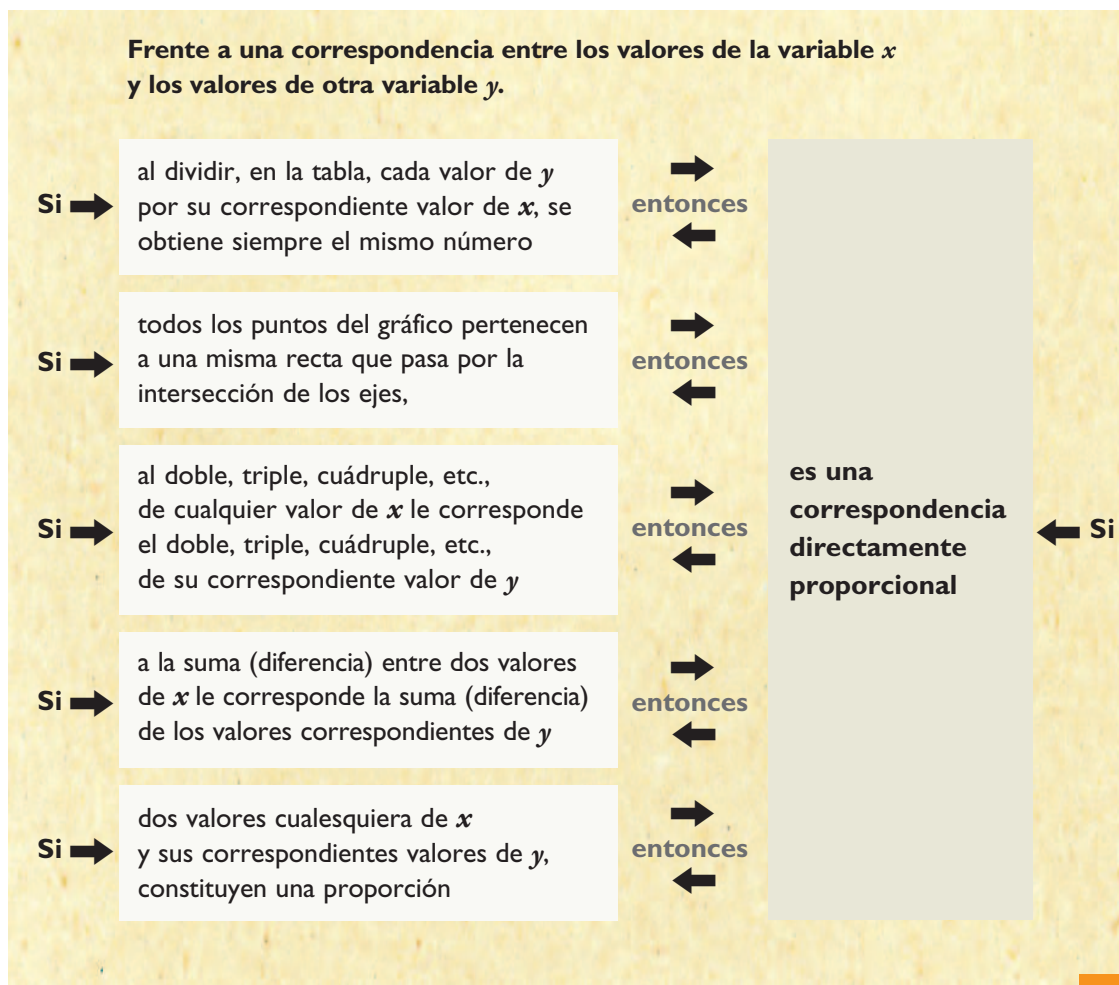
Corto (m)	10	15	17	20
Restan (m)	15	10	8	5

- El tiempo de trabajo y el sueldo de un trabajador (a mayor tiempo, mayor sueldo).
- El espacio con la velocidad (recorremos mayor distancia si vamos a mayor velocidad).
- El espacio con el tiempo (recorremos mayor distancia en mayor tiempo).
- El largo y el ancho de rectángulos semejantes (el cociente ancho-largo es constante).

Para finalizar

A medida que fuiste realizando las actividades habrás aprendido que existen relaciones de correspondencia y que todas pueden ser representadas en tablas y gráficos. Entre ellas, estudiaste las correspondencias de proporcionalidad directa, a través del caso de los rectángulos o de las tablas de multiplicar. En esas actividades se explicó cómo identificarlas, interpretando las tablas y gráficos que las representan.

Estas relaciones ocupan un lugar importante en el desarrollo de la Matemática. En las unidades siguientes verás que se encuentran en otros temas. Para centrar la atención en algunos aspectos muy importantes te presentamos este cuadro síntesis. Leelo con atención, analízalo y comentalo con tus compañeros y tu maestro. Si encontraras partes que no entendés, consultalas y comentalas con ellos.



Es posible que en próximas unidades necesites recurrir a este cuadro para recuperar las características que en él se sintetizan. Podés organizar con el maestro y tus compañeros cómo hacer para tenerlo disponible en otras ocasiones.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Etiquetas rectangulares

Aquí se presentan las formas y medidas de las etiquetas adhesivas más usuales.

a) Dividí el ancho por el alto para calcular la relación en cada caso. Esa relación te permitirá distinguir cuántas formas diferentes hay.

b) Completá la tercera columna de la tabla.

Etiqueta	Medidas (mm)	Relación
A	8 x 12	
B	12 x 18	
C	15 x 22	
D	18 x 27	
E	22 x 32	
F	24 x 38	
G	33 x 47	
H	40 x 60	
I	31 x 85	
J	50 x 100	

c) Analizá qué parejas de etiquetas se pueden unir por un lado para obtener otra etiqueta.

d) Recortá rectángulos con las medidas de las etiquetas cuyas razones sean iguales y colocalas una sobre otra de modo que coincidan uno de sus vértices y un par de lados consecutivos. Trazá la diagonal que pase por ese vértice y observá qué sucede con ellas.

2. Números capicúas

Los números capicúas son los que se leen igual de izquierda a derecha y de derecha a izquierda. Por ejemplo, 151 es un número capicúa.

Antes del siglo IX en la India ya conocían la escritura posicional de los números. Esta escritura permite escribir números capicúas, cosa que no sucede con otros sistemas numéricos, como el de los romanos. Observá este número: 12.345.654.321. Este podría ser el primer número capicúa del cual se ha encontrado documento. En una de las obras del matemático indio Mahaviracharya, escrita hacia 850 d.C., aparece este número como resultado de unos cálculos con el nombre de “el número que comienza por 1, aumenta hasta 6 para luego disminuir ordenadamente”.

Se pueden formar números capicúas a partir de uno dado, sumando a un número el que resulta de invertir sus cifras. Si no te resultara en la primera prueba, al resultado sumale su forma inversa. Este es un ejemplo:

$$\begin{array}{r} + 152 \\ 251 \\ \hline 403 \end{array}$$

No es capicúa

$$\begin{array}{r} + 403 \\ 304 \\ \hline 707 \end{array}$$

¡Este sí!

Probá con otros números y proponé a tus compañeros escribir la cantidad que decidas de números capicúas, ordenados de forma creciente. Vean al final cuántos les quedaron.

3. Palabras y frases

Así como hay números que se pueden leer igual de izquierda a derecha como de derecha a izquierda también hay palabras y frases que se pueden leer en los dos sentidos. Son los **palíndromos**.

Los primeros palíndromos se atribuyen al poeta griego Sócrates (siglo III a.C.) y muchos escritores los han usado en algunas de sus obras, como Julio Cortázar, gran escritor argentino del siglo XX, quien comienza su cuento "Lejana" con el siguiente palíndromo:

¡TALE, DEMONIACO CAÍN, O ME DELATA.

Las siguientes palabras son palíndromos: reconocer, rodador, ananá, Neuquén, abatataba. Comprobá si también son palíndromos las siguientes frases:

SÓLAR AÑOS.
 ANA LAVA LANA.
 LA RUTA NATURAL.
 ¡A NO DAR A MARADONA!
 ¿CASO TUBO BUENOS ACÁ?
 SÓLO DI SOL A LOS ÍDOLOS.

Busquen más palabras y frases que sean palíndromos, y chequeen que cumplan verdaderamente con las características de un palíndromo.

UNIDAD 3

Proporcionalidad inversa

En la unidad anterior analizaste relaciones de correspondencia y en particular aprendiste a reconocer relaciones de proporcionalidad directa. Su característica es el crecimiento según una constante de proporcionalidad. En esta oportunidad vas a profundizar en el estudio de otras situaciones crecientes o bien decrecientes que no siempre son proporcionales. Mediante el uso de tablas y gráficos vas a distinguir otro tipo particular de correspondencias: las relaciones de proporcionalidad inversa. A través de las seis actividades que te ofrece esta unidad, vas a poder explorar distintas situaciones en las que se dan relaciones de decrecimiento inverso y proporcional, analizarás sus características y también aprenderás a representar gráficamente este tipo de relaciones. Como siempre, al final la unidad vas a encontrar algunos desafíos matemáticos para que resuelvas cuando decidas.



No dejes de consultar con tu maestro cómo organizar la tarea en esta unidad y cuánto tiempo podés dedicarle a cada actividad. Tampoco te olvides de ordenar los trabajos en la carpeta, escribiendo siempre el número y nombre de la actividad.

TEMA 1: SITUACIONES DE CORRESPONDENCIA



1. “Alambrar y sembrar”

Para profundizar en el estudio sobre las situaciones de proporcionalidad, vas a empezar considerando la comparación entre perímetro y área de una figura. En esta primera actividad podrás explorar si dos parcelas rodeadas por la misma cantidad de alambre tienen necesariamente la misma superficie disponible para sembrar.



Para responder al problema del punto d) hace falta que tengas preparado: un piolín que no sea elástico, papel cuadriculado y 25 cuadrados de papel de 1 dm². Podés utilizar cualquier papel. Recordá tener listo este material antes de comenzar con esa actividad.

a) Teniendo en cuenta que en los alrededores del lugar donde vivís tal vez hay terrenos sembrados y que al mirarlos habrás notado que en general los terrenos no tienen todos la misma forma ni el mismo tamaño, dibujá alguna huerta que hayas visto y registrá todo lo que observaste: ¿cuánto mide aproximadamente?, ¿tiene alambre alrededor? Si no pudiste observar una huerta real, pensá cómo se podría hacer una huerta en el terreno de la escuela y dibujá el plano en tu carpeta.



b) Pensá en la siguiente situación y luego respondé en tu carpeta las preguntas que siguen.

Una escuela tiene dos espacios disponibles para construir una huerta. Un vecino donó un rollo de alambre y la directora lo hizo cortar en dos partes iguales para que los alumnos, organizados en dos grupos, trazaran sus propias huertas y usaran todo el alambre que recibieron para rodearla.

1. ¿Te parece que las dos huertas van a quedar iguales?
2. Explicá si usar la misma cantidad de alambre para rodearlas asegura que las huertas sean del mismo tamaño.
3. Comentá lo que pienses con el maestro o con otros compañeros.

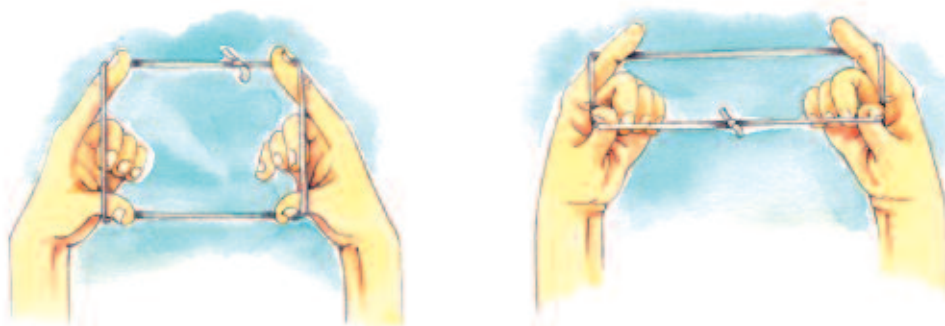
c) Para estudiar la relación entre el contorno de un terreno y su superficie, te proponemos comenzar por este problema:

- Los rectángulos de igual perímetro, ¿tienen la misma área?



- La **medida de una cantidad** es el número que indica las veces que entra la unidad en la cantidad a medir. Por ejemplo, cuando decimos que una chacra tiene 5 hectáreas significa que la medida es el número 5 y se ha tomado como unidad la hectárea.
- El **perímetro** de una figura es la medida de su contorno y todo contorno encierra una **superficie**.
- Cuando se ha elegido una unidad de superficie adecuada, la medida de la superficie de una figura es un número que se llama **área**. Por ejemplo, el área de la chacra es 5.
- El área de un rectángulo se obtiene multiplicando el largo por el ancho.

d) Buscá el piolín y anudalo para observar cómo varían las superficies de los rectángulos que tienen el mismo perímetro.



Con los dedos índice y pulgar de ambas manos, tal como muestran las imágenes, se puede generar una familia de rectángulos que tiene el mismo perímetro. Probá esta experiencia y luego pensá si todos los rectángulos que armaste tienen la misma área.

e) Seguí investigando el mismo problema.

1. Usá los cuadrados de papel de 1 dm de lado que preparaste para armar rectángulos en los que la suma del alto y el ancho sea siempre de 10 dm. Dibujá en papel cuadriculado los rectángulos que se pueden obtener así.



La suma del alto y el ancho de un rectángulo es la mitad del perímetro y se llama **semiperímetro**.

2. En tu carpeta, armá y completá el siguiente cuadro. Te damos dos ejemplos, agregale los otros.



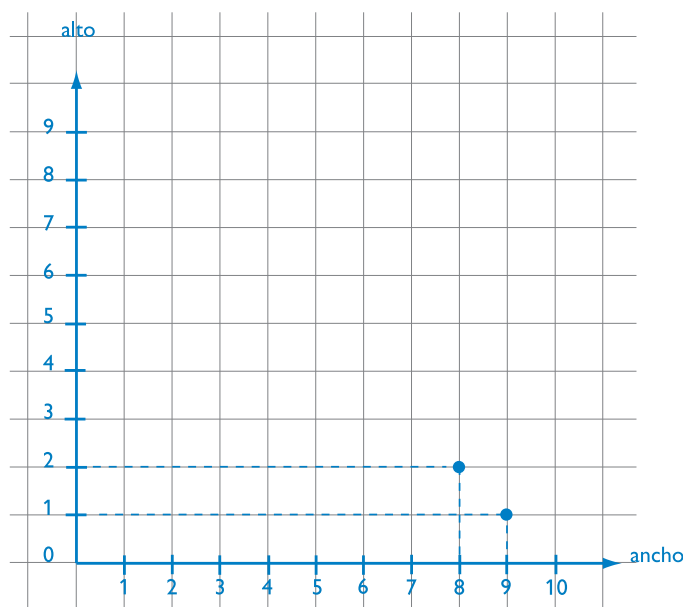
A: El ancho es de 9 cm y el alto mide 1 cm.
B: El ancho es de 8 cm y el alto, 2 cm.

Rectángulo	Semiperímetro	Ancho dm x	Alto dm y	Área dm ²
A	10	9	1	9
B	10	8	2	16
	10			
	10			
	10			
	10			
	10			
	10			

3. Copiá y completá en tu carpeta esta tabla de correspondencia extrayendo los datos del cuadro anterior.

x ancho	y alto
9	1
8	2

4. Mostrá la relación entre el alto y el ancho de los rectángulos de la tabla anterior marcando los puntos que faltan en un gráfico como este:



5. De las tres fórmulas que siguen, elegí la que representa esta correspondencia y escribirla debajo del gráfico.

$$x + y = 20$$

$$y = 10 + x$$

$$y = 10 - x$$

6. Observá la tabla y el gráfico, escribí las respuestas en tu carpeta:

- ¿Cuál es el alto y el ancho del rectángulo de mayor área?
- ¿Existe un rectángulo de la familia cuyo ancho sea 11? ¿Y 10? ¿Por qué?
- La correspondencia que analizaste, ¿es de proporcionalidad directa? ¿Por qué? Si necesitás recordar las características de la proporcionalidad directa, revisá el tema 2 y la síntesis de la unidad 2.

- f) Ahora revisá la primera respuesta que diste al problema del punto c) y si es necesario escribí la respuesta correcta teniendo en cuenta lo que aprendiste en el punto d) de la actividad.



En la siguiente actividad vas a profundizar tus conocimientos sobre las relaciones de proporcionalidad, explorando los elementos que las caracterizan. Conocerlos te va a ser muy útil para aprender a identificarlas, comprenderlas mejor y realizar muchos cálculos necesarios en la vida cotidiana.



Para realizar la actividad 3 vas a necesitar hojas de papel cuadriculado. Andá buscando los materiales y recordá tenerlos preparados antes de comenzar con esa actividad.

TEMA 2: RAZONES Y PROPORCIONES. LOS MEDIOS Y LOS EXTREMOS

A 2. Razones y proporciones

a) Leé esta información paso a paso y aplícala para analizar los casos de proporcionalidad con los que trabajaste en esta unidad y en la anterior.

En la unidad anterior estudiaste correspondencias de proporcionalidad directa y viste que en cada una de ellas se puede determinar un **coeficiente de proporcionalidad** o **constante de proporcionalidad** que se indica por un número **k**, tal que si **a** y **a'** son dos números correspondientes, **a'** resulta de multiplicar **a** x **k**. En las correspondencias de proporcionalidad directa, para identificar al coeficiente de proporcionalidad, basta con conocer un único par de correspondientes, al que podemos llamar (**s**, **s'**) porque si $k \times s = s'$ entonces $k = \frac{s'}{s}$.

La expresión $\frac{s'}{s}$ que indica un cociente recibe el nombre de **razón**.

Por ejemplo, en la siguiente tabla, los números 9 y 13,5 son un par de correspondientes y su cociente $13,5 : 9 = 1,5$ recibe el nombre de razón; entonces, la razón o constante de proporcionalidad es $k = 1,5$.

Rectángulo	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀
Alto en cm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ancho en cm	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5

Dado que la constante tiene el mismo valor numérico para todos los pares de una misma correspondencia, entonces el cociente entre los elementos de dos pares cualesquiera es el mismo y puede expresarse, en general, como la igualdad entre dos cocientes: $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$, expresión que se denomina **proporción**.

En toda proporción **a'** y **b** se denominan **extremos** y **a** y **b'** son los **medios**.

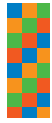
Una propiedad característica de las proporciones es que el producto de los medios es igual al producto de los extremos. En símbolos $a' \times b = a \times b'$.

Volviendo a los valores de la tabla anterior, dos pares cualesquiera de correspondientes constituyen una proporción, por ejemplo (2;3) y (7;10,5) corresponden a razones iguales y se pueden escribir como proporción: $\frac{2}{3} = \frac{7}{10,5}$.

b) Para aplicar lo que aprendiste acerca de la formación de proporciones construí la tabla de multiplicar por 11 y escribirla en tu carpeta.

1. Usando los valores de esa tabla, escribí dos proporciones. Mostráselas a tu maestro.

TEMA 3: PROPORCIONALIDAD INVERSA



En la actividad 1 de esta unidad trabajaste con una familia de rectángulos del mismo perímetro, para explorar la correspondencia ancho-alto. Ahora tomarás la familia de los rectángulos de la misma área para hacer algo similar. Consultá con tu maestro si la actividad que sigue la vas a hacer solo o con algún compañero.



3. La misma área y distinta forma



Se llama **área** de una figura a la medida de la superficie que encierra su perímetro.

- a) Recortá en papel cuadriculado todos los rectángulos posibles, diferentes entre sí, cuya superficie sea de 36 cuadraditos.
- b) Completá en tu carpeta una tabla como esta para anotar las medidas de la familia de rectángulos que recortaste y después respondé las preguntas que figuran a continuación:

Alto	x	36	18							1
Ancho	y	1	2	3						36

- 1. Si multiplicás cualquier valor de x por su correspondiente y , ¿qué resultado se obtiene?
- 2. Simbólicamente podemos escribir: $x \times y = 36$ o bien $y = 36 : x$; ¿se te ocurre otra fórmula más?
- c) Ahora vas a escribir una razón en forma de fracción. Para ello, elegí dos números cualesquiera entre las medidas de las alturas de los rectángulos de la tabla anterior y escribí la razón, como en el ejemplo que sigue.

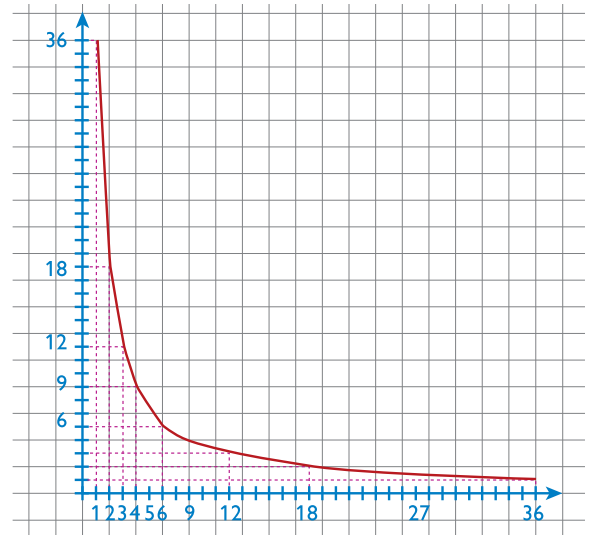
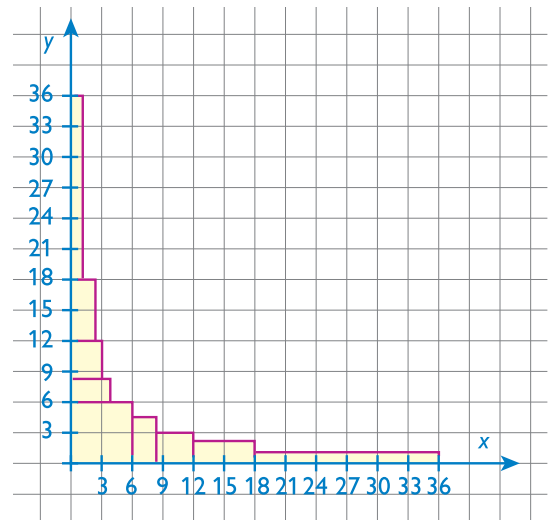
Si elegís el 18 y el 3, la razón es $\frac{18}{3}$. Al 18 le corresponde el 2 y al 3 le corresponde el 12. La razón entre ellos, respectivamente, es $\frac{2}{12}$.

- 1. ¿La fracción $\frac{2}{12}$ es equivalente a $\frac{18}{3}$?
- 2. Y la inversa de $\frac{2}{12}$, que es $\frac{12}{2}$, ¿es equivalente a $\frac{18}{3}$?
- 3. Tomá otro par de números de la primera fila de la tabla y repetí lo hecho.
- 4. Compará las razones entre los correspondientes tomados en orden inverso; ¿son razones equivalentes?
- 5. ¿Sucede lo mismo con todos los pares de la tabla?
- 6. Anotá los resultados de tu exploración.

Como resultado de esta actividad habrás podido observar que en la relación entre el alto y el ancho de los rectángulos de la misma área, si se **invierte** la razón entre los datos correspondientes, se forma una proporción. Por eso este tipo de relaciones es de **proporcionalidad inversa**.

d) Ahora vas a hacer el gráfico con los valores de la tabla que hiciste en el punto **b)** realizando los siguientes pasos:

1. Dibujá sobre papel cuadriculado un par de ejes perpendiculares, uno horizontal (x) y otro vertical (y).
2. Pegá cada rectángulo de tu colección haciendo coincidir uno de sus vértices con el origen de ambas semirrectas y dos lados con los ejes x e y , respectivamente, como se ve en la figura.
3. Señalá con color los vértices de los rectángulos que son los opuestos a los que están sobre el origen.
4. Esos puntos ¿se pueden unir con una línea recta?
5. Dibujá una línea que pase por los puntos remarcados. Asegurate de obtener un gráfico como este. La línea curva a la que pertenecen esos puntos se llama **hipérbola**.
6. Pegá en tu carpeta la hoja cuadriculada en la que trabajaste, con el título de la actividad.





4. Otros problemas para pensar

a) Resolvé en tu carpeta los siguientes problemas. Podés usar tablas, gráficos o explorar razones y proporciones.

1. Para un juego hay que repartir las 48 cartas de un mazo entre todos los jugadores por igual, sin que sobre ninguna carta. ¿Pueden entrar a ese juego 5 jugadores? ¿Y 6? Anotá todos los casos posibles de 2 o más jugadores y cuántas cartas le tocan a cada uno.
2. Con la producción de fruta de su huerta, una familia prepara una cierta cantidad de dulce. Si lo envasa en cajoncitos de 3 kilos necesita 30 cajoncitos. Si con esa cantidad de dulce llena 90 frascos, ¿qué cantidad de dulce contiene cada uno? Y si en cambio usa frascos de medio kilo, ¿cuántos puede llenar? ¿Y con frascos de un cuarto kilo?

b) Mostrale tu trabajo al maestro y conversá con él sobre lo que observaste.



La actividad que sigue te va a servir para repasar todo lo que trabajaste sobre proporciones. Como en todas las actividades que te proponen revisar lo que aprendiste, podés ver si realizaste todas las actividades, completarlas, volver a leer los textos destacados, analizar tus respuestas...

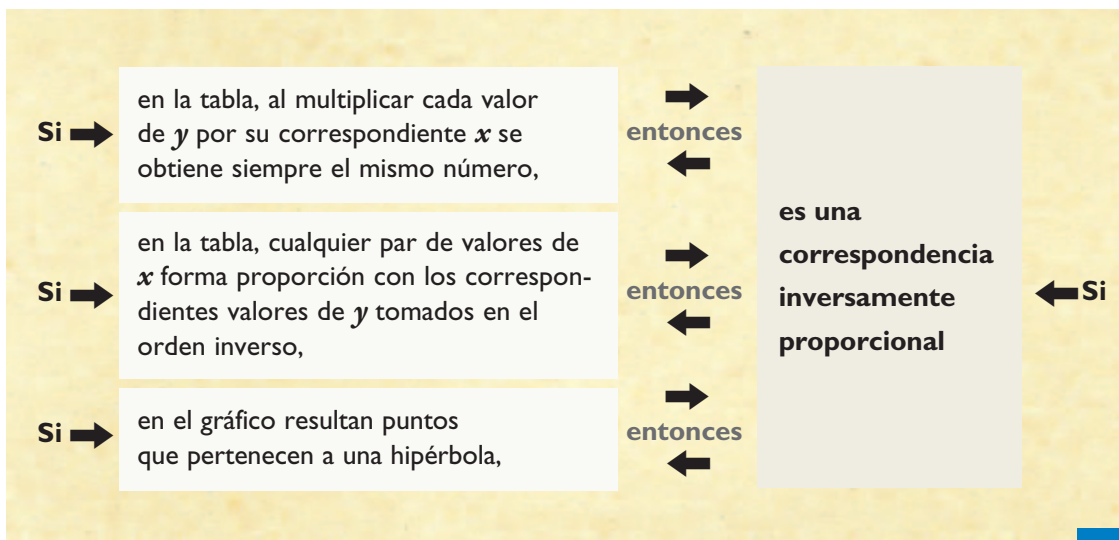


Para realizar la actividad 6, necesitás: útiles de Geometría, cartón o cartulina y tijeras. Andá buscando los materiales y recordá prepararlos antes de comenzar con esa actividad.



5. Rectángulos, repartos y proporciones

a) En el siguiente cuadro se presenta una síntesis de lo que aprendiste hasta ahora. Léelo atentamente.



b) Respondé en tu carpeta la pregunta que está a continuación del siguiente texto.

En la familia de todos los rectángulos de área 36, viste que los anchos son inversamente proporcionales a los altos. También en el reparto de cartas del primer problema de la actividad 4 hay una relación de proporcionalidad inversa entre el número de jugadores y el número de cartas que le corresponde a cada uno. La representación de los puntos correspondientes a ambas situaciones pertenece a una curva llamada **hipérbola**.

- La relación entre el alto y el ancho de la familia de los rectángulos del mismo perímetro que exploraste en la actividad 1, ¿es una correspondencia de proporcionalidad inversa? ¿Por qué?



Consultá con tu maestro cómo organizarte con tus compañeros para hacer la siguiente actividad, que te va a permitir aplicar los conocimientos que adquiriste sobre relaciones proporcionales.



6. Un rompecabezas

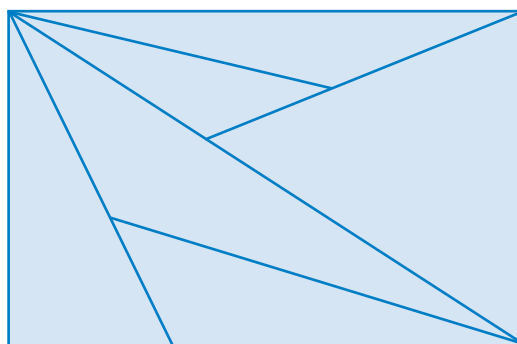
Aquí te proponemos construir figuras cambiando el tamaño del modelo original que te damos. Se tratará de ampliarlo o reducirlo según se pida. Si es posible, trabajá en grupo con otros compañeros.



a) El problema consiste en construir un rompecabezas cuyas piezas tengan la misma forma que las de la figura pero de mayor tamaño: las que en la figura miden 6 cm deben medir 8 cm en el rompecabezas ampliado. Numerá las piezas de la figura para poder identificarlas y repartí la tarea con tus compañeros de modo que cada uno tenga que construir por lo menos la ampliación de una pieza. Cuando estén construidas todas las piezas, intenten armar el nuevo rompecabezas ampliado.

Pueden ocurrir dos cosas:

1. Que lo puedan armar correctamente. Si esto pasa, describan en la carpeta cómo procedieron para ampliar las piezas. Pongan como título "Actividad 6".
2. Que tengan dificultades para armarlo porque haya piezas defectuosas. En ese caso, conversen con el maestro para ver cómo solucionar el problema.



b) Elegí una pieza del rompecabezas ampliado y comparala superponiéndola con la pieza correspondiente en la figura original. Respondé las siguientes preguntas.

1. ¿Qué tienen igual?
2. ¿En qué se diferencian?
3. ¿Cómo son los ángulos?

c) Medí cada lado de una pieza original y de su ampliada y respondé:

1. ¿Hay proporcionalidad directa entre sus medidas?
2. ¿Cómo lo podés comprobar?
3. Ocurre lo mismo entre cada pieza y su correspondiente?
4. ¿Qué condiciones cumplen los lados de dos figuras que tienen la misma forma y distinto tamaño?
¿Y los ángulos de esas figuras?

d) Dibujá en una hoja lisa dos rectángulos A y B que tengan la misma forma, y en los que la relación entre sus lados sea de 1 a 2, y respondé:

1. Las superficies de esos pares de rectángulos, ¿están también en la relación 1 a 2? ¿Por qué ocurre eso?

El trabajo con figuras de la misma forma y distinto tamaño, como las de estos rompecabezas rectangulares, seguramente les permitió llegar a una conclusión muy importante:



Dos figuras de la misma forma tienen ángulos iguales y lados directamente proporcionales.



La siguiente es la actividad final de la unidad y para resolverla vas a trabajar en tu carpeta. Acordate de que podés revisar, siempre que lo necesites, las anotaciones de tu carpeta y también este Cuaderno de estudio.

Para finalizar

Como cierre de esta unidad y para que puedas comprobar cuánto aprendiste te pedimos que analices con tus compañeros las siguientes situaciones y digas si son de proporcionalidad o no y expliques tu respuesta. En caso afirmativo, especificá si se trata de proporcionalidad directa o inversa.



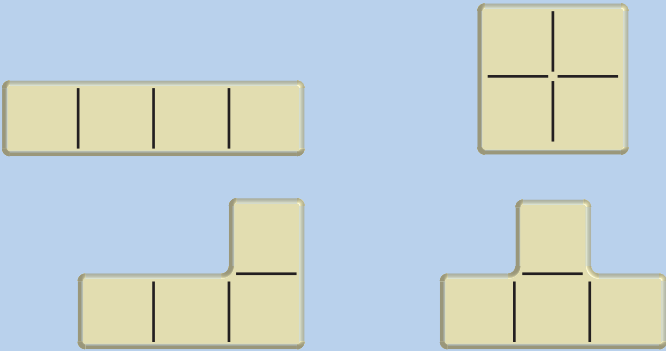
- a. El número de cajas y el número de alfajores en cada una cuando se tiene que envasar una misma cantidad, por ejemplo, 24 alfajores.
- b. El número de botellas iguales de gaseosa y la cantidad de vasos iguales que pueden servirse con ellas.
- c. El combustible que resta en el tanque de un motor y el tiempo de funcionamiento.
- d. El número de partes en que se divide una unidad y el tamaño de cada parte.
- e. La edad de una persona y el aumento de su peso.



Después de haber trabajado con estas actividades pueden iniciar una colección de juegos y entretenimientos si es que no la iniciaron antes. Pueden incorporar estos a la juegoteca que hayan armado resolviendo los desafíos matemáticos. Guarden las piezas de cada juego en un sobre y dibujen en el frente el rompecabezas reducido del modelo que allí guardan. Los tendrán disponibles para cuando quieran jugar entre todos.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

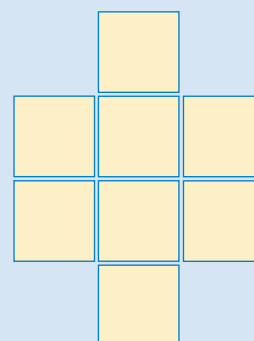
1. Rompecabezas - dominó

El dominó sólo tiene una pieza.		
El triminó, dos.		
El tetraminó tiene cuatro piezas.		

- ¿Cuántas piezas tendrá el pentaminó?
- ¿Cuál será su forma?
- ¿Cuántas piezas tendrá el hexaminó?
- Con este rompecabezas se puede plantear un problema interesante: “formar un rectángulo con todas las piezas del pentaminó”. Hay muchas soluciones para rectángulos de 10×6 que se pueden formar con 12 pentaminós diferentes, a pesar de lo cual no es nada fácil obtenerlos. ¿Te animás a intentarlo?

2. Colocar números

1. En las casillas de una figura como la de la derecha, colocá los números del 1 al 8, de manera que no haya dos números consecutivos en las casillas que tienen un lado o un vértice común.



2. Copiá en tu carpeta esta cuadrícula y completá los números que le faltan de manera que sumados en dirección vertical u horizontal su suma sea 20.

	6	4	5
		7	7
	9		3
7		6	

3. Adivinanzas

Se busca un número par de cuatro cifras:

- Menor que 5.000.
- La cifra de las centenas es igual a la de las unidades de mil más 1.
- La cifra de las unidades de mil es el doble de la cifra de las decenas.
- La suma de sus cifras es 11.

¿Cuál es ese número?

Reunite con otros compañeros, inventen otras adivinanzas numéricas, escribanlas en tarjetas y guárdenlas en un sobre para incorporarlas a la juegoteca.

4. La familia de ocho proporciones

A partir de una proporción formada por 4 números a , b , c y d , alguien se entretuvo en escribir otras 7 proporciones. El desafío consiste en que le des valores a los 4 números a , b , c y d de modo que formen una proporción (por ejemplo: 6, 9, 5 y 7,5, respectivamente) y verifiques que todas las otras igualdades también constituyen proporciones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{c}{a} = \frac{d}{b} \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \quad \frac{b}{d} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

UNIDAD 4

Escalas en mapas y planos. Porcentaje

Cuando trabajaste sobre proporcionalidad en la unidad 2 estudiaste cómo caracterizar las correspondencias de proporcionalidad directa.

En esta unidad vas a explorar otras aplicaciones de la proporcionalidad directa: la interpretación de planos y mapas mediante el análisis de la escala con que fueron hechos y el cálculo de porcentajes como una relación entre una parte de una cantidad y la cantidad total.

Una vez que resuelvas el conjunto de actividades de la unidad vas a ser capaz de interpretar mapas y planos con mayores conocimientos acerca de lo que representan.

En la última parte de la unidad, vas a encontrar, como siempre, una serie de desafíos matemáticos para que los abordes cuando quieras.



En las actividades de este tema vas a trabajar sobre planos y mapas y vas a hacer cálculos sobre ellos. Consultá con tu maestro cómo organizar el trabajo, qué parte de las actividades podés hacer junto con otro compañero y cuánto tiempo le podés dedicar a cada tarea.



Para esta primera actividad vas a necesitar hojas blancas de papel sin renglones, regla o escuadra y algún instrumento para medir del tipo cinta métrica o metro de carpintero. Para la actividad 2, hojas de papel cuadriculado, hojas de papel transparente o de calcar. Andá buscando los materiales.

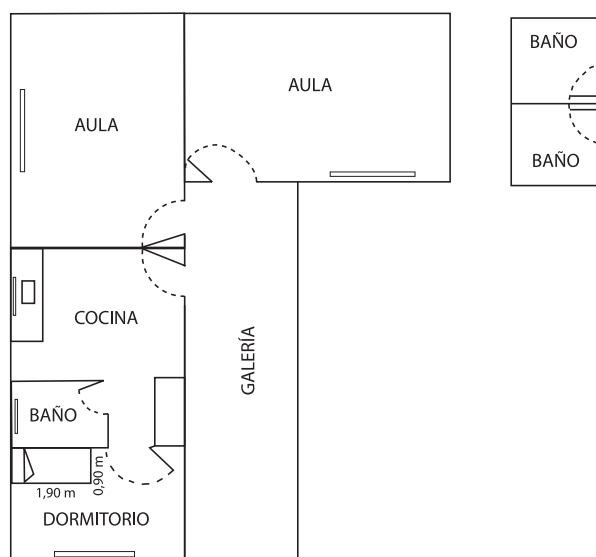
TEMA 1: ESCALAS



1. Un plano a escala

Vas a trabajar sobre el plano de una escuela rural de Entre Ríos.

El aula más grande mide 4 m x 7 m; dentro de ella hay un escritorio, un armario, una biblioteca y 20 mesitas para los alumnos.

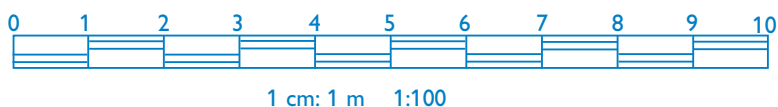


a) A continuación vas a hacer un plano de esa aula con sus muebles.

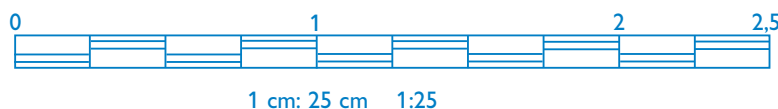
1. Dibujá en un papel un rectángulo de 4 cm x 7 cm.
2. Dentro de él ubicá los muebles. Si te hace falta, medí los muebles de tu aula para darte una idea de las proporciones.
3. Al finalizar el dibujo, revisá si las medidas del aula y de los muebles guardan relación con las medidas reales. Mostrale el dibujo al maestro.

b) En el punto a) trabajaste sobre el plano de otra escuela; ahora vas a hacer el plano de tu aula con los muebles que en ella se encuentren.

1. Buscá una hoja de papel en blanco, que no tenga renglones.
Tomá las medidas que necesites, tanto del aula como de los muebles. Para que las proporciones se conserven en el dibujo, usá una escala como la siguiente, en la que cada metro de la realidad se representa por un segmento de 1 cm.



2. Ahora hacé en otra hoja un plano de tu aula diferente usando otra escala, por ejemplo: 1 cm del dibujo representa a 25 cm de la realidad, como muestra la figura.



c) Compará tu trabajo con el de tus compañeros. Conversá con ellos sobre el tamaño de hoja que necesitaste y piensen juntos por qué un plano es más grande que el otro.


d) Resolvé en tu carpeta estas consignas y preguntas.

1. ¿En cuál de los dos planos de tu aula podés dibujar los muebles con más detalle?
2. ¿Cuál es el ancho de tu aula en la realidad? ¿Y en el plano 1:100? ¿Y en el plano 1:25?
3. ¿Cuántas veces entra el ancho del plano más pequeño en el ancho del plano más grande?
4. Calculá la razón entre las medidas de seis segmentos del plano pequeño y las correspondientes del plano más grande. Si no te acordás cómo averiguarlo, volvé a leer las características de una correspondencia directamente proporcional que viste en la unidad 2.
5. Esa razón que calculaste, ¿es una constante? ¿Podrías decir que hay una correspondencia directamente proporcional entre las medidas de los dibujos? ¿Por qué? Anotá la respuesta.

Seguramente observaste que entre las medidas de uno y otro plano hay una relación de proporcionalidad directa.

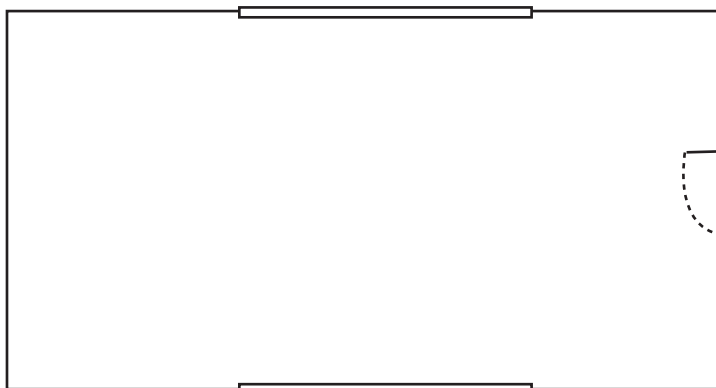
Para representar superficies o terrenos respetando las proporciones utilizamos escalas.

- La escala gráfica se representa mediante un segmento graduado.



- La escala numérica se expresa con una fracción. El numerador es la medida de una unidad en el dibujo (1 cm o 1 mm) y el denominador es la medida real sobre el terreno, con la condición de que las dos estén expresadas en la misma unidad. Por ejemplo, la escala $1:1.000.000$ ($\frac{1}{1.000.000}$) indica que si dos puntos del plano están a 1 cm de distancia, les corresponde en la realidad una distancia de 1.000.000 cm, o sea, 10 km.

e) Observá este plano de un galpón, que fue dibujado con una escala 1:250, y resolvé las consignas que se plantean a continuación.



1. Hacé los cálculos que necesites para completar en tu carpeta las siguientes expresiones. Si disponés de una calculadora hacé los cálculos con ella.

- El largo del galpón es
- El ancho del galpón es

2. ¿Qué operación hiciste para completar el punto 1?

3. Compará tus resultados con los de algún compañero.



En la actividad 1 viste que entre las medidas representadas y las reales hay una relación de proporcionalidad directa. Las escalas gráficas y las escalas numéricas muestran esa relación. En esta segunda actividad vas a calcular distancias trabajando sobre mapas.

A

2. Mapas y escalas

a) En tu carpeta poné como título: “Actividad 2. Mapas y escalas”, hacé los dibujos y escribí los cálculos que necesites para resolver las siguientes situaciones.

1. En el mapa de la Argentina, medí en centímetros la distancia entre Santa Rosa y Córdoba, y usá la escala para calcular, aproximadamente, la distancia real entre esas dos ciudades.

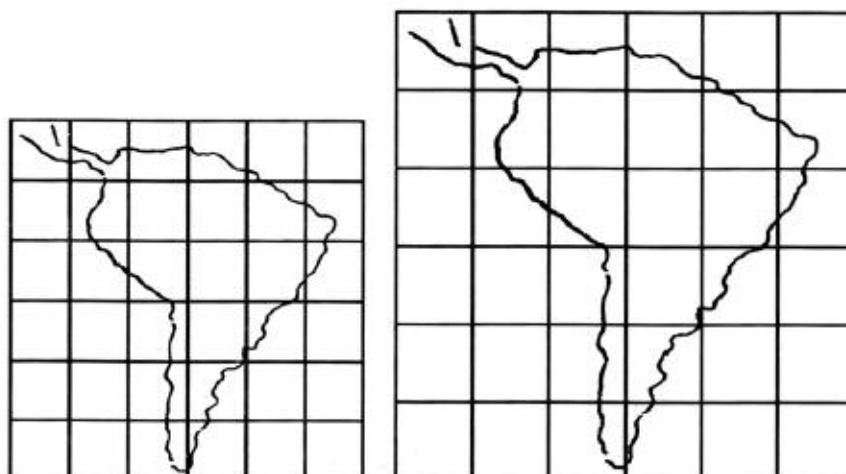
Walter Cabanillas / Agencia Córdoba Turismo



Secretaría de Turismo de la Nación



2. Calculá ahora a partir del mapa otra distancia real entre dos ciudades. En lo posible elegí dos ciudades de las cuales puedas obtener datos para verificar si tu cálculo es correcto.
3. Usá el mapa de la Argentina y calcá sobre papel transparente el contorno de tu provincia. Pegá ese calco sobre papel cuadriculado.
4. Trazá en tu carpeta una cuadrícula ampliada en la que el lado de un cuadrado sea una vez y media el del papel cuadriculado, de tal modo que a cada cuadradito del papel le corresponda un cuadrado mayor en la trama ampliada.
5. Dibujá el mapa ampliado de tu provincia, siguiendo el trazado, cuadro por cuadro, como se muestra en la figura para el mapa de Sudamérica.



6. Contestá debajo del mapa que realizaste:
 - ¿Cuál es la escala del mapa de la República Argentina sobre el que trabajaste?
 - ¿Cuál es la escala que usaste para armar el mapa de tu provincia?
7. En el mapa ampliado de tu provincia, ubicá la localidad en la que vivís. Tomá las medidas que necesites y aplicá la escala para calcular, aproximadamente, la distancia entre tu localidad y la capital de tu provincia. Anotá la respuesta debajo del mapa.

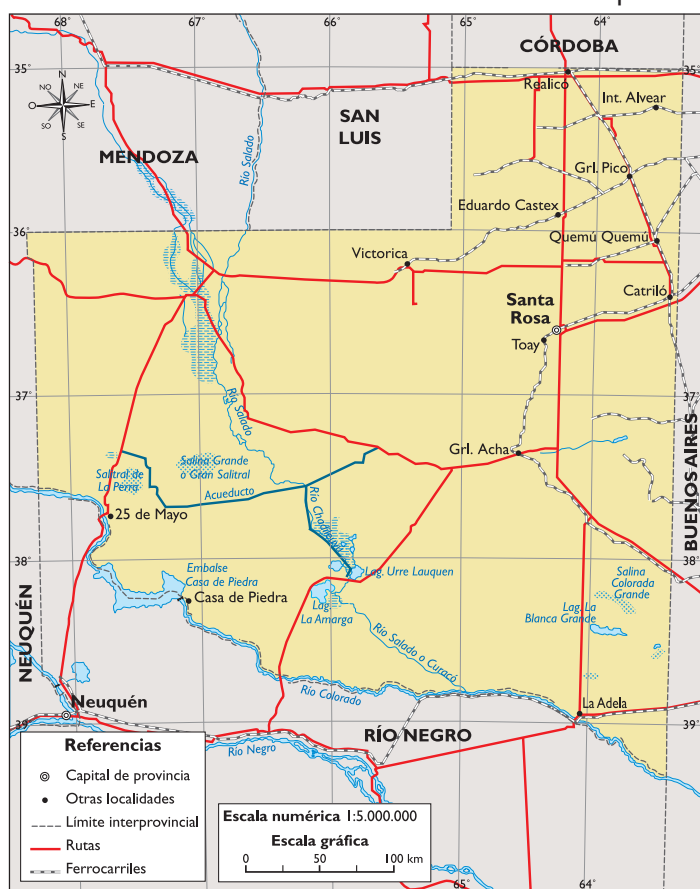
b) La distancia real entre la ciudad de Buenos Aires y la de Ushuaia es de aproximadamente 3.496 km. Como recordarás, en Matemática, la distancia entre dos puntos se mide sobre una línea recta. Representá en tu carpeta la escala gráfica que corresponde al mapa de la Argentina y escribí la escala numérica.

c) Observá los siguientes mapas de la provincia de La Pampa y escribí en tu carpeta la escala que les corresponda, indicando cada uno con un número para ordenarlos.

Escalas

- a) 1:7.400.000
- b) 1:11.000.000
- c) 1:5.000.000

Esquema 1



Esquema 2



Esquema 3



d) Escribí en tu carpeta una breve síntesis acerca de qué aprendiste sobre escalas. ¿Cómo se relacionan las escalas con la proporcionalidad directa? Leé lo que escribiste a tus compañeros y tu maestro.



En el segundo tema vas a encontrar referencias a situaciones conocidas, porque para resolver muchos aspectos de la vida cotidiana es preciso calcular porcentajes. Como este tema tiene varias actividades, volvé a consultar con tu maestro cómo organizarte para resolverlas y cuál es el tiempo disponible para completarlas. En ellas vas a tener que usar lo que sabés sobre fracciones y división de números enteros. Si tenés dudas sobre alguno de estos temas, revisá la unidad 1 o buscá los temas en manuales que encuentres en la biblioteca. Pedile ayuda a tu maestro.

TEMA 2: PORCENTAJE

En las actividades del tema 1 se pusieron en evidencia las relaciones de proporcionalidad que se aplican en la construcción e interpretación de las escalas de mapas y planos. En las actividades que siguen abordarás otra aplicación de la proporcionalidad directa: el cálculo de porcentajes.

Cuando en una situación particular a la totalidad considerada se le atribuye un valor cien, hablamos de **porcentaje**. Usamos esta noción en muchas situaciones de la vida diaria cuando las partes se expresan en el tanto por ciento correspondiente.

Por ejemplo, cuando se trata de preparar una mezcla de pintura con un cuarto de color rojo y tres cuartos de color amarillo y se expresa por fracciones del total sobre 100 partes iguales, se habla de “tanto por ciento” o “porcentaje”. No importa si se prepara un balde o una lata pequeña, siempre $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ vale decir, el 25% (se lee veinticinco por ciento) corresponde al rojo y el 75% restante de pintura al amarillo.

A 3. La proporción en las mezclas

Muchos productos se elaboran combinando materia prima de distintas calidades o tratada con diferentes procedimientos. Tal es el caso de las mezclas para obtener diferentes tipos de café. Comercialmente, a cada tipo de café corresponde una mezcla de cantidades determinadas de distintos granos y hay que mantener esa misma proporción al elaborar cualquier cantidad de ese tipo de café. Como ves, la proporcionalidad también está presente en este caso.

a) Leé detenidamente el texto que sigue y resolvé en tu carpeta la consigna que está al final.

