

Apoyo al último año del nivel medio/polimodal
para la articulación con el nivel superior

Resolución de Problemas

Entre la escuela media y los estudios superiores

Cuaderno de trabajo para los alumnos

Matemática



AUTORIDADES

Presidente de la Nación
DR. NÉSTOR KIRCHNER

Ministro de Educación, Ciencia y Tecnología
LIC. DANIEL FILMUS

Secretario de Educación
PROF. ALBERTO SILEONI

Secretario de Políticas Universitarias
DR. JUAN CARLOS PUGLIESE

Directora Nacional de Gestión Curricular
y Formación Docente
LIC. ALEJANDRA BIRGIN

Coordinadora de Investigaciones
e Información Estadística
LIC. MARTA KISILEVSKY

Coordinadora de Áreas Curriculares
DRA. ADELA CORIA

Coordinador del Programa de
Articulación
LIC. GUSTAVO CRISAFULLI

Coordinador del
Plan Nacional de Lectura
DR. GUSTAVO BOMBINI

ELABORACIÓN DEL MATERIAL

Coordinación

GRACIELA CHEMELLO

MÓNICA AGRASAR

Autoras

Temas 1 y 2 Tema 3

SARA ELIZONDO SUSANA ZITO

ISABEL GIUGIOLINI con la colaboración

DIANA PIPKIN de FLORENCIA BERNHARDT

JULIA ROFE y JORGE PETROSINO

ASISTENCIA TÉCNICA DEL PROYECTO

**Coordinación de Investigaciones
e Información Estadística SPU**

VANESA CRISTALDI

EDICIÓN Y CORRECCIÓN DE ESTILO

Áreas Curriculares DNGCyFD

**MARÍA DEL PILAR GASPAR
BEATRIZ MASINE**

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN

Unidad de Información y Comunicación

**GABRIEL FABIÁN LEDESMA
MARIO PESCI**

DISEÑO DE TAPAS

Campaña Nacional de Lectura

MICAELA BUENO

Primera edición octubre de 2004

Primera reimpresión junio de 2005

Prólogo

Emprendemos este proyecto con el propósito de mejorar la articulación del sistema educativo y la vinculación entre la escuela media y los estudios superiores.

La iniciativa forma parte de un conjunto de estrategias que tienen la finalidad de vincular entre sí los distintos tramos del sistema educativo y, al mismo tiempo, potenciar recorridos de trabajo conjunto abarcando diversas instituciones y áreas disciplinarias. Con esta propuesta se brindarán más oportunidades a los jóvenes del último año de la escuela media interesados en continuar estudios terciarios o universitarios, para que se capaciten en contenidos que faciliten su tránsito hacia ese nivel educativo.

Queremos sumar principalmente a los docentes de los niveles medio/polimodal, terciario y universitario para que compartan herramientas pedagógicas y puedan así imaginar soluciones para “problemas compartidos”.

Pensamos que la práctica de la lectura, el desarrollo del pensamiento crítico, la escritura de textos y la comprensión de información matemática son algunos de los ejes básicos de conocimiento de una dinámica que queremos continúe en el nivel superior, y que afianzaremos durante los nueve encuentros en que consistirá este curso de apoyo a los estudiantes.

Al mismo tiempo, creemos que se convertirá en un trascendente aporte en dirección a igualar las oportunidades educativas de todos nuestros estudiantes, especialmente de quienes tienen condiciones socio-económicas más desfavorables.

Agradecemos la participación de todos en esta experiencia, los aprendizajes que de ella tomemos nos serán de gran utilidad para definir iniciativas futuras.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología

La cuantificación de variables sociales

Algunos años atrás, se creía que bastaba con recuperar la democracia para superar los principales problemas que aquejaban a la población. La experiencia que vivimos, en especial a partir de la década del '90 y de la crisis política y económica de los años 2001 y 2002, nos demostró que esto no era así. Por el contrario, la pobreza y la desigualdad se profundizaron en esos años. La matemática tiene herramientas que permiten mejorar la comprensión de esta problemática, como se advierte en el informe "El Desarrollo Humano en la Argentina en el Siglo XXI", elaborado a partir de un trabajo del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD).



“Se estudia el significado del concepto de desarrollo humano y se intenta una aproximación al problema de la desigual distribución de recursos y oportunidades entre las provincias. Sobre la base de ese primer diagnóstico, se realiza un breve análisis de las capacidades de las provincias para orientarse hacia un desarrollo perdurable. A continuación, se plantea la necesidad de que el país logre su propia integración para poder crecer en el marco de la

globalización. También se analiza cómo esta integración puede verse favorecida por políticas públicas orientadas a superar la grave situación local. Y esto último no será posible sin una ciudadanía activa, con capacidad de participar en los debates y las decisiones que modelan sus vidas.”*

¿Cuál es la relación entre democracia, pobreza y desigualdad? ¿Cómo se cuantifica la desigualdad? ¿Es posible medir la pobreza? ¿Qué elementos permiten obtener y analizar la información para comprender estos problemas y plantear soluciones al respecto? El recorrido propuesto a través de los distintos textos y actividades que integran este cuaderno tiene como objetivo mostrar que, para responder interrogantes surgidos en el campo de las ciencias sociales, se utilizan modelos matemáticos. En este sentido, para realizar las actividades propuestas tendrán que recuperar conocimientos ya abordados en el transcurso de la escuela media o el Polimodal.

Capítulo 1

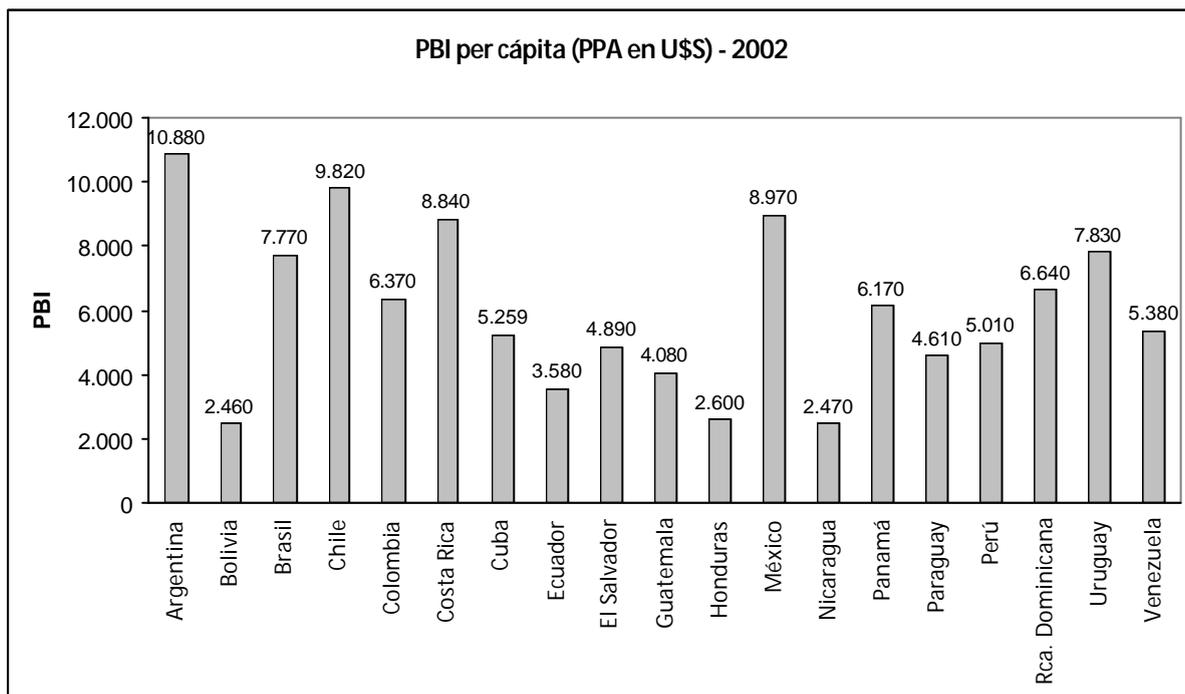
Una mirada sobre el desarrollo a través de algunos índices

El primer paso para contestar los interrogantes planteados en la introducción es conocer algunos de los aspectos relativos al contexto socioeconómico de nuestro país. Por ese motivo, comenzaremos a analizar las concepciones y situación de la pobreza, la desigualdad, el desarrollo de la población y los indicadores que permiten medir estos problemas sociales. Para proponer alguna solución, por ejemplo el diseño de las políticas del Estado, se necesita conocer la magnitud de estos fenómenos.

Actividad 1

Desarrollo económico y PBI

Un indicador que suele utilizarse para expresar la riqueza de un país es el PBI. El gráfico siguiente aporta información sobre el PBI en distintos países de América Latina para el 2002.



Fuente: Elaboración propia en base a Informe sobre desarrollo Humano 2004

Nota: PBI per cápita (PPA en USD) es el PBI per cápita ajustado sobre la base de la paridad del poder adquisitivo en dólares.

PARA RECORDAR:

¿Qué información se representa en un gráfico de barras?

Esta representación es una de las elegidas cuando una de las variables es nominal. Ésta suele representarse en el eje x y sus valores pueden o no ordenarse según algún criterio. La otra variable toma valores numéricos y ellos determinan la longitud de cada barra.

- 1.1 ¿Cuáles son los países con mayor PBI? ¿Y los de menor?
- 1.2. Las cifras del gráfico corresponden al PBI anual, per cápita. Calculen para 3 países diferentes, incluida la Argentina, cuántos dólares corresponderían a un mes. ¿Esto significa que cada habitante dispone de esa suma mensualmente? ¿Por qué?
- 1.3. Consideren que en el 2002, la población de Argentina era de 36.000.000 habitantes. Estimen el valor del PBI para el país en ese año y determinen qué porcentaje de ese valor corresponde a la deuda externa, averiguando cuál era la cifra para ese año.
- 1.4. Compartan con los compañeros su opinión sobre el siguiente interrogante: Si un país tiene un mayor PBI, ¿sus habitantes viven mejor?

Producto Bruto Interno

El Producto Bruto Interno es el valor de todos los bienes y servicios finales producidos por un país en un determinado período. Comprende el valor de los bienes producidos, como viviendas, comercio, servicios, Gobierno, transporte, etc. Cada uno de estos bienes y servicios se valora a su precio de mercado y los valores se suman para obtener el PBI.

Actividad 2

Desarrollo Humano e IDH

“La experiencia argentina de los 90 ofrece elementos clave para responder a esta pregunta. Mientras en esa década crecía el Producto Bruto Interno, la nueva economía expulsaba mano de obra desde el sector industrial al sector de servicios o cuentapropista.

En buena medida, este fenómeno se relacionó con la difusión de las nuevas tecnologías basadas en la informática, que permiten tener altos niveles de producción con muy pocas personas empleadas. A través de este proceso, millones de trabajadores perdieron sus empleos estables. Los nuevos contratos de trabajo se caracterizaron por su precariedad y gran parte de los trabajadores despojados de una ocupación estable se sumaron a las filas de los sectores más pobres de la sociedad.

Una mirada sobre el desarrollo a través de algunos índices

De este modo, se entiende por qué el crecimiento económico no debe ser considerado un fin en sí mismo. Por el contrario, un país crece cuando sus habitantes fortalecen su capacidad de elegir entre diversas opciones y no se ven limitados tan sólo a vivir bajo el imperio de necesidades económicas. En este sentido, el PNUD postuló el concepto de Desarrollo Humano como un proceso cuya meta es la expansión de las capacidades y opciones de los habitantes del país, que les permita alcanzar una vida libre para cada uno y justa para todos.

Un cambio de rumbo como el que se propone aquí debe contar con un sistema de información confiable. En este sentido, el Índice de Desarrollo Humano (IDH) tiene como objetivo la obtención de información adecuada para medir y comparar el desarrollo humano alcanzado por distintos países. Este índice elaborado por el PNUD toma en cuenta algunas condiciones básicas comunes a todas las sociedades y todos los tiempos y, a partir de ellas, elabora tres indicadores para medir el desarrollo humano en la población de los países: la longevidad (tener una vida larga y sana), la educación (poseer los conocimientos necesarios para comprender y relacionarse con el entorno social) y el estándar de vida (tener ingresos suficientes como para acceder a un nivel de vida decente).”*

- 2.1. A partir de la información que brinda el texto, enumeren los cambios que se producen en la Argentina en la década del '90 y señalen por qué estos cambios implicaron un recorte de las libertades de las personas.
- 2.2. Expliquen qué es Desarrollo Humano y cuáles son los indicadores que se tienen en cuenta para medirlo.
- 2.3. Señalen para qué se construye el IDH y quiénes lo elaboran.
- 2.4. Analicen la tabla en la que se presenta el IDH para 8 países americanos.

- a. ¿Qué relaciones se pueden establecer cuando se comparan los datos de las columnas para una misma fila? ¿Y cuando se comparan los datos de distintas filas para una misma columna?
- b. Escriban alguna conclusión que se pueda establecer para un país y otra para algún año.

Países (ordenados según nivel del IDH)	1985	1990	1995	2000
E.E.U.U	0,898	0,914	0,925	0,939
ARGENTINA	0,805	0,808	0,830	0,844
CHILE	0,754	0,782	0,811	0,831
MEXICO	0,752	0,761	0,774	0,796
COLOMBIA	0,704	0,724	0,750	0,772
PARAGUAY	0,705	0,717	0,735	0,740
BRASIL	0,692	0,713	0,737	0,757
PERU	0,692	0,704	0,730	0,747
BOLIVIA	0,573	0,597	0,630	0,653

FUENTE: APORTES PARA EL DESARROLLO HUMANO DE LA ARGENTINA/ 2002. PNUD (ADAPTACIÓN)

Matemática: la cuantificación de variables sociales

- 2.5. Una primera lectura de la tabla podría llevar a concluir que es mejor vivir en Estados Unidos que en Bolivia. ¿Están de acuerdo con esa afirmación? Fundamenten su respuesta teniendo en cuenta la información que se brinda en el texto.
- 2.6. a. Propongan dos preguntas que puedan responderse con los datos de la tabla del punto 2.4.
- b. Discutan con su grupo el interés y la pertinencia de las preguntas que formularon en relación con el tema de ubicar la situación de la respecto de la Argentina respecto de la de otros países.

PARA RECORDAR:

¿Qué información se encuentra en una tabla?

Leer e interpretar una tabla requiere extraer la información que aporta y ponerla en relación con otros conocimientos o con otras fuentes documentales, tratando de establecer qué es lo que nos muestra o trata de reflejar.

Si al hacer un informe se necesita incluir una tabla es importante tener en cuenta que los cuadros, tablas y gráficos son unidades informativas, independientes del texto. Esto quiere decir que deben ser autocontenidas: con título propio y la fuente con el mismo tipo de información que la citas.

Actividad 3

El cálculo del Índice de Desarrollo Humano IDH

Nadie pondría en discusión que “tener una vida larga y sana, poseer los conocimientos necesarios para comprender y relacionarse con el entorno social y tener ingresos suficientes como para acceder a un nivel de vida decente”, son condiciones básicas para alcanzar una vida libre para cada uno y justa para todos. Sin embargo, resulta difícil imaginar cómo se miden estas condiciones, esto es ¿cómo sintetizar con un número el nivel que alcanzan estas condiciones en un país, en un momento determinado? ¿cómo se construye el IDH?

Si en el buscador de la página <http://www.undp.org/spanish/> se coloca la palabra “índice”, se encuentra una nota técnica de la que se obtuvo la siguiente información:

Antes de calcular el IDH, es necesario crear un índice para cada uno de sus componentes (los índices de esperanza de vida, educación y PBI), para lo cual se escogen valores mínimos y máximos (valores de referencia) para cada uno de los tres indicadores. Seguidamente, se calcula el IDH como simple promedio de los índices de los componentes. El desempeño de cada componente se expresa como valor entre 0 y 1, para cuyo efecto se aplica la siguiente fórmula general:

$$\text{índice del componente} = \frac{\text{valor real} - \text{valor mínimo}}{\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}}$$

1. *Cálculo del índice de esperanza de vida.*

El índice de esperanza de vida mide los logros relativos de un país en lo tocante a la esperanza de vida al nacer. Para el cálculo se consideran como valores de referencia los mínimos (25 años) registrados para algún país en el mundo hace 38 años, y los máximos previstos en los próximos 22 (85 años).

2. *Cálculo de índice de educación.*

El índice de educación mide el progreso relativo de un país en materia de alfabetización de adultos y matriculación bruta combinada en educación primaria, secundaria y terciaria. En primer lugar, se calcula el índice de alfabetización de adultos y otro para la tasa bruta combinada de matriculación. Seguidamente, se combinan ambos índices para crear el índice de educación, en el que se otorga una ponderación de dos tercios a la alfabetización de adultos y de un tercio a la tasa bruta combinada de matriculación.

3. *Cálculo del índice del PBI.*

Este componente del índice es ajustado sobre la base de la paridad del poder adquisitivo en dólares (PPA en dólares), por lo que para poder realizar la comparación de los estándares de vida de los diferentes países que cubre el informe, se convierte el PBI per cápita en PPA en dólares y, así, se toma en cuenta el poder adquisitivo del dinero en cada país y no su equivalencia en dólares. Ello explica que la medición no capture las fluctuaciones en el tipo de cambio.

- 3.1. El modo de calcular el IDH asegura que el índice esté comprendido entre 0 y 1. Escriban por qué.
- 3.2. Consideren el caso del índice de esperanza de vida.
 - a. Supongan que dos países tienen un índice de esperanza de vida similar. ¿Consideran que es posible afirmar que tienen servicios de salud y condiciones de vida similares? ¿Por qué?
 - b. En la Argentina, en 1895, la esperanza de vida era de 40 años; en 1960, de 66,4; en 1980, de 68,9; en 1991, de 71,9; en el 2001, de 73,9 y en el 2004 es de 74,1 años. ¿Cómo varió el índice de esperanza de vida entre 1895 y la actualidad?

Esperanza de vida

La Esperanza de Vida al Nacer se obtiene a partir de una Tabla de Mortalidad o de Vida y se interpreta como el total de años que, como promedio, se espera que viva un determinado conjunto o generación de personas al nacer. El dato forma parte de "Estadísticas Vitales" del INDEC. Su cálculo se hace mediante regresiones probabilísticas y estadísticas que toman en cuenta datos de nutrición, atención de los servicios de salud, enfermedades, condiciones de vida, etc.

Matemática: la cuantificación de variables sociales

- c. ¿Es cierto que si la esperanza de vida aumenta en un cierto porcentaje, el índice aumenta en la misma proporción? ¿Por qué?
- d. Un aumento de 10 años en la esperanza de vida, ¿cómo se refleja en el aumento del índice correspondiente? Expliquen por escrito cómo lo saben.
- e. ¿Cuánto varía el índice si se consideran los valores máximo (80 años para Suecia) y mínimo (34,3 años para Sierra Leona) del informe PNUD 2004?

3.3. En el caso del cálculo del índice de educación se utiliza un valor ponderado. Esto significa que un componente se considera más significativo que otro y por esta razón se le asigna una mayor proporción. Este tipo de cálculo se utiliza tanto en situaciones sencillas de asignación de calificaciones, como en cálculos económicos más complejos.

- a. El reglamento de evaluación en una universidad incluye la siguiente cláusula:

La nota final del curso será el promedio ponderado de las calificaciones:

<i>Evaluación</i>	<i>Ponderación</i>
<i>1er parcial</i>	<i>20%</i>
<i>2do parcial</i>	<i>20%</i>
<i>3er parcial</i>	<i>20%</i>
<i>Examen final</i>	<i>40%</i>

Elaboren una fórmula que permita calcular la nota final del curso.

- b. ¿Todos escribieron la misma fórmula? Discutan si las fórmulas que elaboraron son equivalentes y expliciten cuáles fueron los criterios utilizados para determinar su validez.

3.4. En el informe del PNUD se ubica a los países en tres grandes categorías según el IDH: desarrollo humano alto (mayor de 0,8), medio (entre 0,5 y 0,799) y bajo (inferior a 0,5). En este índice los tres componentes tienen la misma ponderación

- a. Elaboren un nuevo índice asignando, a criterio del grupo, ponderaciones diferentes a cada componente y calculen el índice para la Argentina considerando que en el último informe del PNUD figuran los siguientes datos:

Índice esperanza de vida: 0,82 ; índice educación : 0,96 , índice PBI : 0,78

- b. Comparen los criterios utilizados por distintos grupos y discutan cómo varían los resultados según los criterios utilizados para la ponderación en relación con las categorías de desarrollo humano alto, medio y bajo.

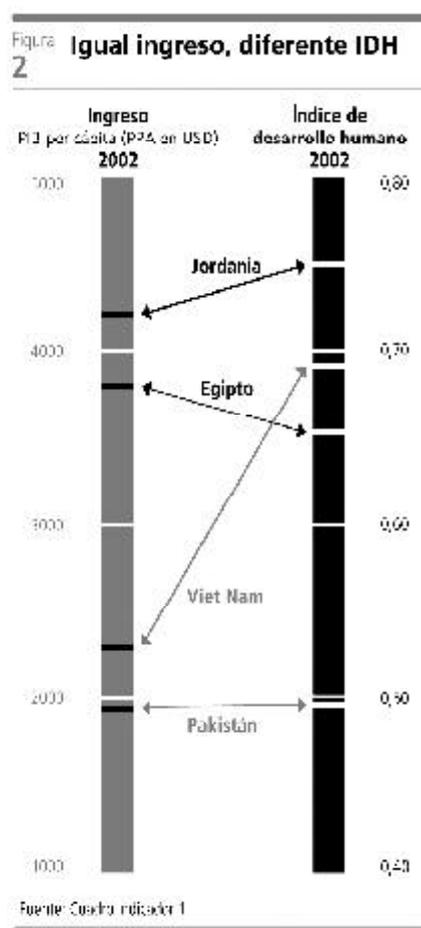
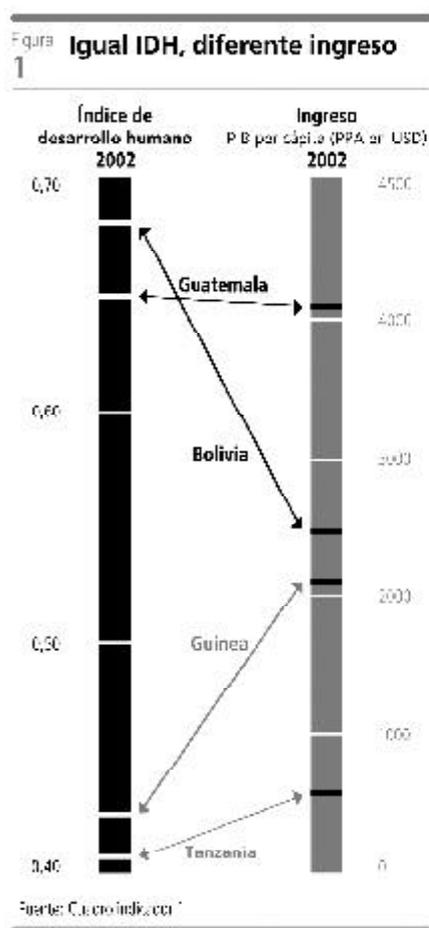
Una mirada sobre el desarrollo a través de algunos índices

Actividad 4

¿Cómo se mide el desarrollo?

A través de la medición de los logros promedio en salud, educación e ingreso, el IDH puede mostrar un panorama más completo de la situación de un país en materia de desarrollo que cuando sólo se recurre a los datos sobre el ingreso. A modo de ejemplo, Bolivia tiene un PIB per cápita mucho más bajo que Guatemala y sin embargo tiene un IDH más alto porque ha realizado más esfuerzos para traducir ese ingreso en desarrollo humano (figura 1). Por otra parte, los países con un mismo nivel de ingreso pueden tener grandes diferencias en el IDH. Ese es el caso de Vietnam, país que tiene un ingreso bastante similar al de Pakistán, pero cuyo IDH es mucho más alto debido a su mayor esperanza de vida y tasa de alfabetización (figura 2).

Tengan en cuenta el texto, las figuras 1 y 2 y el cuadro de la página siguiente.



Fuente: INFORME SOBRE DESARROLLO HUMANO 2004

Matemática: la cuantificación de variables sociales

Cuadro: Indicadores para América Latina – 2002

Países	PBI per cápita (PPA en USD)	IDH	Países	PBI per cápita (PPA en USD)	IDH
Argentina	10.880	0,853	Honduras	2.600	0,672
Bolivia	2.460	0,681	México	8.970	0,802
Brasil	7.770	0,775	Nicaragua	2.470	0,667
Chile	9.820	0,839	Panamá	6.170	0,791
Colombia	6.370	0,773	Paraguay	4.610	0,751
Costa Rica	8.840	0,834	Perú	5.010	0,752
Cuba	5.259	0,809	Rca. Dominicana	6.640	0,738
Ecuador	3.580	0,735	Uruguay	7.830	0,833
El Salvador	4.890	0,72	Venezuela	5.380	0,778
Guatemala	4.080	0,649			

Fuente: Elaboración propia en base a Informe de Desarrollo Humano 2004, PNUD.

- ¿Qué pueden decir de la comparación entre IDH y PBI para los países de América Latina?
- Comparen sus conclusiones con las que realizaron en la actividad 1.1, punto 4.
- Planteen algunas hipótesis sobre el porqué de estas situaciones.
- ¿Cómo ubicarían a nuestro país?

PARA RECORDAR:

¿Cómo se comparan valores en distintas escalas?

Si bien en un gráfico de barras como en el de la página anterior, cada barra se representan los valores de una variable distinta (IDH y PBI) y con distinta escala, se pueden comparar las posiciones relativas en cada serie para una mismo valor de la variable nominal asociada (en este caso países).

Una mirada sobre el desarrollo a través de algunos índices

Actividad 5

La situación de la Argentina

Teniendo en cuenta lo estudiado, sinteticen la situación de nuestro país en los últimos años en cuanto a los aspectos socioeconómicos aquí tratados. Pueden presentar la síntesis en forma de cuadro o elaborar un texto. Incluyan un gráfico que muestre la evolución del IDH

Actividad 6

Índices y procedimientos matemáticos

6.1. En matemática se usan distintas expresiones con letras, como por ejemplo las fórmulas. En la actividad 1.3 usaron una fórmula para calcular un índice:

$$\text{índice de esperanza de vida} = \frac{\text{valor real} - \text{valor mínimo}}{\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}}$$

También escribieron una fórmula para calcular el promedio ponderado de varias calificaciones. En ambos casos se trata de asignar un valor a una variable en función de algunos datos conocidos, realizando algunas operaciones.

- a. Escriban algunos ejemplos de fórmulas que recuerden y que se utilicen, por ejemplo, para calcular áreas o perímetros de figuras.
 - b. Resuelvan en grupo el problema «Para investigar» de la página 133.
 - c. ¿Qué diferencias encuentran entre el uso que hicieron de las fórmulas de área y perímetro al resolver el problema anterior y el que se hace cuando se calcula un área o perímetro particular?
- 6.2. Resuelvan algunas de las actividades 1 a 4 de la sección Tablas, gráficos y fórmulas del Anexo, en las páginas 130 a 133, y discutan cómo pueden relacionarlas con los problemas que resolvieron antes.
- 6.3. Para responder el punto 3.1 de la actividad 3 desarrollaron una argumentación utilizando términos matemáticos y propiedades conocidas. Identifiquen cuáles son.
- 6.4 En los puntos 3.2 y 3.3 de la misma actividad también formularon explicaciones y dieron razones acerca de procedimientos realizados. ¿Tuvieron dificultades para hacerlo? ¿Cuáles?

Capítulo 2

La desigualdad en las regiones de la Argentina: nuevos índices

Para completar el análisis que venimos realizando sobre la pobreza, desigualdad y desarrollo de la población debemos considerar las diferencias entre las distintas regiones del país. Éstas se originan por distintas situaciones del pasado y del presente. Cuando desde el Estado nacional, por ejemplo, se pone en marcha un modelo económico dependiente, sólo las regiones que se vinculan con el comercio internacional logran un mayor desarrollo. El resto conforma un espacio de exclusión. Pero aún en las regiones beneficiadas por el modelo económico, la situación de la población, como hemos visto, es desigual.



Actividad 1

¿Es posible medir la pobreza? NBI

Tradicionalmente, la pobreza ha sido definida como «carencias de consumo o de ingresos económicos». Desde esta concepción, un hogar sería pobre cuando sus ingresos o consumos se encuentra por debajo de cierto límite.

Sin embargo, este enfoque es limitado porque no tiene en cuenta otros aspectos importantes de la vida de las personas, como por ejemplo, las posibilidades de acceso a un cierto nivel educativo o al ejercicio efectivo de los derechos políticos.

El enfoque del Desarrollo Humano propone una concepción de pobreza más amplia y que refleja mejor la realidad social.

«Desde este enfoque, la pobreza significa la privación de una vida larga, sana y creativa; del disfrute de un nivel decente de vida, de la libertad, la dignidad y el respeto por sí mismo y por los demás. La atención se traslada de los medios (en particular, el ingreso) a los fines que los individuos persiguen y, por lo tanto, a las libertades sustantivas necesarias para satisfacerlas. Pobreza es, entonces, la privación de capacidades y libertades para el desarrollo integral de las personas.»

«**Distintas definiciones de la pobreza marcan también diferencias en el modo de medirla.** Es bastante frecuente asistir, a través de los medios de comunicación masivos, a discusiones sobre la verdadera dimensión de la pobreza en la Argentina. Para algunos, la extensión de los programas sociales y de los subsidios por desempleo redujeron notablemente el porcentaje de pobres en nuestro país. Para otros, estos datos, si bien relevantes, no alcanzan para revertir la situación.

Si una medición se guía por el enfoque según el cual la pobreza se define como carencias de consumo o de ingreso, entonces las variables que se destacan son dos: el costo monetario de la canasta alimentaria básica y el nivel de ingresos de la población.

Si, en cambio, la pobreza es entendida como privación de capacidades y libertades para que las personas puedan desarrollarse de acuerdo con sus fines, entonces habrá que tener en cuenta otras variables (además del ingreso y del costo de la canasta básica) para medirla se utiliza el **Índice de Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI)** que incluye los siguientes servicios básicos: agua, saneamiento y educación, y reconoce la necesidad del empleo y la participación.

Sin embargo, si bien el NBI logra captar a los **pobres estructurales**, no capta a los **nuevos pobres**, es decir, a las personas empobrecidas por la caída de los ingresos en el país (quienes en ciertos casos, aún gozan de algunos de los servicios básicos mencionados por el NBI).

Para lograr una mejor aproximación al problema dentro de los límites de las estadísticas disponibles, y captar de este modo los contrastes que existen entre regiones y provincias de la Argentina, el análisis de las necesidades básicas se debe complementar con el de la pobreza y la indigencia.

La **línea de indigencia** establece si los hogares cuentan con los ingresos suficientes como para cubrir una canasta de alimentos capaz de satisfacer un umbral mínimo de necesidades energéticas y proteicas.

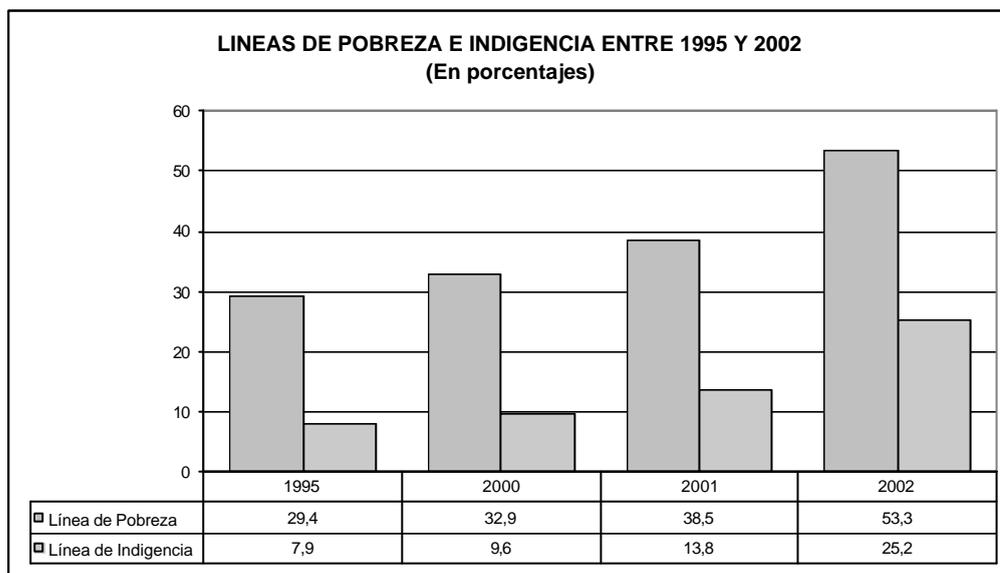
La **línea de pobreza** establece, a partir de los ingresos de los hogares, si éstos tienen la capacidad de satisfacer, por medio de la compra de bienes y servicios, un conjunto de necesidades alimentarias y no alimentarias consideradas esenciales.»*

Línea de indigencia

Primero se determina para distintos momentos el valor de la canasta familiar y luego qué porcentaje de hogares tienen ingresos que se encuentran por debajo o por encima de ese valor.

La desigualdad en las regiones de Argentina: nuevos índices

- 1.1. ¿Cuáles son los indicadores utilizados para describir numéricamente el problema de la pobreza?
- 1.2. Un Índice de Necesidades Básicas Insatisfechas de 0,40 se puede expresar como un porcentaje del 40%, sin embargo un IDH de 0,85 no puede interpretarse como 85%. ¿Por qué?
- 1.3. Analicen el gráfico siguiente y determinen en qué proporción aumentaron la pobreza y la indigencia en el período representado. ¿Cómo se interpreta la diferencia en estos incrementos?



FUENTE: aportes para el desarrollo humano de la Argentina/ 2002, PNUD en base a las ondas de mayo y octubre de 2002 de la encuesta permanente de

- 1.4. Si alguien afirma que del gráfico se desprende que en el 2002, más del 78% de la población es pobre o indigente, ¿qué le responderían?

PARA RECORDAR:

¿Cuándo se usan barras comparadas?

Las barras contiguas permiten comparar porcentajes del mismo total para dos variables diferentes. La evolución en el tiempo de las variables también se podrían representar con un gráfico de líneas.

