MINISTERIO DE JUSTICIA E INSTRUCCION PUBLICA

INSPECCION GENERAL DE ENSEÑANZA

PROGRAMAS

DE MATEMATICAS PARA LAS ESCUELAS NACIONALES DE COMERCIO PARA VARONES Y MIXTAS

1º a 6º año

Buenos Aires
Talleres Gráficos de la Penitenciaría Nacional
— 1938 —

PROGRAMAS

DE MATEMATICAS PARA LAS ESCUELAS NACIONALES DE COMERCIO DE VARONES Y MIXTAS

PRIMER AÑO

Diurno y Nocturno

ARITMETICA

— I —

Números naturales: Sucesión fundamental de los números naturales. — La numeración; su objeto. — Sistema de numeración decimal. — Numeración oral. — Numeración escrita. — Esquema de la ubicación de las unidades de los diversos órdenes agrupadas por períodos. — Sistema de numeración romana. — Ejercicios de lectura y escritura de números expresados en cifras romanas. — Representación gráfica de los números naturales. — Interpretación geométrica. — Representación literal.

— II —

Relaciones de igualdad mayor y menor entre números naturales: Significado y notación. — Ejemplos. — Interpretación geométrica. — Caracteres de la igualdad de números naturales. — Consecuencias. — Carácter transitivo de la relación de mayor, de menor y de éstas combinadas con la de igualdad. — Comprobaciones de las mismas basadas en ejemplos e interpretaciones geométricas. — Postulado de las tres posibilidades.

— III —

Suma de números naturales: Definición y notación. Tablas: su objeto. — Interpretación geométrica. — Propiedades: enunciado, expresión simbólica y ejemplificación comprobatoria de la propiedad uniforme, de monotonía, conmutativa, asociativa y disociativa. — Suma de unidades concretas; su representación por un número natural concreto. — Coeficiente y unidad simbólica. — Suma de números concretos homogéneos. — Unidades concretas de diversos órdenes. — Números concretos complejos. — Suma de números concretos complejos.

— IV —

Resta de números naturales: Definición y notación. — Condición de posibilidad. — Transposición de términos de un miembro a otro de una igualdad, basada en la definición de la resta. — Interpretación geométrica de la resta. — Propiedad uniforme: Enunciado, expresión simbólica y demostración. — Comprobación de que la resta no es conmutativa. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación comprobatoria de las propiedades relativas a la resta de igualdades y desigualdades. — Demostrar que la diferencia no altera sumando o restando un mismo número al minuendo y sustraendo. — Casos de alteración de la diferencia; comprobación numérica. — Resta de números concretos homogéneos. — Resta de números concretos complejos.

— V —

Suma algebraica de números naturales: Definición. — Términos positivos y negativos. — Fundamentación intuitiva de la regla práctica para efectuar una suma algebraica. — Ejemplos. — Reglas prácticas para supresión e intercalación de paréntesis. — Ejercitación. — Demostrar que la suma de varias diferencias indicadas es igual a la suma de los minuendos menos la suma de los sustraendos.

— VI —

Multiplicación de números naturales: Definición y notación. — El producto de un número natural por cero, por uno y por otro número mayor que uno. — Tabla de multiplicar. — Producto de varios números naturales. — Múltiplos de un número. — Propiedad uniforme: expresión simbólica y demostración. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación comprobatoria de las propiedades: de monotonía, conmutativa, asociativa y disociativa de la multiplicación. — Enunciado, expresión simbólica y demostración de las propiedades distributivas de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta. — Ejemplificación comprobatoria de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma algebraica. — Factor común. Regla para sacar factor común. — Ejercicios de aplicación. — Producto de una suma por otra, de una suma por una diferencia y de dos diferencias. — Reglas respectivas. — Ejercicios de aplicación. — Multiplicación de números concretos, incomplejos y complejos por números naturales. — Ejercicios de aplicación.

— VII —

División de números naturales: Definición y notación de cociente exacto. — Condición de posibilidad. — Corolarios. — Pasaje de factores y divisores de un miembro a otro de una igualdad basado en la definición de división exacta. — Propiedades uniformes y de monotonía; enunciados, expresión simbólica y demostración. — Comprobación de que la división no es conmutativa. — Comprobación de las propiedades distributivas con respecto a la suma y a la resta de múltiplos del divisor. — Demostrar que el cociente no altera si se multiplica o divide el dividendo y el divisor por un mismo número natural. — Cociente del producto indicado de varios factores por uno de ellos o por un divisor de uno de ellos. — Aplicaciones. — División entera. — *Definición y notación de cociente entero* y resto (por defecto). — Relación entre el dividendo, el divisor y el resto. — División de números concretos incomplejos y complejos por números naturales. — Ejercicios de aplicación.

— VIII —

Potenciación: Definición y notación de la potencia cero, primera y enésima de un número natural. — Cuadrado y cubo do un número natural. — Cuadrado de los números dígitos. — Enunciado, expresión simbólica y demostración de las propiedades uniformes y de monotonía; comprobar que la potenciación no es conmutativa. — Comprobar que la potenciación no es distributiva *con respecto* a la suma y a la resta. — Demostración de las propiedades distributivas de la potenciación con respecto a la multiplicación y división exacta. — Producto y cociente de potencias de igual base, potenciá de *potencia; demostraciones*. — Cuadrado de la suma y de la diferencia de dos números. — Producto de la suma por la diferencia de dos números. — Ejercicios de aplicación.

— IX —

Radicación: Definición y notación de la raíz enésima de un número natural. — Condición de posibilidad. — Corolarios de la definición. — Pasaje de exponentes o índices de raíces, de un miembro a otro de una igualdad, basado en la definición de raíz. — Enunciado, expresión simbólica y comprobación de las propiedades uniforme y de monotonía de la radicación de números naturales. — Comprobar que la radicación no es conmutativa. — Demostración de las propiedades distributivas de la radicación con respecto al producto y al cociente exacto de potencias del mismo grado que indica el índice. — Raíz cuadrada. — Números naturales, menores que cien, que tienen raiz cuadrada exacta. — Raíz cuadrada entera. — Definición y notación de raíz cuadrada entera de un número natural. — Resto (por defecto). — Definición. — Ejemplos. Enunciado: expresión simbólica y comprobación de las relaciones entre el radicando, la raíz y el resto. — Práctica de la extracción de la raíz cuadrada entera *de números naturales*. — *Prueba*.

— X —

Divisibilidad: Definición. — Propiedades de los múltiplos. — Suma y diferencia de múltiplos de un mismo número. — Caso en que uno de los sumandos no sea múltiplo de dicho número. — Múltiplo de un múltiplo de un número. — Teorema fundamental de la divisibilidad. — (Su deducción numérica con restos por defecto únicamente). — Criterios de divisibilidad por 2 y 5; 4 y 25; 8 y 125; 3 y 9; y por 11.

Números primos y compuestos: Definición y ejemplos. — Criba de Eratóstenes. — Manera de reconocer si un número es primo. — Descomposición de un número en sus factores primos.

— XI —

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo. — Divisores de varios números. — Divisores comunes de los mismos. — Máximo común divisor; definición. — Múltiplos de varios números. — Múltiplos comunes a los mismôs. — Mínimo común múltiplo. — *Definición*. — Procedimiento práctico para determinar mentalmente el m. c. d. y el m. c. m. de números pequeños.

— Ejercicios. — Reglas para la determinación m. c. d. y del m. c. m. de varios números por descomposición en sus factores primos. — Ejercicios.

— XII —

Números enteros: Números negativos. — Necesidad de su creación. — Números enteros. — Valor absoluto. — Interpretaciones concretas de los números enteros. — Representaciones gráficas. — Relaciones de igualdad, mayor y menor entre números enteros. — Enunciado, representación simbólica y ejemplificación de los caracteres de dichas relaciones. — Ejercicios.

— XIII —

Suma de números enteros: Definición y ejemplos de: suma de números enteros de igual signo, de dos números enteros de diferente signo y de varios números positivos y negativos. — Ejercicios de aplicación. Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades de la suma de números enteros.

Resta de números enteros: Definición. — Procedimiento para obtener el resto mediante la transformación de la resta en suma. — Posibilidad de esta operación en el caso en que el minuendo es menor que el sustraendo. — Ejercicios de aplicación. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades de la resta de números enteros.

Multiplicación de números enteros: Definición. — Ejemplos de productos de dos números enteros. — Regla de los signos. — Producto de varios números enteros. — Ejercicios. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades de la multiplicación de números enteros.

División exacta de números enteros: Definición y ejemplos. — Regla de los signos. — Ejercicios. —

Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades de la división exacta de números enteros.

Potenciación y radicación de números enteros: Definición y ejemplos. — Potencia cero. — Primera y enésima de un número entero. — Regla de los signos. — Ejercicios de aplicación. — Definición y ejemplos de raíz cuadrada, cúbica y enésima de un número entero. — Regla de los signos. — Imposibilidad de la extracción de raíces pares de los números negativos en el campo de los números enteros.

— XIV —

Números racionales: Necesidad de la creación de los números fraccionarios. — Definición de número fraccionario puro. — Notación. — Definición de número racional. — Representación de números enteros como pares ordenados de números. — Intepretación concreta de los números racionales de términos positivos. — Igualdad de números racionales. — Concepto intuitivo y definición. — Caracteres fundamentales de la igualdad de números racionales. — Demostrar que un número racional no altera si se multiplican y dividen exactamente ambos términos por un mismo número. — Todo número racional puede expresarse como una fracción de denominador positivo. — Signo de un número racional. — Simplificación de fracciones. — Reducción de fracciones a común denominador. — Mínimo común denominador. — Desigualdad de números racionales. — Definiciones de mayor y menor. — Interpretación geométrica. — Carácter transitivo de la desigualdad de números racionales.

— XV —

Operaciones con números racionales: Suma de números racionales. — Definición de suma de números racionales de igual y de distinto denominador. —

Enunciado. — Expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades uniforme, de monotonía, conmutativa y asociativa de la suma. — Ejercicios de aplicación. — Número mixto. — Definición. — Reducción de números mixtos a fracción impropia. — Suma de números mixtos. — Resta de números racionales: Definición. — Resta de números racionales de igual y de distinto denominador. — Reglas prácticas. — Corolario de la definición. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades uniformes y de monotonía. — Ejercicios de aplicación. — Resta de números mixtos. — Ejercicios. — Multiplicación de números racionales: Definición. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades uniformes de monotonía, conmutativa y asociativa de la multiplicación de números racionales. — Expresión simbólica y comprobación con ejemplos de las propiedades distributivas con respecto a la suma y a la resta de números racionales. — Números racionales inversos. — Producto de dos números racionales inversos. — Ejercicios de aplicación. — División de números racionales: Definición. — Regla práctica. — Posibilidad de la división de números enteros cuando el dividendo no es múltiplo del divisor. — Corolarios de la definición. — Enunciado, expresión simbólica y ejemplificación de las propiedades uniformes y distributivas con respecto a la suma y a la resta. — Ejercicios de aplicación. — Potenciación y radicación de números racionales: Definición y ejemplos de potencias de números racionales con exponentes naturales. — Regla práctica. — Potencias con exponentes negativos. — Cociente de potencia de igual base cuando el exponente del dividendo es menor que el del divisor. — Producto y cociente de potencias de igual base y exponente negativo. — Potencia de una potencia. — Raíz cuadrada de un número racional.