Una mezcla de café contiene granos de dos clases: granos tostados sin azúcar y granos tostados con azúcar. Si tenés oportunidad de ver alguna mezcla de café, podrás reconocer los granos tostados sin azúcar por su color claro y los granos tostados con azúcar por su color oscuro. Para obtener distintos sabores, los distribuidores combinan diferentes cantidades de las dos clases.

Una manera de indicar en qué proporción están mezclados los granos de las dos clases distintas consiste en decir, por cada 100 granos, cuántos son de una clase y cuántos son de otra. Así:

Por cada 100 granos		
	Con azúcar	Sin azúcar
MEZCLA A	0	100
MEZCLA B	20	80
MEZCLA C	65	35
MEZCLA D	50	50

Otra forma de indicar la composición de la mezcla consiste en decir “por ciento” (y queda sobrentendido que es lo que corresponde por cada 100 granos):

Por cada 100 granos		
	Con azúcar	Sin azúcar
MEZCLA A	0 por ciento	100 por ciento
MEZCLA B	20 por ciento	80 por ciento
MEZCLA C	65 por ciento	35 por ciento
MEZCLA D	50 por ciento	50 por ciento

Como es de esperar, la suma de las cantidades es siempre 100. Cien “por ciento” equivale al total. Cincuenta “por ciento” equivale a la mitad. En símbolos, “por ciento” se indica con %.

Por ejemplo: la mezcla C contiene 65% de granos tostados con azúcar y 35% de granos tostados sin azúcar.

La proporción entre los granos con azúcar y sin ella se mantiene para cualquier cantidad de granos de la misma mezcla.

b) ¿Cuántos granos de cada clase corresponden a 200 granos de la mezcla B? ¿Y a 300 y a 450 granos? No te olvides de escribir los cálculos que tuviste que hacer para responder las preguntas.

c) Copiá estas tablas en tu carpeta y luego completalas con los valores correspondientes a las mezclas C y D.

MEZCLA C		
Cantidad total de granos	Cantidad de granos con azúcar	Cantidad de granos sin azúcar
200		
300		
450		
520		

MEZCLA D		
Cantidad total de granos	Cantidad de granos con azúcar	Cantidad de granos sin azúcar
200		
300		
450		
520		

Habrás visto que al completar las tablas usaste el “tanto por ciento” o el porcentaje como una **correspondencia de proporcionalidad directa**.

A 4. Ampliaciones y reducciones

En esta actividad vas a trabajar sobre otros ejemplos de porcentaje y proporcionalidad.

Tal vez leyendo alguna información hayas encontrado el signo % después de un número tal como aparece en la publicidad que se reproduce en esta página.

Para comprender lo que anuncia este aviso de fotocopiadoras, hay que analizar uno a uno los datos que ofrece. Por ejemplo, “AMPLÍE” y “REDUZCA” son palabras que nos informan acerca de lo que esta máquina es capaz de hacer: copiar aumentando o disminuyendo el área.

Pero ¿qué significa ampliar al 200%? ¿Y reducir al 50%? Vas a poder responder esas preguntas después de realizar las tareas siguientes.

a) Trabajá en tu carpeta. Respondé las preguntas siguientes:

1. ¿Qué nombre y qué símbolo tiene un cuadradito de 1 cm de lado?
2. ¿Cuántos cuadraditos de 1 cm de lado contiene el decímetro cuadrado?
3. Si necesitás hacer la prueba, dibujá los cuadraditos cuidando de medir con la mayor precisión y respondé: en la mitad de un decímetro cuadrado, ¿cuántos cuadraditos de 1 cm² hay?, ¿y en la cuarta parte?, ¿y en la quinta parte?
4. ¿Qué parte del decímetro cuadrado es uno de los cuadraditos de 1 cm de lado?

b) Después de este trabajo con las unidades de superficie estás en condiciones de analizar el caso del aviso de la máquina fotocopiadora. Ahora se trata de ver cómo se interpretan la reducción y la ampliación de una hoja de papel medidas por el tanto por ciento.

AMPLÍE AL 200%
REDUZCA AL 50%

Las mayores prestaciones
en el menor espacio



- 15 copias por minuto
- Zoom 50 al 200%
- Admite originales doble carta (30 x 43 cm)
- Copias de alta resolución

EP 2152

Calculá la medida de la superficie de las siguientes hojas, registrarlas en tu carpeta y respondé las preguntas que siguen:

- Hoja 1: 60 cm x 40 cm.
- Hoja 2: 30 cm x 20 cm.
- Hoja 3: 120 cm x 80 cm.

1. ¿Cuántos cm^2 abarca $\frac{1}{100}$ de la hoja 1?
2. ¿Qué parte de la hoja 1 es la hoja 2?
3. ¿Que porcentaje de la hoja 1 es la hoja 2?
4. Observá que la hoja 3 es mayor que la 1. Indicá qué porcentaje de la hoja 1 es la hoja 3.
5. ¿Cuál de las referencias que siguen corresponde a cada una de las hojas?
 - Hoja 25%.
 - Hoja 100%.
 - Hoja 400%.
6. ¿Qué hoja es la unidad? ¿Cuál es una reducción de la unidad? ¿Cuál es una ampliación?

c) Veamos cómo interpretar el aviso de la máquina fotocopidora: se indica que un original puede llegar a tener 30 cm de ancho y 43 cm de largo.

1. ¿Qué área tiene una hoja de esas medidas?
2. ¿Qué área debe tener la hoja aumentada al 200%?
3. ¿Y la reducida al 50%?

d) Si disponés de una calculadora, usala para comprobar que si la hoja tiene 42,4 cm x 60,8 cm su área es aproximadamente de 2.580 cm^2 , y que si tiene 21,2 cm x 30,4 cm, su área es aproximadamente de 645 cm^2 .

e) Dibujá en una hoja grande de papel afiche los siguientes rectángulos:

- 30 cm x 43 cm
- 42,4 cm x 60,8 cm
- 21,2 cm x 30,4 cm

1. Aproximadamente, el original y las copias que menciona el aviso tienen esas dimensiones. Explicá su significado debajo de cada uno, para que otros puedan saber de qué se trata.
2. Ponele un título y colgá el afiche en la pared del aula.



Consultá con tu maestro si vas a resolver la actividad **f)** o seguís avanzando con las posteriores.

f) En una calculadora con tecla $\%$ aparecen las siguientes instrucciones.

- Para hallar el 20% de 150; o sea $150 \times \frac{20}{100}$:

1 5 0 x 2 0 % =

- Para aumentarle 20% a 150; o sea $150 + 20\%$ de 150:

1 5 0 + 2 0 % =

- Para quitarle 20% a 150; o sea $150 - 20\%$ de 150:

1 5 0 - 2 0 % =

g) Explorá una calculadora siguiendo estas instrucciones y registrá en tu carpeta todo lo que observes.

h) Este es un buen momento para pensar en expresiones de la vida cotidiana. Respondé en tu carpeta: ¿cómo aumentan o disminuyen las cantidades en estos casos?

- “El precio del trigo subió un 2%.”
- “El comerciante hace un 15% de descuento.”
- “La población aumentó en un 0,8%”.

i) Copiá en tu carpeta las siguientes tablas y completalas con cuatro datos que sean posibles, por ejemplo, \$340 para una tonelada de trigo o \$86 para un artículo que vende un comerciante, y calculá lo que resulta después de la transformación. Conversá con el maestro sobre los resultados.

Precio del trigo	
Antes del aumento	Después del aumento
Pesos por tonelada	Pesos por tonelada

Descuento del comerciante	
Precio sin descuento	Precio con descuento
Pesos	Pesos

Aumento de la población	
Población antes del aumento	Población después del aumento
Habitantes	Habitantes
135.000	135.675



Si disponés de una calculadora, podés realizar la actividad que sigue, si no, consultá con tu maestro si pasás directamente a la actividad 6.



5. La utilidad de calcular e interpretar porcentajes

a) En las informaciones que publican libros y periódicos es frecuente encontrar expresiones referidas a porcentaje. Leé el siguiente párrafo del libro *Cálculos en agricultura y horticultura*, de G. Boatfield e I. Hamilton y respondé en tu carpeta las preguntas que están a continuación.

“No todas las semillas sembradas germinarán o emergerán, ya sea por ser infértiles o por no haber sido enterradas correctamente (demasiado profunda o superficialmente, en tierra demasiado húmeda o seca). Algunas son sacadas por pájaros o por insectos nocivos, y en las siembras de otoño habrá algunos casos de muerte invernal de plantas debido a las rigurosas condiciones del clima y otros riesgos.

La mayoría de las semillas vendidas en este país tiene un porcentaje de germinación garantido, por ejemplo: 95% de germinación, lo que significa que hasta un 5% de las semillas pueden no germinar. A medida que el sembrado va creciendo, puede esperarse una pérdida ulterior de alrededor de 7,5% de lo originalmente sembrado; esto es lo conocido como pérdida por siembra.”

1. ¿Cómo interpretarás la expresión “5% de las semillas pueden no germinar?” ¿Y la expresión “pérdida de alrededor de 7,5% de lo originalmente sembrado”? Explicá con tus palabras el significado.
2. Si un agricultor siembra 500 semillas por metro cuadrado, ¿qué rendimiento puede esperar, teniendo en cuenta las pérdidas que se mencionan en el texto citado? Resolvé y mostrá cómo averiguaste los resultados.

b) Leé la siguiente situación y resolvé las preguntas que hay a continuación.

Los resultados de las pruebas de Matemática que se tomaron en una escuela a alumnos de 1° a 7° fueron los siguientes.

	Niños	Niñas	Total
Aprobados	89	73	162
No aprobados	8	10	18
Ausentes	6	8	14
Total	103	91	194

Cuando se enteraron, los alumnos de 7° hicieron las cuentas con sus calculadoras y comentaron:

- Hay mucha diferencia entre mujeres y varones: aprobó el 50% de las niñas y el 40% de los varones.
- No estoy de acuerdo; yo veo que el 80% de los varones aprobaron.
- Mis resultados dan otra cosa: 38% para los varones y 46% para las chicas, o sea, una diferencia del 8%.

Pero una alumna preguntó:

—No puede haber tantas diferencias. ¿Sobre qué total hicieron los cálculos?

La pregunta de la última alumna se debe a que los chicos hablan del porcentaje sin indicar cuál es el total al que se refieren: el de los alumnos que dieron examen; el de los niños, el de las niñas o el de todos los alumnos de la escuela.

1. Tomá la calculadora y tratá de responder la pregunta de la última alumna.
2. Escribí los resultados en tu carpeta. No olvides que los chicos pueden estar dando cifras redondeadas; es decir, sólo la parte entera, sin los decimales.



Las dos actividades que siguen, 6 y 7, te permitirán aplicar lo que aprendiste sobre escalas y porcentajes en esta unidad y, al mismo tiempo, comprobar cuánto sabés ahora sobre estos temas.

A 6. Lo grande y lo pequeño

a) Copiá en tu carpeta dos tablas como las siguientes y completalas.

1. Escribí en metros la longitud real que representan 1 cm y 1 mm del papel, en cada una de las siguientes escalas.

Escala	1:1	1:100	1:1.000	1:5.000	1:10	1:10 ⁴	1:10 ⁶
1 cm	0,01 m	1 m					
1 mm							

2. La siguiente tabla relaciona el tamaño real de un objeto con el tamaño de un dibujo de ese objeto y la escala en la que fue realizado. Completá en cada caso el cuadro correspondiente.

Objeto	Gato	Tanque de agua	Jardín	Sol	Ciudad	Insecto
Tamaño real	50 cm de largo	1 m de altura			10 km de largo	0,5 mm
Tamaño en el dibujo		5 cm	25 cm de fondo	4 cm de diámetro		5 cm de largo
Escala	1:10		1:50	1:0,00025	1:40.000	



b) A veces se usan escalas que reducen el tamaño del objeto a representar y otras lo amplían. A partir de lo que completaste, pensá las respuestas a las siguientes preguntas y conversá con tus compañeros y tu maestro acerca de tus conclusiones.

1. ¿Qué caracteriza los valores numéricos de las escalas de ampliación?
2. ¿Qué caracteriza los valores de las escalas que reducen el tamaño del objeto?



7. El porcentaje en situaciones cotidianas

a) Resolvé las siguientes situaciones de la vida diaria con porcentajes.

1. El precio de una mercadería es de \$46. Este precio sufre un recargo por IVA del 21% y después otro recargo de 2% por transporte.
 - ¿Cuál es el precio final de la mercadería?
 - ¿Cuál fue el aumento total?
 - El aumento que se le aplicó, ¿a qué porcentaje del precio inicial corresponde?
2. En la Puna jujeña, la mina El Aguilar desarrolla una intensa actividad desde hace más de 60 años. Produce aproximadamente 37.500 toneladas mensuales de mineral y 14.000 toneladas de “colas” o residuo. Por cada tonelada de mineral se obtienen 77 toneladas de plata, 6,55% de cinc y 3,46% de plomo.
 - ¿Qué porcentaje de lo que se extrae de la montaña corresponde al mineral y qué porcentaje a los residuos?
 - ¿Cuántos kilogramos de plata se producen en un mes?
 - ¿Cuántos kilogramos de cinc y de plomo produce la mina mensualmente?
3. En un diario se publica este descuento para anunciantes de empresas pequeñas.

✦ PUBLICANDO MARTES Y VIERNES,
EL DESCUENTO SERÁ DEL 15%

PUBLICANDO
MARTES, VIERNES Y SÁBADO,
EL DESCUENTO SERÁ DEL **20%**

Se desea repetir un aviso que, publicado el lunes; costó \$400.

- ¿Cuánto costará publicarlo según las ofertas de dos y de tres días?
- ¿De cuánto sería el ahorro en cada caso?
- ¿Da lo mismo calcular el descuento por día que sobre el total de dos o tres días?

4. La segunda semana de agosto de 1996, se anunció un aumento del gasoil de 12 centavos por litro, que significa un aumento del 46% sobre el precio anterior. ¿Cuál es el precio que tenía el litro de gasoil antes del aumento?

Para finalizar

En esta unidad trabajaste con escalas y porcentajes.

Viste que las escalas se utilizan para representar objetos de la realidad que por sus dimensiones no pueden dibujarse en tamaño real. En algunos casos se usan escalas que reducen (expresadas con razones menores que uno) y en otros, que amplían (expresadas con razones mayores que uno). Escribiste las escalas como la constante de proporcionalidad directa que existe entre la medida de la longitud de la representación y la medida de la longitud del objeto representado, cuidando que las dos estén tomadas en la misma unidad. Por ejemplo, si en un plano la escala es 1: 200.000, o sea $\frac{1}{200.000}$, esto significa que lo que mide 1 cm en el dibujo tiene 200.000 cm en la realidad, y un sendero de 400 m, en el plano, tiene 2 mm, ya que $400 \text{ m} = 400.000 \text{ mm}$ y tomar $\frac{1}{200.000}$ de 400.000 es $\frac{1}{200.000} \times 400.000 = 2$.

Aprendiste que cuando tomamos un todo unitario y le asignamos el valor 100, expresamos las partes de ese todo, como los correspondientes numeradores de las fracciones de denominador 100 que son equivalentes a esas partes. Por eso hablamos de tanto por ciento. En lugar de decir la quinta parte pensamos en $\frac{20}{100}$ y hablamos del 20%. Es decir que dar un porcentaje es dar una fracción con denominador 100 que muestra una relación de proporcionalidad directa.

En los ejemplos analizados en las actividades: 65% de granos tostados con azúcar significa que por cada 100 granos, 65 están tostados con azúcar, o sea $\frac{65}{100}$ de la mezcla son granos tostados con azúcar. Una hoja reducida al 25% es una hoja que abarca $\frac{25}{100}$ de la superficie de la hoja original; es equivalente a $\frac{1}{4}$ de ella.



Esperamos que lo que estudiaste te ayude a resolver situaciones y decodificar las muchas informaciones que habitualmente te llegan expresadas tal como aprendiste en esta unidad.

Como siempre, al finalizar la unidad, encontrarás problemas para seguir desarrollando tu pensamiento matemático. Hablá con tu maestro para ver cuándo los vas a ir resolviendo.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Las pesas

Claude Gaspar Bachet de Méziriac (1581-1638), considerado en su época el hombre más sabio de toda Francia, era un lingüista brillante, poeta y estudioso de los clásicos. A Bachet le apasionaban los acertijos matemáticos. Su primera publicación fue una compilación de acertijos: *Problèmes plaisans et délectables qui se font par les nombres* (*Entretenidos problemas que se plantean con los números*) publicada en 1612. En este libro Bachet propone el problema de las pesas, cuyo enunciado es el siguiente:

═══════════ * ═══════════

Un mercader tenía una pesa de 40 kg que al caer al piso se rompió y se dividió en 4 partes desiguales. Llevó estos pesos a una balanza y comprobó que cada uno tenía un peso que era igual a un número entero de kilogramos y al emplearlas para pesar observó que con estas 4 pesas podía pesar cargas de objetos cuyo peso fuera un número entero cualquiera de kilogramos entre 1 y 40. ¿Cuántos kilogramos pesa cada una de las 4 pesas?

Resolvé el acertijo.

Una cuestión importante es que las pesas pueden colocarse tanto en el platillo de las pesas como en el platillo de las cargas de modo que se pueden sumar o restar al peso de los objetos a pesar.

2. Clavijas alineadas

En un tablero de madera hay 11 agujeros alineados. El central está vacío y hay 5 clavijas negras a la izquierda y 5 clavijas blancas a la derecha.

El desafío consiste en intercambiar de lugar las clavijas, pero en cada paso sólo se puede mover una clavija a un agujero vacío contiguo o saltar sobre una sola clavija a un agujero vacío; ¿es posible hacer el intercambio? ¿Por qué?

3. Los días

1. ¿En qué día de la semana será (o fue) tu cumpleaños de este año? ¿En qué día de la semana será el año próximo? ¿Por qué?
2. En cierto mes, tres domingos son días pares. ¿Qué día de la semana será el 15 de ese mes?

4. Todos unos

Al multiplicar 12.345.679 por un número de una cifra, se obtiene otro número cuyas cifras son todos unos. ¿Por qué número se multiplicó?

A través de esta unidad te acercarán a una forma particular de analizar la información que se construye a partir de cantidades y datos numéricos, es decir, informaciones cuantitativas. En la unidad 4 del Cuaderno de Estudio 1 *Ciencias Sociales* se estudian diferentes aspectos de la población del mundo considerando datos cuantitativos: el número total de habitantes, la cantidad de ellos que son varones o mujeres, cuántos nacieron en el lugar donde viven y cuántos no. Por otra parte, en muchas profesiones es necesario disponer de información sobre sucesos que ocurrieron en el pasado para fundamentar las decisiones que se tomen hacia el futuro.

Pensá, por ejemplo, en la situación que podría ocurrirle a un fabricante de ropa. Cada vez que inicia una nueva etapa de producción necesita tener datos acerca de las ventas anteriores: cuántas prendas quedaron sin vender, qué talles fueron los más vendidos y muchos otros datos que le permitirán decidir cuántas prendas confeccionará para la siguiente temporada. Esos datos le resultarán útiles si contienen información sobre la mayor cantidad posible de casos.

Para disponer de información como la que necesitaría el fabricante de ropa, hay que utilizar diferentes procedimientos que consisten en recoger, clasificar, resumir, analizar datos y elaborar conclusiones a partir de ellos. Estos son los temas de los que se ocupa la Estadística. La información recogida de esta manera permite estudiar el comportamiento de alguna característica de cierto conjunto que se denomina población o universo y esa información se reúne en tablas o series estadísticas y se muestra en forma de gráficos u otro tipo de representaciones.

Con la producción de esas herramientas de información, la Estadística contribuye al estudio de algunos problemas que afectan a gran número de personas, como el control de las enfermedades o la disminución de las superficies forestadas.

En esta unidad se presentan algunas nociones de Estadística que te permitirán:

- Interpretar la información presentada en tablas y gráficos que aparece en libros y periódicos.
- Calcular y comunicar información numérica de manera adecuada.
- Aplicar conocimientos matemáticos a otras ciencias como las Ciencias Sociales y Naturales.



1. Préstamo de libros

Para iniciar tu contacto con las nociones de Estadística y con su aplicación a distintas situaciones de la vida cotidiana, tomarás como ejemplo la organización de la información sobre el movimiento de libros en una biblioteca escolar.

a) Leé el siguiente caso:

En la escuela de Marisa se prestan, a domicilio, los libros de la biblioteca. Algunos chicos piden libros por un día, otros se prestan por dos o tres días o por una semana.

Los préstamos se anotan en un cuaderno donde se escribe el nombre del libro, el nombre del alumno que lo recibe en préstamo, la fecha, el número de días por el que se lo lleva y la fecha en que lo devuelve. En el cuaderno la información está organizada en un cuadro como este:

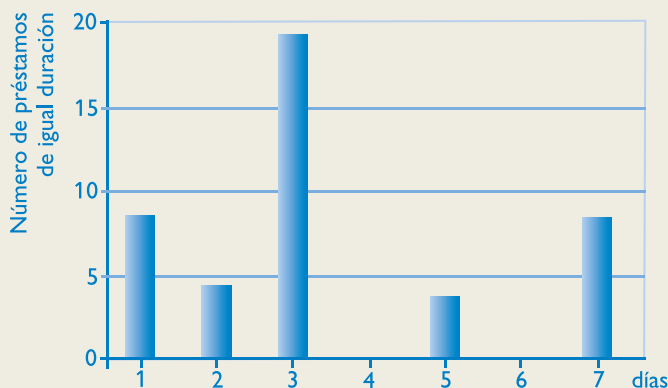
Nombre del libro	Alumno	Fecha de préstamo	Fecha de devolución	Cantidad de días

Hasta el momento, la tarea es realizada por un alumno en forma rotativa, pero como esta tarea implica disponer de mucho tiempo, la maestra de Marisa está pensando en la conveniencia de nombrar un ayudante para manejar los préstamos y registrarlos en el cuaderno. Antes de tomar esa decisión revisó los registros de préstamos anotados y armó una tabla. En la columna de la izquierda puso el número de días por el que se hicieron los préstamos y en la de la derecha, la cantidad de préstamos que tuvieron la misma duración.

La tabla le quedó así:

Duración del préstamo (variable)	Número de préstamos de la misma duración (frecuencia)
Un día	8
Dos días	4
Tres días	19
Cinco días	3
Siete días	8

Después, pensó en una forma de comparar gráficamente la relación entre la cantidad de préstamos y los días de duración. Para representarlo hizo el gráfico que corresponde a la tabla.



El gráfico de barras muestra para cada valor de la variable en estudio (en este caso “Duración del préstamo”) un rectángulo cuya altura es proporcional a la frecuencia con que aparece cada valor y cuya base es el número de días de duración del préstamo.



- Se llama **variable** a una característica que se quiere estudiar y que puede variar por algún motivo, es decir que puede tener distintos “valores”.
 - Se llama **frecuencia** a la cantidad de casos que se registran para cada valor de la variable.
- En Estadística se llama **tabla de frecuencias** a la tabla donde se registra el número de veces que aparece un mismo dato.

En el ejemplo de la biblioteca, la frecuencia es el número de veces que se prestaron libros por el mismo número de días y que figura en la segunda columna de la tabla.

b) Observá nuevamente la tabla de frecuencias y el gráfico de barras y respondé en tu carpeta las siguientes preguntas. Poné como título “Préstamo de libros”.

1. ¿Cuántos libros se devolvieron al día siguiente de llevarlos?
2. ¿Cuántos libros se prestaron por una semana?
3. ¿Cuál es la duración de los préstamos que tiene la mayor frecuencia?
4. ¿Por qué creés que hay tantos préstamos que se hacen por esa cantidad de días?
5. Revisando el cuaderno de préstamos, la maestra vio que casi todos los pedidos por tres días correspondían a los viernes y pensó que era necesario un ayudante para controlar los préstamos y las devoluciones. ¿Creés que el ayudante tendría que colaborar todos los días de la semana o sólo algunos? ¿Por qué?



c) Comentá con tu maestro y tus compañeros tus respuestas a las preguntas del punto anterior.



En esta segunda actividad, vas a trabajar con los datos de una tabla que puede ser útil para organizar la información que se requiere en un análisis estadístico y vas a calcular un valor importante en estos casos: la moda.



2. La moda

a) Leé la siguiente situación.

Un fabricante de zapatillas para jóvenes necesita organizar su futura producción. Quiere saber el número de calzado del que le conviene fabricar mayor cantidad de pares de zapatillas.

Al fabricante le informan que puede recurrir a una tabla de valores en la que se encuentra registrada la mayor cantidad de estudiantes que usan un mismo número de calzado. En este caso la tabla corresponde a 1.000 entrevistados.

En estudios de este tipo no se puede entrevistar a toda una población porque implicaría entrevistar a demasiada gente y resultaría muy costoso. Por eso se han creado métodos estadísticos que permiten elegir una **muestra**, es decir, sólo una parte representativa del total de la población, suficientemente confiable para “mostrar” cómo está formada esa población. Por ejemplo, en este caso, la muestra fue un grupo de 1.000 estudiantes.

En la primera fila de la tabla está el número del calzado que usan las personas encuestadas que pertenecen a la muestra de la población de jóvenes y en la segunda fila el número de esas personas que usa cada tamaño de calzado, vale decir, la frecuencia con la que aparece ese tamaño en los 1.000 estudiantes a los que se les preguntó por su número de zapatillas.

Número de calzado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Frecuencia	10	17	32	52	120	160	180	200	120	60	34	12	3

b) Vas a construir ahora un gráfico de barras con los datos de esta tabla. Para ello te será de ayuda volver a mirar el ejemplo de la biblioteca. Trabajá en tu carpeta o en una hoja de papel cuadriculado. Poné como título “La moda” y seguí las instrucciones.

1. Trazá una semirrecta horizontal y otra vertical con el mismo origen.
2. Escribí los números de calzado, del 34 al 46, debajo de la semirrecta horizontal, separados por 1 cm.
3. Sobre la semirrecta vertical poné los números que corresponden a las frecuencias. Te proponemos que uses una escala 1:10, es decir, 1 cm cada 10 personas, u otra que te parezca conveniente.
4. Pintá una barra vertical para la frecuencia de cada número de calzado.



Se llama *gráfico de barras* a aquel gráfico que para cada valor de la variable en estudio muestra un rectángulo con base en una línea con los valores considerados y altura proporcional a la frecuencia.

c) Observá el gráfico que dibujaste y respondé:

1. ¿Qué número de calzado aparece con mayor frecuencia?
2. Si tuvieras que aconsejar al fabricante, ¿de qué número le convendría producir la mayor cantidad de zapatillas?

Ya viste que las tablas y los gráficos estadísticos contienen todos los valores de la muestra que se estudió, desde el más elevado al más pequeño. Como es mucha información, en general se busca un solo número que sirva para describir mejor la población estudiada. Los números que pueden cumplir esa función se llaman “valores centrales”. Uno de ellos es el valor que aparece con mayor frecuencia, denominado **moda**. Cuando se han organizado los datos en un gráfico de barras se puede ver claramente cuál es la moda en esa colección, porque está representado por la barra de mayor altura.



El dato que corresponde a la mayor frecuencia se llama **moda**. Si en una muestra hay más de un dato con la mayor frecuencia, hay más de una moda.

En este caso, la mayor de las frecuencias es 200 y corresponde al número de estudiantes que usan calzado 41; es decir que el calzado 41 es la moda. Entonces, conociendo este valor, el fabricante sabe el número del que seguramente se venderá mayor cantidad de zapatillas y, por lo tanto, de qué medida tiene que fabricar más pares.

d) En la actividad 1 trabajaste sobre los libros de una biblioteca escolar; en ese caso, ¿cuál fue la moda en la duración de los préstamos?



Además de la moda, hay otras medidas de posición que son “valores centrales” de una muestra y estos valores facilitan obtener información sobre una serie de datos mediante un único número; son ellos el promedio y la mediana.

Antes de avanzar en su estudio verás la importancia de calcular la frecuencia relativa de un dato para tomar decisiones lo más acertadas posible.

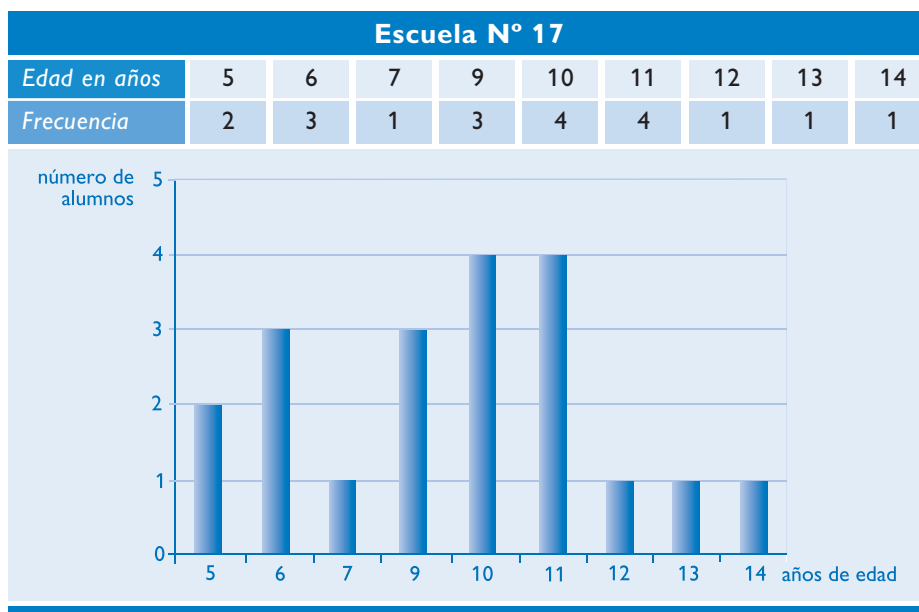


3. Frecuencia relativa

La observación de las tablas permite descubrir las características de diferentes poblaciones.

a) Leé estas tablas con las edades de los niños de las escuelas de Juana y de Dardo y observá los gráficos correspondientes.





b) Copiá las preguntas que siguen y respondélas en tu carpeta. Poné como título “Frecuencia relativa”.

1. ¿Cuántos alumnos asisten a cada escuela?; ¿cómo encontraste la respuesta?
2. ¿Cuál es la moda para las edades en cada escuela?; ¿dónde encontraste la moda?
3. Si se pueden comprar solamente 10 libros para cada escuela y se decide que 2 de esos libros sean para los niños de 5 años, ¿creés que es una buena decisión para la compra en las dos escuelas? ¿Por qué?

c) Leé la siguiente información que permite profundizar lo que estudiaste.

La frecuencia con la que aparece un dato muestra alguna característica del conjunto que se estudia. Pero es importante relacionar esta frecuencia con el total de datos recogidos para descubrir en qué relación se encuentran.



El cociente entre la frecuencia y el número total de datos se llama **frecuencia relativa**. Este número muestra en qué proporción se repite cada dato respecto del total. La frecuencia relativa se puede anotar como un porcentaje.

Por ejemplo:

- Para los alumnos de la Escuela N° 15 del Nivel Inicial (5 años), la frecuencia relativa se calcula:

$$\frac{\text{frecuencia}}{\text{total de datos}} = \frac{2}{10} = 0,20; \text{ o sea, frecuencia relativa} = 20\%.$$

- Para los alumnos de la Escuela N° 17 del Nivel Inicial (5 años), la frecuencia relativa se calcula:

$$\frac{\text{frecuencia}}{\text{total de datos}} = \frac{2}{20} = 0,10; \text{ o sea, frecuencia relativa} = 10\%.$$

Aunque la cantidad de alumnos del Nivel Inicial es la misma en las dos escuelas, en la N° 15 representa el 20%; en cambio, en la Escuela N° 17 es sólo el 10%, o sea la mitad que en la otra escuela. Por eso lo que podría ser una compra adecuada para una escuela no lo sería para la otra.



Ya sabés cómo encontrar la moda de una serie de datos. Seguramente en alguna oportunidad calculaste un promedio. En la actividad que sigue vas a retomar el estudio de los valores centrales de una muestra. Además de la moda y el promedio aprenderás a determinar la mediana de una serie y descubrirás la utilidad de cada uno de esos datos.



4. El promedio y la mediana

Es posible que hayas escuchado hablar de “promedios” asociados a las calificaciones escolares. Por ejemplo, cuando el maestro toma una prueba, puede sacar el promedio entre las notas de todos los alumnos. También un agricultor puede estar interesado en conocer el promedio de la cantidad de lluvia que cae o el número de días de sol que hay en determinado lugar en un año. ¿Cómo se obtiene un promedio y para qué sirve saberlo? Un ejemplo podría ser averiguar cuál es la cantidad “promedio” de días de sol que es probable que haya en tu localidad a lo largo de un año, para prever el uso de un panel de energía solar. Una alternativa sería considerar los datos del número de días de sol que hubo en cada uno de los últimos 10 años; esos datos son diferentes para cada año, pero si los sumás todos y dividís el resultado por 10, obtenés el promedio, es decir, el valor que te permite saber lo que necesitás.

- a)** En esta actividad, para calcular el promedio de las edades de los estudiantes de una escuela tenés que sumar las edades de todos los alumnos y dividir el total obtenido por la cantidad de alumnos. Respondé en tu carpeta:
1. ¿Cuál es el promedio de edad en las escuelas N° 15 y N° 17 de la actividad 3? ¿Corresponde a la edad de alguno de los alumnos?
 2. Compará los promedios de las edades de los alumnos de cada escuela. Seguramente notarás que casi no hay diferencia. ¿Eso quiere decir que los chicos que asisten a las dos escuelas tienen edades parecidas? ¿Por qué?
 3. Revisá con tus compañeros la respuesta a esta última pregunta. Lean después el texto que sigue donde se vuelve a considerar el tema.

En el caso analizado, seguramente calculaste el promedio o media de las edades de los niños de la Escuela N° 15 de este modo:

$$\frac{5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 11 + 13 + 13 + 13 + 14}{10} = 9,3$$

Como habrás observado, si bien el promedio de edades de los alumnos de la Escuela N°15 es mayor que 9 años y menor que 10, ninguno de los alumnos tiene esa edad.

En el caso de los alumnos de la Escuela N° 17, el cálculo del promedio se puede hacer con la siguiente cuenta:

$$(5 \times 2 + 6 \times 3 + 7 \times 1 + 9 \times 3 + 10 \times 4 + 11 \times 4 + 12 \times 1 + 13 \times 1 + 14 \times 1) : 20 = 9,25$$

Aunque los promedios son bastante parecidos para las dos escuelas eso no significa que las edades de los alumnos sean similares ni que el promedio corresponda a la edad de algún alumno.

El **promedio** o **media aritmética** es el valor central más utilizado en los trabajos de Estadística debido a la facilidad de su cálculo y la inmediata interpretación de su significado. Lo más valioso del promedio es que para calcularlo se utilizan todos los valores de la serie; al ser considerados todos, no se pierde ninguna información.

En cambio, en algunos casos, conviene establecer cuál es el valor que corresponde al centro de la serie, es decir, aquel dato que está exactamente en el lugar del medio. De tal modo este valor central, llamado mediana, separa la serie en dos partes de igual número de términos.



El **promedio** o **media aritmética** de un conjunto de datos numéricos es la suma de esos datos dividida por la cantidad de sumandos.



El valor ubicado en el centro de una serie de datos recibe el nombre de **mediana**.

Volviendo al ejemplo de las zapatillas de la actividad 2, los estudiantes encuestados fueron 1.000, y la mediana de esa muestra es 40 porque, como se trata de un número par, los que ocupan el lugar central son los encuestados en el lugar 500 y el 501, calzan el 40 y tienen a 498 jóvenes que calzan menos que 40 y 498 que calzan más.

b) Ahora vas a revisar los conceptos de moda, promedio y mediana. Respondé en tu carpeta:

1. En la actividad 3, en el caso de las edades de los alumnos de la Escuela N° 15, ¿cuál es la mediana? ¿Coincide con la moda?
2. ¿Y cuál es la mediana en las edades de los alumnos de la Escuela N° 17? ¿Coincide con la moda?
3. En el caso de los préstamos de libros de la actividad 1, ¿qué número de días corresponde a la mediana? Para tomar la decisión de nombrar o no un ayudante, ¿tiene sentido calcular el promedio?

En síntesis, a través de estas actividades aprendiste a calcular la media aritmética o promedio, la moda y la mediana, que en términos estadísticos se denominan **valores centrales** y representan la serie de datos que se considera. En los tres casos se trata de valores numéricos pero tienen distinta aplicación.

El **promedio** o **media aritmética** es el valor central más utilizado en los trabajos de Estadística debido a la inmediata interpretación de su significado y a la facilidad de su cálculo que resulta de considerar todos los valores de la serie.

Sin embargo, en algunos casos, el valor del promedio puede estar fuertemente influido por los valores extremos de la serie en estudio. Esto ocurre cuando esos valores extremos están muy alejados del promedio. Por ejemplo, en una familia donde la abuela tiene 78 años, la madre 40, el padre 45, la tía 43 y los hijos 5, 8 y 11, los extremos que son 5 y 78 años están muy alejados del promedio que es de 33 años. En este caso, el promedio de edades de los miembros de esa familia carece de representatividad.

La **mediana** y la **moda** no dependen de todos los valores particulares como en el caso del promedio, sino del orden en que aparecen, y resultan de gran interés porque tienen un significado claro que las hace útiles al estudiar la estructura de la serie.



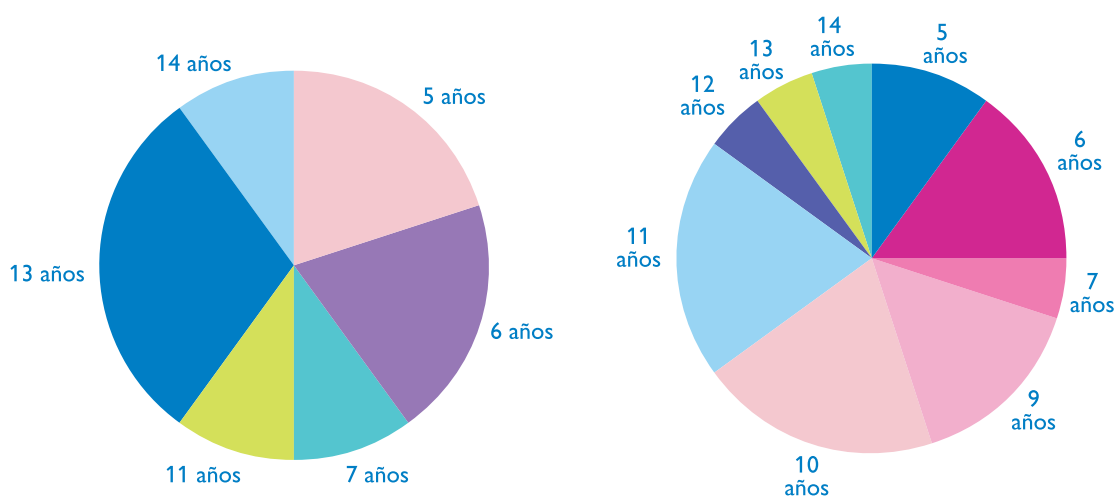
Además de tablas y gráficos de barras, la información que brinda una serie de datos también puede comunicarse mediante **gráficos circulares o de sectores**. Con el propósito de establecer diferencias entre ellos y poder decidir cuándo usar cada uno, la actividad que sigue te propone compararlos.



5. Representaciones gráficas



a) Observá los siguientes gráficos: el de la izquierda corresponde a las edades de los alumnos de la Escuela N° 15 y el de la derecha a los de la N° 17. Respondé las siguientes preguntas con algún compañero. No olviden colocar un título adecuado al trabajo.



1. Los sectores correspondientes a cada edad, ¿tienen una superficie proporcional a la frecuencia de ese dato? ¿Cómo podés verificarlo?
(Recordá lo que estudiaste de proporcionalidad en la unidad 2).
2. Cuando hay que representar una gran variedad de datos, ¿te parece que los gráficos circulares son una buena elección? ¿Por qué? (Para ayudarte a responder pensá, por ejemplo, en una escuela que tuviera alumnos con edades entre los 4 y los 20 años.)



b) Observá nuevamente los gráficos de barras con los que trabajaste en las actividades anteriores y los gráficos circulares y respondé las siguientes preguntas. Si podés, también para estas respuestas, intercambiá tus ideas con un compañero:

1. ¿Cuántos niños menores de 8 años hay en las escuelas N° 15 y N° 17? ¿En qué gráfico se puede obtener esa información?
2. Los gráficos circulares, ¿muestran la misma información que los de barra? ¿Por qué?
3. ¿Qué información “se ve mejor” en cada tipo de gráfico?
4. Si ingresan dos alumnos nuevos a una de las escuelas, ¿qué gráfico te parece más fácil para modificar? ¿Por qué?
5. En la unidad 4 de Ciencias Sociales se estudia la población mundial a través de datos estadísticos y utilizando diferentes formas de representación de la información. ¿Coincide lo allí presentado con tu análisis de los gráficos de las actividades anteriores de esta unidad?



Los ángulos de los sectores circulares son directamente proporcionales a las frecuencias. Los **gráficos circulares** son útiles para mostrar cuál es la proporción entre cada sector y el total, por eso también pueden representarse en porcentajes. Los **gráficos de barras** permiten leer cantidades fácilmente y agregar información, modificando el total sin necesidad de rehacer todo el gráfico.



En la actividad siguiente, tendrás oportunidad de aplicar todo lo que estudiaste en esta unidad de Estadística. Vas a poder comprobar cuánto aprendiste acerca de las distintas formas de organización y representación de datos y de los valores centrales de una serie. No dudes en volver sobre las actividades que resolviste y las explicaciones que se desarrollan a lo largo de la unidad.



6. Organización de datos

- a) Resolvé esta situación realizando las consignas que aparecen debajo de la tabla.

Una docente midió la altura de los 30 niños de su clase y obtuvo los siguientes resultados en metros:

1,21	1,28	1,27	1,21	1,22	1,29
1,30	1,24	1,27	1,29	1,23	1,26
1,31	1,21	1,27	1,30	1,22	1,25
1,20	1,28	1,21	1,29	1,26	1,22
1,28	1,27	1,26	1,23	1,22	1,21

- Organizá en tu carpeta una tabla de frecuencias. Calculá la frecuencia relativa de cada valor y expresalo en porcentaje.
- Observá la tabla y respondé:
 - ¿Hay más de una moda?
 - ¿Cuál es la mediana?
 - ¿Cuál es el promedio?
 - ¿Te parece que el promedio es representativo de la población? ¿Por qué?
 - Si tuvieras que representar la serie de datos gráficamente, ¿qué tipo de representación elegirías? ¿Por qué?



b) Si es posible, trabajá con un compañero. En la biblioteca de tu escuela seguramente hay libros y revistas donde aparecen gráficos estadísticos. Tal vez, investigando algún tema de Ciencias Sociales o Naturales, hayas considerado alguno. Elijan algunos de esos gráficos y obsérvenlos con atención para responder a estas preguntas, cada uno en su carpeta.

- ¿Qué información brindan los gráficos?
- ¿En qué unidades está expresada la información en cada gráfico?
- A partir de un gráfico, ¿siempre se puede elaborar una tabla de valores? ¿Por qué?
- ¿En qué casos tiene sentido calcular el promedio de los valores? ¿Por qué?

Para finalizar

En esta unidad exploraste algunas diferencias entre distintas formas de representar series de datos: tablas, gráficos de barras y gráficos circulares. Habrás observado que, aunque la información sea la misma, para mostrarla se la puede organizar de maneras diferentes. Toda representación permite descubrir visualmente lo que se desea comunicar, por eso; para elegir qué tipo de representación es más conveniente para una determinada población, hay que tener en cuenta los aspectos que se quieren analizar.

La frecuencia con la que aparece un dato muestra algunas características del conjunto que se estudia. Pero es importante relacionar esta frecuencia con el total de datos recogidos, vale decir que la frecuencia relativa permite ver la incidencia de una parte en el todo.

También aprendiste a organizar datos y poder así encontrar la moda y el promedio o media aritmética como valores centrales y pudiste observar que no siempre coinciden.

Como habrás podido observar, la moda, el promedio y la mediana de una serie de datos pueden no coincidir y pueden tener diferentes aplicaciones según el propósito de quien se interesa en investigar los datos de una población. De la comparación de los tres valores centrales surgirá un criterio para juzgar la representatividad del promedio en cada caso particular.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Un número curioso

En 1321, un libanés llamado Malba Tahan escribió un hermoso libro que hoy se conoce con el título de *El hombre que calculaba*. En el capítulo XXIII presenta un curioso número: el 142.857. Te sorprenderá observar las cifras de los siguientes productos y compararlas con las del primer factor:

$$142.857 \times 2 = 285.714$$

$$142.857 \times 3 = 428.571$$

$$142.857 \times 4 = 571.428$$

$$142.857 \times 5 = 714.285$$

$$142.857 \times 6 = 857.142$$

$$142.857 \times 7 = 999.999$$

$$142.857 \times 8 = 1.142.856$$

$$142.857 \times 9 = 1.285.713$$

El desafío consiste en que encuentres las particularidades de los productos de 142.857 multiplicado por 10, por 11, por 12 y por 13. Seguramente querrás seguir investigando la serie.

2. Otro problema de Malba Tahan

“La quinta parte de un enjambre de abejas se posó en una flor de Kadamba; la tercera parte, en una flor de Silinda; el triple de la diferencia entre estos dos números voló sobre una flor de Krutaja, y una abeja quedó sola en el aire, atraída por el perfume de un jazmín y de un pandinus. Dime, bella niña, ¿cuál es el número de abejas que formaban el enjambre?”

3. Alimentos para animales

Una empresa elabora alimentos para animales y envasa su producción en bolsas de 3 kg, 5 kg, 10 kg, 15 kg y 20 kg. En esta oportunidad dispone de 15 toneladas a granel y decide envasar la misma cantidad de alimento por cada tipo de bolsa. ¿Cuántas bolsas de cada tipo venderá la empresa?

4. Con las cuatro operaciones

Colocá, entre las nueve cifras siguientes, los signos de las cuatro operaciones aritméticas (+, −, ×, :) en los lugares adecuados, para que resulte una igualdad:

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 100$$

- Hay más de una solución. Jugá con tus compañeros para ver cuántas encuentran.

UNIDAD 6 Triángulos

Con esta unidad se inicia una serie dedicada a la Geometría, la parte de la Matemática que estudia las formas y las medidas de las figuras, los cuerpos y los espacios.

Los objetos de estudio de la Geometría constituyen elementos e ideas abstractas que sirven para estudiar los objetos reales. Así, una figura plana como el círculo se puede asociar con la imagen que vemos de la luna llena, y un cuerpo como el cilindro, con la forma del tronco de un árbol.

Los primeros conocimientos geométricos se remontan a la Antigüedad, y surgieron a partir de la observación del cielo y de la naturaleza. En las unidades 1 y 2 de Ciencias Naturales, dedicadas a la Astronomía, pudiste ver cómo interviene la Geometría en el estudio de los astros y planetas, y las relaciones entre ellos.

La palabra geometría quiere decir “medida de la Tierra”, y viene del griego: *geo*, tierra y *metro*, medida. Los pueblos antiguos usaron la Geometría para resolver problemas de la vida cotidiana, como medir y dividir la tierra para cultivar, construir viviendas y edificios sagrados, inventar diferentes clases de objetos como medios de transporte, utensilios, armas para la guerra, y también crear coreografías para las danzas rituales. Por ejemplo, los babilonios y los egipcios tenían conocimientos prácticos acerca de los temas que vas a ver en esta unidad: los triángulos y los ángulos. Con posterioridad, esos conocimientos pasaron a los griegos, que dieron a la Geometría su carácter de ciencia.



En Geometría, como en otras áreas del conocimiento matemático, es tan importante el proceso de razonamiento que lleva a la solución de un problema como su resultado final. En esta unidad encontrarás algunos caminos para la exploración de figuras geométricas en la seguridad de que el diálogo con tus compañeros y tus maestros te llevará a descubrir otros procedimientos posibles. Vas a realizar actividades para descubrir las propiedades de las figuras triangulares.



En la actividad 1 estudiarás algunas propiedades de los ángulos de un triángulo. Necesitarás papel, tijeras, útiles de Geometría.

TEMA 1: LOS TRIÁNGULOS Y SUS ELEMENTOS

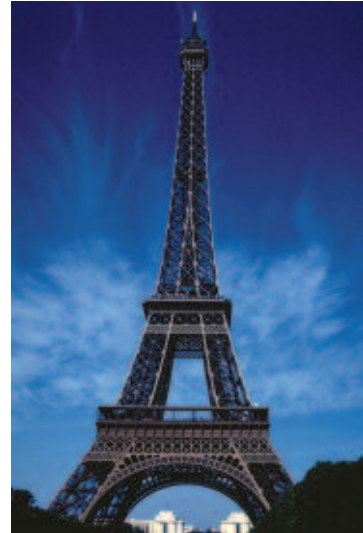
a) Si observás qué tipo de construcciones hay en el lugar donde vivís, podrás ver que algunas tienen formas triangulares. ¿Qué otros objetos o construcciones conocés que contengan figuras triangulares? ¿Dónde están? ¿Por qué será que en las grandes construcciones que muestran las fotos, los arquitectos e ingenieros que las diseñaron decidieron usar estructuras en forma de triángulos?

UNIDAD 6

A medida que avances en la resolución de las actividades de esta unidad vas a encontrar las respuestas a estas y otras preguntas a través del conocimiento de las propiedades de los triángulos. Por ejemplo, si se unen tres varillas formando un triángulo, la rigidez de su forma lo hace tan sólido y tan fuerte que se torna indeformable. Entre las actividades propuestas a continuación, algunas requieren dibujar o construir. En algunas ocasiones tendrás que colocar figuras; es importante que lo hagas para que puedas moverlas libremente.



Secretaría de Turismo de la Nación



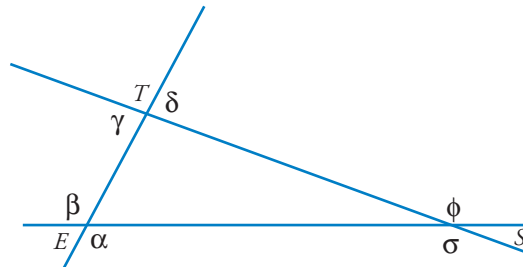
Ministerio de Educación y Ciencia de España



Si se quiere limitar una superficie plana con trazos rectos es necesario considerar por lo menos tres lados.