Actividad 2

Grandes diferencias en distintas provincias IDHA

«**Los informes de desarrollo humano nos muestran la situación del país en general y de cada provincia en particular.** El cuadro que está en la parte inferior de esta página revela la enorme desigualdad que se registra entre las jurisdicciones. Si se analizan distintos componentes del IDHA, las diferencias entre situaciones provinciales se hacen más concretas. Por ejemplo, hay importantes variaciones en la tasa de mortalidad infantil por causas reducibles. La provincia que presenta la tasa más alta de mortalidad es Corrientes con un 19,7 por mil. La provincia que muestra la tasa más baja es Tierra del Fuego, con un 5,2 por mil. La provincia de Buenos Aires tiene una tasa cercana al 9 por mil. Ahora bien, si en lugar de pensar en términos de porcentajes, lo hacemos en la cantidad de niños que mueren por causas reducibles, es claro que la situación de la provincia de Buenos Aires es muy preocupante pues allí vive la mayoría de los niños que habitan la Argentina.

Con respecto a la **calidad educativa**, también se observan importantes desigualdades en el territorio. De acuerdo a los datos del Operativo Nacional de Evaluación realizado por el Ministerio de Educación de la Nación en el año 2000, los rendimientos en Matemática y Lengua de la Ciudad de Buenos Aires se encuentran muy por encima de las provincias del Norte del país. Así, en las más pobres se ofrece un servicio educativo también empobrecido, aumentando la brecha entre las jurisdicciones y reproduciendo las condiciones que generan pobreza y falta de oportunidades.

Lo mismo puede decirse de la **tasa de desempleo**, que desde 1994 alcanza un promedio del 15,5% y nunca estuvo por debajo del 12%. El nivel de desempleo entre 1991 y 2000, con excepción de Misiones y Santa Cruz, creció en todas las jurisdicciones. Así, la desigualdad se aprecia claramente al comparar la situación en Santa Cruz donde la tasa de desempleo es menor al 5%, con la de Jujuy donde dicha tasa es cercana al 20%.»

Dónde vivir mejor

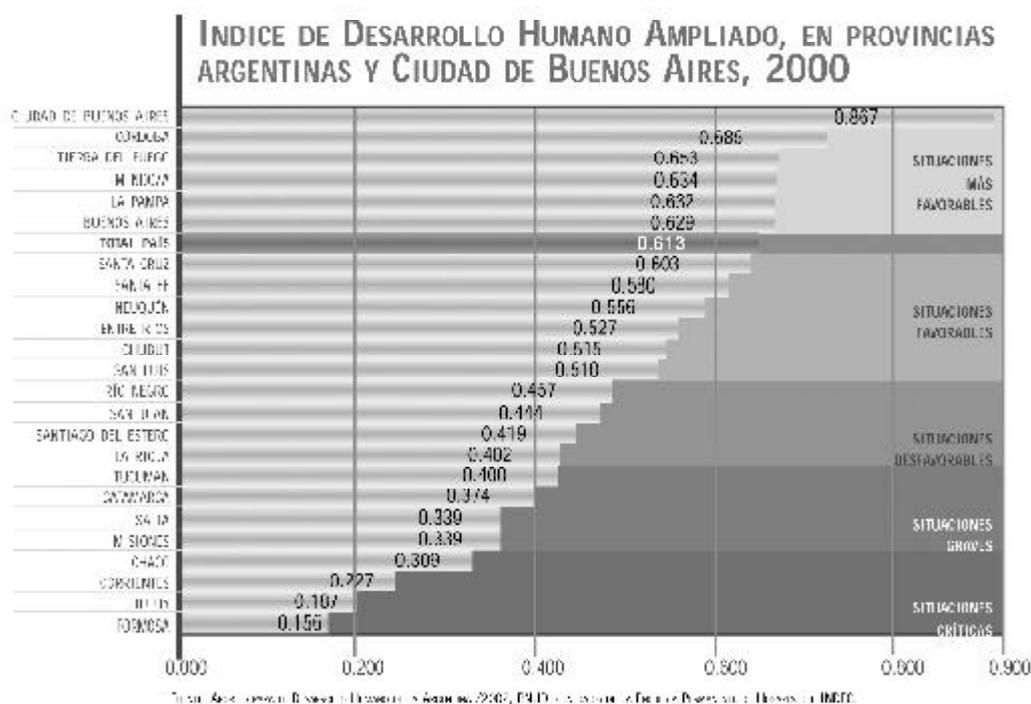
Una de las consecuencias de la inequidad territorial y social de los ingresos es la migración. Personas que viven en zonas rurales se trasladan a la ciudad o personas que habitan en una provincia se trasladan a otra con el objetivo de conseguir trabajo, vivienda y educación para ellos y para sus hijos. Además del dolor que sienten por el desarraigo, padecen el miedo de ser mal recibidos. El siguiente es el testimonio de una mujer que vivió esta problemática. Su experiencia nos aproxima a una visión más concreta de las desigualdades sociales manifestadas en las que existen entre regiones del territorio argentino.*

La desigualdad en las regiones de Argentina: nuevos índices

«Cuando uno es gente de afuera y viene a Buenos Aires es como un recelo, como un miedo, una vergüenza que a uno la rechacen o que no seamos bien recibidos, porque uno siempre imagina que el que vive en Buenos Aires es rico. Para mí, cuando yo vine era así. Para mí Buenos Aires era muy lujoso, muy de la gente bien, muy rica, y que nos iban a decir: ustedes que son de afuera, los pobres a un costado. Me acuerdo también una señora boliviana que lloraba día y noche porque quería volverse.» (Noemí)

TESTIMONIO EXTRACTADO DE: FORNI, FLOREAL (COMP.): DE LA EXCLUSIÓN A LA ORGANIZACIÓN, EDICIONES CICCUS, 2002, PÁG. 111.

- 2.1. Formulen hipótesis (causas posibles) que expliquen las diferencias entre las provincias que están mencionadas en el texto.
- 2.2. Imaginen que, por razones económicas, ustedes deben trasladarse a otra ciudad o al campo. ¿Qué sentirían? ¿cuáles serían sus preocupaciones? Escriban las tres más importantes y compárelas con la de sus compañeros. Tenga en cuenta el testimonio de Noemí.
- 2.3. El gráfico que figura a continuación, se construyó teniendo en cuenta la información del cuadro de la página 28:



Matemática: la cuantificación de las variables sociales

Índice de Desarrollo Humano Ampliado (IDHA). Argentina, 2000, según jurisdicción

PROVINCIA	IDH	PROVINCIA	IDH
Cdad. de Buenos Aires	0.867	Mendoza	0.634
Buenos Aires	0.629	Misiones	0.339
Catamarca	0.374	Neuquén	0.556
Córdoba	0.685	Río Negro	0.457
Corrientes	0.227	Salta	0.339
Chaco	0.309	San Juan	0.444
Chubut	0.515	San Luis	0.510
Entre Ríos	0.527	Santa Cruz	0.603
Formosa	0.156	Santa Fe	0.580
Jujuy	0.182	Santiago del Estero	0.419
La Pampa	0.632	Tierra del Fuego	0.653
La Rioja	0.402	Tucumán	0.400

Fuente: www.pnud.org.ar, *APORTES PARA EL DESARROLLO HUMANO EN LA ARGENTINA*, Informe de Desarrollo Humano en la Argentina., 2002

- Decidan qué criterio se tuvo en cuenta para la construcción del gráfico.
- ¿Qué intervalos se consideraron para clasificar las provincias?

Actividad 3

Variación del IDHA en distintas regiones del país

¿Por qué decimos que el desarrollo es una tendencia a largo plazo?

«El desarrollo humano de un país refleja estructuras que perduran muchos años. Una nación puede haber tenido una profunda crisis económica que empobrece a sus habitantes, pero eso no hace que inmediatamente empeoren sus escuelas, hospitales, rutas, puertos, la tecnología de sus industrias, etc. Los elementos del desarrollo que se intentan medir, mejoran o empeoran en plazos más largos que el tiempo que dura una crisis económica u otra catástrofe.»*

La desigualdad en las regiones de Argentina: nuevos índices

Consideren la siguiente tabla para responder a las preguntas que se formulan

Índice de Desarrollo Humano (IDH). Argentina. 1991 y 2000, según jurisdicción

Provincia	IDH 1991 (1)	IDH 1993 (2)	IDH 2000 (3)
Capital Federal	0.896	0.919	0.867
Buenos Aires	0.828	0.887	0.629
Catamarca	0.757	0.868	0.374
Córdoba	0.844	0.893	0.685
Corrientes	0.680	0.799	0.227
Chaco	0.687	0.797	0.309
Chubut	0.832	0.873	0.515
Entre Ríos	0.738	0.874	0.527
Formosa	0.683	0.778	0.156
Jujuy	0.678	0.789	0.182
La Pampa	0.832	0.876	0.632
La Rioja	0.771	0.869	0.402
Mendoza	0.795	0.883	0.634
Misiones	0.703	0.842	0.339
Neuquén	0.838	0.875	0.556
Río Negro	0.767	0.868	0.457
Salta	0.713	0.836	0.339
San Juan	0.703	0.854	0.444
San Luis	0.756	0.870	0.510
Santa Cruz	0.835	0.883	0.603
Santa Fe	0.820	0.886	0.580
Sgo. del Estero	0.691	0.824	0.419
Tierra del Fuego	0.838	0.889	0.653
Tucumán	0.761	0.833	0.400
Total	0.839	0.884	0.613

Fuente (1) P.N.U.D. PROGRAMA DE NACIONES UNIDAS PARA EL DESARROLLO - COMISION DE ECOLOGIA Y DESARROLLO HUMANO DEL HONORABLE SENADO DE LA NACION (1.995) «Informe sobre desarrollo humano 1.995.» Argentina (2) P.N.U.D PROGRAMA DE NACIONES UNIDAS PARA EL DESARROLLO (1.996) «Informe sobre desarrollo humano 1.996» Ediciones Mundi Prensa Argentina (3) En www.pnud.org.ar, APORTES PARA EL DESARROLLO HUMANO EN LA ARGENTINA, Informe de Desarrollo Humano en la Argentina., 2002

- 3.1. Describan la evolución del IDHA en Capital Federal, en términos de su variación porcentual entre el entre 1991 y 2000.
- 3.2. a. Elijan otras 3 provincias de distintas regiones del país y comparen su evolución con la de la Capital Federal.
b. Esta evolución ¿mantiene la tendencia de la variación entre 1991 y 1993?
- 3.3. Si se suman las variaciones porcentuales entre 1991 y 1993 y entre 1993 y 2000, ¿se obtiene la variación 91- 2000?¿Por qué?
- 3.4. Para cada año determinen la diferencia entre el valor máximo y mínimo del IDHA. ¿Cómo puede interpretarse la evolución de esta diferencia?

Actividad 4

Tasas de alfabetización en las distintas regiones del país

Para comprender la información que se presenta en un cuadro o tabla estadística, es necesario interpretar cada conjunto de datos y las relaciones entre ellos. Frecuentemente se recurre a medidas que permiten comparar las diferencias o semejanzas entre los conjuntos de datos que se están estudiando. Estas relaciones se expresan como un cociente entre la cantidad de observaciones de un grupo determinado respecto a otro de la misma población.

Razón

Una razón es la medida de la relación entre dos cantidades numéricas.

Por ejemplo, sabiendo que según el censo 2001 la cantidad de varones mayores de 10 años alfabetizados era de 13.823.371, y la de mujeres 14.849.237, es posible establecer distintas relaciones.

Para comparar la relación que existe entre la cantidad de varones, respecto a las mujeres alfabetizados, se puede escribir una razón:

$$\frac{\text{Cantidad de varones alfabetizados}}{\text{Cantidad de mujeres alfabetizadas}} = \frac{13.823.371}{14.849.237} = 0,93 \text{ Aproximadamente } 1$$

Este resultado, se puede expresar afirmando que *por cada varón alfabetizado, hay una mujer en las mismas condiciones*.

- 4.1. a. Definan la noción de «razón» utilizando la de «cociente».
- b. Una razón es una fracción, ¿siempre, a veces, o nunca?
- c. La razón del ejemplo anterior se ha establecido entre dos números enteros. ¿Entre qué otro tipo de números es posible hacerlo?
- d. Den cinco ejemplos de razones que se usen en matemática (como π = razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro).
- e. Den cinco ejemplos de usos de la noción de razón en otros campos de conocimiento (por ejemplo, Física, Química, Geografía, Economía, Psicología)

También se puede afirmar, a partir de la comparación de los valores absolutos del ejemplo anterior, que hay más mujeres alfabetizadas que varones en las mismas condiciones. Sin embargo, esta afirmación que es correcta en términos absolutos no es significativa cuando se quiere mirar cómo influyen las cuestiones de género en la alfabetización. Para hacerlo conviene comparar cada uno de esos datos con la población total de la que provienen (hay 14.195.223 varones y 15.244.412 mujeres de 10 años o más).

En este caso, los datos resultan expresados en términos de proporciones y es posible establecer una comparación directa.

La desigualdad en las regiones de Argentina: nuevos índices

De este modo se observa que la proporción de alfabetos en ambas poblaciones es la misma.

$$\frac{\text{Cantidad de Varones Alfabetos}}{\text{Total de Varones de 10 años o más}} = \frac{13.823.371}{14.195.223} = 0,97$$

$$\frac{\text{Cantidad de Mujeres Alfabetas}}{\text{Total de Mujeres de 10 años o más}} = \frac{14.849.237}{15.244.412} = 0,97$$

4. 2. ¿Es posible expresar la proporción en términos de porcentaje? ¿Por qué?
4. 3. La tasa de «alfabetización» permite conocer la proporción de personas alfabetizadas de una determinada edad respecto al total de las personas de la misma edad.

Considerando los datos del cuadro «Población de 10 años o más por condición de alfabetismo y sexo» del Censo 2001, resuelva los siguientes puntos.

- a. Escriban una fórmula para el cálculo de la tasa de alfabetización y úsenla para calcular la tasa de alfabetización de la población mayor de 10 años.
- b. ¿Cómo calcularían la «tasa de analfabetismo»? ¿Por qué?
- c. Realicen una tabla que muestre la proporción de alfabetos y analfabetos, según sexo del total de la población de 10 ó más años en el área metropolitana (Ciudad de Buenos Aires y Gran Buenos Aires). Expresen los resultados obtenidos en porcentajes.
- d. Si se observa el cuadro, podría pensarse que la razón de mujeres analfabetas, respecto a los varones analfabetos en cada provincia es prácticamente de 1:1. Muestren, si es posible, dos casos en que esto no sea así.
- e. Calculen la tasa de alfabetización para cada una de las regiones que componen el área metropolitana y compárenla con la del país.
- f. Acepten o rechacen la siguiente afirmación justificando adecuadamente: «Se puede decir que hay muchas más personas alfabetizadas en Chaco que en Catamarca».

Proporción

La proporción de casos en una categoría está definida como el número de casos en la categoría dividido por el número total de casos.

Tasa

Las tasas son un tipo particular de razones que se emplean cuando el uso de proporciones conducirían a números decimales muy pequeños. Suelen expresarse en relación a 100 ó 1000 habitantes.

Matemática: la cuantificación de las variables sociales

**Cuadro: Total del país según provincia.
Población de 10 años o más por condición de alfabetismo y sexo. Año 2001**

PROVINCIA	Población de 10 años o más	Condición de alfabetismo					
		Alfabetos			Analfabetos		
		Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres
Total	29.439.635	28.672.608	13.823.371	14.849.237	767.027	371.852	395.175
Ciudad de Buenos Aires	2.468.474	2.457.299	1.098.100	1.359.199	11.175	4.045	7.130
Buenos Aires	11.400.404	11.219.947	5.406.154	5.813.793	180.457	85.480	94.977
24 Partidos del Gran Buenos Aires	7.140.425	7.029.314	3.379.186	3.650.128	111.111	48.849	62.262
Resto de la Provincia de Buenos Aires	4.259.979	4.190.633	2.026.968	2.163.665	69.346	36.631	32.715
Catamarca	256.906	249.372	123.478	125.894	7.534	3.858	3.676
Chaco	744.237	684.821	340.715	344.106	59.416	28.391	31.025
Chubut	329.381	319.250	159.442	159.808	10.131	4.800	5.331
Córdoba	2.522.375	2.469.251	1.185.280	1.283.971	53.124	27.784	25.340
Corrientes	715.107	668.734	326.206	342.528	46.373	23.970	22.403
Entre Ríos	928.446	899.812	435.358	464.454	28.634	15.880	12.754
Formosa	362.783	341.094	171.621	169.473	21.689	9.565	12.124
Jujuy	467.746	445.570	222.109	223.461	22.176	6.452	15.724
La Pampa	244.514	237.940	117.704	120.236	6.574	3.656	2.918
La Rioja	224.375	218.829	108.529	110.300	5.546	3.075	2.471
Mendoza	1.277.413	1.236.372	595.533	640.839	41.041	20.176	20.865
Misiones	717.109	672.801	337.150	335.651	44.308	21.203	23.105
Neuquén	375.320	362.506	179.875	182.631	12.814	6.106	6.708
Río Negro	440.867	424.242	209.727	214.515	16.625	8.043	8.582
Salta	812.920	775.007	384.108	390.899	37.913	15.206	22.707
San Juan	488.879	474.455	228.258	246.197	14.424	7.824	6.600
San Luis	289.622	281.080	138.676	142.404	8.542	4.911	3.631
Santa Cruz	154.821	152.596	78.010	74.586	2.225	1.109	1.116
Santa Fe	2.484.416	2.423.251	1.163.353	1.259.898	61.165	30.544	30.621
Santiago del Estero	607.782	571.067	284.309	286.758	36.715	19.030	17.685
Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur	78.839	78.310	40.155	38.155	529	237	292
Tucumán	1.046.899	1.009.002	489.521	519.481	37.897	20.507	17.390

Nota: la evaluación de los resultados del Censo 2001, realizada por el INDEC y las Direcciones Provinciales de Estadística y Censos, ha estimado los niveles de omisión censal que habrían alcanzado el total del país y sus veinticuatro jurisdicciones. En ese conjunto sobresale la Ciudad de Buenos Aires cuya omisión es superior a la estimada para el total del país y el resto de las jurisdicciones. La omisión de viviendas, hogares y personas es uno de los errores que más comúnmente afecta a los resultados de los censos; por ello, una vez que se obtienen las cifras finales, se procede a su evaluación. Se trata de una tarea habitual que contribuye al mejor uso de la información censal. Los informes de la evaluación del Censo 2001 serán difundidos en la Serie "Desarrollo Metodológico".

Fuente: INDEC. Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2001.

La desigualdad en las regiones de Argentina: nuevos índices

4.4. En el cuadro siguiente, se muestran las provincias de nuestro país que conforman distintas regiones.

Región	Provincias	Región	Provincias
Metropolitana	Ciudad de Bs. As. 24 Partidos del Gran Bs. Aires	Pampeana	Córdoba Entre Ríos La Pampa Resto de la Pcia. de Bs. Aires
Cuyo	Mendoza San Juan San Luis	Nordéste	Chaco Corrientes Formosa Misiones
Noroeste	Catamarca Jujuy La Rioja Salta Santiago del Estero Tucumán	Patagonia	Chubut Neuquen Río Negro Santa Cruz Tierra del Fuego, Antártida Argentina e Islas del Atlántico Sur

Organizados en grupos de 5, tomen una región por grupo y realicen una tabla donde conste un análisis de la condición de alfabetización (o analfabetismo), calculando razones, porcentajes y tasas.

- 4.5. Si comparan los datos de IDHA en estas regiones ¿A qué conclusiones pueden arribar?
- 4.6. Realicen un cartograma indicando en el mapa de nuestro país, que encontrarán en la página siguiente, la condición de alfabetización de cada provincia. Para hacerlo, elijan un criterio para armar grupos de igual condición y según ellos colorear las provincias.
- 4.7. Revisen los textos y los gráficos que analizaron en esta clase. ¿Estos datos concuerdan con la imagen que tenían sobre la provincia en la que viven y sobre el resto del país? Expliquen el porqué de sus respuestas.

Actividad 5

Más índices y procedimientos matemáticos

- 5.1. a. En la actividad 4.3 usaron fórmulas para calcular una tasa y escribieron otra. Otras expresiones con letras como las identidades, se usan frecuentemente en Matemática. Por ejemplo, $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$. En este caso, para cualquier valor real de a , b , y c la igualdad es verdadera. ¿Esto también ocurre con las fórmulas?
- b. Para analizar otras identidades usuales, resuelvan algunas de las Actividades 1 a 5 de la sección Identidades y modelos geométricos del Anexo, en las páginas 123 a 125.
- 5.2. Para responder el punto 3.3 de la actividad 3 desarrollaron una argumentación utilizando términos matemáticos y propiedades conocidas. Identifiquen cuáles son.
- 5.3. En distintos puntos de la actividad 4 también formularon explicaciones y dieron razones acerca de procedimientos realizados. ¿Tuvieron dificultades para hacerlo? ¿Cuáles?



Capítulo 3

Desarrollo humano, democracia y participación: La cuantificación de la opinión.

“El Desarrollo Humano, definido como la máxima expansión de las libertades de los individuos para el despliegue de sus capacidades y habilidades, sólo puede alcanzarse en el marco de un régimen democrático sólido, que tienda a asegurar el ejercicio de las libertades colectivas e individuales en su más amplio sentido. Libertad, Democracia y Desarrollo Humano son, así, términos de una misma ecuación que requieren una responsabilidad compartida.

¿Qué significa que una democracia sea sólida? Que no puede equipararse con la mera celebración de elecciones regulares. Un auténtico Estado democrático es aquél cuyas instituciones funcionan correctamente y en el que la sociedad civil tiene la capacidad de ejercer el control del gobierno y de los grupos de intereses, y proporcionar formas alternativas de representación política.”

“La democracia y el desarrollo económico “

“Para juzgar el desarrollo económico no basta con observar el crecimiento del PNB o algunos otros indicadores de la expansión económica general. También tenemos que observar la influencia de la democracia y las libertades políticas en la vida y las capacidades de los ciudadanos. [...] La respuesta de los gobiernos al profundo sufrimiento de los individuos suele depender de las presiones que se ejerzan sobre ellos, y es ahí donde el ejercicio de los derechos políticos (votar, criticar, protestar, etc.) puede ser realmente importante. Esta es una parte del papel ‘instrumental’ de la democracia y las libertades políticas.”

AMARTYA SEN, DESARROLLO Y LIBERTAD, BUENOS AIRES, PLANETA, 2000.

Actividad 1

¿Qué herramientas políticas nos brinda la democracia para superar la desigualdad?

El equipo de investigadores del PNUD que elaboró el Informe para el Desarrollo Humano de la Argentina en 2002, realizó en dicho año una encuesta a partir de la formulación de la siguiente pregunta: “¿Cuáles diría usted que son sus derechos como ciudadano y como persona que vive en una democracia? Por favor, dígame todos los que recuerde o piense que son sus derechos.”

- 1.1. Contesten en el grupo a esta misma pregunta y elaboren una tabla en la que muestren las respuestas obtenidas.

Matemática: la cuantificación de variables sociales

- 1.2. Comparen sus respuestas con las que se obtuvieron en el citado informe que aparecen en la tabla siguiente.

DERECHOS RECONOCIDOS POR LOS CIUDADANOS	Menciona	No menciona
Derecho a un trabajo/salario	57%	43%
Derecho a la educación	31%	69%
Derecho a la salud	28%	72%
Libertad de expresión/de opinión	16%	84%
Derecho a una vivienda digna	15%	85%
Derecho a voto	15%	85%
Derecho a la seguridad física	14%	86%
Libertad (en forma genérica)	10%	90%
Igualdad ante la ley/Justicia	9%	91%
Libertad de reclamar/protestar	7%	93%
Igualdad de oportunidades	6%	94%
Libertad de movimiento/Asociación/Organización	3%	97%
Derecho a exigir rendición de cuentas de las Autoridades y Funcionarios	3%	97%
Derecho a La Vida (No Muerte/Tortura)	3%	97%
Derecho a Participar en Asuntos Políticos	1%	99%
Derecho a la Información	1%	99%
Otros	24%	76%

Base: Total Entrevistados (N = 1862).

APORTES PARA EL DESARROLLO HUMANO DE LA ARGENTINA / 2002 PNUD, EN BASE A DATOS DE GALLUP, ARGENTINA. EN EL DESARROLLO HUMANO EN LA ARGENTINA DEL SIGLO XXI,

- 1.3. Según los resultados obtenidos en las encuestas, ¿qué derechos privilegian los encuestados? Derechos sociales (por ejemplo: salud, educación), derechos políticos. (voto, asamblea,...) u otros.

Actividad 2

Los derechos de los ciudadanos

Las formas participativas de la ciudadanía han sufrido transformaciones adoptando nuevas modalidades.

- 2.1. Si se les pregunta a cada uno de ustedes “¿En qué medida cree usted que manifestaciones, como los cacerolazos, piquetes, marchas, influyen o condicionan las decisiones que toman los dirigentes? ¿Diría que influyen?”

¿Qué contestarían? Elijan una de las distintas opciones:

Mucho Bastante Poco Nada No sabe No contesta

- 2.2. Resuman la información de la manera que crean más conveniente.

La cuantificación de la opinión

- 2.3. Para los entrevistados de la encuesta antes citada, las respuestas se resumieron de la siguiente manera:



¿Cómo interpretan la información del gráfico?

- 2.4. Supongan que las respuestas de ustedes corresponden a una segunda encuesta del mismo estudio. El gráfico de sectores que las resume ¿sería similar al anterior? Justifiquen su respuesta.
- 2.5. ¿Qué diferencias y semejanzas pueden establecer entre las respuestas de ambos grupos? Respondan incluyendo información numérica que les permita fundamentar estas comparaciones.

Actividad 3

Participación y superación de la desigualdad

Como se mencionó anteriormente, para que una democracia sea sólida, es necesaria la intervención de los ciudadanos pero no solo a través de su voto. Es importante, además, que participen en la defensa de sus derechos. Los artículos periodísticos que les presentamos a continuación mencionan distintas formas de participación. En grupos, lean uno de los artículos y respondan las preguntas:

- ¿Qué derechos se consideran vulnerados y cuál fue el resultado del reclamo?
- ¿Qué canales de participación fueron utilizados en cada caso?
- ¿Por qué consideran que la participación en democracia es un camino para superar la desigualdad? Respondan utilizando la información del artículo como ejemplo.
- ¿Qué otro caso conocen en los que se logró defender un derecho por la participación ciudadana? Compártanlo con sus compañeros.

La gente participa más, pero exige otra política

Miles de vecinos, consumidores, indígenas y dirigentes sociales buscan hacer valer los nuevos derechos incorporados en 1994. Sin embargo, hay instituciones que fallan y ponen obstáculos a la acción de los ciudadanos. Los partidos no cumplen el mandato de transparentar su financiamiento.

Pablo Calvo.

La realidad proyecta una gran sombra: una reforma política que nunca llega, el poder sin suficiente control, la riqueza que no se reparte, los derechos sociales estropeados, la quimera de la igualdad de oportunidades. La actitud de los ciudadanos contrapone una **luz de esperanza**: desde hace 10 años, reclaman por el cumplimiento de los nuevos derechos que incorporó la Constitución Nacional. Exigen que los servicios públicos funcionen, protestan ante los abusos de los comerciantes, defienden la privacidad de sus datos personales, reaccionan ante los ataques al medio ambiente, presentan amparos cuando se sienten avasallados, participan de organizaciones no gubernamentales y cultivan la solidaridad. Es una **nueva gimnasia democrática**, que va más allá del acto electoral y utiliza herramientas concebidas por la reforma de 1994.

- En esta década, 157.944 vecinos acudieron al defensor del Pueblo de la Nación, una instancia de ayuda gratuita fortalecida por la Convención Constituyente, que logró frenar aumentos de tarifas, se puso del lado de los pasajeros del ferrocarril San Martín, peleó por los jubilados en foros internacionales y consiguió que se volviera a producir en el país una vacuna contra la fiebre hemorrágica, muy cara para importar.
- En la Oficina Anticorrupción, hubo 1.900 consultas de ciudadanos que mostraron interés en el contenido de las 26.000 declaraciones juradas de sus gobernantes. Ese trámite fue auspiciado por otro fruto de la reforma: la Ley de Ética Pública, que obliga a los funcionarios a detallar su evolución patrimonial, desde que llegan hasta que se van del poder.
- Los consumidores incorporaron el hábito del reclamo, gracias al artículo 42 de la nueva Constitución, que potenció el alcance de la ley que los protegía desde 1993. Desde entonces, 4.000 usuarios se quejan por día ante los organismos que controlan los servicios públicos y otros 300 llaman a las líneas gratuitas 0800 que recogen reclamos. Sólo en los últimos tres años se produjeron 11 mil audiencias de conciliación y las empresas recibieron multas por un total de seis millones de pesos. Hay mil juicios de consumidores disconformes o engañados en marcha, y en la provincia de Buenos Aires ya no necesitan pagar la tasa de Justicia ni los honorarios de un abogado para hacerse oír.

- Los que no encuentran Justicia en el país, pueden acudir a la Comisión Interamericana de Derechos Humanos de la OEA, que en este tiempo declaró admisibles los reclamos para investigar las muertes de Carlos Menem Junior, del subcomisario Jorge Omar Gutiérrez y de víctimas del «gatillo fácil» y la violencia social. En la reforma, Argentina incorporó diez tratados internacionales de defensa de los derechos humanos, como el Pacto de San José de Costa Rica, por el que se rige la Corte Interamericana.

[...]

Fuente: Diario Clarín, domingo 29 de agosto de 2004

Un consumidor hace valer la garantía

Oswaldo Riopedre le abrió los ojos a un montón de consumidores, que no sabían que los autos usados comprados en locales habilitados también tienen garantía.

La experiencia no le salió gratis: la camioneta modelo 98 que había comprado en una concesionaria del microcentro se le rompió antes de los primeros tres meses de uso. El hombre reclamó en la Justicia y algo ganó. «La ley de Defensa del Consumidor es anterior a la reforma, pero su inclusión en la Constitución, en 1994, potenció nuestros derechos», destaca Riopedre, un abogado que trabaja en la Asociación de Consumidores y Usuarios de la Argentina.

Obtuvo un fallo inédito, que obligó a la concesionaria a indemnizarlo. Lo que siguió después fue otra historia: los vendedores de la camioneta desaparecieron y nunca le pagaron, pero el derecho había sido reconocido.

Riopedre terminó perdiendo ocho mil pesos en arreglos y vendió la camioneta, pero su caso sirvió para que otros compradores hicieran valer la garantía, por tres meses, de los usados.

Como en la película «Cadena de favores», ahora es Riopedre —y sus colaboradores—, quien ayuda a un mensajero que acaba de ser engañado con una moto que en la concesionaria se veía en buenas condiciones, pero que al rato dejó de arrancar.

Hay otro logro, los derechos de los consumidores ya se enseñan en las escuelas.

Fuente: Diario Clarín, domingo 29 de agosto de 2004

Indígenas pelean por sus tierras

Falta un censo para saber cuántos son, no los consultan sobre los asuntos que los afectan y luchan contra empresas y terratenientes por el espacio para vivir, pero los pueblos originarios tienen en la Constitución una nueva herramienta que les sirve para apuntalar sus reclamos. Es el artículo 75, que le asigna al Congreso «reconocer la preexistencia étnica y cultural de los pueblos indígenas argentinos; garantizar el respeto a su identidad y el derecho a una educación bilingüe e intercultural; reconocer la personería jurídica de sus comunidades, y la posesión y propiedad comunitarias de las tierras que tradicionalmente ocupan; y regular la entrega de otras, aptas y suficientes para el desarrollo humano».

Hace diez días —por primera vez en la historia de la Patagonia—, ese artículo de la Constitución fue tenido en cuenta por el juez de Bariloche Emilio Riat para **impedir el desalojo de una familia mapuche** de las tierras que le disputa un ex empleador.

En el fallo, que benefició a Ernesto Napal y Herminia Vila, el juez consideró que la posesión de la tierra es «anterior a la formación misma del Estado que los confirió».

Es sólo el principio de un reclamo mayor, que involucra a todas las comunidades aborígenes del país. Algunas batallas son más difíciles: hace tres meses, otra familia mapuche tuvo que dejar el lugar donde vivían por una demanda judicial de los empresarios Carlo y Luciano Benetton. Según el Centro de Estudios Legales y Sociales, «no existe en el país una política de Estado con los pueblos indígenas» y las medidas que se toman son «inconsistentes».

Fuente: Diario Clarín, domingo 29 de agosto de 2004

El siguiente texto sintetiza el sentido de la elección del tema tratado en este cuaderno, y justifica la necesidad de comprender cómo se usan las herramientas matemáticas para analizarlo.

«¿Hace falta una comprensión más acabada de lo que nos pasa? ¿No nos alcanza con la lectura de los diarios o nuestra propia experiencia? No se trata de llenarnos de información y menos aún fragmentada. Se trata, sí, de obtener una información más sistematizada, que nos permita tener un mapa de la situación, no sólo de nuestra comunidad más cercana sino del país.»

«La finalidad de informarnos es la de comprender la realidad y poder participar eficazmente para modificarla. La lectura de la información nos permite advertir el carácter histórico de lo acontecido a fines del 2001 y durante el 2002. Lo vivido fue la consecuencia de una historia de un proceso que incluyó a actores de carne y

hueso, a instituciones, a intereses. Y no fue imprevisible aunque para muchos haya sido una sorpresa.

Comprender causas, razones, procesos, nos permite reconocer que lo que sucedió podría no haber sucedido. Este modo de pensar resulta, además de adecuado, saludable, porque nos abre la posibilidad de admitir la potencia de las decisiones humanas, de aquellas que nos llevaron a una situación tan grave, y de aquellas que, organizadas, mancomunadas pueden dar respuestas satisfactorias y modificar la realidad.»*

Actividad 4

Disponibilidad de herramientas de trabajo matemático.

En el transcurso de las clases, habrán podido identificar algunas dificultades y fortalezas en relación con el uso de las matemáticas conocidas. En tal sentido, reflexionen acerca de su desempeño en relación con las siguientes cuestiones.

- ¿Pudiste interpretar la información contenida en las tablas, gráficos?
- ¿Comprendiste el significado de las fórmulas y expresiones coloquiales?
- Al escribir usando lenguaje matemático, ¿podías hacerlo adecuadamente?
- ¿Conocías y utilizabas en forma pertinente las nociones matemáticas que permitían resolver los problemas?
- ¿Pudiste operar numéricamente y obtener resultados razonables en función de los datos? ¿Controlaste si esos resultados eran una respuesta a la pregunta planteada?
- ¿Pudiste elaborar argumentos matemáticos adecuados para justificar tus procedimientos? ¿Reconociste errores en las argumentaciones de otros? ¿Pudiste contraargumentar?