— XVI —

Fracciones decimales: Definición. — Relaciones entre las unidades decimales de los diversos órdenes. — Descomposición de una fracción decimal en las unidades que contiene de cada orden. — Escritura de las fracciones decimales en forma aparentemente entera. — Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros. — División de un número entero o decimal por la unidad seguida de ceros. — Un número decimal no altera si se agregan ceros a la derecha de la última cifra decimal.

Las cuatro operaciones fundamentales: Suma de números decimales. — Justificación de la regla práctica que se aplica para efectuar la operación. — Resta de números decimales. — Justificación de la regla correspondiente. — Multiplicación de números decimales. — Multiplicación de un decimal por un entero y de dos decimales entre sí. — Justificación de las reglas correspondientes. — Cociente de dos números enteros con menor error que un décimo, un centésimo, un milésimo, etc. — Definición y ejemplos. — Expresiones decimales periódicas. — Sus clases. — División de un decimal por un entero con menor error que una unidad de un orden dado.

— XVII —

Idea de número irracional: Raíz cuadrada aproximada de un número con menor error que un décimo, un centésimo, un milésimo, etc. — Definición y regla práctica para obtenerla. — Ejercicios sobre extracción de raíces cuadradas aproximadas. — Casos de imposibilidad de la extracción de raíces exactas de números positivos, cuando no se conocen más números que los racionales. — Necesidad de la creación de nuevos números. — Números irracionales. — Su representación por expresiones decimales y no periódicas de infinitas cifras. — Valores aproximados de un número irracional.

PRÁCTICA DEL CÁLCULO Y APLICACIONES

Además de los ejercicios y problemas indicados en el programa general, deberán desarrollarse los que se especifican a continuación en la hora semanal de aritmética destinada a ejercicios de aplicación y cálculos mercantiles.

— I —

Ejercicios sobre lectura y escritura de números naturales y decimales y de números concretos expresados en unidades métricas.

— II —

Procedimientos que facilitan el cálculo mental en la suma: sumar un dígito en dos partes de las cuales la primera redondee el primer sumando; sumar una cifra significativa seguida de ceros; sumar un número cualquiera, descomponiéndolo en las unidades de sus diversos órdenes. — Ejercicios con los datos escritos y con los datos enuuciados oralmente.

— III —

Procedimientos que facilitan el cálculo mental de la resta: restar un dígito, mayor que la cifra de las unidades del minuendo, descomponiéndolo en dos partes, de las cuales la primera sea igual a dicha cifra; restar una cifra significativa seguida de ceros; restar un número cualquiera descomponiéndolo en las unidades de sus diversos órdenes. — Ejercicios do aplicación: vueltos de dinero.

— IV —

Procedimientos que facilitan el cálculo mental en la suma y resta combinadas: sumar o restar un número utilizando el número redondo más próximo. — Ejercicios

de aplicación con números naturales y decimales. — Importe de dos compras y vuelto correspondiente al pago. — Días comprendidos entre dos fechas. — Ejercicios de suma con sumandos dispuestos horizontalmente. — Aplicación de la propiedad asociativa a la suma de numerosos sumandos de números naturales, decimales y concretos. — Pruebas de la suma y de la resta.

— V —

Duplicar, triplicar, cuadruplicar mentalmente un número, mediante sumas. — Multiplicar un número cualquiera por un dígito, descomponiéndolo en sus unidades de los diversos órdenes. — Multiplicación por una cifra significativa seguida de ceros. — Multiplicación por 9, 19, 29, etc.; por 11, 21, 31, etc. — Multiplicación por 12 y por 15.

— VI —

Dividir un número por 10, 100, 1000, etc. — Mitad de un número par o impar, cuarta parte, octava parte. — Mnltiplicar o dividir un número por 5, 25, 125. — Dividir por una cifra significativa seguida de ceros. — Porcentajes: ejercicios de aplicación, directos e inversos.

— VII —

Suma y resta de ángulos expresados en grados, minutos y seguudos. — Producto y cociente de un ángulo expresado en grados, minutos y segundos por un número natural. — Reducción de tiempo, expresado en años, y fracción decimal de años, a meses y días.

— VIII —

Restos de la división de un número por 9. — Pruebas del 9 para la suma, la resta, la multiplicación y la división. — Aplicaciones de los criterios de divisibilidad a la simplificación de cocientes.

— IX —

Obtención mental del M. C. D. y M. C. M. de números pequeños. — Obtención del M. C. D. de varios números por descomposición en factores primos y cálculo mental del cociente de dividir cada uno de ellos por el máximo común divisor. — Obtención del M. C. M. de varios números por descomposición en factores primos y cálculo mental del cociente de dividir el mismo por cada uno de aquéllos.

— X —

Obtener mentalmente el cuadrado de un número do dos cifras; cuadrado de un número terminado en 5; el cubo de un número dígito. — Productos que pueden calcularse mentalmente por diferencia de cuadrados y viceversa.

— XI —

Simplificación de fracciones. — Suma de fracciones aplicando el mínimo común denominador. — Reducción de números mixtos a fracción. — Suma de números mixtos, reduciéndolos o no a fracción.

— XII —

Resta de fracciones aplicando el mínimo común denominador. — Resta de números mixtos reduciéndolos o no a fracción.

— XIII —

Multiplicación de fracciones (previa simplificación en los casos posibles). — Multiplicación de una fracción por un entero. — Multiplicación de números mixtos.

— XIV —

División de fracciones. — División de un entero por una fracción y de una fracción por un entero. — División de números mixtos.

— XV —

Ejercicios de reducción de fracciones ordinarias a decimales o expresiones periódicas.

— XVI —

Ejercicio de las cuatro operaciones fundamentales con números decimales.

— XVII —

Ejercicios combinando las cuatro operaciones fundamentales con números enteros, fraccionarios y decimales,

---

Nota: Los alumnos regulares llevarán una carpeta de ejercicios en la que el profesor les hará anotar uno, por lo menos, de cada tipo de los indicados en el presente programa y las respectivas reglas prácticas expresadas en forma sintética.

GEOMETRIA

— I —

Entes geométricos fundamentales: Punto, recta y plano. — Concepto y representación. — Postulados relativos al plano y al espacio. — Figura, espacio. — Ordenación natural de los puntos de una recta. — Semirrecta. — Segmento. — Igualdad y desigualdad de segmentos. — Suma y resta de segmentos. — Definiciones. — Determinación del segmento suma y del segmento diferencia. — Producto y cociente de un segmento por un número natural. — Postulado de la divisibilidad del segmento.

— II —

Ángulos: Postulados de la división del plano. — Angulos convexos, llanos, y cóncavos: Definiciones y notación. — Angulos consecutivos. — Angulos de un giro. — Igualdad y desigualdad de ángulos. — Suma y resta de ángulos. — Definiciones. — Determinaciones del ángulo suma y del ángulo diferencia. — Producto y cociente de un ángulo por un número natural. — Postulado de la divisibilidad del ángulo. — Bisectriz de un ángulo. — Clasificación de los ángulos convexos: ángnlos rectos, agudos y obtusos. — Todos los ángulos rectos son iguales. — Unidades angulares: ángulos de nn grado, de nn minuto y de un segundo. — Transportador. — Valor de los ángulos rectos, agudos y obtusos. — Angulos complementarios y suplementarios. — Definiciones y ejemplos.

— III —

Ángulos formados por dos rectas que se cortan: Angulos adyacentes y opuestos por el vértice. — Definiciones. — Los ángnlos adyacentes son suplementarios. — Los ángulos opuestos por el vértice son iguales. — Rectas perpendiculares. — Los lados de un ángulo recto y sus semirrectas opuestas, forman dos rectas perpendicnlares. — Si dos rectas que se cortan forman dos ángulos ayacentes iguales, dichas rectas son perpendiculares. — Postulado: en un plano por un punto perteneciente a u na recta o exterior a la misma, pasan una perpendicular a dicha recta y sólo una. — Angulos que forman dos rectas perpendiculares. — Trazado de perpendiculares con la escuadra.

— IV —

Rectas paralelas: Definición. — En un plano dos rectas perpendiculares a una tercera son paralelas. — Por un punto exterior a una recta pasa siempre una paralela a dicha recta. — Postulados de las paralelas. — Si una recta corta a una de dos paralelas corta también a la otra. — Caracteres del paralelismo de rectas.

— V —

Angulos formados por dos rectas cortadas por una tercera: Definiciones y ejemplos. — Postulado de los ángulos correspondientes entre paralelas. — (Directo y recíproco). — Teorema de los ángulos alternos internos y alternos externos. (Demostración de los directos y enunciado de los recíprocos). — Teorema de los ángulos conjugados. — Enunciado del teorema recíproco. — Si una recta es perpendicular a una de dos paralelas es perpendicular a la otra. — Trazado de paralelas con regla y escuadra.

— VI —

Triángulos: Definición. — Clasificación según sus lados y según sus ángulos. — Suma de los ángulos interiores de un triángulo. — Corolarios. — Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los interiores no adyacentes. — Corolario.

— VII —

Relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo: Postulado del triángulo isósceles: en todo triángulo isósceles a los lados iguales se oponen ángulos iguales. — — (Comprobación intuitiva). — Si en un triángulo dos lados son desiguales al mayor lado se le opone mayor ángulo. — Enunciado de los teoremas recíprocos. — En todo triángulo un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia.

— VIII —

Circunferencia: Definición y notación. — Puntos anteriores y exterior de una circunferencia. — Postulado: si una recta pasa por un punto interior a una circnuferencia tiene dos puntos comunes con ella. — Circunferencias iguales. — Circunferencias secantes: — Postulado de las circunferencias secantes: si dos circunferencias iguales tienen su radio mayor que la mitad de las distacia de los centros, son secantes. — Construcción de un triángulo isósceles dando la base y uno de los lados iguales. — Construcción de un triángulo equilátero dando el lado.

— IX —

Triángulos iguales y desiguales: Definicióu de triángulos iguales. — Caracteres de la igualdad de triángulos. — Criterios de igualdad de triángulos. — Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados y el ángulo comprendido respectivameute iguales, y averiguar cómo resultan los demás elementos. — Postulado del primer criterio de igualdad de triángulos. — Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero un lado y los ángulos adyacentes respectivamente iguales. — Averiguar cómo resultan los demás elementos. — Generalizar esta comprobación para el caso de tener un lado, un ángulo adyacente y el ángulo opuesto respectivamente iguales. — Postulado del segundo criterio do igualdad de triángulos. — Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero los tres lados respectivamente iguales. — Averiguar cómo resultan los demás elementos. — Postulado del tercer criterio de igualdad de triángulos. — Dado uu triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos respectivamente iguales. — Averiguar cómo resultan los demás elementos. — Postulado del cuarto criterio de igualdad de triángulos. — Dado un triángulo construir otro que

tenga con el primero dos lados y el ángulo opuesto al menor de ellos respectivamente iguales. — Comprobar sus dos soluciones. — Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados respectivamente iguales y el tercero desigual y averiguar cómo resultan los demás elementos. — Construcciones con regla y compás. — Construir un áugulo igual a otro dado. — Construir la bisectriz de un ángulo. — Construir un triángulo dados: dos lados y el ángulo comprendido; un lado y los ángulos adyacentes a él; un lado, uu áugulo adyacente y el ángulo opuesto a él; los tres lados; dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos.