En cualquier triángulo EST , se pueden reconocer:

- tres lados: ES , ST , ET
- tres vértices: E , S , T
- tres ángulos interiores: EST , STE , TES
- seis ángulos exteriores: α , β , δ , γ , σ , ϕ



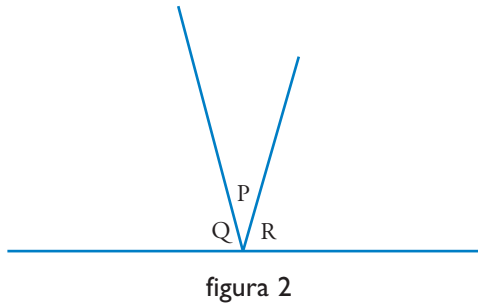
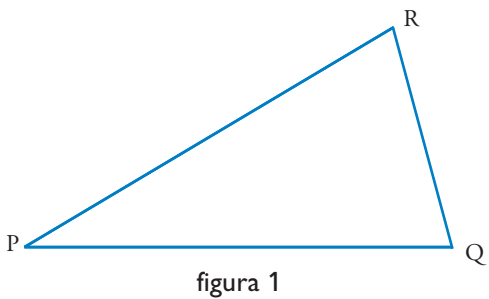
En la actividad 2 vas a usar hojas de papel transparente o de calcar, hilo y algunos sorbetes. Separá algunos sorbetes para otras actividades.



1. Suma de los ángulos interiores

- a) Dibujá en una hoja de papel grueso un triángulo PRQ cualquiera y recortalo.
 1. Usalo como molde para dibujar otro triángulo PRQ igual en tu carpeta.
 2. Ponele letras a los vértices del triángulo dibujado y las mismas letras en los ángulos del triángulo de papel.

3. Rompe en tres pedazos el triángulo de papel de modo que cada trozo contenga uno de los ángulos y pega los trozos en tu carpeta, uno a continuación del otro, haciendo coincidir los vértices de los ángulos, como muestra la figura 2.

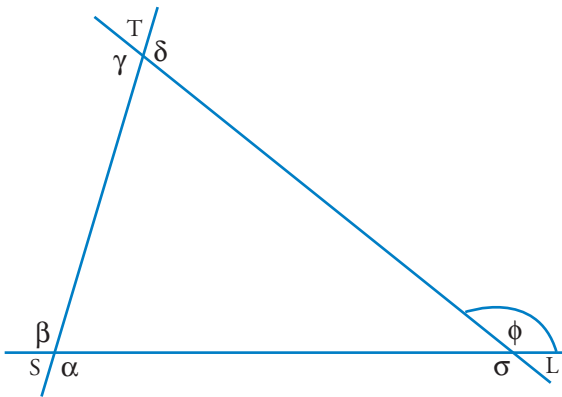


b) Respondé en tu carpeta:

1. La suma de los ángulos interiores del triángulo PQR , ¿a cuántos ángulos rectos equivale?
2. Compará tu respuesta con las de otros compañeros y cada uno escriba en su carpeta una conclusión general.



c) ¿Creés que es verdadero o falso que en cualquier triángulo STL el ángulo exterior ϕ con vértice en L es igual a la suma de los ángulos interiores T y S ?



1. Para comprobarlo, dibujá el triángulo en una hoja y recortalo. Usá el recurso de romper en tres trozos el triángulo recortado como hiciste en la parte a) de esta actividad y de esta manera compará la suma de los ángulos interiores T y S con el ángulo exterior en L .
2. Hacé lo mismo con los otros ángulos exteriores y repetí tu exploración con dos o más triángulos diferentes. Compará tu trabajo con el de otros compañeros.
3. Pegá en tu carpeta las figuras con las que trabajaste en esta actividad, en el orden que quieras; luego copió y completá el texto siguiente:

- En cualquier triángulo, uno de sus ángulos exteriores es equivalente a la suma d...



UNIDAD 6



En las cuatro actividades que siguen vas a aprender diferentes formas en las que se pueden clasificar los triángulos y las vas a aplicar. Para eso trabajarás con distintos tipos de triángulos y vas a conocer un sistema para clasificarlos.



2. Clasificación de triángulos según sus lados

- a) Prepará una colección de sorbetes recortados: 3 largos (aproximadamente de 8 cm), 3 cortos (aproximadamente de 4 cm) y tres medianos.
- b) Tomá 3 sorbetes de diferente longitud (comprobá que son diferentes poniéndolos en escalera) y pasales el hilo para que se forme un contorno triangular. Copiá el contorno en tu carpeta. Poné como título: “Clasificación de triángulos según sus lados”.



Los triángulos que tienen sus tres lados diferentes se llaman **escalenos**.

- c) Cambiando un solo sorbete de tu triángulo escaleno y usando los sorbetes que tenés recortados, formá un triángulo que no sea escaleno. Observá que esta vez los lados no son todos diferentes entre sí.
- d) Escribí en tu carpeta qué relación hay entre las longitudes de los lados de este nuevo triángulo. El triángulo que construiste y los que construyeron tus compañeros, no son escalenos: tienen dos lados iguales.

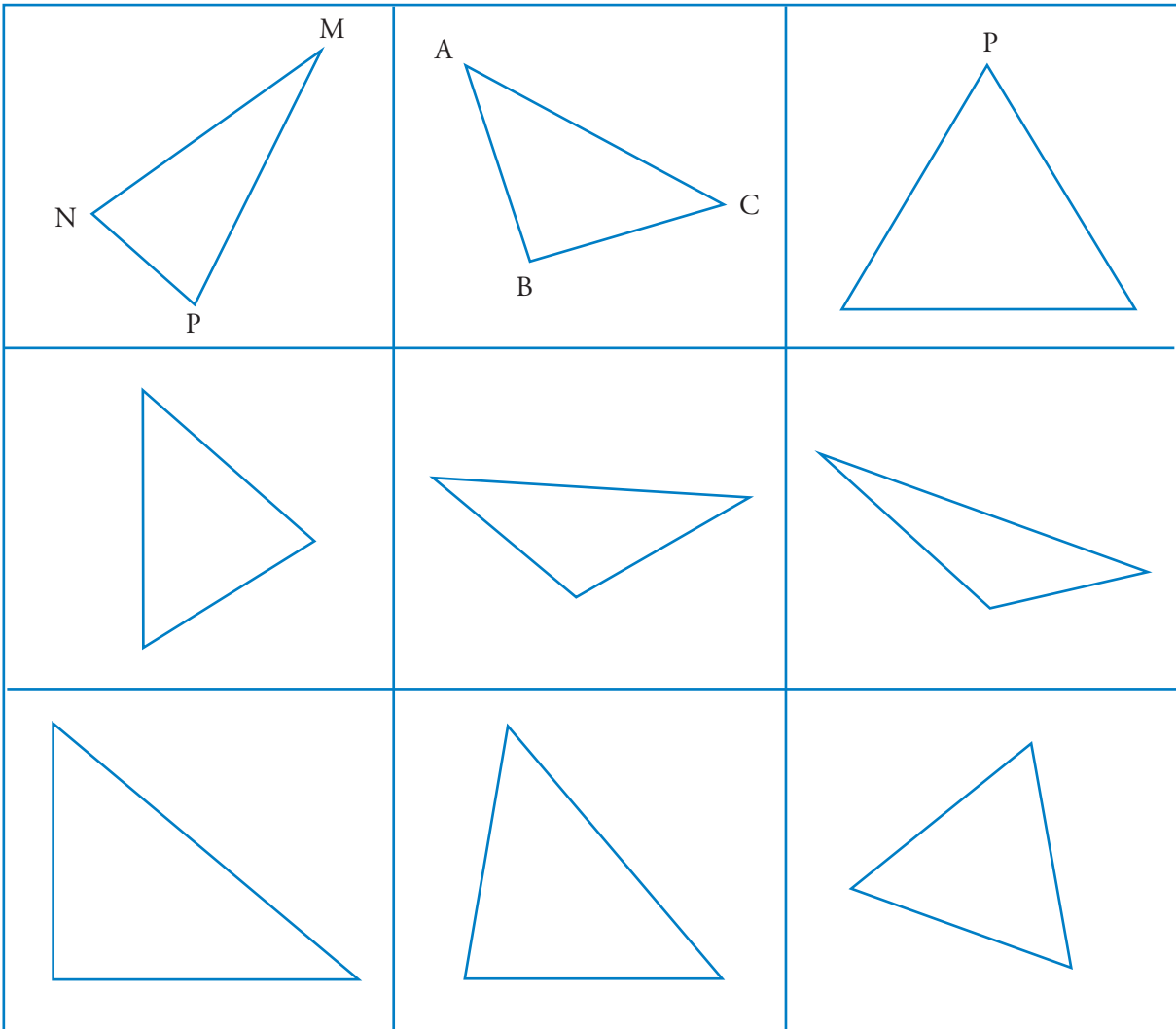


Los triángulos que no son escalenos se llaman **isósceles**.
Los triángulos isósceles que tienen tres lados iguales se llaman **equiláteros**.

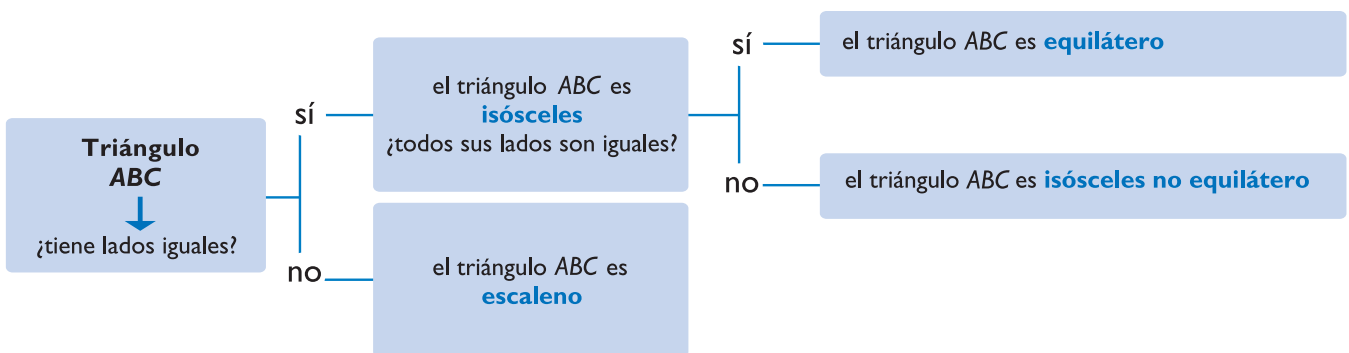


3. Familia de triángulos

- a) Calcá los triángulos de la siguiente colección de fichas en papel de calcar y después recortá las fichas.
- b) Para explorar los triángulos dibujados en las fichas que recortaste, medí con la regla cada lado de los triángulos. Anotá la medida sobre cada lado.



c) Elegí un triángulo cualquiera de la colección, por ejemplo el ABC, y recorré con él el siguiente diagrama. Al terminar el recorrido anoté en la ficha si se trata de un triángulo escaleno, isósceles equilátero o isósceles no equilátero. Repetí la tarea con todos los triángulos de las fichas.





UNIDAD 6



4. Clasificación de triángulos por sus ángulos

En la actividad anterior clasificaste los triángulos por sus lados. Ahora los vas a clasificar por sus ángulos.



Para clasificar los triángulos por sus ángulos es necesario que tengas presente esta información:
 Los ángulos menores que un recto se llaman **agudos**. Los mayores que un recto se llaman **obtusos**.
 Los triángulos, según cómo sean sus ángulos interiores, se denominan: **acutángulos**, si todos sus ángulos son agudos, es decir, menores que un ángulo recto; **rectángulos**, si tienen un ángulo recto y **obtusángulos**, si uno de sus ángulos es obtuso.

a) Usá las fichas con triángulos que recortaste en la parte **a)** de la actividad 3. Observá cada uno de ellos y escribí en cada ficha si se trata del dibujo de un triángulo rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para decidir qué clase de triángulo es, vas a tener que comparar sus ángulos con un ángulo recto. Un método práctico para hacerlo consiste en usar como instrumento un ángulo recto de papel que podés obtener haciendo un dobléz en un papel cualquiera y luego otro haciendo coincidir los bordes del dobléz anterior. Si abris el papel verás que han quedado formados 4 ángulos rectos. Cuando está doblado te sirve para decidir si otro ángulo es mayor, menor o igual que un recto.

b) Péga las fichas en tu carpeta. Los triángulos ya están clasificados según sus lados pues lo realizaste en la actividad 3 y también, por sus ángulos.



c) Respondé en tu carpeta:

1. ¿Se puede dibujar un triángulo rectángulo equilátero? ¿Por qué?
2. ¿Se puede dibujar un triángulo que resulte obtusángulo equilátero? ¿Por qué?
3. Conversá sobre estas respuestas con tu maestro y tus compañeros.



5. Clases de triángulos



a) Reunite con un compañero para confeccionar un afiche que muestre cómo se pueden clasificar los triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos.

Una posibilidad consiste en completar una tabla como la siguiente, con un dibujo adecuado en cada caso. Pero no es la única, pueden elegir otra forma de hacerlo.

Clasificación según

Ángulos \ Lados	Escalenos	No escalenos: isósceles	
		Isósceles no equiláteros	Isósceles equiláteros
Acutángulos			
Rectángulos			
Obtusángulos			



En el tema 1 trabajaste con distintas clases de triángulos observando y comparando los lados o los ángulos. En el tema 2, vas a profundizar en las relaciones que existen entre los lados de un mismo triángulo y seguramente vas a poder comprobar si la respuesta que pensás ahora para la pregunta del próximo título es correcta.



Para realizar la actividad 7 necesitás cartulina, tijeras y los útiles de Geometría.

TEMA 2: CON TRES SEGMENTOS, ¿SIEMPRE SE PUEDE CONSTRUIR UN TRIÁNGULO?

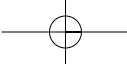


6. Relación triangular



a) Elijan 3 sorbetes de cualquier longitud para formar un triángulo y clasificarlo por sus lados y sus ángulos. Prueben con distintos sorbetes. Luego respondan en la carpeta.

1. Con cualquier terna de segmentos; es decir, con cualquier conjunto de tres sorbetes, ¿se puede construir un triángulo que los tenga como lados?
2. Pablo tomó un sorbete de 12 cm, otro de 5 cm y el tercero de 6 cm; ¿por qué no pudo cerrar un triángulo?



 UNIDAD 6

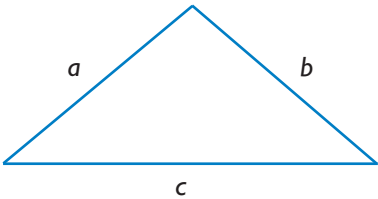
3. ¿Qué condición tienen que cumplir los lados para que se pueda formar un triángulo?

La relación entre la medida de los lados de un triángulo es muy importante, ya que es su condición de existencia y se la conoce como **propiedad triangular**.



Según la *propiedad triangular*, en todo triángulo cada lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

En símbolos:



$$\begin{array}{ll} a < b + c & a > b - c \\ b < a + c & b > a - c \\ c < b + a & c > b - a \end{array}$$

(las letras a , b y c representan la medida de cada uno de los lados)

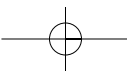
b) Copiá la siguiente tabla en la carpeta y respondé las siguientes preguntas:

Lados		
a	b	c
2,5 cm	5 cm	8 cm
7 cm	8 cm	4 cm
3,4 cm	9 cm	2 cm
7 cm	3,5 cm	3,5 cm
4,5 cm	4,5 cm	3 cm

1. ¿Se pueden construir triángulos con las medidas de los lados indicadas en cada renglón?

2. En los casos en que sea posible realizar la construcción, háganla con regla y compás.

c) Clasifiquen los triángulos que dibujaron en acutángulo, rectángulo u obtusángulo. Para ello, anoten la cualidad de cada ángulo (agudo, recto u obtuso) en las figuras realizadas.





En la actividad 7 vas a construir las piezas de un rompecabezas. Todas las piezas estarán construidas tomando como base un triángulo equilátero de 2 cm de lado (“triángulo base” del rompecabezas).



7. Rompecabezas triangular



a) Realizá las siguientes consignas.

1. Recortá un triángulo equilátero de cartulina de 2 cm de lado, el “triángulo base”.
2. Sobre un papel, dibujá las otras piezas del rompecabezas (que después recortarás en cartulina) utilizando como molde el “triángulo base”. Deberás construir cada nueva pieza buscando que la superficie del “triángulo base” sea $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$ de la superficie de cada una de las nuevas piezas, sin cortar el triángulo base. Por ejemplo, para construir la primera $\frac{1}{2}$ deberás utilizar dos “triángulos base”. Solamente trabajarás con figuras cuyos bordes no presenten “hundimientos”, como sucede en este caso:



Si tenés alguna dificultad para formar estas piezas, pedile ayuda a tu maestro.


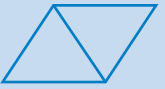
3. Recortá las piezas del rompecabezas.

b) Con las piezas que obtuviste deberás armar un triángulo equilátero de 10 cm de lado usando siete piezas diferentes: un triángulo base, un rombo, un triángulo equilátero, dos trapecios, un paralelogramo y un hexágono.

c) Dibujá en tu carpeta el rompecabezas armado y pintá con distintos colores las diferentes piezas. Compará tu rompecabezas armado con los que hicieron otros compañeros; te sorprenderá ver que hay más de una solución.

d) Copiá en tu carpeta la siguiente tabla y completala. Luego, respondé las preguntas.


UNIDAD 6

Pieza del rompecabezas de 10 cm de lado	Fracción de triángulo	Número de "triángulos base"	Perímetro (en cm)
	$\frac{1}{25}$	1	6
	$\frac{2}{25}$	2	8
	$\frac{4}{25}$		
	$\frac{4}{25}$		

1. ¿Creés que la variación entre el número de "triángulos base" de cada pieza del rompecabezas y su perímetro es directamente proporcional? ¿Por qué? Explicalo en tu carpeta.



La siguiente actividad es para que la realicen entre dos o más compañeros. Podrán analizar con qué datos es indispensable contar para construir un triángulo. Necesitarán hojas, lápices y los útiles de Geometría.



8. ¿Cómo construir un triángulo igual a uno dado?



- a) Cada uno de los compañeros dibuje en una hoja un triángulo cualquiera y luego junten todas las hojas.
- b) Repartan los dibujos de los triángulos entre todos, uno para cada uno. Controlen que les toque uno diferente al que cada uno dibujó.
- c) Escriban en otra hoja las instrucciones para que cualquier otro compañero dibuje un triángulo que pueda superponerse exactamente con el que ustedes recibieron.

d) Intercambien los mensajes entre ustedes y dibujen el triángulo siguiendo las instrucciones recibidas, sin pedir aclaraciones orales. Pueden emplear los procedimientos de construcción que quieran, por ejemplo, usar regla y transportador, o regla y compás.

e) Superpongan colocando al trasluz, los dibujos y discutan sobre los resultados obtenidos.

Para finalizar

A lo largo de esta unidad, clasificaste triángulos según sus lados y sus ángulos, y estudiaste propiedades que tienen muchas aplicaciones en el estudio de otras figuras:

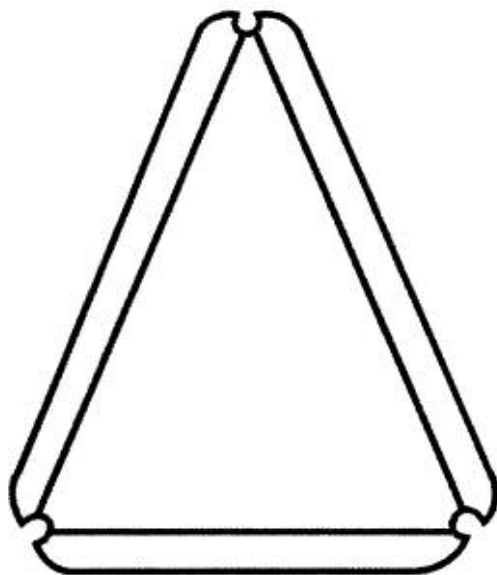
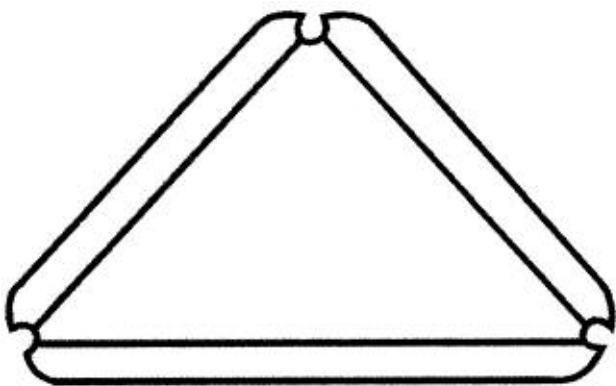
- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es equivalente a la suma de dos ángulos rectos.
- En todo triángulo, un ángulo exterior es equivalente a la suma de los otros dos ángulos interiores.
- En todo triángulo, cada lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

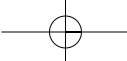
En otras unidades volverás sobre estos conceptos cuando estudies temas de Geometría.



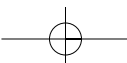
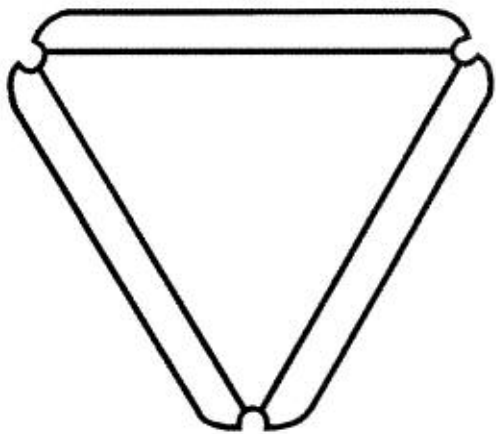
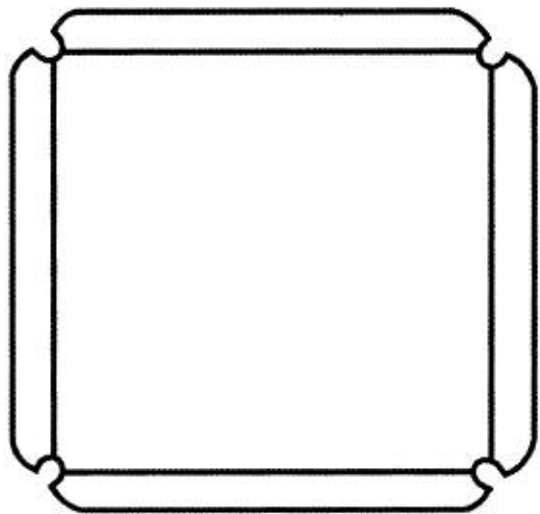
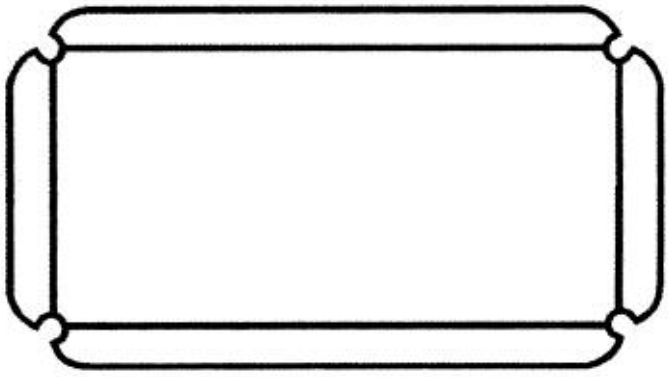
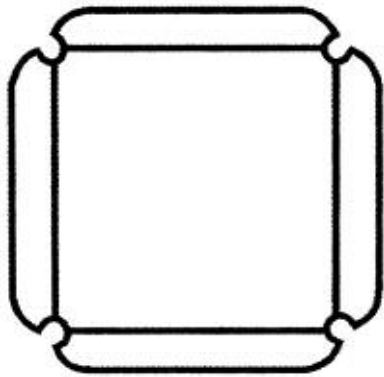
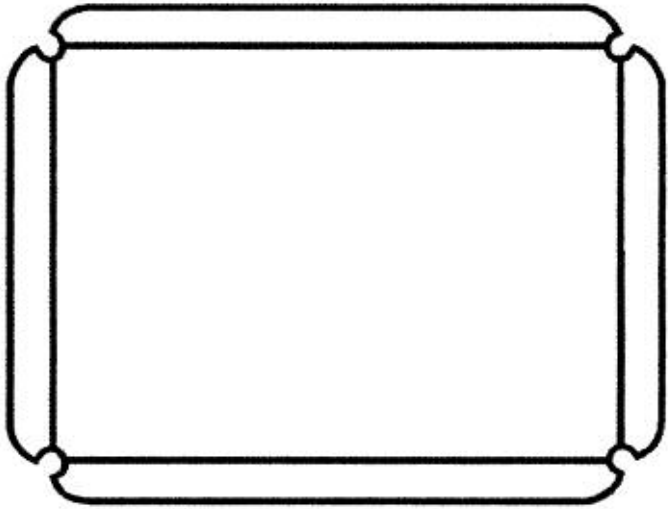
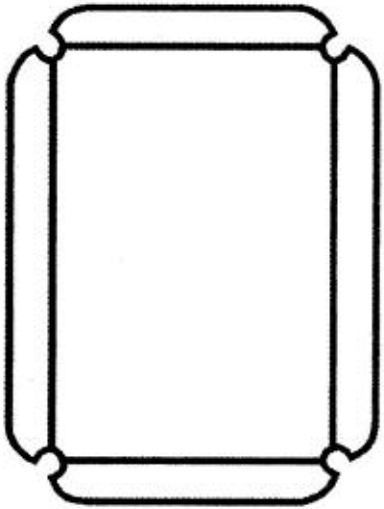
En la unidad 8 vas a trabajar sobre cuerpos geométricos. En esa oportunidad usarás un material que es conveniente que vayas preparando con tiempo. Se trata de construir con cartón (no cartulina) una colección de figuras que se conoce como formaedro, por lo menos 6 de cada una, según los modelos que se muestran a continuación. Consultá con tu maestro cómo construirlo y en qué tiempo.

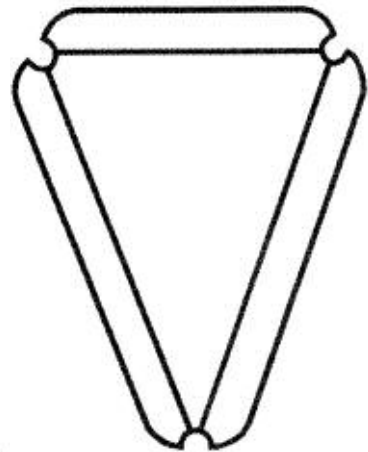
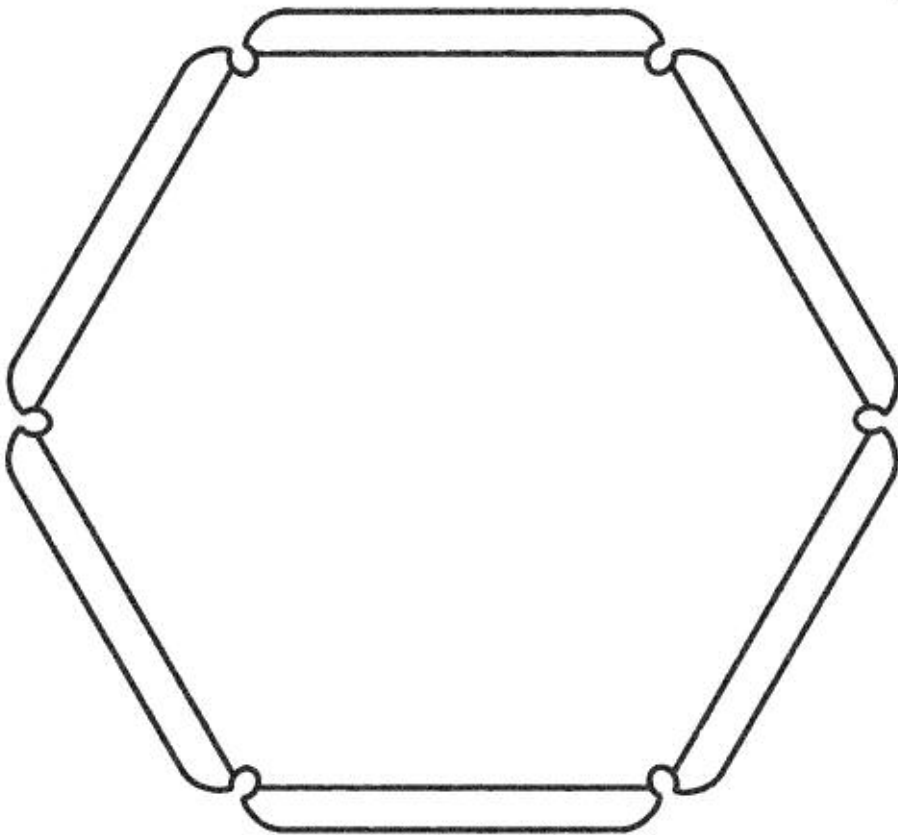
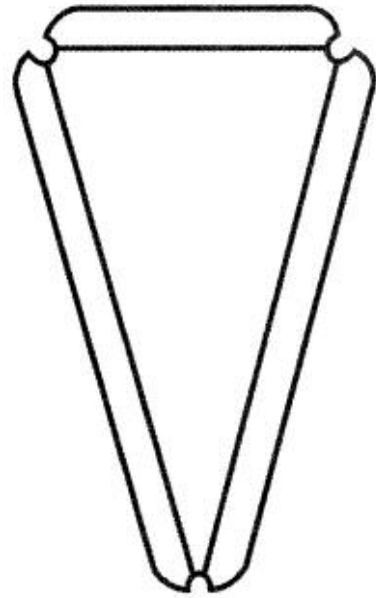
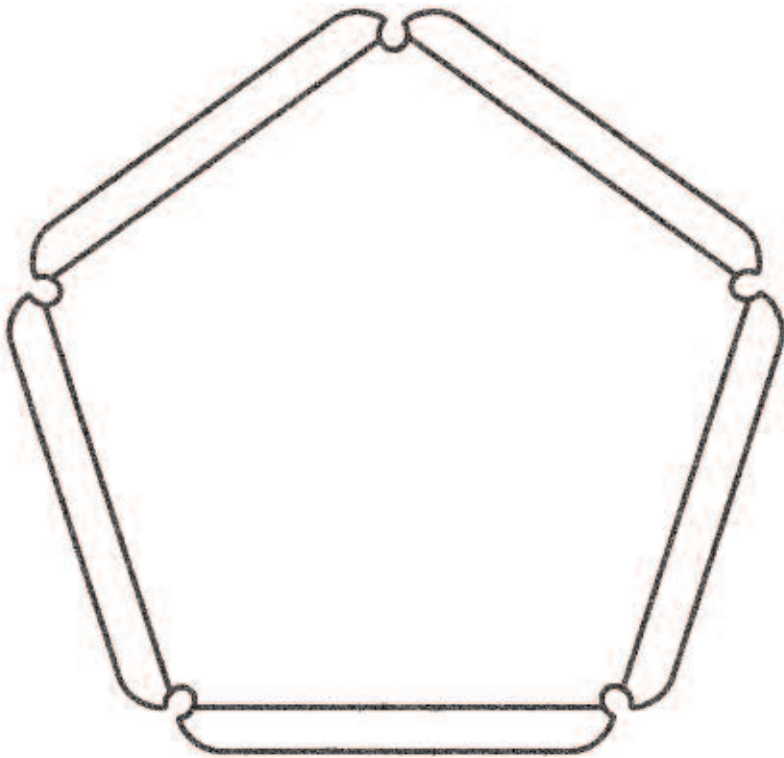
Para orientarte en la construcción de la figura, observá las fotos de la unidad 8, páginas 101 y 102.





UNIDAD 6





UNIDAD 6

DESAFÍOS MATEMÁTICOS



Consultá con tu maestro en qué momento conviene que resuelvas estos problemas de ingenio, curiosidades y juegos; podrás resolver todos o algunos, en tu casa o en la escuela.

1. Construcción de un triángulo

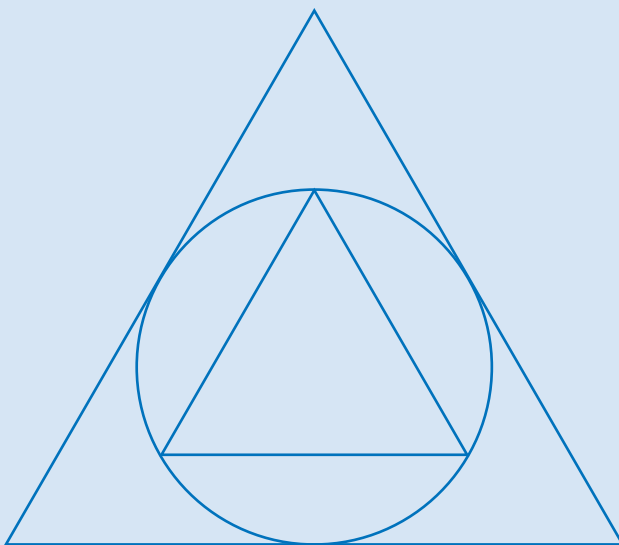
- Dibujá un triángulo isósceles con un ángulo igual a la mitad de un recto.
- Hallá la medida de los otros dos ángulos. Compará tus respuestas con las de tus compañeros. ¿Cuántas soluciones creen que se pueden obtener al resolver este problema? ¿Por qué?

2. Pares y nones

¿Puede ser la suma de los quince primeros números naturales impares igual a la suma de los quince primeros números naturales pares? ¿Por qué?

3. Triángulos en triángulos

- Dibujá en una hoja un triángulo cualquiera. Recortalo. Marcá un segmento que tenga por extremos los puntos medios de dos lados. Doblá el recorte por ese segmento. ¿Cómo son los triángulos que quedaron formados? ¿Por qué?
- ¿Cuántos triángulos como el más pequeño se necesitan para cubrir el más grande? ¿Cómo se puede comprobar?



UNIDAD 7

Cuadriláteros

En la unidad anterior trabajaste sobre triángulos y observaste que una de sus características es que no se deforman. Las figuras con las que trabajarás en esta oportunidad, los cuadriláteros o figuras de cuatro lados, no poseen esa propiedad; una forma de comprobarlo es observando que con cuatro varillas articuladas se puede formar más de un cuadrilátero.

Si mirás a tu alrededor encontrarás muchos objetos que se pueden dibujar representándolos con figuras de cuatro lados: tu carpeta, la tapa de la mesa, la puerta, la ventana, el pizarrón, un barrilete.



Los cuadriláteros, al igual que los triángulos, tienen ángulos y vértices, y además tienen otro elemento que los distingue: las diagonales.

En las actividades de esta unidad vas a explorar cuadriláteros a través de sus diagonales. Vas a analizar, por ejemplo, su longitud, el punto en que se cortan, y si lo hacen o no perpendicularmente. Estas particularidades te permitirán clasificar a los cuadriláteros y reconocer sus propiedades.

Te recordamos que en la unidad anterior empezaste a construir el formaedro; es importante que sigas haciéndolo, porque lo necesitarás en la unidad siguiente.



Para realizar la actividad 1 necesitás tener a mano materiales que te permitan construir cuadriláteros: sorbetes, palillos, tiras de papel y broches mariposa y papel punteado. Si tenés dudas sobre alguno de estos materiales, consultá con tu maestro.

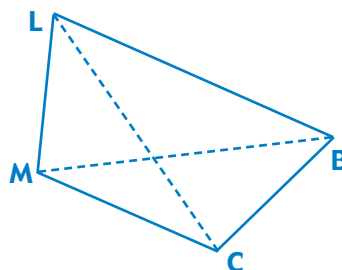


1. Construcción de cuadriláteros a partir de sus diagonales



En cualquier cuadrilátero $MCBL$, podés reconocer:

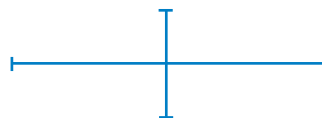
- cuatro lados: MC , CB , BL , LM
- lados opuestos: por ejemplo, MC y BL
- lados consecutivos: por ejemplo, MC y CB
- cuatro ángulos interiores: MCB , CBL , BLM , LMC
- cuatro vértices: M , C , B , L
- dos diagonales MB , CL



a) Vas a construir 8 cuadriláteros a partir de sus diagonales. Las indicaciones que figuran a continuación describen las condiciones que cumplen las diagonales de cada uno. Tenés que dibujar cada cuadrilátero y ponerle nombre a sus vértices. Si es posible, trabajá en estas construcciones con un compañero, hagan una por vez y luego dibuje cada uno el cuadrilátero en su carpeta.



Dos segmentos son **perpendiculares** cuando al cortarse forman un ángulo recto.



Indicaciones: antes de dibujar, es conveniente que construyas las figuras con los materiales: sorbetes, palillos, tiras de papel y broches mariposa, o papel punteado usando los datos que se enumeran a continuación.

Las diagonales del cuadrilátero son...

1. Dos segmentos de 6 cm que se cortan perpendicularmente en su punto medio.
2. Dos segmentos de 6 cm que se cortan perpendicularmente pero en el punto medio de uno solo de ellos.
3. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan perpendicularmente en su punto medio.
4. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan perpendicularmente pero no por el punto medio de ninguno de ellos.
5. Dos segmentos de 6 cm que se corten no perpendicularmente por su punto medio.
6. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan perpendicularmente por el punto medio de uno solo de ellos.
7. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan no perpendicularmente por el punto medio de ambos.
8. Dos segmentos de 6 cm que se cortan no perpendicularmente ni por el punto medio de alguno de ellos.



b) Observá todos los cuadriláteros que te quedaron dibujados y comentá con tus compañeros y tu maestro en qué se parecen y en qué se diferencian entre ellos.

c) Dibujá en cartulina 8 cuadriláteros como los que obtuviste anteriormente y recortalos. Si querés, podés calcarlos. Escribí en ellos el número que le corresponde según las indicaciones.

d) Observá los lados y los ángulos de las figuras recortadas y hacé circular cada cuadrilátero por las ramas de cada uno de los siguientes diagramas con forma de árbol que se llaman “árboles de decisión”. Anotá, en el lugar de la tabla que le corresponde, qué nombres recibe a medida que circula por el primero de los árboles y luego por el otro.

Diagrama 1

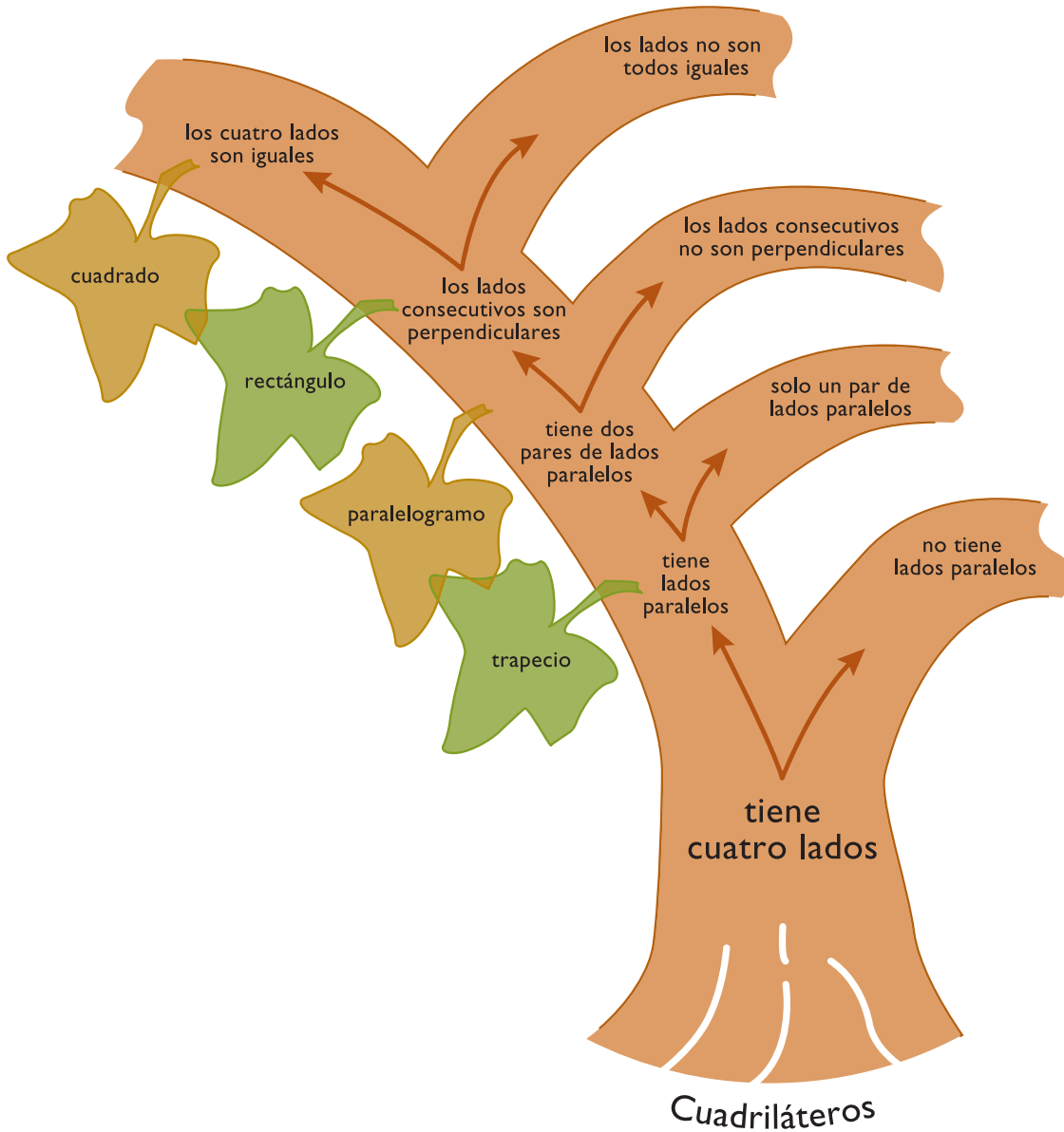
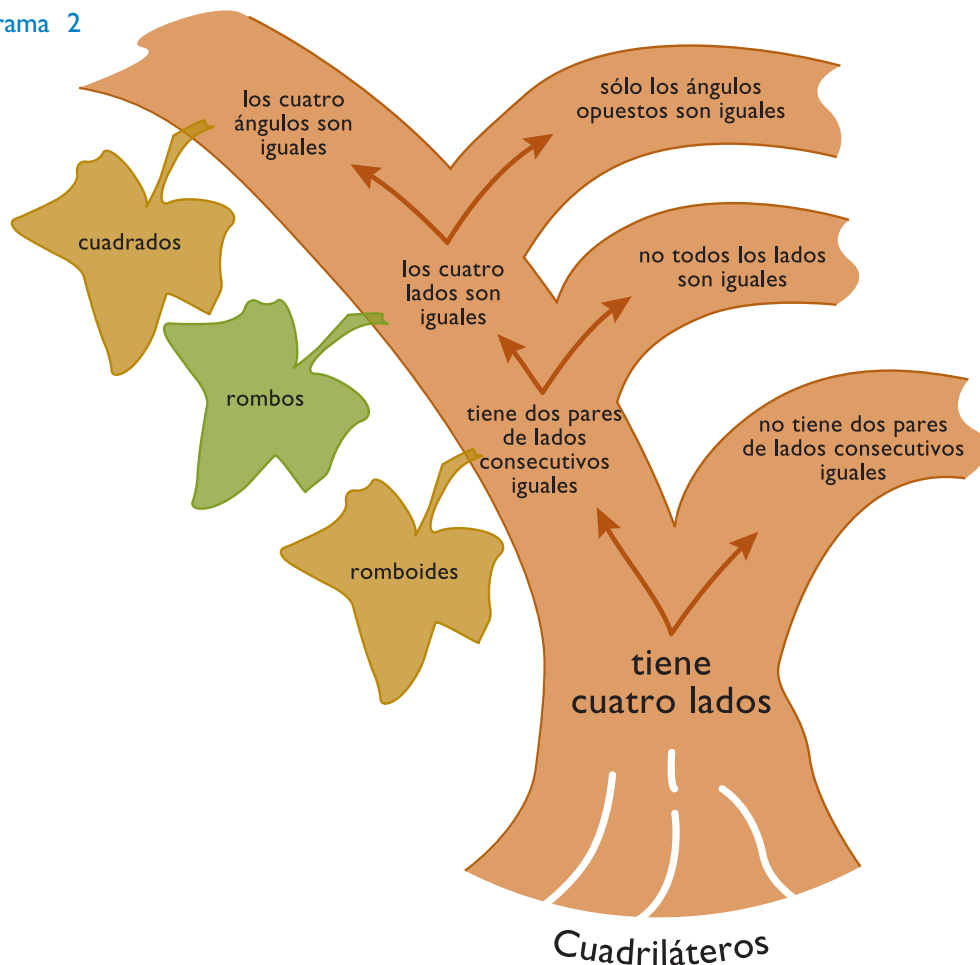


Diagrama 2



Por ejemplo, en el caso 5 escribirás trapecio, paralelogramo y rectángulo. El camino para llegar a esa conclusión fue:

- Ingresó por tener cuatro lados → cuadrilátero
- Tiene lados paralelos → trapecio
- Tiene dos pares de lados paralelos → paralelogramo
- Los lados consecutivos son perpendiculares → rectángulo



En la actividad anterior para clasificar los cuadriláteros utilizaste diferentes criterios que te permitieron nombrarlos y distinguirlos. Ahora vas a estudiar sus propiedades.



2. Propiedades de los cuadriláteros



a) Reunite con tus compañeros y respondan entre todos las siguientes preguntas referidas a las figuras con las que trabajaron en la actividad 1. Amplíen la lista formulando ustedes mismos otras preguntas. Para hacerlo, pueden consultar algún libro o manual de Matemática que tengan en la biblioteca. Escriban las preguntas y sus respuestas en la carpeta:

1. ¿Cuáles de los cuadriláteros tienen un par de lados paralelos?; ¿y dos pares de lados paralelos?
2. ¿Cuáles tienen lados perpendiculares?
3. ¿Cómo son los lados opuestos de un paralelogramo?
4. ¿Qué se puede asegurar de los ángulos opuestos de un paralelogramo?
5. ¿Qué cuadriláteros tienen sus diagonales iguales?
6. ¿Qué cuadriláteros tienen sus diagonales perpendiculares?
7. ¿En qué cuadriláteros las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales?



b) Dibujen los cuadriláteros que cumplan con las siguientes condiciones:

1. dos lados de 5 cm y dos lados de 7 cm,
2. todos sus lados de 4 cm,
3. dos ángulos de la mitad de un recto, un lado de 6 cm y otro lado de 3 cm.



c) Observen los dibujos y piensen, en cada caso, si otro cuadrilátero puede reunir las mismas condiciones y ser de distinta clase. Si es así, hagan los diferentes dibujos y escriban qué clase de cuadrilátero es cada uno.


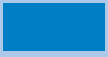




En las actividades anteriores clasificaste cuadriláteros y analizaste algunas de sus propiedades. Para que puedas revisar lo que aprendiste y hacer una síntesis, te proponemos realizar la siguiente actividad.



3. Caracterización de cuadriláteros

a) Algunas propiedades de los cuadriláteros se pueden resumir en el siguiente cuadro. Copialo en tu carpeta y escribí sí o no, según corresponda.

Propiedad	Figura				
Los lados opuestos son iguales					
Los ángulos opuestos son iguales					
Las diagonales son iguales					
Las diagonales son perpendiculares					
Las diagonales se cortan mutuamente en su punto medio					

b) Copiá en tu carpeta la descripción de cada uno de los siguientes doce elementos y escribí con color el nombre que corresponde a cada uno de ellos.

1. Paralelogramo que tiene 4 lados iguales y 4 ángulos rectos.
2. Paralelogramo que tiene 4 ángulos rectos y diagonales no perpendiculares.
3. Cada uno de los segmentos que limitan un cuadrilátero.
4. Segmento que une dos vértices no consecutivos de un cuadrilátero.
5. Ángulos que forman las diagonales del rombo al cortarse.
6. Puntos extremos de cada lado del cuadrilátero.
7. Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos e iguales.
8. Cantidad de lados de un trapecio.
9. Cuadrilátero con un par de lados opuestos paralelos.
10. Los lados del cuadrado son perpendiculares e...
11. Paralelogramo con 4 lados iguales no perpendiculares.
12. Los rectángulos son paralelogramos.

c) Para controlar tus respuestas, fijáte si los nombres que escribiste podrían colocarse en el siguiente acróstico.

1							C							
2							U							
3							A							
4							D							
5							R							
6							I							
7							L							
8							Á							
9							T							
10							E							
11							R							
12							O							



La actividad siguiente te permitirá avanzar un poco más en el estudio de los cuadriláteros; está relacionada con una propiedad de los romboides. Consultá con tu maestro para que te indique si la vas a hacer y cuándo.



4. Diagonales y romboides

a) En esta actividad te proponemos explorar la siguiente propiedad: “la diagonal mayor de un romboide es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une”.



La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta con origen en el vértice que lo divide en dos ángulos iguales.

b) En una hoja hacé dibujos de distintos romboides, entre ellos un rombo y un cuadrado. Recortalos y pégalos por sus diagonales. Observá en cada caso si se cumple la propiedad que está enunciada más arriba.

c) En tu carpeta escribí sintéticamente cómo llevaste a cabo tu exploración y qué conclusión obtuviste. No olvides considerar los casos “especiales”, el rombo y el cuadrado.

Para finalizar

A través de las actividades de esta unidad exploraste colecciones de cuadriláteros para examinar sus características. Comenzaste por analizar las diagonales según su longitud, la posición del punto de intersección entre ambas y si al cortarse determinan ángulos rectos o no. Como resultado de esa exploración aprendiste que las diagonales de los cuadriláteros pueden ser iguales o distintas en longitud, se pueden cortar en el punto medio de ambas, o en el punto medio de una de ellas, o no cortarse en el punto medio de ninguna, y que pueden hacerlo perpendicularmente o no.