Articular los conocimientos de distintos campos para comprender más profundamente una temática es un tipo de práctica esperable de quien egresa de la escuela media. Conocer las propias fortalezas y dificultades en un campo de conocimiento permite tomar decisiones acerca de cómo encaminar los estudios que permitan completar aquellos conocimientos de los que no se disponga y se consideren necesarios.

* En IIPE / UNESCO (2004). *El desarrollo humano en la Argentina del siglo XXI*, versión adaptada de "Aportes para el Desarrollo Humano en la Argentina/2002" sobre la base del Informe de Desarrollo Humano Nacional del PNUD.

El aporte de los datos
numéricos al debate social

En otros cuadernos de esta serie se trata “la cuestión del otro”, analizando algunos aspectos que permitan responder a la pregunta *¿por qué el otro nos resulta amenazador?*

En este cuaderno se considera el mismo tema, pero a partir del análisis de una problemática de particular significación en el mundo actual: los procesos migratorios y las reacciones de las sociedades receptoras ante la llegada de inmigrantes. El objetivo es comenzar a distinguir mitos de realidades. El recorrido propuesto a través de los distintos textos y actividades que integran este cuaderno tiene como objetivo mostrar que, para responder interrogantes surgidos en el campo de las ciencias sociales, se utilizan modelos matemáticos. En este sentido, para realizar las actividades propuestas tendrán que recuperar conocimientos ya abordados en el transcurso de la escuela media o el Polimodal.

¿Por qué el tema migratorio está relacionado con la cuestión del otro y la discriminación?

El tema migratorio, por sus características específicas y por ser un tema cotidiano, es uno de los fenómenos de la realidad social que está más sujeto a percepciones distorsionadas que originan juicios, comentarios y explicaciones reduccionistas y, por lo tanto, alejados de la realidad.

Las reducciones son graves, en especial, cuando los preconceptos se transforman en prejuicios que adquieren carácter de “fobias” intolerantes o violentas. El ciudadano común se pregunta por qué él o su sociedad deben hacerse cargo de los productos de la miseria de otras regiones del mundo (Enzensberger, 1992).

Pero la cuestión toma dimensiones más graves cuando el imaginario colectivo no se forma espontáneamente o cuando la “fobia” es instrumentada por diferentes sectores para los que el prejuicio es funcional a determinados intereses.

Funcional para políticos que ganan votos gracias a la suma de prejuicios. Para funcionarios que explican su falta de respuestas a las demandas sociales en término de “sobrecarga” de extranjeros. Para sindicalistas que justifican su pérdida de poder de negociación por la presencia de la competitividad desleal del inmigrante. Para empleadores que racionalizan el no cumplimiento de normas laborales para con los migrantes por su condición de “inferiores” desde el punto de vista social y cultural. Para sectores sociales en crisis que prefirieron desplazar sus frustracio-

Imaginario social

Conjunto de creencias y valores aceptados en forma masiva y que afectan a todos los sectores que integran la sociedad. Son consecuencia de los contextos de poder en que surgen, pudiendo actuar como legitimadores de la dominación o como impugnadores de la misma.

nes a la figura del “otro” que, en este caso, es el extranjero. Esta visión, expandida en la opinión pública no siempre condice con el análisis objetivo de la situación. Por el contrario, en términos comparativos, en la actualidad hay menos migrantes internacionales que a principios de siglo.

La información objetiva, entonces, resulta indispensable no sólo para frenar las patologías sociales que se generan sobre el tema, sino también para que dichas patologías derivables de la “brecha perceptual” entre la realidad y el imaginario no penetren en el tomador de decisión de las políticas migratorias.

Las distorsiones respecto de los procesos migratorios -materia prima del imaginario colectivo que muchas veces, se construye- están directamente relacionadas con la falta de información. La recolección, elaboración, distribución y utilización de la información migratoria debería reestructurarse para permitir una mayor eficiencia en las decisiones de los gobiernos y, por sobre todo, una mayor objetividad por parte de las percepciones de la sociedad civil.

Adaptado de Märmora, Lelio (1997) *Políticas y administración para la gobernabilidad migratoria*, Panamá, mimeo, pp. 12 -14

La inmigración de los años '90 coincidió con momentos de crisis social y de desempleo intenso. Esto contribuyó a la construcción de un imaginario social en el que los inmigrantes aparecen disputando y desplazando a los argentinos de los escasos empleos, o se constituyen en “peligro social” en virtud de los rasgos que los estereotipos discriminatorios les adjudican. Para analizar algunos aspectos de este fenómeno, comenzaremos por considerar el impacto de los distintos procesos migratorios en la constitución de la sociedad argentina actual.

Capítulo 1

Los datos sobre los inmigrantes en Argentina

Los principales procesos migratorios en la Argentina fueron los siguientes:

- Entre **mediados del siglo XIX y principios del XX**, más de seis millones de extranjeros ingresaron en la Argentina. Aunque cerca de la mitad retornó a sus países de origen o buscó otros destinos, hacia 1914 la proporción de extranjeros respecto de la población nativa registró los índices más altos del mundo. Los inmigrantes llegaban al país atraídos por la propaganda, las seguridades que ofrecía el Estado argentino y el crecimiento de las actividades agropecuarias. En su mayoría eran agricultores y aspiraban a reunir un capital que les permitiera comprar tierras. Sin embargo, no pudieron acceder a ella y, paradójicamente, se instalaron en las ciudades, sobre todo en Buenos Aires aunque otras ciudades del litoral, como Rosario, recibieron muchos inmigrantes. (especialmente europeos).
- **En las décadas de 1930 y 1940**, cuando ya estaba consolidada la inmigración europea, su predominio y el de sus descendientes en las ciudades, la contracción de las actividades rurales provocada por la crisis internacional de 1929 generó una fuerte caída del empleo rural. Al mismo tiempo, la industria comenzó a expandirse y a incorporar porciones crecientes de mano de obra. La combinación de ambas situaciones dio como resultado un verdadero éxodo de la población de zonas rurales hacia los pueblos y luego, hacia las ciudades (migraciones internas).
- **Desde fines de la década de 1940, aunque en mayor número a partir de 1960 y hasta el presente**, al fenómeno migratorio anterior se agrega un tercer proceso de movilización poblacional que por sus características y consecuencias debe ser considerado individualmente: las migraciones provenientes de países limítrofes (Paraguay, Chile, Bolivia y Uruguay). Estas migraciones estuvieron vinculadas con los procesos de industrialización que se desarrollaron en nuestro país. El flujo migratorio no fue constante; justamente, dependió tanto de la situación en los países de origen (factores de expulsión) como de las políticas económicas aplicadas por los gobiernos argentinos (factores de atracción).

Realizar las actividades 1, 2 y 3 les dará elementos para elaborar un nuevo texto con información cuantitativa que amplíe la caracterización de estos períodos migratorios.

Actividad 1

La proporción de inmigrantes en distintas épocas

Los censos se realizan mediante encuestas y, en Argentina, desde los años 60 se hace cada 10 años en el INDEC, el Censo de Población, Hogares y Vivienda.

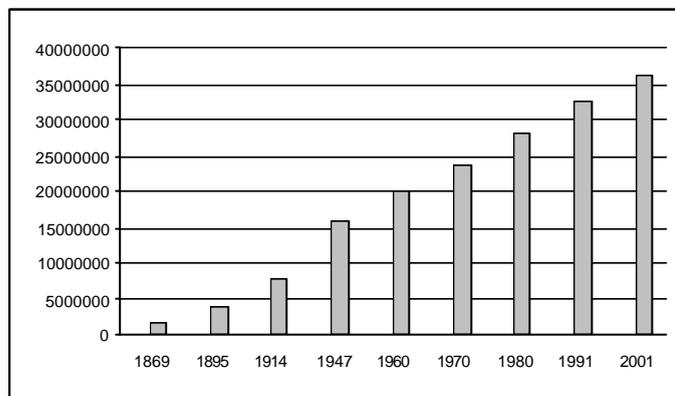
Los datos sobre totales de población y sobre cantidad de inmigrantes en nuestro país para distintos censos se presentan en la tabla siguiente.

Volumen de la población extranjera en los Censos de población.

Censo	Población		Inmigrantes (%) Sobre Población Total
	Total	Inmigrante	
1869	1.737.076	210.189	12.9
1895	3.954.911	1.004.527	25.4
1914	7.885.237	2.357.952	29.9
1947	15.893.827	2.435.927	15.3
1960	20.010.539	2.604.447	13.0
1970	23.390.050	2.210.400	9.5
1980	27.947.446	1.912.217	6.8
1991	32.615.528	1.628.210	5.0
2001	36.260.130	1.531.940	4,2

Fuente: INDEC. Censos Nacionales de Población

1.1. Para mostrar el crecimiento de la población entre 1869 y 2001, se realizó el siguiente gráfico.



a. ¿Consideran que la elección del tipo de gráfico fue adecuada? ¿En qué sentido? Si lo consideran necesario realicen un nuevo gráfico señalando las ventajas del cambio.

b. Alguien realiza una lectura rápida del gráfico y señala que el crecimiento de la población es aproximadamente lineal. ¿Qué le responderían?

1.2. Los datos de población en valores absolutos permiten construir otros como los de la última columna. Escriban dos afirmaciones comparando la información de las dos últimas columnas para dos años diferentes, que incluyan nuevos datos numéricos obtenidos a partir de esos porcentajes.

Índice de variación

Al indicar un aumento (o disminución) porcentual de una cantidad el índice de variación, es el resultado de sumar (o restar) 1 al tanto por ciento expresado en forma decimal. Por ejemplo, para calcular el precio de un mueble que cuesta \$400, más IVA, se puede sumar el 21% de 400 a 400 o multiplicar 400 por 1,21.

Los datos sobre los inmigrantes en la Argentina

1.3. Para comparar el aumento de la población no nativa entre 1869 y 1865 es posible afirmar que:

- el aumento fue de aproximadamente un 377,92%
- la población aumentó un 478%
- que el índice de variación fue de 4,78.

Expliquen cuáles son las diferencias entre estas expresiones y demuestren que sumar un porcentaje a una cantidad equivale a multiplicar esa cantidad por el índice de variación.

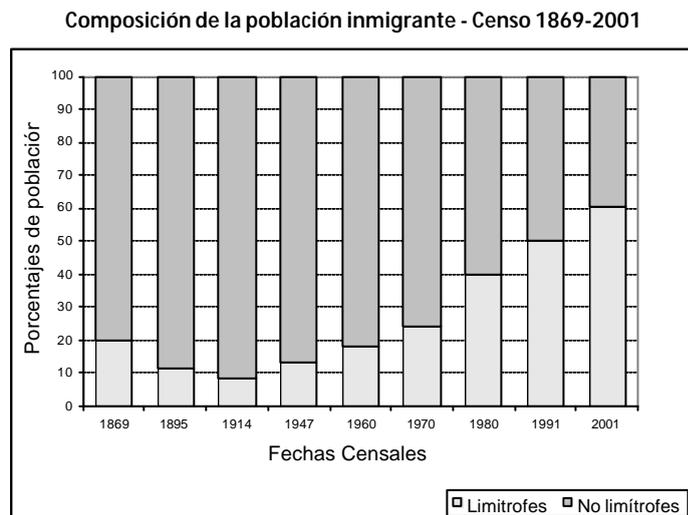
1.4. Para calcular varios aumentos o disminuciones porcentuales sobre una cantidad inicial es posible multiplicar los índices de variación y multiplicar el resultado por dicha cantidad pero no se obtiene el mismo resultado si se aplica el porcentaje correspondiente a la suma de las variaciones porcentuales.

Por ejemplo, de 1980 a 1991 la disminución de la población no nativa fue de 14,8 % (índice de variación 0,852) y de 1991 a 2001 de 5,91% (índice 0,941) pero la disminución de 1980 –2001 no fue del orden del 21% sino del 20% ¿Por qué ocurre esto?

Otro ejemplo que permite ver la diferencia es: Si sobre el precio de un artículo se realiza un descuento del 20% y luego se lo aumenta un 10%, el precio final no resulta equivalente a realizar un descuento del 10%.

$$\$240 \times 0,80 = \$192 \times 1,10 = \$211,20 \qquad \$240 \times 0,90 = \$216$$

1.5. En el gráfico siguiente, se muestra la composición de la población inmigrante, según dos categorías de países limítrofes y no limítrofes según los censos realizados desde 1869.



Para representar los porcentajes se podría hacer un gráfico de sectores. ¿Por qué piensan que se eligió hacerlo con barras comparadas?

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

Actividad 2

Los países de origen y los porcentajes de inmigrantes

Considerando los datos de la tabla siguiente, se puede analizar cada categoría de inmigrantes, de "países limítrofes" y "no limítrofes" por país de origen.

Población extranjera por país de nacimiento, según censos (1914-2001)								
PAÍS DE NACIMIENTO	1914		1960		1991		2001	
	Población	%	Población	%	Población	%	Población	%
TOTAL	2.391.171(1)	100.00	2.604.447	100.00	1.655.108	100.00	1.531.940	
AMÉRICA							1.041.117	
País limítrofe	206.701	8.64	467.260	17.94	865.011	50.19	923.215	xx
Bolivia	18.256	0.76	89.155	3.42	146.460	-	233.464	
Brasil	36.629	1.53	48.737	1.87	34.850	-	34.712	
Chile	34.568	1.45	118.165	4.54	247.679	-	212.429	
Paraguay	28.592	1.20	155.269	5.96	253.522	-	325.046	
Uruguay	88.656	3.71	55.934	2.15	135.858	-	117.564	
País no limítrofe	2.184.469	91.36	2.137.187	82.06	790.097	49.81	117.902	xx
Perú	1.247	0.05	-	-	16.634	-	88.260	
E.E.U.U.	3.501	0.15	7.843	0.30	-	-	-	
Resto	-	-	-	-	-	-	29.642	
EUROPA							432.349	xx
Alemania	27.734	1.16	48.157	1.85	15.605	-	10.362	
Austria	38.910	1.63	20.474	0.79	-	-	-	
España	841.149	35.18	715.685	27.48	226.029	-	134.417	
Francia	80.570	3.37	21.883	0.84	6.541	-	6.578	
Italia	942.209	39.40	878.298	33.72	329.894	-	216.718	
Polonia	-	-	107.915	4.14	28.993	-	13.703	
Portugal	14.441	0.60	28.671	1.10	-	-	--	
Ex Yugoslavia (2001)	1.906	0.08	36.661	1.41	12.958	-	3.210	
Rusia - Ex URSS (2001)	94.773	3.96	51.197	1.97	7.443	-	4.156	
Resto	73.276	3.06	172.240	6.61	-	-	43.205	
ASIA							29.672	xx
China	-	-	-	-	-	-	4.184	
Corea	-	-	-	-	-	-	8.205	
Japón	-	-	-	-	-	-	4.753	
Libano	-	-	13.028	0.50	3.180	-	1.619	
Siria	-	-	23.344	0.90	4.827	-	2.350	
Taiwán	-	-	-	-	-	-	3.511	
Turquía	64.753	2.71	11.851	0.46	-	-	--	
Resto	-	-	-	-	-	-	5.050	
AFRICA							1.883	xx
OCEANÍA							747	xx
Ignorado	-	-	-	-	-	-	26.172	

(1) Incluye discriminados en sus respectivas nacionalidades de origen, 33.219 varones naturalizados que el Censo de 1914 da como argentinos.

Fuente: Elaboración propia en base a INDEC, Informe Demográfico de la República Argentina, 1944-1954. Censo Nacional de Población 1991 Serie C Parte 2. Censo Nacional de Población 2001

- 2.1. a. ¿Qué relaciones se pueden establecer cuando se comparan los datos de las columnas para una misma fila? ¿Y cuando se comparan los datos de distintas filas para una misma columna?
- b. Escriban una conclusión que se pueda establecer para un país y otra para algún año. Antes de hacerlo calculen los porcentajes indicados con XX.
- 2.2. a. Determinen, para cada período, los 4 países de origen que corresponden a las mayores cifras de población extranjera.
- b. Analicen esos datos y escriban sus conclusiones.
- 2.3. Propongan dos preguntas que puedan responderse operando con los datos de esta tabla y que aporten datos sobre la procedencia de inmigrantes según su continente de origen.

PARA RECORDAR

¿Qué información se encuentra en una tabla?

Leer e interpretar una tabla requiere extraer la información que aporta y ponerla en relación con otros conocimientos o con otras fuentes documentales, tratando de establecer qué es lo que nos muestra o trata de reflejar. Los cuadros, tablas y gráficos son unidades informativas, independientes del texto. Esto quiere decir que deben ser autocontenidas: con título propio y la fuente con el mismo tipo de información que la citas.

Actividad 3

Los inmigrantes en las pirámides de población

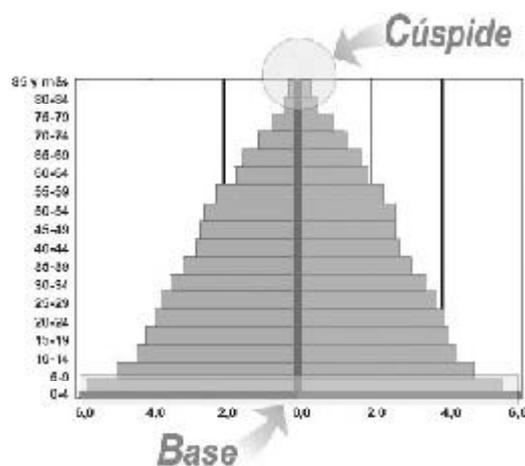
Las pirámides de población, que representan gráficamente la composición de una población por edad y sexo, permiten reconstruir la historia demográfica de una población, de acuerdo a la evolución de los diferentes grupos etarios. Al analizarlas, es posible responder algunos interrogantes como ¿Hay muchos adultos y ancianos en una población? ¿Se trata de una población que ha recibido grandes aportes migratorios?

En el eje vertical de la pirámide se representan los grupos de edades. En general, para la construcción de una pirámide de población se establecen grupos con intervalos de 5 años.

Sobre el eje horizontal se representa la cantidad de población según ambos sexos: hacia la izquierda del eje se ubican los datos correspondientes a los varones y hacia la derecha, la información correspondiente a las mujeres. El eje horizontal puede contener valores absolutos o relativos. La ventaja del uso de valores relativos es que permite realizar comparaciones entre pirámides

La parte superior de la pirámide de población se denomina cúspide y está conformada por las barras correspondientes a los grupos de edad más avanzada (contiene las barras más cortas).

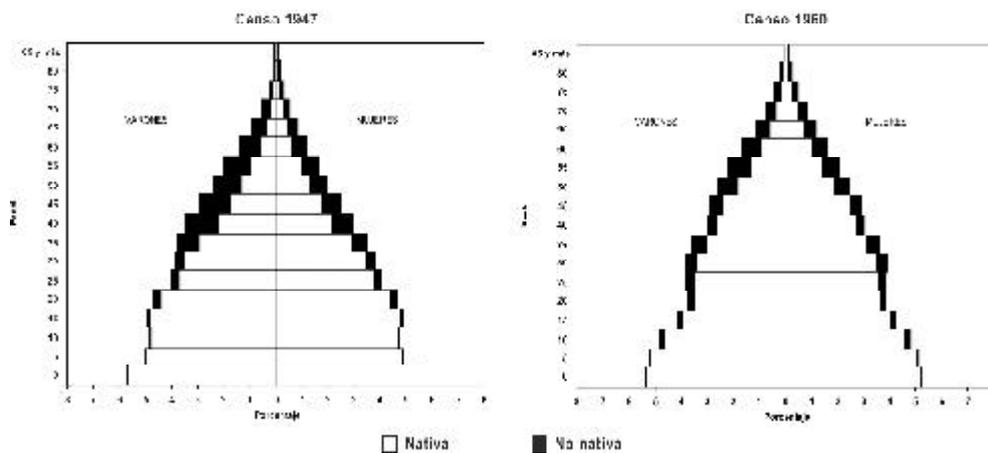
La parte inferior de la pirámide de población se denomina base y está conformada por las barras correspondientes a los grupos de niños y jóvenes (en general contiene las barras de mayor longitud).



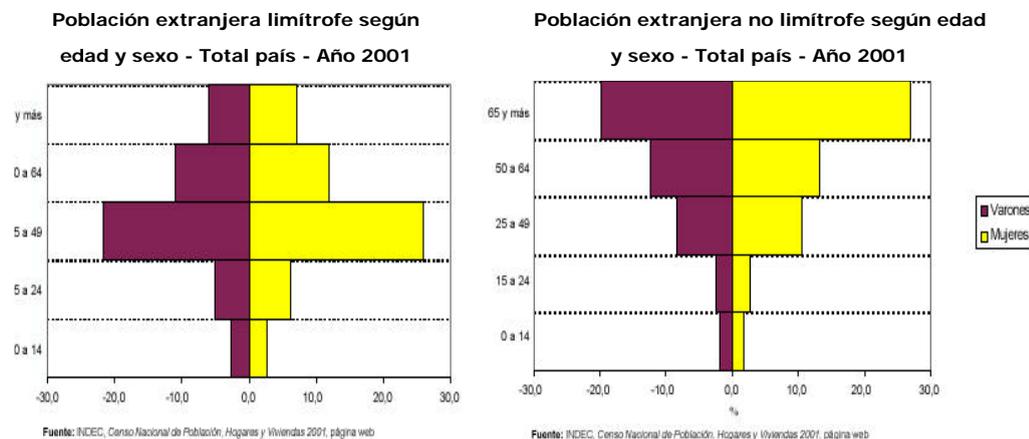
Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

- 3.1.
 - a. ¿Por qué las pirámides de población reflejan las características de la población en un momento determinado?
 - b. ¿Por qué motivos los países del mundo hacen inversiones periódicas en estudios demográficos y en la realización de censos y encuestas?
- 3.2. Las siguientes pirámides de población se elaboraron con datos de los censos de 1947 y 1960.
 - a. ¿En cuál de los censos se registra una población más joven? ¿Cómo se ve reflejada esa tendencia en la pirámide?
 - b. ¿En cuál de los censos se registra la mayor cantidad de la población no nativa? ¿Cómo se observa gráficamente este fenómeno?
 - c. En 1960 la tasa de masculinidad, que indica la cantidad de varones por cada 100 mujeres, era de 119.87. La tasa en 1947, ¿era mayor o menor? ¿Por qué?

Estructura de la población por edad, sexo y lugar de nacimiento.



- 3.3. Las siguiente pirámides de población presentan datos que corresponden al censo 2001.

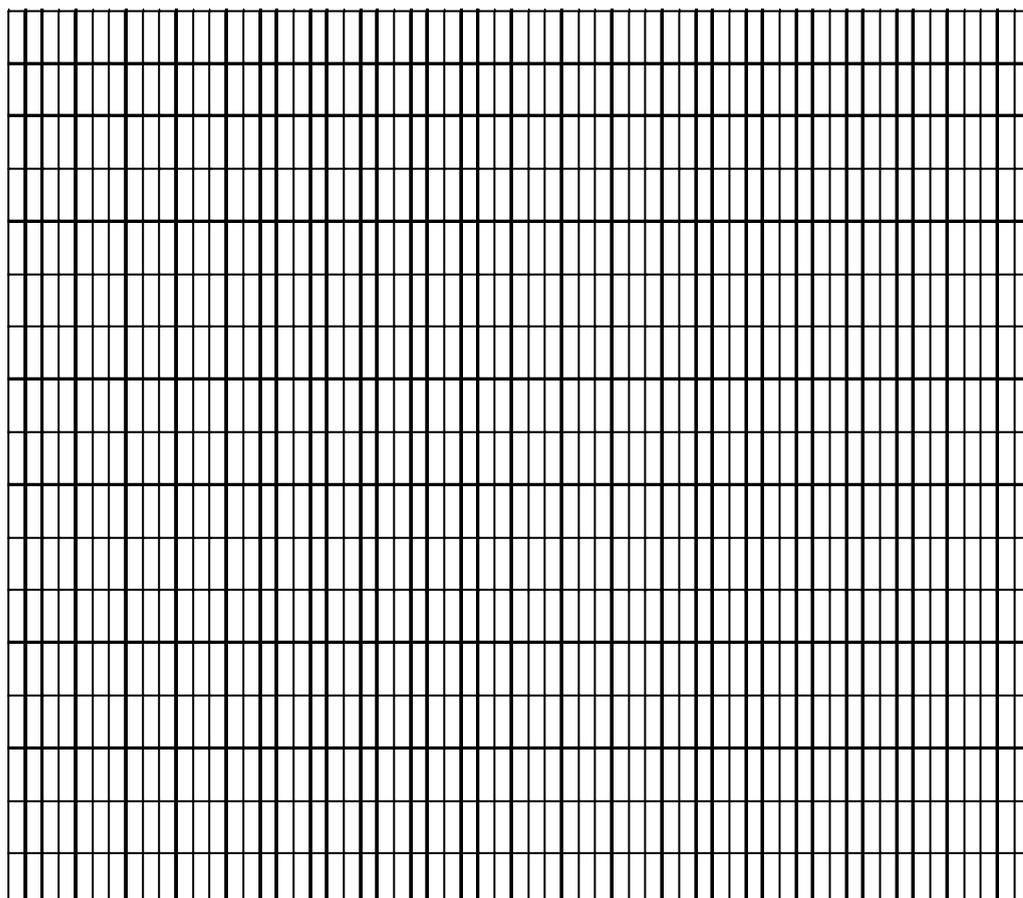


Los datos sobre los inmigrantes en la Argentina

- a. Comparen las poblaciones adultas de entre 25 y 49 y de 65 y más de ambas pirámides y elaboren 4 afirmaciones que incluyan información numérica.
- b. En alguno de esos casos, ¿la tasa de masculinidad es mayor que 100? ¿Por qué?
- 3.4. a. En base a los datos de la tabla siguiente construyan la pirámide que corresponde a la población extranjera para el año 2001.

Población extranjera empadronada en el país, según sexo y grupo de edad.
Año 2001.

Varones		Mujeres	
Grupos de edad		Grupos de edad	
0-14	37.465	0-14	36.953
15-24	61.864	15-24	74.916
24-49	252.584	24-49	306.729
50-64	175.985	50-64	187.675
65 y más	175.985	65 y más	226.112
Total	699.555	Total	832.385



- b. Compárenla con las pirámides que analizaron en el punto 2 de esta misma actividad. ¿Qué observaciones pueden hacer respecto a ellas?

Actividad 4

Los números de los procesos migratorios en la Argentina

Al iniciar el capítulo leyeron una breve caracterización de los procesos migratorios en distintos períodos de la Argentina, y en las actividades 1, 2 y 3 analizaron información presentada en tablas y gráficos referida a la cantidad de inmigrantes en distintos años, sus países de origen, edad y sexo.

Redacten un breve informe que amplíe la caracterización inicial aportando información cuantitativa. Para hacerlo pueden utilizar las conclusiones ya registradas y/o incluir nuevos cálculos y comparaciones, como por ejemplo:

- los índices de variación para el aumento de la población no nativa de los períodos que consideren significativos, determinando la relación entre los porcentajes de inmigrantes de países limítrofes como de países no limítrofes en los años 1895, 1914 y 1947 y en los años 1991 y 2001.
- los cambios de las corrientes migratorias que se producen en la Argentina con respecto al país de origen.
- las características de las poblaciones de extranjeros según su edad y sexo en distintos momentos, vinculándolas con las características del mercado de trabajo.

Actividad 5

Formas de trabajar en matemática

- 5.1. En matemática se usan distintas expresiones con letras, como por ejemplo las identidades. Es posible que, para demostrar el ítem 3 de la Actividad 1, hayan trabajado sobre una identidad similar a ésta: $x + 20\% x = 1,2 x$ que resulta verdadera para cualquier número real x . Para analizar otras identidades usuales, resuelvan algunas de las Actividades 1 a 5 de la sección Identidades y modelos geométricos del Anexo, en las páginas 123 a 125.
- 5.2. Otras expresiones con letras son las fórmulas que describen una relación de dependencia entre variables. En la actividad 1. se pide determinar si la población tuvo un crecimiento lineal.
 - a. Escriban una fórmula que describa un crecimiento lineal y den un ejemplo de un problema donde se pueda usar.
 - b. Den un ejemplo de un crecimiento no lineal distinto del analizado.
 - c. Para analizar otros tipos de variaciones resuelvan algunas de las Actividades 1 a 4 de la sección Tablas, gráficos y fórmulas del Anexo, en las páginas 130 a 133.
- 5.3. Para responder el punto 1.4 de la actividad 1 desarrollaron una argumentación utilizando términos matemáticos y propiedades conocidas. Identifiquen cuáles son.
- 5.4. En los puntos 3.2 y 3.3 de la actividad 3 también formularon explicaciones y dieron razones acerca de procedimientos realizados. ¿Tuvieron dificultades para hacerlo? ¿Cuáles?

Capítulo 2

Los inmigrantes hoy: los datos y las creencias

A pesar de los vaivenes de la economía Argentina y de su creciente deterioro a partir de mediados de la década de 1970, la inmigración proveniente de los países limítrofes continuó aumentando y abasteciendo una demanda de empleo generada básicamente por el sector informal.

Los cambios en el modelo económico que se produjeron en nuestro país en la década de 1990 tuvieron consecuencias negativas en el mercado de trabajo: descendió el empleo industrial, en la construcción y aún en los servicios. Con el descenso del empleo, los inmigrantes se concentraron en dos segmentos del sector informal: la construcción - donde aumentó su representación a pesar de que el empleo total de ese sector disminuyó- y los servicios, en especial el servicio doméstico.

Aunque en términos comparativos, en la actualidad hay menos migrantes internacionales que a principios de siglo, muchos perciben que cada vez hay más.

Actividad 1

Percepciones sobre la inmigración y el trabajo

Como ustedes pudieron comprobar al analizar la información no sólo no hubo un crecimiento de la inmigración en los últimos años, sino que ésta disminuyó. Sin embargo, muchos perciben que no es así. Esto sucede porque la inmigración de los años '90 estuvo vinculada a momentos de crisis social y de desempleo intenso, lo que contribuyó a la construcción de un imaginario social en el que los inmigrantes aparecieron disputando y desplazando a los argentinos "auténticos" de los escasos empleos, o bien se constituyeron en "peligro social", en virtud de los rasgos que los estereotipos discriminatorios les adjudican.

1.1. ¿Qué opinión les merece el texto de un afiche de la UOCRA con el que empapelaron la ciudad de Buenos Aires en la década de 1990? ¿Consideran que es discriminatorio?

“Que no se apoderen de nuestro pan de cada día con la importación de mano de obra clandestina... Defendamos los intereses de los trabajadores argentinos”

Afiche del Sindicato de la Construcción (UOCRA)

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

- 1.2. Lean el texto que le presentamos a continuación. A partir de lo que su autor comenta, vuelvan a analizar el afiche de la UOCRA ¿cómo actúa aquí “el temor al despojo”?

Hubo momentos, ya distantes, en que el prejuicio emergió de modo notorio y alcanzó las esferas del discurso político: por ejemplo las menciones a los “*cabecitas negras*” y la desdichada expresión “*aluvión zoológico*”. Hoy el tema permanece, poco estudiado, poco hablado. Las referencias peyorativas se orientan con preferencia hacia los migrantes de países vecinos y mencionan ambiguamente a los “*negros*”, “*bolitas*”, “*villeros*”. Se mezclan la etnicidad con la pobreza en las manifestaciones más visibles de la discriminación, y el rechazo a lo diferente se combina con el temor al despojo.

Hay que señalar que el significante actual de la discriminación: “*bolita*” o “*paragua*”, se presenta oportunísticamente para sumar a la discriminación ya existente el rasgo xenofóbico del intruso extranjero que viene a irrumpir en nuestro medio para apropiarse con técnicas dudosas del empleo escaso, o para robar, estafar o corromper...”

Margulis, M. (1998) “Globalización e Identidad cultural” en Bayardo, R. y Lacarrieu, M. (comp.) *Globalización e identidad cultural*, Ciccus, Buenos Aires, p. 56

El primer paso para estudiar “la cuestión del otro” es comenzar a conocerlo, en este caso, conocer a los inmigrantes y el segundo es analizar su impacto en la sociedad.

La sociedad argentina es fruto de distintos procesos migratorios, en su mayoría, como resultado de la combinación de fuerzas simultáneas de expulsión y de atracción de mano de obra. Para comprender la dinámica cultural y las modalidades puestas en evidencia en los sucesivos procesos discriminatorios, es importante conocer las características diferenciadas de los migrantes, pero también los aspectos comunes: en todo momento, el recién llegado nunca dejó de ser objeto de discriminación sea bajo forma de rechazo manifiesto, de críticas y burlas o de postergación y negación de sus derechos.

Los inmigrantes hoy: los datos y las creencias

Actividad 2

Los mayores porcentajes de inmigrantes y los países de origen

Según los tres últimos censos, la población no nativa según país de origen presenta variaciones importantes en las últimas décadas.

Población no nativa según país de origen - Censos 1980 - 1991- 2001						
	1980		1991 (*)		2001 (*)	
	Volumen	%	Volumen	%	Volumen	%
Total	1.903.159	100,0	1.615.473	100,0	1.531.940	100,0
Paraguay	262.799	13,8	250.450	15,5	325.046	21,2
Bolivia	118.141	6,2	143.569	8,9	233.464	15,2
Italia	488.271	25,7	328.113	20,3	216.71	14,1
Chile	215.623	11,3	244.410	15,1	212.429	13,9
España	373.984	19,7	224.500	13,9	134.417	8,8
Uruguay	114.108	6,0	133.453	8,3	117.564	7,7
Brasil	42.757	2,2	33.476	2,1	34.712	2,3
Alemania	24.381	1,3	15.451	1,0	10.362	0,7
Resto	197.054	10,4	197.301	12,2	145.265	9,5

- 2.1. a. Agrupen la información y comparen la variación porcentual de la cantidad de inmigrantes de los países americanos con la del resto del mundo.
 - b. ¿Se modifica la tendencia de la variación entre 1991 y 2001?
 - c. Si se suman las variaciones porcentuales entre 1980 y 1991 y entre 1991 y 2001, ¿se obtiene la variación 1980- 2001? ¿Por qué?
- 2.2. Expliquen por qué en algunos casos se pueden sumar porcentajes y en otros no. Registren por escrito sus argumentos.

Actividad 3

La proporción de varones y mujeres en la inmigración

Según el censo de 2001 la población inmigrante de países americanos continúa siendo la de mayor importancia en relación con el resto de los países del mundo. Es posible analizar los datos del cuadro siguiente para obtener algunas conclusiones sobre esos inmigrantes. Allí se puede leer la cantidad de población extranjera por el lugar de nacimiento, según sexo. Los datos se dan en valores absolutos, lo que quiere decir que sólo muestran la cantidad de personas que poseen una característica determinada, en este caso: lugar de nacimiento y sexo.

