

Folio
373,9
1
13330

MINISTERIO DE JUSTICIA E INSTRUCCION PUBLICA
INSPECCION GENERAL DE ENSEÑANZA



PROGRAMA DE MATEMATICAS

PARA COLEGIOS NACIONALES
Y LICEOS DE SEÑORITAS



CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
PARERA 55 Buenos Aires Rep. Argentina

BUENOS AIRES
Talleres Gráficos S. A. CASA JACOBO PEUSER, Ltda.
1940

CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
PARERA 55 Buenos Aires Rep. Argentina

INV	013330
SIG	Foll 373.9
LIB	1

PROGRAMA DE MATEMATICAS

PARA COLEGIOS NACIONALES
Y LICEOS DE SEÑORITAS

CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
PARRERA 55 Buenos Aires Rep. Argentina

Eja. 1818

PRIMER AÑO

Aritmética

I. *Números naturales*. — 1) Idea de unidad y conjunto. — Los números naturales. — Nombre y representación de cada uno. — Sucesión fundamental de los números naturales. — Sistema de numeración decimal. — Sistema de numeración romana.

2) Otras representaciones de los números naturales: gráfica, geométrica, literal. — Números naturales concretos.

3) Relaciones de igualdad, mayor y menor entre números naturales. — Significado de cada una. — Interpretaciones gráfica y geométrica. — Enunciado y expresión simbólica de los caracteres de la igualdad. — Consecuencias.

4) Carácter transitivo de la relación de mayor, de la de menor y de cada una de ellas combinada con la de igualdad. — Postulado de las tres posibilidades.

II. *Suma de números naturales*. — 5) Definición y ejemplos. — Interpretación gráfica y geométrica. — Corolarios. — Tablas: su objeto.

6) Propiedades de la suma de números naturales. — Su enunciado, expresión simbólica y comprobación con ejemplos.

7) Práctica de la suma de números naturales. — Normas de rapidez y seguridad. — Prueba.

8) Suma de números concretos homogéneos (incomplejos y complejos). — Ejercicios y problemas.

III. *Resta de números naturales*. — 9) Definición y ejemplos. — Interpretaciones gráfica y geométrica. — Condi-

ción de posibilidad. — Corolarios. — Pasaje de términos de un miembro a otro de una igualdad. — Ejercicios.

10) Propiedad uniforme de la resta: su demostración.

11) Resta de igualdades y desigualdades: enunciado, expresión simbólica y verificación, con ejemplos, de los diversos casos.

12) Práctica de la resta de números naturales. — Prueba. — Resta de números naturales concretos homogéneos (incomplejos y complejos). — Ejercicios y problemas.

IV. *Suma y resta combinadas.* — 13) Suma algebraica. — Términos positivos y negativos. — Regla práctica para efectuar una suma algebraica: su comprobación con ejemplos. — Ejercicios de aplicación.

14) Reglas prácticas para quitar paréntesis precedidos por el signo + o por el signo —. Su inducción con ejemplos. — Ejercicios de aplicación.

15) Intercalación de paréntesis. — Ejercicios de aplicación. — Suma de varias diferencias indicadas.

V. *Multiplicación de números naturales.* — 16) Definiciones y ejemplos. — Múltiplos de un número. — Interpretación geométrica. — Tablas: su objeto.

17) Propiedades de la multiplicación: su enunciado, expresión simbólica y comprobación con ejemplos.

18) Demostración de las propiedades distributivas de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta.

19) Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma algebraica: su comprobación con ejemplos. — Regla para sacar factor común. — Ejercicios de aplicación.

20) Producto de una suma por otra y de una suma por una diferencia: Deducción de las reglas y ejercicios de aplicación.

21) Producto de dos diferencias. — Deducción de la regla, previa convención de la de los signos. — Ejercicios de aplicación.

22) Práctica de la multiplicación de números naturales en sus distintos casos. — Prueba.

23) Multiplicación de números concretos, incomplejos o complejos, por un número natural. — Ejercicios y problemas.

VI. *División de números naturales.* — 24) Definición y ejemplos de cociente exacto. — Interpretación geométrica. — Condición de posibilidad. — Corolarios. — Pasaje de factores y divisores de un miembro a otro de una igualdad. — Ejercicios de aplicación.

25) Demostración de las propiedades uniforme y de monotonía.

26) Propiedades distributivas con respecto a la suma y a la resta de múltiplos del divisor. — Inalterabilidad del cociente cuando se multiplican o dividen por un mismo número el dividendo y el divisor.

27) División del producto indicado de varios factores por uno de ellos. — Ejercicios de aplicación.

28) División entera. — Definiciones de cociente exacto y de resto. — Ejemplos. — Relaciones fundamentales entre el dividendo, el divisor, el cociente entero y el resto.

29) Práctica de la división de números naturales en los distintos casos. — Prueba.

30) División de números concretos, incomplejos o complejos, por un número natural. — Ejercicios y problemas.

VII. *Potenciación de números naturales.* — 31) Definiciones y ejemplos. — Interpretación geométrica del cuadrado y del cubo de un número natural. — Tabla de las primeras

potencias sucesivas de los números dígitos. — Propiedades uniforme y de monotonía: su demostración.

32) Producto y cociente de dos potencias de igual base. — Condición de posibilidad en este último caso. — Potencia de otra potencia. — Ejercicios de aplicación.

VIII. *Radicación de números naturales.* — 33) Definición y ejemplos de raíz cuadrada, cúbica y, en general, de raíz n -ésima de un número natural. — Condición de posibilidad. — Corolarios. — Pasaje de exponentes e índices de raíz de un miembro, a otro de una igualdad. — Tabla de las raíces cuadradas de los primeros trece cuadrados perfectos, incluido el cero.

34) Propiedades uniforme y de monotonía de la radicación. — Demostración de las mismas.

35) Propiedades distributivas de la radicación con respecto al producto o al cociente exacto de potencias perfectas del grado que indica el índice.

36) Raíz cuadrada entera de un número natural. — Resto. — Ejemplos. — Prueba. — Relaciones fundamentales entre el radicando, la raíz cuadrada entera y el resto. — Su enunciado, expresión simbólica y comprobación con ejemplos.

IX. *Divisibilidad.* — 37) Definiciones. — Propiedades de la suma y de la diferencia de múltiplos de un mismo número. — Propiedad del producto de un múltiplo de un número por otro número.

38) El teorema fundamental de la divisibilidad (con restos por defecto solamente).

39) Criterios de divisibilidad por 2 y por 5.

40) Criterios de divisibilidad por 4 y por 25; por 8 y por 125.

41) Criterios de divisibilidad por 3 y por 9.

42) Criterio de divisibilidad por 11.

43) Ejercicios de aplicación de los caracteres de divisibilidad.

X. *Números primos y compuestos.* — 44) Definiciones y ejemplos. — Reconocimiento de un número primo. — Criba de Eratóstenes.

45) Todo número compuesto admite por lo menos un factor primo distinto de uno. — Todo número compuesto se puede descomponer en un producto de números todos primos.

46) Ejercicios de descomposición de números compuestos en factores primos.

XI. *Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.* —

47) Tablas de los divisores de varios números dados. — Divisores comunes a los mismos. — Máximo común divisor. — Definición. — Tablas de los primeros múltiplos de varios números dados. — Múltiplos comunes. — Mínimo común múltiplo. — Definición.

48) Procedimiento práctico para hallar el M. C. D. y el M. C. M. de números pequeños.

49) Reglas para la determinación del M. C. D. y del M. C. M. de varios números por descomposición en sus factores primos.

50) Ejercicios de aplicación. — División de los números dados, por su M. C. D. y del M. C. M. por cada uno de los números dados, aprovechando su descomposición en factores primos.

XII. *Números enteros.* — 51) Números negativos. — Necesidad de su creación. — Números enteros. — Valor absoluto. — Interpretaciones concretas de los números. — Representación gráfica.

52) Relaciones de igualdad, mayor y menor entre números enteros, inspiradas en la representación gráfica y en las interpretaciones concretas. — Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de los caracteres de aquellas relaciones.

XIII. *Operaciones fundamentales con números enteros.* —

53) Suma de números enteros: Definiciones y ejemplos, inspirados en la representación gráfica y en las interpretaciones concretas, de: suma de números enteros de igual signo; de dos números enteros de distinto signo y valor absoluto; de dos números enteros de distinto signo e igual valor absoluto y de varios números enteros.

54) Ejercicios de suma de números enteros.

55) Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de las propiedades de la suma de números enteros.

56) Resta de números enteros. — Definición. — Procedimiento general para obtener el resultado mediante la transformación de la resta en suma. — Posibilidad, en el campo de los números enteros, de la resta de números naturales en el caso en que el minuendo es menor que el sustraendo.

57) Ejercicios de resta de números enteros. Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de las propiedades uniforme y de monotonía de la resta de números enteros.

58) Multiplicación de números enteros: Definición y ejemplos. — Regla de los signos. — Producto de varios números enteros. — Ejercicios.

59) Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de las propiedades de la multiplicación de números enteros.

60) División de números enteros. — Definición y ejemplos. — Regla de los signos. — Procedimiento para hallar el cociente. — Ejemplos. — Enunciado, expresión en símbolos y comprobación, con ejemplos, de las propiedades uniforme y de monotonía de la división de números enteros.

XIV. *Números racionales.* — 61) Casos de imposibilidad de la división de números enteros. — Necesidad de la creación de nuevos números para hacer posible la operación. — Interpretación del resultado cuando el dividendo tiene un significado concreto conveniente. — Números fraccionarios puros: definición, nombre de sus componentes y notación. — Números racionales. — Representación de los números enteros por fraccionarios aparentes.

62) Igualdad de números racionales: concepto intuitivo y definición matemática. — Caracteres de la igualdad de números racionales. — Su comprobación, con ejemplos. — Consecuencias.