Cada una de esas características determina que un cuadrilátero pertenezca a una clase con una denominación propia: cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo, romboide, trapecio, trapezoide. Esas clases no son excluyentes, es decir que un cuadrilátero puede pertenecer a más de una clase, por ejemplo, un cuadrado es un rombo y un rectángulo.

Usaste diagramas con forma de árbol como una interesante herramienta para analizar ordenadamente las propiedades comunes y las que distinguen a cada clase de cuadriláteros. Estos conocimientos de Geometría son de mucha utilidad no sólo para aprender más Matemática sino para aplicarlos en el diseño de artesanías, la confección de muebles y enseres, y en la creación de objetos artísticos.



Como en todas las unidades, a continuación vas a encontrar diferentes problemas matemáticos para que acuerdes con el maestro cuándo los vas a encarar.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. ¿Qué número borraste?

- Elegí un número cualquiera y multiplícalo por 9. Anotá el resultado.
- Borrá una cifra cualquiera del resultado que no sea un cero.
- Sumá las otras cifras y anotá la suma.
- ¡¡¡Yo te puedo decir qué cifra borraste!!! ¿Cómo lo pude saber?
- Explorá con muchos ejemplos hasta que lo descubras.

2. Embaldosar cuadrados

El problema de embaldosar una superficie cuadrada con baldosas cuadradas es bastante reciente. No hablamos del caso común en arquitectura de usar mosaicos cuadrados del mismo tamaño, sino de un problema con otra condición: todos los cuadrados deben ser de diferente tamaño. En 1962, el matemático holandés A. W. J. Duivestijn probó que el menor número de cuadrados de diferente tamaño que pueden cubrir una superficie cuadrada es 21. En 1978 encontró esa superficie y, además, demostró que esa solución era única.

Estas son algunas pistas para que intentes construirla:

- el lado del cuadrado es de 112 unidades,
- uno de los lados está formado por los lados de cuadrados de 50, 35 y 27 unidades,
- otro lado está formado por los lados de cuadrados de 27, 19, 24 y 42 unidades,
- el tercero está formado por los lados de cuadrados de 42, 37 y 33 unidades,
- el cuarto lado está formado por los lados de tres cuadrados diferentes.

Te falta encontrar los 12 cuadrados diferentes que ajusten en la parte central. No es tan difícil como parece ni tan sencillo que no valga la pena ponerse a pensar.

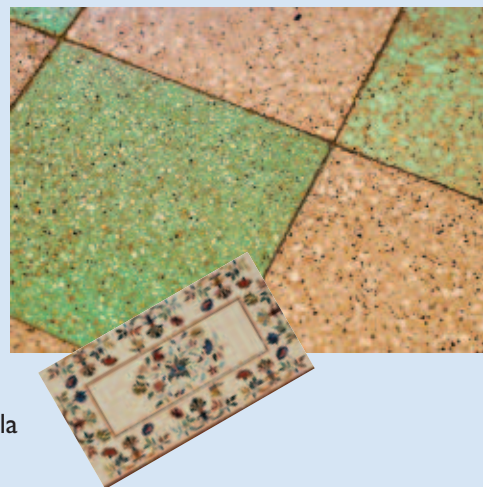
3. Embaldosar rectángulos con cuadrados

El problema que presentamos es parecido al anterior. Se trata de embaldosar un rectángulo de 75×112 unidades con 13 baldosas cuadradas diferentes.

Te damos algunas pistas para que busques dos soluciones distintas de este problema. Son diferentes en el modo de ubicar los cuadrados, pero las baldosas son las mismas para ambas soluciones.

- En una solución se encuentran en las cuatro esquinas del rectángulo, cuadrados de 39, 42, 33 y 36 unidades de lado.
- En la otra solución se encuentran en las cuatro esquinas del rectángulo, cuadrados de 39, 31, 24 y 36 unidades de lado.

Ya tenés los datos de seis cuadrados, sólo te faltan siete. ¡Ánimo!, que la satisfacción de haber resuelto el rompecabezas es grande.



UNIDAD 8

Cuerpos y figuras

En las unidades anteriores estudiaste en detalle las características y propiedades de dos tipos de figuras planas: los triángulos y los cuadriláteros. Esas y todas las figuras planas limitadas por segmentos se llaman en general polígonos, que quiere decir “con muchos ángulos”. La palabra *poli*, en griego, significa “muchos”, y la vas a encontrar varias veces usada en Geometría. En los polígonos, como ya viste en el caso de los triángulos y los cuadriláteros, la cantidad de ángulos coincide con la cantidad de lados y de vértices. Por ejemplo, un hexágono tiene seis ángulos, seis lados y seis vértices. Los polígonos pueden tener diversa cantidad de lados, y pueden ser, junto con otras figuras planas, como el círculo, las “caras” de los cuerpos.

Hay cuerpos de muy variadas formas, tantas como las de los objetos que nos rodean. La forma de los objetos construidos por el hombre, en general, está relacionada con el uso que se le da. La tapa de la mesa es plana para poder apoyar cosas sobre ella. Los lápices son largos para que se puedan tomar con la mano, algunos son redondeados y otros con seis caras planas; los redondeados pueden rodar fácilmente, los otros se pueden apoyar mejor.



En esta unidad vas a realizar actividades que te ayuden a descubrir regularidades en las formas de los objetos y a comprender propiedades de algunos cuerpos geométricos.

Para trabajar en esta unidad es muy importante que construyas algunos cuerpos. En la unidad 6 comenzaste a construir el formaedro. Llegó el momento de utilizarlo en las construcciones que se te indican en esta primera actividad. Si no lo tenés disponible, consultá con tu maestro cómo superar esta dificultad.

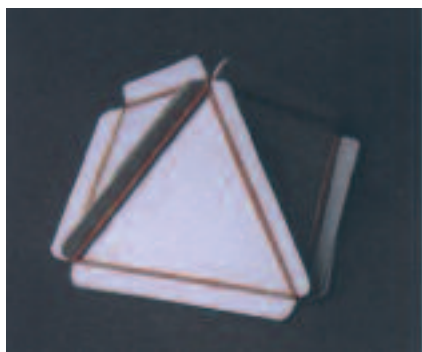


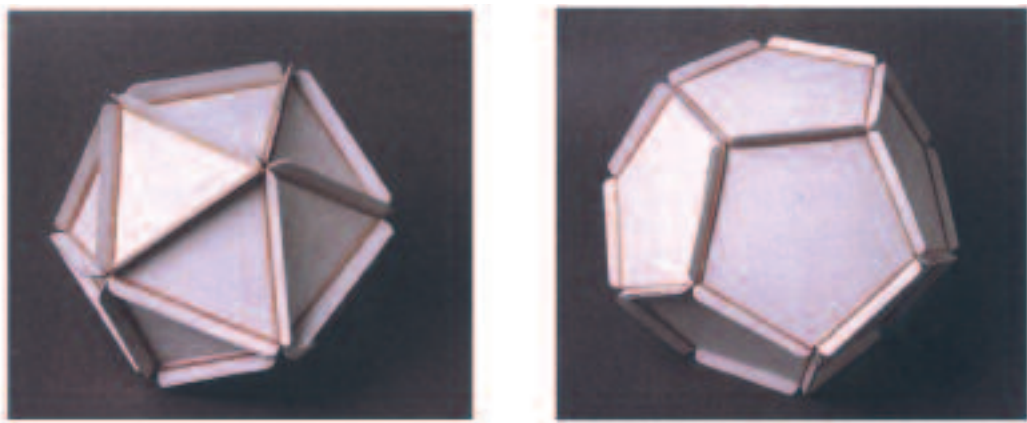
1. Formaedro



a) Trabajen con las piezas de formas geométricas que comenzaron a construir en la unidad 6. Este conjunto de figuras se llama **formaedro**.

1. Si eligen convenientemente algunas de ellas podrán armar distintos cuerpos. Para ello, las aletas dibujadas se doblan hacia afuera y se unen a otras usando banditas elásticas. Observen cómo quedan:





b) Elijan las figuras necesarias y armen con ellas el cuerpo que quieran.



c) Lean esta explicación sobre la construcción que acaban de hacer.

Mientras armaron un cuerpo cualquiera, habrán observado que dos figuras unidas con una bandita se pueden abrir o cerrar con distinta amplitud como si fueran las páginas de un libro. El espacio que determina forma parte de distintos **ángulos diedros**. En la exploración de figuras planas observaron ángulos planos, su vértice y sus lados. En el espacio, los ángulos diedros tienen **arista** y **caras**. Si seguimos con el ejemplo del libro, el lomo pertenecería a la arista y las páginas, a las caras. De la misma manera se pueden visualizar **ángulos triedros**, con tres figuras unidas por un vértice mediante banditas elásticas, o bien **ángulos poliedros**, si se unen más de tres figuras por un vértice.



Ángulos diedros



Ángulo triedro



Ángulo pliedro



d) Tomen del formaedro una colección de triángulos equiláteros y formen con ellos:

1. Un ángulo diedro.
2. Un ángulo triedro.
3. Un ángulo poliedro de cuatro caras.

e) Responda cada uno en su carpeta: ¿se puede formar un ángulo poliedro con 6 triángulos equiláteros? ¿Por qué?

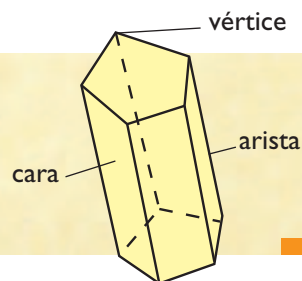


2. Poliedros regulares

En la actividad 1 aprendiste que los ángulos en el espacio se denominan diedros, triedros, en general, ángulos poliedros. En esta actividad estudiarás cuerpos “especiales” que están limitados por polígonos y también se llaman **poliedros** o **cuerpos poliédricos**.

A diferencia de los ángulos, los cuerpos poliédricos tienen:

- *caras*, que son las superficies que los limitan;
- *aristas*, que son los segmentos comunes a dos caras y
- *vértices*, o puntos en los que concurren más de dos caras.



En la actividad anterior construiste libremente con las piezas del formaedro algún cuerpo a tu elección. En esta actividad vas a explorar las características de los cuerpos que permiten clasificarlos.

a) Leé atentamente el siguiente recuadro.



Los **poliedros** o **cuerpos poliédricos** son cuerpos que tienen todas sus caras planas.

Un poliedro es **regular** si todas sus caras son polígonos regulares y en cada vértice se reúne igual número de aristas.



b) Reunite con un compañero y usen los triángulos equiláteros de su formaedro para armar poliedros regulares diferentes.

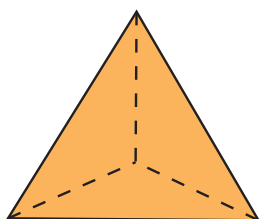
1. Cuenten en cada uno de ellos cuántas caras tiene, cuántas caras y aristas se unen en cada vértice y cuántas caras tiene el ángulo poliedro que se forma en cada vértice.
2. Al finalizar la tarea comparen sus observaciones con la siguiente información y memoricen los nombres de estos poliedros:



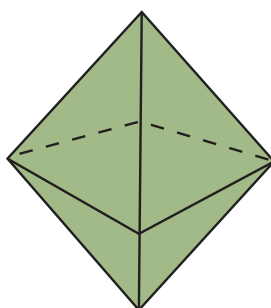
- El **tetraedro** tiene cuatro caras triangulares regulares.
- El **octaedro** tiene ocho caras triangulares regulares.
- El **icosaedro** tiene veinte caras triangulares regulares.



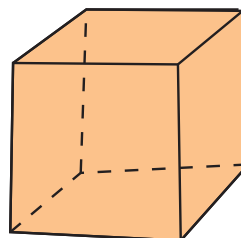
- c) Construyan un poliedro regular sólo con cuadrados: se llama **cubo**.
- d) Construyan un poliedro regular usando 12 pentágonos de su forma: se llama **dodecaedro**.



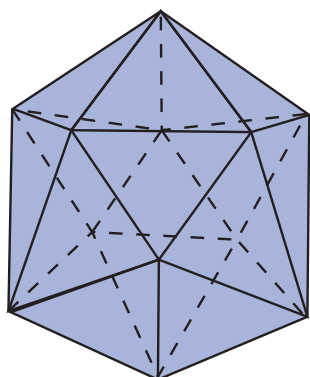
TETRAEDRO



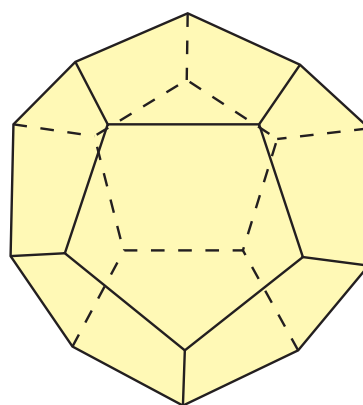
OCTAEDRO



CUBO



ICOSAEDRO



DODECAEDRO

- e) Para sintetizar lo realizado en esta actividad, copié el siguiente cuadro en tu carpeta y completalo.

	¿Cuántas caras tiene?	¿Cuántos vértices tiene?	¿Cuántas aristas y caras se unen en cada vértice?	¿Cuántas caras tiene el ángulo poliedro que se forma en cada vértice?
Cubo				
Tetraedro				
Octaedro				
Icosaedro				
Dodecaedro				

f) Respondé en tu carpeta:

1. El icosaedro, ¿es una pirámide o un prisma recto? ¿Por qué?
2. El tetraedro, ¿es una pirámide en la que cualquier vértice puede ser la cúspide? ¿Por qué?




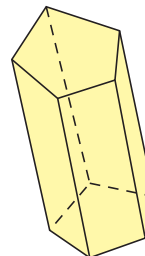
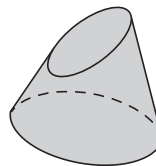
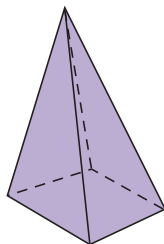
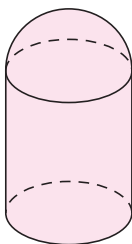
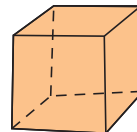
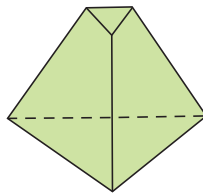
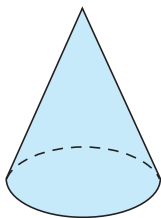
En la actividad anterior observaste características de los cuerpos, especialmente de los llamados poliedros regulares. En la actividad 3 explorarás una propiedad característica de los poliedros que se relaciona con el número de sus caras, vértices y aristas.

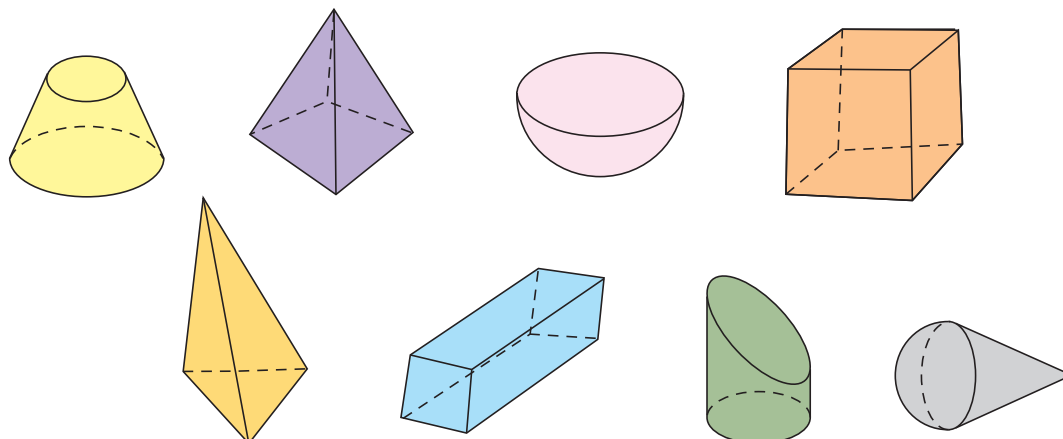


3. Relación de Euler

a) En el cuadro siguiente, el primer renglón está referido a un prisma rectangular, que tiene 12 aristas, 8 vértices y 6 caras. Construí en tu carpeta un cuadro como este y completá de la misma manera los demás renglones con las características de otros 4 cuerpos que elijas de la siguiente colección.

Poliedro	¿Cuántas aristas tiene?	¿Cuántas caras tiene?	¿Cuántas vértices tiene?
	12	6	8





b) ¿Qué relación encontrarás entre el número de caras y el número de vértices comparado con el número de aristas? Esa relación, ¿se repite en todos los cuerpos que analizaste?

En cada fila del cuadro que completaste, el número de caras sumado al número de vértices es igual al número de aristas más 2. Esta característica de los poliedros se conoce con el nombre de **relación de Euler** en homenaje al científico que encontró esta relación. Leonhard Euler (1707-1783) es posiblemente el científico que ha publicado el mayor número de trabajos originales en toda la historia.

La relación de Euler se puede escribir simbólicamente mediante la siguiente expresión:

$$C + V = A + 2$$

C es el número de caras, V el número de vértices y A el número de aristas de un mismo poliedro.

Euler utilizó esta idea para demostrar que no existían más poliedros regulares que los conocidos hasta entonces.

c) Armá, con las figuras del formaedro, dos pirámides de bases diferentes y dos prismas de bases diferentes. Verificá si se cumple la relación de Euler.



La actividad siguiente te propone seguir explorando el mundo de la Geometría y utilizar lo que viste hasta ahora sobre los poliedros para analizar un ejemplo de construcción en la naturaleza. Consultá con tu maestro si la vas a hacer en la escuela o en tu casa y cuándo, o si pasás directamente a la actividad 5. Recordá que si vas a realizar la actividad siguiente, necesitás los materiales que ya te fueran solicitados.

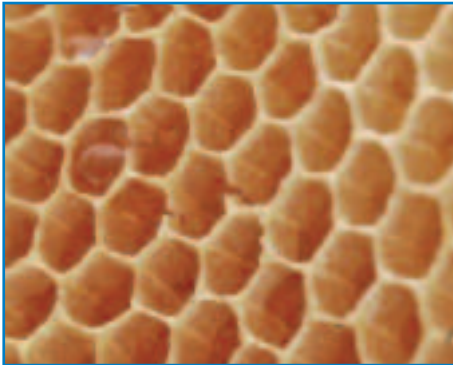


Si vas a hacer la actividad 4 vas a necesitar cartulina, tijera y goma de pegar.

A 4. Un panal de abejas

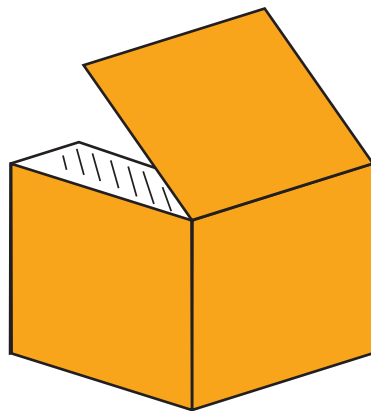
Es asombroso pensar que las abejas construyen su panal con celdas de tal forma que les permite almacenar con la mínima cantidad de cera, la mayor cantidad de miel. Conociendo algunas propiedades de las figuras y de los cuerpos geométricos podrás comprender mejor esa maravilla de la naturaleza.

a) Vas a construir un modelo de celda de un panal de abejas.



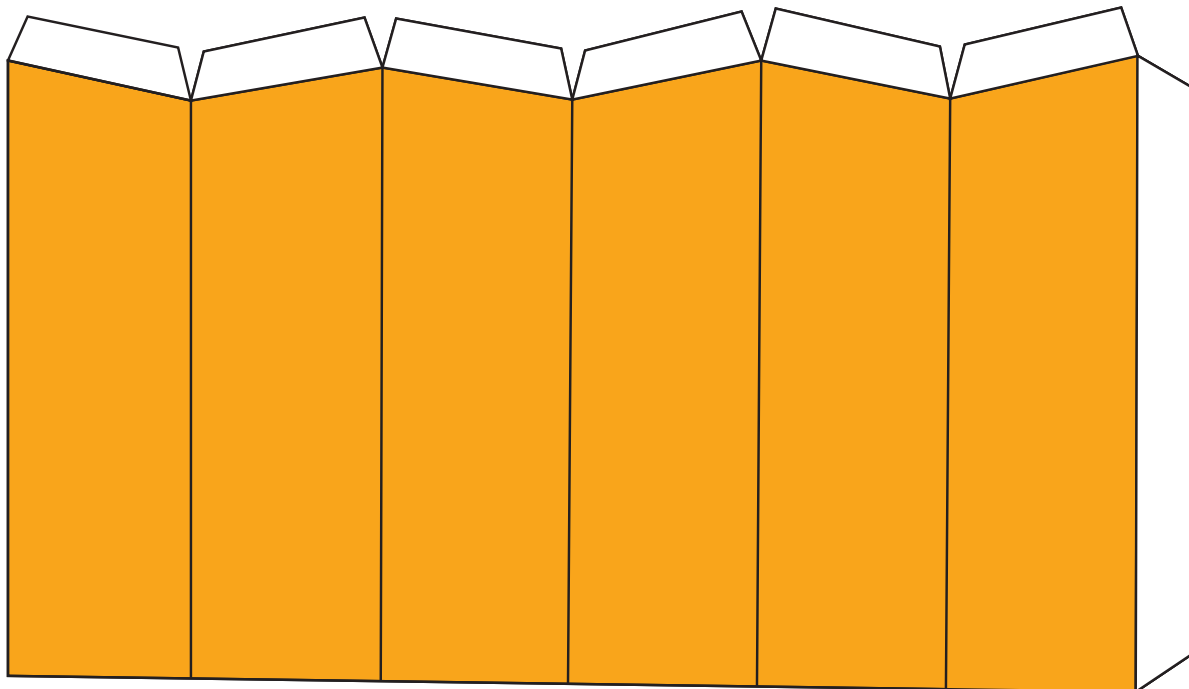
Alexander Z.

1. Armá sobre cartulina una figura como la siguiente, formada por 3 rombos consecutivos. Si querés, la podés calcar. Recortála. Doblá la aleta y las aristas que se unen en el vértice de modo que se forme un ángulo triedro. Queda así construido el fondo de la celda de un panal.



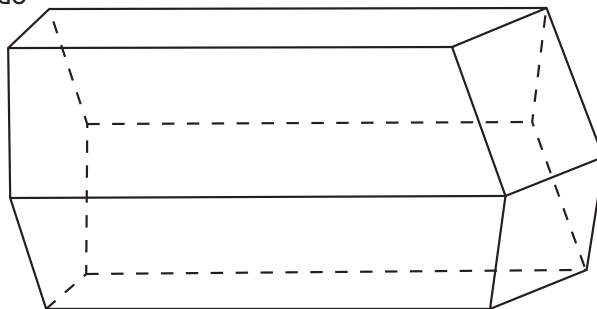
Para doblar las aletas es mejor marcar el doblar pasando con fuerza el canto de una uña sobre la línea.

2. Para formar las paredes de la celda, tenés que recortar sobre cartulina una tira de 6 trapecios consecutivos como la siguiente:



3. Doblá por las aristas comunes y pegá la aleta.

4. Para terminar, pegá las demás aletas al fondo que armaste.



5. Cuando cada uno de ustedes haya construido más de una celda, pueden reunir las para darse cuenta de cómo se forma un panal.



Las celdas de las abejas obreras tienen aproximadamente 11 mm de alto y 5 mm de abertura.

b) ¿Pensás que en lugar de construir la base de la celda con tres rombos, las abejas podrían utilizar cuatro rombos iguales? ¿Por qué?

c) Cuando la celda está llena de miel, se forma un poliedro: la cara superior es un hexágono, tiene seis caras laterales y la base está formada por tres rombos.

1. ¿Se trata de un poliedro regular?, ¿por qué?
2. Contá el número de caras, aristas y vértices de ese poliedro e indicá si cumple con la relación de Euler o no.



Hasta ahora analizaste las propiedades de los cuerpos que tienen sus caras planas unidas por las aristas. Hay otros cuerpos que se pueden obtener haciendo girar una figura alrededor de uno de sus lados. Son los cuerpos redondos como el cilindro, el cono y la esfera, de los que te ocuparás en esta actividad.

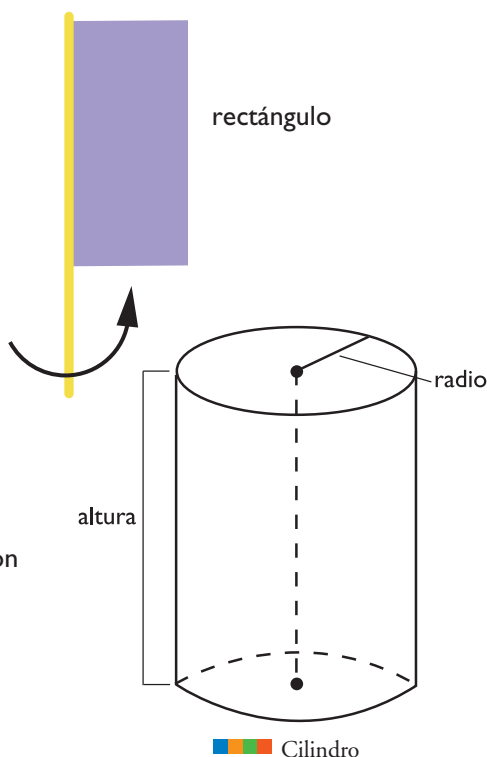


5. Los cuerpos redondos

a) Recortá un rectángulo de cartulina y pegale con cinta adhesiva, en uno de sus lados, un sorbete o un palito. Usando el sorbete como eje, hazlo girar lo más rápido que puedas. El cuerpo que se visualiza haciendo girar la cartulina es un cilindro.

b) Escribí en tu carpeta una lista de los objetos que conocés que tienen forma cilíndrica, por ejemplo, un tronco de árbol.

Como se ve en la figura, las bases del cilindro son círculos y la cara está formada por el rectángulo girado. Para conocer el tamaño de un cilindro sólo es necesario saber la medida de los dos elementos que están marcados en el dibujo: el radio de la base y la altura de la cara.





El **radio** de un círculo es una línea que se mide desde el centro del círculo a cualquier punto del contorno.



c) Elegí un objeto de forma cilíndrica, tomá las medidas del radio de la base y de la altura. Describí el cilindro en tu carpeta indicando las medidas de los dos elementos, pero sin decir de qué objeto se trata. Mostrale la descripción a un compañero o al maestro para que ellos, teniendo en cuenta el tamaño, decidan qué puede ser.

d) Repetí lo que hiciste en **a)** haciendo girar un triángulo. Para ello recortá un triángulo de cartulina y pegale con cinta adhesiva, en uno de sus lados, un sorbete o un palito. Usando el sorbete como eje, hazlo girar lo más rápido que puedas. El cuerpo que se visualiza es un **cono**. Escribí una lista de objetos que tengan forma cónica, por ejemplo, la punta de un lápiz.



e) ¿Qué datos te hacen falta para saber qué dimensiones tiene un cono?
¿Son los mismos que necesitaste para conocer el tamaño del cilindro?

f) Repetí lo que hiciste en **a)** haciendo girar la mitad de un círculo. Para ello recortá la mitad de un círculo de cartulina y pegale con cinta adhesiva, un sorbete o un palito en el diámetro. Usando el sorbete como eje, hazlo girar lo más rápido que puedas. El cuerpo que se visualiza es una **esfera**. Escribí una lista de objetos conocidos que tengan forma esférica, por ejemplo, una pelota.



El cilindro, el cono y la esfera se llaman **cuerpos de revolución**.



A lo largo de esta unidad estudiaste distintos tipos de cuerpos: los poliedros regulares y los cuerpos redondos. Aprendiste a construirlos, exploraste sus elementos y analizaste sus propiedades. En la actividad que sigue vas a tener oportunidad de revisar y aplicar todos esos conocimientos.

A 6. Exploración geométrica de un objeto



a) Elija cada uno algún objeto de la vida diaria que tenga una forma geométrica que pueda reconocer.



b) Dibujen en su carpeta el objeto y escriban todo lo que aprendieron en esta unidad acerca de su forma y características. Las siguientes son algunas preguntas que los ayudarán en la tarea.

1. ¿Todas sus caras son planas?
2. ¿Todas sus aristas son rectas?
3. Si tiene vértices, ¿en cada uno de ellos se unen igual número de aristas?
4. ¿Tiene cúspide?
5. ¿Tiene un par de caras paralelas e iguales?
6. ¿Tiene un vértice que pertenece a todas las caras menos a una?
7. ¿Verifica la relación de Euler?



c) Confeccionen un afiche con los objetos seleccionados por cada uno indicando sus características principales. Tengan en cuenta el número de caras, de aristas y de vértices, la forma de sus caras y cómo se apoya.



La actividad que sigue te permitirá comprender cómo se puede medir el espacio que ocupan los cuerpos. Para hacerla es conveniente disponer de “cubitos unidad”. Consultá con tu maestro para saber si las vas a realizar y en qué momento.

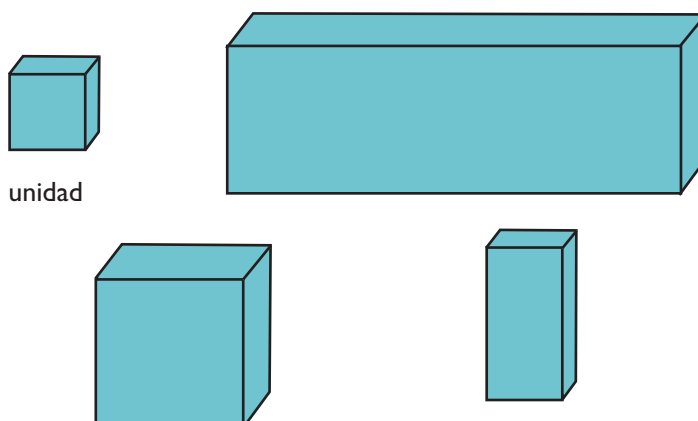


7. Unidades cúbicas

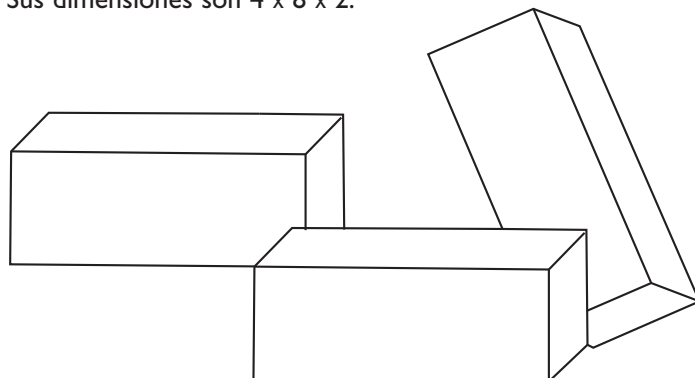


a) Escribí en tu carpeta las respuestas a las siguientes preguntas, indicando cómo procediste para hacerlo. Compará tu procedimiento con los de tus compañeros.

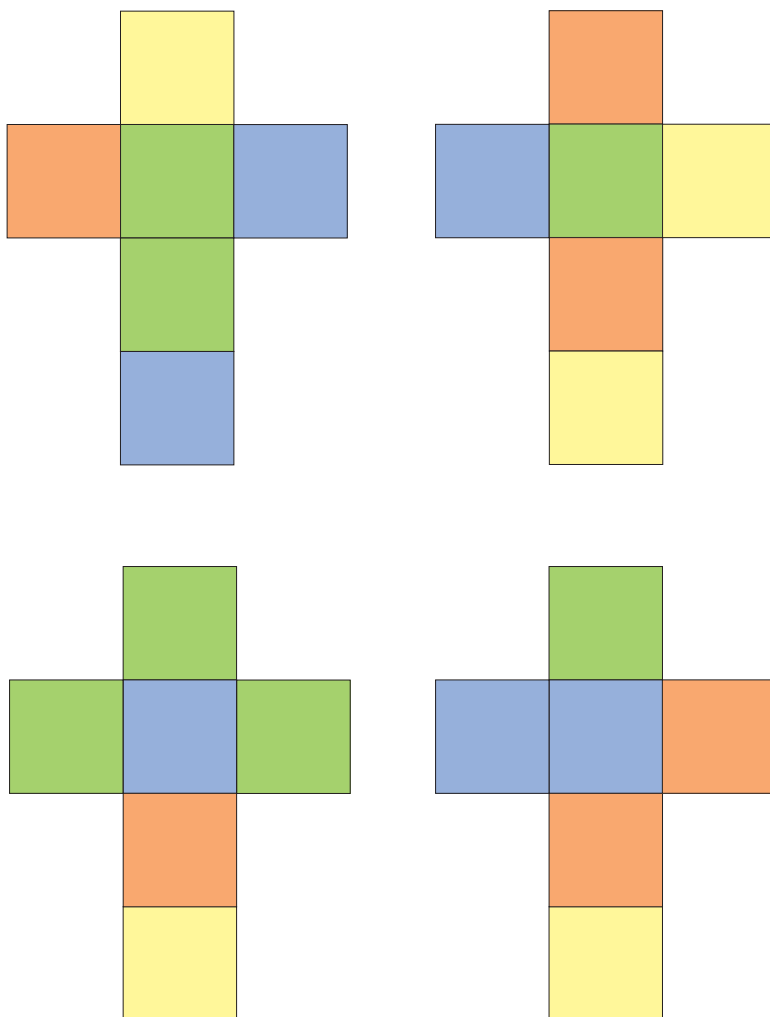
1. ¿Cuántos “cubitos unidad” se pueden guardar en cada caja?



2. ¿Cuántos bloques como estos, todos iguales, se necesitan como mínimo para construir un cubo? Sus dimensiones son $4 \times 8 \times 2$.



b) A continuación se muestran los desarrollos planos de cuatro cubos “desarmados”.



- Sus caras están coloreadas de naranja, verde, amarillo o azul. Ponete de acuerdo con tus compañeros para construir los cubos y armar con ellos una columna de modo que en cada una de sus caras laterales se vean los cuatro colores.

Para finalizar

En esta unidad aprendiste muchas cosas acerca de los cuerpos y de sus propiedades a través de la resolución de estas actividades:

Actividad 1: Formaedro.

Actividad 2: Poliedros regulares.

Actividad 3: Relación de Euler.

Actividad 4: Un panal de abejas.

Actividad 5: Los cuerpos redondos.

Actividad 6: Exploración geométrica de un objeto.

Actividad 7: Unidades cúbicas.

En todas las unidades que estudiaste hasta ahora se presentó al final una síntesis de los contenidos trabajados. Esta vez la síntesis la vas a hacer vos. Releé los títulos de las actividades y, tomando como modelo las síntesis finales de las unidades anteriores, explicá con tus palabras, en forma breve, lo que aprendiste en cada una. Es bueno que vayas haciendo anotaciones de los temas más importantes que estudiaste en cada actividad para ayudarte a elaborar después la síntesis. Podés conversar con un compañero antes de escribirla. Estos conocimientos que ahora vas a sintetizar te van a ser muy útiles cuando más adelante estudies las medidas de los cuerpos.



A continuación, como siempre, encontrarás problemas para resolver por tu cuenta cuando quieras.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. 6.174, un número mágico

1. Escribí un número cualquiera de 4 cifras que no sean todas iguales, por ejemplo 5.734.
2. Ordená sus cifras de mayor a menor y formá así otro número 7.543.
3. Ordená las cifras de 7.543 de menor a mayor. Se forma así 3.457.
4. Restá $7.543 - 3.457$, da 4.086.
5. Repetí el procedimiento con 4.086.
 $8.640 - 0468$; da 8.172.
6. Repetí una vez más.
 $8.721 - 1.278$; da 7.443.

• Y otra:
 $7.443 - 3.447$; da 3.996.

• Y otra:
 $9.963 - 3.699$; da 6.264.

• Y otra:
 $6.642 - 2.466$; da 4.176.

• Y otra:
 $7.641 - 1.467$; da 6.174.

7. Hacé lo mismo ahora empezando con otro número. Anotá tus observaciones.

2. Un proceso curioso de repeticiones

Tomá la calculadora para hacer las cuentas.

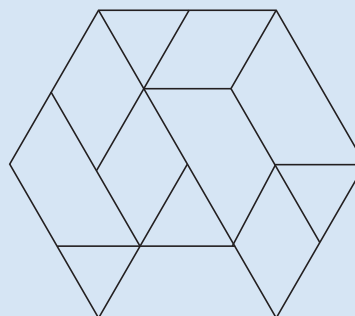
1. Elegí un número cualquiera.
 2. Si es par, dividilo por dos.
 3. Si es impar, multiplícalo por tres y sumale 1 al resultado. Así obtenés un número par; dividilo por dos.
 4. Aplicá el mismo proceso al resultado.
 5. Otra vez, otra vez,
- Por ejemplo, si empezaste con el 53, los sucesivos resultados son 53, 80, 40, 20, 10, 5, 8, 4, 2, 1, 2, 1,
 - Si lo hacés con unos cuantos números observarás que acabás siempre con 2, 1, 2, 1...

3. Cajas de fósforos

Normalmente, las cajas de fósforos tienen su largo, su ancho y su alto de diferentes longitudes. Tres de estas cajas se pueden ensamblar para formar un bloque rectangular, con las tres cajas paralelas entre sí, de tres formas distintas. ¿De cuántas maneras se pueden ensamblar 36 cajas de forma análoga?

4. Un rompecabezas hexagonal

De las siguientes figuras: rombo, cuadrado, trapecio, triángulo equilátero, ¿cuál no aparece en el rompecabezas del dibujo?



UNIDAD 9

Simetría

En esta unidad vas a trabajar nuevamente con figuras geométricas. Experimentando con elementos simples como papeles y espejos, vas a descubrir transformaciones, es decir, movimientos de figuras en el plano que permiten producir diseños a partir de formas y figuras conocidas.

La producción de guardas y dibujos decorativos en telas, tejidos, cerámicas, mosaicos y otros tipos de materiales, en las que se aplican transformaciones, muestran que la Geometría está presente en las creaciones humanas.

A través de las actividades verás cómo obtener diseños con la misma técnica: la aplicación a las figuras de una transformación llamada simetría. Profundizando en ella, vas a conocer interesantes propiedades geométricas y al mismo tiempo vas a aprender procedimientos para componer diseños sin modificar la forma o el tamaño de las figuras.

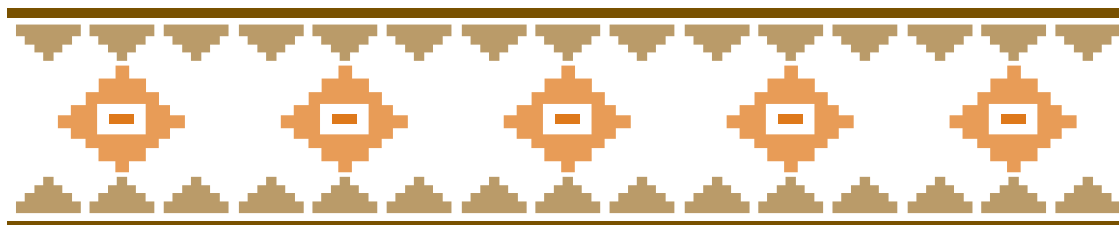


Consultá con tu maestro cómo te vas a organizar para realizar las actividades de la unidad y cuánto tiempo le vas a poder dedicar a completar cada una de ellas.



Para realizar las actividades 1 y 2 de esta unidad necesitás un espejo de mano plano de forma rectangular, papel de calcar y los útiles de Geometría.

Nuevamente, las figuras geométricas te permitirán descubrir algunas propiedades que se presentan en la vida diaria. Si observás con atención la guarda mapuche que aparece más abajo, podrás ver que hay un dibujo que se repite a lo largo de ella. Ahora bien, si mirás con atención ese dibujo, vas a identificar una serie de figuras geométricas conocidas. ¿Cuáles son?

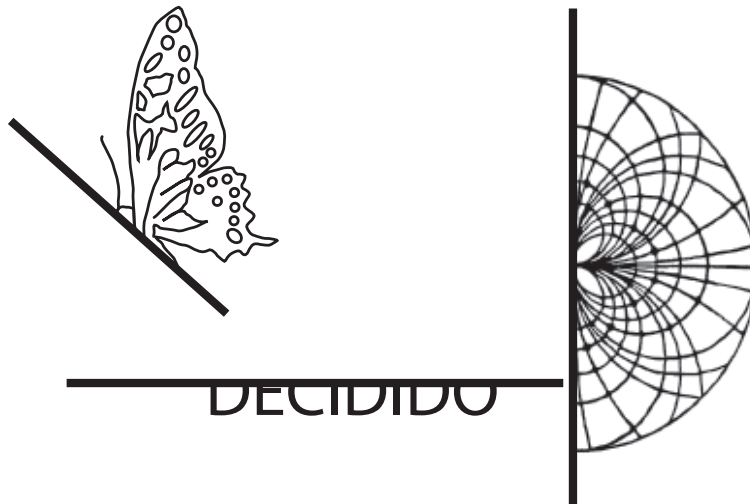


A 1. Reflejos en el espejo

En esta actividad vas a comprobar qué pasa con las figuras al reflejarlas en un espejo.

a) Para empezar, aquí van algunas figuras.

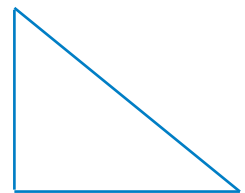
1. Apoyá el borde del espejito rectangular sobre la línea marcada y observá cómo se completan las figuras con su reflejo en el espejo. Anotá tus observaciones.



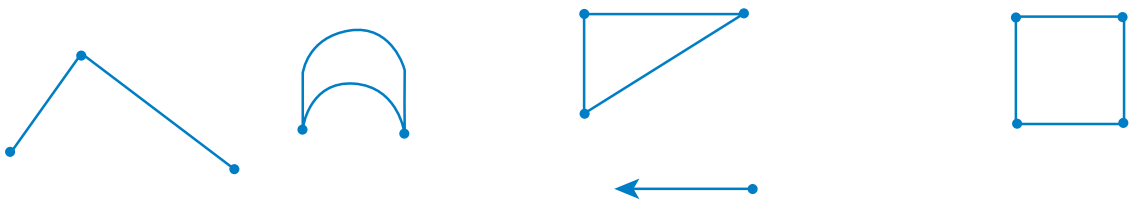
b) Leé las siguientes preguntas. Pensá primero las respuestas y luego comprobalas colocando el espejo sobre la figura.

1. ¿Cómo se debe colocar un espejo sobre este triángulo para que se vea un cuadrado?

2. ¿Y para que se vea un rombo no cuadrado? Si no obtuviste el resultado esperado, ensayá otras posiciones hasta que encuentres la correcta.



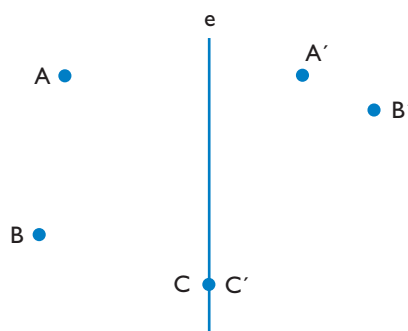
c) Pensá cuál es la imagen de cada uno de estos dibujos en un espejo apoyado sobre una recta horizontal.



1. Copiá las figuras en papel cuadriculado y dibujá las imágenes como se las vería apoyando el espejo.

2. Después de haberlas dibujado, controlá el resultado con un espejo.

d) Observá estos tres puntos A, B y C:



1. Trabajá con un espejo, apóyalo sobre la recta e para obtener las imágenes reflejadas de A y B. Vas a observar que A' y B' (se lee A prima y B prima) no coinciden con las imágenes de A y de B que brinda el espejo. (Observá que el punto A se diferencia de A' ya que A indica el nombre de un punto y A' el de su representación.) ¿Cómo modificarías la ubicación de A' y B' para que sí coincidan?

En el caso de C' no hay nada que modificar: C' es la imagen simétrica de C.

2. Explicá cómo se relaciona el segmento AA' con la línea e .

e) Tomá una hoja de papel de calcar y realizá paso a paso lo que se indica:

1. Hacedle un doblez. Llamá e a la recta que contiene el doblez.

2. Dibujá algunas líneas en el frente de la hoja. Vas a poder ver los dibujos a través del papel doblado. Calcalos y, al abrir la hoja de papel, vas a encontrar tus primeros dibujos y su imagen; ¿qué relación hay entre ellos?

3. Compará la imagen con el reflejo de los dibujos en un espejo apoyado de canto sobre la marca del doblez.



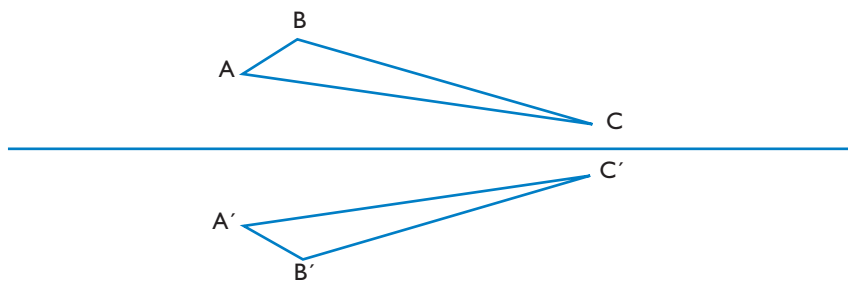
La imagen simétrica de un punto P respecto del eje e es el punto P' (P prima) tal que el segmento PP' es perpendicular al eje e y lo corta en O de modo que $PO = OP'$.

Si un punto pertenece al eje, es imagen de sí mismo.

Se llama **simetría axial** a la transformación que a cada punto le hace corresponder su simétrico respecto de una recta tomada como **eje de simetría**.

Las simetrías axiales invierten el sentido en que se nombran los puntos. Por ejemplo, si se nombran los vértices según el sentido en que se mueven las agujas de un reloj, el triángulo ABC se nombra ABC; en cambio, al leer los vértices de la imagen simétrica se nombran en el sentido contrario.

f) Para comprobar que la simetría axial invierte el sentido en que se nombran los puntos, nombrá en voz alta los dos triángulos que aparecen en la figura.



g) **Hacé la siguiente experiencia para entender mejor cómo funciona la simetría axial.**

1. Apoyá las palmas de tus manos sobre una misma hoja de papel, una al lado de la otra, y marcá con un lápiz el contorno de cada una para que quede dibujada su forma.
2. Observá tus dibujos. ¿Son simétricos?
3. Si se deslizara uno sobre otro sin salirse del papel, ¿coincidirían exactamente?
4. ¿Qué tendrías que hacer para que coincidieran los dos dibujos?

Esta sencilla experiencia te muestra que para que dos figuras simétricas se puedan superponer exactamente es necesario “salir” del plano en el que están dibujadas, es decir, “dar vuelta” una de ellas.

h) **Revisá lo que hiciste hasta ahora desde el comienzo de la unidad y anotá en tu carpeta las ideas más importantes que estudiaste en esta actividad 1.**



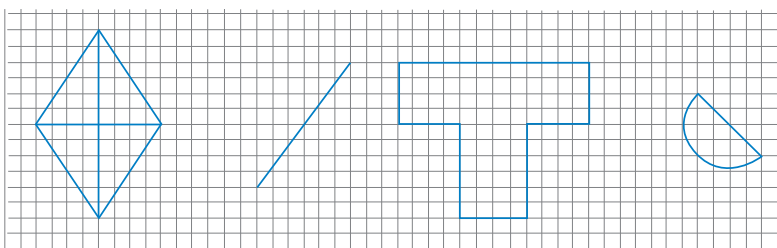
Es conveniente que vayas comentando con tus compañeros y tu maestro las respuestas a todas las actividades siguientes, las observaciones y las conclusiones a las que llegues. Si encontrás dificultad en la resolución de alguna de las actividades no dudes en consultar con tu maestro.



2. Cómo construir elementos simétricos

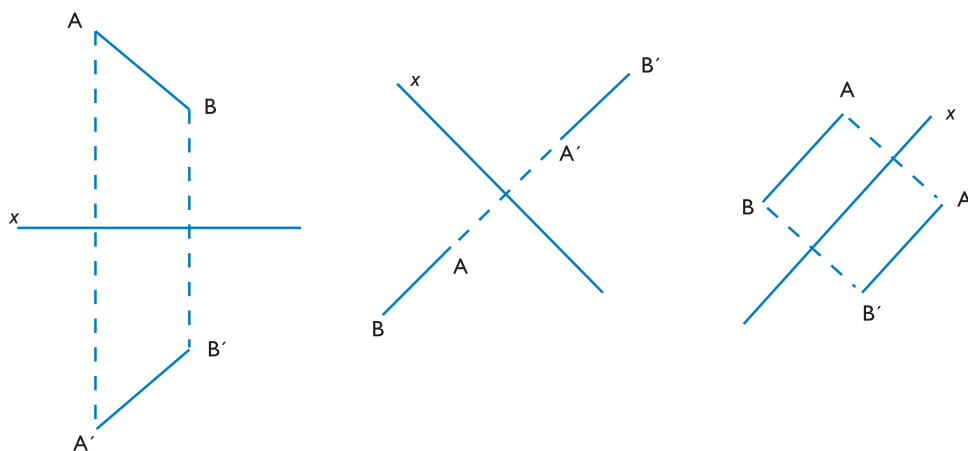
En esta actividad vas a profundizar tu conocimiento sobre los ejes de simetría y vas a explorar los procedimientos para construir las imágenes simétricas de distintas figuras.

a) **Calcá en un papel las siguientes figuras y segmentos de a uno por vez. Para cada uno trazá una línea que elijas como eje de simetría.**



1. Tratá de construir, con regla y escuadra, la imagen simétrica de cada figura y cada segmento respecto de la recta eje.
2. Comprabá con el espejo si lo hiciste bien.
3. Explicá tu procedimiento.

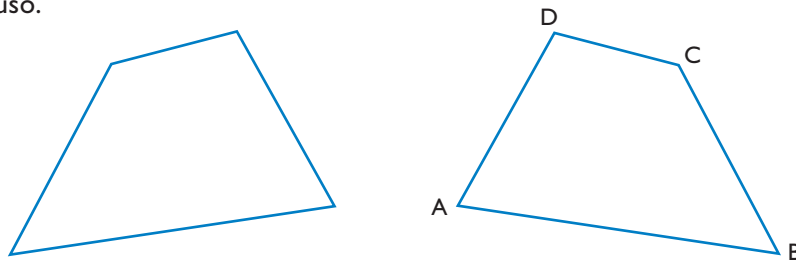
b) Observá las siguientes figuras en las que se ha construido un segmento y su simétrico por una simetría axial de eje x .