PARA RECORDAR

¿Cómo interpretar los datos?

A partir de la información que se presenta en un cuadro o tabla estadística, es posible recurrir a la elaboración de medidas que permiten comparar las diferencias o semejanzas entre los conjuntos de datos que se están estudiando. Estas medidas se expresan como un cociente entre la cantidad de observaciones de un grupo determinado respecto de otro de la misma población.

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

Inmigración de americanos para provincia de Buenos Aires y país, según sexo y lugar de nacimiento.
Año 2001.

Lugar de Nacimiento	Provincia de Buenos Aires			Total País		
	Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres
Total Inmigrantes	758.640	344.442	414.198	1.531.940	699.555	832.385
AMERICA	476.337	217.286	259.051	1.041.117	477.985	563.132
País limítrofe americano	432.570	198.718	233.852	923.215	427.789	495.426
Bolivia	89.306	45.700	43.606	233.464	117.462	116.002
Brasil	7.873	2.642	5.231	34.712	14.504	20.208
Chile	51.288	24.525	26.763	212.429	101.601	110.828
Paraguay	214.408	91.864	122.544	325.046	137.723	187.323
Uruguay	69.695	33.987	35.708	117.564	56.499	61.065
País no limítrofe americano	43.767	18.568	25.199	117.902	50.196	67.706
Perú	33.315	13.581	19.734	88.260	35.871	52.389
Resto	10.452	4.987	5.465	29.642	14.325	15.317
Países no limítrofes				582.553	261.034	321.519

Para comparar la relación que existe entre la cantidad de mujeres respecto a los varones extranjeros de la población total del país, se puede escribir una razón:

$$\frac{\text{Cantidad de mujeres extranjeras}}{\text{Cantidad de varones extranjeros}} = \frac{832.385}{699.555} = 1,2 = \frac{12}{10}$$

Este resultado, se puede expresar afirmando que *se pueden encontrar 12 mujeres nacidas en el extranjero por cada 10 varones en las mismas condiciones.*

- 3.1. Comparen la población inmigrante para la provincia de Buenos Aires con la del resto del país y registren sus conclusiones.
- 3.2. En una primera lectura de la tabla, comparando valores absolutos, es posible afirmar que hay más mujeres migrantes de países limítrofes que las que migran de países no limítrofes.
 - a. Esta afirmación, ¿es significativa para determinar si hay algún predominio de género en las migraciones ligado al país de origen? ¿Por qué?
 - b. Calculen las siguientes razones y relacionen los resultados obtenidos con la respuesta que dieron a la pregunta anterior.

$$\frac{\text{Cant. de mujeres de países limítrofes}}{\text{Total de migrantes de países limítrofes}} =$$

$$\frac{\text{Cant. de mujeres de países no limítrofes}}{\text{Total de migrantes de países no limítrofes}} =$$

Razón

Una **razón** es la medida de la relación entre dos cantidades numéricas.

La **razón** de un número A respecto a otro número B se define como el cociente entre A y B.

La **proporción** de casos en una categoría está definida como el número de casos en la categoría dividido por el número total de casos.

Los inmigrantes hoy: los datos y las creencias

- 3.3. La razón de mujeres respecto a los varones en la población no nativa que reside en la provincia de Buenos Aires, ¿es mayor que la misma calculada para el resto del país? ¿Por qué?
- 3.4. Acepten o rechacen la siguiente afirmación, justificando adecuadamente: "Se puede decir que en el país hay mucha más población femenina no nativa que proviene de Chile que la que proviene de Bolivia".
- 3.5. Comparen las razones entre mujeres y varones inmigrantes en los últimos años con las tasas de masculinidad que analizaron en el Capítulo 1. ¿A qué se deben las diferencias? Para responder consideren la inserción de mujeres y varones en el mercado de trabajo.

Actividad 4

Las cifras del desempleo en la Argentina

Marmora (*op.cit*) señala que "La información objetiva resulta indispensable no sólo para frenar las patologías sociales que se generan sobre el tema, sino también para que dichas patologías derivables de la 'brecha perceptual' entre la realidad y el imaginario no penetren en la toma de decisiones en las políticas migratorias." La información sobre empleo de la población resulta para este tema significativa.

En relación al estudio del empleo y desempleo de una población, resulta de interés conocer el comportamiento de la variable de empleo y/o desempleo denominada "tasa de desempleo" que define el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos mediante la expresión:

$$\text{Tasa de desempleo} = \frac{\text{Población desocupada}}{\text{PEA (mayor de 14 años)}} \times 100$$

PEA indica la población económicamente activa. La integran las personas que tienen una ocupación o que sin tenerla la están buscando activamente. Está compuesta por la población ocupada más la población desocupada.

Tasa

Las **tasas** son un tipo particular de razones que se emplean cuando el uso de proporciones conducirían a números decimales muy pequeños. Suelen expresarse en relación con 100 ó 1000 habitantes.

Condición de ocupación para la población de 14 años o más, según lugar de nacimiento.
Año 2001 (total provincia de Buenos Aires).

Sexo, edad y condición de actividad	Total	Lugar nacimiento				
		En Argentina	En país extranjero			
			Total	Limítrofe	No limítrofe	Ignorado
Total	10.393.156	9.668.068	725.088	408.434	304.663	11.991
Población ocupada	4.052.761	3.810.889	241.872	157.423	81.117	3.332
Población no económicamente activa (*)	4.352.809	4.003.633	349.176	147.094	195.791	6.291
Población desocupada	1.987.586	1.853.546	134.040	103.917	27.755	2.368

(*) La población no económicamente activa comprende a todas las personas no incluidas en la población económicamente activa (jubilados, estudiantes, otra situación). Fuente: Situación y Evolución Social (Síntesis N°4); INDEC.

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

- 4.1. a. Calculen las tasas de desempleo para la población económicamente activa para las distintas columnas de la tabla.
- b. ¿Hay diferencias significativas entre los valores obtenidos? Expliquen por qué.
- 4.2. En el año 2003 se registraba en el total de partidos del Gran Buenos Aires una tasa de desempleo de 22%. Para ese mismo año, la condición de actividad para los inmigrantes de Bolivia y Paraguay, se muestra en el siguiente cuadro.

**Población de 14 años o más por condición de actividad económica, según país de migración
Partidos del gran Buenos Aires. Año 2003**

Condición de actividad económica	Bolivia	Paraguay
Población de 14 años o más	64.957	183.921
Población económicamente activa		
Ocupados	36.773	101.341
Desocupados	8.095	15.810
Población no económicamente activa	20.089	66.770

Fuente: EPH, INDEC, 2003

- a. Calculen las tasas de desempleo correspondientes a cada grupo poblacional, ¿cuál de las dos poblaciones presenta mejores condiciones laborales?
- b. Si les dicen que los inmigrantes bolivianos y paraguayos están en mejor condición laboral que el total de la población del Gran Buenos Aires, ¿qué responderían?
- 4.3. Consideren ahora las tasas de desempleo para el total de la población extranjera y compárenlas con las tasas para las distintas regiones del país, analizando la información en las siguientes tablas.
- a. Los resultados obtenidos ¿permiten generalizar para el resto del país las afirmaciones que hicieron en el punto 4.2 para el Gran Buenos Aires? ¿Por qué?
- b. ¿Qué le contestarían a alguien que les dice que el desempleo está vinculado con la inmigración? Escriban una carta de lectores que manifieste la posición de ustedes en relación con la siguiente afirmación: "El desempleo está vinculado con la inmigración".

Población de 14 años o más por lugar de nacimiento según condición de ocupación. 2003

Lugar Nacimiento	Total	Tasa Desempleo
Total	1.464.564	28,28
País limítrofe	878.629	31,35
Bolivia	216.368	30,58
Brasil	32.503	18,33
Chile	207.923	28,91
Paraguay	307.169	36,17

Los inmigrantes hoy: los datos y las creencias

Tasa de empleo y desempleo, por conglomerado, año 2003.

Región del país	Tasa de Desempleo
Gran Buenos Aires	16,5
Noroeste	14,8
Nordeste	9,9
Cuyo	11,2
Pampeana	10,6
Patagónica	12,4
Total 31 Aglomerados Urbanos	15,6
Total de 30 aglomerados del Interior	14,6
Aglomerados de 500.000 y más habitantes	16,1
Aglomerados de menos de 500.000 habitantes	13,5

Fuente: INDEC, Información de Prensa, Agosto de 2003.

- 4.4. Discutan en su grupo el uso que se hace en algunos medios de comunicación, o en conversaciones de la vida cotidiana, cuando se hacen generaliza a partir de conclusiones ligadas a casos particulares.

Actividad 5

Formas de trabajo en matemática

- 5.1. En la actividad 4 usaron y compararon fórmulas para calcular tasas. Otras expresiones con letras como las ecuaciones, se usan frecuentemente en Matemática, por ejemplo, $3x + 2 = 2x + 5$. Resolver esta ecuación, es buscar cuáles son los números que hacen verdadera la igualdad, es decir, sus soluciones. Una ecuación puede tener una, ninguna, algunas o infinitas soluciones. En este caso, el número 3 es la única solución.
- b. Para analizar otras ecuaciones, resuelvan algunas de las Actividades 1 a 5 de la sección Tablas, gráficos y ecuaciones del Anexo, en las páginas 126 a 129.
- 5.2. Para responder el punto 2.2 de la actividad 2 tuvieron que distinguir cuando es posible sumar porcentajes. En alguno de los casos que plantearon, ¿es suficiente usar ejemplos para argumentar? ¿Por qué?
- 5.3. En la actividad 3. también formularon explicaciones y dieron razones acerca de procedimientos realizados. ¿Tuvieron dificultades para hacerlo? ¿Cuáles?

Capítulo 3

Cómo ven a los inmigrantes las sociedades receptoras: la cuantificación de la opinión

La crisis producida en Argentina a fines de 2001, condujo a un incremento notable de las solicitudes de doble ciudadanía en los consulados de España e Italia con el fin de salir del país. Un sondeo de opinión del Centro de Estudios Nueva Mayoría sostenía que la mitad de los argentinos, se iría a vivir a otra nación, si pudiera, (publicado en el diario La Nación, el 15 de febrero de 2004).

Argentinos que emigran buscando mejorar sus condiciones de vida y extranjeros de países latinoamericanos que se radican en nuestro territorio expresan un comportamiento propio del mundo globalizado.

Actividad 1

¿Cómo percibimos a los que llegan?

En octubre de 2004 se dio a conocer que la Argentina es, de los países de América Latina, el país que recibe más extranjeros.

1.1. Respondan a las siguientes preguntas en forma individual y luego registren en una tabla las respuestas dadas por los distintos integrantes del grupo.

a. ¿Le gustaría que viniera más gente a vivir a esta ciudad/país?

Sí	
No	
No sabe	
No contesta	

b. ¿Por qué creen ustedes que la gente viene a esta ciudad/país?

Por trabajo

Por comida

Por Salud

Por estudio

Otras causas

No sabe

No contesta

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

1.2. Las mismas preguntas se realizaron a un grupo de estudiantes de otra localidad y, con las respuestas obtenidas, se realizaron los gráficos siguientes.

Gráfico 1. ¿Le gustaría que viniera más gente a vivir a esta ciudad/país? (En %)

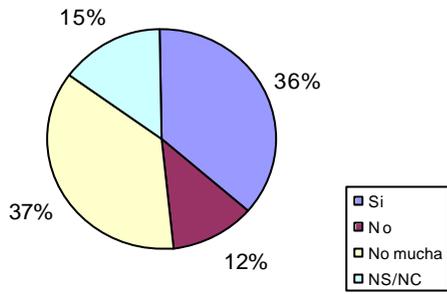
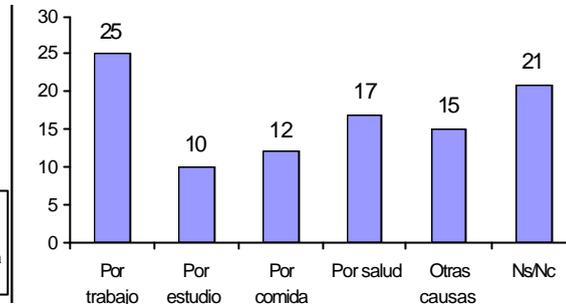


Gráfico 2. ¿Por qué creen ustedes que la gente viene a esta ciudad/país? (En %)



Para cada pregunta, interpreten la información del gráfico y escriban una afirmación al respecto.

- 1.3. a. Elaboren los gráficos correspondientes a los resultados de la encuesta que realizaron en 1.1.
- b. ¿Qué diferencias y semejanzas pueden establecer entre las respuestas de las dos encuestas? Respondan incluyendo información numérica que fundamente estas comparaciones.

Actividad 2

Cómo son percibidos los argentinos que se van al exterior

Para comprender mejor la problemática de las migraciones y reflexionar con más elementos acerca del interrogante inicial, *¿por qué el otro nos resulta amenazador?*, se abordará el tema desde la perspectiva de los argentinos que se van a vivir al exterior.

El siguiente texto es un testimonio de un argentino –un sociólogo muy conocido– que tuvo que emigrar por razones políticas. Su país de destino fue México.

Rituales de un lado y del otro de la ventanilla

“Exiliarse es pasar a ser minoría. Esto puede no ser tan arduo para quienes tuvimos que irnos del propio país porque las posiciones que representábamos eran minoritarias y además perseguidas. [...]”

Sin duda, la comunidad de lengua y de otras costumbres con los mexicanos ha facilitado nuestra integración más que a quienes migraron a Estados Unidos, Francia o Suecia. También el hecho de que competiéramos esas características culturales con otros latinoamericanos residentes en México, y que las causas políticas que nos impulsaron a venir fueran vistas con simpatía, o al menos sin rechazo, por

un alto número de mexicanos, favorecieron relaciones de solidaridad. ¿Por qué, entonces, existen sobre los argentino tantos chistes críticos que no se han hecho respecto de otras nacionalidades?

[...]También en otras sociedades que recibieron a migrantes de mi país de origen se define a los argentinos como italiano que hablan español y se creen ingleses, o se dice que el ego es el pequeño argentino que todos llevamos dentro.

[...]En el Campeonato Mundial de 1990 en Italia una silbatina permanente repudió al equipo argentino, mientras el apoyo de los italianos se dedicaba a Camerún. Más que imaginar impensadas complicidades de los mexicanos e italianos con chinos y africanos, hay que aceptar que esas preferencias eran modos de manifestar el rechazo a los argentinos.

¿Cómo salir de la sensación de desconcierto que nos produce a los argentinos este rechazo?

[...] En México nos ven demasiado gritones, con tendencia a hablar todos al mismo tiempo y dar la sensación con nuestro tono alto de que cuando pedimos algo parecemos estar ordenándolo. Sin duda, este rasgo se opone al carácter reservado, silenciosos y melancólico que muchos de los estudiosos analizan en la cultura mexicana.

[...]Aprender a vivir en México nos ha exigido entender otro modo de relacionar las pasiones y los sentimientos personales con el sentido comunitario o social, la realización y las frustraciones individuales con los procesos políticos

Extraído de García Canclini, Néstor (2000) "Apéndice" en *La globalización imaginada*, Paidós, Buenos Aires. pp. 216-217.

La observación de García Canclini no vale sólo para México, coincide con la percepción de los españoles. Los resultados de una encuesta realizada en España fueron los siguientes:

Casi la mitad de españoles desconfía de los inmigrantes

El 30% cree que los inmigrantes son una mala influencia, y el 17% que su influencia es muy mala. Por otra parte, 77% de los consultados cree que ocupan trabajo que los españoles no desean. En ese país hay 2,5 millones de extranjeros que suman el 6% de su población.

Noticia publicada en el diario **Clarín**, 26 de mayo de 2004

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

En una encuesta realizada en México entre el 13 y el 17 de mayo de este año, acerca del efecto de la inmigración se recogieron los siguientes datos.

Preguntas y respuestas	Frecuencia (En %)
En cuánto a la influencia en la sociedad	
Es muy mala influencia	24%
Es mala influencia	29%
Es positiva	36%
No está seguro	11%
En cuanto al empleo	
Quitan empleo a los ciudadanos	40%
Ocupan puestos laborales que los ciudadanos no quieren	49%
No está seguro	11%
En relación a la cultura mexicana	
Es mejor para el país compartir las mismas costumbres y tradiciones	71%
Favorecen el intercambio cultural	26%
No está seguro	3%
En cuánto a si es o no favorable que existan diversas religiones en el país	
Es mejor	65%
No es mejor	31%
No está seguro	4%

Fuente: Terra/AP ; <http://www.terra.com/inmigracion/articulo/html/inm2450.htm>

Mientras que en España, se publicó el siguiente informe

Según el Informe de la Juventud de 1996, el 60% de los jóvenes (menores de 30 años) ve en la inmigración más inconvenientes que ventajas. En una Encuesta escolar sobre prejuicios racistas y valores solidarios, realizada en 1997, patrocinada por el Ministerio de Educación y por el Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales, dirigida por Tomás Calvo Buezas y aplicada a seis mil alumnos (entre 13 y 19 años) de todo el Estado español: el 65% de los encuestados opina que en España ya hay demasiados trabajadores extranjeros; el 51% que los inmigrantes quitan puestos de trabajo, el 42% que contribuyen al aumento del tráfico de drogas y de la delincuencia; el 65% que en España hay un número similar o superior de inmigrantes al existente en los otros países de la Unión Europea; y el 72% que la inmigración les trae sobre todo inconvenientes. En una encuesta de ASEP de 1997, el 46% de los encuestados opina que los inmigrantes contribuyen a aumentar el paro y un 47% que aumentan la delincuencia.

Fuente: Solana Ruiz, José Luis, Inmigración, hostilidades racistas y propuestas de hospitalidad, Universidad de Jaén, en http://www.ugr.es/~pwlac/G17_08JoseLuis_Solana_Ruiz.html+encuesta+%2B+inmigracion+&hl=es&lr=lang_es

- 2.1. Comparen la visión que tienen los países receptores del inmigrante, ¿qué datos son comparables entre las encuestas? ¿Por qué?
- 2.2. Del análisis de esta información ¿cuál podría decirse que es la visión que se tiene del inmigrante en los países receptores?

Actividad 3

¿Cómo son vistos los emigrantes por la sociedad de origen?

Anteriormente vimos la percepción de la sociedad receptora pero, ¿qué opina la sociedad del país de origen de los compatriotas que se van a vivir a otro país? Nuevamente en el caso argentino, la letra de una canción puede ser una fuente excelente para responder la pregunta:

Título de la canción: *Vos no confiaste*

Autor: el conjunto de rock “Dos minutos”

“Vos no confiaste
Y te fuiste del país
A buscar un futuro
Inmediato y mucho mejor
Hace un año y medio ya
Que estás viviendo en Madrid
Lavando copas en un bar
Tratando de sobrevivir
Vos no confiaste en la gente de tu país
Vos no esperaste a tu país
Vos no confiaste
Vos no esperaste”

Dos minutos, «Vos no confiaste», Puente Alsina, 1994

Extraído de Seman, Pablo ; Vila Pablo (1999) “Rock chabón e identidad juvenil en la Argentina Neo-liberal” en Filmus, D. (comp.) *Los noventa : política, sociedad y cultura en América Latina y Argentina de fin de siglo*, Buenos Aires, FLACSO- Eudeba, p. 245.

Matemática: el aporte de los datos numéricos al debate social

Analicen y consideren la información brindada anteriormente (el testimonio de García Canclini, el resultado de la encuesta y la letra de la canción) y el análisis que hace Margulis en el texto siguiente en torno al costo personal que significa la emigración.

“La emigración supone siempre un salto cultural, un desarraigo incurable, una profunda herida en los lazos sociales, culturales y afectivos. Toda migración tiene un costo en cuanto a la capacidad de comunicación, a la forma en que es posible insertarse en un nuevo mundo de signos, de sentidos, de costumbres de valores. En el mejor de los casos, aún en las trayectorias personales que culminan en el éxito económico o social se desciende, al insertarse en la nueva cultura, algún escalón en el plano comunicacional, en el uso cómodo de la trama compartida de significaciones. Nunca se adquiere la naturalidad y competencia cultural del nativo, siempre perdura la nostalgia del mundo perdido, algo, aunque sea una ligera vacilación en el uso de los códigos, alguna reminiscencia en el todo, en el acento, cuando no inscripta en los gestos o en los rasgos del cuerpo, denuncia siempre la condición de extranjero, de intruso, de alguien cuya legitimidad es cuestionada. Y si bien, la migración no agota el universo del racismo y de la discriminación, es-y ha sido- uno de los principales factores de institución social de la condición de “otro”, de extraño, de ilegítimo.”

Extraído de Margulis, M. (1998) “Globalización e Identidad cultural” en Bayardo, R. y Lacarrieu, M. (comp.) *Globalización e identidad cultural*, Ciccus, Buenos Aires, p. 50

- 3.1. Los que son argentinos, reflexionen sobre lo que sentirían si tuviesen que abandonar el país y comenzar a vivir en otro.
- 3.2. Los que son inmigrantes, reflexionen sobre lo que sentirían si, estando en su propio país, debieran convivir con inmigrantes, ¿qué actitud tendrían hacia ellos?.
- 3.3. Compartan estas reflexiones con sus compañeros.

Actividad 4

Disponibilidad de herramientas de trabajo matemático

En el transcurso de las clases, habrán podido identificar algunas dificultades y fortalezas en relación con el uso de las matemáticas conocidas. En tal sentido, reflexionen acerca de su desempeño en relación con las siguientes cuestiones.

- ¿Pudiste interpretar la información contenida en las tablas, gráficos?
- ¿Comprendiste el significado de las fórmulas y expresiones coloquiales?
- Al escribir usando lenguaje matemático, ¿podías hacerlo adecuadamente?
- ¿Conocías y utilizabas en forma pertinente las nociones matemáticas que permitían resolver los problemas?

La cuantificación de la opinión

- ¿Pudiste operar numéricamente y obtener resultados razonables en función de los datos? ¿Controlaste si esos resultados eran una respuesta a la pregunta planteada?
- ¿Pudiste elaborar argumentos matemáticos adecuados para justificar tus procedimientos? ¿Reconociste errores en las argumentaciones de otros? ¿Pudiste contraargumentar?

Articular los conocimientos de distintos campos para comprender más profundamente una temática es un tipo de práctica esperable de quien egresa de la escuela media. Conocer las propias fortalezas y dificultades en un campo de conocimiento permite tomar decisiones acerca de cómo encaminar los estudios que permitan completar aquellos conocimientos de los que no se disponga y se consideren necesarios.

Cierto sentido común no concibe la práctica científica como práctica social. Sin embargo, ya quedó atrás la idea que entendía la ciencia como una elaboración en soledad, aislada del contexto social y político de un grupo o un estado. La ciencia es una tarea social de práctica conjunta, es una actividad realizada por una comunidad con el propósito de contestar interrogantes de diverso tipo y producir conocimientos que puedan emplearse con fines diversos.

Tradicionalmente se pensaba que la investigación científica estaba orientada por valores humanitarios, de cuyos beneficios iba a gozar la humanidad, y, si esta actividad estaba planificada desde el estado, era razonable pretender que los resultados fueran utilizados para el beneficio de todos los ciudadanos. Desde esta perspectiva, las decisiones que deben tomar los científicos no pueden realizarse en contextos de opresión, pero tampoco en un marco de libertad absoluta.

En este sentido, es posible discutir cuál es la responsabilidad del científico en el uso que se haga de sus descubrimientos. Por ejemplo, retomando lo planteado en la obra de teatro "Copenhague", es interesante evaluar cuál es la responsabilidad de Heisenberg en la construcción de bombas atómicas a partir de sus estudios de física nuclear.

Según algunos especialistas que estudian el conocimiento científico y los procesos de su construcción, como Enrique Marí y Oscar Varsavsky, al elaborar un programa de ciencia se anticipan los resultados, es decir que algunas decisiones de los hombres de ciencia están tomadas o programadas desde el principio. Ellos evalúan que el programa científico prevé la aplicación, el uso, las consecuencias, por lo que no hay decisiones equivocadas sino que las responsabilidades son asumidas en función de los objetivos. En esta línea de pensamiento, los científicos son, en parte, responsables del uso de sus descubrimientos.

Otros especialistas, como Mario Bunge y Bertrand Russell, adjudican a los políticos y a otros responsables de tomar decisiones, la responsabilidad sobre la aplicación científica. En esta línea de pensamiento, plantean que todo avance científico es político y que las decisiones se toman en un marco de negociación (o de imposición de los poderosos) entre los científicos y los gobiernos, en función de obtener recursos para dominar. Desde esta perspectiva, no habría ciencia alternativa al poder, no habría ciencia más allá de los gobiernos y los grupos que la financian; y los científicos, si quieren producir, deben someterse a ellos.

Para alimentar el debate planteado es posible considerar algunos ejemplos sobre el uso de la ciencia. La lectura de revistas con publicaciones sobre estos usos en el campo de la medicina, para citar un caso, permite comprender que muchas vidas se han salvado por el uso de la penicilina, los antibióticos, las tomografías computadas, los diagnósticos con yodo radiactivo, etc.

También es posible considerar las consecuencias del uso inadecuado e imprudente de los avances científicos –como en el caso del bioterrorismo- y las decisiones que se toman en los centros de poder político, que, en ocasiones, suelen provocar gravísimos problemas sociales como la destrucción forestal y sus consecuencias para el medio ambiente. Es más, el no uso de los conocimientos científicos para la protección de los consumidores en todo el mundo como la falta de control bioquímico de los productos alimenticios de muy dudosa calidad, constituye un posible foco de debate.

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Otro modo de advertir las relaciones entre las esferas política, económica y social es conocer estudios basados en estadísticas, como por ejemplo, las distintas estimaciones acerca del crecimiento potencial de la población del planeta y de la producción de alimentos de la biosfera, y de los distintos puntos de vista respecto del nivel de vida considerado “deseable”, a propósito del problema de la distribución de los alimentos.

Por otra parte, analizar los avances científicos en los períodos de guerras permite observar que las naciones más poderosas invierten cuantiosos recursos en el desarrollo de la ciencia aplicada y la creación de recursos para ejercer variadas formas de dominación, aún a costa de la muerte de muchos seres humanos.

Los importantes desarrollos alcanzados por la ciencia y la tecnología hacen que sea necesario crear nuevos escenarios de debate y de reflexión dentro de la comunidad científica contemporánea, ya que se torna imposible separar la ciencia de la ética.

El recorrido propuesto a través de los distintos textos y actividades que integran este cuaderno tiene como objetivo mostrar que, para responder algunos interrogantes surgidos en el campo de otras ciencias se utilizan, en muchos casos, modelos matemáticos. En este sentido, para realizar las actividades propuestas los alumnos (en colaboración con los docentes), tendrán que recuperar conocimientos ya abordados en el transcurso de la escuela media o el Polimodal.

Capítulo 1

Modelos matemáticos y fisión nuclear

La obra de teatro Copenhague, considerada en otro de los módulos de esta serie, pone en escena un diálogo imaginario entre dos de los científicos más representativos de la fisión nuclear, Niels Bohr y Werner Heisenberg, y plantea el debate acerca de la responsabilidad que le cabe al científico sobre los usos de sus investigaciones. Estos hombres, uno danés y el otro alemán, trabajaban en el estudio de la composición de los átomos y tenían frecuentes intercambios cuando estalló la segunda guerra mundial. A partir de entonces, Heisenberg continuó sus estudios en Alemania y Bohr en Dinamarca.

El trabajo de Bohr giró sobre el modelo nuclear del átomo de Rutherford, en el que el átomo se ve como un núcleo compacto rodeado por un enjambre de electrones más ligeros. En su primer modelo postuló que los electrones giran alrededor del núcleo atómico en diversas órbitas circulares, las cuales determinan diferentes niveles de energía.

En el modelo actual, los electrones (que ya no se consideran partículas en el sentido clásico) no siguen órbitas circulares. El núcleo está constituido por protones y neutrones fuertemente unidos. Los primeros poseen carga eléctrica, en tanto que los neutrones son eléctricamente neutros (de ahí, su nombre). En función de los conocimientos actuales puede sostenerse que tanto los electrones, como los protones y los neutrones están compuestos a su vez por partes aún más elementales.



Niels Bohr: Físico danés, galardonado con el premio Nobel. Nacido en Copenhague el 7 de octubre de 1885. Bohr era hijo de un profesor de fisiología y cursó estudios en la universidad de su ciudad natal, doctorándose en 1911.

Actividad 1

Información sobre ciencia y reflexiones éticas

En el texto que sigue hay una serie de reflexiones escritas hace más de quince años por el físico argentino Daniel Bes que contribuyen a la comprensión del problema ético que plantea el uso de los descubrimientos científicos. En particular, se centra en los usos de la fisión nuclear del uranio, y aporta datos -que incluyen la perspectiva del científico Leo Szilard, contemporáneo de Niels Bohr y Werner Heisenberg-, que consideraba peligrosa la investigación nuclear.

Cincuenta años de la fisión nuclear

Las reservas conocidas de uranio pueden proveer el suministro energético de la humanidad por un tiempo del orden de algunos siglos. Estas estimaciones dependen obviamente de la estabilización de la población del planeta y del consumo per cápita que hagan las sociedades futuras. Pero mientras tanto, las contradicciones de las sociedades actuales pueden resultar en una guerra nuclear para la cual las dos superpotencias han acumulado un poder explosivo que equivale a 6.000 veces el de todas las bombas usadas durante la segunda guerra mundial, incluyendo las dos nucleares.

(...) El físico húngaro L. Szilard llegó a Inglaterra en 1933, huyendo de la persecución nazi a los judíos. Concibió un proceso en el cual, al ser bombardeado por una partícula, el núcleo se transforma en un emisor radiactivo capaz de expulsar dos o más partículas, proceso que recibió el nombre de fisión nuclear. Era posible imaginar así una reacción en cadena para liberar la energía almacenada en el núcleo. Desde el comienzo, Szilard temió las consecuencias de su trabajo y sugirió que los científicos no permitieran la divulgación de los descubrimientos peligrosos en países con regímenes dictatoriales. Los físicos británicos reaccionaron con frialdad ante esta propuesta, porque adherían a una tradición que exigía la libre difusión de las investigaciones para su crítica por la comunidad científica.

Los grandes físicos creadores de la mecánica cuántica no habían podido ver el fenómeno relativamente simple de la fisión nuclear, pero muchos de ellos se dieron cuenta inmediatamente de las implicaciones del descubrimiento. (...) Anderson, Fermi y Hanstein (en los EE.UU.), y Halban, Joliot y Kowarski (en Francia) mostraron en marzo de 1939 que durante el proceso de fisión eran emitidos de dos a cuatro neutrones. Esto permitió pensar en una reacción en cadena y motivó programas oficiales de investigación en energía nuclear en Gran Bretaña, Alemania y la U.R.S.S. En ese mismo momento las tropas alemanas invadieron le que había quedado de Checoslovaquia, después de Munich. La guerra era inevitable.

Por entonces Szilard renovó en EE.UU. sus esfuerzos de 1933 para lograr la censu-

Isótopos

Todos los núcleos de los átomos de un mismo elemento tienen la misma cantidad de protones, sin embargo la cantidad de neutrones no siempre es igual. A los núcleos que tienen la misma cantidad de protones (y que por lo tanto son del mismo elemento) pero que tienen distinta cantidad de neutrones (y entonces pesan distinto) se los llama isótopos de ese elemento. Por ejemplo, el uranio, tiene 92 protones en su núcleo. Algunos de sus núcleos tienen 143 neutrones, por lo que lo llamamos uranio 235 ($235=92+143$). A otros núcleos que también tienen 92 protones pero 146 neutrones los llamamos uranio 238 ($238=92+146$). El uranio 235 y el uranio 238 son entonces isótopos del uranio. Otros isótopos del uranio van desde el uranio 226 al uranio 240.

ra de las publicaciones sobre fisión. Detuvo la publicación de un trabajo suyo en el que mostraba la posibilidad de construir un reactor nuclear si se encontrase un moderador apropiado (es decir, un frenador de neutrones). Trabajos similares (tampoco publicados) fueron realizados en Francia, Alemania y la U.R.S.S. Szilard también persuadió a Anderson y a Fermi para que no publicaran sus resultados sobre absorción de neutrones por carbono, que señalaban las ventajas de dicho elemento. Quizás esto fue decisivo para el curso de la guerra: los alemanes sólo consideraron como moderador el deuterio (del que nunca tuvieron cantidades suficientes) porque habían medido una absorción en carbono erróneamente alta.

Los reactores nucleares (L. Turner, EEUU) se usaron para producir plutonio 239, a partir del cual se construyó la bomba que destruyó Nagasaki. En Gran Bretaña, Frisch y Peierls encontraron que sería posible aislar suficiente cantidad del isótopo del uranio 235 mediante el procedimiento de difusión, que fue empleado posteriormente en la construcción de la bomba arrojada sobre Hiroshima.

En la Argentina se utiliza actualmente la fisión nuclear para producir uranio enriquecido con el que se suministra energía .

Selección de la nota de "Ciencia Hoy" Volumen 1 - Nº 1 - Diciembre/ Enero 1989
Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Asociación Ciencia Hoy
Daniel R. Bes Departamento de Física Comisión Nacional de Energía Atómica

1.1. a. Identificar en el texto párrafos que se refieran a distintos usos de la energía liberada durante un proceso de fisión nuclear.

b. ¿Ustedes creen que los científicos deben poder discutir libremente y divulgar sus descubrimientos o que debería haber restricciones de algún tipo? Discutan grupalmente y luego den cuenta en forma oral de sus acuerdos y disensos y de los argumentos con que los sostienen las diversas posiciones.

c. Teniendo en cuenta la lectura de la introducción y del artículo de Daniel Bes, escriban un breve texto de no más de 15 líneas sobre el vínculo entre ciencia y política. En forma grupal y con la colaboración del docente, planifiquen el texto, de acuerdo con el género que se acuerde y el propósito (por ejemplo, informar o persuadir).

Ética

Es una parte de la Filosofía que trata de la moral y de las obligaciones del hombre. Es importante señalar que cada sociedad o cada cultura pueden tener diferentes criterios éticos.

Actividad 2

Una modelización posible del fenómeno de “reacción en cadena”

Los estudios sobre la composición de la materia, su movimiento y sus transformaciones fueron utilizados para construir una bomba con 50 kilogramos de uranio que estalló en agosto de 1945 sobre Hiroshima “brillando más que mil soles”-como señala el Dr. Paz en su artículo¹- y evaporó a decenas de miles de seres humanos en un instante.