63) Un número racional no altera cuando su numerador y denominador se multiplican o dividen exactamente por un mismo número entero. — Reducción de un número racional de denominador negativo a otro igual de denominador positivo. — Signo de un número racional.

64) Simplificación de fracciones. — Regla práctica y ejercicios. — Reducción de fracciones a común denominador. — Regla práctica y ejercicios.

65) Reducción de fracciones a mínimo común denominador. — Regla práctica y ejercicios.

66) Desigualdad de números racionales. — Definiciones de mayor y menor. — Ejemplos. — Su comprobación mediante interpretaciones concretas. — De dos fracciones de igual denominador es mayor la que tiene mayor numerador. — De dos fracciones positivas de igual numerador, es

mayor la que tiene menor denominador. — Carácter transitivo de las relaciones de mayor y menor.

XV. *Operaciones con números racionales.* — 67) Definiciones de suma de fracciones de igual y de distinto denominador. — Los dos procedimientos para este último caso.

68) Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de las propiedades uniforme, de monotonía, conmutativa y asociativa de la suma de números racionales.

69) Resta de números racionales. — Definición. — Reglas prácticas para restar fracciones de igual y de distinto denominador. — Los dos procedimientos para este último caso.

70) Multiplicación de números racionales: definición. — Regla práctica para efectuar la operación. — Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de las propiedades uniforme, de monotonía (para valores absolutos), conmutativa y asociativa.

71) Enunciado, expresión simbólica y comprobación, con ejemplos, de las propiedades distributivas de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta. — Números racionales inversos o recíprocos. — Producto de dos números inversos o recíprocos.

72) División de números racionales: definición. — Regla práctica para obtener el cociente. — Verificación de la posibilidad, en el campo racional, de la división de números enteros tales que el dividendo no sea múltiplo del divisor. — Ejercicios.

Geometría

I. *Entes geométricos fundamentales.* — 1) Su concepto y representación. — Postulados característicos. — Definición de figura y del espacio.

2) Postulado de ordenación de los puntos de una recta. — Semirrectas.

Distinción de las semirrectas determinadas por un punto de una recta. — Definición de segmento. — Segmentos consecutivos.

Postulados de la división del plano en semiplanos. — Distinción de los semiplanos determinados por una recta de un plano.

3) Definiciones de ángulo convexo, ángulo llano y ángulo cóncavo.

Ángulos consecutivos. — Postulados del segmento que tiene sus extremos sobre los lados de un ángulo.

II. *Igualdad y desigualdad de segmentos.* — 4) Significado físico de las relaciones de igualdad, mayor y menor entre segmentos. — Transportadores de segmentos.

Caracteres de la igualdad de segmentos: postulados correspondientes. — Consecuencias de los caracteres de la igualdad de segmentos. — Su enunciado.

5) Transporte de un segmento sobre una semirrecta a partir del origen: postulado correspondiente. — Carácter transitivo de las relaciones de mayor y de menor entre segmentos y de estas relaciones combinadas con la de igualdad. — Postulado de las tres posibilidades relativo a los segmentos.

III. *Igualdad y desigualdad de ángulos.* — 6) Significado físico de las relaciones de igualdad, mayor y menor entre ángulos. — Transportadores de ángulos. — Caracteres de la igualdad de ángulos: postulados correspondientes. — Consecuencias de los caracteres de la igualdad de ángulos. Su enunciado.

7) Transporte de un ángulo sobre un semiplano a partir de una semirrecta perteneciente a la recta que limita al semiplano: postulado correspondiente. — Todos los ángulos llanos son iguales.

Carácter transitivo de las relaciones de mayor y de menor entre ángulos y de estas relaciones combinadas con la de igualdad. — Postulado de las tres posibilidades relativo a los ángulos.

IV. *Operaciones con segmentos.* — 8) Definición y ejemplos de suma de dos segmentos consecutivos, de varios segmentos consecutivos y de varios segmentos cualesquiera. Enunciado, expresión simbólica y comprobación de las propiedades uniforme, de monotonía, conmutativa y asociativa. — Postulado relativo a las propiedades de la suma de segmentos.

9) Resta de segmentos: Definición y procedimiento para efectuarla. — Corolarios. — Postulado relativo a las propiedades de la resta de segmentos.

10) Multiplicación de un segmento por un número natural: definiciones y ejemplos de producto de un segmento por un número natural. — Enunciado, expresión simbólica y comprobación de las propiedades uniforme y de monotonía. — Definición de múltiplo de un segmento. — Postulado de Arquímedes.

11) División de un segmento por un número natural distinto de cero. — Definición y procedimientos prácticos para efectuarla. — Corolarios. — Postulado relativo a las propiedades de la división de un segmento por un número.

V. *Operaciones con ángulos.* — 12) Definición y ejemplos de suma de dos ángulos consecutivos, de varios ángulos consecutivos y de varios ángulos cualesquiera. — Postulado relativo a las propiedades de la suma de ángulos. — Resta de ángulos: definición y procedimiento para efectuarla. — Corolarios. — Postulado relativo a las propiedades de la resta de ángulos.

13) Multiplicación de un ángulo por un número natural: definiciones y ejemplos del producto de un ángulo por un número natural. — Postulado relativo a la multiplicación de un ángulo por un número natural. — División de un ángulo por un número natural distinto de cero. — Definición y procedimientos prácticos para efectuarla. — Postulado de la divisibilidad de un ángulo. — Corolarios. — Postulado relativo a las propiedades de la división de un ángulo por un número natural.

VI. *Clasificación de los ángulos convexos.* — 14) Ángulos rectos, agudos y obtusos. — Todos los ángulos rectos son iguales. — Todo ángulo llano es igual a dos rectos.

15) Unidades angulares: ángulos de un grado, un minuto y un segundo. — Transportador graduado. — Valor de los ángulos rectos, agudos y obtusos. — Ángulos complementarios y suplementarios. Definiciones y ejemplos.

16) Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice: definiciones. — Los ángulos adyacentes son suplementarios. — Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

VII. *Rectas perpendiculares.* — 17) Definición. — Los lados de un ángulo recto con sus semirectas opuestas forman dos rectas perpendiculares. — Si dos rectas que se cortan forman dos ángulos adyacentes iguales, dichas rectas son perpendiculares.

18) Postulados relativos a la existencia y unidad de la perpendicular a una recta por un punto perteneciente o exterior a la misma. — La escuadra: su verificación. — Trazado de perpendiculares con escuadra.

VIII. *Rectas paralelas.* — 19) Definición. — En un plano, dos rectas perpendiculares a una tercera son paralelas entre sí. Por un punto exterior a una recta pasa siempre una recta paralela a la primera. — Postulado de las paralelas.

20) Si una recta corta a una de dos paralelas, corta también a la otra. — Caracteres del paralelismo de rectas.

IX. *Ángulos formados por dos rectas cortadas por una tercera.* — 21) Definición y ejemplos de ángulos correspondientes, alternos internos, alternos externos, conjugados internos y conjugados externos.

22) Postulados de los ángulos correspondientes (directo y recíproco). Si una recta es perpendicular a una de dos paralelas también es perpendicular a la otra.

23) Teoremas de los ángulos alternos internos y alternos externos (demostración de los directos y enunciado de los recíprocos). Teoremas de los ángulos conjugados internos y externos.

24) Trazado de paralelas con regla y escuadra.

X. *Triángulos.* — 25) Definición. — Clasificación atendiendo a los lados y atendiendo a los ángulos. — Suma de los ángulos de un triángulo. — Corolarios.

26) Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los interiores no adyacentes. — Corolario.

XI *Relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo.* — 27) Postulado del triángulo isósceles. — En todo triángulo isósceles, a los lados iguales se oponen ángulos iguales (justificación intuitiva).

28) Si un triángulo tiene dos lados desiguales, a mayor lado se opone mayor ángulo.

29) Si un triángulo tiene dos ángulos iguales, los lados que se oponen a los mismos son iguales. — Si un triángulo tiene dos ángulos desiguales, a mayor ángulo se opone mayor lado.

30) En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia.

XII. *Circunferencia.* — 31) Definición y notación. — El compás. — Puntos interiores y exteriores. — Postulado relativo a toda recta que pase por un punto interior a una circunferencia. — Circunferencias iguales. — Circunferencias secantes. — Postulado de las circunferencias iguales secantes.

32) Construcción de un triángulo isósceles dados la base y uno de los lados iguales. — Construcción de un triángulo equilátero dado el lado.

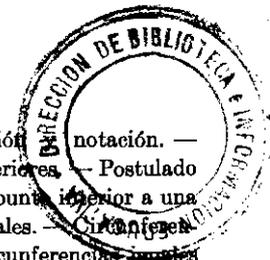
XIII. *Triángulos iguales y desiguales.* — 33) Definición de triángulos iguales. — Caracteres de la igualdad de triángulos.

34) Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales y averiguar cómo resultan los demás elementos: Primer criterio de igualdad de triángulos (enunciarlo previa justificación intuitiva).

35) Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero un lado y los ángulos adyacentes a ese lado, respectivamente, iguales y averiguar cómo resultan los demás elementos. — Si dos triángulos tienen un lado, un ángulo adyacente a ese lado y el ángulo opuesto al mismo respectivamente iguales, tienen también iguales los restantes elementos. — Segundo criterio de igualdad (enunciarlo previa justificación intuitiva).

36) Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero los tres lados respectivamente iguales y averiguar cómo resultan los demás elementos. — Tercer criterio de igualdad (enunciarlo previa justificación intuitiva).

37) Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos respectivamente iguales y averiguar cómo resultan los demás elementos. — Cuarto criterio de igualdad (enunciarlo).



38) Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados y el ángulo opuesto al menor de ellos respectivamente iguales y averiguar cómo resultan los demás elementos. — Dado un triángulo construir otro que tenga con el primero dos lados respectivamente iguales y el ángulo comprendido desigual y averiguar cómo resultan los terceros lados. Enunciar la propiedad observada.

39) Problemas gráficos resueltos con regla y compás: Construir un ángulo igual a otro dado. — Construir la bisectriz de un ángulo.

XIV. *Triángulos rectángulos.* — 40) En todo triángulo rectángulo los ángulos agudos son complementarios. — En todo triángulo rectángulo, la hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos.

41) Casos de igualdad de triángulos rectángulos demostrados por reducción a los criterios generales.

42) Distancia de un punto a una recta. — Definición. — La distancia de un punto a una recta es el menor de los segmentos que se pueden trazar desde el punto hasta la recta. — Recíproco. Si desde un punto exterior a una recta se trazan la perpendicular y dos segmentos oblicuos cuyos pies equidistan del de la perpendicular, los segmentos oblicuos son iguales.

XV. *Lugares geométricos.* — 43) Definición. — Condiciones que los caracterizan. La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos del segmento. (Demostración por directo y recíproco).

44) La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos interiores al mismo que equidistan de los lados. (Demostración por directo y recíproco).

45) Construcción de la mediatriz de un segmento con regla y compás.

46) Construcción de perpendiculares con regla y compás: Por un punto de una recta trazarle la perpendicular. — Por un punto exterior a una recta trazarle la perpendicular.

47) Alturas, medianas, bisectrices y mediatrices de un triángulo: Definición y construcción de las mismas con regla y compás.

48) En todo triángulo isósceles, la altura correspondiente a la base es a la vez mediana y bisectriz.

SEGUNDO AÑO

Aritmética

I. *Potenciación y radicación de números racionales.* — 1) Potencias de números racionales con exponente natural. — Regla práctica para elevar una fracción a una potencia. — Toda potencia de una fracción irreducible es otra fracción irreducible.

2) Potencias con exponente negativo: definición. — Permanencia de las propiedades de las potencias con exponente natural, en las potencias con exponente negativo.

3) Extensión de la regla para dividir potencias de igual base, al caso en que el exponente del dividendo es menor que el del divisor. — Ejercicios.

4) Raíz enésima de un número racional. — Definición. — Raíz cuadrada. Si la raíz cuadrada de un número natural no es otro número natural, tampoco es un número racional.

II. *Fracciones decimales.* — 5) Definición. — Relaciones entre las unidades decimales de los diversos órdenes. — Descomposición de una fracción decimal en las unidades

que contiene de cada orden. — Escritura de las fracciones decimales en forma aparentemente entera.

6) Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros. — División de un número entero o decimal por la unidad seguida de ceros. — Un número decimal no altera si se agregan ceros a la derecha de su última cifra decimal.

III. *Las cuatro operaciones fundamentales con números decimales.* — 7) Suma de números decimales. — Justificación de la regla práctica que se aplica para efectuar la operación. — Resta de números decimales. — Justificación de la regla correspondiente.

8) Multiplicación de números decimales: multiplicación de un decimal por un entero, y de dos decimales entre sí. — Justificación de las reglas correspondientes.

9) Cociente de dos números enteros con menor error que un décimo, un centésimo, un milésimo, etc. — Definición y ejemplos. — Expresiones decimales periódicas. — Sus clases.

10) División de un decimal por un entero con menor error que una unidad de un orden dado. División de un entero por un decimal o de dos decimales entre sí con menor error que una unidad de un orden dado.

IV. *Conversión de fracciones ordinarias en decimales o expresiones decimales periódicas y vice-versa.* — 11) Conversión de una fracción ordinaria en decimal o en expresión decimal periódica. — Condición para que una fracción ordinaria sea reducible a decimal.

12) Reducción de una fracción decimal a ordinaria. — Ejercicios.

13) Reducción de una expresión decimal periódica pura a fracción ordinaria. — Ejercicios.



14) Reducción de una expresión decimal periódica mixta a fracción ordinaria. — Ejercicios.

15) Significado de las expresiones decimales periódicas puras o mixtas cuyo período es nueve.

V. *Raíz cuadrada de números naturales y decimales.* — 16) Mecanismo de la extracción de la raíz cuadrada entera de números naturales: Regla práctica

17) Ejercicios sobre extracción de la raíz cuadrada entera. — Prueba.

18) Raíz cuadrada aproximada de un número con menor error que un décimo, un centésimo, un milésimo, etc. — Definición y regla práctica para obtenerla. — Raíz cuadrada aproximada por exceso.

19) Ejercicios sobre la extracción de raíces cuadradas aproximadas.

20) Casos de imposibilidad de la extracción de raíces exactas de números positivos, cuando no se conocen más números que los racionales. — Necesidad de la creación de nuevos números. — Números irracionales. — Su representación por expresiones decimales no periódicas de infinitas cifras. — Valores aproximados de un número irracional.

VI. *Cantidades.* — 21) Definición y ejemplos. — Cantidades homogéneas. — Producto de una cantidad por un número natural, por un número racional positivo o por un número irracional positivo. — Comprobar con un ejemplo la necesidad de postular la existencia del resultado en este último caso. — Postulado de continuidad. — Cociente de una cantidad por un número. — Ejemplos.

22) Razón de dos cantidades homogéneas. — Ejemplos. — Medida de una cantidad. — Valor de una cantidad con respecto a una unidad. — Números concretos.

23) La razón de dos cantidades homogéneas es igual a la de sus medidas con respecto a una misma unidad. — Simplificación de la unidad cuando figura en el numerador y en el denominador.

24) El producto de la razón de dos cantidades homogéneas por la razón de la segunda de ellas a una tercera es igual a la razón de la primera a la tercera.

VII. *Razones y proporciones numéricas.* — 25) Definiciones y ejemplos. — Proporción continua. — Teorema fundamental de las proporciones numéricas. — Recíproco.

26) Caso particular en que la proporción es continua: Teorema fundamental y recíproco. — Cálculo de un extremo o de un medio en una proporción ordinaria o continua. — Ejercicios.

27) Las siete proporciones deducidas de una dada por inversión de las razones o por permutación de los extremos, de los medios o de las razones.

28) En toda proporción, la suma del antecedente y consecuente de la primera razón es a su antecedente o consecuente, como la suma del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su antecedente o consecuente. — Propiedad análoga de la diferencia entre antecedente y consecuente.

29) En toda proporción, la suma del antecedente y consecuente de la primera razón es a su diferencia como la suma del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su diferencia.

30) Serie de razones iguales. — Propiedad fundamental.

VIII. *Magnitudes proporcionales.* — 31) Definición y ejemplos. — Si dos magnitudes son proporcionales, al producto de una cantidad de una de ellas por un número le corresponde el producto de la correspondiente de dicha

cantidad por el mismo número. — Si dos magnitudes son proporcionales, al cociente de una cantidad de una de ellas por un número le corresponde el cociente de la correspondiente de dicha cantidad por el mismo número.

32) *Magnitudes inversamente proporcionales.* — Definición y ejemplos. — Si dos magnitudes son inversamente proporcionales, al producto de una cantidad de una de ellas por un número, le corresponde el cociente de la correspondiente de dicha cantidad por el mismo número y recíprocamente.

33) *Magnitud proporcional a varias otras.* — Definición y ejemplos.

IX. *Regla de tres simple y compuesta.* — 34) Regla de tres simple: su objeto. — Resolución de problemas de regla de tres simple, con números enteros, fraccionarios o decimales, por el método de reducción a la unidad y por proporciones.

35) Aplicaciones.

36) Regla de tres compuesta: su objeto. — Regla de tres compuesta directa, inversa o mixta.

37) Resolución de problemas de regla de tres compuesta con números enteros, fraccionarios o decimales, por el método de reducción a la unidad y por proporciones.

38) Aplicaciones.

X. *Cuestiones de Aritmética comercial.* — 39) Interés simple: deducción de las fórmulas.

40) Problemas del interés simple resueltos por aplicación de las fórmulas.

41) Cálculo de porcentajes. — Bonificaciones.

42) Descuento comercial: fórmulas y aplicaciones.

43) Repartición proporcional.

44) Regla de compañía.

45) Problemas de mezcla (Directo).

46) Problemas de mezcla (Inverso).

47) Sistema monetario de la República Argentina. — Monedas de los principales países extranjeros que mantienen relaciones comerciales con el nuestro.

48) Ejercicios sobre conversión de monedas nacionales a extranjeras y viceversa con cotizaciones oficiales.

Geometría

I. *Polígonos convexos.* — 1) Definición. — Suma de los ángulos interiores.

2) Suma de los ángulos exteriores. — Un lado es menor que la suma de los demás.

3) Igualdad de polígonos. — Definición. — Caracteres. — Consecuencia.

4) Si dos polígonos tienen $(n-1)$ lados consecutivos y los $(n-2)$ ángulos comprendidos por cada dos de ellos respectivamente iguales, son iguales: demostración. — Construcción de un polígono igual a otro dado.

5) Cuadriláteros convexos: Propiedades de los cuadriláteros deducidas de las de los polígonos en general. — Cuadriláteros iguales. — Las diagonales de un cuadrilátero convexo se cortan en un punto interior a las mismas. — Clasificación de los cuadriláteros según que tengan o no lados paralelos.

II. *Paralelogramos.* — 6) En todo paralelogramo los lados opuestos son iguales. — Recíproco.

7) En todo paralelogramo los ángulos opuestos son iguales. — Recíproco.

8) En todo paralelogramo las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales. — Recíproco.

9) Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos paralelos e iguales, es un paralelogramo. — Base media de un paralelogramo. — Cada base media de un paralelogramo es paralela a las bases e igual a las mismas.