Observá que, para construir la imagen simétrica de un segmento, hay que hallar las imágenes simétricas de sus extremos: son los extremos del segmento imagen.

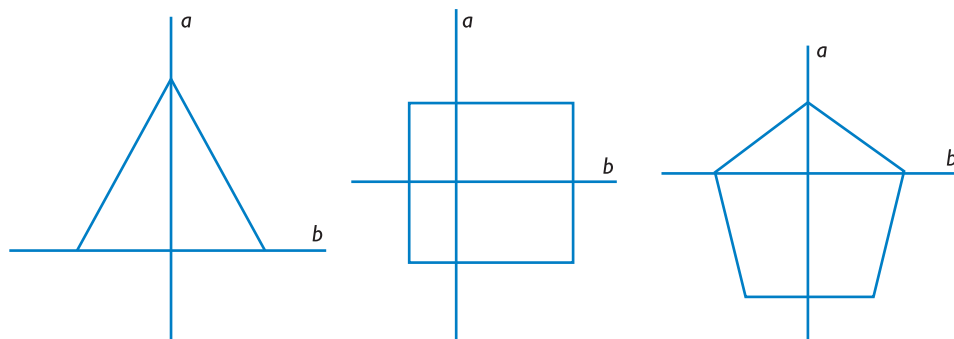
Si el segmento es perpendicular al eje, su imagen también lo es, y si el segmento es paralelo al eje, su imagen también lo es.

c) Calcá estos dos cuadriláteros, nombrá los vértices simétricos y dibujá el eje de simetría que se usó.



Para construir la imagen simétrica de un polígono se hallan las imágenes simétricas de sus vértices: son los vértices del polígono imagen.

d) En cada una de estas figuras se han trazado dos rectas a y b , como ejes de simetría. Explorá con un espejo las imágenes que se obtienen.

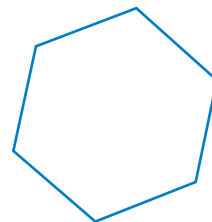


1. ¿En qué figura y en relación con qué eje la imagen simétrica se puede superponer exactamente con la original?



Si en una figura se encuentra una línea tal que la imagen simétrica respecto de ella al superponerse coincide exactamente con la original, esa línea es el **eje de simetría** de la figura.

- e) Calcá estas figuras y pegalas en tu carpeta.



1. ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada una de ellas? Para averiguarlo, trazá los ejes que te parezcan y explorá si se comprueba la propiedad explicada en el recuadro al final del punto d).

f) Escribí tu nombre con letra de imprenta. A una distancia de aproximadamente 1 cm debajo de él, trazá una línea horizontal. Tratá de construir la imagen simétrica de tu nombre respecto de la línea que trazaste. Comprobá con un espejo si tu dibujo es correcto.

g) Explorá las letras mayúsculas de imprenta de nuestro alfabeto. Escribí un listado de las que presentan ejes de simetría.

h) Explorá las cifras numéricas del 0 al 9. Escribí un listado de las que presentan ejes de simetría.

i) Repasá los puntos de esta actividad 2.

1. Anotá en tu carpeta las ideas nuevas que viste sobre la simetría y realizá un breve comentario sobre lo que descubriste acerca de esas ideas.

2. Conversalo con un compañero y mostrale tus anotaciones al maestro.



Ahora que ya sabés de qué se trata la simetría en general vas a estudiar algunos casos especiales, de importancia para la Geometría. En todas las actividades que siguen vas a necesitar hacer construcciones y dibujos en papel. Asegurate de tener siempre a mano los útiles de Geometría.



Para la actividad 4 vas a necesitar hojas de papel cuadriculado, hojas de papel de calcar, lápices, algunos alfileres y los útiles de Geometría. Empezá a buscar los materiales.



3. Figuras con puntos en el eje



En la actividad anterior tuviste que encontrar los ejes de simetría en distintas figuras; ahora vas a estudiar las propiedades de algunos ejes de simetría particulares.

a) Dibujá un ángulo y buscá su eje de simetría.

1. Trazá el eje encontrado.
2. Describí todo lo que observes sobre él, por ejemplo, cómo está ubicado respecto de los lados, del vértice y, si hay puntos del ángulo sobre el eje, cuáles son.

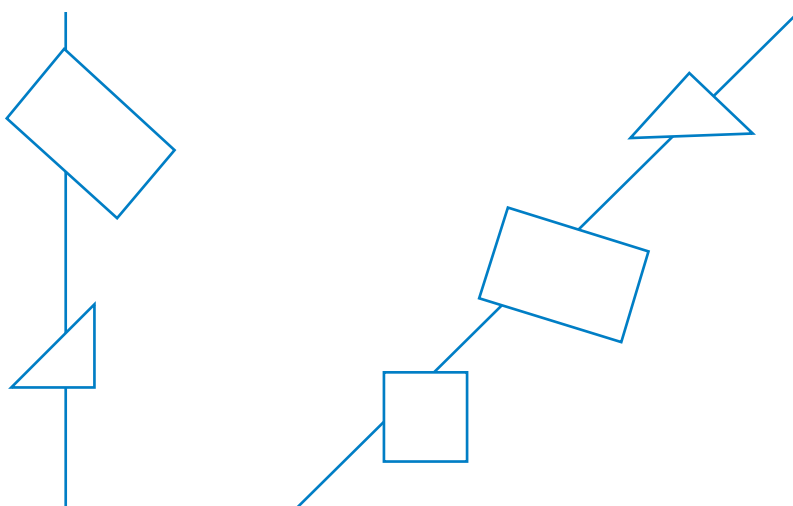


El eje de simetría de un ángulo, o sea la semirrecta con origen en su vértice y cuyos puntos están a la misma distancia de ambos lados, recibe el nombre de **bisectriz**.

b) Dibujá un triángulo cualquiera en una hoja y recortalo.

1. Marcá la bisectriz de cada uno de sus ángulos.
2. Si trabajaste bien podrás observar que las tres bisectrices tienen un punto en común. ¿Pensás que ese punto está a la misma distancia de los tres vértices?, ¿por qué? Comprobá tu estimación midiendo los segmentos desde el punto de unión de las bisectrices hasta cada vértice y anotá las mediciones.
3. Pegá el recorte en tu carpeta y escribí una breve explicación acerca de lo que observaste sobre el punto de intersección de las bisectrices.

c) Obtené las imágenes simétricas de las figuras, puntos y segmentos dibujados a continuación según el eje de simetría marcado. Para hacerlo, imagináte que cada figura está dividida en dos partes, una a cada lado del eje, y encontrá la imagen de cada parte. Tomá una por vez. Recordá que tenés que hacerlo en tu carpeta.



En la actividad 4 vas a explorar casos más complejos de construcciones a partir de la simetría. Para eso vas a tener que hacer varias figuras y trabajar con ellas. Es importante que vayas siguiendo las instrucciones con atención para asegurarte de obtener los resultados esperados. Recordá traer los materiales que te fueran solicitados para esta actividad.



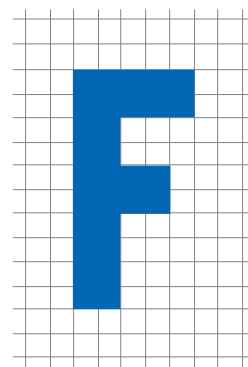
4. Más de una simetría



Ahora que ya sabés qué es un eje de simetría y conocés la manera de obtener y analizar imágenes simétricas de distintas figuras, vas a aplicar todos esos conocimientos para estudiar casos más complejos en los que se combinan varias simetrías al mismo tiempo.

a) Primero trabajarás con dos simetrías sucesivas de **ejes paralelos**. Seguí los pasos que se indican a continuación.

1. Dibujá en papel cuadriculado, cerca del margen izquierdo, una letra *F* como la de este dibujo.
2. Trazá a la derecha, a unos 2 cm de la letra *F*, un eje vertical *e* y construí la imagen simétrica de *F*. Llamála *Z'* (se lee “z prima”). Observá si tiene la misma orientación que la letra original o si está invertida.
3. Trazá otro eje vertical *e'* a unos 8 cm a la derecha de *e* y construí la imagen simétrica de *Z'* en relación con el eje *e'*. Llamala *Z''* (se lee “z segunda”).
4. Observá tus dibujos y respondé: la imagen *Z''*, ¿tiene la misma orientación que la figura original? Explicá con tus palabras por qué ocurre eso.

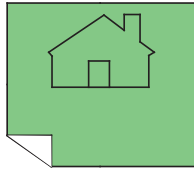


Al aplicar una simetría a una figura y después otra simetría a la imagen que se obtuvo, resulta una tercera figura que es la transformada de la inicial a través de dos simetrías.

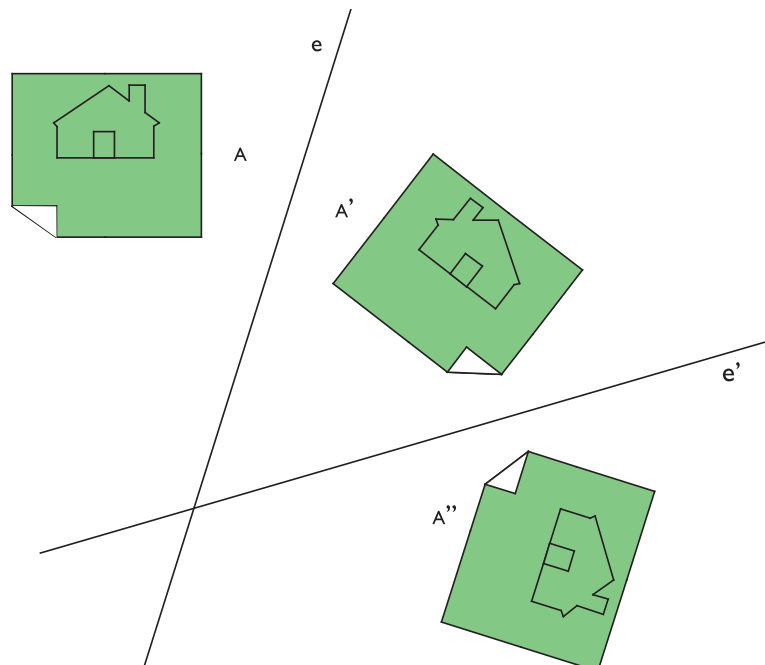
Si a una figura se le aplican sucesivamente dos simetrías de ejes paralelos, se obtiene el mismo resultado que si se la hubiera trasladado a una distancia doble de la que separa los ejes, deslizándola sin cambiar su orientación. Ese tipo de movimiento se denomina **traslación**.

5. En la unidad 2 de Ciencias Naturales estudiaste sobre los movimientos de traslación de los planetas como la Tierra. ¿Cómo es ese movimiento? Comparalo con la transformación que acabás de hacer.

b) Aplicando dos simetrías de ejes paralelos se obtiene una traslación. Ahora analizarás el resultado de aplicar dos simetrías de **ejes no paralelos**. Seguí estos pasos para obtener imágenes simétricas de la casita.



1. Calcá el dibujo de la casita y ponéle una letra A.
2. Doblá la hoja del papel de calcar según una recta oblicua que no pase por el dibujo A pero que te permita verlo por transparencia y volvé a calcar la casita.
3. Desplegá la hoja, remarcá con lápiz la línea del doblez y ponéle una letra e.
4. Observá cómo quedó el dibujo de la casita. Seguramente lo encontrarás en el revés de la hoja.
5. Pasá el lápiz por el dibujo para que te quede en el frente de la hoja, llámalo A' (se lee "A prima").



6. Una vez que el dibujo está terminado, observá, pensá y respondé estas preguntas:

- Los dibujos A y A' ¿son exactamente iguales?, ¿por qué?
- La chimenea de la casita que en A estaba a la derecha, ¿está en la misma posición en A' ?

c) Ahora realizá este procedimiento:

1. Doblá la hoja por una recta horizontal e' que no sea paralela a e y que no pase por A ni A' .
2. Calcá A' usando el mismo procedimiento que usaste antes en el punto b).
3. Pasá el lápiz para que el dibujo te quede en el frente de la hoja. A esta nueva figura llamala A'' (se lee "A segunda").
4. Observá A , A' y A'' y escribí en qué se parecen y en qué se diferencian.
5. Aplicá el papel de calcar donde dibujaste A , A' y A'' sobre el dibujo con la casita de modo que el original coincida con A . Pinchá con un alfiler en el punto de intersección de e y e' y hacé girar el calco hasta que A'' coincida con A . ¿En qué ángulo giró el papel?
6. Si hubieras hecho un giro en sentido contrario con el mismo ángulo, ¿habrías obtenido el mismo efecto?, ¿por qué?

Si observás el resultado del procedimiento que hiciste hasta aquí, podés comprobar que la composición sucesiva de dos simetrías produce el mismo efecto que un **giro** o **rotación** con centro en el punto de intersección de los ejes. Los términos giro y rotación se usan indistintamente.

7. En la unidad 2 de Ciencias Naturales analizaste un modelo de la Tierra, viste el eje terrestre y su movimiento de rotación. Revisá lo que estudiaste en este punto y pensá si el eje terrestre es un eje de simetría y qué tienen en común el movimiento de rotación de la Tierra con los que acabás de producir en el plano.
8. Anotá tus observaciones y conclusiones en la carpeta y conversalas con tu maestro.



Hasta aquí estudiaste distintos elementos de la simetría. Con esta actividad de cierre de la unidad vas a poder revisar e integrar esos conocimientos.



5. Análisis de la guarda

a) Para completar el trabajo con esta unidad aplicá lo que aprendiste al análisis de las transformaciones que dieron origen a la guarda mapuche que está al comienzo. Identificá el motivo original y las sucesivas transformaciones que se le aplicaron para construir la guarda y respondé:

1. ¿Dónde se ubican los ejes de simetría en el motivo original?

2. ¿Y en la guarda completa?



3. Compará tu análisis con el de otros compañeros: ¿eligieron como motivo original la misma parte del diseño completo? ¿Usaron solamente simetrías? ¿Le aplicaron otras transformaciones como traslaciones o giros?

b) Aplicando diferentes transformaciones, ¿se pueden obtener los mismos resultados?

c) Revisá las respuestas a las preguntas anteriores y después escribí un breve resumen de tus observaciones usando como guía esas preguntas.

Para finalizar

Las actividades de esta unidad te permitieron ampliar tus conocimientos geométricos mediante exploraciones e investigaciones en las que usaste materiales cotidianos como espejos y papeles transparentes que pudiste plegar y desplegar convenientemente.

Con la ayuda de esos elementos aprendiste que la simetría es una transformación que aplicada a las figuras no cambia su forma ni su tamaño, pero las “da vuelta”, es decir que cambia la orientación de sus puntos, y lo que en la figura original está en una posición, en la simétrica está en la posición opuesta. Por eso te dio tanto trabajo escribir tu nombre “al revés” para que en el espejo se leyera “al derecho”.

Aprendiste no sólo a construir figuras simétricas sino también a encontrar el eje de simetría entre dos figuras o en una misma figura.

La aplicación sucesiva de dos transformaciones de ejes paralelos te permitió comprender mejor qué es una traslación y también que la aplicación sucesiva de dos simetrías de ejes no paralelos da por resultado una rotación.

La simetría en los ángulos y el concepto de bisectriz te va a ser de mucha utilidad cuando trabajes en la unidad siguiente con la medida de ángulos.

En la última actividad aplicaste lo aprendido al reconocimiento, la descripción y la prueba experimental de las simetrías y otras transformaciones que presentan los diseños artesanales que encontramos a diario.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Suma de impares

La tarea consiste en sumar todos los números impares desde el 1 al 101, ambos inclusive. Después de finalizar la cuenta, ¿habrá un procedimiento fácil para calcular, por ejemplo, la suma de los impares del 1 al 201? Si encontrás la fórmula, como aplicación, calculá la suma de los impares desde el 1 al 101, del 1 al 201 y del 1 al 343.

2. Un teléfono

Cuando le pregunté el número de teléfono a un compañero, me dijo: “Mi número tiene cinco cifras. Si le ponés un 4 adelante obtenés un número que es el cuádruple del que se obtiene si le ponés el 4 detrás”. ¿Cuál es el número de teléfono de mi compañero?

3. Cortar una madera

Una plancha de madera tiene esta forma de rectángulo al que le falta un cuarto y hay que cortarla en cuatro trozos de la misma forma. No es un problema fácil, pero tiene solución.



4. Los aprobados

En un curso de 35 alumnos, exactamente el 95% de los aprobados obtuvo más de 7 puntos, ¿cuántos aprobaron?

5. El adivino infalible

Este juego nunca falla. Pedile a un amigo que piense un número mayor que 10 y menor que 99 y no te lo diga.

Luego, decile que piense sólo en la cifra de las decenas y la multiplique por 2. A ese resultado debe sumarle 5, después multiplicarlo por 5 y luego sumarle la cifra de las unidades.

Ahora, pedile que diga el número que obtuvo y restale 25. El resultado será el número en el que pensó tu amigo.

¿Por qué este juego no puede fallar?

UNIDAD 10

Medida de ángulos

Los puntos cardinales sirven como orientación para muchos otros fenómenos. Todos los días en los noticieros se escuchan informaciones como “El viento soplará en dirección Norte rotando al Este”, “Hoy hay viento del Sur rotando al Sudoeste”. ¿Cómo se hace para determinar la dirección del viento? En la actualidad se utilizan aparatos sofisticados, pero el más sencillo y que seguramente viste en muchas casas es la veleta. ¿Pensaste alguna vez cómo funciona una veleta?



Con los conocimientos sobre la formas de medir ángulos que vas a adquirir a lo largo de esta unidad podrás comprender mejor el funcionamiento y la utilidad de aparatos como la veleta. También vas a enterarte por qué la medición de ángulos fue tan importante en la historia de la humanidad y cuáles son sus aplicaciones en la actualidad. Todo esto te va a permitir profundizar lo que ya sabés acerca de las figuras geométricas.

TEMA 1: LOS ÁNGULOS SE PUEDEN MEDIR



1. Los puntos cardinales

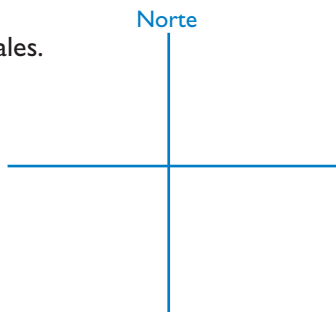
En la unidad 2 de Ciencias Naturales aprendiste a distinguir, en cualquier lugar de la Tierra, los cuatro puntos cardinales: Este, Oeste, Norte y Sur. Si te parás señalando con tu brazo derecho hacia el Este y con el izquierdo al Oeste, tendrás el Norte hacia adelante y el Sur hacia atrás. La dirección Este-Oeste es perpendicular a la dirección Norte-Sur.

Para indicar la dirección de los vientos se suele usar una veleta. Con frecuencia es una pieza de metal, generalmente en forma de flecha, que se coloca en lo alto de los edificios de modo que al girar, impulsada por el viento, marque su dirección.



a) Dibujá en tu carpeta un par de ejes perpendiculares igual a los de la figura como si miraras la veleta desde arriba y resolvé lo siguiente:

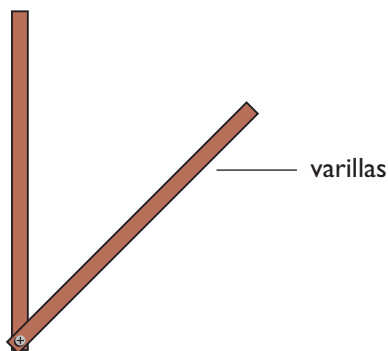
1. Completá con los demás puntos cardinales. Cada eje une dos puntos cardinales.



2. Ahora imaginate la flecha de la veleta impulsada por el viento girando sobre esos ejes que marcan los puntos cardinales y pensá en cuál de las siguientes rotaciones la flecha gira más: ¿cuando lo hace de Norte a Este o cuando gira de Oeste a Este?
3. Compróbalo extendiendo un brazo hacia la primera dirección y haciéndolo girar hasta señalar la segunda en los dos casos. Escribí la respuesta en tu carpeta.

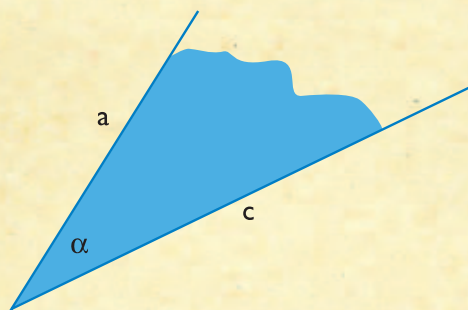
b) Si la veleta gira de Norte a Este sin pasar por el Oeste, ¿gira más o menos que si lo hace pasando por el Oeste?

1. En cada caso, ¿qué parte de un giro completo realiza?
2. Utilizá varillas articuladas, sorbetes y alfileres como muestra la figura para representar los ángulos y hacer los giros antes de contestar en tu carpeta y hacer los dibujos correspondientes.




Todo cambio de dirección en un giro o rotación determina un **ángulo**.

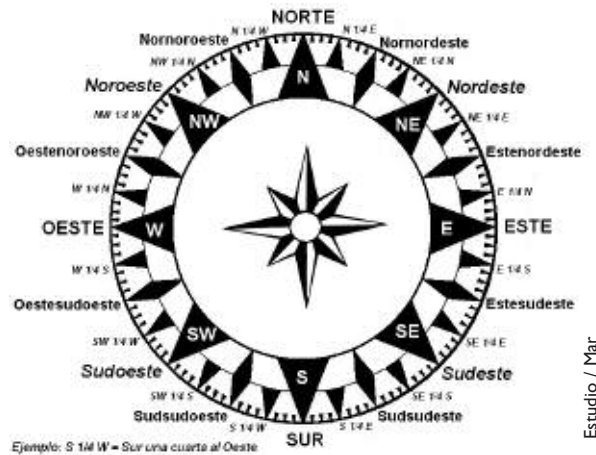
Un ángulo se puede representar mediante dos semirrectas, los **lados** del ángulo, que tienen como origen el mismo punto, el **vértice** del ángulo, y determinan la región angular correspondiente.



c) Determiná la abertura de los ángulos de giro entre las direcciones mencionadas en el punto b) y expresalas en forma de fracciones comparándolas con un ángulo recto o con un giro completo. Por ejemplo: $\frac{3}{4}$ de un ángulo recto, $\frac{1}{4}$ de un giro completo. Usá el vocabulario específico: lados, vértices, región angular.

d) En el dibujo del par de ejes que hiciste con las direcciones Oeste-Este y Norte-Sur, dibujá ahora las direcciones Noroeste (NO), Noreste (NE), Sudeste (SE) y Sudoeste (SO). Poneles las iniciales. Te quedó algo parecido a una rosa de los vientos, que contiene los puntos intermedios entre los cuatro principales.

 La rosa de los vientos es una figura que se usa en navegación para representar las direcciones de los puntos cardinales.



Estudio / Mar

e) Revisá la figura de los ejes con las nuevas direcciones y respondé en tu carpeta:

1. ¿Cuántos ángulos quedaron dibujados al agregar esas direcciones?
2. ¿Qué parte de un ángulo recto es cada uno?
3. ¿Y qué parte de un giro completo?



¿Para qué se miden los ángulos? ¿Cómo se miden? ¿Con qué instrumentos? A través de esta actividad encontrarás algunas respuestas a estos interrogantes que ampliarán lo que ya sabés sobre el tema.



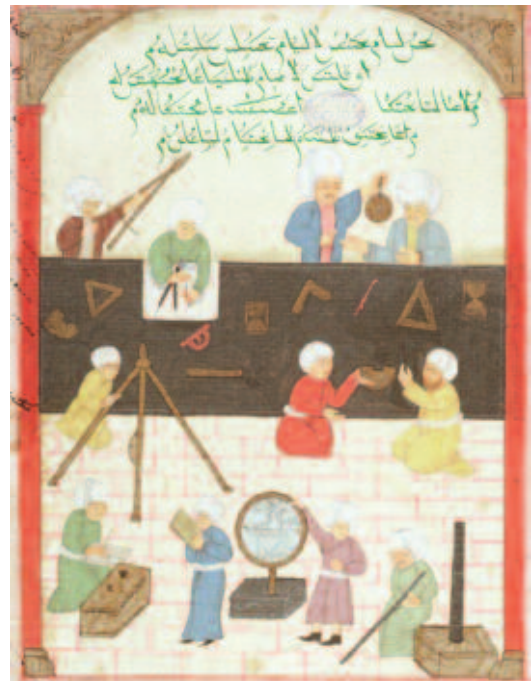
Para la actividad 3 vas a necesitar el haz de rectas de la actividad 2, transportadores y hojas.



2. ¿Cómo medir ángulos?

Desde la Antigüedad, astrónomos y navegantes tuvieron la necesidad de medir ángulos para localizar las estrellas en el cielo y orientarse según su posición.

En la actualidad, a través de algunos instrumentos modernos, se pueden calcular distancias –inaccesibles para medirlas en forma directa– a partir de la medición de ángulos.



Whipple Museum of the History of Science, University of Cambridge



Sextante.

National Oceanic and Atmospheric Administration



Goniometro.

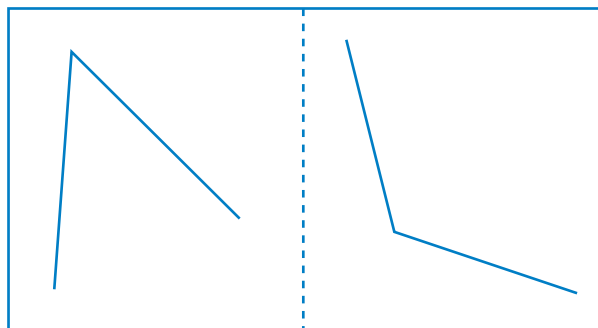
Ministerio de Educación y Ciencia de España



Teodolito.

Pablo Alberto Salguero Quijés

a) Tomá una hoja de papel transparente y marcá un doblez por la mitad. Abrió la hoja y en una parte dibujá un ángulo agudo y en la otra, un ángulo obtuso.



b) Reunite con tus compañeros y comparen los ángulos obtusos que dibujaron.

1. ¿Quién de ustedes dibujó el ángulo obtuso mayor?, ¿y el menor?
2. Registren cómo los compararon.
3. Ordenen de mayor a menor sus ángulos obtusos y escriban en una hoja los nombres de cada uno de ustedes en el mismo orden que resultaron colocados los ángulos obtusos de mayor a menor.

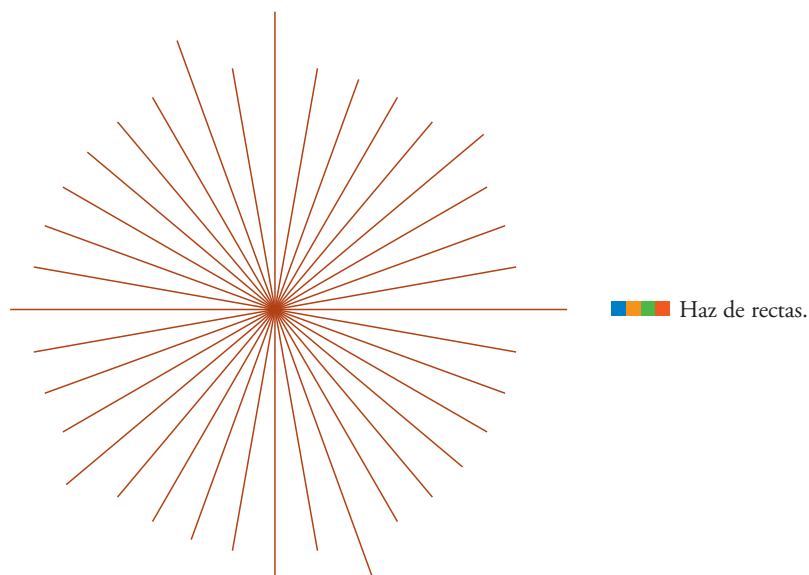


c) Trabajá con tus compañeros. Cada uno mida su ángulo obtuso usando como unidad su propio ángulo agudo y anote las veces que el agudo cabe en el obtuso. Si la unidad no cabe un número exacto de veces, usen fracciones para expresar la medida con la mayor precisión posible. Recuerden que en la unidad 3 aprendieron que la medida de una cantidad es el número que indica las veces que entra la unidad en la cantidad a medir. Por ejemplo, cuando decimos que una chacra tiene 5 hectáreas significa que la medida es el número 5 y se ha tomado como unidad 1 hectárea.



d) Con tus compañeros, hagan en una hoja una tabla de tres columnas. En la primera escriban los nombres de todos los que participaron en la experiencia. En la segunda registren las medidas que obtuvo cada uno y escriban en la cabecera de la columna “Medido con mi ángulo agudo”.

1. Si las medidas se ordenan de mayor a menor, ¿corresponden los nombres al mismo orden que obtuvieron en **b)**? ¿Por qué?
2. Conversen entre ustedes y comenten sus ideas con el maestro
3. Para que todos midan sus ángulos obtusos con las mismas unidades, usen como unidad los ángulos de este haz de rectas. Para eso, cada uno tiene que superponer su ángulo obtuso sobre el haz, de manera que un lado del ángulo coincida con alguna recta del haz.



- ¿Cuál es la medida del ángulo obtuso de cada uno de ustedes? Exprésenla en un número de unidades del haz por ejemplo “13 ángulos del haz”.
- Observen si en todos los casos es posible expresar la medida con un número exacto. Si no fuera así, tomen la mejor aproximación que puedan y escriban en la cabecera de la tercera columna de la tabla realizada en **c)** “Medido con ángulos del haz”. Cada uno anote la medida que obtuvo.
- Si ordenan las medidas de sus ángulos obtusos que obtuvieron ahora, de mayor a menor, ¿el orden, es el mismo que tenían los ángulos en **b)**? ¿Por qué ocurre eso?



En la actividad anterior aprendiste a medir ángulos usando como unidad los ángulos del haz de rectas. Ahora vas a analizar el uso del transportador, que te permitirá mayor precisión al medir.



Para la actividad 4 vas a necesitar una varilla o un sorbete y un alfiler, además de papel y elementos de escritura.

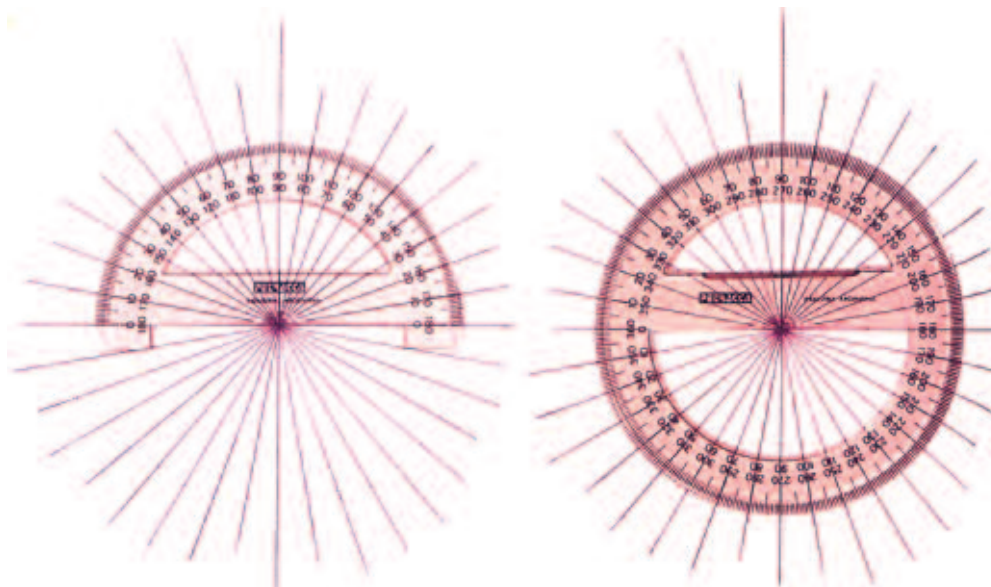


3. El sistema sexagesimal



a) ¿Cómo medir ángulos con mayor precisión que con el haz de rectas? Sigán los siguientes pasos:

1. Observen los transportadores que tienen en el aula. Coloquen un transportador sobre el haz de modo que las marcas principales coincidan con los lados de los ángulos del haz. ¿Cuántas de las marcas pequeñas del borde curvo abarca un ángulo del haz?



2. Las marcas pequeñas del borde del transportador, ¿también pertenecen a lados de ángulos? ¿Por qué?

Los ángulos que en el transportador son apenas perceptibles se llaman grados. El ángulo de un grado es la unidad que se elige para medir ángulos con el transportador.

b) Respondé las preguntas en la carpeta:

1. Un ángulo del haz de rectas, ¿a cuántos grados equivale?
2. ¿Cuántos grados hay que girar para hacer un giro de un ángulo recto?
3. ¿Y de un ángulo llano?
4. ¿Y para un ángulo de un giro completo?

c) Para comparar la organización del sistema decimal con la del sistema sexagesimal, leé las explicaciones, seguí las indicaciones y resolví las consignas.

En el punto **a)** trabajaste, con la red de ángulos y con el transportador, sobre algunos ángulos para conocer su amplitud, es decir cuánto miden.

Viste que sobre el transportador hay marcas pequeñas y para llegar desde una hasta la siguiente hay que efectuar un giro de un ángulo de un grado. Un ángulo de 1 grado es muy pequeño para apreciarlo cuando se dibuja con lápiz y papel o con tiza en un pizarrón. Al trabajar con el transportador se pueden ver en el borde curvo las divisiones que corresponden a una diferencia de un grado.

Como ya sabés, para medir hay que comparar la cantidad a medir con una unidad de medida. Al usar el haz de rectas como instrumento de comparación viste que un ángulo de la red equivale a 10° . También observaste que un ángulo recto es de 90° , un ángulo llano es de 180° y un ángulo de un giro completo tiene 360° .

Ahora, respondé en tu carpeta:

1. ¿Cuántos grados mide un ángulo cuya amplitud es la mitad de un recto?
2. ¿Cuántos grados mide un ángulo cuya amplitud es $\frac{1}{4}$ de un recto?

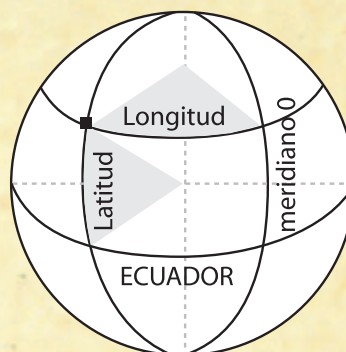
Seguramente tu respuesta fue que un ángulo de $\frac{1}{4}$ de un recto mide “veintidós grados y medio” o bien $22,5^\circ$.

El sistema de medición de ángulos que tiene como unidad 1 grado no es decimal. Se parece al que se usa para medir el tiempo en horas, minutos y segundos. Ambos sistemas dividen la unidad en 60 subunidades y por eso reciben el nombre de **sexagesimales**. Así como una hora se divide en 60 minutos y 1 minuto en 60 segundos, un ángulo de 1 grado se divide en 60 ángulos de 1 minuto y un ángulo de 1 minuto, en 60 ángulos de 1 segundo. Estas divisiones hay que imaginárselas porque si un ángulo de 1 grado es tan pequeño que no se lo puede dibujar, ¡pensá cómo es de pequeño un ángulo de 1 minuto que es $\frac{1}{60}$ de 1 grado! Y qué decir de un ángulo de 1 segundo, o sea $\frac{1}{60}$ de 1 minuto o bien $\frac{1}{360}$ de 1 grado.

La notación que se usa para expresar grados, minutos y segundos es convencional. Por ejemplo, la medida del ángulo que debe girar una nave se puede escribir: $3^\circ 32' 20''$ NE y se lee “3 grados, 32 minutos, 20 segundos en dirección Noreste”.

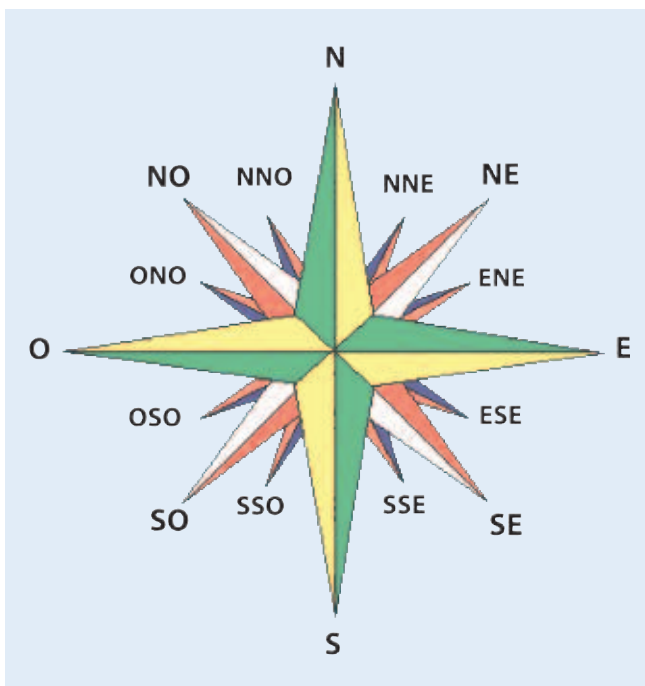
Si bien en la escuela no usamos estas subunidades, los astrónomos y los agrimensores las usan en su trabajo y te viene bien saber de qué se trata. También en navegación se expresan ángulos con minutos y segundos.

Otro ejemplo interesante del uso del sistema sexagesimal de medición de ángulos es la localización geográfica de un lugar en la superficie de la Tierra. En la unidad 2 de Ciencias Naturales aprendiste la posición de paralelos y meridianos terrestres. La ciudad de Buenos Aires, por ejemplo, está localizada a $34^\circ 36'$ de latitud Sur y $58^\circ 26'$ de longitud Oeste. En el caso de la latitud, el vértice de cada ángulo que se considera está ubicado en el centro de la Tierra; en cambio la longitud corresponde al ángulo que forman dos meridianos.



3. Observá la siguiente tabla que acompaña a la rosa de los vientos y respondé: ¿qué punto cardinal representa al ángulo de 0° ? La medida de los ángulos, ¿aumenta en el sentido que giran las agujas de un reloj o en sentido contrario?

1	NNE	Norte Noreste	$22,50^\circ$
2	NE	Noreste	$45,00^\circ$
3	ENE	Este Noreste	$67,50^\circ$
4	E	Este	$90,00^\circ$
5	ESE	Este Sudeste	$112,50^\circ$
6	SE	Sudeste	$135,00^\circ$
7	SSE	Sur Sudeste	$157,00^\circ$
8	S	Sur	$180,00^\circ$
9	SSO	Sur Sudoeste	$202,50^\circ$
10	SO	Sudoeste	$225,00^\circ$
11	OSO	Oeste Sudoeste	$247,50^\circ$
12	O	Oeste	$270,00^\circ$
13	ONO	Oeste Noroeste	$292,50^\circ$
14	NO	Noroeste	$315,00^\circ$
15	NNO	Norte Noroeste	$337,50^\circ$
16	N	Norte	$360,00^\circ$



4. Indicá, usando notación sexagesimal, la medida de los ángulos que en la tabla están expresadas con cifras diferentes de cero en los décimos. No olvides poner la abreviatura y el nombre del ángulo.



Si un ángulo ha sido generado por una rotación en el mismo sentido que la de las agujas del reloj, se le adjudica signo negativo; en caso contrario el signo del ángulo es positivo. Por ejemplo, el ángulo E-ESE es de $-22^\circ 30'$, y el ángulo S-SSE es de $22^\circ 30'$.

d) Ahora vas a consultar cuál es la localización en latitud y longitud del lugar donde vivís. Podés buscar información en los libros de Geografía de la biblioteca. Te sorprenderá saber que, por ejemplo, dos puntos ubicados sobre un mismo meridiano terrestre, que tienen una diferencia de un minuto entre sus respectivas latitudes, distan entre sí, aproximadamente 1,85 km. Intentá buscar algún ejemplo de lugares que conozcas y que sepas las distancias que existen entre ellos.



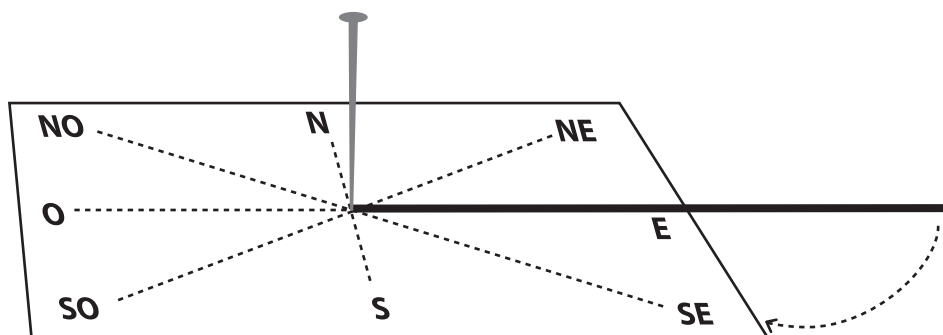
En esta unidad estuviste trabajando en cómo medir ángulos. Ahora, en el tema 2, lo vas a aplicar a distintos tipos de ángulos y así poder compararlos entre sí. Consultá con tu maestro cómo organizarte con las actividades de este tema y planear el tiempo que le podés dedicar a cada una. También pedile indicaciones sobre qué actividades vas a resolver en la escuela y cuáles, en tu casa.

TEMA 2: LOS ÁNGULOS SE PUEDEN ORDENAR



4. Relaciones de orden entre ángulos según su amplitud

- a) Resolvé las consignas que siguen.
1. Doblá un papel formando cuatro ángulos rectos y volvé a doblarlo de modo que se formen ocho ángulos iguales con el vértice común.
 2. Escribí en los extremos correspondientes las iniciales de los cuatro puntos cardinales y las direcciones: Noreste-Sudoeste y Noroeste-Sudeste.
 3. Tomá una varilla y fijá uno de sus extremos en el vértice común clavando un alfiler. Movéla girando siempre en el mismo sentido que las agujas del reloj para mostrar los ángulos que se necesitan en cada caso y completá con: “es igual a”, “es menor que” o “es mayor que” según corresponda.



- El giro de S a NO el giro de E a SE.
- El giro de O a N el giro de So a S.
- El giro de SO a NE el giro de O a E.
- El giro de E a SE el giro de S a NO.

4. Revisá cada ángulo mencionado en el punto 3 e indicá si es agudo, recto, obtuso, llano o mayor que un llano.

Hasta acá exploraste distintas maneras para medir los ángulos y viste que el transportador, como lo indica su nombre, permite comparar ángulos transportando uno sobre otro. Esta actividad te va a dar la oportunidad de revisar todos esos conocimientos y ver de qué modo también el compás puede transportar ángulos.

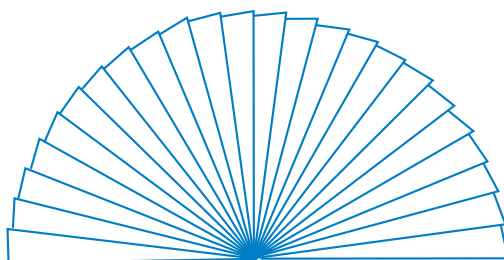
En la parte **b)** de la actividad 5 vas a usar el compás para construir ángulos centrales en una circunferencia. Para hacerlo te facilitará la construcción de polígonos regulares inscritos en circunferencias, tal como lo verás más adelante en las unidades 14 y 15.



5. Instrumentos de Geometría: el transportador y el compás

a) Para resolver con el haz y el transportador y responder en tu carpeta.

1. Si un ángulo coincide con 3 ángulos de la red del haz, ¿cuántos grados mide?
2. Un ángulo que mide 63° está comprendido entre dos ángulos de la red del haz, ¿cuáles son?
3. ¿Cuántos ángulos de la red del haz caben en un ángulo de 75° ? ¿Qué error cometemos si decimos que la medida de ese ángulo es de 7 ángulos de la red del haz?
4. ¿Qué parte de un ángulo recto es un ángulo de 60° ?
5. Un abanico está compuesto por 24 varillas iguales y se abre totalmente formando un ángulo llano. ¿Cuánto mide el ángulo que cubren cuatro varillas?



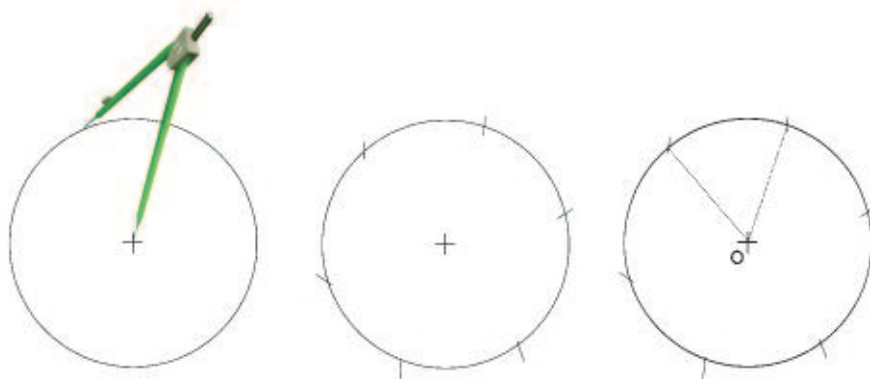
6. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj cuando indican que son exactamente las 3? ¿Y cuando son las 5? ¿Y cuando son las seis y cuarto?



7. Doblá un cuadrado de papel de aproximadamente 10 cm de lado, formando 4 ángulos rectos. Volvé a doblarlo de modo que se formen ocho ángulos iguales. Desplegá la hoja y pintá con diferentes colores un ángulo de 135° y un ángulo de 180° . Escribí sobre los ángulos sus medidas y pegá el cuadrado en tu carpeta.
8. Hacé una tabla de equivalencias entre las medidas de ángulos dadas en el sistema de la red del haz y en el sistema de grados. Escribí por lo menos 10 equivalencias.

b) Para trabajar con el compás.

1. Usando el compás, dibujá una circunferencia y conservá en el compás la abertura con que la trazaste. Marcá un radio. ¿Qué relación tiene ese radio con la abertura del compás?
2. Con esa misma abertura, apoyá la punta seca del compás en un punto cualquiera de la circunferencia y con la otra punta hacé una marca sobre ella. Ahora apoyá la punta seca en esa marca y repetí la acción. ¿Cuántas marcas se podrán hacer? Verificá tu estimación marcando claramente los puntos en los que vas apoyando la punta del compás.
3. Uní cada marca con el punto O, centro del círculo. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos que tienen vértice en O?



4. En un círculo recortado, al hacer dos dobleces de modo que se superpongan exactamente las partes iguales del círculo, quedan marcados otros ángulos con vértice en el centro. ¿Qué clase de ángulos son? ¿Cuánto mide cada uno?
5. ¿Cómo podés obtener un ángulo con vértice en el centro de un círculo que mida 30° ? ¿Y para obtener uno que mida 45° ? Para responder podés ayudarte con papel transparente y los dibujos que hiciste en 1 y 2.



El ángulo que tiene su vértice en el centro del círculo es un **ángulo central**.

c) Calculá el ángulo central que corresponde a cada uno de los siguientes polígonos regulares y completá en tu carpeta una tabla como esta.

Polígono regular	Número de lados	Valor del ángulo central
Triángulo equilátero	3	120°
Cuadrado		
Pentágono		
Hexágono		
Heptágono		
Octógono		
Nonágono		
Decágono		
Dodecágono		



Con lo que estudiaste sobre medida y comparación de ángulos, vas a resolver en el tema 3 actividades que permiten combinar ángulos y hacer cálculos con ellos.

En la actividad 1 de la unidad 6 tuviste oportunidad de sumar geoméricamente los ángulos interiores de un triángulo. Ahora aprenderás los diferentes nombres que reciben pares de ángulos según la suma de los dos elementos del par o bien por la posición que tiene un ángulo del par con relación al otro del mismo par. Ampliarás tu vocabulario y podrás expresarte con mayor precisión cuando tengas que describir situaciones referidas a ángulos.

TEMA 3: SUMA GEOMÉTRICA DE ÁNGULOS

Si se toman pares de ángulos, según las características que ellos tengan se pueden definir:

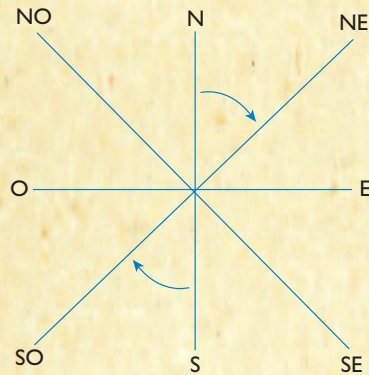
Ángulos **complementarios**

Si al sumar dos ángulos, forman un ángulo recto, se dice que los ángulos son complementarios.



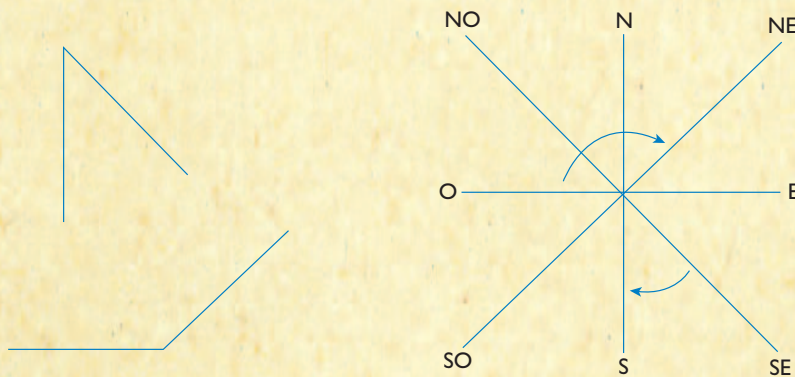
Si se conocen sus medidas es fácil reconocerlos: la suma debe dar 90° .

Por ejemplo, un giro de N a NE es un ángulo complementario de un giro de S a SO.