Michiyoski Nakushina, un comerciante de Hiroshima, dijo: “Yo me había levantado de una silla para hablar por teléfono. La casa quedó llena de un fuego amarillo y el fuego se volvió después azul, y el azul se hizo rojo hasta que la ciudad, tan clara y sin nubes esa mañana, se hundió de pronto en una noche sucia”².

Para acercarnos a la comprensión de la enorme liberación de energía que se dio al estallar la bomba nos centraremos en el proceso de fisión nuclear y la reacción en cadena.

El texto siguiente les permitirá recuperar algunos conocimientos de física, necesarios para comprender el problema en estudio.

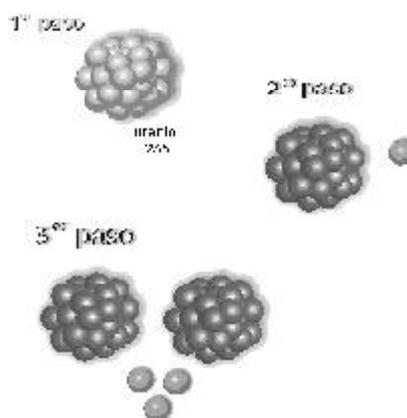
¿Cómo ocurre la fisión?

Los núcleos pesados, o núcleos con número de masa (que se representa habitualmente con la letra A) cercano a 200, están menos unidos que los intermedios con A próximo a 60.

Naturalmente, los núcleos pesados tienden a partirse en dos núcleos más livianos mediante una reacción nuclear llamada fisión.

Mirado de esta forma, todos los núcleos pesados deberían partirse mediante el proceso llamado «fisión espontánea», pero se observa que las fisiones espontáneas son muy raras. Esto se debe a que existe un efecto conocido como «barrera de fisión», similar al de la tensión superficial del vaso de agua, que impide que los núcleos pesados se partan espontáneamente. Se necesita una perturbación que desencadene el proceso de fisión.

Si un neutrón o un fotón gamma (?) chocan el núcleo, puede producirse una perturbación que venza la barrera de fisión y entonces el núcleo fisiona. Cuando ello sucede estamos en presencia de una «fisión inducida».



¹ Paz, J. P. Del átomo a la bomba Notas históricas sobre *Copenhage* de Michael Frayn

² L. Moledo y M. Rudinelli, *Dioses y demonios en el átomo*, Bs. As., Sudamericana, 1996.

Sea cual fuere el origen de la fisión (espontánea o inducida) el resultado es el mismo: el núcleo se parte, se producen radiaciones y partículas y se libera energía.

Cuando ocurre una fisión nuclear de un núcleo pesado como el de uranio 235, éste se parte en dos. Las dos partes en las que se divide el núcleo se llaman fragmentos de fisión: son isótopos radiactivos. En el mismo momento de la fisión se emite además radiación beta (β^-) y radiación gamma (γ). También se producen varios neutrones y unas partículas llamadas neutrinos. Posteriormente, y en tiempos que van desde algunas milésimas de segundo hasta algunos minutos, se producen nuevas emisiones de radiación gamma y beta, e incluso algunos neutrones.

En el instante de la fisión se libera una importante cantidad de energía, que se distribuye entre los neutrinos, la radiación beta y la radiación gamma, la energía cinética (o de movimiento) de los neutrones y, principalmente, la energía cinética de los fragmentos de fisión. Esta energía nuclear está originada en la transformación de parte de la masa del uranio 235 y es alrededor de 20.000.000 de veces más grande que la energía química proveniente de la unión de un átomo de carbono con dos átomos de oxígeno en la combustión del carbón. La energía nuclear es tan formidablemente grande que la fisión de 1 kg de uranio 235 produce tanta energía como el quemado de 600 toneladas de carbón mineral o petróleo.

El hecho que en una reacción de fisión se produzcan neutrones es lo que permite la aplicación tecnológica de este proceso: con un neutrón se induce la fisión, se produce energía y se recupera el neutrón para utilizarlo en una nueva fisión.

Cuando en algún lugar «adecuado» (básicamente en los reactores nucleares, diseñados artificialmente) algunos neutrones inducen fisiones de núcleos de uranio, aparecerán nuevos neutrones, a los que les pueden pasar cosas diferentes. Algunos de estos neutrones se fugarán, es decir saldrán de la región donde se encuentra el uranio. Otros reaccionarán con núcleos absorbentes que los absorberán. Algunos chocarán con las moléculas de una sustancia (normalmente agua o agua pesada) que funciona como moderador, ya que los frena y les quita velocidad (llevándolos de 20.000 km/seg a 2.200 m/seg, ya que son los neutrones lentos los más adecuados para inducir las fisiones) y los dispone para que puedan producir una nueva fisión. Si se dan las condiciones como para que de cada 1.000 fisiones (que generan 2.400 neutrones) se produzcan 1.400 absorciones y/o fugas, entonces podrá haber 1.000 nuevas fisiones, que a su vez generarán 2.400 nuevos neutrones y así sucesivamente se permite indefinidamente el mantenimiento de la reacción. A este proceso se lo llama «reacción en cadena automantenida».

Carlos Gho <http://WWW.cab.cnea.gov.ar/divulgacion>

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

2.1 Pensamos que un modo, relativamente simple, de comenzar a comprender la magnitud de la energía liberada en la fisión nuclear, es considerar la *Leyenda sobre el inventor del tablero del ajedrez*. Para comprenderla no hace falta saber jugar al ajedrez; basta simplemente estar enterado de que el tablero donde se juega está dividido en 64 casillas.

Esta leyenda nos llevará a definir una progresión geométrica que, con algunas restricciones, puede ser un modelo matemático útil para comprender la enorme cantidad de neutrones que van siendo impactados en un tiempo muy corto, cuando se produce una reacción en cadena, con la consiguiente liberación de energía.

Sheram, Seta y el tablero de ajedrez

En el siglo VI DC, vivía el rey hindú Sheram quien había perdido a su hijo en una batalla. A causa de esta tragedia había decidido encerrarse en su castillo y no hablar con nadie. Uno de sus ministros llamó a todos los científicos y filósofos del reino para que buscaran cómo “solucionar” la tristeza del rey. Uno de ellos inventó un juego de estrategias: el ajedrez. El rey no sólo volvió a sonreír sino que se convirtió en un gran maestro de este juego. Quedó tan feliz con el invento que, al enterarse de que el inventor era uno de sus súbditos, lo mandó llamar con el objeto de recompensarlo personalmente por su acertado invento.

El inventor, llamado Seta, se presentó ante el soberano. Era un sabio vestido con modestia, que vivía gracias a los medios que le proporcionaban sus discípulos.

- Seta, quiero recompensarte dignamente por el ingenioso juego que has inventado.

El sabio contestó con una inclinación.

- Soy bastante rico como para poder cumplir tu deseo más elevado. Di la recompensa que te satisfaga y la recibirás.

Luego de ciertos silencios de Seta, que parecían causados por una extrema timidez, se atrevió a responder:

- Grande es tu magnanimidad, soberano. Pero concédeme un corto plazo para meditar la respuesta. Mañana, tras maduras reflexiones, te comunicaré mi petición.

Cuando al día siguiente Seta se presentó de nuevo ante el trono, dejó maravillado al rey con su petición sin precedentes, por su modestia.

- Soberano: manda que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero del ajedrez, por la segunda casilla ordena que me den 2 granos; por la tercera, 4; por la cuarta, 8; por la quinta, 16; por la sexta, 32 así sucesivamente

- ¿Un simple grano de trigo?

- Sí, soberano, sólo uno por la primera.

- ¡Basta! Recibirás el trigo correspondiente a las 64 casillas del tablero de acuerdo con tu deseo: por cada casilla doble cantidad que por la precedente. Pero has de saber que tu petición es indigna de mi generosidad. Al pedirme tan mísera recompensa, menosprecias, irreverente, mi benevolencia. En verdad que, como sabio que eres, deberías haber

dado mayor prueba de respeto ante la bondad de tu soberano. Retírate. Mis servidores te entregarán un saco con el trigo que necesitas.

Seta sonrió, abandonó la sala y quedó esperando en la puerta del palacio.

Durante la comida, el rey se acordó del inventor del ajedrez y envió para que se enteraran de si ya habían entregado al reflexivo Seta su mezquina recompensa.

Uno de sus súbditos le respondió que su orden se estaba cumpliendo, que los matemáticos de la corte estaban calculando el número de granos que correspondería entregarle a Seta.

El rey frunció el ceño. No estaba acostumbrado a que tardaran tanto en cumplir sus órdenes.

Por la noche, al retirarse a descansar, el rey preguntó de nuevo cuánto tiempo hacía que Seta había abandonado el palacio con su saco de trigo.

Otro de sus súbditos le respondió que los matemáticos trabajaban sin descanso y esperaban terminar los cálculos al amanecer.

El rey grito indignado:

-¿Por qué va tan despacio este asunto? Que mañana, antes de que me despierte, hayan entregado a Seta hasta el último grano de trigo. No acostumbro a dar dos veces una misma orden.

Por la mañana comunicaron al rey que el matemático mayor de la corte solicitaba audiencia para presentarle un informe muy importante. El rey mandó que le hicieran entrar. Antes de permitirle comenzar su informe, el rey quiso saber si se había entregado por fin a Seta la mísera recompensa que había solicitado.

- Precisamente para eso me he atrevido a presentarme tan temprano. Hemos calculado escrupulosamente la cantidad total de granos que desea recibir Seta. Resulta una cifra tan enorme, monstruosa...

- ¡Dime ya cuál es esa cifra tan monstruosa. Siempre cumplo mis promesas!

- ¡Oh, soberano!

Dieciocho trillones cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones setenta y tres mil setecientos nueve millones quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince.

a. Para hacerse una idea de lo inmenso de esta cantidad, calculen aproximadamente la magnitud que debería tener el granero cilíndrico capaz de almacenar esa cantidad de trigo, sabiendo que un metro cúbico de trigo contiene cerca de 15 millones de granos. Supongan que el granero tuviera 4 m de alto y 10 m de diámetro y calculen su longitud.

b. El rey hindú, naturalmente, no podía entregar semejante recompensa. Sin embargo, de haber estado fuerte en matemática, hubiera podido librarse de esta deuda tan gravosa. Para ello le habría bastado simplemente proponer a Seta que él mismo contara, grano a grano, el trigo que le correspondía. ¿Cuánto tiempo hubiera tardado en hacerlo?

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

2.2 En vez de realizar el cálculo casilla por casilla, manualmente, vamos a analizar un modelo matemático que nos permita estudiar éste y otros casos análogos. Recordemos que nuestro objetivo es comprender mejor la increíble rapidez de crecimiento, tanto de la cantidad de granos como de la magnitud de la explosión atómica. Para simplificar los cálculos podríamos aproximar a 2 la cantidad media de neutrones liberados en cada fisión que en realidad suele estar entre 2 y 3.

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512						

Como habrán observado, y dado que la cantidad de granos en cada casillero se obtiene multiplicando por 2 la cantidad del casillero anterior, al considerar los valores en cada casillero resulta una sucesión de potencias de 2: $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$, etc.

a. ¿Cuál es el exponente al que hay que elevar a 2 para obtener el número de granos del casillero 8? ¿Y del casillero 10 o del 64?

b. Escriban un procedimiento para calcular el número de granos que corresponde a un casillero n cualquiera.

c. Considerando la definición de progresión geométrica para el caso de los granos de trigo, y llamando a_1 al valor correspondiente al casillero 1, a_2 al valor correspondiente al casillero 2, ..., y a_n para el casillero n , ¿qué valor tienen a_1 y q ?

d. Respondan y discutan sus respuestas

¿Es cierto que si $a_1 = 2$ el valor de a_{64} se duplica?

¿Cuánto varía el valor de a_{64} si se colocaran 3 granos en el primer casillero?

¿Cuándo se obtiene un valor mayor: si $a_1 = 3$ y $q = 2$, o si $a_1 = 2$ y $q = 3$? ¿Por qué?

Progresión geométrica

Es un conjunto ordenado de números, cuyo primer elemento que se simboliza a_1 es un número cualquiera y cada siguiente se obtiene multiplicando al anterior por un número determinado que se simboliza q (y se llama razón de la progresión). La cantidad de términos de la progresión se simboliza con la letra n .

Capítulo 1: Modelos matemáticos y fisión nuclear

e. Completen la tabla siguiente para obtener una expresión que valga para una progresión geométrica dada una cantidad inicial a_1 y una razón q :

Orden del casillero	Granos de trigo por casillero en el caso de la leyenda	Expresión para valores cualesquiera de a_1 y q
1	1	a_1
2	$1 \cdot 2 = 2 = 1 \cdot 2^1$	$a_2 = a_1 \cdot q^1$
3	$2 \cdot 2 = 4 = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^2$	$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^1 \cdot q = a_1 \cdot q^2$
4	$4 \cdot 2 = 8 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^3$	$a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^2 \cdot q = a_1 \cdot q^3$
5		
		$a_{14} = a_{13} \cdot q = a_1 \cdot q^{12} \cdot q = a_1 \cdot q^{13}$
...
64		
N		$a_n =$

Actividad 3

Distintos modelos de variación

Muchas veces la intuición es útil para resolver problemas, pero otras puede llevarnos a visiones equivocadas de la realidad. Por ejemplo, si un ser humano en sus primeros cinco meses de vida aumenta de peso un promedio de un kilogramo mensual, ¿cuánto pesará cuando cumpla su mayoría de edad? ¿Y a los 42 años? Si para responder a esta pregunta aplicáramos proporcionalidad directa obtendríamos un resultado absurdo: que a los 21 años una persona pesa 250 kg y a los 42 años 500 kg.

En ocasiones, pensamos que la proporcionalidad es aplicable a muchas situaciones que, cuando se las analiza en detalle, no responden a un modelo de variación proporcional.

3.1 Consideren lo que el rey Sheram le dijo a Seta y discutan si su afirmación pudo deberse a que consideró una variación directamente proporcional de los granos en función de la cantidad de casillas. *"Pero has de saber que tu petición es indigna de mi generosidad. Al pedirme tan mísera recompensa, menosprecias, irreverente, mi benevolencia"*

3.2 Otra forma de variación posible es pensar que la cantidad de granos se obtiene sumando siempre 2, es decir que los valores correspondientes a cada casillero formen una progresión aritmética de razón 2.

- En este caso, ¿cuántos granos habría en el casillero 8? ¿Y en el casillero 64?
- Escriban un procedimiento para calcular número de granos que corresponde a un casillero n cualquiera.

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

c. Considerando la definición de progresión aritmética para el caso de los granos de trigo, y llamando a_1 al valor correspondiente al casillero 1, a_2 al valor correspondiente al casillero 2, ..., y a_n para el casillero n , ¿qué valor tendrían a_1 y r ?

d. Respondan y discutan sus respuestas

¿Es cierto que si $a_1 = 2$ el valor de a_{64} se duplica?

¿Cuánto varía el valor de a_{64} si se colocaran 3 granos en el primer casillero?

¿Cuándo se obtiene un valor mayor: si se aumenta en 1 a_1 o r ? ¿Por qué?

e. Completen la tabla siguiente para obtener una expresión que valga para cualquier cantidad inicial de granos y cualquier número para ir sumando al anterior:

Progresión aritmética

Es un conjunto ordenado de números, cuyo primer elemento, que se simboliza a_1 , es un número cualquiera y cada siguiente se obtiene sumando al anterior un número determinado que se simboliza r (y se llama razón de la progresión). La cantidad de términos de la sucesión se simboliza con la letra n .

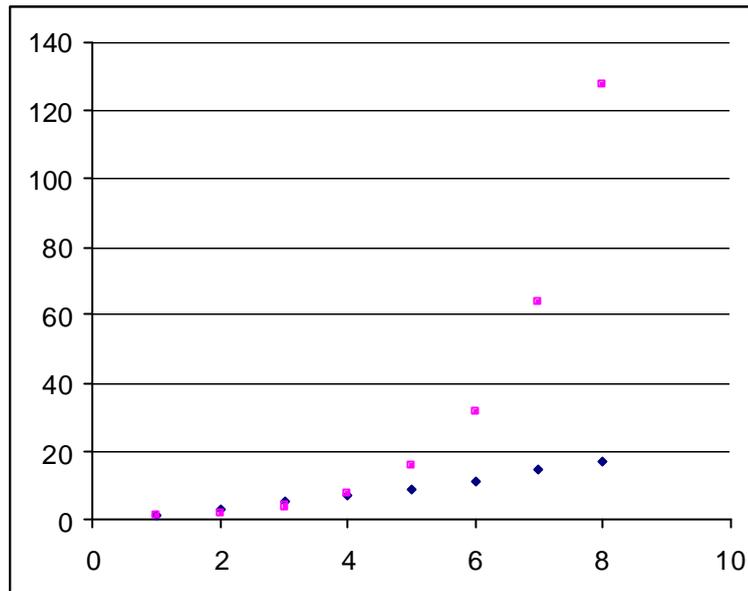
Orden del casillero	Granos de trigo por casillero	Valor correspondiente
1	1	a_1
2	3	$a_2 = a_1 + 1 \cdot r$
3	5	$a_3 = a_2 + 1 \cdot r = a_1 + 1 \cdot r + r = a_1 + 2 \cdot r$
4		
5		$a_5 = a_4 + 1 \cdot r = a_1 + 3 \cdot r + r = a_1 + 4 \cdot r$
.....
		$a_{16} = a_{15} + 1 \cdot r = a_1 + 14 \cdot r + r = a_1 + 15 \cdot r$
64		
n		

3.3 Comparen la forma en que crecen los términos de las progresiones de razón 2:

Progresión geométrica $a_n = 1 \times 2^{n-1}$.

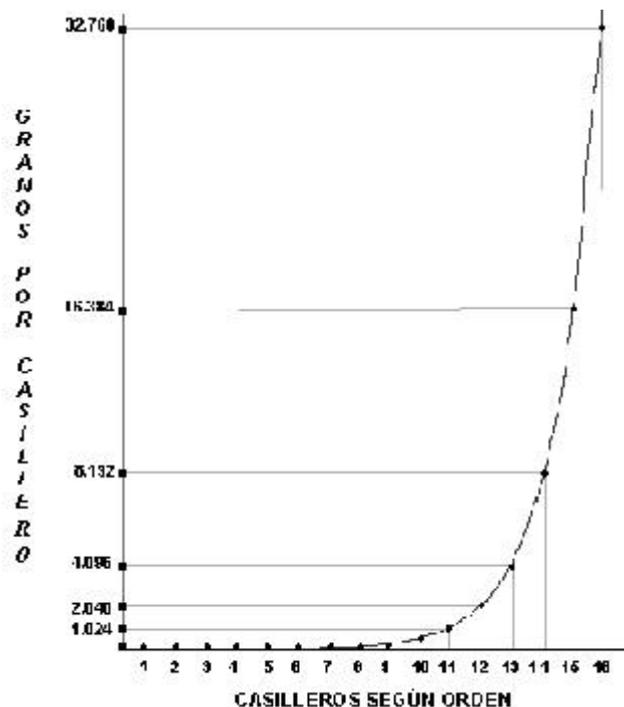
Progresión aritmética $a_n = 1 + 2(n-1)$

Capítulo 1: Modelos matemáticos y fisión nuclear



- Registren sus conclusiones.
- ¿Cuántos puntos más consideran que podrían representar en el mismo gráfico de cada progresión? ¿Por qué?
- Cuando se analiza el caso de la reacción en cadena es necesario tener en cuenta que el átomo de uranio se puede partir de muchas maneras distintas. Sin embargo, si se simplifican las condiciones, es posible aproximar algunos de los posibles comportamientos de esta reacción al modelo de la progresión geométrica.

El siguiente gráfico permite ver, para el caso de los granos de trigo, cómo se comporta la progresión geométrica de razón 2 en una mayor cantidad de pasos. Teniendo en cuenta que podría modelizar la cantidad de neutrones que van siendo alcanzados por una reacción en cadena comenten el tipo de crecimiento que se espera de este fenómeno.



Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Actividad 4

Cantidad de energía y suma de los términos de una progresión

Retomemos el análisis de la reacción en cadena.

Ésta es iniciada por un solo neutrón, pero produce dos o tres neutrones. Estos pueden iniciar dos o tres reacciones que producen a su vez más neutrones, y así sucesivamente. Esta es, pues, una reacción en cadena ramificada.

La cantidad de energía está relacionada con el total de los neutrones que se va produciendo en la fisión nuclear. Un modelo que permite aproximarnos a la magnitud de esta enorme cantidad de energía es el de la suma de los términos de una progresión geométrica y compararla con la suma de los términos de una progresión aritmética

4.1 Consideren el siguiente razonamiento que nos permite obtener la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica. Anoten al lado de cada paso qué propiedades permiten asegurar que se mantiene la igualdad.

$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1}$	
$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^n$	
$q \cdot S_n - S_n = a_1 \cdot q^n - a_1$	
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$	

4.2 a. Calculen, con la mayor precisión que la calculadora les permita, cuántos granos de trigo era el total de lo que Seta le pedía al rey y compárenlo con el cálculo que hicieron los matemáticos de aquella época: *Dieciocho trillones cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones setenta y tres mil setecientos nueve millones quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince*

b. Seguramente en el grupo hay distintas calculadoras por lo que habrán obtenido resultados distintos. Compárenlos con el siguiente:

$$S_{64} = \frac{1(2^{64} - 1)}{2 - 1} = 2^{64} - 1 = 1,844674407 \cdot 10^{19} - 1 = 18\,446\,744\,000\,000\,000\,000$$

¿Cuántas unidades de diferencia hay entre ellos?

c. ¿Consideran que en el caso de los granos es significativo restar 1 para calcular S_{64} ?

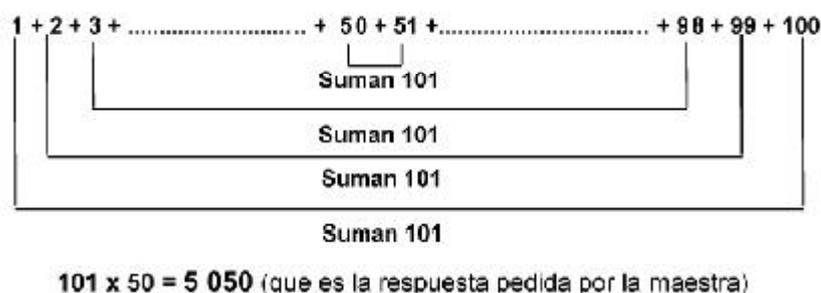
Capítulo 1: Modelos matemáticos y fisión nuclear

4. 3 Para analizar el caso de la suma de las progresiones aritméticas consideren el caso siguiente:

- a. Lean el texto "Una idea brillante", para comprender el razonamiento que, a fines del siglo XVIII, realizó el joven Carl Gauss.

Una idea brillante

Cuenta la historia que cuando Gauss estaba cursando su primer grado de la escuela, la maestra les dio como tarea (que más bien parece un castigo), tanto a él como a sus compañeros, que sumaran todos los números desde el uno hasta el cien. Gauss llegó a su casa y en pocos minutos terminó la tarea. Su razonamiento fue el siguiente:



- b. Supongan que cuando el rey trató de irreverente a Seta estaba pensando en un modelo de crecimiento aritmético y calculen, usando el método de Gauss, cuántos granos tendría que haber pagado el rey.

4. 4 Consideren los pasos siguientes para encontrar la fórmula de S_n para calcular la suma de cualquier caso de progresión aritmética.

- a. Completen los pasos tercero y quinto teniendo en cuenta la idea de Gauss.

Primer paso: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

Segundo paso: $a_1 = a_1$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

.....

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Tercer paso: $S_n = n \cdot a_1 + \text{-----} (1)$

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Cuarto paso: S_n También puede pensarse "de atrás para adelante":

$$\begin{aligned} a_n &= a_n \\ a_{n-1} &= a_n - r \quad (\text{pues } a_{n-1} \text{ es el término anterior a } a_n) \\ a_{n-2} &= a_n - 2r \\ a_{n-3} &= a_n - 3r \\ &\dots\dots\dots \\ a_1 &= a_n - (n-1) \cdot r \end{aligned}$$

Quinto paso: $S_n = n \cdot a_n$ (.....) (2)

Sexto paso : si se suman miembro a miembro las expresiones (1) y (2) , se puede encontrar una expresión sencilla para calcular S_n

b. Realicen el sexto paso y comparen las fórmulas que obtuvieron.

4.5. La energía liberada en una reacción en cadena en un cierto tiempo se puede calcular conociendo la energía que se libera en cada paso y el número de pasos en ese tiempo. Podemos tomar como dato que el tiempo promedio entre la emisión rápida de un neutrón en una fisión y la captura de ese neutrón para iniciar la siguiente fisión es del orden de 1 milisegundo. Este dato corresponde al tiempo para una fisión que tiene lugar en un reactor nuclear. (Eisberg, R., Resnick, R. (1979): Física Cuántica. México: Limusa.).

La energía liberada en cada fisión es aproximadamente de 200 MeV (mili electrón volt). Es una energía muy pequeña que requiere utilizar una unidad diferente a la que usamos para calcular el consumo de energía eléctrica en una casa de familia. Para poder comparar debemos saber que 1MeV que equivale a $4,45 \times 10^{-20}$ kw-hora y, por lo tanto, cada fisión libera una energía equivalente a $4,45 \times 10^{-20}$ kw-hora $\times 200 = 8,9 \times 10^{-18}$ kw-hora.

En 1/100 segundo, o sea en 10 milisegundos se dan 10 pasos de la reacción. La suma de la cantidad de impactos se puede calcular con la fórmula de la suma de progresión geométrica de razón 2.

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \cdot q = 1 \quad \text{donde } n = 10, q = 2, \text{ y } a_1 = 1$$

$$S_n = (2^{10} - 1) : (2 - 1) \text{ aprox.} = 2^{10}$$

Para saber el total de energía liberada en esos impactos se puede multiplicar por $8,9 \times 10^{-18}$ kw-hora por el total de impactos.

$$E \text{ (en kw-hora)} = 8,9 \times 10^{-18} \times 2^{10} = 9,11 \times 10^3 \times 10^{-18} = 9,11 \times 10^{-15}$$

Capítulo 1: Modelos matemáticos y fisión nuclear

a. Consideren la siguiente tabla y expliquen el significado de los datos de una misma fila.

Tiempo en milisegundos	Impactos	Energía liberada	Tiempo que abastece esa energía a una casa que consume por mes 250 kw-hora
10	$2^{10} = 1024$	$9,11 \times 10^{-16}$	
50	$2^{50} = 1,126 \times 10^{15}$	$8,9 \times 10^{-18} \times 1,126 \times 10^{15} = 10,02 \times 10^{-3}$	4×10^{-5} meses (aprox menos de 2 min)
70	$2^{70} = 1,18 \times 10^{21}$	$1,05 \times 10^4$	42 meses
80	$2^{80} = 1,21 \times 10^{24}$	$1,076 \times 10^7$	43000 meses = 1793 años
100 = 1/10 seg	$2^{100} = 1,27 \times 10^{30}$	$1,128 \times 10^{13}$	$4,5 \times 10^{10}$ meses = 1,88 x 10^9 años (1880 millones de años)

b. Sabiendo que en cada paso se fisiona un átomo, ¿Cuántos se impactaron en total en 10 milisegundos?

c. Si 1 kg de uranio tiene $2,56 \times 10^{24}$ átomos, ¿en cuántos pasos son impactados todos ellos en una reacción en cadena?

d. En el caso de la bomba de Hiroshima se usaron 50kg de uranio, ¿en cuánto tiempo fueron impactados todos los átomos?

e. Si la reacción hubiera sido una progresión aritmética ¿en cuánto tiempo se hubieran impactado todos los átomos?

f. Estimar cuántas viviendas podrían abastecerse durante 1 mes con la cantidad de energía liberada en Hiroshima.

Actividad 5

Variaciones y procedimientos matemáticos

5.1 Para resolver problemas, tanto de la Física como de otras ciencias, se usan frecuentemente modelos matemáticos que permiten estudiar una situación real.

En la actividad 2 usaron una progresión geométrica de razón 2 como modelo para comprender la enorme cantidad de neutrones que van siendo impactados en un tiempo muy corto cuando se produce una reacción en cadena, y en la actividad 3 compararon ese modelo de variación con el de una progresión aritmética.

¿Qué es un modelo matemático?

No es esta una pregunta a la que pueda darse una definición sencilla que involucre a todos los casos, excepto que ésta sea tan amplia como la de Marvin Minsky, quien dice simplemente:

«Un modelo (M), para un sistema (S) y un experimento (E), es cualquier cosa a la cual E puede ser aplicado a M de forma de responder preguntas sobre S.»

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

El modelo matemático está constituido por relaciones matemáticas establecidas en términos de variables, que representa la esencia del problema que se pretende solucionar.

Un modelo siempre debe ser menos complejo que el problema real; es una aproximación abstracta de la realidad con consideraciones y simplificaciones que hacen más manejable el problema y permiten evaluar eficientemente las alternativas de solución.

Un modelo es, necesariamente, una idealización abstracta del problema, por lo que, si se quiere que el modelo sea manejable (susceptible de ser resuelto), casi siempre se requieren aproximaciones y suposiciones de simplificación. Por lo tanto, debe tenerse cuidado de que el modelo sea siempre una representación válida del problema. El criterio apropiado para juzgar la validez de un modelo es el hecho de si predice o no con suficiente exactitud los efectos relativos de los diferentes cursos de acción, para poder tomar una decisión que tenga sentido.

a. El modelo de variación utilizado (la progresión geométrica) no describe exactamente el proceso de la reacción en cadena. ¿Por qué?

b. ¿Qué otros modelos de variación conocen? Escriban algún ejemplo, incluyendo una situación o fenómeno que pueda ser modelizada por él.

5.2 Resuelvan las actividades 1 y 2 de la sección "Tablas, gráficos y fórmulas" del Anexo, en las páginas 130 a 132, y comenten cuáles de las representaciones y propiedades consideradas en ellas fueron utilizadas en la actividad 3.3.

5.3 En las actividades anteriores usaron expresiones como la siguiente $a_n = a_1 q^{n-1}$ que determina el término n de una progresión geométrica y $a_n = a_1 + (n-1)r$ que determina el término n de una progresión aritmética.

También operaron con expresiones algebraicas para obtener, por ejemplo, la fórmula que permite calcular la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica sin tener que realizar efectivamente la suma de los términos involucrados.

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

a. Escriban el término general y los primeros 5 términos de las progresiones aritmética y geométrica definidas por:

$$a_1 = \frac{3}{2} \text{ y razón } \frac{5}{2}$$

b. Escriban los primeros 5 términos de las siguientes progresiones:

$$P1: a_1 = 5 \quad q = 0,2$$

$$P3: a_1 = 5 \quad r = 0,2$$

$$P2: a_1 = -5 \quad q = -3$$

$$P4: a_1 = -5 \quad r = -3$$

Capítulo 1: Modelos matemáticos y fisión nuclear

5.4 Resuelvan algunos de los siguientes problemas, y discutan cómo pueden relacionarlos con los que resolvieron antes.

a. El valor de un equipo de computación se deprecia 18% cada año. Su precio original fue \$1.900. ¿Cuánto valdrá al cabo de 9 años?

b. Andrés, de 10 años, fue a pasar dos semanas con sus abuelos al campo. Ellos le prometieron que si colaboraba en las tareas le regalarían \$2 el primer día, \$2,50 el segundo día, \$3 el tercer día y así aumentando de a 50 centavos hasta el decimocuarto día. El niño ayudó mucho y sus abuelos cumplieron la palabra.

-) ¿Cuánto dinero le dieron el decimocuarto día?
-) ¿Cuánto dinero le dieron en total?

c. Una ciudad tiene hoy 600.000 habitantes. La tasa de crecimiento de esa población es 8% anual. ¿Cuántos habitantes tendrá dentro de trece años?

d. Consideremos la siguiente situación: 2 ciclistas se preparan para una competencia: Pablo comienza con 1000 metros, y todos los días agrega 1000 metros más, en tanto que Emilio empieza con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. ¿Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?

e. Un joven ahorra cada mes \$5 más que el mes anterior. En 5 años sus ahorros sumarán \$ 9330. Determinar lo que ahorró el primer mes y lo que ahorró el último mes.

f. Un padre proyecta colocar en un baúl \$ 1 el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en cada cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en total en el baúl al día siguiente del cumpleaños 18º?

g. Una máquina costó \$ 9000. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al 15% del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?

h. El número de bacterias de un cultivo está aumentando un 25 % cada hora. Si al principio había 300000 ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

i. El valor de un auto se deprecia 18 % cada año. Su precio original fue \$ 19000. ¿Cuánto valdrá al cabo de 9 años?

5.5 Para responder el punto 3.1 de la actividad 3 desarrollaron una argumentación utilizando términos matemáticos y propiedades conocidas. Identifiquen cuáles son.

5.6 En los puntos 3.2 y 3.3 de la misma actividad también formularon explicaciones y dieron razones acerca de procedimientos realizados. ¿Tuvieron dificultades para hacerlo? ¿Cuáles?

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Capítulo 2

Modelos matemáticos y radiactividad

En el capítulo anterior se utilizó la noción de progresión geométrica como un modelo matemático posible para describir de forma aproximada una reacción en cadena y evaluar la rapidez y magnitud de su crecimiento. En este capítulo analizaremos otros modelos matemáticos para estudiar el fenómeno de la radiactividad y tener una idea aproximada del tipo de decrecimiento que sufren las sustancias radiactivas al desintegrarse en átomos de otros elementos.

Actividad 1

Radiación e impacto ambiental

La radiación está naturalmente en el aire, en los alimentos, en los suelos, pero también proviene de actividades humanas. Desde los orígenes de la vida, los seres vivos han estado expuestos a la radiación natural. Con el descubrimiento de los “rayos X” por Roentgen y del elemento “radio” por María Curie a fines del siglo XIX, a los valores naturales de irradiación se le sumaron los valores de las fuentes artificiales, creadas por los seres humanos con fines diversos. Para apreciar las consecuencias y riesgos de la exposición a las radiaciones conviene tener en cuenta que desde siempre todos los organismos vivientes han estado sometidos a una irradiación natural, a la que están adaptados, y que son capaces de corregir hasta un cierto punto los daños generados por esa irradiación.