— X —

Triángulos rectángulos: Definiciones. — La hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos. — Criterio de igualdad de triángulos rectángulos, deducidos de los criterios generales. — Distancia de un puuto a una recta: definición. — La distancia de uu puuto a una recta es el menor de los segmentos que se puedeu trazar desde el punto hasta la recta. — Si desde un punto exterior a una recta se traza la perpendicular y dos segmentos oblicuos cuyos pies equidisten del pie de la primera, dichos segmentos son iguales. — Enunciado de los teoremas recíprocos correspondientes. — *Problemas:* Trazar la perpendicular a una recta por un punto de la misma. — Trazar la perpendicular a una recta por un punto exterior a la misma. — Construir un triángulo rectángulo dando: los dos catetos; un cateto y el ángulo agudo adyacente al mismo; un cateto y el ángulo agudo opuesto al mismo; la hipotenusa y un cateto. — La hipotenusa y un ángulo agudo.

— XI —

Lugares geométricos: Definición. — La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos del mismo. — La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos, interiores del mismo, que equidistan de sus lados. — *Problemas*: Trazar la mediatriz de un segmento con regla y compás. — Por un punto exterior a una recta trazarle la paralela. — Trazar la circunferencia que pasa por tres puntos no alineados.

— XII —

Alturas, medianas, mediatrices y bisectrices de un triángulo: Definiciones. — Construcciones de las mismas. — La altura correspondiente a la base de un triángulo isósceles es también mediana y bisectriz. — *Problemas*: Construir un triángulo dado dos lados y la mediana correspondiento a uno de ellos. — Construir un triángulo dados un lado, un ángulo adyacente y la bisectriz del mismo. — Figura de análisis y condiciones de posibilidad.

— XIII —

Polígonos: Definiciones. — Suma de los ángulos interiores y exteriores de un polígono convexo. — Cuadriláteros. — Clasificación. — Paralelogramos: En todo paralelogramo los lados y ángulos opuestos son iguales. — Las diagonales de todo paralelogramo se cortan mutuamente en partes iguales. — Enunciado de los teoremas recíprocos. — Todo cuadrilátero que tenga dos lados opuestos iguales y paralelos es un paralelogramo. — Bases medias de un paralelogramo. — Cada base media es paralela a las bases e igual a las mismas. — *Problemas*: Construir un paralelogramo dados dos lados consecutivos y el ángulo comprendido. — Construir un paralelogramo conociendo dos lados consecutivos y una diagonal. — Construir un paralelogramo dadas las diagonales y uno de los ángulos que ellas forman.

— XIV —

Paralelogramos especiales: Si un paralelogramo tiene un ángulo recto los otros tres también lo son. — Definición de rectángulo. — Condicióu suficiente para que un paralelogramo sea rectángulo. — Propiedades del rectángulo deducidas de las propiedades de los paralelogramos. — Propiedad particular del rectángulo: las diagonales son iguales. — Si un paralelogramo tiene dos lados consecutivos iguales, tiene los cuatro lados iguales. — Definición de rombo y condición suficiente para quo un paralelogramo sea rombo. — Propiedades del rombo deducidas de las propiedades de los paralelogramos. — Propiedad particular del rombo: las diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen. — Cuadrado: definición y propiedades del cuadrado deducidas de las propiedades de los paralelogramos, del rectángulo y del rombo. — *Problemas*: Construir un rectángulo dados dos lados consecutivos. — Construir un rectángulo dados un lado y la diagonal. — Construir un rectángulo dados la diagonal y el ángulo que forma con uno de los lados. — Construir un rombo dados un lado y un ángulo. — Construir un rombo dadas las dos diagonales.

— XV —

Trapecio: Base media de un trapecio. — Propiedades de la base media. — *Problema*: Construir un trapecio dados los lados no paralelos y sus bases.

— XVI —

Circunferencia y círculo: Definiciones de círculo, ángulo central, arco, sector y cuerda. — Arcos y sectores iguales. — Arco mayor o menor que otro. — Relaciones entre arcos y cuerdas iguales y desiguales. — El diámetro es el mayor de las cuerdas. — Diámetro perpendicular a una cuerda.

— XVII —

Angulos inscriptos y semi-inscriptos: Definición do ángulo inscripto. — Todo ángulo inscripto es igual a la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco. — Corolarios. — Todos los ángulos inscriptos que abarcan el mismo arco son iguales. — Todo ángulo inscripto cuyos lados abarcan una semicircunferencia es recto. — Angulo semi-inscripto. — Definición. — Todo ángulo semi-inscripto es igual a la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco. — *Construcción de tangentes*: Definición de recta tangente a una circunferencia. — La perpendicular a un radio en el punto de contacto es tangente a la circunferencia. — Enunciado del recíproco. — Por un punto de una circunferencia trazarle la tangente. — Por un punto, exterior a una circunferencia trazarle las tangentes.

SEGUNDO AÑO

Diurno y Nocturno

ARITMETICA

— I —

Cantidades: Definición y ejemplos. — Cantidades homogéneas. — Producto de una cantidad por un número. — Definición y ejemplos. — Cociente de una cantidad por un número. — Definición y ejemplos. — Razón de dos cantidades homogéneas. — Ejemplos. — Medida de una cantidad. — Valor do una cantidad con respecto a una unidad. — Números concretos. — La razón de dos cantidades homogéneas es igual a las de sus medidas con respecto a una misma unidad.

— II —

Sistema métrico decimal: Origen y definición. — Medidas de longitud: El metro lineal; múltiplos y submúltiplos. — Medidas efectivas de longitud. — Medidas de superficie. — El metro cuadrado; múltiplos y submúltiplos. — Medidas agrarias: Area, hectárea y centiárea, su equivalencia con las medidas métricas. — Medidas de volumen: El metro cúbico; múltiplos y submúltiplos. — Medidas de peso: el gramo; múltiplos y submúltiplos; medidas efectivas. — Medidas de capacidad: El litro; múltiplos y submúltiplos; medidas efectivas. — Relaciones entre las medidas de volumen y de peso. — Peso específico.

— III —

Otros sistemas de medidas: Inglés: Medidas de longitud: Pie, yarda y pulgada. — Equivalencias entre sí y con las del sistema métrico decimal. — Medidas de superficie, de volumen y de capacidad más usuales en el comercio. — Sus equivalentes en el sistema métrico decimal. — Sistema monetario de la República Argentina. — Distintas clases de moneda metálica: Oro, plata, níquel y cobre. — Nombre y valor de las piezas. — Título y tolerancia de las mismas. — Paridad de monedas. — Peso moneda nacional. — Conversión de monedas. — Sistema monetario inglés y americano. — Conversión de monedas de un sistema a otro. — Ejercicios y problemas.

— IV —

Razones y proporciones numéricas: Definición y ejemplos. — Nombre de sus elementos. — Proporción continua; teorema fundamental de las proporciones numéricas ordinarias y continuas. — Recíprocos. — Cálculo de un extremo o de un medio en una proporción ordinaria o continua. — Ejercicios. — Las siete proporciones deducidas de una dada. — En toda proporción la suma del antecedente y consecuente de la primera razón es a su antecedente o consecuente, como la suma del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su antecedente o consecuente. — Propiedad análoga para la diferencia entre antecedente y consecuente. — En toda proporción, la suma del antecedente y consecuente de la primera razón es a su diferencia, como la suma del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su diferencia. — Serie de razones iguales. — Propiedad fundamental. — Ejercicios.

— V —

Magnitudes proporcionales: Definición y ejemplos. — Magnitudes directamente proporcionales. — Definición y ejemplos. — Magnitudes inversamente proporcionales. — Definición y ejemplos. — Magnitud proporcional a varias otras. — Definición y ejemplos, preferentemente relativos a capital, interés, tiempo, etc.

— VI —

Regla de tres simple y compuesta: Regla de tres simple, su objeto. — Resolución de problemas de regla de tres simple, directa o inversa, con números enteros, fraccionarios o decimales, por el método de reducción a la unidad y por proporciones. — Regla de tres compuesta: Su objeto. — Resolución de problemas de regla de tres compuesta, directa, inversa o mixta, con números enteros, fraccionarios o decimales, por el método de reducción a la unidad y por proporciones. — Reglas prácticas para resolver los problemas mencionados.

— VII —

Interés simple: Porcentajes: Bonificaciones o rebajas. — Recargos, comisiones y corretajes. — Definiciones y ejemplos. — Dadas dos cantidades, determinar el porcentaje de una de ellas con relación a la otra. — Interés simple: Definir cada uno de los elementos que intervienen. — Capital, tiempo, tanto por ciento o tanto por uno. — Deducción de la fórmula general, haciendo intervenir el tanto por ciento y el tanto por uno. — Fórmulas que se deducen de la anterior; del capital, del tiempo, del tanto por ciento y del tanto por uno. — Tasas proporcionales. — Casos en que el tiempo está expresado en semestres, trimestres, meses y días. — Monto: Definición y fórmulas. — Construcción de una tabla para el cálculo del monto de un peso. — Dadas tres de las siguientes cantidades: monto, capital tiempo y tanto por ciento o tanto por uno, determinar la cuarta. — Procedimientos comerciales. — Método de los divisores fijos: Construcción de una tabla de divisores fijos para las tasas más corrientes considerando el año comercial y el civil. — Cálculo de intereses de varios capitales a una misma tasa para tiempos distintos. — Métodos de las partes alicuotas: Del tiempo, de la tasa y del capital. — Empleo combinado de los mismos. — Ejercicios y problemas. — Esquema de tablas de intereses simples y manejo de éstas. — Capitalización de intereses, en las cuentas comerciales, aplicando la fórmula de interés simple.

— VIII —

Descuento comercial: Definición de los elementos que intervienen: Valor nominal, tiempo, tasas, tanto por ciento o tanto por uno, valor actual o efectivo. — Deducción de la fórmula fundamental. — Su analogía con la fórmula del interés simple. — Fórmulas que se deducen de la fundamental; del valor nominal, del tiempo, de la tasa y del valor actual o efectivo. — Procedimientos comerciales estudiados para el interés simple, aplicados al descuento comercial. — Documentos comerciales equivalentes: Definición. —

Vencimiento medio y vencimiento común, con descuento comercial. — Ejercicios y problemas.