Ángulos **suplementarios**

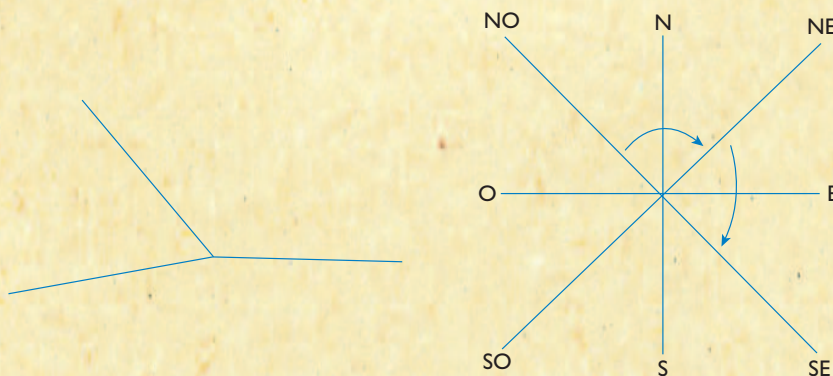
Si dos ángulos, al ser reunidos, forman un ángulo llano, se dice que los dos ángulos son suplementarios. La suma debe dar 180° .



Por ejemplo, un giro de O a NE es un ángulo suplementario del giro de SE a S.

Ángulos **consecutivos**

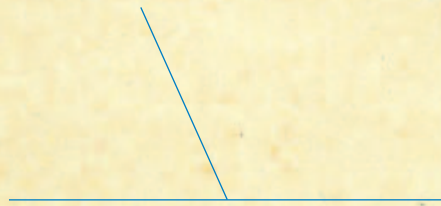
Si dos ángulos sólo tienen el vértice y un lado común se dice que son ángulos consecutivos.



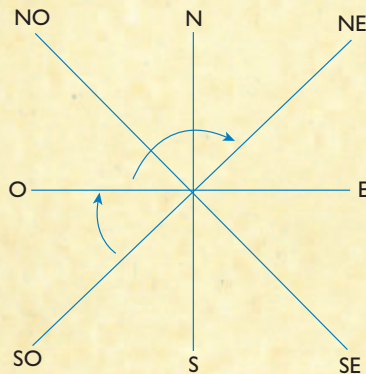
Por ejemplo, un giro de NO a NE y otro de NE a SE son ángulos consecutivos.

Ángulos **adyacentes**

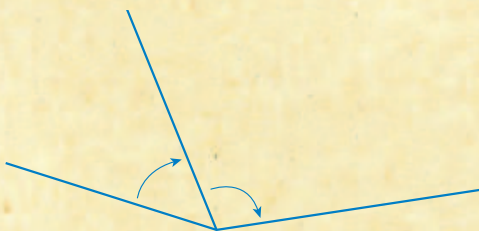
Si dos ángulos son a la vez consecutivos y suplementarios, se dice que son adyacentes.



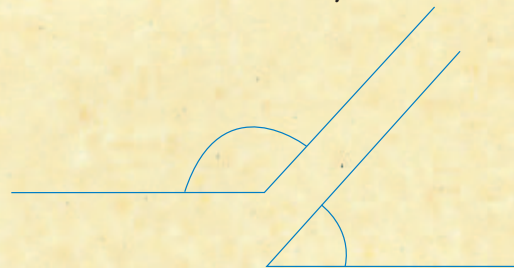
Por ejemplo, un giro de SO a O y otro de O a NE son dos ángulos adyacentes.



Si dos ángulos son consecutivos pero no suplementarios, no son adyacentes.



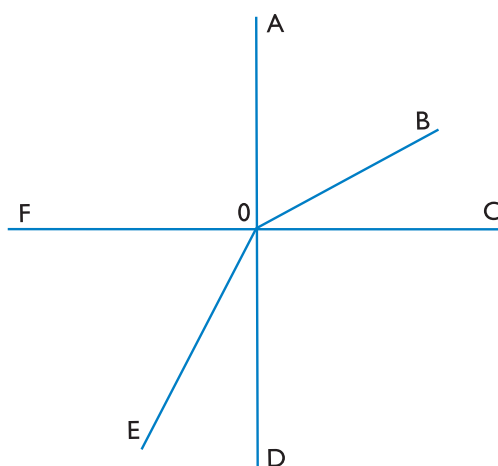
Si dos ángulos son suplementarios pero no consecutivos, no son adyacentes.



6. Pares de ángulos

a) Resolvé las siguientes consignas utilizando la información anterior.

1. Un ángulo es la mitad de su complementario. ¿Cuánto mide en grados? ¿Cuánto mide el complementario? ¿Y el suplementario?
2. Observá el conjunto de semirrectas que tienen el punto O como origen común y que verifican: las semirrectas OA y OD son opuestas, las semirrectas OC y OF, también; las rectas AD y FC son perpendiculares, el ángulo BOC y el ángulo DOE son iguales. Nombrá un par de ángulos suplementarios no adyacentes, un par de ángulos consecutivos no adyacentes y un par de ángulos adyacentes.



3. Dibujá un par de ángulos adyacentes de modo que uno sea 40° mayor que el otro. ¿Cuánto debe medir cada uno de ellos?



Consultá con tu maestro si vas a hacer la actividad siguiente o pasás directamente a la síntesis de la unidad. Si deciden hacerla, necesitás contar con algunas piezas de formas geométricas conocidas: triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos regulares, hexágonos regulares, octógonos regulares, todas con lados de la misma medida. Si podés, reunite con otros chicos y construyan en común el material con cartulina o cartón.



Para trabajar con las formas geométricas recién mencionadas, van a usar papel, pegamento, tijeras y colores.



7. Mosaicos

En esta oportunidad vas a aplicar la suma geométrica de ángulos consecutivos a la construcción de mosaicos. Los antiguos romanos llamaban *tesela* a cada una de las piezas de un mosaico. Por eso, los mosaicos también se llaman teselaciones y por la misma razón, teselar el plano es recubrirlo con mosaicos. La única condición es que las piezas no se superpongan y que no queden huecos.



a) Trabajá con tus compañeros con un conjunto de polígonos iguales (triángulos de cualquier forma, cuadrados, rectángulos, rombos, trapecios, pentágonos regulares, hexágonos regulares). Traten de cubrir una hoja de papel, sin dejar espacios, como si fueran albañiles cubriendo un piso con mosaicos.



Esta actividad, repetida cada vez con una colección diferente de figuras iguales, les dará oportunidad para conversar acerca de la posibilidad de teselar o no una superficie según los ángulos del polígono empleado y también sobre la búsqueda de posiciones determinadas para lograrlo.

b) Respondé en tu carpeta:

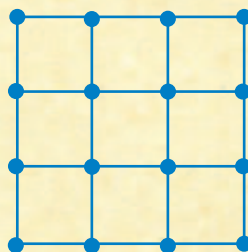
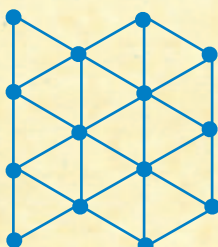
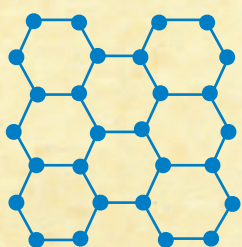
En una teselación,

1. ¿Cuánto mide la suma de los ángulos consecutivos que tienen el vértice común?
2. ¿Cuáles de los polígonos regulares permiten recubrir el plano con un mosaico?
3. ¿Qué sucede con los ángulos de los pentágonos regulares?



Se llaman mosaicos regulares a los formados por triángulos equiláteros, o cuadrados o hexágonos regulares.

Es curioso el hecho de que ningún otro polígono regular tenga la propiedad de teselar. En cambio, cualquier triángulo, cuadrilátero o hexágono, por muy irregulares que sean, poseen esa propiedad.



c) Conversen con el maestro acerca de los resultados que obtuvieron al resolver esta actividad.

Para finalizar

A continuación encontrarás un índice de los temas y las actividades sobre ángulos con los que trabajaste en esta unidad. Como en la unidad 8, esta vez te toca a vos hacer una síntesis.

Para eso, releé toda la información que acompaña las actividades que realizaste hasta aquí, revisá los textos, las conclusiones, las palabras nuevas que aprendiste y escribí un breve comentario sobre las ideas que te parecieron más importantes.

Tema 1: Los ángulos se pueden medir

Actividad 1: Los puntos cardinales

Actividad 2: ¿Cómo medir ángulos?

Actividad 3: El sistema sexagesimal

Tema 2: Los ángulos se pueden ordenar

Actividad 4: Relaciones de orden entre ángulos según su amplitud.

Actividad 5: Instrumentos de Geometría: el transportador y el compás

Tema 3: Suma geométrica de ángulos

Actividad 6: Pares de ángulos

Actividad 7: Mosaicos



Como siempre, a continuación vas a encontrar desafíos matemáticos para resolver cuando lo decidas junto con el maestro.

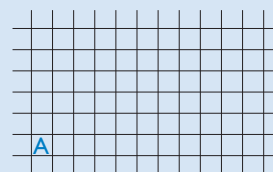
DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Un juego sobre cuadrícula

Este es un juego para dos jugadores: A y B.

Hay que preparar una cuadrícula rectangular con un número fijo de filas y columnas. El juego empieza en la esquina inferior izquierda, donde el jugador A escribirá su letra. En cada turno, uno de los jugadores escribe su letra en un cuadrado que esté, en relación con la última letra escrita por su oponente:

- directamente encima,
- directamente a la derecha,
- en diagonal encima y a la derecha.



El juego continúa de esta forma y gana el jugador que consiga escribir su letra en la esquina superior derecha.

El desafío consiste en encontrar una estrategia ganadora. ¿Te da lo mismo ser vos el que empieza o que empiece tu oponente? ¿Tiene importancia el número de cuadrados del tablero? ¿Y la forma del rectángulo en el que jueguen?

2. Otro problema sobre cuadrícula

En un rectángulo formado por tres cuadrados de alto por cinco cuadrados de ancho hay que dibujar la diagonal. Sin hacer el dibujo, ¿podés decir cuántos cuadrados atraviesa? Comprobá si hiciste una buena estimación.

Pensá: ¿qué hubiera ocurrido si los lados del rectángulo no fueran números enteros?

¿Y qué ocurriría si las líneas de la cuadrícula no estuvieran igualmente espaciadas?

3. Mosaicos semirregulares

En una teselación, ¿qué combinaciones de polígonos regulares se pueden situar en torno de un punto, si se puede repetir alguno de ellos? Por ejemplo: dos octógonos y un cuadrado, dos dodecágonos y un triángulo, dos hexágonos y dos triángulos, dos cuadrados y tres triángulos...

Intentá recubrir todo el plano disponiéndolos regularmente. Hay muchas posibilidades. Las teselaciones que resultan de combinar dos o más polígonos regulares se llaman mosaicos semirregulares: son de ocho tipos. ¡Descubrílos!


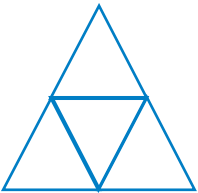
4. Dar vuelta los vasos

Manuel abrió una caja de copas y puso algunas boca arriba y otras boca abajo. Si da vuelta de a dos cada vez, ¿puede ponerlas todas al derecho? El problema tiene más de una solución; ¿de qué depende la solución? ¿Por qué?



5. Más triángulos equiláteros

a) Copiá en tu carpeta la tabla siguiente y después completala dibujando los triángulos equiláteros correspondientes.

Triángulo equilátero formado con "triángulos base" del rompecabezas	Lado (en cm)	Número de "triángulos base"	Perímetro (en cm)
	2	1	6
	4		
	9		
	16		
	25		

b) Analizá la correspondencia entre las dos últimas columnas de la tabla y decidí si se trata de una correspondencia proporcional o no.

UNIDAD 11

Medición de volumen, capacidad y peso

En Matemática no siempre se trabaja con valores exactos. A veces hacemos cálculos numéricos exactos y otras veces nos basta con estimaciones. En cambio, los resultados de mediciones son siempre aproximados; los valores que se obtienen dependen de la habilidad de la persona que mide y de la precisión del instrumento del que se disponga.

La realización de las actividades de esta unidad ampliará tus conocimientos acerca de las unidades convencionales para medir el peso, la capacidad y el volumen de los cuerpos que tienen múltiples aplicaciones en la vida cotidiana.



En esta unidad vas a experimentar con distintos objetos. Recordá que es muy importante que registres prolijamente las observaciones que vas haciendo en esas experiencias, porque a partir de ellas vas a estudiar las medidas de peso, volumen y capacidad. Algunas actividades las vas a hacer con otros compañeros. Asegúrense de tener los materiales necesarios antes de empezar a trabajar en cada actividad.



Para este primer tema de la unidad vas a necesitar reunir una colección de por lo menos cinco envases de diferentes tamaños de distintos productos de uso cotidiano, llenos o vacíos. Y para la primera actividad del tema 2 vas a necesitar cartulina o cartón fino, un pan de jabón blanco, un poco de harina de maíz, arena o tierra seca, hojas de papel de diario y pegamento. Podés buscar en tu casa o en la escuela o conversar con el maestro si va a hacer falta conseguir algunas cosas en otros lugares.

TEMA 1: MEDIDAS DE CAPACIDAD Y VOLUMEN

Cuando se desea realizar una medición, es necesario elegir las unidades de medida adecuadas y también los instrumentos que permitan obtener la precisión requerida. Por ejemplo, no podrías decidir cuánto mide de largo el aula usando como unidad un kilogramo ni cuánto pesa una res si lo querés medir en litros o en metros. Del mismo modo, si un joyero quiere saber el peso de un anillo de oro necesita una aproximación mucho más fina que la del vendedor que pesa una bolsa de papas.

La forma de algunos objetos les permite contener sustancias; esos objetos se llaman recipientes y de ellos se puede medir tanto su capacidad como su volumen. También se puede conocer el volumen de su contenido. Por ejemplo, una taza vacía tiene un volumen, ocupa un lugar en el espacio y, como es un recipiente, también se puede medir su capacidad y el volumen del líquido que contenga. En cambio, de otros objetos, por ejemplo una piedra, sólo se puede medir su volumen. La piedra no es un recipiente.

Tanto las unidades de capacidad como las de volumen, indican de manera diferente cuál es el tamaño de un recipiente. Es importante que sepas que todos los objetos tienen un volumen ya que todos ocupan un lugar en el espacio.



1. ¿Es lo mismo medir capacidades que medir volúmenes?



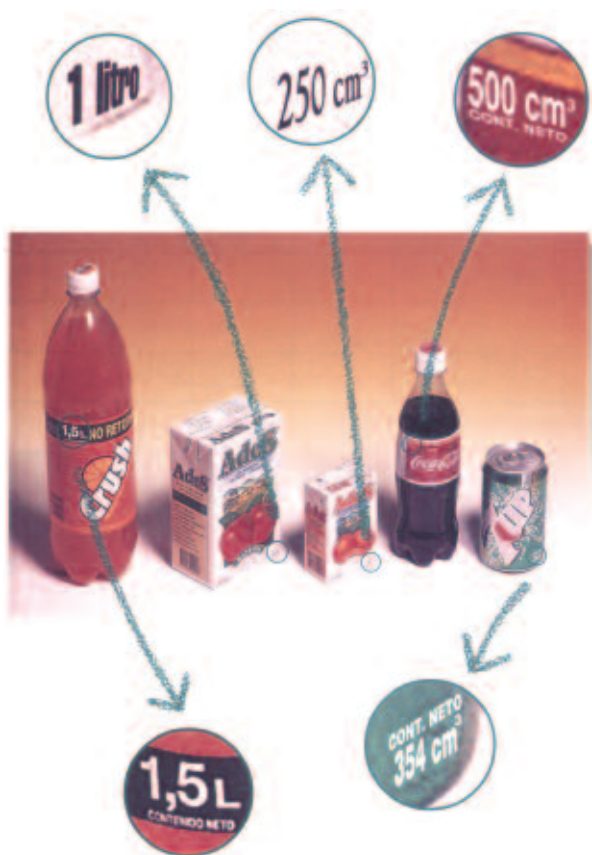
a) En esta actividad vas a trabajar con unidades de volumen y su relación con las unidades de capacidad, y así aprender a diferenciar qué mide cada una.

Para contestar la pregunta: ¿cuál es la diferencia entre capacidad y volumen?, buscá en el diccionario de la biblioteca las definiciones de “capacidad”, “volumen” y “magnitud”.

1. Copialas en tu carpeta.

2. Compará las definiciones de capacidad y de volumen y escribí como conclusión un breve comentario sobre el significado de las dos palabras; compartilo con tus compañeros.

b) En la mayoría de los envases aparece información sobre su capacidad o el volumen de su contenido y las unidades en que se han medido.



1. Para descubrir cuáles son estas unidades, vas a observar los envases de los distintos productos que pudiste reunir. Anotá cuáles son las unidades con las que se indica su contenido.

2. Completá en tu carpeta una tabla como la siguiente con los datos que hayas recogido. Como ejemplo, en los dos primeros renglones ya están registrados los datos de dos envases. Si tenés dudas respecto de la magnitud de que se trata, consultá con tus compañeros o con tu maestro.

Producto	Tipo de envase	Valor de la cantidad	Unidad de medida	Magnitud
Gaseosa	Lata	475 cm ³	Centímetro cúbico	Volumen
Gaseosa	Botella	1,5 litros	Litro	Capacidad

3. Observá las anotaciones que hiciste y en particular la de las tres últimas columnas. En ellas aparecen los items “valor de la cantidad”, “unidad de medida” y “magnitud”.



La medida de una cantidad es el número de veces que esa cantidad contiene la unidad elegida. La medida se obtiene eligiendo una **unidad de medida**, que es la cantidad tomada como referencia para medir. Cada magnitud tiene sus propias unidades de medida. Luego se compara la cantidad a medir con la unidad elegida y se obtiene el **valor de la cantidad**, o sea el número de unidades que contiene esa cantidad.

Por ejemplo: en el primer caso, la magnitud medida es el volumen, la unidad elegida es el centímetro cúbico y el valor de la cantidad medida es 473 cm³.

4. ¿Cómo te parece que se midieron los contenidos de los envases que registraste en la tabla?

c) Tomá algunos objetos de los que te rodean y seleccioná los que por su forma pueden ser recipientes.

1. Compará la capacidad de ellos con la de algunos envases en los que esté indicado el contenido.
2. Respondé en tu carpeta: ¿puede ser que un recipiente con menor volumen exterior tenga más capacidad que otro que tiene más volumen exterior?; ¿por qué?

d) Compará las expresiones “volumen del contenido de un recipiente” y “capacidad del recipiente”. Escribí en tu carpeta lo que pensás y luego consultálo con tus compañeros y tu maestro.



La capacidad indica cuánto puede contener o guardar un recipiente. Generalmente se expresa en litros (l) y mililitros (ml).

El volumen indica cuánto espacio ocupa un objeto. Generalmente se expresa en metros cúbicos (m³) y centímetros cúbicos (cm³).

Un cubito de 1 cm de arista ocupa un volumen de 1 cm³.



TEMA 2: RELACIÓN ENTRE VOLUMEN, CAPACIDAD Y PESO

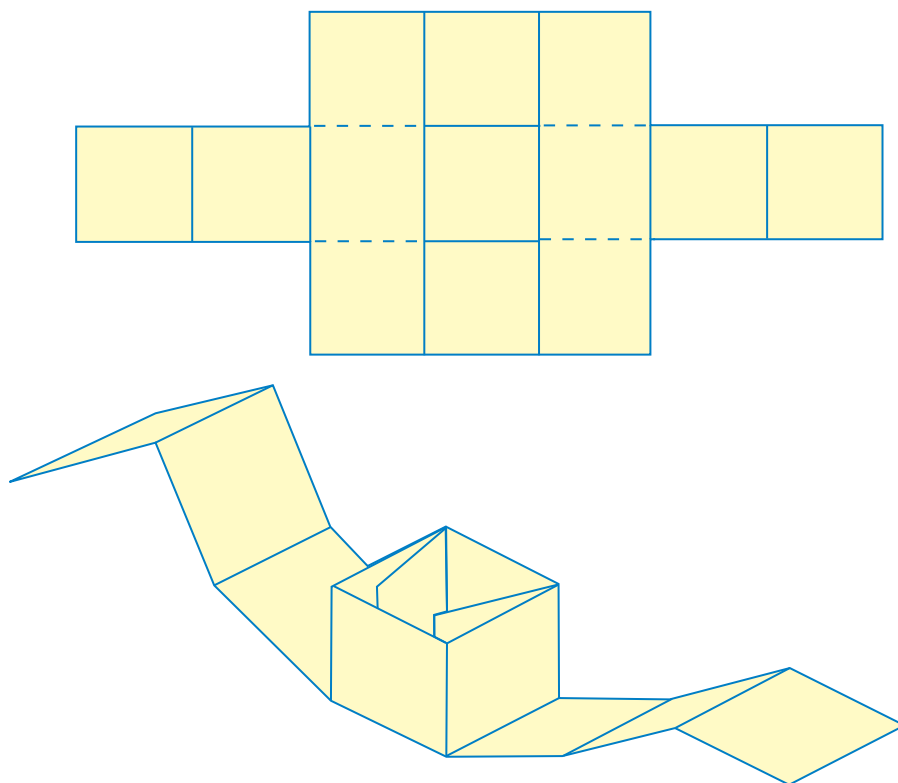


2. ¿Qué volumen ocupa un litro de agua?



Antes de responder la pregunta ¿qué volumen ocupa un litro de agua?, es preciso que realices algunas experiencias con distintas unidades de volumen. Para ello vas a construir algunas cajas o “cubos sin tapa.”

a) Copiá el molde en cartulina o cartón fino y prepará varios recipientes con forma de cubo: hacé uno de 5 cm de arista, otro de 10 cm de arista y otro un poco más grande.



Si podés, armá un cubito de 1 cm de arista. Si no, hacé uno cortando un trocito de jabón blanco que, aunque no quede perfecto, te va a dar una idea aproximada. Además, conseguí algún recipiente de un litro.

b) ¿En cuál de los recipientes que preparaste creés que entra un litro de agua?

1. Anotá en tu carpeta lo que pensaste y después comprobalo. Podés hacerlo trasvasando agua rápidamente desde un recipiente que contenga un litro. Para que no se arruinen tus cubos, podés hacer los trasvasamientos usando harina de maíz, arena o tierra seca.

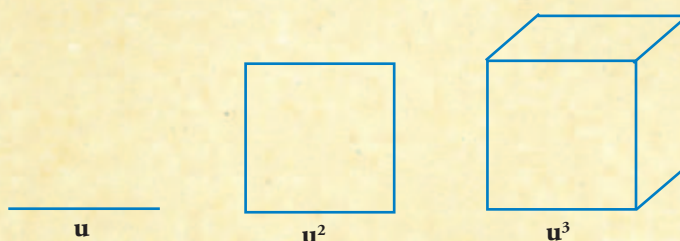
c) Calculá cuántos cubitos de 1 cm de lado puede contener cada uno de los cubos sin tapa que construiste. Anotá las respuestas en la carpeta y respondé la pregunta del título de esta actividad.

Las relaciones que observaste entre la capacidad y el volumen están resumidas en el cuadro que sigue. Antes leé estas explicaciones:

- Un cubo de un decímetro de lado o un decímetro cúbico (1 dm^3) de volumen puede contener un litro.

- Un decímetro cúbico equivale a 1.000 centímetros cúbicos (1.000 cm^3).

A partir de una unidad de longitud lineal (**u**) se puede construir un cuadrado de una unidad **u** de lado; se llama unidad cuadrada y se simboliza **u²**. A partir de ella se puede construir un cubo de una unidad de arista; se llama unidad cúbica y se simboliza **u³**.



Símbolo	Unidad	Magnitud
m^3	metro cúbico	Volumen
dm^3	decímetro cúbico	
cm^3	centímetro cúbico	
mm^3	milímetro cúbico	
l	litro	Capacidad
ml	mililitro	
Equivalencias	$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$	$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$



d) Para formarte una idea clara del espacio que ocupa un cubo de 1 metro de arista, trabajá con otro compañero. Peguen las hojas de papel de diario necesarias para armar dos o tres cuadrados de 1 metro de lado. Pueden usar las paredes de un rincón del salón para armar un cubo de un metro de lado, sosteniendo convenientemente con las manos los cuadrados de papel. Lo que importa es que puedan apreciar el espacio que ocupa un metro cúbico.



e) Construyan con el procedimiento anterior un cubo de medio metro de arista y luego hagan las comparaciones necesarias para contestar la pregunta: ¿es lo mismo medio metro cúbico que un cubo de medio metro de arista?

Para eso piensen las respuestas a estas preguntas:

1. ¿Cuántos cubos de 1 dm^3 se necesitan para llenar un volumen de un cubo de 1 metro de arista?
¿Cómo podrían verificar tu estimación?
2. ¿Cuántos litros puede contener un cubo de 1 m de arista? ¿Y un cubo de $\frac{1}{2}$ metro de arista?

f) Anote cada uno las conclusiones en la carpeta y conversen con el maestro sobre ellas.



En la siguiente actividad realizarás una experiencia para la que se necesita una balanza. Conversá con tu maestro sobre cómo conseguirla. También necesitarás: bolsas de papel o de plástico, dos cajas o latas iguales y materiales diferentes para llenarlas, por ejemplo semillas, frutos secos, tierra seca, arena, clavos o tuercas y tornillos, ramas y maderas de diferente tamaño, un paquete de 1 kg de cualquier producto.



3. El peso y el volumen de un objeto



a) Llenen dos cajas o latas iguales con distintos materiales. Piensen si una de las cajas pesa más que la otra y luego compruébenlo con la balanza.

1. ¿Qué pueden decir acerca del peso y del volumen de esas latas o cajas?
2. Anoten en tu carpeta lo que pensaron entre todos.



b) Busquen un paquete de 1 kg de cualquier producto que lo tenga indicado en el envase. Tomen varias bolsitas de papel o de plástico y llenen cada una con un tipo de material diferente: piedritas, frutos, tierra seca, arena o tuercas y tornillos hasta que estimen que cada una pesa 1 kg.

1. Comprueben con la balanza si hicieron buenas estimaciones.
2. ¿Cómo son los pesos y los volúmenes de las bolsitas?
3. Vuelvan a leer las respuestas que dieron a las preguntas de a) y b) y escriban como conclusión un breve comentario acerca de si el peso y el volumen de los objetos se pueden relacionar. Comentenlo entre todos y con el maestro.



c) Ahora compararán pesos y volúmenes de ramas y maderas.

1. Tomen dos ramas de distintos árboles y comparen su tamaño y luego sus pesos.
2. ¿Siempre una rama más grande es más pesada que otra más pequeña? ¿Por qué?
3. Si pueden contar con la colaboración de algún carpintero, comparen por su peso dos tablas de madera de diferentes árboles y del mismo volumen y registren sus observaciones.

Habrás observado que:

Objetos con el mismo volumen, o recipientes con la misma capacidad, no siempre tienen el mismo peso. Esto depende de la clase de material que se compara.

Por ejemplo: 1 litro de agua pesa aproximadamente 1 kilo y ocupa 1 dm^3 .

Con otras sustancias no sucede lo mismo que con el agua. Así:

- 1 litro de petróleo pesa unos 750 gramos.
- 1 dm^3 de aluminio pesa 2,7 kilogramos.
- 1 dm^3 de plomo pesa 11,3 kilogramos.



En las siguientes actividades vas a poder experimentar cómo se procede para realizar distintos tipos de mediciones que son necesarias en situaciones de la vida cotidiana.

TEMA 3: MEDIDAS JUSTAS, MEDIDAS APROXIMADAS



4. Situaciones en las que hay que hacer mediciones

A continuación encontrarás tres situaciones con datos referidos a cantidades que fueron medidas usando muchas de las unidades con las que estuviste trabajando en las actividades anteriores.

- a) Lee cada situación y respondé las preguntas en tu carpeta. Si tenés alguna duda en cuanto al uso de las unidades o sus equivalencias, volvé a leer las informaciones que figuran en las actividades anteriores o consultá con tu maestro.

Cosecha de melones

En un cultivo de invernadero, en Tucumán, se producen melones. Se realizan dos cosechas al año, una en otoño y otra en primavera.

- La plantación se realiza en un invernadero de 8 m por 10 m del siguiente modo: la distancia entre líneas es de 1,10 m y entre dos plantas de una misma línea, 30 cm. ¿Qué producción es mayor, la que se obtiene sembrando en líneas de 10 m de largo o sembrando en líneas de 8 m de largo?
- En otoño se cosecha un melón por planta y en primavera se cosechan de 2 a 3 melones por cada planta. En un invernadero de 250 plantas, ¿cuál es la cosecha anual que puede esperarse? Tu respuesta, ¿es un valor exacto o aproximado?
- Cada melón maduro pesa entre 1 kg y 1,5 kg. Si los cajones que se usan para embalarlos contienen de 10 a 12 kg, indicá entre qué valores aproximados —máximo y mínimo— estará el número de melones que se embalen en cada cajón. Para determinar el peso del cajón, ¿importa la forma de los melones? ¿Por qué?
- Explicá y justificá cada una de tus respuestas y discutilas con tus compañeros.



Producción lechera

En las proximidades de una ciudad de la cuenca lechera se estima que la producción diaria de leche alcanza los 60.000 litros.

- Si la producción es buena, cada vaca puede dar entre 17 y 19 litros de leche por día. ¿A qué cantidad de vacas corresponde la producción de 60.000 litros?
- En un tambo grande de 360 vacas, ¿cuántos litros diarios de leche se pueden producir? ¿Cuántos m^3 ocupan, como mínimo, los tanques de acero inoxidable que se usan para almacenarlos?
- Si se tratara de un único tanque, ¿cabría en tu aula?

Un frasco de vitaminas

Un frasco de vitaminas contiene 50 ml. A los bebés y niños de hasta 3 años, el médico les indicó tomar 1,5 ml por día y a los niños mayores de 3 años, el doble.

- Marcela tiene 4 hijos: Juan, que es un bebé de 10 meses; Andrea que tiene 4 años y mellizos de 6 años. Si todos toman las vitaminas, ¿cuánto tiempo dura el frasco?



En la unidad 5 de Ciencias Naturales estudiaste sobre la importancia del agua para la vida humana. Esta actividad te va a permitir obtener datos precisos sobre las necesidades y la distribución de agua potable en el mundo y así completar tu panorama sobre este tema. Para hacerlo vas a usar lo que aprendiste sobre las medidas de capacidad.



5. Consumo de agua en nuestro planeta

a) Lee la siguiente información extraída de un artículo publicado en la Revista *Ambientum*, de septiembre de 2005 y respondé en tu carpeta las preguntas que están al final.

20

[...] Se entiende por consumo doméstico de agua por habitante a la cantidad de agua de que dispone una persona para sus necesidades diarias de consumo, aseo, limpieza, riego, etc. y se mide en litros por habitante y día (l / hab.-día). Es un valor muy representativo de las necesidades y/o consumo real de agua dentro de una comunidad o población y, por consiguiente, refleja también de manera indirecta el nivel de desarrollo económico y social de esa comunidad. El destino aplicado al agua dulce consumida varía mucho de una región a otra del

planeta, incluso dentro de un mismo país. Por regla general, el consumo elevado de agua potable se da en países ricos y, dentro de estos, los consumos urbanos duplican a los consumos rurales. A nivel mundial, se extraen actualmente unos 1.800 litros/hab-día de agua dulce para consumo humano, de los cuales, aproximadamente la mitad no se consume (se evapora, infiltra al suelo o vuelve a algún cauce) y de la otra mitad se calcula que el 65% se destina a la agricultura, el 25% a la industria y, tan solo el 10% a consumo doméstico.

Ahora bien, la Organización Mundial de la Salud estima como razonable un consumo de agua de 200 litros por día y por persona que habita en una vivienda urbana.

En la tabla de la derecha se aprecia el consumo en diferentes zonas del planeta (datos 1996).

En conclusión, no parece muy descabellado aseverar que, a pesar de que la cantidad de agua disponible en el planeta es suficiente para cubrir las necesidades de la población, su consumo excesivo e incorrecto en muchos países y su escasez en otros podría provocar la falta de recursos dentro de pocos años. Ante esta situación es necesario un cambio en las tendencias actuales de consumo según la denominada “nueva cultura del agua”, basada en el ahorro de agua, la optimización de su gestión, el respeto y la sensibilización hacia este recurso, su reparto equitativo y la valoración como activo ecológico y social [...].

Área geográfica	Consumo	
	m ³ /hab. -año	l/hab. -año
América de Norte y Central	1.874	5.134
Europa	1.290	3.534
Oceanía	887	2.430
Asia	529	1.449
América del Sur	485	1.329
África	250	685
Media Mundial	657	1.800

Revista *Ambientum*, (fragmento).
septiembre de 2005.

1. Observá las dos columnas de la tabla; ¿qué cálculo hay que hacer para pasar de un dato de la columna de la derecha a su correspondiente en la otra? ¿Por qué? ¿Cómo se pueden obtener los valores de la “media mundial”?
2. A partir de la información que leíste acerca de que se extraen 1.800 litros/hab.-día de agua dulce, calculá para cada área geográfica indicada en la tabla anterior, la cantidad de agua en litros/hab.-día que se destina a la agricultura, la que va a la industria y cuánto se emplea en el consumo doméstico.
3. Escribí un breve comentario acerca de lo que pensás sobre la “nueva cultura del agua”. Comentálo con tus compañeros y tu maestro.



La siguiente actividad de cierre de la unidad te va a permitir revisar lo trabajado sobre las magnitudes y sus unidades de medida.



6. Para revisar las medidas de capacidad, peso y volumen



En esta unidad trabajaste con medidas y magnitudes que es preciso recordar y diferenciar. Es bueno que puedas tener a la vista para repasar, recordar y pensar las situaciones que fuiste resolviendo.

a) Completá una tabla como esta con todas las cantidades que aparecen, tanto en los enunciados como en tus respuestas a cada una de las actividades. Los dos primeros van como ejemplo.

Actividad	Cantidad medida	Valor de la cantidad	Medida	Unidad	Magnitud
1	Volumen de una lata	473 cm ³	473	cm ³	volumen
1	Capacidad de una botella	1,5 l	1,5	litro	capacidad
1

Para finalizar

En esta unidad exploraste la medición del peso y del volumen de un objeto cualquiera y de la capacidad de un recipiente. Estudiaste el significado de los términos volumen, capacidad y peso y comprobaste la diferencia entre estas magnitudes.

Con las actividades de medición que realizaste seguramente ahora tenés más claros los conceptos de unidad y de medida de una cantidad de capacidad, de una cantidad de peso o de una cantidad de volumen.

Observaste que en numerosas circunstancias de nuestra vida de todos los días es necesario realizar estimaciones. También comprobaste que la práctica de hacer estimaciones de mediciones te ayuda a anticipar la razonabilidad de los cálculos que realizás.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Adivinar la edad

Podés adivinar fácilmente la edad de una persona y el mes en que nació. Para eso, pedile que piense en el número del mes de nacimiento (enero = 1, febrero = 2, ...) pero que no te lo diga, que lo multiplique mentalmente por 2 y al resultado le sume 5. Después debe multiplicar el resultado obtenido por 50 y sumarle su edad.

Pedile que te diga el resultado final de todos estos cálculos y, mentalmente, reste 250. El número obtenido tendrá 3 o 4 cifras. Las dos cifras de la derecha son las de la edad, y las de la izquierda son el número del mes de nacimiento.

Probálo. ¿Por qué no puede fallar?

2. El abuelo Ramón

El médico que atiende al abuelo Ramón le recetó dos tipos de pastillas: un frasco de 20 pastillas (A) y un frasco de 20 pastillas (B) y le recomendó que hiciera el siguiente tratamiento durante 30 días:

- En los primeros 10 días debe tomar cada noche una pastilla de cada frasco.
- En los 20 días siguientes debe bajar la dosis y tomar cada noche media pastilla de cada frasco.

Las pastillas A y B son idénticas a la vista y el médico le aconsejó al abuelo que para que el tratamiento resultara efectivo tuviera mucho cuidado y no las confundiera.

La primera noche, el abuelo pensó sacar una pastilla de cada frasco y dejarlas preparadas sobre la mesita de luz para tomarlas luego con un vaso de agua. Cuando volvió para tomarlas vio que se había equivocado y sobre la mesita había 3 pastillas.

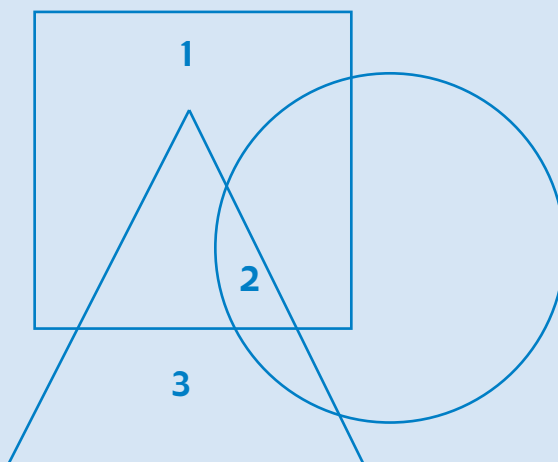
Contando las pastillas que quedaban en cada frasco, el abuelo descubrió que se trataba de 2 pastillas A y una B, pero no sabía cuál era cuál.

Sin embargo, luego de pensar un poco, ideó una manera de seguir las instrucciones del médico sin riesgo de errores, como efectivamente hizo, y al cabo de los 30 días no tuvo más dolores. ¿Cómo hizo el abuelo Ramón?



3. Ubicar números

Hay que ubicar dentro de las figuras los números del 4 al 10 de tal manera que la suma de los números adentro de cualquier figura sea 30, y la suma de todos los que están afuera de una figura dada sea 25.



4. Dominó

El juego del dominó surgió hace mil años, en China. Los italianos lo introdujeron en Europa en el siglo XVIII. El nombre del juego es de origen francés y fue tomado de una capucha negra por fuera y blanca por dentro, los mismos colores que presenta el juego.

El desafío consiste en que diseñes las fichas de un juego de dominó. El juego completo tiene 28 fichas todas diferentes. Cada ficha es rectangular y está formada por dos cuadrados blancos en los que se ubican puntos negros: 0, 1, 2, 3, 4, 5 o 6 puntos.

Una vez diseñadas las fichas, podés construirlas con madera o cartón grueso e incorporar el juego a la colección de la jugoteca de la escuela.

Reglas para jugar al dominó

Pueden participar 2 o 4 jugadores.

Gana el juego el participante que puede colocar primero todas sus fichas, con la única restricción de que dos piezas sólo pueden colocarse, una a continuación de la otra, cuando los cuadrados adyacentes son del mismo valor.

Antes de empezar a jugar, las fichas se colocan boca abajo sobre la mesa y se revuelven para que los jugadores las recojan al azar en igual número cada uno.

Empieza el juego quien tiene el doble seis y continúa el jugador situado a su derecha. En las siguientes rondas, empezará el jugador ubicado a la derecha del que comenzó en la ronda anterior y podrá poner cualquier ficha, no necesariamente una doble.

En caso de cierre, es decir, cuando a pesar de quedar fichas en juego, ninguna pueda colocarse, ganará el jugador cuyas fichas sumen menos puntos.

UNIDAD 12

Perímetros y áreas en cuerpos y figuras planas

En muchas oportunidades es necesario conocer la longitud de un contorno, por ejemplo, de una cerca, para saber cuántos listones de madera harán falta para construirla; la cantidad de alambre que se debe comprar para alambrear un campo; el largo de una cinta para hacer el reborde de un mantel o de una prenda de vestir. En otras ocasiones, si se trata de comprar semillas para sembrar un terreno, hay que conocer el área disponible a tal fin o bien, si se está pensando en alfombrar y pintar una habitación, es necesario conocer el área del piso y de las paredes. Esta unidad presenta una serie de actividades que te permitirán resolver situaciones como estas. Trabajarás con figuras y cuerpos ya conocidos: triángulos, cuadriláteros, prismas y pirámides y aplicarás sus propiedades para aprender a calcular áreas y perímetros.



En la actividad 1 vas a necesitar algunos sorbetes o varillas y un papel afiche, fibras o crayones. Para trabajar en las actividades del tema 2 vas a necesitar hojas de papel cuadriculado. Recordá llevarlas en el momento de comenzar a trabajar en ese tema.

TEMA 1: PERÍMETRO DE FIGURAS Y CUERPOS



1. Longitudes de contornos



Cuando estudiaste proporcionalidad inversa en la unidad 3 trabajaste sobre una situación vinculada con alambrear y sembrar una huerta en la que aplicaste conocimientos matemáticos como el perímetro, la superficie y el área de figuras. En esta oportunidad retomarás esos temas empezando a calcular el perímetro de una figura. Recordá que el perímetro de una figura es la medida de su contorno.

a) Si construís el contorno de figuras con varillas, podés obtener el perímetro averiguando el largo del segmento que se obtiene al colocar todas las varillas usadas, una a continuación de la otra.

1. Escribí en tu carpeta: “Actividad 1: Longitudes de contornos” y construí con varillas tres triángulos, uno de ellos equilátero.

- Medí la longitud de sus lados y calculé su perímetro (en centímetros).
- Escribí cómo lo hiciste.

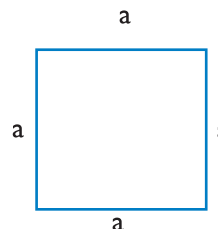
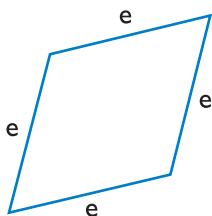
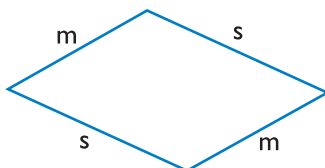
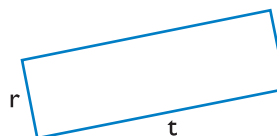
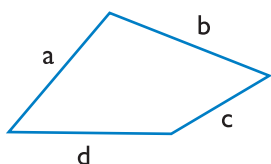
2. En el caso del triángulo equilátero, ¿podés expresar el cálculo del perímetro de dos formas diferentes?, ¿cuáles?

• Nombra con a cada uno de sus lados y completá la siguiente expresión:

$P = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$, en la que P representa perímetro.

3. ¿Qué sucede en el caso de los cuadriláteros? ¿Podrías anticipar una manera de calcular sus perímetros? Anotála en tu carpeta.

b) Observá los siguientes cuadriláteros, medí sus lados en centímetros y calculá su perímetro.



1. ¿Pudiste comprobar si la manera que pensaste en el punto 3 de la actividad anterior era correcta? Escribí en tu carpeta el nombre de cada figura y la forma simbólica en que hallaste su perímetro, usando las letras que están sobre sus lados.

c) Toda vez que necesites calcular el perímetro de una figura es suficiente que sumes los lados pero también podrás usar la expresión matemática que la representa. Por ejemplo, en el caso del rectángulo:

$$P = r + t + r + t \quad \text{o} \quad P = 2 \times r + 2 \times t \quad \text{o} \quad P = (r + t) \times 2, \text{ donde } r \text{ y } t \text{ representan las longitudes de los lados.}$$

1. Si conocés la medida de r y t , lados consecutivos del rectángulo, reemplazá las letras en una de las expresiones o fórmulas anteriores por esas medidas, resolvé las operaciones y así encontrarás el perímetro de la figura que elegiste. Tené presente que las longitudes deben estar expresadas en la misma unidad de medida, por ejemplo, en centímetros, decímetros, metros, etcétera.

2. Escribí la fórmula del perímetro del cuadrado.

d) Ya viste en la unidad 8 que los cuerpos geométricos cuyas caras son planas tienen un esqueleto formado por el conjunto de todas sus aristas.

1. Elegí un cuerpo de los que hayas construido y calculá la longitud de su esqueleto. En tu carpeta escribí cómo lo hiciste.
2. Buscá un cubo y tomá la medida de una arista, anotá la medida de la longitud del esqueleto y explicá cómo pensaste el cálculo.
3. Tratá de escribir una fórmula que te permita calcular directamente la longitud del esqueleto del cubo.



e) Como síntesis de lo que aprendiste sobre perímetro completá en tu carpeta, con tus compañeros, las tablas que siguen. Las letras a , b , c , y d representan los lados.

Perímetro de triángulos		
	Número del triángulo	Cálculo del perímetro
1	Escaleno	$a + b + c$
2	Isósceles	
3	Equilátero	

Perímetro de cuadriláteros		
	Número del cuadrilátero	Cálculo del perímetro
1	Trapezoide	$a + b + c + d$
2	Paralelogramo	
3	Rectángulo	
4	Trapezio isósceles	
5	Romboide	
6	Rombo	
7	Cuadrado	

1. Muéstréle las tablas al maestro y vean si tienen que corregir algo.
2. Cuando estén seguros de que las tablas están bien, cópienlas en un afiche y déjenlo colgado en la pared del aula.



Ya viste en la unidad 3 que el contorno de una figura encierra una superficie y viste la forma de encontrar el área de los rectángulos mediante el uso de cuadrados del mismo tamaño o bien usando papel cuadriculado. A continuación, en el tema 2, profundizarás tus conocimientos sobre superficies de figuras planas. Trabajarás con áreas de rectángulos, triángulos, prismas y pirámides y vas a encontrar otras formas de calcularla sin necesidad de recurrir a material auxiliar. También establecerás relaciones entre perímetros y áreas. Vas a necesitar las hojas cuadriculadas que te fueran pedidas anteriormente.

TEMA 2: ÁREAS EN CUERPOS Y FIGURAS

A 2. Área de los rectángulos

a) Trabajá en tu carpeta, escribí “Actividad 2: Áreas de los rectángulos” y realizá lo que se indica a continuación.

1. Dibujá un cuadrado de 2 cm de lado y luego dividilo en cuatro cuadrados iguales.
2. Cada nuevo cuadrado tiene como lado 1 cm por lo que su área es de 1 cm². Esta será la unidad de medida que usarás para medir el área de las figuras. Como en el cuadrado hay 4 cuadraditos de 1 cm², el área total del cuadrado ABCD es de 4 cm².
3. Dibujá un rectángulo e indicá cuál es, en cm², su área.
4. Escribí en tu carpeta la operación que permite llegar a ese resultado.
5. Pensá en los rectángulos cuyos datos figuran en esta tabla, copiala en tu carpeta y completala.

Medida del lado 1 (cm)	Medida del lado 2 (cm)	Medida del área 2 (cm ²)
3	7	21
	10	45
2,5		11,25
	5,25	

6. Si a los lados de cada rectángulo se los llama a y b , expresá en símbolos el área del rectángulo.



Los lados de un rectángulo frecuentemente se denominan largo y alto. El área del rectángulo se obtiene multiplicando la longitud del largo por la longitud del ancho, ambas expresadas en la misma unidad.

b) Si observás el rectángulo de la actividad 2, el largo es a y el alto es b . A estos lados también se los llama base y altura. Escribí en tu carpeta y completá la siguiente expresión:

El área del rectángulo es igual a

1. Expresá con tus palabras cómo se determina el área de un cuadrado y escribí la fórmula correspondiente.
2. Tomá una hoja de tu carpeta y hallá su perímetro y su área. Hacé lo mismo con una puerta o una ventana de tu aula. ¿Cuáles son las unidades que te conviene usar en cada caso?

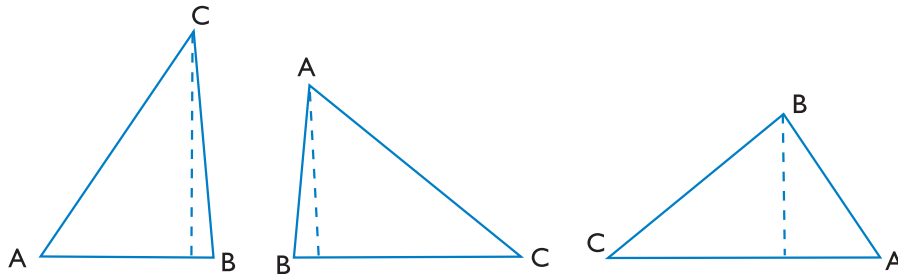


En la actividad anterior analizaste la fórmula del área de un rectángulo. Ahora verás la de los triángulos. En primer lugar vas a distinguir las alturas de un triángulo.



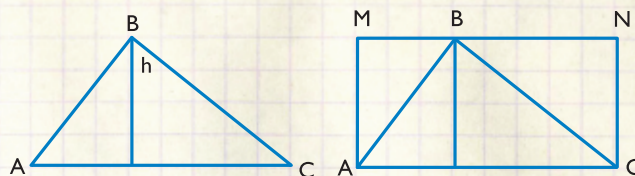
3. Área de triángulos

- a) Dibujá en un papel un triángulo escaleno cualquiera y recortalo.
1. Usando el recorte de papel como molde, dibujá en tu carpeta el triángulo en distintas posiciones; en cada uno de los dibujos, colocá en posición horizontal un lado distinto. Por ejemplo: triángulos ABC, BCA y CAB.



En todo triángulo, la distancia entre un lado y el vértice opuesto se llama altura correspondiente a ese lado.

- b) Leé atentamente la definición de altura.
1. Trazá las alturas de tu triángulo.
2. Observá cada una de las alturas del triángulo escaleno en sus distintas posiciones y verás que son diferentes para cada lado.
3. Respondé en tu carpeta:
- ¿Cuántas alturas diferentes tiene un triángulo isósceles?
 - ¿Y un triángulo equilátero? ¿Por qué?
- c) En tu carpeta escribí “Actividad 3: Área de triángulos” y dibujá un triángulo cualquiera.
1. Copiá en un trozo de papel el triángulo que dibujaste.
2. Recortá el triángulo de papel por la línea que representa una altura: te quedan dos triángulos rectángulos. Pegálos junto al triángulo que dibujaste como está indicado en la figura siguiente.



3. Observá la figura que ha quedado formada, nombrála y compará su área con la del triángulo ABC.

- Seguramente te has dado cuenta de que el área del AMNC es el doble del área del triángulo ABC.

Área AMNC = 2 x área ABC. Entonces, el área del ABC es la mitad del área del rectángulo AMNC por lo que

$$\text{Área del triángulo ABC} = \frac{1}{2} AC \times AM.$$

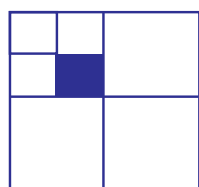
- Como AC es la base del rectángulo y AM su altura, igual a la del triángulo (h) resulta que Área del triángulo ABC = (base x altura) : 2.