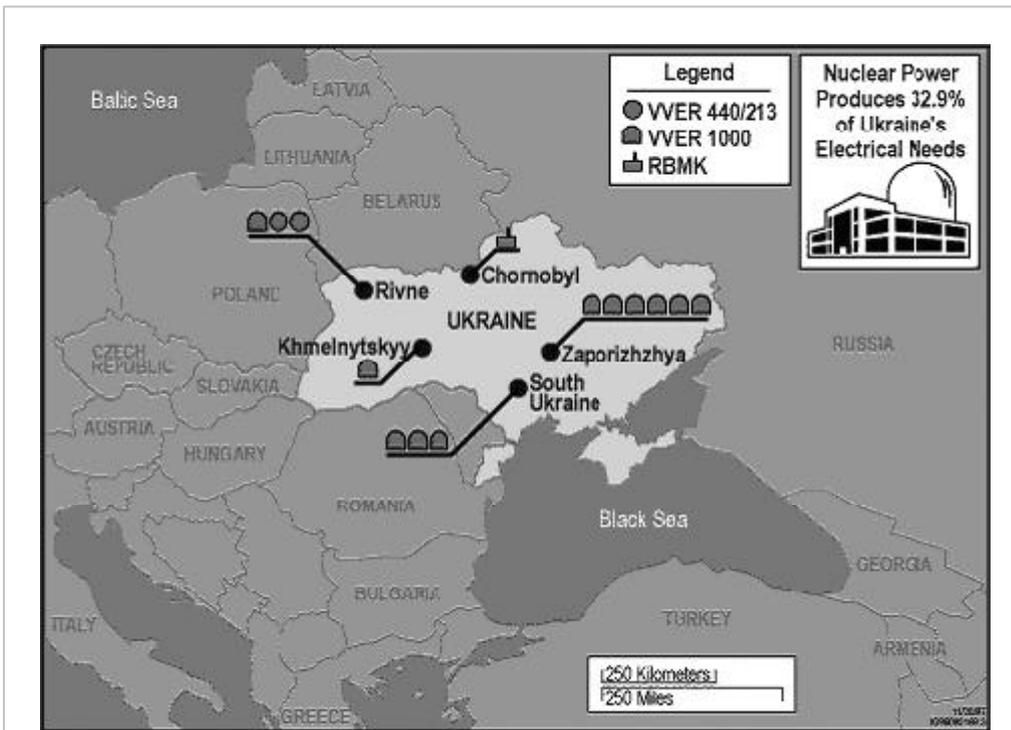
Con las radiaciones producidas por distintos elementos se hacen diagnósticos médicos, se tratan enfermedades, se datan antigüedades y se preservan alimentos. Sin embargo, la radiactividad puede dañar las células del organismo y la exposición a altos niveles es mortal si se trata de manera inadecuada.

El accidente de Chernobyl

El 26 de abril de 1986, el más grave accidente en la historia de la industria nuclear ocurrió en la Unidad 4 de la central nuclear de Chernobyl, en la antigua Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas, cerca de las actuales fronteras de Bielorusia, la Federación Rusa y Ucrania. El reactor fue destruido y, durante los siguientes diez días aproximadamente, grandes cantidades de material radiactivo fueron liberadas en el medio ambiente.

La unidad 4 era el más moderna de los 4 reactores nucleares que componían la central nuclear de Chernobyl.

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias



Ubicación geográfica de la Central nuclear de Chernobyl

El evento iniciador consistió en un descontrol de la potencia del reactor, la que alcanzó un pico de aproximadamente 100 veces la potencia nominal. Como consecuencia de este exceso de potencia el refrigerante experimentó un desmedido aumento de su presión, superando los valores normales de funcionamiento y provocando la rotura de los tubos de presión y de una plataforma de blindaje de hormigón de tres metros de espesor, ubicada en la parte superior del núcleo del reactor. Además, el grafito del moderador, a una temperatura de operación de 600°C , entró en combustión al exponerse al oxígeno del aire, originando un incendio de proporciones.

Una fracción importante del volumen de los materiales radiactivos contenidos en el núcleo del reactor se dispersó en el ambiente, impulsada por la corriente ascendente de gases proveniente de la combustión del grafito. El uranio y otros materiales radiactivos del reactor, al no poder ser refrigerados, se fundieron como una especie de lava, llamada «corium», que se fue escurriendo por diversos lugares.

Al cabo de diez días de ingentes esfuerzos, las brigadas de intervención lograron apagar el incendio y cubrir el núcleo del reactor con diversos materiales que bloquearon la emisión a la atmósfera de los materiales radiactivos. Estos no obstante, se habían dispersado en extensas áreas de lo que actualmente son territorios de la República Federativa Rusa, República de Belarus y Ucrania, impulsados por vientos que soplaban hacia el norte de Europa y precipitados por las lluvias que cayeron durante ese período.

Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad

Las autoridades de la ex- Unión Soviética adoptaron medidas urgentes, tales como la evacuación de 50 000 personas de la vecina ciudad de Prypiat un día después del accidente, el bloqueo de rutas terrestres y fluviales, la delimitación de una zona de exclusión de 30 km de radio con centro en el reactor, etc.

Las medidas a mediano y largo plazo consistieron en la fijación de valores indicativos de dosis y depósito radiactivo en suelos, que acarrearón la reubicación de miles de personas, animales de granja, el decomiso de alimentos y productos agrícolas y la descontaminación de suelos.

En el mes de noviembre de ese año se había concluido la construcción de una estructura de hormigón que contiene íntegramente los restos del reactor dañado («sarcófago») y numerosos diques para prevenir la contaminación radiactiva de los acuíferos contribuyentes al reservorio de Kiev (ciudad de 2,5 millones de habitantes en 1986, situada a una distancia de 100 km al sur de la central

Las consecuencias radiológicas en los trabajadores (denominados «liquidadores») que participaron en las operaciones de control del fuego y las radiaciones, fueron significativas principalmente la muerte de 28 personas inmediatamente después de ocurrido el accidente, como consecuencia del Síndrome Agudo de la Radiación.

Las consecuencias radiológicas sobre el público en general, tanto de las zonas más expuestas, como del resto del planeta, fueron objeto de manejos de la información, desde los que afirmaban que nada pasaría hasta los que sostenían que habría una importante cantidad de muertes a esperar.

Chernobyl es, sin dudas, el accidente más grave ocurrido en la industria nucleoelectrica, tuvo consecuencias radiosanitarias, económicas, sociales y hasta políticas notables. No sólo la ex - Unión Soviética, sino la comunidad nuclear internacional toda, se enfrentó a problemas inéditos, muchos de los cuales debieron ser resueltos en tiempos perentorios.

A quince años de Chernobyl se puede concluir que el accidente se debió a la conjunción de debilidades en el diseño de los reactores RBMK, y a la operación del mismo en condiciones inseguras que violaban procedimientos explícitos de operación. Ambas situaciones motivadas por una deficiente cultura de la seguridad y por la desinformación, tanto en la organización explotadora de la central como en el órgano regulador.

En la actualidad se juzga importante mejorar la calidad del sarcófago, para lo que existen proyectos concretos.

Carlos Gho <http://www.cab.cnea.gov.ar/divulgacion>

Chernobyl no acabó con la pesadilla nuclear

Pero los problemas de Chernóbil están lejos de haber acabado, pues el reactor dañado permanecerá radiactivo como mínimo los próximos 100.000 años. Aún hoy 400 kilogramos de plutonio, más de 100 toneladas de combustible nuclear y otras 35 toneladas de polvo radiactivo, permanecen dentro del maltrecho *sarcófago* de plomo, boro y cemento que envuelve la central y que necesita ser reparado o sustituido con urgencia. El sarcófago, diseñado en teoría para aguantar 30 años, necesita ser reparado o sustituido con urgencia, al tener 200 m² de grietas y graves problemas de estructura. Cerca de 12.000 personas trabajan en la zona contaminada, y siguen recibiendo dosis inadmisibles de radiactividad.

Una de las consecuencias de la catástrofe de Chernobyl fue la absorción por el organismo de miles de personas de grandes cantidades de yodo-131 y cesio-137. El yodo-131, aunque tiene una vida corta, se acumula en la glándula tiroides, causando hipertiroidismo y cáncer, sobre todo en los niños. El cesio-137 tiene una vida media de 30 años, por lo que sus efectos aún se harán notar.

El ADN de las células germinales que transmiten la información genética fue dañado por la radiactividad, algo que no ocurrió ni en Hiroshima ni en Nagasaki, según un estudio dirigido por Yuri Dubrova, del Instituto Vavilov de Genética General con sede en Moscú, publicado en la revista *Nature* coincidiendo con el décimo aniversario de la catástrofe. Las secuelas de Chernóbil perdurarán durante varias generaciones. Según la OMS (Organización Mundial de la Salud) en 1995 el cáncer de tiroides en Bielorrusia era 285 veces más frecuente que antes de la catástrofe, y las enfermedades de todo tipo en Ucrania eran un 30% superiores a lo normal, debido al debilitamiento del sistema inmunológico causado por las radiaciones. En la región de Gomel, en Bielorrusia, los cánceres de tiroides entre la población infantil se han multiplicado por cien, y el número de casos no para de aumentar. Las leucemias, cuyo periodo de latencia es más largo, empiezan a aparecer, sobre todo entre los *liquidadores*; la tuberculosis es una de las enfermedades que más ha crecido entre las personas afectadas. (...)

José Santamarta Flores <http://www.nodo50.org/worldwatch>

Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad

1.1 A partir de lo leído hagan una breve síntesis sobre el accidente de Chernobyl y sus consecuencias ubicando la información en el cuadro siguiente:

Acontecimiento	
Fecha del acontecimiento	
Lugar del acontecimiento	
Motivos del accidente	
Explicación científica del accidente	
Consecuencias del accidente	
Consecuencias en el organismo	
Consecuencias en la naturaleza	

1.2. Escriban un breve texto en el que sinteticen sus reflexiones

Actividad 2

Decaimiento radiactivo e impacto ambiental a largo plazo

En la actividad anterior, consideraron un hecho que afectó a miles de personas, tanto por la exposición inicial a grandes cantidades de radiación como por sus efectos a largo plazo. Sin embargo, hemos planteado que nuestro organismo está en contacto permanentemente con sustancias radiactivas que no nos generan daños. ¿Por qué se dice que continúan los efectos nocivos de la radiación generada en ese accidente? Para analizar estas cuestiones es necesario conocer primero cómo se comportan las sustancias radiactivas.

2.1 Cuando un elemento químico tiene isótopos radiactivos es porque puede presentarse en versiones inestables, es decir, con la característica de ir perdiendo los neutrones. El núcleo busca estabilidad y mientras esto ocurre, se desprenden radiaciones espontáneamente, que pueden ser rayos alfa, rayos beta o rayos gamma.

Para cada elemento, la rapidez con la que se desintegran sus átomos es una constante específica que da cuenta de la estabilidad del isótopo, ya que cuanto menor sea la constante, con mayor rapidez se producirá la desintegración y menos estable será el isótopo.

Cuando un núcleo radiactivo emite una radiación, decimos que «decae», y llamamos al proceso «decaimiento radiactivo». De un núcleo radiactivo sabemos que en algún momento va a decaer, pero no podemos saber el momento preciso en que ello sucederá.

Un núcleo inestable (es decir, radiactivo) no tiene un tiempo de vida bien definido, sino que tiene una probabilidad de decaer por unidad de tiempo. Esta probabilidad, llamada «constante de decaimiento», no depende del tiempo que haya «vivido» ese núcleo, o más precisamente, que haya mantenido sus características. Esto es muy semejante a lo que sucede cuando revoleamos una moneda: que salga cara o ceca no depende de lo que haya salido antes. La constante de decaimiento se simboliza corrientemente por la letra λ ?

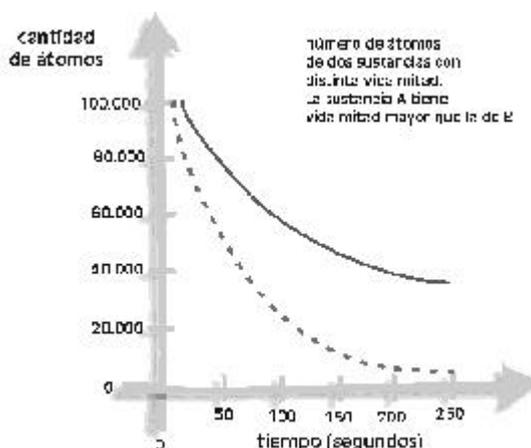
Se encuentra que la vida media, que llamaremos t , está relacionada directamente con la vida mitad $T_{1/2}$ a través de la siguiente fórmula:

$$T_{1/2} = 0,693 \times t$$

Además, la vida media y la constante de decaimiento se relacionan de la siguiente manera:

$$t = 1/\lambda$$

La idea básica es, entonces, que pasado un tiempo fijo $T_{1/2}$, particular para cada sustancia, lo que nos queda es la mitad de lo que había originalmente. Por ejemplo, si pudiéramos tener dos paquetitos, uno con 2.000 gramos de carbono-14 y el otro con 1.000 gramos de la misma sustancia, pasado un tiempo (¡que en este caso es nada menos que 5.730 años!), nos quedarán 1.000 gramos de C-14 en el primer paquete y 500 gramos en el segundo. Por eso decimos que la vida mitad del carbono-14 es de 5.730 años. Para un tiempo dado, tendremos siempre el doble de carbono-14 en el primer paquete respecto al segundo.



Período de semidesintegración

Se denomina período de semidesintegración o vida mitad (T_{sd}) de un isótopo radiactivo al tiempo que transcurre para que se desintegren la mitad de los átomos de una muestra. Es una medida de la estabilidad del isótopo, ya que cuanto menor sea la vida media, con mayor rapidez se producirá la desintegración y menos estable será el isótopo.

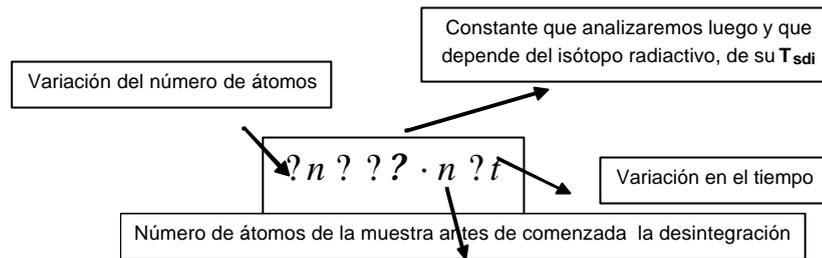
María Arribere <http://www.cab.cnea.gov.ar/divulgacion>

Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad

a. Busquen en el artículo sobre Chernobil el tiempo de semidesintegración del cesio-137

b. Consideren una cantidad inicial de, por ejemplo, 1 kg de este material radioactivo y calculen cuánto tiempo haría falta para que hubiera menos de 10 gramos de material.

2.2 El número de átomos de una muestra que se desintegra en un intervalo de tiempo Δt es proporcional al número de átomos presentes no desintegrados, porque todos los átomos presentes en una muestra tienen la misma probabilidad de desintegrarse.



Partiendo de esta igualdad y resolviendo una ecuación diferencial se obtiene la siguiente fórmula con la que se describe, con un modelo exponencial, la variación del número de átomos de una muestra en función del tiempo transcurrido, donde n_0 es el número de átomos de la muestra para $t=0$

$$n(t) = n_0 \cdot (0,5)^{\frac{t}{T_{sd}}}$$

a. Consideren ahora que para 1 kg de Cesio 137 corresponde un n_0 de $4,4 \times 10^{24}$ átomos y, grafiquen la fórmula anterior para intervalos de 10 años de tiempo.



Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

- b.** Analicen cómo se modificaría el gráfico considerando un mismo n_0 para un elemento con un Tsdí mayor que el del Cesio y para otro con un Tsdí menor
- c.** ¿Por qué no podrían representar en el mismo gráfico la variación del número de átomos de Yodo 131 que tiene un período de semidesintegración de 8 días?
- d.** Considerando que el accidente de Chernobyl ocurrió en 1996 y sabiendo que el U235 tiene un período de semidesintegración de $3,1 \times 10^9$ años, investiguen en alguna de las direcciones de los artículos que leyeron ¿Qué previsiones se están tomando con los residuos que incluyen este elemento en la central nuclear? ¿Y con respecto al material radioactivo diseminado durante el accidente?

Actividad 3

Decaimiento radiactivo y tiempo de eliminación por el organismo

Nuestro organismo está en contacto permanentemente con sustancias radiactivas, por ejemplo cuando comemos carnes o verduras o cuando respiramos, ya que en todo ser vivo y en el aire hay carbono -14.

Las sustancias radioactivas y su presencia en el organismo

¿Cuánto tiempo permanecen las sustancias radiactivas en el cuerpo humano? ¿Qué sucede cuando una sustancia radiactiva ingresa de alguna manera a nuestro organismo? ¿Quedará en nuestro cuerpo para siempre? ¿O con el tiempo su presencia irá atenuándose?

Cuando sazonomos nuestras comidas con sal enriquecida en potasio (K), la famosa sal «light», ingerimos un radioisótopo del potasio, llamado potasio-40 (K-40). El K-40 es radiactivo. Algo similar sucede cuando comemos carne o verduras o cuando respiramos, ya que en todo ser vivo y en el aire hay carbono-14. La eliminación del cuerpo humano de esas sustancias radiactivas dependerá por una parte del período de semidesintegración T_r (decaimiento radiactivo, propio de la sustancia) y por otra de su período biológico T_b (metabolismo de la sustancia, propio del organismo).

Cuando una sustancia radiactiva es incorporada al cuerpo humano, al respirar o comer, ésta puede decaer radiactivamente para transformarse en otra sustancia química, o bien ser eliminada del organismo por los mecanismos normales o habituales (con independencia de que la sustancia sea radiactiva o no). Por ejemplo, el organismo puede, en un proceso de asimilación, fijar esa sustancia radiactiva a su estructura, o bien puede deshacerse de una parte de ella a través de pasos sucesivos. Hablamos entonces de un período biológico de eliminación (T_b), definido como el tiempo que tarda el cuerpo humano en eliminar o deshacerse de la mitad de la cantidad de un elemento ingerido. Este tiempo de eliminación dependerá en gran parte del elemento en cuestión y también del organismo que lo incorporó.

Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad

Como esta eliminación se hace a través de procesos metabólicos de origen químico, y la química de todos los isótopos de un elemento es idéntica, el período biológico es el mismo para todos los isótopos de un mismo elemento: desde el punto de vista biológico el cuerpo elimina en forma totalmente idéntica al potasio 40 (que es radiactivo) y al potasio 39 (que no lo es).

En los casos en que se trata de isótopos radiactivos, hablamos del «período efectivo» (T_e) de eliminación. Este es el tiempo transcurrido para que en el organismo se reduzca a la mitad una sustancia radiactiva ingerida, por los efectos combinados de eliminación biológica y decaimiento radiactivo. Cuando la sustancia no es radiactiva, su período efectivo T_e obviamente coincide con su período biológico T_b .

¿Qué relación existe entre estos tres períodos? Esa relación puede expresarse por una fórmula que, como veremos a continuación, no es tan complicada como puede parecer de un primer vistazo:

$$\frac{1}{\text{Tiempo efectivo}} = \frac{1}{\text{Tiempo de semidesintegración}} + \frac{1}{\text{Tiempo biológico}}$$

¿Qué nos dice esta fórmula? Que si en un período T desaparece la mitad de los átomos, la probabilidad que un átomo cualquiera desaparezca en el próximo instante debe ser proporcional a $1/T$ (cuando T es grande, la probabilidad es pequeña; cuando T es chico, la probabilidad es grande). Es decir, $1/T_e$ es proporcional a la probabilidad que en el próximo instante un átomo de los considerados desaparezca del cuerpo, sea porque es eliminado o bien porque se transforma en otro nucleido. Podemos calcular esta probabilidad al sumar la probabilidad de que desaparezca el átomo radiactivo por la vía de decaimiento radiactivo ($1/T_r$) y la probabilidad de que el cuerpo lo elimine por las vías habituales ($1/T_b$).

Carlos Gho <http://www.cab.cnea.gov.ar/divulgacion>

3.1 a. Observen con atención el cuadro siguiente y comenten las relaciones que les llamen la atención.

b. ¿Es cierto que una sustancia radiactiva de un período de desintegración (T_{sd}) grande tiene siempre un período efectivo (T_e) también grande?

Radioisótopo	Período radiactivo (o de semidesintegración)	Período efectivo (o de eliminación)
Potasio 40	1.260.000.000 años	30 días
Yodo 131	8 días	8 días

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

3.2 Si se consideran los datos del Potasio 40 para calcular el tiempo biológico (metabolismo de la sustancia, propio del organismo) se observa que:

$$\text{Potasio 40: } \frac{1}{30 \text{ días}} ? \frac{1}{459\,900\,000\,000 \text{ días}} ? \frac{1}{\text{Tiempo biológico}}$$

$$1/T_{sdi} = \frac{1}{459\,900\,000\,000 \text{ días}} \text{ es "casi cero" pues el denominador es enorme, entonces}$$

$$\frac{1}{30} ? \frac{1}{\text{Tiempo biológico}} \text{ de donde el tiempo biológico será de 30 días}$$

En este caso el tiempo de semidesintegración no "colabora" con el tiempo biológico para la eliminación del isótopo radiactivo del ser humano.

a. ¿Consideran que el tiempo biológico del Yodo es mayor o menor que el del Potasio? ¿Por qué?

$$\text{Yodo 131: } \frac{1}{8 \text{ días}} ? \frac{1}{8 \text{ días}} ? \frac{1}{\text{Tiempo biológico}}$$

b. Establezcan una conclusión general sobre cómo influyen en el valor del tiempo efectivo valores muy altos o muy bajos de T_{sdi} o de T_b .

c. ¿Por qué a pesar de tener un período de semidesintegración muy corto el yodo radioactivo resultó perjudicial para la salud?

Actividad 4

Decaimiento radiactivo y determinación de la antigüedad de una muestra

Los radioisótopos con T_{sdi} cortos se usan frecuentemente en medicina para realizar diagnósticos y tratamientos. Por ejemplo:

"Se emplea el yodo radiactivo (I^{131}) para determinar la función tiroidea, que es donde el organismo concentra al yodo. En este proceso, se ingiere una pequeña cantidad de yoduro radiactivo de sodio o de potasio. Se enfoca un detector a la glándula tiroidea y se mide la cantidad de yodo en la glándula. Este cuadro se puede comparar con el de una tiroidea normal para detectar cualquier diferencia. La semivida corta del elemento, reduce la posibilidad de daños al paciente."

<http://www.oei.org.co/fpciencia/art19.htm#6>

Otro uso muy extendido, pero para un elemento con un T_{sdi} de cinco mil seiscientos años es la datación por carbono 14. Cuando se excava en un sitio arqueológico, se determinan distintos estratos y es posible saber la antigüedad de toda la capa analizando por carbono 14 cualquier resto de esa capa que haya sido parte de un ser vivo.

Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad

4.1 a. Lean el siguiente texto escrito por Isaac Asimov, I. en 1985, en Nueva Guía de la Ciencia, publicado en Barcelona por Plaza y Janés.

Arqueometría

“Una técnica aún más notable es la que desarrolló, 1946, el químico americano Willard Frank Libby. El trabajo de Libby tenía su origen en el descubrimiento hecho por el físico americano Serge Korff, en 1939, de que el bombardeo de la atmósfera por los rayos cósmicos produce neutrones. El Nitrógeno reacciona con estos neutrones, dando lugar al carbono 14 radiactivo en nueve reacciones de cada 10 y produciendo hidrógeno 3 radiactivo en la siguiente reacción. Como resultado de ello, la atmósfera contendría pequeñas trazas de carbono 14 (e incluso restos más pequeños de hidrógeno 3). Libby dedujo que el carbono 14 radiactivo, creado en la atmósfera por los rayos cósmicos, penetraría en todos los tejidos vivos sirviendo de vía de entrada al anhídrido carbónico, absorbido en primer lugar por las plantas y transmitido luego a los animales. Durante toda su vida, la planta y el animal estarían recibiendo continuamente carbono radiactivo y mantendrían un nivel constante de él en sus tejidos. Pero, al morir el organismo, cesando con ello la adquisición de carbono, el carbono radiactivo en sus tejidos empezaría a disminuir por agotamiento radiactivo, en una proporción que viene determinada por sus cinco mil seiscientos años de vida media [período de semidesintegración, que estimaciones actuales consideran más cercano a los 5730 años]. Por tanto, un trozo de hueso conservado, o un resto de carbón vegetal de una antigua hoguera, o bien los residuos orgánicos de cualquier especie, podrían ser fechados midiendo la cantidad de carbono radiactivo perdido. El método ofrece una razonable precisión para objetos con una antigüedad de hasta 30.000 años, y este plazo abarca la historia arqueológica comprendida entre las civilizaciones antiguas y los comienzos del hombre de Cro-Magnon. Por el desarrollo de esta técnica de «arqueometría» Libby fue galardonado con el premio Nobel de Química de 1960.”

Isaac Asimov, 1985

b. Señalen en el texto el párrafo en el que se explica cómo se puede saber la edad de un fósil.

4.2. La medición directa de la cantidad de carbono 14 existente en una muestra presenta algunas dificultades técnicas. Resulta, sin embargo, muy fácil detectar la cantidad de desintegraciones radiactivas que se están produciendo en un momento determinado. ¿Qué relación existe entre la cantidad de carbono 14 de una muestra y la cantidad de desintegraciones que se producen? Con cada desintegración, un átomo de carbono 14 emite una partícula β (transformando un neutrón del núcleo en protón), con lo cual se obtiene nitrógeno 14. La cantidad de desintegraciones en cada momento será equivalente a la rapidez con que el carbono 14 se transforma en nitrógeno 14. La cantidad de desintegraciones en un instante dado es proporcional a la cantidad de carbono 14 existente en la muestra, con lo cual podemos utilizar la misma relación matemática considerando

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

ahora que $n(t)$ es la cantidad de desintegraciones en el instante t y n_0 es la cantidad inicial de desintegraciones.

$$n(t) = n_0 \cdot (0,5)^{\frac{t}{T_{SDI}}}$$

El número de desintegraciones que se producen en un gramo de carbono atmosférico en un minuto es aproximadamente de 16,1. Esto significa que n_0 es de 16,1. Mientras un organismo esté vivo intercambiará carbono con el ambiente y mantendrá su proporción de carbono 14 estable (produciendo 16,1 desintegraciones por gramo y por minuto). En el momento en que el organismo muere, el número de desintegraciones disminuirá con la misma ley exponencial discutida (cuyo $T_{SDI} = 5700$ años).

- a. ¿Cuántas desintegraciones por gramo y por minuto podrían esperarse de una muestra orgánica con una antigüedad de 1850 años?
- b. ¿Cuántas desintegraciones podrían esperarse si la muestra tiene 11400 años de antigüedad?
- c. ¿Cuántas desintegraciones se producirán luego de 8000 años?
- d. ¿Qué antigüedad debería tener una muestra para producir 8,05 desintegraciones por gramo y por minuto?
- e. Dado que lo que se mide para realizar la datación es la cantidad de partículas emitidas por gramo de carbono y por minuto y la cantidad de partículas por gramo y por minuto del ^{14}C atmosférico es aproximadamente de 16.1. ¿En qué tiempo la emisión de partículas será de 8.05 prms? Fundamente su respuesta.

Límites de la datación por carbono 14

El punto interesante surge al analizar los límites de tiempo que pueden medirse con este sistema. Existe un límite máximo (estimado en unos 20000 años, en las primeras épocas de aplicación de la técnica, y que parece haberse logrado aumentar a 60000 años). Este límite máximo está dado por la existencia de un "ruido de fondo" de emisiones de partículas debidas al ambiente o a otro tipo de sustancias presentes en la muestra. No da información (por ahora) de la cantidad de partículas emitidas por el ruido de fondo, pero el tema resulta interesante para producir cálculos relacionados con el error. El ruido de fondo no es un valor preciso (si lo fuera podría simplemente restarse), y esta imprecisión limita el alcance de la medida de tiempos.

Por otra parte, podría hablarse de un límite mínimo de tiempos (debido al mismo problema del ruido de fondo). Si pretendo datar meses mediante el ^{14}C debería medir la diferencia entre 16.1 prms y lo que se obtiene de la muestra. Este valor debería ser suficientemente diferente a 16.1 prms para que la existencia del ruido de fondo no perturbe exageradamente la estimación.

Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad

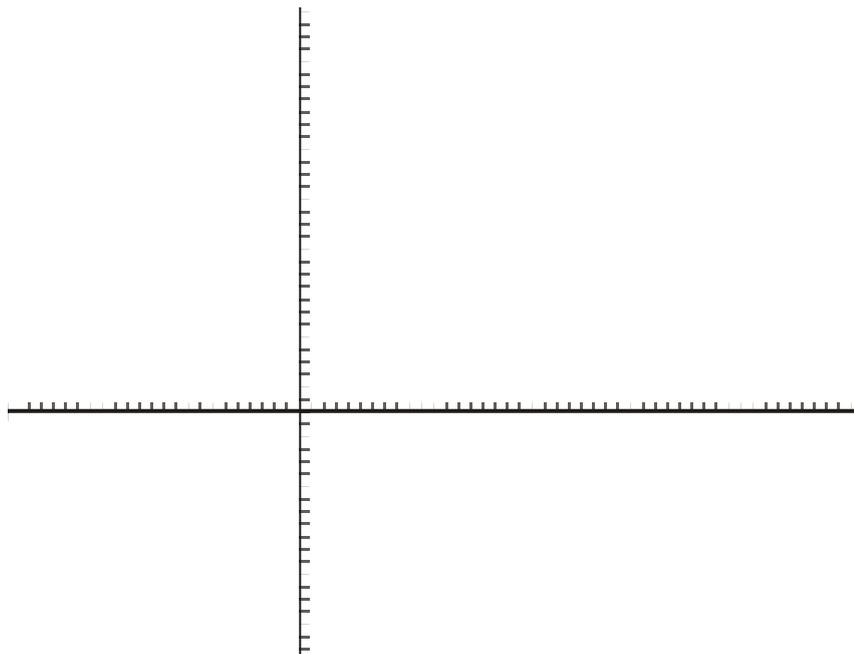
Actividad 5

Fórmulas y procedimientos matemáticos

5.1. En las actividades 2 y 4.2 usaron la fórmula

$$n(t) = n_0 \cdot (0,5)^{\frac{t}{T_{\text{sd}}}}$$

- Comparen esta fórmula con la general de la exponencial $f(x) = k \cdot a^x$ e indiquen otros valores posibles de a y k para que la gráfica tenga la misma forma y esté ubicada en el mismo cuadrante. Expliquen cómo lo pensaron.
- Elijan otros valores de a y k de modo que las gráficas queden en otros cuadrantes. Fundamenten su elección.
- Grafiquen y verifiquen su anticipación.



5.2. Otras expresiones con letras como las ecuaciones, se usan frecuentemente en Matemática, por ejemplo, $3x + 2 = 2x + 5$. Resolver esta ecuación, es buscar cuáles son los números que hacen verdadera la igualdad, es decir, sus soluciones. Una ecuación puede tener una, ninguna, algunas o infinitas soluciones. En este caso, el número 3 es la única solución.

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Para analizar otras ecuaciones, resuelvan algunas de las Actividades 1 a 5 de la sección “Tablas, gráficos y ecuaciones” del Anexo, en las páginas 126 a 129.

5.3. Para responder el punto **a.** y **d.** de las actividades 3.2 y 4.2 respectivamente desarrollaron una argumentación utilizando términos matemáticos y propiedades conocidas. Identifiquen cuáles son.

5.4. En distintos puntos de la actividad 5.1. **a.** y **b.** también formularon explicaciones y dieron razones acerca de procedimientos realizados. ¿Tuvieron dificultades para hacerlo? ¿Cuáles?

Capítulo 3

Modelos matemáticos, población y alimentación humana

Más de 6.300 millones de seres humanos habitan hoy este planeta; ¿será un número demasiado grande para que todos puedan cubrir sus necesidades alimenticias?

La preocupación expresada en la pregunta ha dado lugar a diferentes estudios acerca del crecimiento de la población, entre ellos los del economista británico Thomas Malthus, que permitieron el desarrollo de la demografía. Malthus creía que la población crecía de forma natural más rápidamente que la cantidad de alimentos que se podían producir. Era partidario del control o la abstinencia sexual para frenar el aumento de la población, y reconocía el papel que cumplen las plagas, epidemias y guerras en el control de la superpoblación. Concretamente, sugirió que las personas contrajeran matrimonio más tarde y tuvieran familias más pequeñas.



Fuente: Biblioteca de Consulta Microsoft® Encarta® 2003. © 1993-2002 Microsoft Corporation.

Actualmente, en el debate acerca de la relación entre alimentos disponibles y población humana las opiniones están divididas, básicamente, en dos corrientes.

Una es la de quienes sostienen (Ehrlich, 1975) que ya ha sido alcanzada la cantidad de individuos que puede sostenerse con los recursos de la biosfera y que, por lo tanto, estamos asistiendo al agotamiento de los recursos naturales. Así explican la desnutrición y el hambre.

Otra es la de quienes se oponen a esa idea y sostienen que nos encontramos alejados del agotamiento de los recursos de la biosfera y que la actual situación en el mundo subdesarrollado no es causa del exceso de población sino que la desnutrición y el hambre son el resultado de la desigual distribución de los recursos.

Para considerar estas perspectivas en este capítulo les proponemos analizar desde la matemática algunos de los factores que intervienen en la discusión: distintas estimaciones acerca del crecimiento potencial de la población del planeta y de la producción potencial de alimentos de la biosfera, y distintos puntos de vista respecto del nivel de vida (consumo) considerado “deseable”. Analizaremos estas tres cuestiones para intentar responder a la pregunta planteada en el título.

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Actividad 1

¿Cómo crece la población humana?

Para analizar cómo crece la población humana, se pueden considerar distintos grupos de datos. Consideren los gráficos y las tablas que se presentan a continuación para tener una primera aproximación acerca de cómo ha sido históricamente el crecimiento de la población humana.