— IX —

Regla de repartición proporcional: Directa, inversa, simple y compuesta, definiciones. — Reglas prácticas para la resolución de problemas. — Aplicar la regla de repartición proporcional a problemas de: Sociedad o compañía y a problemas de prorrateos. — Ejercicios y problemas.

— X —

Regla de conjunta: Objeto de la misma. — Equivalencias; producto ordenado de equivalencias. — Aplicaciones de la regla de conjunta relativas a problemas de comercio exterior: Problemas de equivalencias simples; de dos monedas metálicas; de valores expresados en dos monedas distintas a tipos de cotizaciones oficiales (conversión de monedas en el cambio directo); de dos partidas de mercaderías o productos; incluyendo gastos. — Problemas de equivalencias múltiples, incluyendo gastos: De valores expresados en sus respectivas monedas a los tipos de cotizaciones oficiales (conversión de monedas en el cambio indirecto); de partidas de mercaderías o de productos. — Aplicaciones a la resolución de problemas de conversión de medidas expresadas en un sistema de unidades no decimal, al sistema métrico decimal. — Aplicación a la resolución simultánea de conversiones de medidas, expresadas en otros sistemas, con precios en moneda extranjera, a medida métrica y su importe en moneda nacional. — Ejercicios.

— XI —

Regla de mezcla o aligación: Objeto de la misma. — Directa: Cálculo del precio medio de un producto

obtenido por la mezcla cuando se conocen el número de unidades mezcladas y los respectivos precios unitarios. — Ejercicios. — Inversa: Cálculo del número de unidades de cada componente, cuando se conocen el precio unitario medio del producto mezclado; cuando no se fija el número total de la mezcla, cuando éste ha sido fijado, cuando alguno o algunos de los componentes deban considerarse con un número determinado de unidades. — Problemas de aleaciones de metales finos. — Ejercicios y problemas.

PRÁCTICA DEL CÁLCULO Y APLICACIONES

— I —

Ejercicios y problemas de suma, resta, multiplicación y división con números enteros, fraccionarios y decimales. — Combinación de las cuatro operaciones. — Reducción de fracciones ordinarias a decimales, efectuando la división.

— II —

Efectuar ejercicios con fracciones: a) Operando con las fracciones ordinarias exclusivamente; b) Reduciendo previamente las fracciones a números decimales; y, c) Comparar ambos resultados. — Extraer con cinco decimales la raíz cuadrada de los números: 2, 3, 5, 1.04 y 1.05.

— III —

Reducir varas lineales o cuadradas a metros lineales o cuadrados respectivamente y viceversa. — Reducción de hectáreas, áreas y centiáreas a metros cuadrados y recíprocamente. — Reducción de unidades del sistema métrico decimal a las del sistema inglés de medidas y recíprocamente.

— IV —

Determinar la superficie de un terreno, de forma poligonal, expresándola en metros cuadrados, varas cuadradas, hectáreas, áreas y centiáreas. — Determinar la capacidad de un barril dada la fórmula:

$$V = 0.087\ h\ (2D + d)^2$$

en donde «h» es la altura, «D» el diámetro máximo; y «d» el diámetro en la tapa y del fondo (las medidas consideradas son internas).

— V —

Ejercicios ntilizando el peso específico. — Ejercicios sobre reducción de monedas nacionales a extranjeras, y recíprocamente (con cotizaciones oficiales).

— VI —

Problemas de regla de tres simple y compuesta, para resolver cuestiones de equivalencias entre las medidas de volumen y de peso en el sistema métrico decimal, sistema de medidas inglés y monedas. — Resolver con datos numéricos problemas del tipo: Si *a* decalitros y *b* decilitros pesan *c* quintales métricos, *d* kilogramos y *e* gramos, ¿cuánto pesa el kilolitro?

— VII —

Resolver con datos numéricos problemas del tipo: En una clase de *a* alnmnos, faltan *b*. Determinar el porcentaje de asistencia y de inasistencia.

Conociendo el precio de costo y el precio de venta de un producto, determinar: El porcentaje de la ganancia o pérdida referido al precio de costo y al precio de venta.

Sobre una compra se hacen dos bonificaciones sucesivas: *a* o|o del precio de compra y *b* o|o sobre el resto. Determinar qué por ciento único habría que aplicar para obtener la misma bonificación.

— VIII —

Calcular el interés real de títulos que se cotizan bajo y sobre la par.

Calculado el interés, con tiempo comercial, determinar el interés, con tiempo civil, multiplicando por la relación del año comercial al civil (recíproco).

Cálculo de tasa media.

Determinación del monto: a) Calculando el interés; b) Directamente.

Verificación de intereses en una cuenta de caja de ahorros.

— IX —

Construcción de nna tabla para determinar el número de días transcurridos entre dos fechas dadas.

Descontar varios documentos a una misma tasa, pero de distintos valores nominales y distintos vencimientos.

Renovación de documentos: a) En el caso que los intereses se carguen al nnevo docnmento; b) En el caso qne se sustitnya por otro antes de su vencimiento.

— X —

Distribuir los gastos generales de un comercio o empresa, proporcionalmente al volumen o al monto de las ventas de los distintos productos o mercaderías.

Distribución del producido en la liquidación de uua qniebra proporcionalmente a los créditos de cada uno de los acreedores.

Repartición de utilidades o pérdidas en una sociedad accidental de acuerdo a los capitales y a los tiempos.

— XI —

Resolución de problemas de cambio indirecto con intervención de varias monedas extranjeras, con sus gastos.

Determinar el valor en moneda nacional de una moneda metálica o *lingote cuando se conoce el peso y el* título correspondiente.

Nota:

Además de los ejercicios y problemas indicados en el programa general, deberán desarrollarse los que anteceden en la hora semanal de aritmética destinada a ejercicios de aplicación y cálculos mercantiles.

Los alumnos regulares llevarán una carpeta de ejercicios, en la que el profesor les hará anotar uno, por *lo menos, de cada tipo* de los indicados en el presente programa y las respectivas reglas prácticas expresadas en forma sintética.

GEOMETRIA

— I —

Polígonos equivalentes: Suma de polígonos. — Definición. — Polígonos equivalentes. — Su definición como suma de polígonos ordenadamente iguales. — Ejemplos. — Enunciado de los caracteres de la equivalencia de polígonos. — Definición de superficie de un polígono. — Equivalencia de dos paralelogramos de igual base y altura: distintos casos. — Postulados de equivalencia. — Equivalencia entre un triángulo y un paralelogramo de igual altura y base igual a la mitad

de la del triángulo. — Equivalencia de los triángulos de igual base y altura. — Equivalencia entre un trapecio y un triángulo de igual altura y de base igual a la suma de las bases del trapecio. — Transformación *de un polígono en otro equivalente que tenga* un lado menos.

— II —

Superficie y área de los polígonos: Definición de superficie y de área de un polígono. — Diferencia *entre uno y otro concepto.* — La razón de las superficies de dos rectángulos de igual base es igual a la razón de las alturas correspondientes. — La razón de las superficies de dos rectángulos de igual altura es igual a la de las bases correspondientes. — La razón de las superficies de dos rectángulos cualesquiera es igual al producto de la razón de las bases por la razón de las alturas correspondientes. — Areas del rectángulo, del cuadrado y del paralelogramo. — Fórmulas y aplicaciones. — Areas del triángulo y del trapecio. — Fórmulas y aplicaciones. — Area de un polígono por descomposición en figuras parciales. — Ejercicios.

— III —

Segmentos proporcionales: Si varias paralelas son cortadas por dos transversales, a segmentos iguales de una de éstas, corresponden segmentos iguales de la otra. — División de un segmento en partes iguales. — Teorema de Thales. — Corolario del teorema de Thales. — En todo triángulo, la bisectriz de uno de sus ángulos interiores divide al lado opuesto en segmentos proporcionales a los otros dos lados. — Si en un triángulo la bisectriz de uno de los ángulos exteriores corta a la prolongación del lado opuesto, lo divide en dos segmentos sustractivos proporcionales a los otros dos lados. — Construcción de un segmento que sea cuarto proporcional a otros tres segmentos dados. — Construcción de un segmento que sea tercero proporcional a otros dos segmentos dados. — Dividir un segmento en partes proporcionales a otros dos segmentos dados. — División de un segmento en dos partes iguales cuya razón sea igual a un número dado.

— IV —

Triángulos semejantes: Definición. — Los triángulos iguales son semejantes. — Enunciado de los caracteres de la semejanza de triángulos. — Teorema fundamental de semejanza de triángulos. — Casos de semejanza de triángulos. — Las alturas homólogas de dos triángulos semejantes son proporcionales a los lados correspondientes. — Corolario: Las alturas homólogas de dos triángulos semejantes son proporcionales.

— V —

Multiplicación de segmentos: Definición de producto de dos segmentos. — Enunciado de las propiedades uniforme y conmutativa. — Cuadrado de un segmento. — Cuadrado de la suma y de la diferencia de dos segmentos.

— VI —

Relaciones métricas entre los lados del triángulo: Proyección de un segmento sobre un eje. — Relaciones que se verifican en un triángulo rectángulo cuando se traza la altura correspondiente a la hipotenusa. — Demostración del teorema de Pitágoras basada en esas relaciones. — Corolario del teorema de Pitágoras. — Cuadrado del lado opuesto a un ángulo agudo de un triángulo. — Cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso de un triángulo obtusángulo. — Area del triángulo equilátero en función del lado. — Construcción del segmento medio proporcional entre dos

segmentos dados. — Construcción de un cuadrado equivalente al duplo, triple, cuádruple, etc., de un cuadrado dado.

— VII —

Relaciones métricas entre segmentos de secantes y tangentes a una circunferencia: Si por un punto del plano de una circunferencia se trazan secantes a la misma, el producto de los segmentos determinados por dicho punto con cada uno de los de intersección de cada secante con la circunferencia es constante. — Definición de potencia de un punto con respecto a una circunferencia. — Convención referente al signo de la potencia. — Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan una tangente y una secante, el segmento determinado por dicho punto y el de contacto de la tangente, es medio proporcional entre los segmentos determinados por el punto con cada uno de los de intersección de la secante con la circunferencia. — Corolario: La potencia de un punto exterior a una circunferencia, es igual al cuadrado del segmento determinado por el punto y el de contacto de la tangente a la circunferencia trazada por aquél. — División de un segmento en media y extrema razón.

— VIII —

Polígonos semejantes: Definición. — Dos polígonos iguales son semejantes. — Enunciado de los caracteres de la semejanza de polígonos. — Forma. — Ordenación de los vértices, lados y diagonales de un polígono. — Teorema fundamental de la semejanza de polígonos. — Si por dos vértices homólogos de dos polígonos semejantes se trazan en cada uno todas las diagonales posibles, ambos polígonos quedan descompuestos en igual número de triángulos ordenadamente semejantes. — Razón de los perímetros de dos polígonos semejantes. — Razón de las áreas de dos triángulos semejantes. — Razón de las áreas de dos polígonos semejantes. — Problemas relativos a la construcción de polígonos semejantes, resueltos con aplicación del teorema fundamental. — Confección de planos. — Escala.