$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

d) Explicá con tus palabras la fórmula que permite calcular el área de un triángulo.

e) Calculá el valor del área coloreada en cada uno de los casos.



20 cm



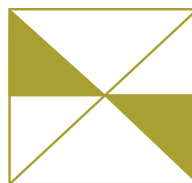
6 cm



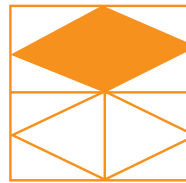
4 cm



10 cm



12 cm



8 cm

f) Construí todos los rectángulos cuyos lados midan un número entero de centímetros y su perímetro sea de 24 cm. Calculá el área de cada uno. Copiá en tu carpeta los enunciados y resolvélos explicando el procedimiento que elegiste. Luego mostráselo a tu maestro.



La siguiente actividad te permitirá ver qué es necesario conocer para calcular las áreas de los cuerpos que ya estudiaste en la unidad 8.



4. Área de prismas



a) Trabajando con tus compañeros, lean esta situación:

En la escuela de Carmen están planificando un proyecto de producción de dulce de membrillo artesanal hecho con la fruta que se produce en la escuela. Los chicos discuten cómo envasarlo y cada uno expone sus ideas. Juan dice que es posible envolver el dulce con papel o plástico, cerrarlo bien y luego ponerlo en cajitas de madera.

Marta señala que primero hay que decidir de cuánto serán los paquetes y qué moldes habrán de usar. Alicia dijo: –Yo estuve investigando con mi papá y cuando fuimos a la ciudad vimos que en un negocio tenían paquetes de medio kilo y de un kilo, de dos marcas diferentes en cajitas de cartón. También había dulce en latas y en barras que se cortan y se venden por peso.

Todos se quedaron pensando y Juan preguntó cómo eran los paquetes de medio kilo. Alicia le contestó que uno era del tamaño de su mano y de unos tres dedos de alto, mientras que el otro era un poco más chico pero más alto.

Por lo que Alicia dijo sus compañeros entendieron que esos dos paquetes que contenían medio kilo no eran iguales aunque tenían la misma cantidad de dulce.

b) Redacten entre todos las respuestas a las preguntas siguientes. (Anoten las ideas que se les ocurran en una hoja borrador.)

1. Si los paquetes tienen la misma cantidad de dulce, ¿se necesita la misma cantidad de papel para el envoltorio, aunque tengan distinta forma?
2. La cantidad de madera que hace falta para hacer la caja de 1 kilo, ¿es el doble de la que se usa para la caja de medio kilo?

c) Las preguntas anteriores se relacionan con estos problemas geométricos:

- Los prismas de igual volumen, ¿tienen la misma área?
- Si el volumen de un prisma aumenta al doble, ¿su área también aumenta el doble?



Para resolver estos problemas necesitan identificar la superficie lateral y total de un cuerpo, y tener clara la diferencia entre algunas unidades de medida. Tengan a mano las anotaciones que hicieron sobre las soluciones a estos problemas; las próximas actividades los ayudarán a descubrir si lo que pensaron es correcto.

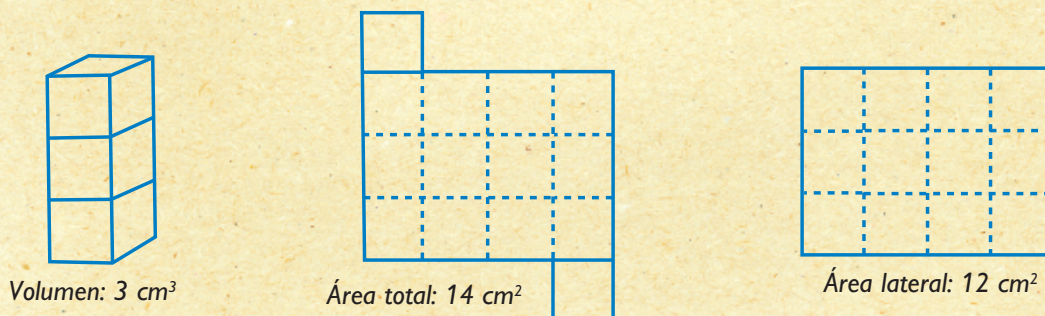
d) Lean la siguiente información:

El volumen de un cuerpo indica cuánto espacio ocupa y se expresa en unidades cúbicas: m^3 , cm^3 , mm^3 . Un cubito de 1 cm de arista ocupa un volumen de 1 cm^3 y cada una de sus caras cuadradas tiene un área de 1 cm^2 .



El área total de un prisma es la suma de las áreas de sus caras. Si al área total le quitamos las áreas de las bases obtenemos el área lateral del prisma.

Mírenlo en este ejemplo:



e) Ahora van a construir dos prismas distintos con 24 cubitos cada uno, para resolver el primer problema: Prismas de igual volumen, ¿tienen la misma área?


1. Tomen una hoja de papel cuadrículado de 1 cm de lado y dibujen todas las caras de cada uno de los prismas.
2. Registren en la carpeta el volumen, el área de cada una de las caras, el área total de cada prisma en una tabla para que después puedan comparar los datos. ¿Es posible construir otros prismas de 24 cm³ de volumen y distinta forma que los anteriores? Si es así, constrúyanlos y calculen su área total.
3. Comparen sus anotaciones y respondan la pregunta del problema. Anoten, cada uno en su carpeta, la resolución.

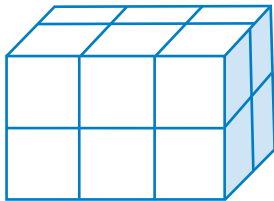
f) Ahora vas a investigar el segundo problema solo:

¿Cómo varía el área total de un prisma cuando se duplica su volumen?

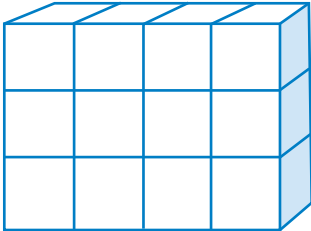
1. Copiá el enunciado del segundo problema en tu carpeta.
2. Armá un prisma con cubitos de 1 cm de lado. Dibujá su base, anotá su volumen y su área total. Organizá una tabla para ir anotando todos los datos de tus construcciones, igual que hiciste para el problema anterior.
3. Construí otro prisma que tenga el doble de volumen que el anterior. Dibujá la base, anotá el volumen y el área total.
4. Compará los valores que encontraste y respondé la pregunta del problema: Si el volumen de un prisma aumenta al doble, ¿su área también aumenta el doble?
5. Con los valores de la tabla que construiste tratá de averiguar si el área total del prisma es directamente proporcional a su volumen. Respondé en tu carpeta.

g) Lee la siguiente información y compárala con las anotaciones que hiciste en tu carpeta. Si es necesario, modifícala tus respuestas.

 Hay cuerpos que tienen el mismo volumen pero distinta forma y área.




Volumen: 12 cm^3
Área total: 32 cm^2



Volumen: 12 cm^3
Área total: 38 cm^2

h) Conversá con tus compañeros y con el maestro acerca de lo que aprendieron en esta actividad.

 Tanto el volumen como el área de un prisma dependen de sus tres dimensiones; largo, ancho y alto. Si aumenta una de las dimensiones de un prisma también aumentan el volumen y el área, pero no necesariamente en la misma relación.

5. Áreas de pirámides

a) Elegí una pirámide de una caja de cuerpos y sobre una hoja de papel marcá cada una de las caras y su base.

1. ¿Qué necesitás hacer para calcular el área lateral y total?
2. Escribí en tu carpeta los cálculos y el procedimiento que realizaste. Mostrá el trabajo a tu maestra.



b) Con tus compañeros elegí otras pirámides y prismas rectos.

1. Analicen sus elementos y luego de discutir, como lo hicieron en las actividades anteriores, busquen una expresión matemática que les permita calcular áreas laterales y totales de esos cuerpos.
2. Entre todos, busquen una manera de que las conclusiones puedan ser conocidas por todos los compañeros.

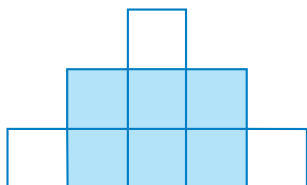


En la próxima actividad vas a tener la oportunidad de revisar lo que aprendiste en esta unidad sobre perímetros y áreas y lo vas a aplicar para resolver algunos problemas. Volve a revisar los temas y actividades que necesites y las anotaciones de tu carpeta. Guíate por los títulos, los textos destacados y los “Para recordar” y así ubicar dónde está la información o la explicación que necesitás volver a leer.

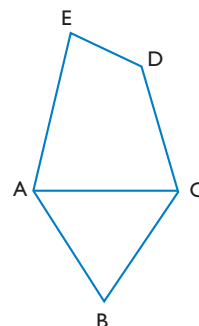
A

6. Perímetros y áreas

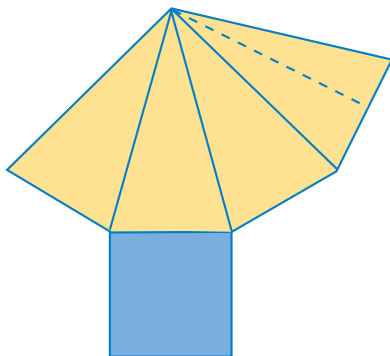
a) El perímetro de la figura es de 96 cm. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo sombreado?



b) La figura ABC es un triángulo equilátero de 18 cm de perímetro; $CD = AC$ y el cuadrilátero ACDE tiene 20 cm de perímetro. ¿Cuál es el perímetro del ABCDE?



c) Este dibujo corresponde al desarrollo de la superficie de un cuerpo:



1. Describí el cuerpo del que se trata. Para lograrlo, tomá las medidas que consideres necesarias, las varillas necesarias para armar el “esqueleto” del cuerpo, y calculá el área total del cuerpo. ¿Qué unidades de área usarás para expresarla?
2. Si en lugar de estar formada por cuatro triángulos, la superficie lateral tuviera tres triángulos, ¿de qué cuerpo se trataría? Dibujá en tu carpeta su desarrollo, calculá la longitud del esqueleto y el área total del cuerpo.



Consultá con tu maestro si vas a hacer la actividad 7 o pasás a leer la síntesis de la unidad.

A

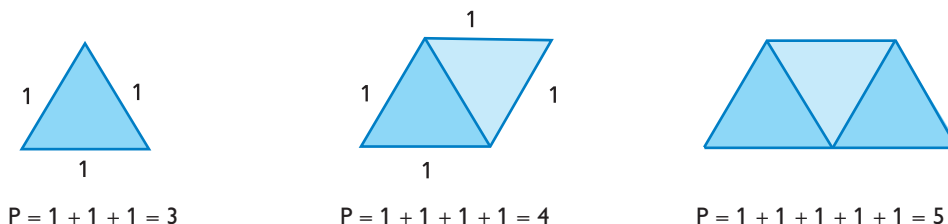
7. Más perímetros para calcular

En una cadena de figuras iguales, por ejemplo, de triángulos equiláteros o de rectángulos, ¿cómo se puede calcular el perímetro de la cadena?

a) Observá esta cadena de triángulos:



1. El perímetro total, ¿será el perímetro de la figura multiplicado por el número de triángulos que contenga la cadena? Para averiguarlo tomá un triángulo, luego dos y por último tres como los de la figura. Calculá el perímetro de cada una de las figuras que se han formado.

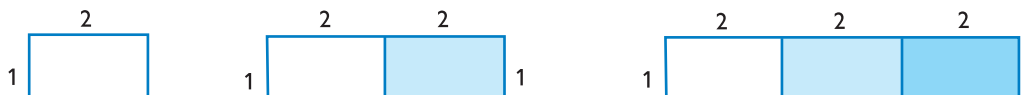


2. Continúa completando una tabla como la siguiente:

N° de triángulos	1	2	3	4	5	10	15	20	25	30	40	50
Perímetro												

3. Observá la relación entre el número de triángulos y el valor del perímetro. Expresála con tus palabras y tratá de hacerlo con símbolos matemáticos, por ejemplo usando P para el perímetro, n como el número de triángulos y l como la longitud del lado.

b) Podés hacer lo mismo con una cadena de rectángulos.



1. ¿Cuál es el perímetro de una cadena de 8 rectángulos, donde cada rectángulo mide 2 cm de largo y 1 cm de ancho?

Para finalizar

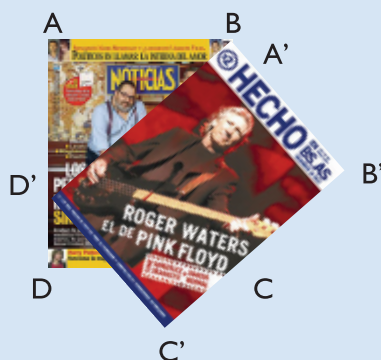
Las diferentes actividades que realizaste tienen el propósito de que aprendas a calcular perímetros y áreas de figuras y cuerpos ya conocidos, sobre la base de lo que viste en otras unidades, y puedas expresar mediante fórmulas las relaciones matemáticas que se dan entre los elementos de esas figuras y cuerpos.

Aprender a expresar relaciones abre el camino hacia otros conocimientos matemáticos como también a mostrar que existe un lenguaje propio de la Matemática que permite simplificar las comunicaciones. Entre las relaciones que ya conocés están las de proporcionalidad directa. En una de las actividades analizaste algunas de las magnitudes que aparecieron: longitudes, áreas y volúmenes, para verificar en qué casos se presentan este tipo de relaciones en la vida real.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. De rectángulos y triángulos

Imaginá que la tapa de una revista está sobre la de otra revista tapándola parcialmente, tal como se puede ver en la siguiente figura:



A' coincide con B y D' está en el lado AD .

En la revista $ABCD$, ¿hay más parte visible o más parte tapada?

Fijate en $A'C'D'$, ¿qué relación tiene su área con la del rectángulo $ABCD$?

¿Qué relación tienen la parte tapada y la parte visible?

2. El pastor y su rebaño

Con las provisiones de forraje que tiene, un pastor puede alimentar durante el invierno a un rebaño de 36 cabezas durante tres meses. ¿Cuántos animales debe vender para poder alimentar a su rebaño durante 5 meses con esa misma cantidad de forraje?

3. Cubos pintados

Hay ocho cubos iguales pintados de diferentes colores: 2 están pintados de rojo, 2 de blanco, 2 de azul y 2 de verde. Se quiere formar con ellos un cubo más grande, de modo que en cada cara aparezcan todos los colores. ¿De cuántas formas distintas se pueden colocar los cubos?

4. Un dado que rueda

Conseguí un dado y una hoja de papel. Colocá el dado en el centro de la hoja con la cara del 1 hacia arriba y pasá el lápiz por el borde de la base. Te quedó marcado un cuadrado, ponéle el número 1. Colocá de nuevo el dado y hacélo girar 90° sobre una de sus aristas. Repetí la operación hacia uno y otro lado, arriba y abajo, escribiendo siempre el número de la cara superior. Te quedará formado un tablero rectangular. ¿Cuál es el camino más corto para ir desde el primer cuadrado, con el número 1 a un cuadrado fijo con un cierto número? ¿Qué números se pueden obtener yendo siempre en vertical hacia arriba del tablero?

UNIDAD 13

Equivalencia de figuras

La variedad de situaciones de la vida cotidiana en las que está presente la noción de superficie es prácticamente ilimitada. Estas son algunas de las más frecuentes: una lámina o un pliego de cartulina o una hoja de papel, un corte de tela, una cancha de fútbol o una piscina, el territorio de una provincia, la superficie de un lago o un mar, una pared para ser pintada, un piso para ser cubierto de baldosas, la salida de un hueco que hay que tapar, un campo que hay que cosechar, un techo para cubrir con tejas, una pantalla de cine o de un televisor y una huella.

En esta unidad podrás profundizar en la idea de superficie. A través de sus actividades estarás en condiciones de responder preguntas como esta: ¿pueden dos figuras de diferente forma tener igual superficie?



Al iniciar el trabajo con esta unidad, te conviene tener a mano algunas unidades de Geometría que ya resolviste para revisar lo que necesites en relación con el tema de superficies y áreas. Especialmente te puede servir la unidad 12.



Para realizar la siguiente actividad, necesitarás cartulina, útiles de Geometría y tijeras.

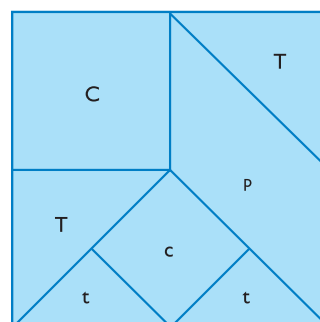


1. Figuras equivalentes

En la unidad 1 trabajaste con un tangram cuadrado para sumar y restar fracciones. Como ya viste, un tangram es un rompecabezas constituido por varias piezas geométricas que, juntas, forman un cuadrado o un rectángulo o un triángulo. En esta oportunidad vas a construir uno distinto, que también podrás agregar a tu colección de rompecabezas.

a) Dibujá en cartulina el siguiente tangram.

1. Observá qué figuras lo componen. Está formado por un cuadrado grande (C), un cuadrado pequeño (c), dos triángulos grandes (T), dos triángulos pequeños (t) y un paralelogramo (p).
2. Antes de dibujarlo, decidí qué escala es conveniente usar para ampliarlo adecuadamente a un cuadrado de 10 cm x 10 cm.



b) Cortá las piezas del rompecabezas, usalas como moldes y con ellas armá libremente las formas que quieras.

c) ¿Podés formar $1p$ con $2t$ y $1c$?

d) ¿Podés sustituir $1C$ por $2T$?

e) ¿Ocupan la misma superficie $1c$ y $2t$? En este caso diremos que $1c$ y $2t$ son figuras equivalentes.



Dos o más figuras son equivalentes si ocupan la misma superficie.

f) Copiá en la carpeta las siguientes afirmaciones y explicá para cada una si es verdadera o no y por qué. Podés usar las figuras recortadas para justificar tus respuestas.

1. El cuadrado C es la cuarta parte del tangram.
2. T es la mitad de C .
3. $1/2 T = t$.
4. $C + T + T = \frac{1}{2}$ del tangram.

g) Copiá las siguientes preguntas en la carpeta y respondelas.

1. ¿Cuántas piezas t necesitás para obtener la pieza T ?
2. Teniendo en cuenta la parte o fracción del tangram que es la pieza C , ¿con cuántas piezas C se puede formar el tangram?
3. Elegí pares de piezas del rompecabezas y analizá qué relación se puede establecer. Organizá un cuadro que muestre la equivalencia entre cada uno de los pares y mostráselo a tu maestro.

h) Usando todas o solamente algunas de las piezas del tangram como molde dibujá, en papeles que puedas recortar, pares de figuras equivalentes que tengan distinta forma.

1. Compará tu producción con la de otros compañeros.



2. Elaboren un afiche para el aula: peguen los pares de figuras e indiquen para cada par por qué son equivalentes.



En la actividad 5 de la unidad 10 estudiaste diferentes teselaciones para indagar de qué modo los ángulos que concurren en un vértice pueden o no completar un giro. En esta oportunidad vas a teselar superficies usando diferentes unidades de medida.



Para trabajar en la actividad 3, vas a usar los útiles de Geometría, lápices, papeles de diario u otro tipo de papeles, goma de pegar o cinta adhesiva y una tijera. Andá buscando los materiales con anticipación.

A 2. Embaldosados

- a) Dibujá en tu carpeta un rectángulo de 4 cm de ancho y 3 cm de alto. Nombralo A.
- b) Dibujá en tu carpeta otro rectángulo de 2 cm de ancho y 1 cm de alto. Nombralo B.
- c) Ahora tenés que “cubrir” o “embaldosar” el rectángulo A con rectángulos B.
 1. Para hacerlo podés recortar varios rectángulos A y B, o directamente dibujar en tu carpeta. En ese caso, trazá las subdivisiones interiores que necesites para mostrar tu trabajo.
- d) Copiá las preguntas y respondé en la carpeta:
 1. ¿Cuántas figuras B necesitaste?
 2. ¿Hay una única forma de pavimentar el rectángulo A?
 3. Compará las respuestas con tus compañeros y controlen con el maestro.



Dada una unidad, el número que expresa la medida de una superficie es el **área**.

La figura B es la unidad con la que se midió el área de A. Diremos que la medida de la superficie de la figura A, con respecto de B, es 6. Quiere decir que se necesitan 6 figuras B para cubrir la figura A, o bien que A equivale a 6 figuras B.



Consultá con el maestro cómo vas a encarar la actividad siguiente. Acordá cómo te vas a organizar para traer el material necesario. Si es posible, en esta actividad trabajá con un compañero. Si no es posible, consultá con tu maestro/a cómo organizarte para trabajar.



Para realizar la actividad 4 vas a usar **cm²** recortados en papel o cartulina, u hojas cuadriculadas en **cm²**. Preparalo antes de comenzar con esa actividad.

A 3. Unidades de área



- a) Organícense en dos grupos para realizar dos tareas diferentes y luego compararlas.

Grupo 1:

1. Dibujen un rectángulo de 8 cm x 3 cm.
2. Recorten un cuadradito de 2 cm x 2 cm.
3. Midan la superficie del rectángulo tomando como unidad el cuadradito.

Grupo 2:

1. Dibujen un rectángulo de 7 cm x 3 cm.
2. Recorten un rectángulo de 3 cm x 1 cm.
3. Midan la superficie del rectángulo dibujado tomando como unidad el rectángulo que recortaron.

b) Comparen la superficie de ambos rectángulos. ¿Cuál es mayor? Los resultados de las mediciones ¿lo ratifican? ¿Por qué?

Para poder comparar las medidas de las superficies de dos figuras, es necesario calcular el área usando la misma unidad de medida.

La unidad de medida acordada puede ser cualquiera; acá usarás una de las unidades convencionales más conocidas: la que cubre un cuadrado de 1 cm de lado, y por eso se llama “centímetro cuadrado” y se escribe simbólicamente así: **1 cm²**.

c) Efectúen nuevamente la medición de la superficie de cada rectángulo tomando como unidad **1 cm²** y decidan cuál es mayor.

1. Expliquen el porqué de su decisión; escriban las observaciones cada uno en su carpeta.

d) Recorten un cuadrado de 10 cm de lado, o tomen un papel glacé, y midan su superficie usando **1 cm²** como unidad.



Un cuadrado de 10 cm de lado, o lo que es lo mismo, de 1 dm de lado, cubre una superficie de **100 cm cuadrados**, o de **1 decímetro cuadrado**; se escribe simbólicamente así: **1 dm²** y es equivalente a **100 cm²**.

e) Tomen hojas de papel de diario, peguen las que sean necesarias para construir un cuadrado de 1 m de lado.

1. Midan el cuadrado usando como unidad **1 dm²**.
2. Calculen cuánto mediría si se usara como unidad **1 cm²**.

f) Respondé estas preguntas en la carpeta.

1. ¿Cómo definirías 1 metro cuadrado?
2. ¿A cuántos dm^2 equivale?
3. ¿Y a cuántos cm^2 ?
4. Consultá con tu maestro/a para comprobar si respondiste bien.

Cuando se mide una cantidad, es importante seleccionar la unidad de medida adecuada. Por ejemplo, ya sabés que para medir la distancia entre dos ciudades se usan los kilómetros, para informar el largo de un lápiz, los centímetros, y para expresar la longitud de un insecto, los milímetros. También para medir el área de un papel glacé conviene usar cm^2 ; en cambio, para el piso de una habitación, los m^2 .



En la siguiente actividad vas a aplicar la noción de equivalencia entre superficies para construir las **fórmulas** útiles para calcular el área de distintos cuadriláteros. El hallazgo de una fórmula es uno de los hechos más potentes de la Matemática.

Encontrar fórmulas en Matemática permite registrar brevemente y de modo preciso las relaciones entre las variables que intervienen en la solución de un problema. Una vez que se ha encontrado una fórmula, es más fácil generalizar ideas, aplicar dichas ideas a diversas situaciones y facilitar la comunicación de resultados en situaciones parecidas.

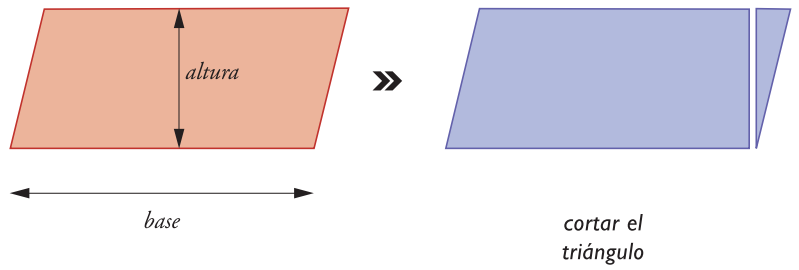


4. Fórmulas para calcular el área de algunos cuadriláteros

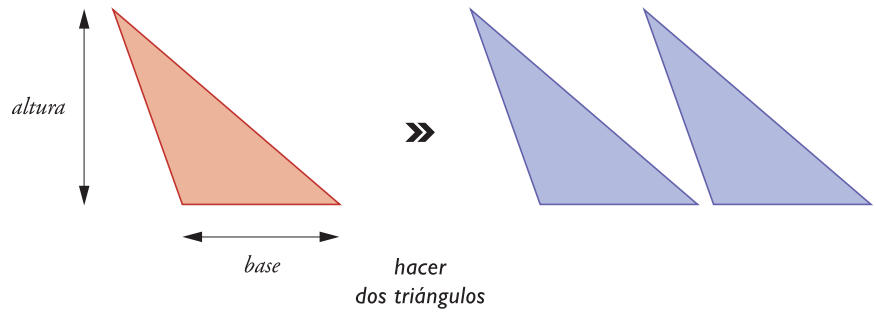
a) ¿Qué fórmula permite hallar el área de un rectángulo con base **b** y alto **a**? Escríbala en tu carpeta y recuadrarla. Para pensarla, podés consultar en la unidad 12 la manera en que se obtiene la fórmula para calcular el área del triángulo.

b) Para obtener las fórmulas que permiten hallar el área de otros cuadriláteros, se los puede transformar en figuras equivalentes, es decir, con la misma superficie y la misma área. Las siguientes figuras muestran esas transformaciones. Recorré cada fila de figuras y hacé lo que indican las consignas hasta que obtengas las fórmulas correspondientes.

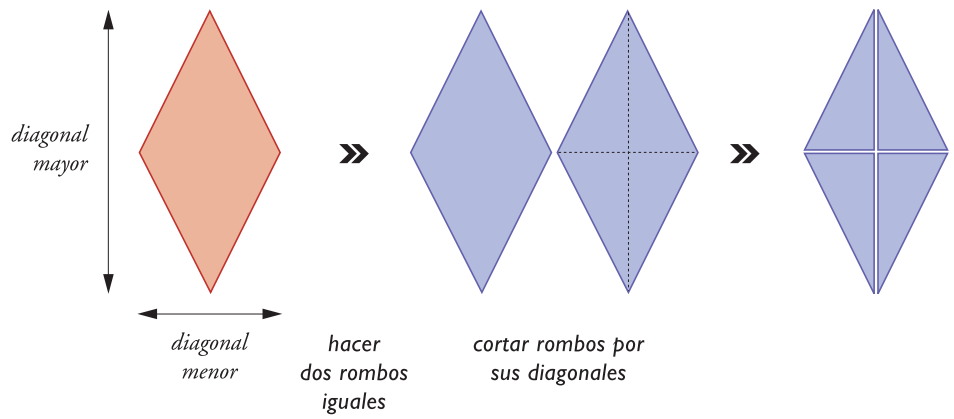
PARALELOGRAMO



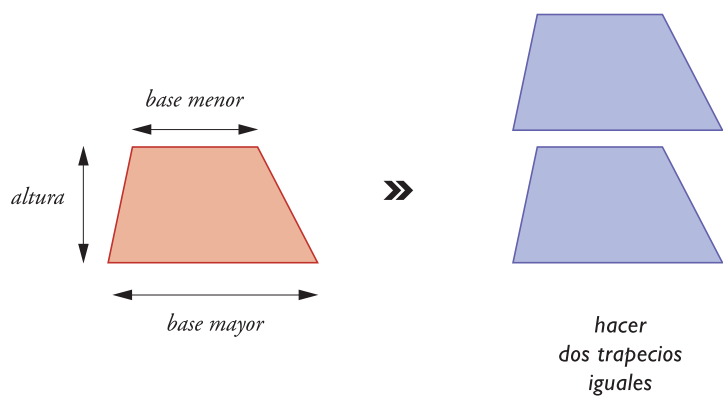
TRIÁNGULO

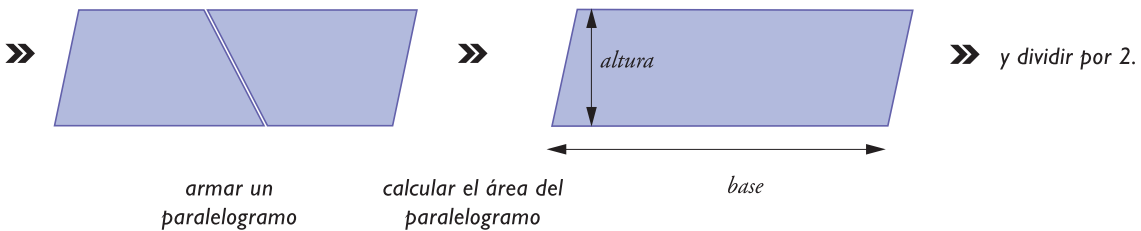
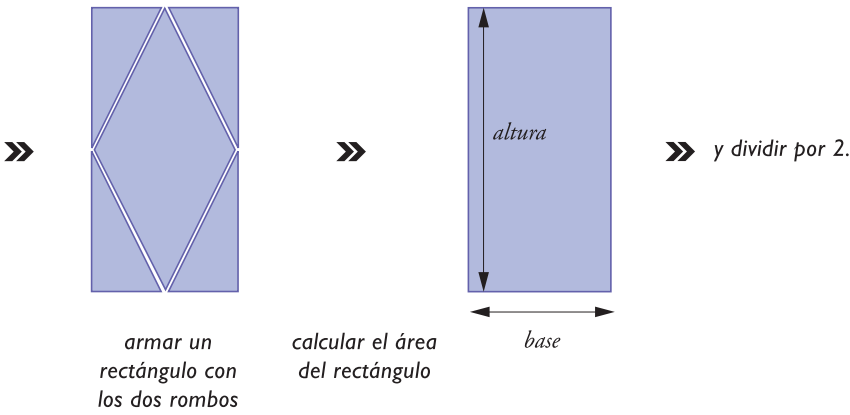
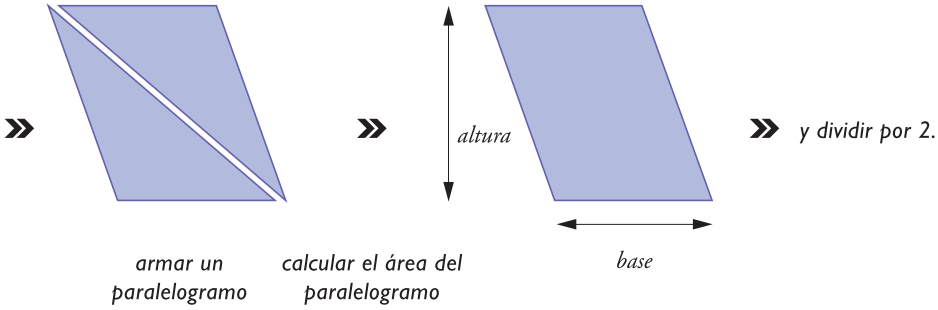
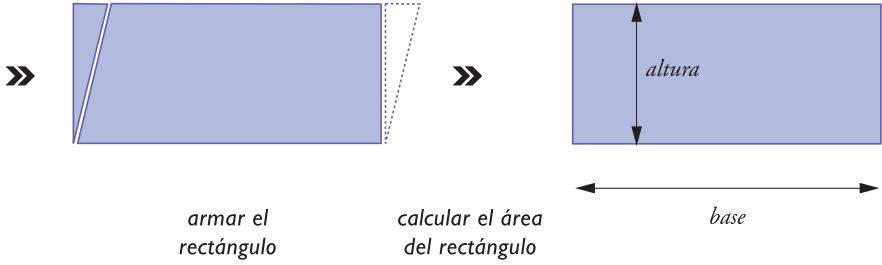


ROMBO



TRAPECIO







A lo largo de estas unidades de Geometría desarrollaste procedimientos para entender cómo se calculan los perímetros y las áreas de distintas figuras. Los mismos procedimientos te llevaron a encontrar formas abreviadas de realizar los cálculos. Esas formas se expresan en fórmulas que pueden aplicarse a las figuras cualquiera sea su tamaño. Por eso es importante que las recuerdes para tenerlas presente en los momentos que necesites obtener perímetros o áreas. Recordar cada fórmula te va a orientar a buscar o pedir los datos necesarios para realizar los cálculos. Las actividades siguientes te van a ayudar a hacerlo. Tené en cuenta consultar con tu maestro/a cuándo resolver el punto **d** y qué vas a hacer en la escuela o en tu casa.



c) Con tus compañeros, realizá un afiche para colocar en el aula, con todas las fórmulas obtenidas en esta actividad y sus correspondientes figuras. Podrán recurrir a ellas cuando lo necesiten. Conversen con su maestro/a y con sus compañeros para decidir cuál es el diseño más adecuado.

d) Buscá en la biblioteca o pedile a tu maestro un libro de Matemática que contenga problemas de superficie y área.

1. Copiá en la carpeta los enunciados de los problemas que te indique el maestro.

2. Resolvé los problemas mostrando claramente los procedimientos que usaste.



En la actividad 5 de la unidad 10 descubriste que se pueden hacer teselaciones usando como piezas básicas triángulos o cuadriláteros o hexágonos, sean o no figuras regulares. En esta oportunidad aprenderás a construir vistosas formas no poligonales, equivalentes a una dada, que teselan el plano.



5. Otras teselaciones

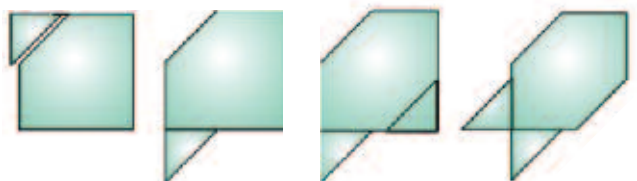
El secreto para cubrir el plano con mosaicos sin superponerlos ni dejar huecos es partir de un polígono que tenga esa propiedad y transformarlo convenientemente.

a) Seguí paso a paso las siguientes instrucciones; usá las figuras para orientarte.

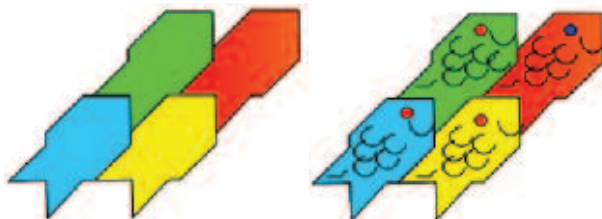
1. Recortá una parte del cuadrado, a lo largo de una línea.



2. Pegá la parte recortada del lado opuesto al que fue cortada.



3. Repetí este proceso cuantas veces quieras.
4. Una vez que hayas obtenido una figura que te guste, utilízala como molde para copiarla en una hoja las veces que quieras de manera que las líneas de los bordes estén en contacto, es decir sin dejar huecos y sin superposiciones, como muestra la figura de los peces.



Para finalizar

Cuando se trata de profundizar y relacionar los conocimientos sobre Geometría, la noción de equivalencia es una de las más importantes. A partir de las tareas geométricas efectuadas, las experiencias que realizaste consisten en describir, relacionar y razonar.

Investigaste relaciones dibujando, midiendo, observando, comparando, transformando y clasificando objetos geométricos. En particular trabajaste comparando las superficies de las figuras y descubriste que dos figuras pueden ser equivalentes en superficie y tener diferente forma. En tal caso, tienen la misma área y se pueden transformar unas en otras recortándolas y componiéndolas de diferente forma. Tal vez lo más representativo de las actividades que realizaste en esta unidad es aplicar esta posibilidad de transformar unas figuras en otras equivalentes cuya fórmula ya conocés y establecer así las diferentes fórmulas para el cálculo del área de cuadriláteros.

Pero no menos valioso es el conocimiento de que la equivalencia entre figuras te permite crear diseños de mosaicos que podés aplicar libremente a otro tipo de creaciones artesanales y artísticas.



A continuación, como siempre, encontrarás distintos problemas para seguir desarrollando tu pensamiento matemático. Consultá con el maestro cuándo los podés resolver.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Un número secreto

Pedí a un amigo que escriba en secreto un número de dos cifras, que lo multiplique por 10 y del resultado reste un múltiplo de 9 inferior o igual a 81. Pedile el resultado. Si es de tres cifras, tomá las dos primeras y sumale la última; si es de dos, sumalas entre sí. El resultado que dé es el número secreto.

2. Sudoku

El juego es muy simple: hay una cuadrícula de 81 cuadrados, organizados en 9 bloques de 3×3 , vale decir, de 9 cuadrados cada uno. Algunos de estos cuadrados, como máximo 30, ya vienen con una cifra escrita.

El objetivo del juego es colocar en los cuadrados vacíos los números que faltan de modo que en cada cuadro de 3×3 estén todos los números del 1 al 9, con la condición de que cada número aparezca solamente una vez en cada fila horizontal y en cada columna vertical del cuadro 9×9 .

Este rompecabezas numérico ideado por Howard Games se publicó por primera vez en Nueva York en 1979 con el nombre de “Number Place” (El lugar de los números). En 1984 la idea fue introducida en un periódico japonés con el nombre de “Sujii wa dokushin ni kagiru” (Los números deben estar solos), y posteriormente se abrevió esta nomenclatura al nombre por el que hoy se lo conoce en casi todo el mundo: Sudoku (Números solos).

Completen el siguiente sudoku.

	6	1	4	5	
	8	3	5	6	
2					1
8		4	7		6
	6			3	
7		9	1		4
5					2
	7	2	6	9	
4	5	8			

3. Otro sudoku

Si la resolución del sudoku anterior te dejó con ganas de intentar otro, te presentamos uno con el mismo grado de dificultad: también trae 30 casillas ocupadas.

			7			
	1	6	3			8
7			8		6	1
3					8	6
					9	7
	8	9				
4				5	3	6
	6	4	2			
9		1	8	2		

UNIDAD 14

La circunferencia y el círculo

En esta unidad vas a seguir profundizando en temas de Geometría para conocer nuevas propiedades de las figuras, en particular de la circunferencia y el círculo. Desde la más remota antigüedad, la relación entre la longitud del contorno de un círculo y su diámetro fue una preocupación de filósofos y matemáticos. Ese dato, muy importante en todos los cálculos astronómicos, para la construcción de objetos o la delimitación de parcelas circulares de tierra, era un enigma. Si bien era sabido que la razón entre la circunferencia y el diámetro de un círculo es una constante para todas las figuras circulares, cada vez que la calculaban obtenían como resultado un número que no conocían; no era un número entero. El *Papiro Egipcio de Rhind*, que data del 1650 a.C., muestra que los egipcios le atribuían a ese número el valor 3,16 y en la *Biblia* figura con valor de 3. La aparición de las calculadoras en el siglo XX revolucionó el conocimiento acerca de ese número. En esta unidad vas a explorar esa relación y su valor enigmático.



A lo largo de toda la unidad vas a necesitar trabajar con los útiles de Geometría; asegurate de tener a mano compás, regla y escuadra. También podés ir reuniendo cintas o piolines y una cinta métrica.



Además de los elementos de Geometría, para la actividad 1 vas a necesitar unos palitos o estacas, un trozo de sogá, dos latas u otro objeto de base circular, tijera, papel.

TEMA 1: ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA Y EL CÍRCULO



1. Trazado de circunferencias

- Tomá el compás y dibujá en tu carpeta distintas **circunferencias**; no te olvides de marcar el centro antes de trazarla.
- Dibujá dos o tres segmentos que tengan por extremos el centro y un punto cualquiera de la circunferencia. Esos segmentos se llaman **radios**.
- Respondé estas preguntas.
 - ¿Cómo son las medidas de los radios de una misma circunferencia?
 - ¿A qué distancia del centro está cada uno de los puntos de la circunferencia?
- En cada circunferencia, dibujá:

1. Un segmento que tenga sus extremos en dos puntos cualesquiera de ella. Se llama **cuerda**.
2. Un segmento que tenga sus extremos en dos puntos de ella y pase por el centro; se llama **diámetro** y es la mayor de las cuerdas. ¿Qué relación tiene un diámetro con el radio?



En el punto e) se propone una tarea para hacer junto con tus compañeros en el terreno de la escuela. Consultá con tu maestro cómo la vas a resolver.



e) Los jardineros saben trazar canteros circulares usando dos palitos o estacas y una soga. Reunite con otro compañero y realicen las siguientes consignas.

1. Piensen cómo pueden trazar canteros circulares.
2. Busquen los materiales y tracen una circunferencia en el terreno de la escuela.
3. Para trazar una circunferencia en una hoja de papel, ¿usarían el método del jardinero? ¿Por qué?

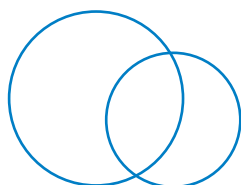
f) Ahora vas a trabajar con círculos. Recordá que un **círculo** es la superficie limitada por una circunferencia.

1. Tomá dos latas vacías u otro objeto de base circular.
2. Apoyalas sobre un papel y contorneá el borde con el lápiz.
3. Recortá los círculos de papel limitados por las circunferencias y explorá por plegado cómo se obtiene un diámetro y cómo se obtiene el centro.

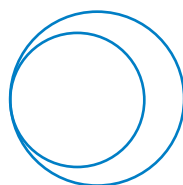


2. Posiciones relativas de dos circunferencias

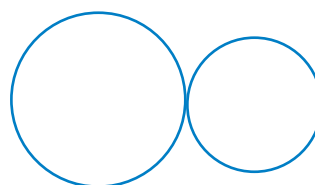
a) Observá las posiciones de los siguientes pares de circunferencias. Como podés observar, dos circunferencias pueden tener dos, uno o ningún punto en común.



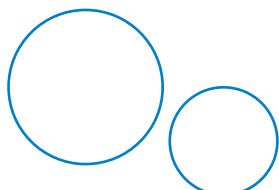
 Secantes.



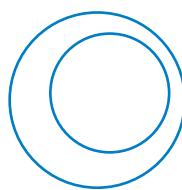
 Tangentes interiores.



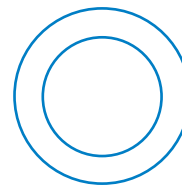
 Tangentes exteriores.




 Exteriores.



 Interiores.



 Concéntricas.

 Las del par de arriba, a la izquierda, son **secantes**. Las de arriba, en el centro, son **tangentes interiores**. Las de arriba, a la derecha son **tangentes exteriores**. Las del par de abajo, a la izquierda, son **exteriores**. Las de abajo, en el centro, son **interiores**. Las de abajo, a la derecha, son **concéntricas**.

b) Dibujá en tu carpeta pares de circunferencias de igual o de distinto radio en las mismas posiciones que las de la imagen anterior. No te olvides de marcar el centro en cada una. Escribí, debajo de cada pareja de circunferencias, el nombre que indica su posición relativa.

c) En cada par de circunferencias, medí la distancia entre los centros y respondé las preguntas.

1. ¿En qué casos la distancia entre sus centros es cero?
2. ¿En qué casos la distancia entre sus centros es la suma de los radios?
3. ¿En qué casos la distancia entre sus centros es mayor que la suma de sus radios?
4. ¿En qué casos la distancia entre sus centros es menor que la suma de los radios?

d) Trazá otra circunferencia, marcá en ella dos puntos P y Q y luego hacé los siguientes trazados.

1. Dibujá una recta que pase por los puntos P y Q ; es una recta secante. ¿Algún otro punto de la circunferencia pertenece a esa recta?
2. Dibujá el radio de la circunferencia que tiene por extremos el centro y el punto P . Trazá la recta perpendicular al radio que pasa por P .
3. Marcá un punto E , exterior a la circunferencia. Una recta que pase por E , ¿cuántos puntos comunes con la circunferencia puede tener?
4. Dibujá una recta que represente cada una de tus respuestas.
Como habrás podido notar, una recta y una circunferencia pueden tener dos, uno o ningún punto en común.



Una recta puede ser **secante**, **tangente** o **exterior** a una circunferencia.



3. Arcos y ángulos

a) Seguí las siguientes instrucciones de trazado.

1. Con tu compás marcá un centro y , en lugar de hacer un giro completo para trazar una circunferencia, hacélo girar un ángulo menor. El trazo que se obtiene se llama **arco**.
2. Usando el mismo radio, hacé algunos arcos de distinta amplitud, pintá con azul el arco mayor y con rojo el arco menor.
3. Para cada arco dibujá los segmentos que unen sus extremos con el centro o punto de apoyo de la punta seca del compás. La figura que se forma se llama **sector circular**. El ángulo con vértice en el centro es el **ángulo central** correspondiente a ese arco.

b) Dibujá una circunferencia y en ella trazá un ángulo central recto, otro ángulo central agudo y otro obtuso.

1. Usá el transportador, medilos y escribí sobre ellos su medida en grados.

c) Trazá una circunferencia.

1. Apoyá la punta seca del compás en un punto de la circunferencia y, con una abertura igual al radio, trazá un arco interior que pase por el centro.

2. Haciendo centro en uno de los extremos del arco, trazá otro arco y repetí el procedimiento hasta que quede formada una estrella curva de seis puntas.

3. Seguí explorando con el compás las posibilidades de crear efectos decorativos.



*Preguntale a tu maestro si vas a hacer ahora el punto **d)** o pasás directamente a la actividad 4.*

Ya que practicaste el uso de instrumentos de Geometría, podés emplear segmentos, circunferencias o arcos para confeccionar guardas o mosaicos que muestren efectos interesantes.

d) Hacé algún trabajo decorativo como un friso, un mosaico u otro diseño.

1. Escribí al pie qué tipo de elementos usaste para hacerlo.

2. Pegá tu trabajo sobre un papel afiche para exhibirlo junto con los trabajos de tus compañeros.



Para trabajar en la actividad 5 vas a necesitar diez objetos de bases circulares de diferentes tamaños: latas, vasos, tubos, cacerolas, baldes y otros que puedas conseguir. Buscá también una tira de papel milimetrado.



4. Tres puntos no alineados determinan una circunferencia

a) En una hoja de papel, dibujá un punto y usando el compás dibujá circunferencias que pasen por él. Variá los radios y los centros según te parezca, siempre que las circunferencias que traces pasen por el punto que marcaste al principio.

1. ¿Cuántas circunferencias podrías hacer?

2. Comentá esta observación con tu maestro.

b) Hacé trazados según estas indicaciones.

1. Marcá dos puntos y dibujá una circunferencia que pase por los dos. Si te hace falta, agregá a la figura algún segmento que te ayude a encontrar el centro y la abertura adecuada del compás.

2. Trazá algunas otras circunferencias que pasen por el mismo par de puntos.

3. ¿Dónde están ubicados los centros de las circunferencias que pasan por esos dos puntos fijos?

Como habrás observado, todos los centros de la circunferencia que pasan por dos puntos pertenecen a la **mediatriz** del segmento que determinan esos puntos. La mediatriz de un segmento es una recta perpendicular a él que lo corta en su punto medio y que tiene la siguiente propiedad: cualquiera de sus puntos es equidistante de los dos extremos de ese segmento.

4. Comprobalo en tu dibujo.

c) Dibujá sobre una hoja de papel tres puntos que no pertenezcan a la misma recta y trazá una circunferencia que pase por los tres. Para determinar el centro de esa circunferencia te conviene trazar por lo menos 2 segmentos que tengan por extremos los puntos marcados y construir sus respectivas mediatrices.

1. ¿Hay alguna otra circunferencia que pase por los tres puntos que marcaste?



Hasta aquí revisaste los elementos de las circunferencias y los círculos. A continuación, vas a profundizar en las relaciones que hay entre algunos de ellos. Si es posible, sería conveniente que esta actividad la resuelvas junto con tus compañeros. Consultá con tu maestro cómo te vas a organizar.



Para la actividad 6 vas a necesitar papeles, tijera y goma de pegar. Recordá preparar el material en el momento de empezar con esa actividad.

TEMA 2: EL NÚMERO π



5. Relación entre el diámetro y la circunferencia



a) Para averiguar si hay proporcionalidad entre el contorno de una circunferencia y su diámetro, construí en tu carpeta una tabla como la siguiente y registrá en ella la medida del contorno circular y su respectivo diámetro de los diferentes objetos que buscaste. Si se trata de objetos pequeños, para facilitar la tarea usá como instrumento de medición una tira de papel milimetrado.

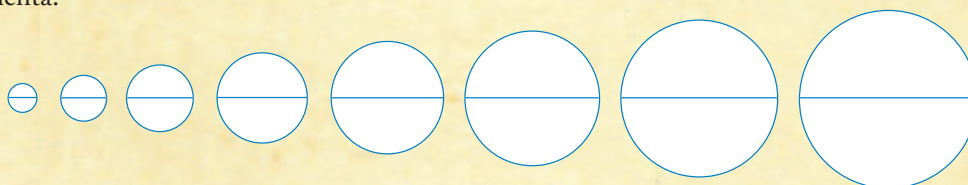
Objeto	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7	O_8	O_9	O_{10}
Circunferencia en cm										
Diámetro en cm										

1. Calculá para cada objeto el cociente entre la circunferencia y su diámetro.
2. Compará tus resultados con los de otros compañeros. Anotá tus observaciones. ¿Qué número resultó en los cocientes que calculaste?
3. Respondé: ¿hay proporcionalidad entre el contorno de una circunferencia y su diámetro?



A continuación vas a encontrar la explicación de lo que acabás de descubrir.

A medida que el diámetro de un círculo aumenta, la longitud de su circunferencia también aumenta:



El cociente entre la medida de la longitud de la circunferencia y su diámetro es una constante de proporcionalidad; es un número que se simboliza con la letra griega π (se lee “pi”) y tiene un valor superior a 3: aproximadamente 3,14.

El número π no se puede identificar con un número natural ni con una fracción decimal; es una sucesión infinita de cifras decimales.

Aproximadamente se puede expresar:

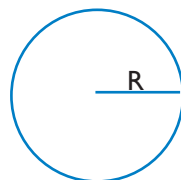
3,1
3,14
3,141
3,1416
3,14159, etcétera, según la precisión requerida.