10) Puntos simétricos con respecto a un centro. — Definición y construcción. — Figuras simétricas con respecto a un centro. — Construcción por puntos de la figura simétrica de una dada con respecto a un centro también dado. — Centro de simetría de una figura. — Criterio geométrico y criterio físico para reconocer su existencia.

11) El punto de intersección de las diagonales de un paralelogramo es el centro de simetría de la figura.

III. *Construcción de paralelogramos conociendo tres elementos.* — 12) Construir un paralelogramo dados dos lados consecutivos y el ángulo comprendido. — Construir un paralelogramo dados dos lados consecutivos y una diagonal.

13) Construir un paralelogramo dados un lado y las dos diagonales. Construir un paralelogramo dados las dos diagonales y uno de los ángulos que ellas forman.

IV. *Paralelogramos especiales.* — 14) Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, los otros tres también son rectos. — Definición de rectángulo. — Condición suficiente para que un paralelogramo sea rectángulo.

15) Propiedades generales del rectángulo deducidas de las de los paralelogramos cualesquiera. — Propiedad particular del rectángulo: las diagonales son iguales.

16) Puntos simétricos con respecto a un eje. — Definición y construcción. — Figuras simétricas con respecto a un eje. — Construcción por puntos de la figura simétrica de una dada con respecto a un eje también dado. — Eje de simetría de una figura. — Criterio geométrico y criterio físico para reconocer su existencia.

17) Las perpendiculares a los lados de un rectángulo trazadas por el punto de intersección de las diagonales son ejes de simetría de la figura.

18) Si un paralelogramo tiene dos lados consecutivos iguales tiene los cuatro lados iguales. — Definición de rombo. — Condición suficiente para que un paralelogramo sea rombo.

19) Propiedades generales del rombo deducidas de las de los paralelogramos cualesquiera. — Propiedades particulares del rombo: las diagonales son perpendiculares, bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen y ejes de simetría de la figura.

20) El cuadrado. — Definición. — Propiedades del cuadrado deducidas de las de los paralelogramos cualesquiera, rectángulos y rombos.

21) Construcción de rectángulos y rombos conociendo dos elementos y de cuadrados conociendo uno: Construir un rectángulo dados un lado y la diagonal. — Construir un rombo dadas sus diagonales. — Construir un cuadrado dada la diagonal.

V. *Trapezios y trapezoides.* — 22) Base media del trapecio. La base media de un trapecio es paralela a las bases e igual a la semisuma de las mismas.

23) Construir un trapecio dados los lados no paralelos y las bases. — Construir un trapecio dados las bases y los ángulos adyacentes a una de ellas.

24) Trapezoide especial: el romboide. — Las diagonales de un romboide son perpendiculares y la diagonal principal es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une y eje de simetría de la figura.

VI. *Puntos notables del triángulo.* — 25) Las bisectrices de los ángulos de un triángulo concurren en un punto. —

Las mediatrices de los lados de un triángulo concurren en un punto.

26) Las alturas de un triángulo concurren en un punto.

27) El segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado e igual a su mitad.

28) Las medianas de un triángulo concurren en un punto situado a dos tercios de cada una de ellas a partir del vértice respectivo.

VII. *Circunferencia y círculo.* — 29) Definiciones de circunferencia, puntos interiores y exteriores, círculo, ángulo central, arco, sector, cuerda y diámetro. — Circunferencias iguales. — Arcos y sectores iguales. — Arco mayor o menor que otro.

30) Relaciones entre arcos y cuerdas iguales o desiguales. — El diámetro es la mayor de las cuerdas.

31) Todo diámetro perpendicular a una cuerda divide a ésta y a los arcos que subtiende, en dos partes iguales.

Todo diámetro es eje de simetría de la circunferencia a que pertenece.

32) Por tres puntos no pertenecientes a una misma recta pasa siempre una circunferencia y sólo una. — Corolario: todo triángulo es inscriptible en una circunferencia.

33) Ángulos inscritos y semi-inscritos: Definición de ángulo inscrito. — Todo ángulo inscrito es igual a la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco.

34) Corolarios: Todos los ángulos inscritos en una circunferencia, cuyos lados abarcan un mismo arco, son iguales. — Todo ángulo inscrito cuyos lados abarcan una semicircunferencia es recto. — Ángulo semi-inscrito. — Definición. — Su relación con el ángulo central (enunciado).

35) Rectas tangentes a una circunferencia. — La perpendicular a un radio de una circunferencia, en su extremo, es tangente. — Recíproco.

36) Por un punto de una circunferencia trazar la tangente a la misma, con regla y compás. Por un punto exterior a una circunferencia trazar las tangentes a la misma, con regla y compás.

VIII. *Medida de los ángulos.* — 37) La razón de dos ángulos centrales es igual a la de los arcos correspondientes.

38) La medida de un ángulo central es igual a la medida del arco que abarca, siempre que la unidad del arco sea el arco correspondiente a la unidad de ángulo. La medida de un ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida del arco que abarca, siempre que la unidad de arco sea el arco que corresponde a la unidad de ángulo.

IX. *Polígonos equivalentes.* — 39) Definición de polígonos consecutivos. — Suma de polígonos consecutivos y de polígonos cualesquiera. — Definiciones y ejemplos. — La suma de los mismos polígonos puede dar diferentes resultados. — Polígonos equivalentes.

40) Relaciones entre la igualdad y la equivalencia de polígonos. — Enunciado de los caracteres de la equivalencia de polígonos. — Definición de superficie de un polígono.

41) Equivalencia de dos paralelogramos de igual base y altura: distintos casos.

42) Equivalencia entre un triángulo y un paralelogramo de igual altura y base igual a la mitad de la del triángulo.

43) Equivalencia de los triángulos de igual base y altura. — Equivalencia entre un trapecio y un triángulo de igual altura y base igual a la suma de las bases del trapecio.

X. *Superficies y áreas.* — 44) Definiciones de superficie y de área de un polígono. — Diferencia entre uno y otro concepto. — La razón de las superficies de dos rectángulos

de igual base es igual a la razón de las alturas correspondientes.

45) La razón de las superficies de dos rectángulos de igual altura es igual a la de las bases correspondientes. La razón de las superficies de dos rectángulos cualesquiera es igual al producto de la razón de las bases por la razón de las alturas correspondientes.

46) Áreas del rectángulo, del cuadrado y del paralelogramo. — Fórmulas y aplicaciones.

47) Áreas del triángulo y del trapecio. — Fórmulas y aplicaciones.

48) Cálculo del área y de la superficie de un polígono por descomposición en figuras parciales. — Ejercicios.

TERCER AÑO

Aritmética y Álgebra

I. *Expresiones algebraicas.* — 1) Definiciones y ejemplos de expresiones algebraicas, monomios y polinomios. — Partes de un monomio. — Monomios semejantes. — Grado de un monomio y de un polinomio. — Polinomios homogéneos. — Polinomios ordenados.

2) Valor numérico de una expresión algebraica para valores particulares de sus letras. — Ejercicios de cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas para valores enteros o fraccionarios, positivos o negativos, de las letras.

II. *Las cuatro operaciones fundamentales con expresiones algebraicas enteras.* — 3) Suma algebraica: casos que se presentan. — Suma de monomios semejantes y no semejantes. — Reducción de términos semejantes. — Ejercicios.

- 4) Suma de polinomios. — Regla práctica.
- 5) Ejercicios de suma de polinomios.
- 6) Resta algebraica: casos que se presentan. — Regla general para efectuar la operación.
- 7) Ejercicios de resta de monomios y polinomios.
- 8) Multiplicación algebraica: casos que se presentan. — Multiplicación de monomios. — Multiplicación de polinomios por monomios. — Ejercicios.
- 9) Multiplicación de polinomios. — Regla práctica para efectuar la operación.
- 10) Ejercicios de multiplicación de polinomios.
- 11) División algebraica: casos que se presentan. — División de monomios.
- 12) División de polinomios por monomios. — Ejercicios.
- 13) División de polinomios entre sí. — Definición. — Regla práctica para efectuar la operación.
- 14) Ejercicios de división de polinomios.
- 15) Teorema del resto de la división de un polinomio entero en x por un binomio de la forma $x + a$. — Ejercicios de aplicación.
- 16) Divisibilidad de la suma o diferencia de dos potencias de igual grado por la suma o diferencia de las bases.

III. *Potenciación de expresiones algebraicas.* — 17) Potencia enésima de un monomio. — Regla práctica para efectuar la operación.

- 18) Cuadrado y cubo de binomios. — Reglas respectivas.
- 19) Ejercicios de aplicación.

IV. *Factorización de expresiones algebraicas.* — 20) Factor común. — Ejercicios. — Descomposición en grupos de igual número de términos con un factor común en cada grupo.

- 21) Trinomio cuadrado perfecto. — Ejercicios. — Diferencia de cuadrados. — Ejercicios.
- 22) Suma o diferencia de potencias de igual grado. — Combinación de los casos anteriores. — Ejercicios.

V. *Funciones enteras primas y compuestas.* — 23) Definiciones y ejemplos. — Definiciones de máximo común divisor y mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas enteras.

- 24) Ejercicios de aplicación.

VI. *Expresiones algebraicas fraccionarias.* — 25) Definición. — Simplificación. — Ejercicios.

- 26) Reducción a común denominador. — Ejercicios.
- 27) Reducción a mínimo común denominador. — Ejercicios.
- 28) Suma de expresiones fraccionarias por reducción a común denominador.
- 29) Suma de expresiones fraccionarias por reducción a mínimo común denominador.
- 30) Resta de expresiones algebraicas fraccionarias por reducción a común y a mínimo común denominador.
- 31) Multiplicación y división de expresiones fraccionarias.