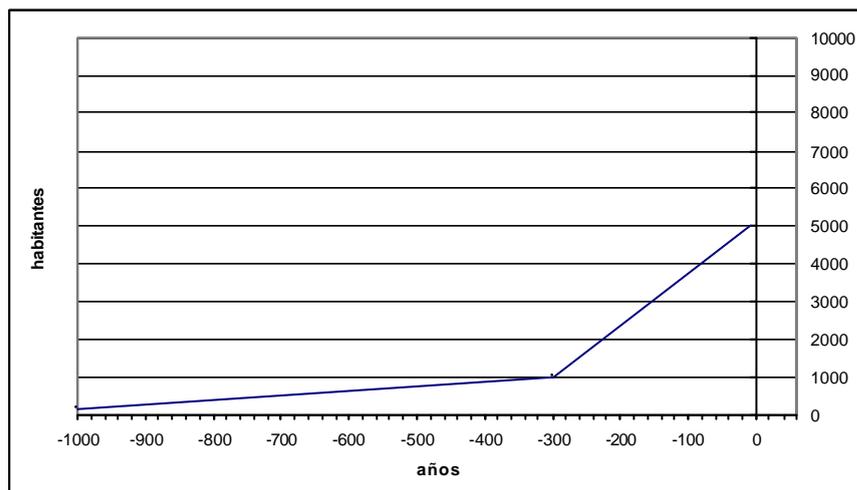
1.1. Según inferencias de los científicos, se calcula que los habitantes humanos del mundo fueron ocupando distintas zonas del planeta, y creciendo en número del modo en que se indica en el gráfico

Hace un millón de años, durante el paleolítico inferior, se calcula que el mundo tenía 125.000 habitantes humanos. Todos en África.

Hace trescientos mil años, durante el paleolítico medio, ya ocupaban Eurasia.

Hace diez mil años, poco antes de comenzar el neolítico, ocupaban todo el mundo.

a. ¿Cuáles son las escalas utilizadas en cada eje?



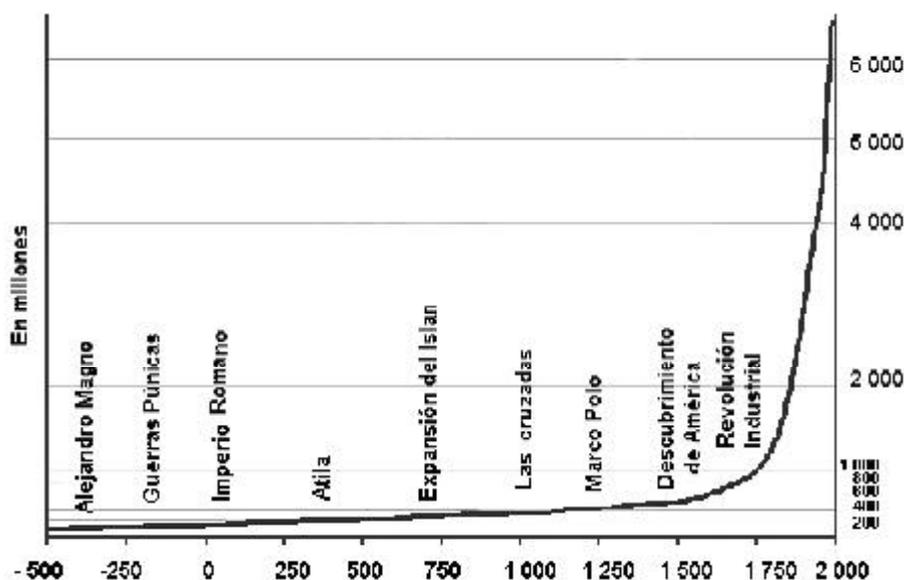
b. Según estos cálculos, ¿cuántos habitantes había en la Tierra durante el paleolítico medio?

c. ¿Por qué los tramos representados tienen diferente inclinación con respecto al eje x? ¿Qué representa la inclinación?

d. Se estima que hace unos 2000 años los habitantes de la Tierra eran unos 200 millones y que recién en 1804 se llegó a los 1000 millones ¿es posible incluir estos datos en el gráfico anterior? ¿Por qué?

Capítulo 3: Modelos matemáticos, población y alimentación humana

1.2 Para analizar con más detalle la evolución de la población hasta nuestros días es necesario considerar periodos de tiempo más cortos, como se muestra en el gráfico siguiente:



<http://www.eumed.net/cursecon/2/evolucion.htm>

- ¿De qué periodo aporta datos este gráfico? ¿Cuál es la escala en el eje x?
- En tiempos del Imperio Romano se calcula que había 150 millones de habitantes, 50 millones en torno al Mediterráneo, 50 millones en China, y el resto dispersos por todos los continentes. ¿Cuántos siglos necesitó la población para duplicarse?
- ¿En qué siglo se alcanzan los 500 millones de habitantes?
- ¿Cuántos siglos necesitó la población para duplicar la cifra anterior?
- ¿En cuánto tiempo se vuelve a duplicar? ¿Qué se puede decir del crecimiento en este tiempo?
- ¿En qué año aproximadamente se vuelve a duplicar?
- Si la población mundial alcanza los tres mil millones en los años sesenta, ¿en cuánto tiempo se duplicó?

La revolución demográfica

Se puede tomar el siglo XVIII y la Revolución industrial, que causó una profunda modificación de las condiciones de vida, como el punto de partida del boom demográfico que ha proseguido hasta la actualidad. Hicieron falta milenios para que la población mundial alcanzara la cifra de 600 millones de habitantes (hacia 1680), pero en poco más de tres siglos, nos hemos multiplicado por diez. La revolución demográfica ha venido de la mano del desarrollo de la higiene, la medicina, el nivel de vida y la técnica, que han hecho aumentar tanto el número

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

de personas como la duración de su vida y la tasa de nacimientos. Al principio, el retroceso de la mortalidad, combinado con una subida de la natalidad, provocó un notable incremento. Más adelante la natalidad se controló, pero como la mortalidad siguió bajando, la población no paró de crecer.

http://www.muyinteresante.es/canales/muy_act/anterior/junio02/portada2.htm

1.3 A partir del siglo XIX el crecimiento de la población mundial se aceleró bruscamente, volviéndose vertiginoso en el siglo XX, especialmente en su segunda mitad. Para analizar este periodo consideren los datos que se presentan en la tabla siguiente, en la que también se incluyen estimaciones de cuál será la población en el futuro. Los datos que se dan para los próximos diez o veinte años son bastante fiables. A partir de ahí ya es muy difícil hacer predicciones y las que se dan tienen muy poco valor. Según las predicciones medias de la División de Población de las Naciones Unidas, las estimaciones son:

1000 millones	1804
2000 millones	1927 (123 años después)
3000 millones	1960 (33 años después)
4000 millones	1974 (14 años después)
5000 millones	1987 (13 años después)
6000 millones	1998 (11 años después)
7000 millones	2009 (11 años después)
8000 millones	2021 (12 años después)
9000 millones	2035 (14 años después)
10000 millones	2054 (19 años después)
11000 millones	2093 (39 años después)

Según estas previsiones la población se estabilizaría en unos 11500 millones; pero de hecho se está dando una disminución claramente más rápida que la que las Naciones Unidas preveían y ya se está hablando de estabilización de la población en menos de 11000 millones.

- ¿Qué análisis pueden hacer de la tabla hasta el año 1998? ¿Y para las estimaciones previstas?
- ¿Cuáles les parece que pueden ser las razones por las que se prevé una estabilización de la población?
- Completen la siguiente tabla, buscando y / o estimando los datos que necesites en los gráficos que analizaron antes y en la tabla anterior.

Capítulo 3: Modelos matemáticos, población y alimentación humana

Población en millones	Año	Años pasados desde el dato anterior = dT	Cociente: aumento de población / dT	
125				
250				
500				
1000				
2000				
4000				
8000				

1.4 Si bien el crecimiento de una población biológica se ve afectado por múltiples factores, en algunos casos es posible considerar un modelo exponencial para describirlo.

El tamaño de la población, en cualquier instante, varía a una determinada velocidad que dependerá del tamaño de la población:

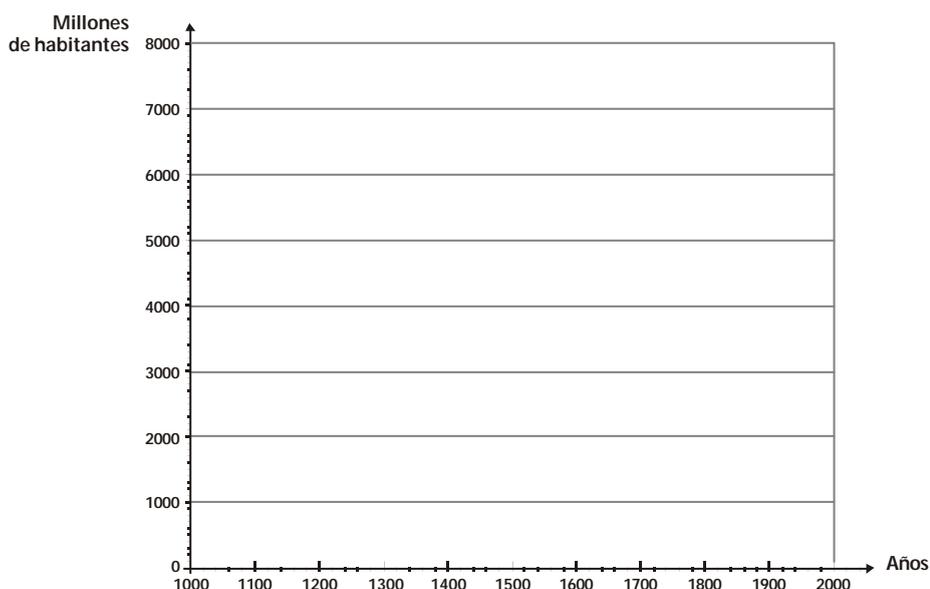
$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = r \cdot N$$

↖ **Variación en el tamaño poblacional**
o bien $\Delta N = r \cdot N \Delta t$
↙ **Variación en el tiempo**
↓ **Tasa de crecimiento de población**

En forma análoga a lo realizado en el capítulo anterior, para variaciones del tiempo extremadamente pequeñas, esta expresión nos llevará a:

$$N(t) = n_0 \cdot e^{rt}$$

- a. Realicen un gráfico que muestre el crecimiento de la población humana según los datos de la tabla anterior
- b. Decidan si este crecimiento puede describirse o no con un modelo exponencial y por que.



Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

1.5 A los científicos que se han ocupado y se ocupan actualmente del tema del crecimiento poblacional humano les interesa explicar y sobre todo predecir cómo aumentará la población a través del tiempo y para hacerlo utilizan algunos modelos matemáticos.

Las teorías sobre población siempre han estado influenciadas por el entorno político – social en que se desarrollaron, y siempre han provocado en las distintas sociedades reacciones a favor o en contra.

La teoría sobre la población de Malthus ya mencionada parte de dos hipótesis: la población aumenta en progresión geométrica (2-4-8-16-32-64...) y los medios de producción crecen en progresión aritmética (2-4-6-8-10-12...), suponiendo además el rendimiento decreciente de la tierra. Como solución propone restricciones morales para evitar la reproducción y ve a la pobreza como resultante de la superpoblación.

¿Rendimiento decreciente de la tierra?

¿Por qué se agotan los suelos? El desgaste del suelo puede producirse por distintos motivos. Uno de ellos es, para los suelos cultivados, repetir un mismo cultivo año tras año pues provoca el agotamiento de ciertos nutrientes. Asimismo, el uso continuo de ese suelo sin reponer la fertilidad que las plantas consumen, termina empobreciéndolo. Para evitar esto, es necesario recurrir a las rotaciones del tipo de cultivo con plantas reponedoras de fertilidad y a los abonos.

Los suelos desnudos también corren serios riesgos de desgastarse por efecto del impacto de las gotas de agua o del viento. Por ejemplo, una fuerte lluvia impactará sobre el suelo, deshaciéndolo en partículas cada vez más pequeñas. Estas, al salir el sol y secarse, taponan la superficie de la tierra, formando «costras» que dificultan el crecimiento de las plantas. El viento, a su vez, actúa sobre el suelo desprotegido «barriando» su capa superficial, que es precisamente la más valiosa.

- a. ¿La forma de aumento de la población que supone Malthus en su teoría responde a los datos considerados en la actividad anterior? ¿Por qué?
- b. ¿Qué relación entre sus hipótesis le hace “proponer una solución”?

Actividad 2

Las grandes diferencias en el crecimiento de la población

Bajo las cifras de crecimiento del conjunto de la Tierra se esconden grandes diferencias de ritmos de crecimiento y de situaciones de población.

2.1 Lean el texto y respondan las preguntas formuladas a continuación

Población humana

En los países desarrollados, el crecimiento de la población se ha frenado mucho en las últimas décadas; en ninguno de ellos se llega a un índice de fecundidad de 2,1, que en algunas regiones está por debajo del 1, lo que indica que si continua así,

Capítulo 3: Modelos matemáticos, población y alimentación humana

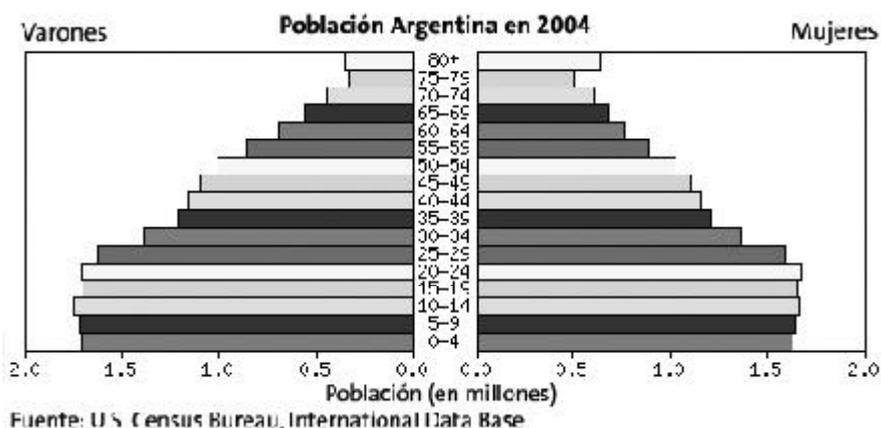
empezarán a disminuir su población muy pronto. Esto se refleja en las pirámides de población de estos países con bases estrechas y cimas anchas que significan que la proporción de jóvenes en estas sociedades irá disminuyendo. En la actualidad, mientras la media mundial de la relación entre menores de 15 años y mayores de 64 años es de 32/6, en Europa es de 19/14.

En los países no desarrollados la situación es totalmente distinta. El 90% del crecimiento de la población del mundo ocurre en estos países que tienen índices de fecundidad de entre 2,5 y 6. Dentro de esos países las situaciones son también muy diferentes. Los índices de natalidad más elevados son los de África con un 5,8 de media. Varios países africanos, casi todos los de Ibero América y muchos de Asia han disminuido muy notablemente sus índices en los últimos años y se han situado en valores de entre 2,5 y 4,5. Países muy poblados, como la India, que se han situado en el 3,9 o Brasil, en 2,6, siguen descendiendo. China, Tailandia, Corea, Argentina, Chile, están acercándose a los valores de los países occidentales y otros -como Japón, Corea del Sur o Taiwán-, están ya por debajo de la tasa 2,1 de renovación de generaciones.

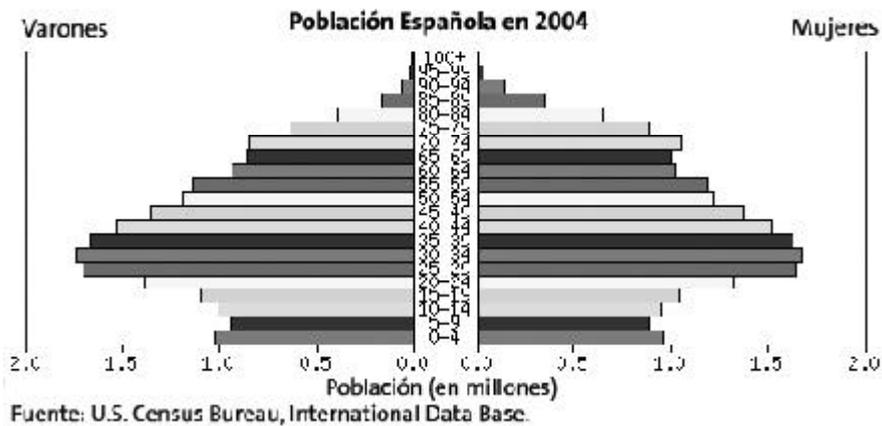
<http://www.esi.unav.es/asignaturas/ecologia/Hipertexto/14PolEcSoc/120PobHum.htm>

- ¿En qué tipo de países se da principalmente el crecimiento de la población mundial?
- Respecto de lo que se preveía, ¿cómo se ha comportado el ritmo de crecimiento de la población humana en los últimos tiempos?
- ¿Qué puede inferirse respecto de qué ocurrirá muy pronto en los países desarrollados?

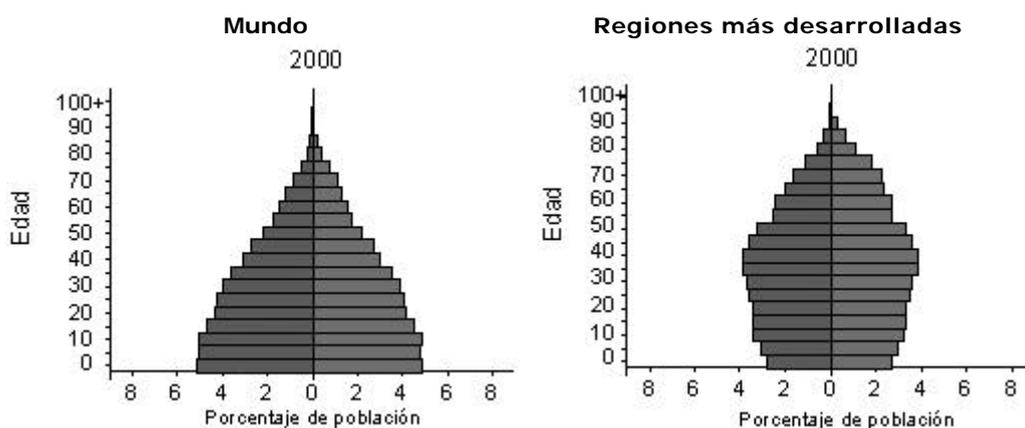
2.2. Para avanzar en la comprensión de la información numérica del texto anterior consideren los gráficos siguientes, que les permitirán comparar la cuestión del crecimiento de la población de Argentina con la de un país desarrollado muy ligado al nuestro, España. Las pirámides de población muestran la composición por edades de la población. Analicen las siguientes y respondan las preguntas formuladas considerando los datos que allí aparecen.



Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

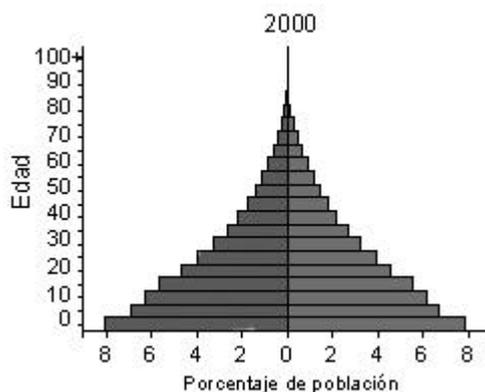


- Lean la información sobre pirámides de población en la página 51. ¿En cuál de los gráficos se registra una población más joven? ¿Cómo se ve reflejada esa tendencia en la pirámide?
- Es verdadera o falsa la siguiente afirmación: *"En España se observa un envejecimiento de la población"*
- ¿Podrían mencionar algún problema concreto que pueda producir este envejecimiento?
- ¿Es verdadera o falsa la siguiente afirmación?
"La Argentina presenta en el año 2004 una estructura por edad y sexo envejecida, en la que el porcentaje de personas adultas mayores es elevado mientras que el porcentaje de niños y jóvenes es relativamente moderado." Justifiquen la respuesta.
- Los siguientes gráficos de población corresponden a zonas de diferente desarrollo. Discutan sus diferencias y compárenlas con la de Argentina del año 2004.



Capítulo 3: Modelos matemáticos, población y alimentación humana

Regiones menos desarrolladas

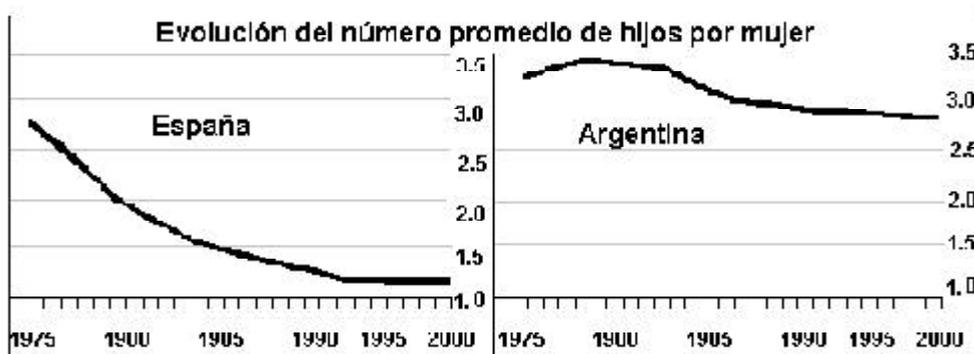


Fuente: *The Sex and Age Distribution of the World Populations: 1998 Revision, Volume II: Sex and Age* (Publicación de las Naciones Unidas, Número de venta E.99.XIII.8), estimaciones basadas en la media. <http://www.onu.org/temas/edad/graficos.htm>

2.3. El índice de fecundidad es otro de los valores que permite comparar la población de ambos países, analizando el ritmo de crecimiento.

Índice de fecundidad

Este índice, también llamado "tasa media de fecundidad" se obtiene calculando primero el número de hijos por mujer que han tenido las mujeres de 15 años, las de 16, las de 17, ... hasta las de 45 años (se asume que la edad reproductora es de 15 a 45 años). Esto se calcula, para cada edad, haciendo un promedio que se obtiene dividiendo el total de hijos que han tenido esas mujeres por el total de mujeres. Se suman todos esos valores y resulta el número de hijos que tendría la mujer, que teóricamente se comportara a lo largo de toda su vida reproductora como lo han hecho las españolas ese año. Ese número es el índice de fecundidad. La tasa media de fecundidad es de 2,68 a nivel mundial y los valores extremos corresponden a Níger con 8 hijos por mujer, y a Bulgaria con 1,10.



a. ¿Cuál ha sido aproximadamente el índice de fecundidad de las mujeres españolas y de las argentinas en 1975 y en 2000 respectivamente?

b. Como habrán observado, en ambos casos es decreciente pero ¿Qué pueden decir comparando a ambos países?

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

c. El índice de fecundidad es un valor promedio. Un mismo valor puede haber resultado de trabajar con distintos conjuntos de datos. Discutan diferentes posibilidades en relación con el índice de fecundidad.

2.4. Otra forma de considerar el ritmo de crecimiento de una población es analizando la tasa media anual de crecimiento. Los datos para Argentina y España se presentan en las tablas siguientes:

Tasa de crecimiento anual de la población

La tasa anual media de crecimiento expresa el ritmo en que crece una población, es decir cuánto aumenta (o disminuye) en promedio anualmente por cada 1.000 habitantes, durante un determinado período.

Argentina			España		
Año	Población total	Tasa anual media de crecimiento	Año	Población total	Tasa anual media de crecimiento
1970	23.364.431	16,4 (*)	1970	33.713.000	11,6
1980	27.949.480		1981	37.746.000	
1991	32.615.528		1991	39.434.000	
2001	36.260.130		2001	40.847.000	

(*) En base a la definición de tasa anual media de crecimiento para obtener este valor se hizo el siguiente razonamiento:

- Para alcanzar los 27.949.480 entre 1970 y 1980 la población aumentó en 27.949.480 - 23.364.431 = 4.585.049

- Luego, si para llegar a 27.949.480 aumentó en 4.585.049, para saber cuánto aumentó por cada 1000, $x \frac{4.585.049 \times 1.000}{27.949.480} = 164$

- Si el aumento de 164 fue en 10 años, el aumento para 1 año fue de 1,64

a. Completen de la misma manera las columnas de ambos cuadros.

b. Comparen los valores obtenidos para ambos países.

c. El promedio mundial de natalidad es actualmente de 23 por mil. Los mayores valores se presentan en África (Níger con 54,5 por cada mil) y los menores en Europa (por ejemplo, Letonia con alrededor de 7,5 por cada mil). Ubiquen esos valores en relación con el promedio mundial y en relación con los mayores y menores valores.

2.5. Elaboren una síntesis sobre las diferencias de ritmo de crecimiento en España y Argentina a partir de la información analizada.

Capítulo 3: Modelos matemáticos, población y alimentación humana

Actividad 3

Cuánto consume y cuánto produce cada ser humano

Para avanzar en la respuesta a la pregunta sobre si los alimentos alcanzan para todos, consideremos el trabajo de Wackernagel y Rees, investigadores suizos, de la Universidad Anáhuac de Xalapa, Veracruz, México.

Ellos calcularon, en 1996, que el consumo promedio de un ser humano, puede ser producido por aproximadamente 1,8 hectáreas. A esta cifra: 1,8 hectáreas / persona (1,8 hectáreas cada persona) la llamaron la “huella” de un ser humano.

3.1 Observen el siguiente cuadro en el que se presentan las “huellas” de los distintos seres humanos según el país en que viven:

Promedio mundial	1,80 hectáreas cada persona
Promedio Canadá	4,30 hectáreas cada persona
Promedio EE.UU.	5,10 hectáreas cada persona
Promedio Holanda	3,32 hectáreas cada persona
Promedio India	0,38 hectáreas cada persona

a. Completen los puntos suspensivos que faltan:

Un canadiense consume tanto como **11,31** hindúes

Un estadounidense consume tanto como ... hindúes

Un hindú consume como ... estadounidenses

Un estadounidense consume como ... de lo que debería ser, según Wackernagel y Rees el consumo promedio mundial.

b. ¿Qué cálculos habrán realizado los científicos que afirmaron lo siguiente?

“Con los recursos actuales el planeta podría abastecer las necesidades de 28.000 millones de habitantes “estilo hindú” o 2.500 millones “estilo norteamericano”

3.2 Observen el siguiente cuadro comparativo respecto del consumo de kilocalorías y proteínas en distintos países:

Producción de alimentos. Promedio diario de producción por habitante Cifras ONU-FAO para los años 1992-1994		
	Kilocalorías	Proteínas (en gramos)
Promedio mundial	2.709	72
Promedio EE.UU.	3.609	110
Promedio Holanda	3.343	100
Promedio India	2.397	58
Promedio Argentina	3.076	98

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Recomendaciones de la OMS

Las recomendaciones de la OMS (Organización Mundial de la Salud) establecen un aporte calórico de 2000 a 2500 Kcal/día para un varón adulto y de 1500 a 2000 kcal/día para las mujeres.

Una persona de 63.5 kg necesitará 50 gramos de proteína al día. La cantidad apropiada de consumo de proteínas en un adulto sano puede ser de tan solo 45 a 65 gramos diarios.

El promedio mundial de 2.709 kilocalorías y 72 proteínas diarias está por encima del mínimo recomendado, por lo tanto, la producción de alimentos mundial alcanza para alimentar a toda la población del planeta.

¿Qué pueden afirmar acerca de las recomendaciones de la OMS y la realidad de los distintos países?

Actividad 4

La alimentación en el planeta

Volviendo a la pregunta que nos hicimos al inicio del capítulo sobre si los alimentos alcanzan para todos, les proponemos leer el texto siguiente.

Luego, recuperando todo lo trabajado anteriormente, respondan las preguntas planteadas a continuación

Alimentación y (des) nutrición humana

Un hecho elemental angustió a la humanidad desde el comienzo de la historia: la comida no alcanzaba, las necesidades alimenticias de la población demandaban más alimento que el que se producía las hambrunas o su amenaza eran el acompañante permanente de la vida, aunque fuera porque las malas comunicaciones hacían difícil poder transportar el alimento –un producto voluminoso y perecedero– desde donde sobraba a donde hacía falta.

En la segunda mitad del siglo XX se demostró que estos miedos dejaban de tener validez: un gran adelanto en la red de comunicaciones y, sobre todo, una producción de alimentos que superaba al aumento poblacional aseguraba un hecho sin precedentes: una cantidad y calidad de alimento adecuada para toda la población del planeta. Contribuyó a esta proeza una disminución en el ritmo de aumento de la población, pero sobre todo un gran aumento de las fuerzas productivas en la agricultura, donde jugaron un papel la “Revolución Verde” y los alimentos transgénicos, pese a las fundadas objeciones que se pueden hacer a ambos: un aumento de la concentración del ingreso y de la propiedad de la tierra, un empobrecimiento de la población mas pobre, una pérdida de la biodiversidad,

excesivo énfasis en gastos de energía fósil, en fertilizantes y plaguicidas químicos; y, en el caso de los transgénicos sus riesgos potenciales, pero lo cierto es que hay hoy alimentos para satisfacer las necesidades de todos, y para hacernos a todos obesos, si esto fuera deseable.

¿Adonde va este alimento que se produce tan generosamente? En el mundo de hoy aproximadamente el 10% de la población está desnutrida, y la desnutrición, debido a su papel debilitador del sistema inmunitario, juega un rol importante en la carga de enfermedad que sufre el mundo y en los 12 millones de muertes anuales por infecciones, los 3 millones de muertes por tuberculosis y los 3 millones por paludismo. El alimento que se produce hoy, y que está tan en exceso de las necesidades humanas no es destruido, no es arrojado al mar. En gran parte se lo destina a forraje, cosa que sucede crecientemente mientras el número de seres humanos desnutridos permanece estable, o inclusive aumenta, como es el caso de la Argentina. Diferentes estimaciones de población desnutrida a nivel mundial oscilan entre 500 y 1000 millones de personas.

Este escamoteo de alimentos de sus destinatarios humanos naturales y hacia el consumo animal tiene una explicación que es a la vez monstruosa y lógica. Monstruosa porque enferma y muere gente en un contexto de abundancia. Lógica porque si uno es capitalista obtiene un beneficio económico mayor si vende alimentos para consumo animal, y luego productos animales a quienes pueden luego comprarlos, que si vende alimentos a seres humanos desnutridos que, casi por definición, carecen de capacidad de compra. Esto es lógico también para los economistas del FMI o de ideología neoliberal, cuyo papel es impedir que los Estados nacionales compren alimentos para su población pobre en cantidades adecuadas, ya que esto les dificultaría el pago de la Deuda Externa y la aplicación de Ajustes.

Desde el punto de vista de la lógica nutricional del Homo Sapiens, este ha sido cazador recolector durante el 99% de su historia, recibiendo la mayor parte de su energía nutricional de la recolección de productos vegetales. Biológica y fisiológicamente somos omnívoros, con predominio vegetariano, y estas características han sido afianzadas por la selección natural durante cientos de generaciones. Se sostiene, inclusive, que las actuales epidemias de enfermedades degenerativas, como el cáncer y la aterosclerosis, se deban al históricamente muy reciente y actualmente acelerado consumo masivo de productos cárneos.

El alimento de los animales con forraje es una práctica muy reciente. En Estados Unidos era prácticamente inexistente antes de 1950, pero para 1970 tres cuartas partes de las vacas se alimentaban de forraje. El volumen de forraje en uso en EE.UU. se duplicó en los últimos 40 años, y hoy se consumen como forraje en ese país diez veces mas productos agrícolas que los que consume la población humana. A comienzos de los años 80 se usaba como forraje el 43% de la producción cerealera mundial, y la mitad de la pesca. Estos volúmenes podrían haber alimentado una población humana 40% superior a la que entonces vivía en el planeta.

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

Como sabe todo estudiante de grado de ciencias biológicas, consumir de un eslabón superior de una cadena trófica supone una pérdida importante de energía. Se necesitan 16 kilos de cereales y soja para producir un kilo de carne vacuna, 6 para un kilo de carne de cerdo y 3 para un kilo de huevos o de pollo. Además, en un mundo amenazado por la limitación de los recursos renovables, por la depleción de los recursos no renovables y por la contaminación, es significativo que para producir una caloría de proteínas de origen vacuno se requieren 78 calorías de combustibles fósiles, para una caloría de leche 36, para una caloría de proteína de cerdo 35, para una caloría de may o trigo 3,5, y para una caloría de soja 2. Medio kilo de carne vacuna requiere 10 000 litros de agua. Cada norteamericano usa 16 000 litros de agua por DIA, el 80 % de los cuales han sido bebidos por los animales que consume.

Con esta derivación de tanto alimento humano potencial a forraje se configura un despropósito científico y ecológico, ya que las reales necesidades de proteínas animales del Homo Sapiens son mucho menores que las que recibe de esta forma, y pueden ser satisfechas, por ejemplo, exclusivamente por lácteos. Se ha dicho que la hamburguesa comercial es el alimento que menos se debe comer: con exceso de grasas saturadas (que generan aterosclerosis), con poco residuo (que genera cáncer de colon), con exceso de sal (hipertensión) y nitritos (trastornos sanguíneos), con una cocción muchas veces insuficiente (contaminación bacteriana), y cuya producción supuso un despilfarro de recursos ecológicos, cuando no deforestación, desempleo rural y emigración de población campesina.

Argentina es, de todos los países del mundo, el que quizás más se ha adentrado en la lógica capitalista del beneficio aplicado a las políticas agrícolas y nutricionales a expensas de las necesidades de la población. La Pampa Húmeda y sus exportaciones agropecuarias lo convirtieron hace más de cien años en uno de los principales exportadores mundiales de alimentos, y a la vez lo pusieron en condiciones de satisfacer las necesidades alimentarias de una población mucho mayor a la que tuvo en cualquier momento de su historia. Ya en 1984 se había calculado que con la exclusiva producción nacional de trigo, may , arroz y soja, y excluyendo cualquier otra, se podía alimentar una población un tercio superior a la que el país tenía. A partir de 1980 hubo una explosión productiva en la Pampa Húmeda. En la actualidad, cada argentino produce por DIA 19 000 kilocalorías diarias de alimento, mientras consume solamente 3 000. Pese a esto –o quizás debido a esto, ya que el modelo agropecuario volcado casi exclusivamente a la exportación se corresponde al modelo aperturista, desindustrializador y empobrecedor implantado en 1976 y vigente hasta hoy– el número de pobres, indigentes y desnutridos continua aumentando entre nosotros.

La desnutrición humana es un problema político, en cuanto no depende de la magnitud de un excedente sino de la forma en que se distribuye un excedente que ya existe. Señalemos las incompatibilidades estructurales entre un capitalismo fundamentalista, como el que aplica el neoliberalismo, y la satisfacción de necesidades alimentarias del homo sapiens. Caracteriza al capitalismo una ausencia

de horizonte histórico, ya que su único horizonte es el de la rentabilidad en el corto plazo. La estrategia del homo sapiens debería ser otra, si se trata de mantener una especie que ya tiene unos millones de años, pero estas consideraciones de sensato conservadurismo son irrelevantes para los gerentes del capitalismo. El “efecto invernadero”, el reemplazo de la agricultura de subsistencia y el bosque tropical por praderas de pastoreo, una excesiva dependencia agropecuaria en plaguicidas, fertilizantes y transgénicos, una comercialización que abusa del “packaging” y las cadenas de frío, el énfasis en alimentos de dudoso valor nutricional y alto valor agregado, la mercantilización del alimento y la falta de acceso a él por derecho de ciudadanía, la creciente brecha entre pobres y ricos a escala nacional y planetaria, todo basado en un alto consumo de combustibles fósiles (que se agotan, y mientras tanto contaminan) son, pese al aumento de los volúmenes de producción un mal pronóstico para la alimentación de los seres humanos del planeta.