— IX —

Polígonos regulares: Definición. — Si una circunferencia se divide en tres o más arcos iguales y se trazan las cuerdas determinadas por los pares puntos de división consecutivos, el polígono inscripto que se obtiene es regular. — Si una circunferencia se divide en tres o más arcos iguales y por los puntos de división se trazan las tangentes a ella, se obtiene un polígono regular. — Inscripción del triángulo equilátero, cuadrado, pentágono regular y en general de cualquier polígono regular empleando el transportador. — Inscripción del cuadrado con regla y compás. — Cálculo del lado y de la apotema en función del radio. — Inscripción del octógono regular con regla y compás. — Inscripción del exágono regular con transportador y cálculo del lado y de la apotema en función del radio. — Inscripción del exágono regular y del dodecágono regular con regla y compás. — Inscripción del triángulo equilátero con regla y compás. — Cálculo del lado y de la apotema en función del radio. — Inscripción del decágono con transportador. — Demostración de que el lado es igual a la parte mayor del radio dividido en media y extrema razón. — Inscripción del decágono regular y del pentágono regular con regla y compás. — Aréa del polígono regular. — Dos polígonos regulares de igual número de lados son semejantes. — La razón de los perímetros de dos polígonos regulares de igual número de lados es igual a la de los radios o apotemas respectivas. — Corolario. — La razón del perímetro de un polígono regular al diámetro

de la circunferencia inscripta o circunscripta es constante para todos los polígonos regulares del mismo número de lados.

— X —

Medición de figuras circulares: Consideraciones geométricas para la obtención de un segmento que haga las veces de circunferencia rectificada. — Límite hacia el cual tienden los perímetros de los polígonos regulares inscripto y circunscriptos en una misma circunferencia cuando se duplica indefinidamente el número de lados. — Circunferencia rectificada. — El número. — Fórmula de la longitud de la circunferencia. — Arco rectificado. — Definición. — Fórmula de la longitud de un arco rectificado. — Ejercicios. — Círculo. — Definición de superficie del círculo por la de un rectángulo. — Fórmula. — Ejercicios. — Superficie de la corona circular. — Fórmula. — Ejercicios. — Superficie del sector. — Fórmula. — Ejercicios. — Superficie del segmento circular y del trapecio circular. — Ejercicios.

— XI —

Funciones trigonométricas: Funciones goniométricas, convenciones referentes a los signos de las abscisas, ordenadas y del radio vector. — Definición de las funciones trigonométricas de un ángulo. — Determinación aproximada de los valores de las funciones trigonométricas de ángulos dados, empleando el transportador y la regla graduada. — Cuadro de los valores así obtenidos. — Tabla de los valores naturales de las funciones trigonométricas. — Relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo. — Resolución de problemas aplicando esas relaciones y las tablas de valores naturales.

TERCER AÑO

Diurno

ARITMETICA Y ALGEBRA

— I —

Las cuatro operaciones fundamentales con expresiones algebraicas: Definiciones y ejemplos de expresiones algebraicas, monomios y polinomios. — Partes de un monomio. —Monomios semejantes. — Grado de un monomio y de un polinomio. — Polinomios homogéneos. — Polinomios ordenados. — Valor numérico de una expresión algebraica para valores particulares de sus letras. — Ejercicios de cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas para valores enteros o fraccionarios, positivos o negativos, de las letras. — Suma algebraica, casos que se presentan. — Suma de monomios semejantes y desemejantes. — Reducción de términos semejantes. — Ejercicios. — Suma de polinomios. — Regla práctica. — Ejercicio de suma de polinomios. — Resta algebraica; casos que se presentan. — Regla general para efectuar la operación. — Ejercicios de resta de monomios y polinomios. — Multiplicación algebraica; casos que se presentan. — Multiplicación de monomios. — Multiplicación de polinomios por monomios. — Ejercicios. — Multiplicación de polinomios. — Regla práctica para efectuar la operación. — Ejercicios de multiplicación de polinomios. — División algebraica; casos que se presentan. — División de monomios. — División de polinomios por monomios. — Ejercicios. — División de polinomios entre sí; definición. — Regla práctica para efectuar la operación. — Justificación de la regla. — Ejercicios de división de polinomios.

— II —

Casos particulares de la división de polinomios: División de un polinomio entero en x por un binomio de la forma $x + a$. — Regla de Ruffini. — Ejercicios de aplicación. — Teorema del resto. — Ejercicios de aplicación. — Divisibilidad de la suma o diferencia de dos potencias de igual grado por la suma o diferencia de las bases.

— III —

Potenciación de expresiones algebraicas: Potencia enésima de un monomio. — Regla práctica para efectuar la operación. — Cuadrado y cubo de binomios. — Reglas respectivas. — Ejercicios de aplicación. — Cuadrado de un polinomio. — Regla práctica. — Ejercicios.

— IV —

Factoreo de expresiones algebraicas: Factor común. — Ejercicios. — Descomposición en grupos de igual número de términos con un factor común en cada grupo. — Trinomio cuadrado perfecto. — Ejercicios. — Cuatrinomio cubo perfecto. — Ejercicios. — Diferencia de cuadrados. — Ejercicios. — Suma o diferencia de potencias de igual grado. — Combinaciones de los casos anteriores. — Ejercicios. — Funciones enteras primas y compuestas. — Ejemplos. — Definiciones de máximo común divisor y mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas enteras. — Ejercicios de aplicación.

— V —

Expresiones algebraicas fraccionarias: Definición. — Simplificación. — Ejercicios. — Reducción a común denominador. — Ejercicios. — Reducción a mínimo común denominador. — Ejercicios. — Suma de expresiones fraccionarias por reducción a común denominador. — Suma de expresiones fraccionarias por reducción a mínimo común denominador. — Resta de expresiones algebraicas por reducción a común y a mínimo común denominador. — Multiplicación y división de expresiones fraccionarias.

— VI —

Ecuaciones de primer grado con una incógnita: Igualdades. — Identidades y ecuaciones. — Ejemplo. — Clasificación de las ecuaciones. — Ecuaciones equivalentes. — Definición y ejemplos. — Aplicabilidad de las ecuaciones equivalentes a la resolución de las ecuaciones enteras con una incógnita. — Propiedades de las ecuaciones equivalentes en que se basa el procedimiento para resolver ecuaciones enteras con una incógnita; su enunciado y comprobación con ejemplo. — Pasaje de términos y de factores o divisores numéricos, de un miembro a otro de una ecuación. — Regla práctica para resolver ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita. — Ejercicios de aplicación. — Ecuaciones fraccionarias con una incógnita. — Su conversión en ecuaciones enteras por supresión de denominadores. — Posibilidad de la introducción de raíces extrañas con la supresión de denominadores. — Regla práctica para resolver ecuaciones fraccionarias con una incógnita. — Ejercicios de aplicación.

— VII —

Problemas de primer grado con una incógnita: Planteo, resolución de la ecuación e interpretación del resultado. — Resolución de problemas por ecuaciones.

— VIII —

Sistemas de ecuaciones de primer grado con varias incógnitas: Una ecuación de primer grado con dos incógnitas admite infinitas raíces. — Sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Método de sustitución. — ejercicios. — Método de igualación. — Ejercicios. — Método de reducción por suma o resta. — Ejercicios. — Los determinantes de segundo orden: Su significado. — Aplicación de los determinantes a la resolución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Regla respectiva. — Justificación de la regla de los determinantes. — Aplicaciones. — Resolución de un sistema de tres ecuaciones de primer grado con tres incógnitas, utilizando uno de los métodos generales ya estudiados y aplicando la regla de Sarrus.

— IX —

Problemas de primer grado con dos incógnitas: Problemas de interés, repartición proporcional, regla de compañía y mezclas, resueltos por ecuaciones. — Descuento racional. — Comparación analítica y gráfica del descuento racional y comercial. — Resolución de problemas con descuento racional. — Vencimiento medio y vencimiento común con descuento racional.

— X —

Representación gráfica de funciones de una variable: Coordenadas cartesianes ortogonales. — Abscisas y ordenadas. — Signos de las mismas. — Dado un punto del plano hallar sus coordenadas y recíprocamente. — Variables. — Función y argumento. — Variaciones de la función $y = a|x$. — Tabla de valores. — Representación gráfica. — Representación gráfica de la función lineal. — Verificación de que los puntos representativos de los pares de valores correspondientes pertenecen a una misma recta y que, recíprocamente, todo punto de la recta tiene por coordenadas un par de valores que satisface la ecuación. — Regla práctica para representar gráficamente una ecuación de primer grado con dos incógnitas. — Su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Gráficas de conversión de moneda, y otras de índole comercial.

— XI —

Representación gráfica de las funciones: y = sen. x, y = cos. x, y = tg. x., en coordenadas cartesianas ortogonales.

Nociones sobre coordenadas polares. — Gráficas de población, producción y otras aplicaciones a la estadística.

GEOMETRIA

— I —

El plano y el espacio: Postulados característicos del plano. — Teoremas referentes a la determinación del plano por tres puntos no pertenecientes a una misma recta o por dos rectas que se cortan. — Definición de espacio. — Postulados relativos al espacio. — Si dos planos tienen un punto común tienen también común una recta que pasa por dicho punto.

Rectas y planos perpendiculares: Por un punto de una recta pasan, en el espacio, infinitas perpendiculares a dicha recta. — Si una recta corta a un plano y es perpendicular a otras dos rectas de éste que pasan por el punto de intersección, es perpendicular a cualquiera otra recta del plano que pase por dicho punto. — Todas las perpendiculares a una recta trazadas por uno de sus puntos pertenecen a un plano. — Definición de recta y plano perpendiculares. — Condición necesaria y suficiente para que una recta sea perpendicular a un plano. — Por un punto exterior a una recta pasa un plano perpendicular a dicha recta y solamente uno. — Teorema de las tres perpendiculares. — Por un punto perteneciente a un plano o exterior al mismo pasa una recta perpendicular al plano y solamente una. — Distancia de un punto a un plano. — Definición. — La distancia de un punto a un plano es menor que cualquier segmento oblicuo, comprendido entre el punto y el plano. — Enunciado del recíproco. — Dos segmentos oblicuos comprendidos entre un punto y un plano, cuyos piés equidistan del de la perpendicular trazada por el punto al plano, son iguales. — Enunciado del recíproco.

— II —

Posiciones relativas de dos rectas en el espacio: Casos que se presentan. — Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas. — Propiedad del plano perpendicular a una de dos rectas paralelas: su enunciado. — Carácter transitivo del paralelismo de rectas en el espacio. Su demostración. — Angulos de lados paralelos y del mismo sentido.

— III —

Recta y plano paralelos: Definición. — Si una recta es paralela a otra recta de un plano, es paralela al plano. — Si una recta es paralela a un plano, todo plano que pase por ella y corte al primero determina con éste una recta paralela a la dada. — Si una recta es paralela a un plano, toda paralela a ella trazada por un punto del plano pertenece a éste. — Corolario. — Si una recta es paralela a dos planos que se cortan, es paralela a la intersección de los mismos.