VII. *Ecuaciones de primer grado con una incógnita.* — 32) Igualdades. — Identidades y ecuaciones. — Ejemplos. — Clasificación de las ecuaciones. — Ecuaciones equivalentes. — Definición y ejemplos.

33) Propiedades de las ecuaciones equivalentes en que se basa el procedimiento para resolver ecuaciones enteras con una incógnita: su enunciado y comprobación con ejemplos. — Pasaje de términos, y de factores o divisores numéricos, de un miembro a otro de una ecuación.

34) Regla práctica para resolver ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita.

35) Ejercicios de aplicación.

36) Ecuaciones fraccionarias con una incógnita. — Su conversión en ecuaciones enteras por supresión de denominadores. — Posibilidad de la introducción de raíces extrañas con la supresión de denominadores. — Regla práctica para resolver ecuaciones fraccionarias con una incógnita.

37) Ejercicios de aplicación.

VIII. *Sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.* — 38) Una ecuación de primer grado con dos incógnitas admite infinitas raíces. — Sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

39) Método de sustitución. — Ejercicios.

40) Método de igualación. — Ejercicios.

41) Método de reducción por suma o resta. — Ejercicios.

42) Los determinantes de segundo orden: su significado. — Aplicación de los determinantes a la resolución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Regla respectiva.

43) Justificación de la regla de los determinantes. — Aplicaciones.

IX. *Problemas de primer grado con una o dos incógnitas.* —

44) Planteo, resolución de la ecuación o sistema e interpretación del resultado.

45) Resolución de problemas por medio de ecuaciones.

X. *Representación gráfica de funciones de una variable.* —

46) Coordenadas cartesianas ortogonales. — Abscisas y ordenadas. — Signos de las mismas. — Dado un punto del plano hallar sus coordenadas y recíprocamente.

47) Variables. — Función y argumento. — Variaciones de la función $y = a/x$. — Tabla de valores. — Representación gráfica. — Representación gráfica de la función lineal. — Verificación de que los puntos representativos de los pares de valores correspondientes pertenecen a una misma recta y que, recíprocamente, todo punto de la recta tiene por coordenadas un par de valores que satisface la ecuación.

48) Regla práctica para representar gráficamente una ecuación de primer grado con dos incógnitas. — Su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Geometría

I. *Cantidades proporcionales.* — 1) Definición. — Ejemplos de segmentos proporcionales, de rectángulos proporcionales y de rectángulos proporcionales a segmentos.

Si cuatro cantidades son proporcionales, los números que expresan sus medidas con respecto a una unidad común para las dos primeras y una unidad común para las dos últimas, también son proporcionales. — Recíproco.

2) A las proporciones cuyos términos son cantidades les son aplicables las propiedades de las proporciones numéricas siempre que las operaciones que se hagan con los números se puedan hacer también con las cantidades. — Enunciado y expresión simbólica de las propiedades de las proporciones entre cantidades. — Propiedades particulares de las proporciones cuyos términos son todas cantidades homogéneas.

II. *Segmentos proporcionales.* — 3) Si varias paralelas son cortadas por dos transversales, a segmentos iguales

de una de éstas corresponden segmentos iguales de la otra.
— División de un segmento en partes iguales.

4) Teorema de Thales. — Corolario del teorema de Thales.

5) En todo triángulo, la bisectriz de uno cualquiera de sus ángulos interiores divide al lado opuesto en segmentos proporcionales a los otros dos lados.

6) Si en un triángulo, la bisectriz de uno de sus ángulos exteriores corta a la prolongación del lado opuesto, lo divide en dos segmentos sustractivos proporcionales a los otros dos lados.

7) Construcción de un segmento que sea cuarto proporcional a otros tres segmentos dados. — Construcción de un segmento que sea tercero proporcional a otros dos segmentos dados.

III. *Triángulos semejantes.* — 8) Definición. — Los triángulos iguales son semejantes. — Los triángulos equiláteros son semejantes. — Caracteres de la semejanza de triángulos. — Teorema fundamental de la semejanza de triángulos.

9) Primer caso de semejanza de triángulos.

10) Segundo caso de semejanza de triángulos.

11) Tercer caso de semejanza de triángulos.

12) Cuarto caso de semejanza de triángulos.

13) Las alturas homólogas de dos triángulos semejantes son proporcionales a los lados correspondientes. — Corolario: las alturas homólogas de dos triángulos semejantes son proporcionales.

IV. *Multiplicación de segmentos.* — 14) Definición de producto de dos segmentos. — Propiedades uniforme, conmutativa y distributiva con respecto a la suma y a la resta. — En toda proporción entre segmentos, el producto

de los extremos es igual al de los medios. — Si el producto de dos segmentos es igual al de otros dos, existe entre ellos una relación de proporcionalidad siempre que se consideren como extremos los factores de un producto y como medios los del otro.

15) Cuadrado de un segmento. — Cuadrado de la suma y de la diferencia de dos segmentos.

V. *Relaciones métricas entre los lados del triángulo.* — 16) Proyección de un punto sobre un eje. — Proyección de un segmento sobre un eje. — Relaciones que se verifican en un triángulo rectángulo cuando se traza la altura correspondiente a la hipotenusa.

17) Demostración del teorema de Pitágoras basada en esas relaciones. — Corolarios del teorema de Pitágoras.

18) Cuadrado del lado opuesto a un ángulo agudo de un triángulo.

19) Cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso de un triángulo obtusángulo.

20) Área del triángulo equilátero en función del lado.

21) Construcción del segmento medio proporcional entre dos segmentos dados.

VI. *Relaciones métricas entre segmentos de secantes y tangentes a una circunferencia.* — 22) Si por un punto del plano de una circunferencia se trazan secantes a la misma, el producto de los segmentos determinados por dicho punto con cada uno de los de intersección de cada secante con la circunferencia es constante. (Los tres casos).

23) Definición de potencia de un punto con respecto a una circunferencia. Convención referente al signo de la potencia. Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan una tangente y una secante, la distancia del

punto al de contacto es medio proporcional entre los segmentos determinados por el punto con cada uno de los de intersección de la secante con la circunferencia. — Corolario: La potencia de un punto exterior a una circunferencia, con respecto a la misma, es igual al cuadrado de la distancia del punto al de contacto de la circunferencia con una de las tangentes trazadas por dicho punto.

24) División de un segmento en media y extrema razón.

VII. *Polígonos semejantes*: 25) Definición. — Dos polígonos iguales son semejantes. — Caracteres de la semejanza de polígonos. — Forma. — Ordenación de los vértices, lados y diagonales de un polígono. — Teorema fundamental de la semejanza de polígonos.

26) Si por dos vértices homólogos de dos polígonos semejantes se trazan, en cada uno, todas las diagonales posibles, ambos polígonos quedan descompuestos en igual número de triángulos ordenadamente semejantes.

27) Razón de los perímetros de dos polígonos semejantes.

28) Razón de las áreas de dos triángulos semejantes. — Razón de las áreas de dos polígonos semejantes.

29) Problemas relativos a la construcción de polígonos semejantes resueltos con aplicación del teorema fundamental. — Confeción de planos. — Escala.

VIII. *Polígonos regulares*: 30) Definición. — Si una circunferencia se divide en tres o más arcos iguales y se trazan las cuerdas determinadas por los pares de puntos de división consecutivos, el polígono que se obtiene es regular. — Si una circunferencia se divide en tres o más arcos iguales y por los puntos de división se trazan las tangentes a ella, se obtiene un polígono regular.

31) Inscripción del triángulo equilátero, cuadrado, pentágono regular y, en general, de cualquier polígono regular empleando el transportador.

32) Inscripción del cuadrado con regla y compás. — Cálculo del lado y de la apotema en función del radio. — Inscripción del octógono con regla y compás.

33) Inscripción del hexágono regular con transportador y cálculo del lado y de la apotema en función del radio.

34) Inscripción del hexágono regular y del dodecágono regular con regla y compás.

35) Inscripción del triángulo equilátero con regla y compás. — Cálculo del lado y de la apotema en función del radio.

36) Inscripción del decágono con transportador. — Demostración de que el lado es igual a la parte mayor del radio dividido en media y extrema razón.

37) Inscripción del decágono regular y del pentágono regular con regla y compás.

38) Área del polígono regular. — Estudio objetivo de la simetría central y axial de los polígonos regulares con criterio físico.

39) Dos polígonos regulares de igual número de lados son semejantes. — La razón de los perímetros de dos polígonos regulares de igual número de lados es igual a la de los radios o apotemas respectivos. — Corolarios. — La razón del perímetro de un polígono regular al diámetro de la circunferencia inscrita o circunscrita es constante para todos los polígonos regulares del mismo número de lados.

IX. *Medición de figuras circulares*: — 40) Imposibilidad de medir una circunferencia con un segmento unidad mientras no se defina su longitud como la de otro segmento rectilíneo. — Obtención por medios físicos de un segmento

cuya longitud pueda adoptarse como longitud de la circunferencia. — Consideraciones geométricas para la obtención de un segmento que haga las veces de circunferencia rectificada: Valor de la razón del perímetro del hexágono regular inscrito en la circunferencia, al diámetro de la misma y de la razón del perímetro del cuadrado circunscrito al diámetro. — Variaciones que sufren esas razones cuando se duplica indefinidamente el número de lados. — El número π .

41) Límite hacia el cual tienden los perímetros de los polígonos regulares inscritos y circunscritos en una misma circunferencia cuando se duplica indefinidamente el número de lados. — Circunferencia rectificada. — Fórmula de la longitud de la circunferencia.

42) Arco rectificado. — Definición. — Fórmula de la longitud de un arco rectificado. — Ejercicios.

43) Círculo. — Imposibilidad de la medición de su superficie con un cuadrado unidad mientras no se la defina como la de otra figura poligonal. — Definición de superficie del círculo por la de un rectángulo. — Fórmula. — Ejercicios de aplicación.