En un círculo, el perímetro es directamente proporcional a su diámetro y se calcula:

longitud de la circunferencia = π x medida del diámetro.

O bien en símbolos: $L = \pi \times d$ o también $L = \pi \times 2 \times r$



$$L = 2 \pi R$$



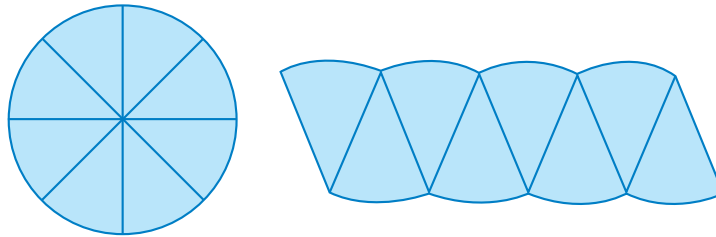
Con esta actividad vas a poder encontrar una manera simple de calcular el área de un círculo y así comprender cómo se obtiene una fórmula abreviada para hacerlo.



6. Área del círculo

a) Dibujá en tu carpeta un círculo de radio aproximadamente igual a 3 cm y dividilo en 8 sectores equivalentes.

1. Recortá en un papel otro círculo del mismo radio y cortalo para obtener 8 sectores.
2. Pegá en tu carpeta los 8 sectores recortados como se indica en la figura.



b) Repetí el procedimiento seguido en a) con un círculo del mismo radio dividido en 16 sectores iguales.

1. ¿Cuál de las dos figuras que formaste es más cercana a un rectángulo?

c) Pensá qué forma tendría la figura formada si repitieras el procedimiento más de una vez.

d) Respondé las siguientes preguntas.

1. ¿A qué elementos de la **circunferencia** corresponde la **base b** del rectángulo que se forma?
2. ¿A qué elemento del **círculo** corresponde la **altura h** del rectángulo que se forma?
3. Escribí la fórmula del área del rectángulo reemplazando **b** y **h** en función de los elementos del círculo.
4. Escribí con tus palabras la expresión del área del círculo.

Como habrás visto, a medida que aumenta el número de sectores en que se divide el círculo, la figura que se forma es un rectángulo cuya base es la mitad de la longitud de la circunferencia y su altura es el radio. Por lo tanto, el área del círculo es el producto de la mitad de la longitud de la circunferencia por el radio.

$$\text{En símbolos: área del círculo} = \frac{L}{2} \times r = \frac{\pi d}{2} \times r = \frac{\pi \times 2 \times r \times r}{2}$$

$$\text{Área del círculo} = \pi \times r^2$$



El área del círculo es el producto del número π por el cuadrado del radio.



7. Problemas redondos

a) Copiá los siguientes problemas y resolvélos en tu carpeta.

1. Las ruedas de un vehículo tienen 60 cm de diámetro. ¿Cuántos cm recorren cada vez que dan una vuelta completa?
 - ¿Si el vehículo recorre 3 km, ¿cuántas vueltas han dado las ruedas?
2. Medí el diámetro de una moneda. Si la hacés rodar sobre una superficie plana, ¿cuántas vueltas dará para recorrer 1 m?
3. La forma de la Tierra es aproximadamente la de una esfera de 6.378 km de radio, ¿cuánto mide aproximadamente el Ecuador terrestre?
4. ¿Qué radio tendrá una circunferencia para que su longitud sea aproximadamente 1 m?
5. Dibujá una circunferencia de 5 cm de diámetro. Trazá dos diámetros perpendiculares. ¿Cuánto mide cada ángulo central? ¿Cuánto mide cada arco?
6. Dibujá una circunferencia y en ella un ángulo central de 60° y otro de 120° . ¿Cómo son entre sí los arcos correspondientes? Explicá qué relación existe entre los ángulos y los respectivos arcos en una circunferencia.
7. En un parque hay una superficie sembrada de césped de 1 metro de ancho, alrededor de una fuente de 2 metros de radio. Hacé un croquis que represente la situación y calculá el área de la parte sembrada.



b) Reunite con tus compañeros, comparen los resultados y los procedimientos que emplearon en la resolución de los problemas y muéstrenselos al maestro.

Para finalizar

En esta unidad comprobaste que la posición relativa de dos circunferencias muestra que pueden tener un punto de contacto, dos o ninguno y que pueden ser interiores o exteriores entre sí. También aprendiste que una recta puede ser exterior, tangente o secante a una circunferencia y pudiste ubicar pares de circunferencias.

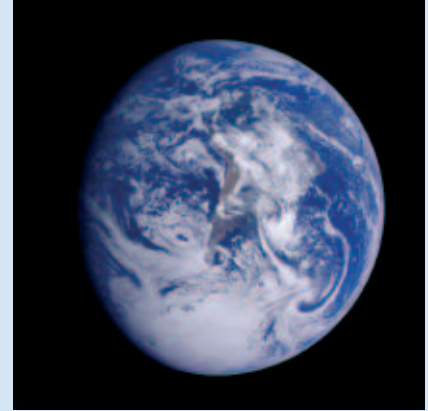
Indagaste, además, en la relación que existe entre dos elementos lineales, uno recto y otro curvo tales como el diámetro de una circunferencia, que es un segmento de recta, y la longitud de su perímetro, que es una línea curva cerrada con características propias, y aprendiste que existe un número llamado pi (π) que indica la razón constante entre la longitud de la circunferencia y su respectivo diámetro.

Pudiste observar también que la longitud de un arco está directamente relacionada con la amplitud del ángulo central correspondiente siempre que se trabaje con el mismo radio. A partir de ahora estás en condiciones de verificar estas relaciones en objetos circulares de distinto tamaño, desde los muy grandes hasta los muy pequeños.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Un cinturón para la Tierra

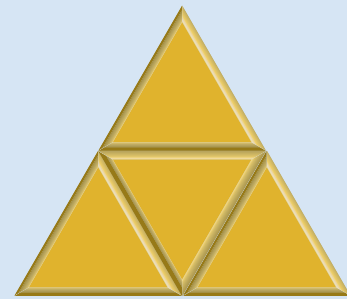
Si rodeáramos la Tierra con una soga, necesitaríamos una cierta longitud de soga. ¿Cuánto tendríamos que aumentar la longitud de la soga si el radio de la Tierra creciera 1 metro? Recordá que el radio de la Tierra es de aproximadamente 6.378 km.



NASA Jet Propulsion Laboratory (NASA-JPL)

2. Un triángulo equilátero

Al trazar las bases medias de un triángulo equilátero de área 1, se forman 4 triángulos también equiláteros cuya área es $\frac{1}{4}$ del área del triángulo. Al repetir el mismo procedimiento muchas veces con los triángulos que se van formando, ¿cuánto vale la suma de todas las áreas obtenidas?



3. Más triángulos equiláteros

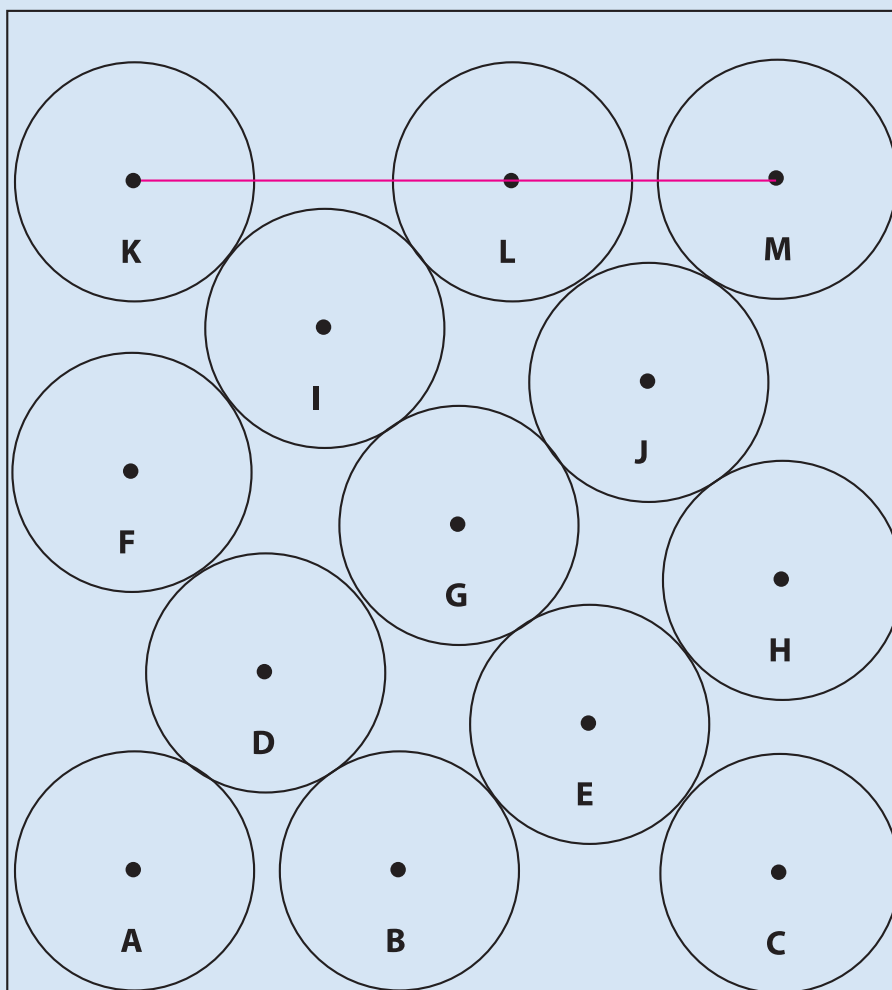
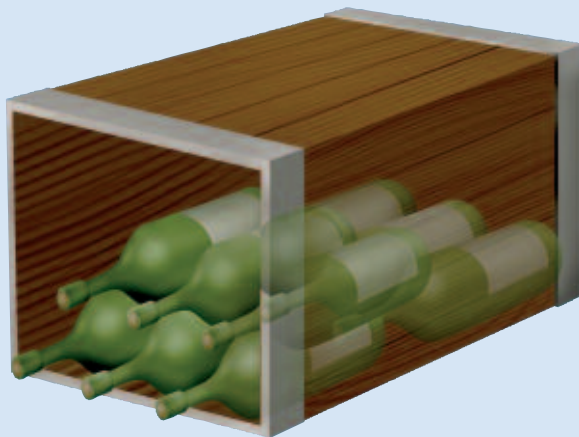
Con dos triángulos equiláteros dibujá una estrella como la de la imagen.



En las seis puntas de la estrella y en los seis vértices del hexágono interior, colocá los números del 1 al 12 de modo que la suma de los cuatro números ubicados en los lados de cada triángulo grande den el mismo resultado.

4. La bodeguita

Esta bodeguita contiene 13 botellas de radio 1. La base de la bodeguita es de 7,4 unidades. En la primera fila sólo caben 3 botellas. Al seguir colocando botellas, la A y la C se pegan a las paredes y la B queda en cualquier posición. En la segunda fila entran 2, la D y E, luego 3 en la tercera fila, 2 en la cuarta y 3 en la quinta y última. El desafío es que pruebes que en la quinta fila de botellas, los centros K, L y M pertenecen a una recta horizontal como en la primera fila de abajo.



UNIDAD 15

Polígonos

Como ya sabés, las figuras geométricas son parte de nuestra vida cotidiana, están en las señales de calles y caminos, en los embaldosados de los pisos, en los cubrimientos de paredes y en muy diversos tipos de objetos. Los artistas de todos los tiempos han utilizado figuras geométricas en sus trabajos, y en el arte del siglo XX alcanzaron gran importancia con el pintor español Pablo Picasso. Basando sus obras en elementos geométricos, Picasso inició un nuevo movimiento artístico de gran influencia en la arquitectura y las artes decorativas llamado “cubismo”.



En esta unidad vas a seguir indagando sobre las figuras geométricas. En las unidades 6 y 7 comenzaste a trabajar con algunas de ellas: triángulos y cuadriláteros. Estudiaste sus propiedades, aprendiste a calcular perímetros y áreas y aplicaste todo esto en la resolución de problemas. En esta unidad ampliarás tus conocimientos considerando otras figuras planas con más de cuatro lados que, junto con triángulos y cuadriláteros, constituyen el universo de los polígonos.

A lo largo de toda la unidad vas a necesitar hacer construcciones y mediciones de figuras con instrumentos de Geometría. Es importante que tengas siempre a mano regla, escuadra, compás y transportador.

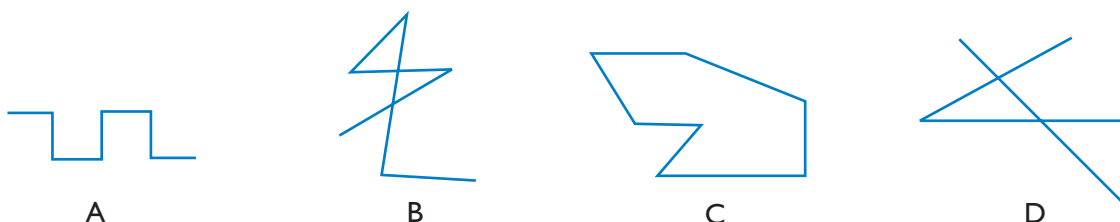
TEMA 1: ELEMENTOS Y CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

A 1. Poligonales y polígonos

Uno de los elementos de los triángulos y cuadriláteros que ya conocés son los lados: son segmentos de recta que también se consideran figuras geométricas.

a) Dibujá en tu carpeta, con regla o escuadra, varios segmentos consecutivos de modo que un segmento no esté incluido en la misma recta que su consecutivo. La figura que queda formada es una poligonal. Copiá esta afirmación a modo de epígrafe de tu dibujo.

b) Observá estos ejemplos y comparalos con tu dibujo: en unos hay segmentos de igual longitud o con la misma dirección, en otros, no. En todos los casos forman una poligonal.



En algunos casos la poligonal es **cerrada** porque todos los segmentos tienen extremos comunes con otros de la misma poligonal. Si la poligonal no presenta segmentos cruzados, se dice que la poligonal es **simple**. Si no, es una poligonal **cruzada**.

1. Anotá al lado de tu dibujo de poligonal si es abierta o cerrada y si es simple o cruzada.
2. Tomando en cuenta esa misma clasificación, decidí qué clase de poligonal es cada una de las dibujadas en la página anterior (A, B, C y D). Escribí la respuesta en tu carpeta.

c) Imaginá una poligonal simple cerrada y, a la vez, todos sus puntos interiores. La figura formada es un polígono. Dibujá varias poligonales cerradas y sombréa con diferente color cada uno de los polígonos formados.



Un **polígono** está formado por una poligonal simple cerrada y todos los puntos interiores a ella. La poligonal es la frontera del polígono.

d) Dibujá en tu carpeta polígonos como estos.



1. Elegí un lado de cada polígono y trazá una recta que incluya a ese lado. El plano en el que estás dibujando quedó dividido por esa recta en dos semiplanos, uno a cada lado de la recta. Observá el polígono, y respondé: ¿queda totalmente del mismo lado, es decir en un mismo semiplano, respecto de la recta?
2. Repetí la experiencia con los otros lados del polígono. ¿En algún caso el polígono queda atravesado por la recta que contiene al lado? Explicá tus respuestas. Mostráselas a tu maestro.



Si al trazar todas las rectas a las que pertenecen los lados, en todos los casos, el polígono queda totalmente en un solo semiplano y ninguna de las rectas trazadas determina un segmento con puntos interiores a la figura, se trata de un polígono **convexo**. En cambio, si en algún caso parte de la figura pertenece a un semiplano y parte al otro, el polígono es **cóncavo**.

3. Debajo de cada uno de los polígonos que dibujaste escribí si es convexo o cóncavo según lo consideres.
4. Observá la amplitud de los ángulos interiores en los polígonos convexos y en los cóncavos. En los polígonos cóncavos, ¿hay ángulos mayores que un ángulo llano? Escribí el resultado de tus observaciones.



Hasta aquí has explorado propiedades de los polígonos en general y reconociste una clasificación en convexos o cóncavos aplicando dos criterios: la inclusión total en uno de los semiplanos o bien la amplitud de sus ángulos interiores. En la actividad siguiente vas a trabajar solamente con polígonos convexos y descubrirás algunas de sus propiedades.



2. Polígonos convexos

a) Los polígonos adquieren su nombre según el número de lados que ellos tengan. En tu carpeta hacé una tabla como la siguiente y completala. Buscá ayuda en libros y diccionarios o bien preguntale a tu maestro.

Polígonos	
Número de lados	Nombre
3	TRIÁNGULO
	CUADRILÁTERO
5	
	OCTÓGONO
10	
	HEXÁGONO
7	HEPTÁGONO
15	
	DODECÁGONO

b) En la unidad 6 aprendiste que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 2 ángulos rectos, o sea 180° . Ahora vas a usar esta propiedad para calcular la suma de los ángulos interiores de polígonos convexos con mayor número de lados.

1. Dibujá un cuadrilátero, un pentágono, un hexágono y un octógono. En cada uno de ellos elegí uno de sus vértices. Trazá desde él todas las diagonales posibles.
2. Observá cuántos triángulos se formaron en cada polígono. Copiá la tabla que está a continuación y registrá en la primera fila el número de triángulos que se formaron. En la última columna considerá “n” el número de lados.

Polígono	Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Octógono	Decágono	Polígono de n lados
Número de triángulos formados	1	2					$n - 2$
Suma de los ángulos interiores	180°	360°					

3. Copia el siguiente recuadro y explica con tus palabras la escritura simbólica.



La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es igual a $(n - 2) \times 2 R$.

4. Respondé: ¿cuánto mide cada ángulo interior de un polígono regular de 15 lados? ¿Qué cálculo te permite resolver el problema?



En las construcciones de polígonos que has realizado hasta aquí usaste regla y escuadra. Para construir polígonos regulares se usan también otros elementos como el compás y el transportador. Asegurate tener todos los elementos antes de comenzar con el tema siguiente.

TEMA 2: POLÍGONOS REGULARES



3. Construcción de polígonos regulares

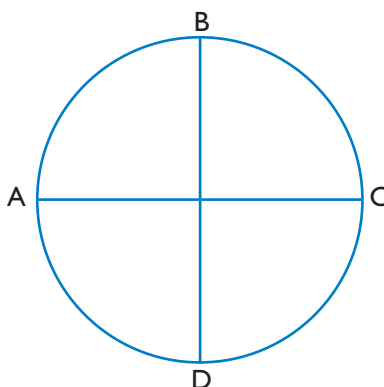
a) Buscá o dibujá un triángulo equilátero y un cuadrado, obsérvalos y respondé las preguntas.

- ¿Cómo son entre sí los ángulos en cada uno de ellos?
- ¿Cómo son entre sí los lados de cada uno?

Cuando al llevar una figura sobre otra, ambas coinciden exactamente, se dice que son **congruentes** entre sí. ¿Cuándo se dice que un polígono es regular? Cuando los lados y los ángulos interiores del polígono son congruentes. Los triángulos equiláteros y los cuadrados son ejemplos de polígonos regulares.

b) Buscá la escuadra y el compás y realizá la siguiente construcción.

1. Dibujá una circunferencia y con la escuadra trazá dos diámetros perpendiculares AC y BD. Obtendrás una figura como la que se observa.



2. Trazá en ella los segmentos determinados por los puntos A y B; B y C; C y D; D y A.
3. ¿Cómo es la figura que se formó? ¿Por qué?

El punto de intersección de las diagonales es el centro de la circunferencia circunscripta y es el centro del polígono. En un polígono regular, la distancia del centro al punto medio de uno de sus lados es un segmento llamado **apotema**.

c) De una manera semejante a la anterior podés construir un octógono regular.

1. Dibujá una circunferencia de centro O.
2. Trazá dos diagonales perpendiculares.
3. Trazá las bisectrices de los ángulos determinados. ¿Cuál es la amplitud de cada nuevo ángulo central que se ha formado? ¿Cómo lo calculaste?
4. Uní los puntos consecutivos marcados en la circunferencia. El polígono que has dibujado es un octógono regular.



Un polígono está inscripto en una circunferencia si sus lados son cuerdas de dicha circunferencia.

d) De acuerdo con esta información, respondé estas preguntas.

1. ¿El cuadrado que dibujaste está inscripto en la circunferencia?
2. ¿Y el octógono que dibujaste?
3. En los polígonos regulares inscriptos, ¿qué posición tiene la apotema en relación con el lado?

e) Observá los dos polígonos que dibujaste y resolvé las siguientes consignas.

1. ¿Cuál es la amplitud del ángulo central del cuadrado? ¿Y la del ángulo central del octógono?
2. Explicá en un texto breve cómo hiciste para calcular esas amplitudes.



La amplitud de cada ángulo central de un polígono regular se puede calcular dividiendo 360° por el número de lados.

f) Usando esta propiedad podrás construir cualquier polígono regular. Construí con compás y transportador un triángulo y un hexágono regular inscriptos en una circunferencia aplicando la propiedad anterior.



Las construcciones que hiciste te facilitarán encontrar el cálculo del área de polígonos regulares y su expresión mediante una fórmula general.



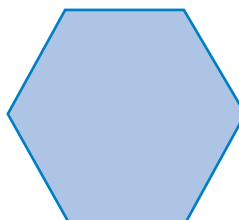
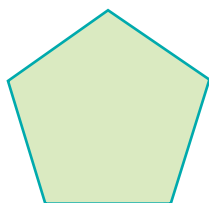
4. Áreas de polígonos regulares

- a) Buscá los polígonos regulares inscriptos en circunferencias que has dibujado en tu carpeta.
1. Observálos y en cada uno de ellos trazá los radios correspondientes a cada vértice.
 2. Revisá si cada polígono ha quedado descompuesto en triángulos. ¿Cómo son entre sí los triángulos de un mismo polígono regular? Escribí la respuesta en tu carpeta y explicá por qué.
 3. ¿Cómo podrías hallar el área de cada polígono a partir de su descomposición en triángulos? Explicalo en tu carpeta.
 4. Medí lo que sea necesario para calcular el área y calculala escribiendo el procedimiento para cada polígono dibujado.



El área de un polígono regular es la suma de las áreas de todos los triángulos cuyos lados son dos radios y un lado del polígono.

- b) Ya observaste que todo polígono regular se puede descomponer en triángulos congruentes. Descomponé de ese modo los siguientes polígonos. Para ello, calcalos en tu carpeta y nombrá cada vértice.



- c) Para descomponer los polígonos en triángulos congruentes es necesario encontrar su centro. En la unidad 14 referida a “Circunferencia y círculo” aprendiste que los centros de las circunferencias que pasan por dos puntos se encuentran en la mediatriz del segmento determinado por ellos. Encontrá el centro de cada polígono aplicando esa propiedad. Explicá cómo lo hiciste y qué instrumentos de Geometría utilizaste.

1. ¿Qué necesitás medir para calcular el área de cada triángulo? Tomá las medidas correspondientes y calculá el área de los polígonos que dibujaste.
2. Escribí todos los cálculos que hiciste y mostraselos a tu maestro.

- d) La forma habitual de presentar el cálculo del área de un polígono regular es la fórmula siguiente:

$$\text{Área de un polígono regular} = \frac{n \times l \times ap}{2}$$

1. Aplicá esta fórmula para calcular las áreas de los polígonos anteriores y compará los resultados que obtuviste. Al finalizar mostráselo a tu maestro.
2. Realizá, con tus compañeros, un afiche que presente las dos formas en que hallaron las áreas de cada uno de los polígonos.



Como ya viste en la unidad 13, las fórmulas son muy útiles porque permiten expresar de manera general la relación entre distintas variables. Para contar con ellas cuando las necesiten, pueden elaborar un listado de las fórmulas para hallar el área de los polígonos en un afiche que quede en algún lugar visible del aula y completarlo a medida que vayan teniendo fórmulas nuevas.

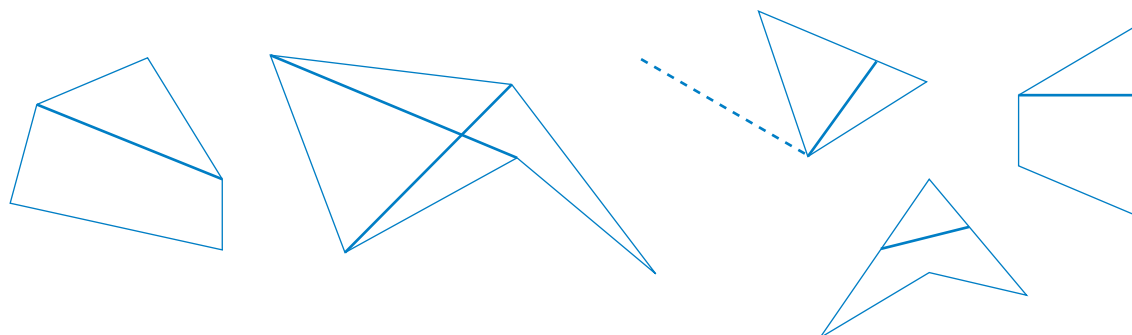
Consultá con tu maestro si vas a hacer las actividades del apartado siguiente, dónde y cuándo o si vas a leer a continuación la síntesis final de la unidad.



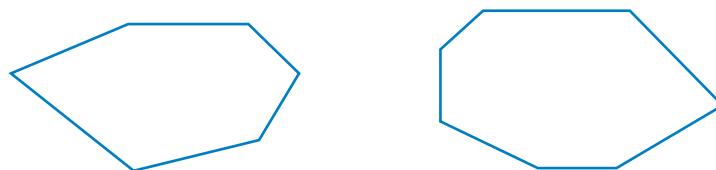
5. Polígonos y diagonales

a) Observá la posición de los segmentos trazados en los polígonos siguientes: en los dos pentágonos de la izquierda, los segmentos marcados son diagonales; en los tres polígonos de la derecha, los segmentos marcados no son diagonales.

1. Escribí con tus palabras qué es una diagonal.



b) Dibujá en tu carpeta dos polígonos como los siguientes.



1. Trazá, en cada uno, todas las diagonales y luego realizá en tu carpeta las consignas que siguen.
 - ¿Cuál de los dos polígonos tiene más diagonales?
 - ¿De qué depende el número de diagonales de un polígono convexo?
 - Construí en tu carpeta una tabla como la siguiente y completala.

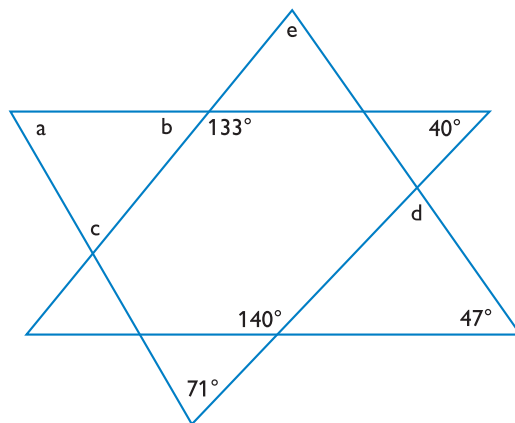
Número de lados	Nombre del polígono	Número de diagonales
3		
4		
5		
6		
7		
8		
10		

2. Observá si cuando el número de lados de un polígono crece, crece el número de diagonales. Esta relación de crecimiento, ¿es de proporcionalidad directa? ¿Por qué?



6. Ángulos interiores y exteriores de los polígonos

- a) Recordá el valor de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. A partir de esa propiedad, calculá la medida de los ángulos señalados con letras en la figura siguiente.



- b) Anotá los procedimientos que seguiste.



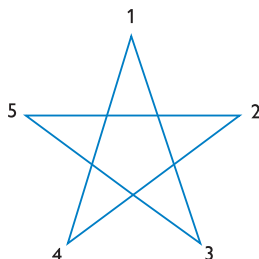
En unidades anteriores viste que para recubrir un plano con polígonos regulares de un solo tipo y tamaño, la suma de los ángulos que concurren en un vértice debe ser 360° . Por ello, para poder hacerlo la medida de los ángulos interiores de esos polígonos debe ser un divisor de 360. Realizá ahora la actividad que sigue.

- c) ¿Cuáles son los únicos polígonos regulares con los que se puede recubrir el plano? Pensá la respuesta teniendo en cuenta la información anterior.
- d) Cuando hayas averiguado cuáles son, escribí sus nombres en tu carpeta y explicá por qué los elegiste.

7. Polígonos estrellados

La estrella de cinco puntas, frecuentemente llamada pentagrama, fue elegida por su especial belleza como símbolo sagrado por la Sociedad Pitagórica de la Antigua Grecia.

Esta estrella, al igual que el pentágono regular, puede construirse con 5 puntos igualmente separados en una circunferencia. Para hacerlo hay que marcar en una circunferencia cinco arcos iguales, unir los puntos de división de dos en dos, recorriendo la circunferencia en un mismo sentido hasta llegar al punto inicial. La estrella obtenida es un polígono que se llama polígono estrellado de 5 puntas. Existen otros polígonos estrellados que podrás construir.



a) Reúnete con tus compañeros y en un extremo de un papel afiche construyan la estrella de 5 puntas.

b) Lean la siguiente información.

Para obtener un polígono regular estrellado de n lados, la circunferencia deberá estar dividida en n partes iguales. Luego, se unen las divisiones de a en a ; para ello es necesario y suficiente que a y n sean números primos entre sí. Se unen los puntos de división de dos en dos, de tres en tres, etcétera, recorriendo la circunferencia en un mismo sentido. Al cerrarse la poligonal se obtiene un polígono regular estrellado.

c) Considerando la información leída construyan en el lugar disponible del afiche otros polígonos estrellados.

Para finalizar

En unidades anteriores aprendiste muchos contenidos de Geometría, trabajaste sobre situaciones en las que relacionaste propiedades y clasificaste figuras según diferentes criterios. En la unidad 7, en particular, razonaste sobre las posibilidades de construcción de cuadriláteros según las propiedades de sus diagonales.

En esta oportunidad seguiste desarrollando tus habilidades en cuanto a la clasificación de polígonos con mayor número de lados y pudiste distinguir las figuras cóncavas de las convexas. Aunque ya sabías cuándo se dice que un polígono es regular, ampliaste también tus conocimientos acerca de ellos y aprendiste un procedimiento que permite construir un polígono regular de cualquier número de lados inscripto en una circunferencia, y podés ahora también calcular su área midiendo un lado y la apotema.

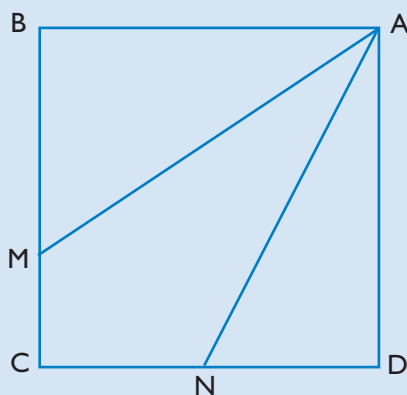
DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. ¿Cuántas figuras?

Marcá en una hoja de papel 7 puntos no alineados. ¿Cuántos triángulos podés obtener uniendo esos puntos de a 3 de todas las formas posibles? ¿Cuántos cuadriláteros, uniendo los puntos de a 4?

2. Tres superficies de igual área

Tres personas tienen que distribuirse un campo cuadrado que se divide como lo indica la figura, pues en el punto A existe un molino que todos necesitan usar. ¿Dónde deben estar M y N para que las 3 superficies ABM, AMCN y AND tengan igual área?



3. Un reparto justo

Tres amigos tienen 21 botellas, 7 de ellas están llenas de líquido, 7 vacías y 7 llenas hasta la mitad exactamente. ¿Cómo deben repartirse las botellas para que los tres amigos se lleven el mismo número de botellas y la misma cantidad de líquido? Una aclaración: no se puede trasvasar líquido de una botella a otra.

4. Muchas partes con pocos cortes

¿Cómo te las ingeniarías para cortar en 8 trozos iguales un disco de papel dando sólo tres cortes rectos?

UNIDAD 16 Poliedros

En esta unidad seguirás trabajando con cuerpos poliédricos, en particular con los poliedros regulares que ya conocés, revisando sus elementos y propiedades y averiguando en qué se diferencian de otro tipo de poliedros, los semirregulares. En particular vas a explorar el prisma recto rectangular y vas a usar la relación de Euler que conociste en la unidad 8 para calcular algunos datos de poliedros.



Con esta unidad termina tu trabajo en Matemática de 7° año, por eso integra muchos contenidos que ya fuiste estudiando a lo largo del año, especialmente en la unidad 8 y las siguientes dedicadas a la Geometría.



Para resolver las actividades de esta unidad vas a volver a usar piezas poligonales del formaedro con las que trabajaste en la unidad 8 y nuevamente, banditas de goma. Necesitarás también cubos de madera, de plastilina o de cartulina para utilizarlos como unidad. Para trabajar en la actividad 2 vas a necesitar una caja de cartón de las que se usan como envases de alimentos, remedios, artículos de perfumería u otros objetos de uso cotidiano. Andá buscando el material.

Consultá con su maestro para decidir con qué material trabajarán.

TEMA 1: ELEMENTOS DE LOS POLIEDROS

A 1. Construyendo poliedros

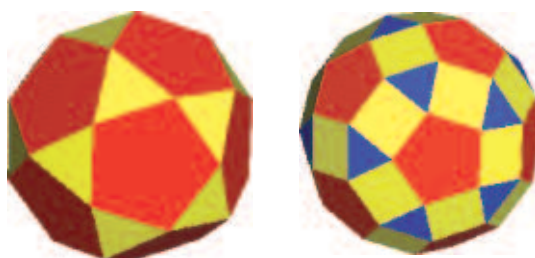
En la unidad 8 usaste las piezas del formaedro para explorar las posibilidades de construcción de poliedros regulares cuyas caras son polígonos regulares. En esta actividad vas a usar esas piezas para construir libremente, los cuerpos que se te ocurran. Si es posible, trabajá con otro compañero.



a) Con las piezas del formaedro y banditas de goma construyan libremente cuerpos que no sean poliedros regulares. Pueden tomar piezas diferentes y proceder de distintos modos, por ejemplo:

1. juntando polígonos de a dos y luego ensamblar esas partes hasta lograr una forma cerrada, o
2. partiendo de una esquina y probando la unión de piezas diferentes.

A modo de ejemplo: estos dos cuerpos se pueden construir con el formaedro.





- Los polígonos que limitan los cuerpos son las **caras**;
- los lados comunes a cualquier par de caras son las **aristas**;
- los puntos donde se unen más de dos caras son los **vértices**.



b) Observen los cuerpos que construyeron, organícenlos de a pares según alguna característica en común e identifiquen qué similitudes y qué diferencias presentan.



c) Escriban en sus carpetas una lista lo más completa posible de las propiedades que observaron en los cuerpos. Para eso, tengan en cuenta la forma de sus caras, el número de vértices, aristas y/o caras, el número de caras que se unen en un vértice, la igualdad de caras o aristas, el paralelismo o la perpendicularidad de las caras o aristas, etcétera.



Buscá la unidad 8. Allí podés revisar lo que aprendiste sobre cuerpos poliédricos convexos y ángulos poliédricos. Podés releer los textos y consultar las respuestas a las consignas en tu carpeta. Consultá con el maestro para decidir si es necesario que realices algunas construcciones antes de resolver esta parte de la actividad. Recordá que necesitás el material que te fuera solicitado.



2. Ángulos diedros y poliedros

a) Una caja como las que se usan con frecuencia para envasar alimentos o artículos de tocador o de farmacia es la representación o el “modelo” de uno de los poliedros más “conocidos”: el **prisma recto rectangular**. Buscá una de esas cajas, apoyala sobre la mesa, observala con atención y respondé en tu carpeta las siguientes preguntas.

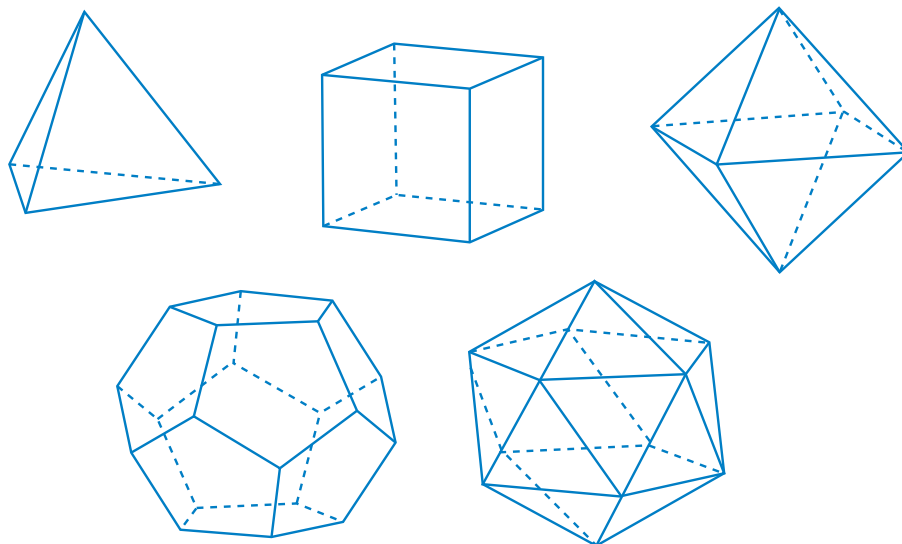
1. ¿Por qué este cuerpo es un poliedro?
2. ¿Qué tienen en común la base y una de las caras laterales?
3. ¿Cómo son entre sí dos caras laterales no consecutivas?
4. ¿Qué tienen en común la base y dos caras laterales consecutivas?
5. ¿Forman un ángulo diedro la base y una de las caras laterales?
6. ¿Cuántos ángulos diedros se distinguen en la caja?
7. ¿Y cuántos ángulos triedros?
8. ¿Por qué al nombre de “prisma” se agregan los calificativos “recto” y “rectangular”?

b) Compará tus respuestas con las de tus compañeros y consulten con el maestro para asegurarse de que las respuestas sean correctas.

TEMA 2: PROPIEDADES DE LOS POLIEDROS

A 3. Poliedros regulares

- a) Tomá las figuras del formaedro para resolver las siguientes situaciones.
1. Para construir las caras que se reúnen en un vértice de un poliedro con los triángulos equiláteros del formaedro, ¿cuántos triángulos podés poner consecutivamente? Escribí todas las posibilidades.
 2. Si considerás los cuadrados, ¿hasta cuántos de ellos se pueden colocar en un vértice de un poliedro? ¿Por qué no se puede agregar otro cuadrado?
 3. ¿Qué sucede con los pentágonos? ¿Y con los hexágonos?
- b) Observá la amplitud de los ángulos que coinciden en un vértice. ¿Suman 360° ?
- c) Copiá el siguiente enunciado y completálo con lo que comprobaste:
Los ángulos de los polígonos que se encuentran en un vértice de un poliedro regular...
- d) Pensá las respuestas a las siguientes preguntas para cada uno de los poliedros regulares.
1. Una (cualquiera) de sus caras, ¿qué polígono es?
 2. ¿Cuántas caras tiene el poliedro?
 3. ¿Cuántos vértices?
 4. ¿Cuántas aristas?
 5. ¿Cuántas aristas en cada vértice?



e) Respondé las preguntas anteriores organizando un cuadro. Ubicá en la primera columna el nombre del poliedro y en las siguientes: cantidad de caras, cantidad de vértices, cantidad de aristas, cantidad de aristas por vértice.

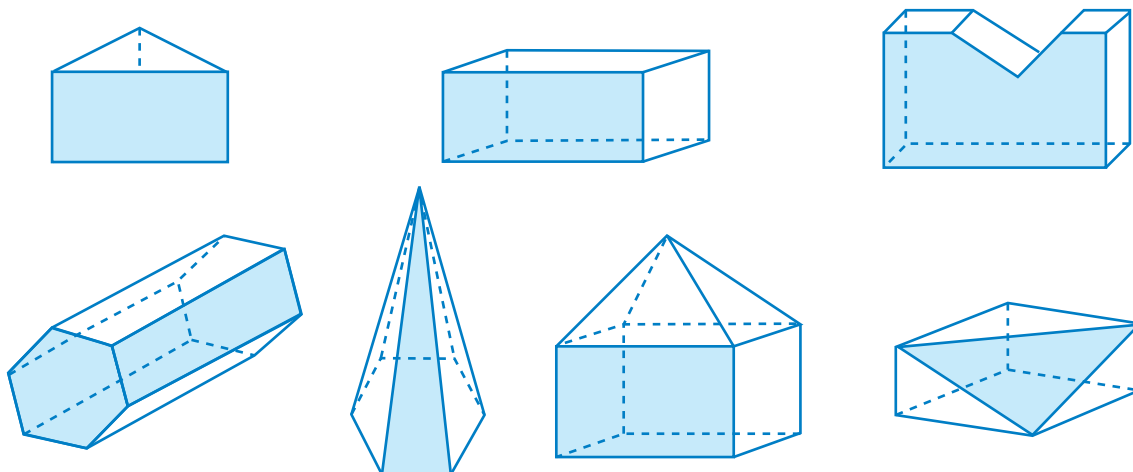
A 4. La relación de Euler

En la unidad 8 aprendiste que en todos los poliedros convexos el número de caras sumado al número de vértices es igual al número de aristas aumentado en 2. Recordá que esa característica de los poliedros se conoce con el nombre de relación de Euler.

$$C + V = A + 2$$

a) En la figura siguiente hay dibujados algunos cuerpos. Obsérvalos. Respondé en tu carpeta:

1. ¿Son todos poliedros? ¿Por qué?
2. ¿Son todos convexos?
3. ¿Alguno es regular? ¿Por qué?
4. ¿Todos cumplen con la relación de Euler?



b) En la tabla siguiente se dan algunos datos de poliedros convexos. Completá los datos que faltan.

Poliedro	Número de		
	caras	vértices	aristas
A	4		6
B		8	12
C	6	5	
D	5	6	

c) Un poliedro tiene dos caras hexagonales y todas las demás son triángulos. Llamamos c al número de caras triangulares.

1. Escribí una expresión para el número de aristas del poliedro.
2. Usá la fórmula de Euler para calcular el número de vértices.

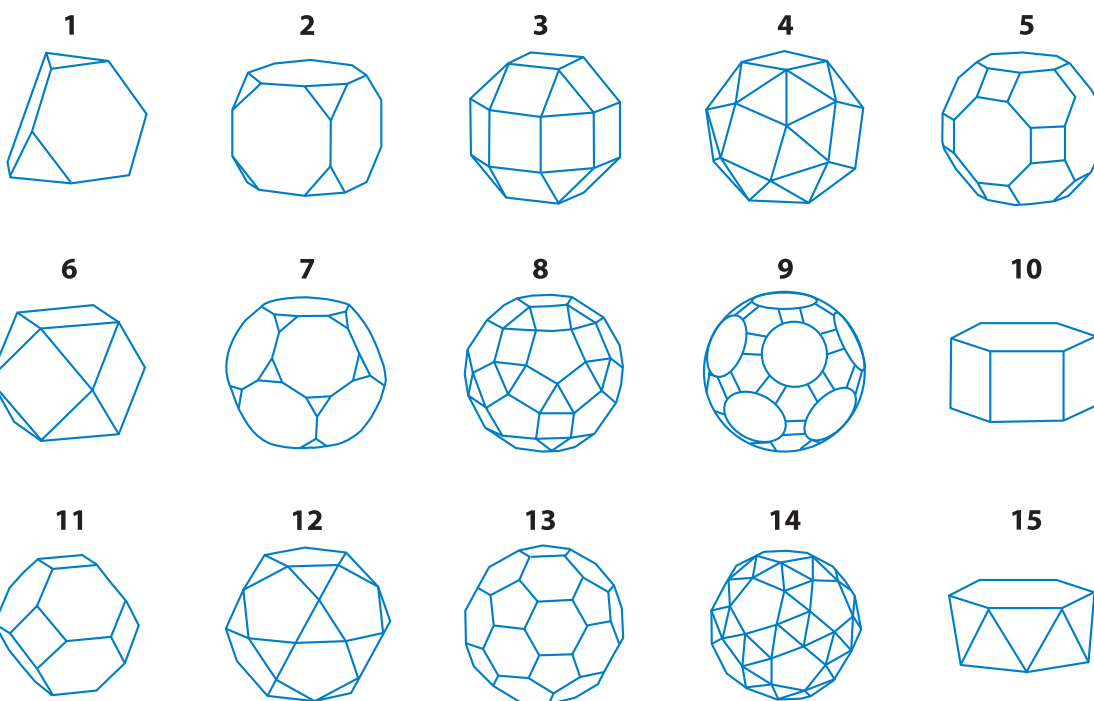


En esta actividad vas a explorar algunos poliedros para saber por qué se llaman semirregulares.



5. Poliedros semirregulares

a) Elegí uno de los siguientes poliedros. Copiá en tu carpeta el número que le corresponde y contestá las siguientes preguntas.



1. Las caras del poliedro ¿son todas iguales? ¿Qué clase de polígono son? ¿Cuántos lados tiene cada cara?
2. ¿Cuántas caras tiene el poliedro? ¿Tiene caras paralelas?
3. ¿Cuántos vértices tiene?
4. ¿Cuántas aristas?
5. ¿Tiene igual número de aristas en cada vértice?
6. ¿Cumple la relación de Euler?

7. Releyendo tus respuestas a los puntos anteriores, ¿cómo harías para identificar un poliedro semirregular? ¿En qué se diferencia de uno regular?

b) En la unidad 8 viste la definición de un poliedro regular. Con los datos que obtuviste en los puntos anteriores, escribí en tu carpeta una definición de poliedro semirregular. Podés empezar así: “Un poliedro es semirregular cuando...”.

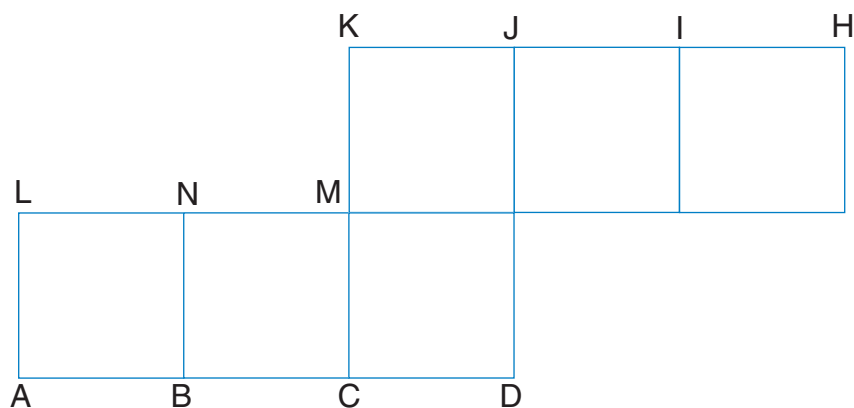


Consultá con tu maestro si vas a hacer las actividades del apartado que sigue o vas a leer directamente la síntesis final de la unidad.



6. Diagonales en un cubo

a) Pensá en el cubo que se construiría plegando el desarrollo que muestra la figura y respondé en tu carpeta las preguntas.



1. ¿Cuáles son los vértices de la figura plana que coincidirían al construir el cubo?
2. ¿Cuáles son los segmentos de la figura plana que quedarían superpuestos al construirlo?
3. Nombrá, si es posible, una cara o un plano en el que, una vez construido el cubo, resulten incluidos cada uno de los siguientes pares de segmentos. No es necesario que los planos contengan caras del cubo. Pueden designar un plano con el nombre de tres puntos no alineados que le pertenezcan.

AB y CD; AN y CL; AN y ML; DE y BM; DE y HL

4. Nombrá dos planos que no tengan puntos comunes.

Para finalizar

Esta es la última unidad de Geometría de 7º año y por eso recupera muchas de las ideas que habías desarrollado en unidades anteriores. Trabajaste con modelos de cuerpos poliédricos, en general con poliedros convexos, y utilizaste tus conocimientos sobre polígonos regulares cuyas características estudiaste en la unidad 15. Comprobaste las diferencias entre los poliedros regulares y los semirregulares. Todos los temas de Geometría que aprendiste en el año te permitirán comprender algunos desarrollos que hicieron los matemáticos desde la Antigüedad y que han sido fundamentales para la historia de la humanidad. ¿Escuchaste hablar de Tales y de Pitágoras? Te vas a encontrar con información sobre ellos cuando sigas estudiando Geometría en 8º año.



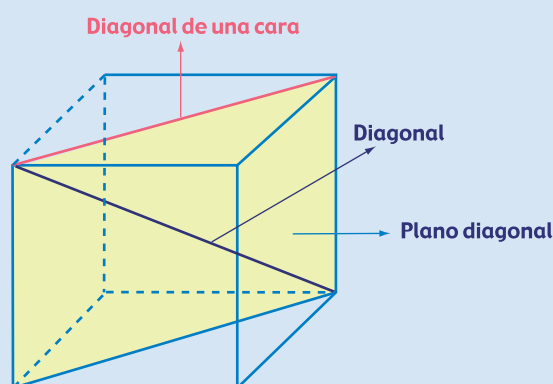
Como todas las unidades anteriores, esta termina con la propuesta de algunos problemas matemáticos. Podés resolverlos cuando decidas.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Diagonales de un poliedro

La diagonal de un poliedro es el segmento que une vértices del poliedro que no pertenecen a una misma cara.

- ¿Cuántas diagonales tiene un cubo?
- ¿Cuántas diagonales tiene un prisma de base pentagonal?
- Las pirámides, ¿tienen diagonales? ¿Por qué?



2. Cortar paralelogramos

Una propiedad importante y curiosa en la Geometría plana es la que se refiere a los paralelogramos y dice: si se hace un corte por un segmento que contenga al punto de intersección de las diagonales, el paralelogramo queda dividido en dos figuras congruentes.

- Comprobá esta propiedad ¿Es válida también para los trapecios? ¿Por qué?

3. Un genio de la Física y la Matemática

Isaac Newton, uno de los más grandes genios de la ciencia, nació en el siglo XVII y murió en el siglo XVIII. Si querés saber el año de su nacimiento y de su muerte, acá están los datos necesarios.

El número formado por las cifras de las decenas y unidades del año de su nacimiento, aumentado en 12, es el doble del número formado por las decenas y unidades del año de su muerte que, aumentado en 1, es dos tercios del primero.

4. Un problema de números

La suma de los cien primeros números naturales es 5.050; ¿cuál es la suma de los primeros doscientos números naturales? El desafío consiste en que encuentres una manera breve de resolverlo.