José Carlos Escudero. Médico sanitarista y sociólogo. Profesor titular en la UNLu, la UNLP y la UBA.
Este texto fue extraído del en el libro “Ecología Humana”, Leonardo Malacalza, editor.

- a. ¿Qué factores creen que inciden en el crecimiento poblacional?
- b. ¿Se trata de factores económicos y sociales, o de factores naturales? ¿Cuáles?
- c. ¿Consideran que hay diferencias en el crecimiento poblacional entre países industrializados y países pobres?
- d. ¿Cómo incidirán en el crecimiento poblacional las variables de trabajo, educación y distribución de alimentos en el mundo?
- e. ¿Consideran que es pertinente que en las escuelas se trate el tema del crecimiento poblacional a través de alguna disciplina?
- f. ¿Piensan que es un tema importante para las jóvenes generaciones?
- g. ¿En qué sentido puede la población afectar al ecosistema?
- h. ¿Por qué consideran que los gobiernos se ocupan de medir la tasa de crecimiento poblacional?

Actividad 5

Disponibilidad de formas de trabajo matemático.

En el transcurso de las clases habrán podido identificar algunas dificultades y fortalezas en relación con el uso de las matemáticas conocidas. En tal sentido, reflexione acerca de su desempeño en relación con las siguientes cuestiones.

- ¿Pudiste interpretar la información contenida en las tablas, gráficos?

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias

- ¿Comprendiste el significado de las fórmulas y expresiones coloquiales?
- Al escribir usando lenguaje matemático, ¿pudiste hacerlo adecuadamente?
- ¿Tenías experiencia en el uso del conocimiento matemático para resolver problemas?
¿Y para abordar textos cuya comprensión requiere del conocimiento matemático?
- ¿Pudiste operar numéricamente y obtener resultados razonables en función de los datos? ¿Controlaste si esos resultados eran una respuesta a la pregunta planteada?
- ¿Pudiste elaborar argumentos matemáticos adecuados para justificar sus procedimientos? ¿Reconociste errores en las argumentaciones de otros? ¿Pudiste contraargumentar?

Articular los conocimientos de distintos campos para comprender más profundamente una temática es un tipo de práctica esperable de quien egresa de la escuela media. Conocer las propias fortalezas y dificultades en un campo de conocimiento permite tomar decisiones acerca de cómo encaminar los nuevos estudios que se desean realizar.

Anexo

En los capítulos anteriores utilizaron algunos conocimientos matemáticos para interpretar y organizar información cuantitativa a propósito del análisis de problemas complejos en distintos campos de conocimiento, como por ejemplo, las Ciencias Sociales. Tomaron decisiones respecto de las relaciones entre datos e incógnitas, de los procedimientos y representaciones que utilizaron en la resolución, y elaboraron argumentos para validar sus producciones.

A continuación se presentan problemas¹ vinculados con otros usos de los conocimientos matemáticos. En algunos casos se incluyen problemas relacionados con otras disciplinas pero, fundamentalmente, se trata de establecer relaciones entre diferentes representaciones posibles de algunos conocimientos matemáticos. Al resolverlos podrán elaborar conjeturas; experimentar con diferentes ejemplos, elaborar argumentaciones y evaluar la pertinencia de los resultados en función del problema en estudio.

1. Identidades y modelos geométricos

Actividad 1

Podemos asociar algunas expresiones algebraicas con el cálculo de áreas de figuras geométricas. Por ejemplo, tenemos un cuadrado de lado "a + b" (piensen que a y b son dos números reales cualesquiera), dividido de la siguiente forma:

Podemos calcular el área total como si no estuviera dividido, o sumar las áreas parciales de cada una de las regiones.

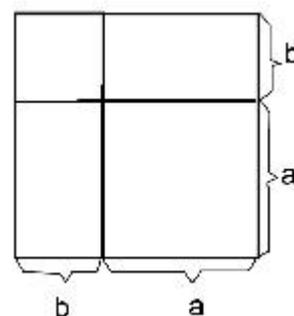
- a. ¿Cuáles de las siguientes igualdades pueden relacionarse con el gráfico? Para los casos que seleccionen indiquen si son verdaderas, o no, las igualdades y justifiquen.

i. $4(a + b) = a^2 + b^2$

ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

iii. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + a^2b^2$

iv. $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$



- b. Si a o b es un número negativo, ya no puede representar una longitud; es decir, la representación geométrica no es adecuada. Prueben, reemplazando a y b varias veces por valores positivos y negativos, si se verifican para valores negativos las igualdades que seleccionaron.

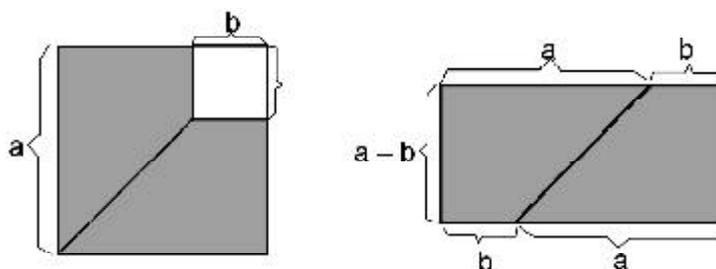
¹ En «Matemática, Polimodal», Serie Para seguir aprendiendo. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Educación Básica. Unidad de Recursos Didácticos. 2001.

Conocimiento matemático y formas de representación

Actividad 2

A partir del siguiente gráfico, en el que la segunda figura se formó reordenando 2 de las piezas incluidas en el cuadrado de lado a , se puede dar una justificación geométrica de la identidad:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$



- Explican a qué figura hace referencia cada miembro de la igualdad.
- Analicen si la igualdad se cumple para cualquier elección de a y b , o sólo para algunas. Escriban cómo lo pensaron.

Actividad 3

Encuentren una justificación geométrica para la identidad:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Pista: ¿Cómo se representa o se halla gráficamente la diferencia entre dos segmentos?

Además de considerar a y b positivos, por usarlos como longitudes, ¿qué relación deben verificar a y b ?

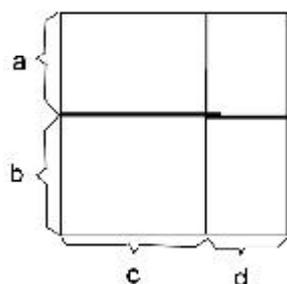
Para reflexionar

La expresión $(a + b)^2$ puede calcularse con el producto $(a + b) \cdot (a + b)$. ¿Es esto válido para cualquier par de números a y b ?

- ¿Cómo deben hacer para expresar como producto de dos factores la expresión $a^2 + 2ab + b^2$?
- ¿Qué pueden decir de las otras expresiones?
- Estas justificaciones geométricas no sirven para probar las igualdades para todo número real. ¿Por qué? ¿Cómo pueden hacer en los casos anteriores para probar estas identidades para todo número real?

Actividad 4

Analicen cómo se relacionan las dos figuras que se incluyen a continuación, con las expresiones algebraicas siguientes. a , b , c y d son 4 números reales positivos. ¿Qué igualdades se pueden establecer en este caso?

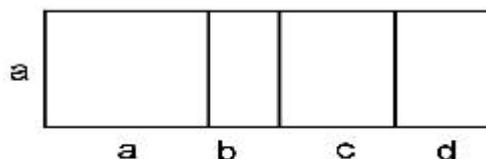


$$(a + b) \cdot (c + d)$$

$$a(a + b + c + d)$$

$$a^2 + ab + ac + ad$$

$$ac + bc + ad + bd$$

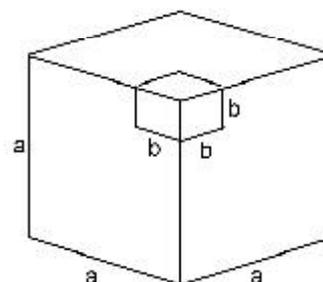


Actividad 5

Podemos obtener un modelo geométrico para $a^3 - b^3$, considerando un cubo de arista a al que le cortamos un cubito de arista b (menor que a).

Si cortamos el cubito a partir de un vértice del cubo mayor, podemos calcular el volumen restante de una segunda forma, a partir de descomponer la figura en 4 prismas rectos, prolongando las aristas del cubo más chico.

- Dibujen la descomposición mencionada del volumen restante.
- Encuentren una expresión algebraica del volumen restante, como suma de los volúmenes de cada parte. Exprésenla como producto.
- Verifiquen, aplicando propiedad distributiva, que el producto que propusieron se corresponde con la diferencia de los volúmenes.



Para investigar

Busquen una interpretación geométrica de $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Para el caso de $(a - b)^3$, intenten emplear una representación geométrica para hallar una expresión equivalente. Expliquen cómo se relaciona con el desarrollo algebraico.

Verifiquen en ambos casos, empleando la propiedad distributiva.

Conocimiento matemático y formas de representación

2. Tablas, gráficos y ecuaciones

Actividad 1

En una clase de matemática, la profesora planteó el siguiente problema:

En una panadería, vendían cada factura a 30 centavos, y el kilo de pan a \$1,20. María compró algunas facturas y 1 kilo de pan y cuando fue a pagar se dio cuenta de que había gastado lo mismo que el día anterior, cuando había comprado la mitad de facturas y el doble de pan. ¿Cuántas facturas compró cada día? ¿Cuánto pagó en total, cada día?

Inmediatamente Clara, una de las alumnas, pensó que no hacía falta escribir ecuaciones para resolver el problema, y se puso a probar con diversos valores.

Organizó los datos y obtuvo estas dos tablas:

Primer día

facturas	precio
1	$0,30 + 2,40 = 2,70$
2	3
3	3,30

Segundo día

facturas	precio
2	$0,60 + 1,20 = 1,80$
4	2,40
6	3

- Expliquen cómo confeccionó cada tabla. ¿Ya obtuvo la respuesta? Si contestan que sí, digan cuál es. En caso contrario, prosigan la tabla hasta encontrarla. En ambos casos, justifiquen su respuesta.
- Realicen un gráfico con los valores de las tablas, colocando en el eje de abscisas la cantidad de facturas (para que les resulte más fácil trabajar, pueden usar como escala en las ordenadas un cuadrado o medio cm para cada \$0,30). ¿Cómo ubican la respuesta en el gráfico?
- Anahí, una de sus compañeras, prefería plantear ecuaciones.

Si llamó x a la cantidad de facturas compradas el segundo día, ¿cómo le quedaron las ecuaciones?

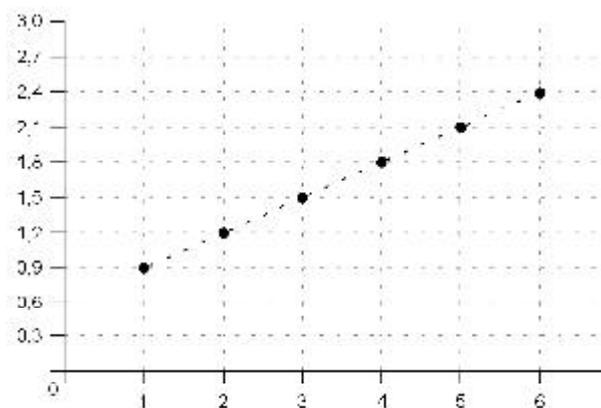
- Sergio, que también prefería usar ecuaciones, llamó x a la cantidad de facturas compradas el primer día. ¿Obtuvo las mismas ecuaciones que Anahí, o cambiaron en algo? Escribanlas.

Actividad 2

La misma profesora propuso que buscaran la respuesta a la siguiente variación del problema, mediante un gráfico:

En una panadería, vendían cada factura a 30 centavos, y el kilo de pan a \$1,20. María compró algunas facturas y $\frac{1}{2}$ kilo de pan y gastó menos de \$2. ¿Cuántas facturas pudo haber comprado?

- Clara hizo rápidamente el siguiente gráfico; expliquen cómo lo obtuvo.
- ¿Corresponde calcular algún valor para " x " = 0?
- La profesora dijo que a la altura de los \$2 trazaran una recta horizontal, para ayudarse a calcular la respuesta. Analicen cómo se relaciona la sugerencia que dio la profesora con la respuesta buscada, e indiquen cuál es esta respuesta.



Para reflexionar

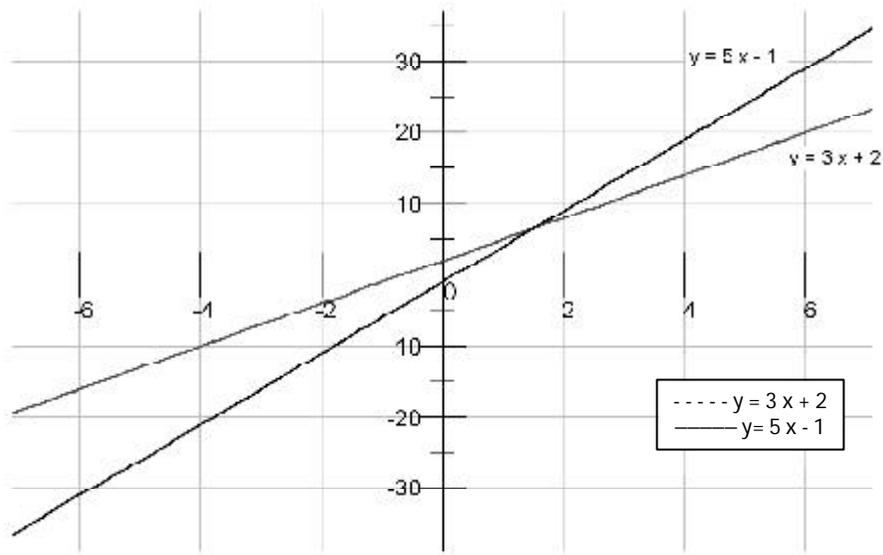
- En el gráfico que hicieron a partir de los valores que calculó Clara, los puntos quedan sobre dos rectas. ¿Cuáles son las ecuaciones de esas rectas?
- ¿Qué dato vinculado con el problema proporciona cada coordenada del punto de intersección de las rectas sobre las que se encuentran los puntos?
- ¿Qué relación hay entre las rectas que se dibujaron en el último problema y las respuestas a dicho problema?

Actividad 3

Si la inecuación que tienen que resolver es: $3x + 2 \leq 5x - 1$, se puede interpretar que se buscan valores de x para los cuales el total de calcular $3x + 2$ resulte menor o igual al total de calcular $5x - 1$. Si además la inecuación no está asociada a un problema, se puede elegir cualquier valor para x .

- Hagan una tabla comparando ambos totales para diversos valores de x .
- En el siguiente gráfico se representan las rectas $y = 3x + 2$ e $y = 5x - 1$, que dividen al plano en 4 regiones. A partir de la comparación que hicieron, indiquen cuál o cuáles de esas regiones representan la solución. Expliquen por qué.

Conocimiento matemático y formas de representación



- c. Hallen las coordenadas del punto de intersección. ¿Qué representan en relación con la inecuación?

Para investigar

- a. Si dibujan dos rectas en el plano, éstas pueden ser oblicuas, paralelas o coincidentes. Analicen cómo se relaciona esto con la cantidad de soluciones que puede tener una ecuación.
- b. Si se considera la ecuación $3x + 1 = ax + b$, ¿qué se puede decir de a y b para que la ecuación no tenga solución? Representen gráficamente.

Y si en cambio queremos que tenga infinitas soluciones, ¿cómo deben ser a y b ?

¿Qué sucede con la cantidad de soluciones de la ecuación si usamos cualquiera de los otros valores de a y b ?

Actividad 4

En Economía se llama "recta de balance" al conjunto de las combinaciones máximas de dos bienes que el consumidor puede comprar con una cantidad fija de dinero (se supone que se gasta todo y que el precio de cada bien permanece fijo en el periodo estudiado). Veamos un ejemplo. Una persona separa \$60 para gastar durante el mes en carne de vaca o de pollo. El kilogramo de carne de vaca cuesta \$2 y el de pollo, \$4. Gastando todo el dinero que separó, podría comprar 15 kg. de pollo durante el mes; si no, podría comprar 6 kg. de carne de vaca pero entonces, sólo podría comprar 12 kg. de pollo.

- a. Encuentren por lo menos otras cuatro combinaciones más, usando todo el dinero.
- b. Ubiquen en un gráfico los valores que obtuvieron. Para poder comparar con los gráficos de sus compañeros, ubiquen la cantidad de carne de vaca en el eje de abscisas y la de pollo, en el de ordenadas.
- c. A partir de la representación gráfica, ¿pueden anticipar dónde se graficarían otras combinaciones posibles? ¿Cuántas soluciones hay?
- d. Escriban una ecuación que relacione ambas cantidades comparadas con los \$60 disponibles. Ésa es la expresión que se llama “recta de balance”. ¿Es una recta, en este caso? ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación?
- e. ¿En qué cambiaría la situación para otra persona que tuviera \$80 para gastar en esos productos? ¿Cómo se refleja el cambio en el gráfico? (Supongan que los precios se mantienen constantes).

Actividad 5

Representen gráficamente la ecuación $3x - 2y = a$ para algún valor de a que elijan.

- a. En el gráfico, ¿qué representa al conjunto solución?
- b. Elijan otro valor de a y representen la nueva recta en el mismo gráfico. Si las soluciones del sistema formado por ambas ecuaciones están representadas por los puntos de intersección de las rectas en el gráfico, ¿cuántas soluciones tiene el sistema? Resuelvan el sistema analíticamente y comprueben si los resultados coinciden.
- c. ¿Pueden elegir un nuevo valor para a y plantear otra ecuación de manera que resulte un sistema cuya única solución sea el punto $(1,0)$? Analicen gráficamente la respuesta. ¿Cuántas rectas pasan por el punto $(1,0)$? ¿Es única la respuesta en el caso anterior?

Para investigar

Analicen qué cantidad de soluciones puede tener un sistema con dos incógnitas, según la cantidad de ecuaciones que lo compongan. Investiguen por lo menos los casos con solo una, con dos, y con tres ecuaciones.

Busquen relaciones entre las distintas posibilidades que encontraron y los gráficos correspondientes a las ecuaciones en cada sistema.

Conocimiento matemático y formas de representación

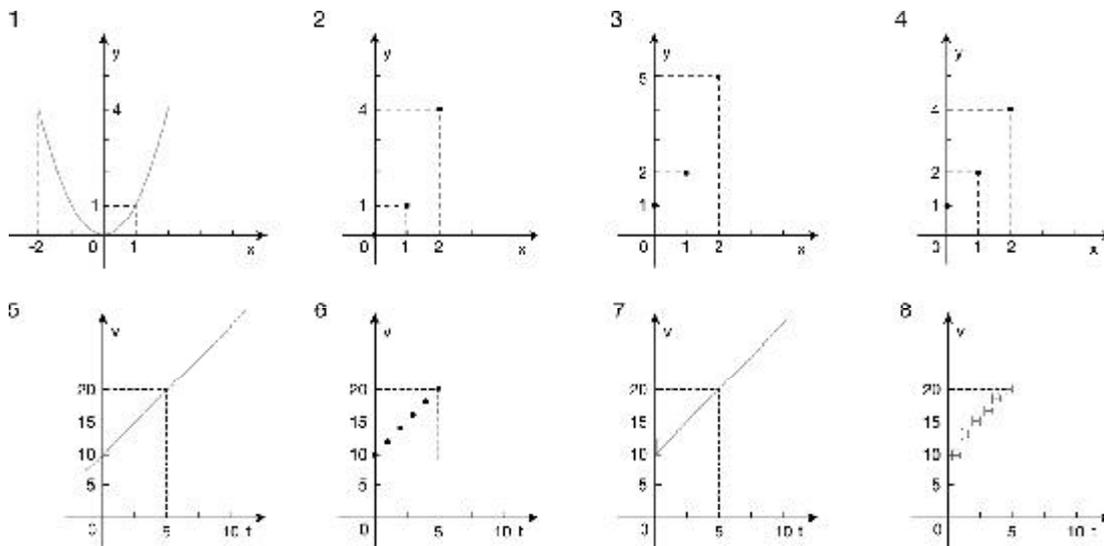
3. Tablas, gráficos y fórmulas

Actividad 1

Les presentamos aquí distintas formas de expresar funciones: gráficos, tablas, fórmulas algebraicas y descripciones coloquiales, y algunas propiedades de las mismas. Para cada uno de los gráficos si-guientes, encuentren, si es posible:

- Las tablas, fórmulas algebraicas y descripciones coloquiales correspondientes a la misma función, considerándolas en su dominio de definición.
- Las propiedades de las mismas.

Gráficos



Tablas

1	
X	y
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64

2	
x	y
0	0
1	1
-1	1
2	4
$\sqrt{2}$	2
$-\sqrt{2}$	2
-2	4

3	
T	v
0	10
1	12
2	14
3	16

4	
T	v
0	10
0.5	11
1	12
1.5	13
2	14
2.5	15
3	16

Propiedades

1. Es creciente.
2. Es una función.
3. Es par (simétrica respecto del eje y).
4. Es impar (simétrica respecto del origen).
5. Es continua.
6. Es decreciente.

Fórmulas

1. $v = 10i + 2t$
2. $v = 2t$
3. $v = (\frac{1}{2}) 2t^2$
4. $y = x^2$
5. $y = 2^x$
6. $y = x^2 + 1$
7. $y = x^3$
8. $y = e^x$

Descripciones

1. Es una recta.
2. Es una semirrecta.
3. Es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo llamado foco y una recta fija llamada directriz.
4. Es una parábola.
5. Es una exponencial.
6. Son puntos sobre una parábola.

Para reflexionar

Discutan los criterios utilizados para asociar las distintas formas de expresión y las propiedades que cumplen las funciones presentadas.

Actividad 2

En el contexto de un problema particular, la función que sirve para describirlo o resolverlo, muchas veces está definida sobre un conjunto de valores más restringido que el del dominio de la misma función aislada del contexto del problema.

- a. Asocien cada uno de los problemas siguientes con alguna función de las presentadas en la actividad anterior.
- b. Analicen, en los siguientes casos, cómo hay que modificar el dominio de la función elegida para que sea válido en el contexto del problema.

Conocimiento matemático y formas de representación

1. El alquiler de una herramienta de carpintería cuesta \$10 más \$2 por cada día. ¿Cuántos días podemos usarla si queremos gastar menos de \$20?
2. Un auto sale de Buenos Aires hacia Mar del Plata. En el momento en que el conductor empieza a mirar la velocidad, va a 10km/h. Si la aceleración es constante, de 2 km/h, ¿cuánto tardará en alcanzar una velocidad de 80 km/h?
3. Las amebas se reproducen, partiéndose en 2 cada minuto. Si comenzamos con una ameba en el instante 0, ¿cuántas amebas habrá a los 5 minutos?

Para investigar

- Encuentren un problema para cada uno de los gráficos que no tienen asociada una situación problemática. Analicen el dominio en el contexto del problema.
- Para cada una de las fórmulas que no tienen asociado un gráfico, tracen el gráfico correspondiente y analicen en cada caso si la fórmula corresponde o no a una función.

Actividad 3

En Economía se suele definir la “función demanda” de un producto como la cantidad de unidades compradas de ese producto en función del precio unitario del mismo.

El ingreso que se obtiene al vender un producto puede calcularse como el precio del total de las unidades demandadas.

Una empresa ha analizado la venta de uno de sus productos y llegó a las siguientes conclusiones:

- si el precio unitario de su producto se fijara en \$1, la cantidad de unidades demandadas sería 1450, y
 - por cada peso que se aumentara el precio unitario, se demandarían 50 unidades menos.
- a. Expresen la función demanda y el ingreso en función del precio.
 - b. ¿Para qué valores del precio son válidas las expresiones?
 - c. ¿Qué tipo de funciones obtienen?
 - d. Hagan un gráfico aproximado de cada una.
 - e. ¿Cuál es el precio al que conviene vender el producto para tener el ingreso máximo?

Para investigar

Dibujen un rectángulo de 16 cm de perímetro. Calculen su área.

Repitan lo anterior, para un rectángulo distinto, tratando de conseguir que el área aumente. Traten de conseguir otro rectángulo de área mayor a la de los dos anteriores. Expliquen cómo lo pensaron.

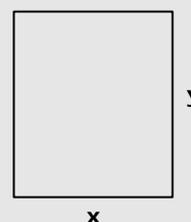
Consideren ahora todos los rectángulos de 20 cm de perímetro y expresen el área de esos rectángulos en función de uno de sus lados.

Para poder comparar con los resultados de sus compañeros, unifiquen la notación, al referirse a la base y a la altura, de la siguiente forma:

- ¿Para qué dimensiones del rectángulo el área es máxima?

Tomen otros valores para el perímetro, y realicen un estudio similar.

- ¿Qué conclusiones se pueden extraer acerca de los rectángulos de perímetro fijo y área máxima?



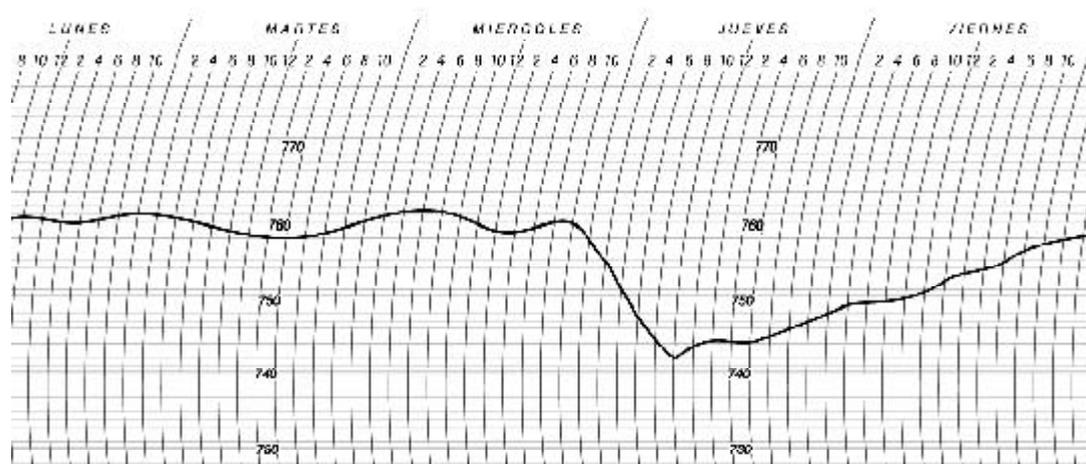
Actividad 4

Predicción del tiempo

La predicción meteorológica del tiempo no se fundamenta en el valor de presión en un momento dado. Para predecir el buen o mal tiempo hay que conocer las variaciones bruscas de la presión atmosférica; es decir que, no sólo interesa la variación de la presión, sino en cuánto tiempo ha tenido lugar esa variación.

La medida de la variación de la presión atmosférica entre dos instantes no es más que la diferencia entre las lecturas de la presión hechas en un instante y en otro.

La gráfica muestra la presión atmosférica medida en una estación meteorológica durante un intervalo de 5 días y medio.



Conocimiento matemático y formas de representación

Para predecir cambios o estabilidad en el tiempo, se tienen en cuenta los datos que se enumeran a continuación.

- Una caída de presión atmosférica que dure más de tres horas y que sea en media superior a 1,3 milímetros por hora anuncia mal tiempo, y si ya hace mal tiempo, lo continuará haciendo.
- Un aumento de presión atmosférica que dure más de tres horas y que sea en media superior a 1,3 milímetros por hora anuncia buen tiempo y si ya hace buen tiempo, lo continuará haciendo.
- Una presión estable anuncia cambio de tiempo.

Analicen qué pronóstico puede hacer el observatorio a las 6 de la mañana del miércoles, del jueves y del viernes.

Reflexión

Para resolver las actividades anteriores, han analizado la variación de una variable para una cierta variación de otra y buscaron identificar la tasa de variación de la función en distintos intervalos.

Una expresión general de la tasa de variación es:
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

¿Cómo se puede interpretar para cada problema la tasa de variación?

Para investigar

En muchos casos resultan insuficientes los datos que proporcionan estudios como los anteriores. Por ejemplo, en el caso del automóvil que va a la ciudad B, la tasa de variación en un intervalo no nos permite saber con qué velocidad va el coche cuando se cumple exactamente el minuto 58.

Para averiguarla, hay que ir considerando la velocidad media en intervalos cada vez más pequeños tanto entre 57 y 58 como entre 58 y 59. Esas velocidades se van acercando a un mismo número, la velocidad instantánea o tasa de variación local de la función en un punto.

- Investiguen trabajando con la calculadora cuál es, aproximadamente, la velocidad instantánea del auto cuando sale del último peaje.
- ¿Cómo se puede interpretar la tasa de variación local en la segunda actividad?

Actividad 5

Una persona deposita en un banco \$1000 en un plazo fijo que paga el 0,4 % de interés mensual.

- a. Al terminar el mes, ¿cuánto ganó de intereses? Si retira el monto, es decir, el dinero depositado inicialmente más los intereses ganados, ¿cuánto dinero retira?
- b. Si resuelve depositar por un mes más el dinero y los intereses ganados, ¿cuál será el monto obtenido al cabo del segundo mes?
- c. Expliquen cómo obtuvieron el monto correspondiente a cada mes.
- d. Si a fin de cada mes deposita el total acumulado, ¿cuál será el monto si retira el dinero a los n meses? Intenten encontrar una fórmula en la cual sólo haya que reemplazar n para tener el monto acumulado.
- e. Otra persona deposita, en ese mismo banco, \$2000. Analicen cómo se modifica la respuesta a cada una de las preguntas anteriores en ese caso.
- f. Si la primera persona depositara el dinero en una cuenta que le ofrece un 0,08% anual, ¿cómo se modificaría la respuesta a cada una de las cuatro primeras preguntas en este caso?
- g. Discutan con algunos de sus compañeros las respuestas a las preguntas anteriores.
- h. A la entrada del banco, a la segunda persona le dieron un folleto en el que decía que otra entidad daba el 5% anual a los ahorristas que dejaran el dinero por un año. Esta nueva opción, ¿le conviene más o no?? Expliquen por qué.

Para reflexionar

- ¿Hay proporcionalidad entre alguno de estos pares de variables (dejando en cada caso fijas todas las demás no mencionadas: capital inicial y monto; monto e interés mensual; interés obtenido en un mes y porcentaje [o tasa] de interés mensual; monto y tiempo?

Actividad 6

Vamos analizar el problema del crecimiento de una población. En general, interesa estimar cómo varía el número de habitantes de un determinado lugar en función del tiempo. Esta variación en el número de habitantes se puede calcular a partir de los resultados de los censos de población y se conoce como la tasa de crecimiento (o decrecimiento) de la población.

En un pueblo de 1500 habitantes la tasa de crecimiento es del 4 % anual.

- a. ¿Cuántos habitantes tendrá el pueblo dentro de un año? ¿Y dentro de dos años? ¿Y dentro de un año y medio? Expliquen en cada caso cómo hicieron para calcularlo.

Conocimiento matemático y formas de representación

- b. Indiquen la función que les permite calcular el número de personas que habitará dicho pueblo al cabo de x años. Representen gráficamente esta función.
- c. Evalúen la función que propusieron en 1, en 1,5 y en 2. ¿Hay coincidencia con los valores que obtuvieron en la parte a)? ¿Debería haberla?

Actividad 3

Las sustancias radiactivas se desintegran a través del tiempo, transformándose en otra sustancia. La rapidez con que se desintegran se mide mediante su "período de semidesintegración", que es el tiempo que tarda en desintegrarse la mitad de su masa inicial.

Tomando como unidad de tiempo dicho período, la función que indica la cantidad de masa de una sustancia en función del tiempo es $M(t) = (0,5)^t$.

Por ejemplo, para el plutonio 241, el período de semidesintegración es de 13 años, y para el plutonio 239, de 24.000 años. Una regla empírica establece que estos desechos radiactivos deben ser aislados por un período de 10 a 20 veces su período de desintegración.

- a. Hagan un gráfico aproximado de la función $M(t)$.
- b. Calculen para cada uno de los ejemplos, cuánto tiempo como mínimo tendrían que permanecer aislados los desechos radiactivos, y qué proporción de la masa inicial habrá en ese momento.

Actividad 4

Si un monto de dinero se deposita en una cuenta a una tasa de interés simple, y se pacta que los intereses que se obtienen en cada período no se depositan, y se cobran al final de la operación,

- a. ¿cuánto dinero se obtiene si se depositan \$1000 al 0,4 % mensual simple durante un año?
- b. Obtengan la función que les permite calcular el monto en función del tiempo. ¿Es creciente?
- c. Comparen su crecimiento con el de la función obtenida en la primera situación.

Para investigar

- a. En un pueblo se pudo establecer que el crecimiento anual de la población es del 4,5 %. Si actualmente tiene 2500 habitantes, ¿cuántos tendrá dentro de 5 años?

Si se mantiene esta tasa de crecimiento, ¿en cuánto tiempo el pueblo contará con 4000 habitantes?

- b. ¿En cuánto tiempo se duplica un capital al 1,5 % mensual compuesto? ¿Es necesario conocer el capital inicial? ¿Por qué?

Prólogo**La cuantificación de las variables sociales**

Introducción	11
Capítulo 1. Una mirada sobre el desarrollo a través de algunos índices	13
Capítulo 2. La desigualdad en las regiones de la Argentina: nuevos índices	23
Capítulo 3. Desarrollo humano, democracia y participación: la cuantificación de la opinión	35

El aporte de los datos numéricos al debate social

Introducción	45
Capítulo 1. Los datos sobre los inmigrantes en la Argentina	47
Capítulo 2. Los inmigrantes hoy: los datos y las creencias	55
Capítulo 3. Cómo ven a los inmigrantes las sociedades receptoras: la cuantificación de la opinión	63

Los modelos matemáticos y los de otras ciencias 71

Introducción	73
Capítulo 1: Modelos matemáticos y fisión nuclear	75
Capítulo 2: Modelos matemáticos y radioactividad	93
Capítulo 3: Modelos matemáticos, población y alimentación humana	107

Anexo:

Conocimiento matemático y formas de representación	123
1. Identidades y modelos geométricos	123
2. Tablas, gráficos y ecuaciones	126
3. Tablas, gráficos y fórmulas	130