44) Superficie de la corona circular. — Fórmula. — Ejercicios. — Superficie del sector. — Fórmula; ejercicios.

45) Superficie del segmento de círculo y del trapecio circular. — Ejercicios.

X. *Funciones trigonométricas:* 46) Funciones goniométricas. — Convenciones referentes a los signos de la abscisa, la ordenada y el radio-vector. — Definición de las funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante de un ángulo.

47) Determinación aproximada de los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo dado, empleando

el transportador y la regla graduada. — Tablas de los de las funciones trigonométricas.

48) Relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo. — Resolución de problemas aplicando esas relaciones y las tablas de valores naturales.

CUARTO AÑO

Aritmética y Álgebra

I. *Radicales:* 1) Definición y regla de los signos de la radicación. — Casos de imposibilidad de la operación en el campo real. — Valor absoluto de la raíz. — Los radicales considerados como raíces indicadas siempre que la operación sea posible. (Las raíces pares indicadas de números negativos, que son símbolos carentes de significado en el campo real, no se consideran como radicales). — Valor aritmético de un radical.

2) Propiedades del valor aritmético de los radicales: Raíz enésima de un producto. — Recíproca. — Raíz enésima de un cociente. — Recíproca.

3) Raíz enésima de la raíz enésima de un número. — Recíproca. — Corolarios.

4) El valor de un radical no altera si se multiplican o dividen exactamente por un mismo número el índice y el exponente.

5) Simplificación de radicales. — Reducción a común índice.

6) Mínimo común índice.

7) Extracción de factores fuera del radical. — Introducción de factores dentro del radical. — Ejercicios.

II. *Operaciones con radicales:* 8) Suma y resta de radicales semejantes. — Ejercicios.

9) Multiplicación y división de radicales. — Ejercicios.

10) Racionalización de denominadores: caso en que el denominador es un radical único y, en particular, cuando es un irracional cuadrático.

11) Caso en que el denominador es un binomio con un término racional y el otro irracional cuadrático. — Caso en que el denominador es un binomio cuyos dos términos son irracionales cuadráticos.

III. *Potencias de exponente fraccionario*: 12) Definición de potencia de exponente fraccionario y positivo. — Las potencias de exponente fraccionario y positivo tienen las mismas propiedades fundamentales que las potencias de exponente entero.

13) Definición de potencia de exponente fraccionario y negativo. — Gráfico de la función exponencial.

IV. *Logaritmos*: 14) Definición. — Ejemplos. — Gráfico de la función logarítmica. — Los números negativos no tienen logaritmo en el campo real.

15) Propiedades de los logaritmos: Enunciado, expresión simbólica y comprobación con ejemplos de las propiedades uniformes, no distributivas con respecto a la suma, resta, multiplicación, división.

16) Logaritmos de un producto y de un cociente. — Demostración.

17) Logaritmo de una potencia y de una raíz. — Logaritmo de la base y de uno.

18) Logaritmos decimales. — Característica y mantisa. — Reglas para la determinación de la característica.

19) La mantisa del logaritmo de un número no altera cuando se multiplica o divide el número por la unidad seguida de ceros.

20) Tablas de logaritmos: su manejo.

21) Aplicación de los logaritmos al cálculo de productos y cocientes.

22) Cologaritmo.

23) Aplicación de los logaritmos al cálculo de potencias y raíces.

24) División de un logaritmo con característica negativa, por un número natural. — Cálculo de expresiones en que figuren productos, cocientes, potencias y raíces.

V. *Números complejos y operaciones con números complejos*: 25) Necesidad de la creación de nuevos números para hacer posible la extracción de raíces pares y la logaritmación de números negativos. — Definición de número complejo imaginario como par ordenado de números reales de los cuales el segundo es distinto de cero. — Número imaginarios puros. — Unidad imaginaria. — Números complejos (reales o imaginarios). — Representación de los números reales por pares ordenados de números reales de los cuales el segundo es cero. — Igualdad de números complejos. — Definición y caracteres formales.

26) Suma de números complejos. — Definición y ejemplos. — Suma de un número real y un imaginario puro. — Representación binómica de los números complejos. — Suma de complejos en forma binómica. Suma de complejos conjugados.

27) Resta de números complejos. — Definición y ejemplos. — Resta de complejos conjugados.

28) Multiplicación y división de números complejos. Definiciones de producto de la unidad imaginaria por sí misma y de dos números complejos cualesquiera. — Ejemplos. — Producto de complejos conjugados. — División de números complejos. — Definición y regla práctica para efectuarla.



29) Potenciación y radicación de números complejos. — Definiciones y ejemplos. — Comprobar que las raíces de índice par de números negativos son posibles en el campo de los números complejos. Raíz cuadrada de un número negativo.

VI. *Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.* —

30) Resolución de la ecuación completa reducida. — Deducción de la fórmula.

31) Aplicaciones.

32) Resolución de la ecuación general. — Deducción de la fórmula.

33) Aplicaciones. — Ejemplos con raíces complejas.

34) Suma y producto de las raíces. — Reconstrucción de la ecuación dadas las raíces.

VII. *Aplicaciones de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita.* — 35) Ecuaciones bicuadradas. — Deducción de la fórmula. — Aplicaciones.

36) Resolución de problemas numéricos de segundo grado con una incógnita.

37) Aplicaciones a la Geometría y a la Física.

VIII. *Trinomio de segundo grado.* — 38) Representación gráfica de la función racional entera de segundo grado. — Nombre de la curva obtenida y determinación gráfica del valor de la variable que hace mínimo, o máximo, el de la función según el signo del coeficiente del primer término.

39) Resolución gráfica de una ecuación de segundo grado.

IX. *Ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.* — 40) Resolución analítica y gráfica de sistemas de la forma:

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = y \\ mx + ny = p \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ xy = k \end{cases}$$

X. *Progresiones aritméticas.* — 41) Definiciones. — Fórmulas del enésimo término, del primero, de la razón y del número de términos.

42) Suma de dos términos equidistantes de los extremos en una progresión aritmética finita. — Suma de m términos consecutivos. — Aplicaciones.

XI. *Progresiones geométricas.* — 43) Definiciones. — Fórmulas del enésimo término, del primero, de la razón y del número de términos.

44) Producto de dos términos equidistantes de los extremos en una progresión geométrica finita. — Suma de m términos consecutivos. — Aplicaciones.

XII. *Cuestiones de álgebra financiera.* — 45) Interés compuesto. — Definición. — Fórmulas del monto, capital inicial, tanto por ciento y tiempo. — Aplicaciones.

46) Anualidades. — Definición. — Imposiciones a intereses compuestos. — Fórmulas del monto, anualidad y tiempo. — Aplicaciones.

47) Amortizaciones. — Fórmulas del capital, anualidad y tiempo. — Aplicaciones.

Geometría

I. *El plano y el espacio.* — 1) Postulados característicos del plano. — Teoremas referentes a la determinación del

plano por tres puntos no pertenecientes a una misma recta o por dos rectas que se cortan. — Definición del espacio. — Postulados relativos al espacio.

II. *Rectas y planos perpendiculares.* — 2) Por un punto de una recta pasan, en el espacio, infinitas perpendiculares a dicha recta. — Si una recta corta a un plano y es perpendicular a otras dos rectas de éste que pasan por el punto de intersección, es perpendicular a cualquier otra recta del plano que pase por dicho punto.

3) Todas las perpendiculares a una recta trazadas por uno de sus puntos pertenecen a un plano. — Definición de recta y plano perpendiculares. — Condición necesaria y suficiente para que una recta sea perpendicular a un plano — Postulados de unicidad.

4) Teorema de las tres perpendiculares. — Corolario: si una recta es perpendicular a un plano y una recta del mismo, que pase por el punto de intersección, es perpendicular a otra recta del plano, esta última recta es perpendicular al plano determinado por las dos primeras.

5) Distancia de un punto a un plano. — Definición. — La distancia de un punto a un plano es menor que cualquier segmento oblicuo comprendido entre el punto y el plano. — Recíproco. — Dos segmentos oblicuos comprendidos entre un punto y un plano, cuyos pies equidistan del de la perpendicular trazada por el punto al plano, son iguales. — Recíproco.

III. *Posiciones relativas de dos rectas en el espacio.* —

6) Casos que se presentan. — Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas.

7) Ángulos de lados paralelos y del mismo sentido.

IV. *Recta y plano paralelos.* — 8) Definición. — Si una recta es paralela a otra recta de un plano, es paralela

al plano. — Si una recta es paralela a un plano, todo plano que pase por ella y corte al primero determina con éste una recta paralela a la dada.

V. *Ángulos diedros.* — 9) Definiciones de diedro convexo, diedro llano y diedro cóncavo. — Secciones igualmente inclinadas de un mismo diedro: Su definición y propiedad. — Secciones normales.

10) Igualdad y desigualdad de diedros. — Significado físico y definición geométrica. — Propiedades que se deducen de la definición. — Secciones igualmente inclinadas de diedros iguales. — Postulado correspondiente.

11) Diedros formados por dos planos que se cortan. — Diedros adyacentes y opuestos por la arista. — Los diedros opuestos por la arista son iguales.

12) Diedros rectos, agudos y obtusos. — Todos los diedros rectos son iguales. — Si un diedro es recto su sección normal es un ángulo recto y recíprocamente. — Ángulos diedros de un grado, de un minuto y de un segundo. — Medida de un diedro. — Diedros complementarios y suplementarios.

VI. *Perpendicularidad y paralelismo de planos.* — 13) Definición de planos perpendiculares. — Las caras de un ángulo diedro recto y sus semiplanos opuestos forman dos planos perpendiculares. — Si dos planos que se cortan forman dos ángulos adyacentes iguales, dichos planos son perpendiculares.