— IV —

Angulos diedros: Definiciones de diedro convexo, diedro llano y diedro cóncavo. — Semiplanos respecto a la arista de un diedro, interiores al mismo. — Diedros consecutivos. — Secciones igualmente inclinadas de un mismo diedro. — Su definición y propiedad. — Secciones normales. — Todas las secciones normales de un diedro son iguales. — Igualdad y desigualdad de diedros. — Significado físico y definición geométrica. — Propiedades que se deducen de la definición. — Secciones igualmente inclinadas de diedros iguales. — Postulado correspondiente. — Operaciones con diedros: Suma. — Definiciones de sumas, para los diferentes casos; resta; multiplicación por un número natural y división por un número natural. — Propiedades de las operaciones con ángulos diedros. — Diedros formados por dos planos que se cortan. — Diedros adyacentes y opuestos por la arista. — Postulado. — Los diedros opuestos por la arista son iguales. — Diedros rectos, agudos y obtusos. — Todos los diedros rectos son iguales. — Si un diedro es recto su sección normal es un ángulo recto y recíprocamente. — Angulos diedros de un grado, de un minuto y de un segundo. — Medida de un diedro. — Diedros complementarios y suplementarios.

— V —

Perpendicularidad y paralelismo de planos: Definición de planos perpendiculares. — Las caras de un ángulo diedro recto y sus semiplanos opuestos forman dos planos perpendiculares. — Si dos planos que se cortan forman dos ángulos diedros adyacentes iguales, dichos planos son perpendiculares. — Si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que pasa por ella es perpendicular al primero. — Corolario. — Por un punto perteneciente o no a un plano pasan infi-

nitos planos perpendiculares al primero. — Si dos planos son perpendiculares, toda recta de uno de ellos, perpendicular a la intersección, es perpendicular al otro. —Si dos planos son perpendiculares, toda recta perpendicular a uno de ellos trazada por un punto del otro, pertenece a este otro. — Corolario. — Si dos planos que se cortan son perpendiculares a un tercero, la intersección de los dos primeros es perpendicular al tercero. — Definición de planos paralelos. — Dos planos perpendiculares a una recta son paralelos. — Las intersecciones de dos planos paralelos con un tercer plano son paralelas. — Por un punto exterior a un plano pasa un plano paralelo al primero y solamente uno. — Corolario: Si un plano corta a uno de dos planos paralelos corta también al otro. — Caracteres del paralelismo de planos. — Segmentos comprendidos entre planos paralelos. — Los segmentos de rectas paralelas comprendidos entre planos paralelos son iguales. — Teorema de Thales generalizado.

— VI —

Angulos triedros y poliedros: Definiciones de ángulos triedros y ángulos poliedros. — En todo triedro una cara es menor que la suma de las otras dos. — Generalización de dicha propiedad: enunciado corespondiente para los ángulos poliedros. — Triedros suplementarios. — Definición. — Igualdad de ángulos triedros y poliedros. — Definición y caracteres. — Los triedros opuestos por el vértice son iguales. — Enunciado de los criterios de igualdad de triedros. — Secciones paralelas de un ángulo poliedro. — Corolario: La razón de las superficies de dos secciones paralelas de un ángulo poliedro es igual al cuadrado de la razón de las distancias del vértice a los planos secantes. — Superficie prismática. — Definición. — Prisma indefinido. — Definiciones. — Secciones paralelas de un prisma indefinido. — Secciones normales.

— VII —

Pirámides, prismas y poliedros en general: Definición de pirámide. — Nomenclatura correspondiente. — Pirámide regular. — Análisis de sus elementos. — Definición de prisma. — Nomenclatura correspondiente. — Igualdad de prismas. — Definición y condición suficiente. — Prisma recto. — Análisis de sus elementos. — Dos prismas rectos de igual base y altura son iguales. — Definición de paralelepípedos. — Análisis de sus elementos. — Las diagonales de un paralelepípedo concurren en un punto que divide a cada una de ellas en partes iguales. — Paralelepípedo rectángulo. — En todo paralelepípedo rectángulo, las diagonales son iguales. — En todo paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de una cualquiera de sus diagonales es igual a la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en uno de sus vértices. — Romboedro. — Definición. — Romboedro recto. — El cubo considerado como paralelepípedo rectángulo y romboedro recto. — Poliedros convexos: definición. — Poliedros regulares. — Construcción del tetraedro, del exaedro, octaedro, del dodecaedro y del icosaedro regulares. — Número de tipos de poliedros regulares.

— VIII—

Los cuerpos redondos: Definiciones de superficie cilíndrica circular, cilindro indefinido y cilindro circular. — Eje y generatriz. — Secciones normales. — Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano paralelo al eje de una superficie cilíndrica circular sea exterior, tangente o secante a la misma. — Definiciones de superficie cónica circular, cono indefinido y cono circular. — Eje y generatriz. — Secciones normales. — Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano perteneciente al vértice de una superficie cónica circular sea exterior, tangente, o secante a la misma. — Tronco de cono. — Definiciones de superficie esférica y de esfera. — Sección plana de una superficie esférica. — Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano sea exterior, tangente o secante a una esfera. — Circunferencias máximas y menores. — Definiciones y ejemplos de: casquete y segmento esférico, huso y cuña esférica, zona y segmento esférico bibásico; sector esférico.

— IX —

Area de las superficies de los poliedros y de los cuerpos redondos: Superficie lateral y total de un prisma recto y de un prisma oblícuo. — Superficie lateral y total de una pirámide regular y de un tronco de pirámide regular de bases paralelas. — Fórmulas. — Definición de superficie lateral del tronco de cono de bases paralelas. — Area de la superficie lateral y total. — Fórmulas. — Fórmula de la superficie esférica.

— X —

Equivalencia y volumen de los poliedros y de los cuerpos redondos: Idea intuitiva de la equivalencia entre cuerpos. — Postulados de equivalencia (incluído el de Cavalieri). — Definición de volumen. — Dos prismas de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. — Corolario. — Un paralelepípedo cualquiera es equivalente a un paralelepípedo rectángulo de base equivalente e igual altura. — Todo cilindro es *equivalente* a un prisma de base equivalente e igual altura. — Todo prisma triangular es igual a la suma de tres pirámides equivalentes de bases y alturas iguales a las del prisma. — Corolario. — El volumen de una pirámide triangular es igual a la tercera parte del de un prisma de igual base y altura. — Todo tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente a otro de bases triangulares paralelas, respectivamente equivalentes a las del primero y de igual altura. — Todo tronco de cono circular de bases paralelas es equivalente a un tronco de pirámide de bases paralelas, respectivamente equivalentes a las del primero, y de igual altura. — Toda semiesfera es equivalente al cuerpo que se obtiene como diferencia entre un cilindro de base igual a la del círculo máximo de la semiesfera y altura igual al radio de la misma, y un cono de igual base y altura que el cilindro.

— XI —

Medición de volúmenes: La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual base, es igual a la de las alturas correspondientes. — La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual altura, es igual a la razón de las bases. — La razón de los volúmenes de dos paraelepípedos rectangulares cualesquiera es igual al producto de la razón de sus bases por la razón de sus alturas correspondientes. — Medida de volumen de un paralelepípedo rectángulo, de un cubo, de un paralelepípedo cualquiera. — Medida del volumen de un prisma cualquiera y de un cilindro. — Fórmulas correspondientes. — Medida del volumen de una pirámide triangular, de una pirámide cualquiera y de un cono. — Fórmulas correspondientes. — Medida del volumen de un tronco de pirámide triangular de bases paralelas (como diferencia de dos pirámides); de un tronco de pirámide cualquiera de bases paralelas, y de un tronco de cono de bases paralelas. — Fórmulas correspondientes. — Medida del volumen de una esfera. — Fórmula. — Ejercicios sobre volúmenes. — Fórmula de la superficie esférica deducida de la del volumen.

TERCER AÑO

Nocturno

ARITMETICA Y ALGEBRA

— I —

Las cuatro operaciones fundamentales con expresiones algebraicas: Definiciones y ejemplos de expresiones algebraicas, monomios y polinomios. — Partes de un monomio. — Monomios semejantes. — Grado de un monomio y de un polinomio. — Polinomios homogéneos. — Polinomios ordenados. — Valor numérico de una expresión algebraica para valores particulares de sus letras. — Ejercicios de cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas para valores enteros o fraccionarios, positivos o negativos, de las letras. — Suma algebraica, casos que se presentan. — Suma de monomios semejantes y desemejantes. — Reducción de términos semejantes. — Ejercicios. — Suma de polinomios. — Regla práctica. — Ejercicios de suma de polinomios.

— II —

Resta algebraica: Casos que se presentan. — Regla general para efectuar la operación. — Ejercicios de resta de monomios y de polinomios.

— III —

Multiplicación algebraica: Casos que se presentan. — Multiplicación de monomios. — Multiplicación de polinomios por monomios. — Ejercicios. — Multiplicación de polinomios. — Regla práctica para efectuar la operación. — Ejercicios de multiplicación de polinomios.

— IV —

División algebraica: Casos que se presentan. — División de monomios. — División de polinomios por monomios. — Ejercicios. — División de polinomios entre sí. — Definición. — Regla práctica para efectuar la operación. — Justificación de la regla. — Ejercicios de división de polinomios.

— V —

Casos particulares de la división de polinomios: División de un polinomio entero en x por un binomio de la forma $x + a$. — Regla de Ruffini. — Ejercicios de aplicación. — Teorema del resto. — Ejercicio de aplicación. — Divisibilidad de la suma o diferencia de dos potencias de igual grado por la suma o diferencia de las bases.

— VI —

Potenciación de expresiones algebraicas: Potencia enésima de un monomio. — Regla práctica para efectuar la operación. — Cuadrado y cubo de binomios. — Reglas respectivas. — Ejercicios de aplicación. — Cuadrado de un polinomio. — Regla práctica. — Ejercicios.

— VII —

Factoreo de expresiones algebraicas: Factor común. — Ejercicios. — Descomposición en grupos de igual número de términos con un factor común en cada grupo. — Trinomio cuadrado perfecto. — Ejercicios. — Cuatrinomio cubo perfecto. — Ejercicios. — Diferencia de cuadrados. — Ejercicios. — Suma o diferencia de potencias de igual grado. — Combinaciones de los casos anteriores. — Ejercicios. — Funciones enteras primas y compuestas. — Ejemplos. — Definiciones de máximo común divisor y mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas enteras. — Ejercicios de aplicación.

— VIII —

Expresiones algebraicas fraccionarias: Definición. — Simplificación. — Ejercicios, reducción a común denominador. — Ejercicios. — Reducción a mínimo común denominador. — Ejercicios. — Suma de expresiones fraccionarias por reducción a común denominador. — Suma de expresiones fraccionarias por reducción a mínimo común denominador. — Resta de expresiones algebraicas por reducción a común y a mínimo común denominador. — Multiplicación y división de expresiones fraccionarias.