14) Si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que pasa por ella es perpendicular al primero. — Corolario. — Por un punto perteneciente o no a un plano pasan infinitos planos perpendiculares al primero.

15) Si dos planos son perpendiculares, toda recta de uno de ellos, perpendicular a la intersección, es perpen-

dicular al otro. — Si dos planos son perpendiculares, toda recta perpendicular a uno de ellos trazada por un punto del otro pertenece a este otro. — Corolario: Si dos planos que se cortan son perpendiculares a un tercero, la intersección de los dos primeros es perpendicular al tercero.

16) Ángulo plano y ángulo diedro suplementarios. — Si por un punto interior a un diedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan a las caras perpendicularmente, el ángulo que forman dichas semirrectas es suplementario del diedro.

17) Definición de planos paralelos. — Dos planos perpendiculares a una recta son paralelos. — Las intersecciones de dos planos paralelos con un tercer plano son paralelos.

18) Segmentos comprendidos entre planos paralelos: Los segmentos de rectas paralelas comprendidos entre planos paralelos, son iguales. — Teorema de Thales generalizado.

VII. *Ángulos triedros y poliedros.* — 19) Definiciones de ángulo triedro y ángulo poliedro. — En todo triedro una cara es menor que la suma de las otras dos. — Generalización de dicha propiedad: enunciado correspondiente para los ángulos poliedros.

20) La suma de las caras de un triedro es menor que cuatro rectos. — Generalización de dicha propiedad: enunciado correspondiente para los ángulos poliedros.

21) Triedros suplementarios. — Definición. — Si por un punto interior a un triedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y que cortan perpendicularmente a las caras, el triedro del cual son aristas es suplementario del dado.

22) La suma de los diedros de un triedro es mayor que dos rectos y menor que seis.

23) Secciones paralelas de un ángulo poliedro. — Corolario: La razón de las superficies de dos secciones paralelas

de un ángulo poliedro es igual al cuadrado de la razón de las distancias del vértice a los planos secantes.

24) Superficie prismática. — Definición. — Prisma indefinido. — Definiciones. — Secciones paralelas de un prisma indefinido. — Secciones normales.

VIII. *Pirámides, prismas y cuerpos poliedros en general.*

— 25) Definición de pirámide. — Nomenclatura correspondiente. — Pirámide regular. — Análisis de sus elementos. — Definición de prisma. — Nomenclatura correspondiente. — Igualdad de prismas: definición y condición suficiente. — Prisma recto. — Análisis de sus elementos. — Dos prismas rectos de igual base y altura son iguales. (Su justificación intuitiva).

26) Definición de paralelepípedo. — Análisis de sus elementos. — Las diagonales de un paralelepípedo concurren en un punto que divide a cada una de ellas en partes iguales. — Paralelepípedo rectángulo. — En todo paralelepípedo rectángulo, las diagonales son iguales. — En todo paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de una cualquiera de sus diagonales es igual a la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en uno de sus vértices.

27) Romboedro. — Definición. — Romboedro recto. — Propiedades de sus planos diagonales. — El cubo considerado como paralelepípedo rectángulo y romboedro recto.

28) Poliedros convexos. — Definición. — Poliedros regulares. — Construcción del tetraedro, del hexaedro, del octaedro, del dodecaedro y del icosaedro regulares. — Número de tipos de poliedros regulares.

29) Estudio objetivo de la simetría central y axial en los poliedros. — Planos de simetría.

IX. *Los cuerpos redondos.* — 30) Definiciones de superficie cilíndrica circular, cilindro indefinido y cilindro cir-

cular. — Eje y generatriz. — Secciones normales. — Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano paralelo al eje de una superficie cilíndrica circular sea exterior, tangente o secante a la misma.

Definiciones de superficie cónica circular, como indefinido y cono circular. — Eje y generatriz. — Secciones normales. — Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano perteneciente al vértice de una superficie cónica circular sea exterior, tangente o secante a la misma. — Tronco de cono.

31) Definiciones de superficie esférica y de esfera. — Sección plana de una superficie esférica. — Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano sea exterior, tangente o secante a una esfera. — Circunferencias máximas y menores. — Definiciones y ejemplos de: casquete y segmento esférico; buso y cuña esférica, zona y segmento esférico bibráscico; sector esférico.

X. *Valor de las superficies de los poliedros y de los cuerpos redondos.* — 32) Superficie lateral y total de un prisma recto. — Superficie lateral y total de una pirámide regular y de un tronco de pirámide regular de bases paralelas. — Fórmulas.

33) Definición de superficie lateral de un cilindro circular recto. — Valor de la superficie lateral y total. — Fórmulas. — Definición de superficie lateral del cono circular recto. — Valor de la superficie lateral y total. — Fórmulas. — Definición de superficie lateral del tronco de cono de bases paralelas. — Valor de la superficie lateral y total. — Fórmulas.

34) Definiciones de superficie engendrada por un segmento que gira alrededor de un eje coplanar con él, en cada uno de los casos en que puede encontrarse. — La superficie engendrada por una poligonal regular que gira

alrededor de un eje coplanar con ella, que pase por su centro y no la corte, es igual al producto de la circunferencia inscrita por la proyección de la poligonal sobre el eje. — Superficie rectangular equivalente.

35) Definición de superficie de una esfera. — Fórmula. — Superficie del casquete y de la zona.

XI. *Equivalencia y volumen de los poliedros y de los cuerpos redondos.* — 36) Idea intuitiva de la equivalencia entre cuerpos. — Postulados de equivalencia (incluido el de Cavalieri). — Definición de volumen.

37) Dos prismas de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. — Corolario: Un paralelepípedo cualquiera es equivalente a un paralelepípedo rectángulo de base equivalente e igual altura. — Todo cilindro es equivalente a un prisma de base equivalente e igual altura.

38) Dos pirámides de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. — Todo cono circular es equivalente a una pirámide de base equivalente e igual altura.

39) Todo prisma triangular es equivalente a la suma de tres pirámides equivalentes de bases y alturas iguales a las del prisma. — Corolario. — El volumen de una pirámide triangular es igual a la tercera parte del de un prisma de igual base y altura.

40) Todo tronco de pirámide triangular de bases paralelas es equivalente a la suma de tres pirámides de altura igual a la del tronco y que tienen por bases: la base mayor del mismo, la base menor y una media proporcional entre dichas bases, respectivamente.

41) Todo tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente a otro de bases triangulares paralelas, respectivamente equivalentes a las del primero, y de igual altura. — Todo tronco de cono circular de bases paralelas es equivalente a un tronco de pirámide de bases paralelas, res-

pectivamente equivalentes a las del primero, y de igual altura.

42) Toda semiesfera es equivalente al cuerpo que se obtiene como diferencia entre un cilindro, de base igual al círculo máximo base de la semiesfera y altura igual al radio de la misma, y un cono invertido de igual base y altura que el cilindro.

XII. *Medición de volúmenes.* — 43) La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual base es igual a la de las alturas correspondientes. — La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual altura es igual a la razón de las bases. — La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos cualesquiera es igual al producto de la razón de sus bases por la razón de sus alturas correspondientes.

44) Medida del volumen de un paralelepípedo rectángulo, de un cubo, de un paralelepípedo cualquiera.

45) Medida del volumen de un prisma cualquiera y de un cilindro. — Fórmulas correspondientes.

46) Medida del volumen de una pirámide triangular, de una pirámide cualquiera y de un cono. — Fórmulas correspondientes.

47) Medida del volumen de un tronco de pirámide triangular de bases paralelas, de un tronco de pirámide cualquiera de bases paralelas y de un tronco de cono de bases paralelas. — Fórmulas correspondientes.

48) Medida del volumen de una esfera. — Fórmula. — Reglas y fórmulas (sin demostración) para hallar la medida del volumen del segmento, sector y cuña esféricas.

QUINTO AÑO

Trigonometría

I. *Conceptos fundamentales.* — 1) Ángulos. — Su generación y signo. — Medida de los ángulos: sistemas sexagesimal, centesimal y circular. — Aplicaciones.

2) Las funciones goniométricas. — Definición de las funciones trigonométricas. — Ejemplos.

3) Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo: fórmulas fundamentales.

4) Conociendo el seno o el coseno de un ángulo, hallar las demás funciones trigonométricas.

5) Relaciones entre las funciones trigonométricas de dos ángulos complementarios.

II. *Valores numéricos de las funciones trigonométricas en el primer cuadrante.* — 6-7) Funciones trigonométricas de 0° , 30° , 45° , 60° y 90° .

8) Tablas de los valores naturales de las funciones trigonométricas. — Aplicaciones.

9-10) Tablas de los logaritmos de las funciones trigonométricas. — Su manejo.

III. *Resolución de triángulos rectángulos.* — Resolver en general y en particular un triángulo rectángulo y calcular su superficie, en cada uno de los siguientes casos:

11-12) dados la hipotenusa y un ángulo agudo;

13-14) dados un cateto y un ángulo agudo;

15-16) dados la hipotenusa y un cateto;

17-18) dados los dos catetos.

IV. *Las funciones trigonométricas en los cuatro cuadrantes.*

— 19) Signos de las funciones trigonométricas.

20) Relaciones entre las funciones trigonométricas de dos ángulos simétricos, suplementarios, 21) que difieren en $\frac{\pi}{2}$, 22) en π o en un múltiplo de 2π .

23) Reducción de un ángulo al primer cuadrante. — Ejercicios.

24) Representación gráfica de las funciones seno y coseno en coordenadas cartesianas.

V. *Fórmulas relativas a la suma o diferencia de ángulos.*

— 25) Proyecciones sobre un eje.

Valor de la proyección de un segmento sobre un eje y de la resultante de una poligonal.

26-27) Funciones trigonométricas de la suma de dos ángulos.

28) Funciones trigonométricas de la diferencia de dos ángulos.

VI. *Fórmulas relativas a la multiplicación y división de los ángulos.* — 29) Funciones trigonométricas del duplo de un ángulo. — Funciones trigonométricas de un ángulo en función de las de su ángulo medio.

30) Funciones trigonométricas de la mitad de un ángulo en función de las del ángulo entero.

VII. *Transformación en producto de la suma o diferencia de dos funciones trigonométricas.* — 31) Transformar en producto la suma o diferencia de dos senos.

32) Transformar en producto la suma o diferencia de dos cosenos.

33) Transformar en producto las expresiones: $1 + \operatorname{sen} \alpha$ y $1 + \operatorname{cos} \alpha$. — Ejercicios.

VIII. *Teoremas relativos a los triángulos oblicuángulos.* —

34) Teorema del seno.

35) Teorema del coseno. — Teorema de las tangentes.

36-37) Teorema de las funciones trigonométricas de los ángulos medios.

38) Cálculo del área: teorema fundamental y fórmula de Herón.

IX. *Resolución de triángulos oblicuángulos.* — Resolver en general un triángulo oblicuángulo, y determinar su superficie, en cada uno de los siguientes casos:

39) dados dos lados y el ángulo comprendido;
dados un lado y dos ángulos;

40) dados los tres lados;
dados dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

X. *Aplicaciones de la resolución de triángulos.* — Resolver en general los siguientes problemas que se presentan en las operaciones sobre el terreno:

41) Calcular la distancia entre dos puntos accesibles cuando no se pueden medir directamente. — Calcular la distancia de un punto accesible a otro inaccesible que se ve desde el primero.

42) Determinación de alturas.

XI. *Triángulos esféricos.* — 43) Lados y ángulos. — Suma de los ángulos: exceso esférico. — Clasificación de los triángulos esféricos. — Triángulos esféricos suplementarios.

Teoremas fundamentales de la trigonometría esférica:

44) Teorema del seno.

45) Teoremas del coseno.

46) Teorema de las cotangentes.

XII. *Resolución de triángulos esféricos rectángulos.* — Resolver, en general, un triángulo esférico rectángulo, en cada uno de los siguientes casos:

- 47) dados la hipotenusa y un cateto;
dados la hipotenusa y un ángulo obliquo;
dados los dos catetos;
- 48) dados un cateto y el ángulo opuesto;
dados un cateto y el ángulo adyacente;
dados los dos ángulos oblicuos.

Cosmografía

I. *Conceptos fundamentales.* — 1) Astronomía: su origen como ciencia. — Astronomía de posición y Astronomía física. — La esfera celeste: su representación. — Su movimiento aparente. — Eje del mundo, los polos celestes, el ecuador, círculos paralelos y círculos de declinación.

2) La esfera celeste referida al lugar. — Representación de la latitud. — El polo elevado. — Vertical del lugar, cenit, nadir. — Planos verticales. — Horizontes. — El meridiano y la meridiana. — Dirección Este-Oeste. — La altura del polo es igual a la latitud geográfica.

3) Ley del movimiento diurno. — Día sidereal o estelar. — Principales constelaciones visibles sobre el cielo de Buenos Aires. — Orientación.

4) Aspecto del cielo a diferentes latitudes: esfera recta, oblicua y paralela.

II. *Coordenadas celestes locales.* — 5) Coordenadas horizontales. — Teodolito.

6) Determinación de la posición del meridiano con teodolito. — El gnomon.

7) Determinación de la altura del polo.

8) Coordenadas ecuatoriales horarias. — Relación fundamental que liga la latitud de un lugar con la declinación

y la distancia cenital de un astro en el momento de su paso por el meridiano.

9) Círculo meridiano. — Determinación de la declinación. — Ecuatoriales: Refractores y reflectores. — Características y uso a que están destinados.

III. *Movimiento aparente del Sol en la esfera celeste.* —

10) Constelaciones que atraviesa. — Eclíptica, zodiaco. — Posición de la eclíptica. — Equinoccios, solsticios, trópicos, punto vernal. — Variación del punto de salida y puesta del Sol.

11) Duración del año: su determinación. — Estaciones.

12) Duración del día y de la noche en las distintas latitudes y en las distintas estaciones del año.

IV. *Coordenadas uranográficas.* — 13) Coordenadas ecuatoriales absolutas y eclípticas. — Característica que las distingue de las anteriores.

14) Día sidereal. — Tiempo sidereal. — Relación que liga el tiempo sidereal con la ascensión recta y ángulo horario de una estrella.

15) Determinación del tiempo sidereal y de la ascensión recta con círculo meridiano. — Cronómetros y péndulos astronómicos.

V. *La hora y el calendario.* — 16) Día solar verdadero. — La reducción al ecuador y la ecuación del centro. — Ecuación del tiempo.

17) Sol medio. — Tiempo medio astronómico. — Tiempo civil.

18) Hora legal de un país. — Convención de los husos horarios.

19) Calendario. — Tipos. — Reforma juliana. — Reforma gregoriana. — Período juliano.

VI. *La Tierra.* — 20) Coordenadas geográficas.

21) Medición de arcos de meridiano. — Triangulación.

22) Forma de la Tierra: Geoide. — Elipsoide de revolución. — Aplastamiento. — Vertical y latitud geodésicas. — Dimensiones de la Tierra (elipsoide de Hayford).

23) Nociones sobre construcción de cartas. — Idea de las proyecciones ortográfica y estereográfica.

24) Atmósfera terrestre. — Refracción astronómica, su influencia sobre la posición de los astros e idea acerca de su corrección.

VII. *El Sol.* — 25) Observación del Sol. — Diámetro aparente. — Dimensiones del Sol. — El sistema solar: astros que lo componen. — Planetas, satélites, asteroides, cometas. — Principales elementos de los mismos.

26) Paralaje de los astros del sistema solar y de las estrellas. — Determinación de la paralaje solar con los pasajes de Venus y con el planetoide Eros.

27) Determinación de la distancia Tierra-Sol. — Idea acerca del error que se comete en dicha determinación a consecuencia del cometido en la medición de la paralaje solar. — Paralaje anual. — Distancia de las estrellas. — Unidades astronómicas de medida.

VIII. *Movimiento aparente de los planetas.* — 28) Su explicación. — Explicación antigua del movimiento de los planetas: sistemas de Ptolomeo y de Tycho Brahe.

29) Sistema de Copérnico. — Principales objeciones al mismo. — Galileo. — El descubrimiento del anteojo astronómico y de los satélites de Júpiter.

30) Las leyes de Kepler. — La ley de Newton. — Idea acerca del cálculo de las perturbaciones. — Descubrimiento de Neptuno.

IX. *Movimientos de la Tierra.* — 31) El movimiento de rotación y sus consecuencias. — El movimiento de traslación y la aberración de las estrellas.

32) El movimiento del plano del ecuador: precesión de los equinoccios o retrogradación del punto γ . — Descubrimiento del fenómeno y su explicación.

33) Consecuencias del fenómeno de precesión: cambio de aspecto del cielo en un mismo lugar, los signos del zodiaco y las constelaciones zodiacales, el año trópico y el año sidereal.

34) El fenómeno de nutación.

X. *La Luna.* — 35) Paralaje. — Semidiámetro. — Dimensiones de la Luna. — Acción perturbadora del Sol.

36) Fases de la Luna.

37) Rotación. — Libración. — Inclinación de la órbita. — Desplazamiento de la línea de los nodos.

38) Eclipses de Luna y de Sol. — Período caldeo. — Condiciones de posibilidad. — Visibilidad de los eclipses.

XI. *Nociones de astronomía física.* — 39) Espectroscopía, fotometría y fotografía.

40) Leyes de la energía radiante. — Diferentes tipos de espectros. — Nociones de física solar. — Superficie del Sol. — Fotósfera.

41) Manchas: su movimiento y distribución. — Rotación del globo solar. — Espectro solar y constitución química del Sol. — Temperatura del Sol. — Hipótesis sobre el mantenimiento del calor solar.

42) Astronomía sidereal: Estrellas. — Nebulosas planetarias. — Enjambres de estrellas. — Nebulosas amorfas. — Nebulosas espirales.

43) Magnitud de las estrellas. — Magnitud absoluta. — Sistemas de estrellas: estrellas dobles, triples. — Estrellas variables: diferentes tipos.

44) Espectros de las estrellas. — Clasificación de las estrellas.

XII. *Triángulos de posición.* — 45) Definición. — Lados y ángulos.

Aplicación de las fórmulas fundamentales de la Trigonometría esférica a la resolución, en casos generales, de los siguientes problemas:

46) Calcular la hora de salida y puesta del Sol en Buenos Aires ($\varphi = 34^{\circ} 36'$), para un día determinado del año.

47) Calcular la declinación y el ángulo horario de un astro, conociendo su altura y azimut en un determinado lugar.

48) Calcular la altura y el azimut de un astro, conociendo su declinación y ángulo horario en un determinado lugar. Calcular la latitud de un lugar y el ángulo horario de un astro, conociendo su declinación, su azimut y su altura.

Disposiciones Transitorias

En los programas de segundo año para el curso escolar de 1940 se incluirá, como introducción, la parte del de Aritmética de primero relativa a números enteros (Capítulos XII a XIII; números 51 a 60) y, en cambio, se suprimirán los Capítulos I y II del de Geometría de segundo (números 1 a 11) ya estudiados por los alumnos.

A los efectos precedentemente indicados, los señores profesores de segundo año dictarán, durante el primer bimestre del curso de 1940, tres clases semanales de Aritmética y una de Geometría. Estas indicaciones sólo regirán para los alumnos regulares; los libres deberán rendir sus exámenes con sujeción a los programas definitivos, sin alteración.