— IX —

Ecuaciones de primer grado con una incógnita: Igualdades. — Identidades y ecuaciones. — Ejemplos. — Clasificación de las ecuaciones. — Ecuaciones equivalentes. — Definición y ejemplos. — Aplicabilidad de las ecuaciones equivalentes a la resolución de las ecuaciones enteras con una incógnita. — Propiedades de las ecuaciones equivalentes en que se basa el procedimiento para resolver ecuaciones enteras con una incógnita; su enunciado y comprobación con ejemplos. — Pasaje de términos y de factores y divisores numéricos, de un miembro a otro de un ecuación. — Regla práctica para resolver ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita. — Ejercicios de aplicación.

— X —

Ecuaciones fraccionarias con una incógnita: Su conversión en ecuaciones enteras por supresión de denominadores. — Posibilidad de la introducción de raíces ricos, de un miembro a otro de una ecuación. — Regla práctica para resolver ecuaciones fraccionarias con una incógnita. — Ejercicios de aplicación.

— XI —

Problemas de primer grado con una incógnita: Planteo, resolución de la ecuación e interpretación del resultado. — Resolución de problemas por ecuaciones.

GEOMETRIA

(Véase el programa de tercer año, cursos diurnos)

CUARTO AÑO

Nocturno

ALGEBRA

— I —

Sistemas de ecuaciones de primer grado con varias incógnitas: Una ecuación de primer grado con dos incógnitas admite infinitas raíces. — Sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Método de sustitución. — Ejercicios. — Método de igualación. — Ejercicios. — Método de reducción por suma o resta. — Ejercicios. — Los determinantes de segundo orden: Su significado. — Aplicación de los determinantes a la resolución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Regla respectiva. — Justificación de las reglas de los determinantes. — Aplicaciones. — Resolución de un sistema de tres

ecuaciones de primer grado con tres incógnitas utilizando uno de los métodos generales ya estudiados y aplicando la regla de Sarrus.

— II —

Problemas de primer grado con dos incógnitas: Problemas de interés, repartición proporcional, regla de compañía y mezclas resueltos por ecuaciones. — Descuento racional. — Comparación analítica y gráfica del descuento racional y comercial. — Resolución de problemas de descuento racional. — Vencimiento medio y vencimiento común con descuento racional.

— III —

Representación gráfica de funciones de una variable: Coordenadas, cartesianas, ortogonales. — Abscisas y ordenadas. — Signos de la misma. — Dado un punto del plano hallar sus coordenadas y recíprocamente. — Variables. — Función y argumento. — Variaciones de la función $y = a|x$. — Tabla de valores. — Representación gráfica. — Representación gráfica de la función lineal. — Verificación de que los puntos representativos de los pares de valores correspondientes pertenecen a una misma recta y que, recíprocamente, todo punto de la recta tiene por coordenadas un par de valores que satisface la ecuación. — Regla práctica para representar gráficamente una ecuación de primer grado con dos incógnitas. — Su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Gráficas de conversión de monedas, y otras de índolo comercial.

— IV —

Representación gráfica de: $y = \text{sen. } x$, $y = \cos. x$, $y = \text{tg. } x$., en coordenadas cartesianas ortogonales. — Nociones sobre coordenadas polares. — Gráficas de población, producción y otras aplicaciones a la estadística.

CUARTO AÑO

Diurno

QUINTO AÑO

Nocturno

MATEMATICAS

— I —

Radicales: Definición de la radicación. — Regla de los signos. — Valor absoluto de la raíz. — Valor aritmético de un radical. — Propiedades del valor aritmético de los radicales: Raíz de uu producto, de un cociente, de una potencia y de una raíz. — Recíproca de las mismas. — El valor de un radical no altera si se multiplican o dividen exactamente por un mismo número el índice y el exponente. — Simplificación de radicales: Redncción a común índiee; mínimo común índice. — Extracción de factores fuera del radical. — Introducción de factores dentro del radical. — Operaciones con radicales: Radicales semejantes: definición. — Suma y resta de radicales semejautes de radicales cualesquiera. — Multiplicación y división de radicales, de igual índice y de índice distiuto. — Racionalización de denominadores: Definición. — Caso en que el denominador en radical cuadrático o un radical cualquiera. — Caso en que el denominador es un binomio con un término racional y el otro irracional cuadrático, o ambos irracionales cuadráticos. — Ejercicios.

— II —

Potencias de exponente fraccionario: Definición de potencia de exponente fraccionario y positivo. — Las potencias de exponente fraccionario y positivo tienen las mismas propiedades fundamentales que las potencias de exponente entero. — Definición de potencia de exponente fraccionario y negativo. — Propiedades fundamentales, (las mismas que para las potencias de exponente entero). — Función exponencial. — Definición. — Gráfico de la fnnción exponencial.

— III —

Logaritmos: Definición. — Logaritmo de la base, de uno, y de una potencia de la base. — Función logarítmica: Su representación gráfica. — Relacionar la función logarítmica con la exponencial. — Propiedades de los logaritmos. — Propiedad uniforme; no distributiva con respecto a la suma, resta, multiplicación y división. — Logaritmo de un producto, de un cociente, de una potencia y de una raíz. — Logaritmos decimales: Definición. — Característica y mantisa. — Deducción de las reglas para la determinación de la característica. — La mantisa del logaritmo decimal de un número, no altera cuando se multiplica o divide el número por la unidad seguida de ceros. — Tablas de logaritmos: Descripción de nna tabla de logaritmos de simple entrada y de doble entrada. — Manejo de las mismas. — Aplicación de los logaritmos al cálculo de productos, cocientes, potencias y raíces. — Cologaritmo: Definición. — Aplicación del cologaritmo al cálculo de cocientes. — Multiplicación y división de un logaritmo con característica positiva o negativa por un número natural. — Cálculo de expresiones en que figuren productos, cocientes, potencias y raíces. — Escalas logarítmicas: Aplicación de las mismas para la confección de gráficos. — Ejercicios y problemas.

— IV —

Números complejos: Números complejos imaginarios: Definición. — Interpretaciones concretas. — Números imaginarios puros. — Unidad imaginaria. — Números complejos generales (reales o imaginarios). — Igualdad de números complejos. — Operaciones con números complejos: Suma y resta de números complejos cualesquiera. — Forma binómica. — Complejos conjugados. — Suma y resta de números complejos conjugados. — Suma y resta de números imaginarios puros. — Multiplicación de números complejos de forma binómica: Definición del producto de la unidad imaginaria por sí misma. — Producto de números complejos cualesquiera y de números complejos conjugados. — Producto de números imaginarios puros. — Cuadrado de un número complejo. — Potencias naturales sucesivas de la unidad imaginaria. — Raíz cuadrada de un número complejo. — La raíz cuadrada de un número real negativo es igual al producto de más o menos la raíz cuadrada de su valor absoluto por *i*. — La raíz cuadrada de menos uno, como caso particular.

— V —

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita: Definición. — Ecuaciones incompletas; resolución de las mismas. — Ecuación completa reducida; deducción de la fórmula. — Aplicaciones. — Ecuación general completa; deducción de la fórmula, aplicaciones. — Relaciones que ligan las raíces con los coeficientes de la ecuación de segundo grado: Suma y producto de las raíces. — Reconstrucción de la ecuación dadas las raíces. — Aplicación de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita a la resolución de problemas de índole comercial.

— VI —

Ecuaciones que se reducen a las de segundo grado: Ecuaciones trinomias, en particular bicuadradas. — Ecuaciones recíprocas de tercero y cuarto grado que se reducen a las de segundo por factoreo o mediante una incógnita auxiliar. — Ejercicios.

— VII —

Funciones algebraicas más usuales de una variable: Trinomio de segundo grado: Definición. — Descomposición del trinomio de segundo grado en factores de primer grado. — Aplicaciones a la simplificación de fracciones. — Representación gráfica del trinomio de segundo grado. — Resolución gráfica de una ecuación de segundo grado y de una ecuación de grado superior al segundo, preferentemente de la forma axm + bx × c = 0. — Aproximaciones sucesivas por simple interpolación. — Reconocimiento de las curvas más usuales: Circunferencia, elipse, hipérbola y parábola, por el tipo de su ecuación. — Verificación mediante la representación gráfica. — Resolución analítica y gráfica de un sistema de ecuaciones constituído por una de segundo grado y otra de primero. — Resolución gráfica del sistema formado por las ecuaciones de la circunferencia e hipérbola equilátera. — Ejercicios.

— VIII —

Análisis combinatorio: Arreglos: Definición. — Formación y número de arreglos que se obtienen con *m* elementos tomados de *n* en *n*, siendo *n* menor que *m*: Fórmula correspondiente. — Número de arreglos en el caso que $n = m$. — Permutaciones de *n* elementos: Definiciones. — Fórmula correspondiente: Formas usuales para expresar el número de permutaciones de *n* elementos. — Combinaciones: Definición. — Formación y número de combinaciones que se obtienen con *m* elementos tomados de *n* en *n*, siendo *n* menor que *m*; Fórmula correspondiente. — Combinaciones complementarias. — Ejercicios.

Producto de factores binomiales que tienen un término común. — Fórmula correspondiente. — Binomio de Newton: Deducción de la fórmula para el desarrollo del mismo. — Desarrollo del binomio. — Diferencia. —

Propiedades de los coeficientes. — Aplicaciones: Caso en que los términos del binomio sean cualesquiera y caso en que uno de ellos sea la unidad. — Término general del desarrollo del binomio. — Aplicación del desarrollo del binomio para obtener el número «e». — Generalización de la ley del desarrollo del binomio para exponente negativo y fraccionario, en los casos posibles, (postularla). — Aplicaciones a los binomios de tipo $(1+i)^n$ y $(1+i)^{m|n}$. — Probabilidades: Probabilidad simple; casos favorables y casos posibles; frecuencia. — Definiciones. — Consideraciones y *aplicaciones* sencillas a problemas conocidos de: Probabilidad simple y probabilidad complementaria o contraria; probabilidad total y probabilidad compuesta. — Ejercicios y problemas.

— IX —

Progresiones aritméticas: Definiciones. — Deducción de la *fórmula* fundamental para obtener el último término. — Fórmulas que se deducen de la fundamental: Del primer término, de la razón y del *número* de términos. — Suma de dos términos equidistantes de los extremos de una progresión aritmética. — Suma de los términos de una progresión aritmética. — *Interpolación* de medios aritméticos. — Definición. — Razón de la interpolación. — Media aritmética. — Aplicaciones: Dadas tres de las cantidades: Primer término, último término, número de *términos*, *suma* de los términos y la *razón*, determinar las otras dos. — Imposiciones a interés simple como suma de términos de una progresión aritmética de razón positiva. — *Amortizaciones* e interés simple, *como suma* de términos de una progresión aritmética de razón negativa. — Ejercicios y problemas.

— X —

Progresiones geométricas: Definición. — Progresión geométrica creciente y decreciente. — Deducción de la fórmula fundamental para obtener el último término. — Fórmulas que se deducen de la fundamental: Del primer término, de la razón y del número de términos. — Producto de dos términos equidistantes de *los extremos de una progresión geométrica*. — Producto de varios términos consecutivos. — Suma de los términos de una progresión geométrica creciente. — Caso en que la progresión es decreciente; límite de esta suma, cuando el número de términos crece indefinidamente. — Interpolación de medios proporcionales: *Definiciones*. — Razón de interpolación. — Media geométrica. — Aplicaciones: Dadas tres de las cantidades: Primer término, último término, número de términos, suma de los términos y la razón, determinar los otros dos. — Problemas y ejercicios entre los cuales aparezcan términos de forma binomial.

— XI —

Nociones elementales de trigonometría: Generación de ángulos y signos de los mismos. — Medida de los ángulos: *Sistema sexagesimal y circular*. — Valor y signo de las funciones trigonométricas en los cuatro cuadrantes. — Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo: Fórmulas fundamentales. — *Conociendo el seno, el coseno o la tangente* de un ángulo, hallar las demás funciones trigonométricas. — Seno y coseno de la suma de dos ángulos. — Seno y coseno de la diferencia de dos ángulos. — Seno y coseno del duplo de un ángulo. — Area de un triángulo. — Descripción y uso de las tablas de los logaritmos de las funciones trigonométricas. — Ejercicios.

MATEMATICA FINANCIERA

QUINTO AÑO

Diurno

SEXTO AÑO

Nocturno

— I —

Interés compuesto: Deducción de la fórmula del monto. — Fórmulas que se deducen de la anterior: capital primitivo, número de periodos de capitalización y de la tasa efectiva. — Tablas financieras: construcción de una tabla financiera para la determinación del monto y del capital primitivo. — Resolución de problemas aplicando logaritmos, tablas financieras y máquina de calcular. — Fórmulas del interés compuesto: su deducción: en función del capital primitivo y en función del monto. — Tasas que se obtienen al cambiar el período de capitalización: Tasa proporcional, tasa equivalente y tasa nominal; definición de las mismas; relaciones que las ligan con la tasa efectiva y relaciones que las ligan entre sí. — Generalización de la fórmula del monto, cuando el período de capitalización no coincide con el período de la tasa. — La misma generalización para las fórmulas del capital primitivo, del tiempo, de la tasa y del interés compuesto. — Ejercicios y problemas.

— II —

Comparación analítica del monto a interés compuesto obtenido con empleo de la tasa proporcional y la equivalente correspondiente. — Monto a interés compuesto con capitalización continua. — Tasa instantánea: su relación con la efectiva. — Gráfico de la variación del monto en función del tiempo, siendo la tasa constante. — Comparación analítica y gráfica del monto a interés simple y a interés compuesto; relacionarlo con interés simple y con el compuesto. — Tiempo necesario para que un capital se convierta en un múltiplo del mismo; con *interés simple* y con *interés compuesto;* comparación de los mismos. — Determinación del tiempo para que dos capitales distintos, colocados a distintas tasas, produzcan el mismo monto: discusión de la fórmula. — Ejercicios y problemas.

— III —

Descuento a interés compuesto: Valor nominal y valor actual: *definición*. — Correspondencia con el monto y capital primitivo. — Deducción de la fórmula del descuento compuesto en función del valor nominal y del valor actual. — Tasa de descuento: *Definición*, relación entre la tasa de descuento e interés. — Conveniencia de utilizar la tasa de interés y no la de descuento. — Determinación del valor actual y valor nominal en *función del descuento compuesto*, utilizando logaritmos, tablas financieras y máquina de calcular. — Fórmula del tiempo y de la tasa, deducidas de las anteriores; aplicación de las *mismas utilizando* tablas financieras y logaritmos. — Comparación analítica y gráfica, de los valores actuales; con descuento comercial y compuesto y consecuencia que resulta de esta *comparación para dichos descuentos*. — Documentos descontables equivalentes: definición. — Determinar el tiempo para que dos documentos con valores nominales distintos descontados a distintas tasas, tengan el mismo valor actual. — Determinar el valor nominal de un documento para que sea equivalente a otro dado, descontado a interés compuesto. — Vencimiento común y *vencimiento medio* con descuento compuesto. — Ejercicios y problemas.

— IV —

Imposiciones a interés compuesto: Definición. — Imposiciones adelantadas y vencidas. — Deducción de la fórmula fundamental, como suma de montos, en el caso que el período de la tasa, de la imposición y del tiempo esté expresado en la misma unidad (se expresará esta fórmula en las formas con que figuran en las tablas financieras usuales). — Construcción de una tabla financiera para el cálculo de imposiciones vencidas, como suma de los términos sucesivos de la tabla de los montos, con la máquina de calcular. — Utilización de esta tabla para el cálculo de las imposiciones adelantadas, — Fórmulas que se deducen de la fundamental, para la determinación: de la imposición y del tiempo, aplicando logaritmos y tablas financieras. — Caso en que el tiempo no resulte número entero, su resolución en forma práctica. — Cálculo de la tasa utilizando las tablas financieras (interpolación simple).

Generalización de las fórmulas precedentes en el caso que el período del tiempo de la imposición y de la tasa no coincidan. — Combinación de las fórmulas de las imposiciones a interés compuesto con las imposiciones a interés simple. — Ejercicios y problemas.

— V —

Amortizaciones a interés compuesto: Definición de la anualidad de amortización. — Deducción de la fórmula fundamental, como suma de valores actuales, en el caso en que el período de la tasa, de la anualidad y el tiempo esté expresado en la misma unidad: para anualidades vencidas y por anualidad adelantada. — Construcción de una tabla financiera para las amortizaciones vencidas, como suma de los términos sucesivos de la tabla de valores actuales. — Descripción de la tabla inversa a la anterior. — Utilización corriente de la fórmula deducida para las amortizaciones vencidas, en el cálculo de las adelantadas. — Relación

que liga las amortizaciones con las imposiciones. — Fórmulas que se deducen de la fundamental; para la determinación de la anualidad y del tiempo, aplicando logaritmos y tablas financieras. — Caso en que el tiempo no resulte un número entero, su resolución en forma práctica. — Cálculo de la tasa: utilizando las *tablas financieras* (interpolación simple o la fórmula de Baily). — Interpretación analítica y gráfica de la variación de la suma de los valores actuales de un *número de anualidades en función de la tasa*.

Generalización de las fórmulas precedentes en el caso que el período del tiempo, de la anualidad y de la tasa no coincida. — Combinación de las fórmulas de amortizaciones vencidas con las de las imposiciones a interés simple. — Ejercicios y problemas.

— VI —

Formas especiales dadas a la amortización: Amortización progresiva (sistema francés); amortización real y fondo amortizante: definiciones. — Expresar el fondo amortizante en función de la anualidad y del interés de la deuda. — Amortizaciones reales sucesivas en función de la primera. — Deducción de la fórmula fundamental de las amortizaciones en función del fondo amortizante; compararla con la de las imposiciones. — Fórmulas que se deducen de la fundamental; para la determinación del fondo amortizante y para la determinación del tiempo. — Determinar el tiempo en que se amortiza un préstamo hipotecario, dada la tasa del interés y la tasa de amortización (fórmula del Banco Hipotecario Nacional). — Construcción de cuadros de amortizaciones. — Tabla que utiliza el Banco Hipotecario Nacional; su construcción (con la máquina de calcular). — Total amortizado después de un pago determinado. — Deuda en un período determinado. — Anualidades equivalentes. — Sustitución de un préstamo por otro, después de haber efectuado un determinado número de pagos. — Sistema americano (Sinking Fund); definición — Cálculo de la anualidad para cubrir el interés y cancelar la deuda; las dos tasas. — *Comparación* de los dos sistemas. — Reembolso de un préstamo efectuado por medio de amortizaciones reales y constantes Ejercicios y problemas.

— VII —

Rentas: Definición general y en particular de: ciertas, inciertas, *temporarias*, perpetuas y vitalicias. — Modalidades de las rentas: inmediatas, diferidas y anticipadas. — Deducción de las fórmulas de las rentas temporarias y perpetuas, de términos constantes, en sus tres modalidades. — Relaciones para el mejor uso de las tablas financieras: entre una renta temporaria diferida y dos rentas temporarias inmediatas: entre una renta *temporaria anticipada*, una imposición y una renta temporaria inmediata; y entre una renta temporaria inmediata y una renta perpetua inmediata y otra perpetua diferida. — Rentas vitalicias: tabla de mortalidad (ligera noción sobre su construcción). — Somero estudio preliminar para la utilización de los valores de conmutación indispensables. — Cálculo de una renta vitalicia *inmediata*. — Seguro de vida: capital diferido para una persona de edad «x». — Renta vitalicia diferida. — Ejercicios y problemas.

— *VIII* —

Empréstitos: Definición de los elementos fundamentales de las distintas clases de empréstitos. — Emisión de obligaciones; valores de las mismas; a la par, bajo la par y sobre la par. — Precio de emisión, prima de reembolso, premios o lotes, tasa nominal y efectiva. — Relación *de los empréstitos* con las rentas ya estudiadas (amortizaciones). — Número de obligaciones a

rescatar en cada servicio. — Modalidades que se introducen en el cálculo de los empréstitos para lograr el mayor éxito de suscripción. — Aplicaciones de las relaciones establecidas al cálculo de los empréstitos de tipos más comunes en nuestro país: Con *prima de reembolso*, ya sea fijando o no la tasa de amortización. — Esquema de los cuadros de amortizaciones correspondientes. — Utilización de las tablas financieras, logaritmos y máquinas de calcular en las aplicaciones. — Ejercicios y problemas.

DEPARTAMENTO
DE
I. PÚBLICA

Buenos Aires, enero 14 de 1938.

Atento a que por resolución de fecha 29 de septiembre pasado, este Ministerio autorizó a la Inspección General de Enseñanza Secundaria, Normal y Especial, para proyectar la modificación de los programas de Contabilidad y materias afines para las Escuelas Nacionales de Comercio, en las condiciones propuestas por la mencionada Repartición, y teniendo en cuenta que los proyectados por la Comisión designada al efecto, se ajustan a las normas didácticas prefijadas, establecen una mejor coordinación de las disciplinas afines, dentro de aquellas materias, y responden a las exigencias impuestas por la nueva orientación de los estudios económico - financieros y la legislación reciente,

El Ministro de Justicia e Instrucción Pública—

RESUELVE:

1.° — Apruébanse los programas de Contabilidad, Organización del Comercio y de la Empresa, Matemáticas, Economía Política, Derecho Comercial, Derecho Administrativo y Legislación Fiscal y Derecho Usual y Práctica Forense, para las Escuelas Nacionales de Comercio de Varones y Mixtas y Escuelas Comerciales de Mujeres, preparados por la Comisión designada por la Inspección General de Enseñanza Secundaria, Normal y Especial, con fecha 27 de octubre último.

2.° — Agradézcase la colaboración prestada por los miembros de la referida Comisión.

3.° — Comuníquese, anótese y pase a la Inspección General de Enseñanza a sus efectos.

DE LA TORRE