MINISTERIO DE JUSTICIA E INSTRUCCION PUBLICA

INSPECCION GENERAL DE ENSEÑANZA

PROGRAMA
DE
MATEMATICAS

COLEGIOS NACIONALES
Y LICEOS DE SEÑORITAS

4.° Año

★

BUENOS AIRES
Establecimiento Gráfico E. G. L. H.
1945

PROGRAMA DE MATEMATICAS

COLEGIOS NACIONALES
Y LICEOS DE SEÑORITAS

COLEGIOS NACIONALES Y LICEOS DE SEÑORITAS

PROGRAMA DE MATEMATICAS

CUARTO AÑO

I. *Radicales*: Definición y regla de los signos de la radicación. Casos de imposibilidad de la operación en el campo real. Valor absoluto de la raíz. Los radicales considerados como raíces indicadas siempre que la operación sea posible. Las raíces pares indicadas de números negativos, que son símbolos carentes de significado en el campo real, no se consideran como radicales). Valor aritmético de un radical.

Propiedades del valor aritmético de los radicales: Raíz enésima de un producto. Recíproca. Raíz enésima de un cociente. Recíproca. Raíz emésima de la raíz enésima de un número. Recíproca. Corolarios.

El valor de un radical no altera si se multiplican o dividen exactamente por un mismo número, el índice y el exponente.

Simplificación de radicales. Reducción a común índice.

Mínimo común índice.

Extracción de factores fuera del radical. Introducción de factores dentro del radical. Ejercicios.

II. *Operaciones con radicales*: Suma y resta de radicales semejantes. Ejercicios.

Multiplicación y división de radicales. Ejercicios.

Racionalización de denominadores: caso en que el denominador es un radical único y, en particular, cuando es un irracional cuadrático. Caso en que el denominador es un binomio con un término racional y el otro irracional cuadrático. Caso en que el denominador es un binomio cuyos dos términos son irracionales cuadráticos.

III. *Potencias de exponente fraccionario.* Definición de potencia de exponente fraccionario y positivo. Las potencias de exponente fraccionario y positivo tienen las mismas propiedades fundamentales que las potencias de exponente entero.

Definición de potencia de exponente fraccionario y negativo.

IV. *Logaritmos*: Definición. Ejemplos. Los números negativos no tienen logaritmo en el campo real.

Propiedades de los logaritmos: Enunciado, expresión simbólica y comprobación con ejemplos de las propiedades uniformes, no distributivas con respecto a la suma, resta, multiplicación, división. Logaritmos de un producto y de un cociente. Demostración. Logaritmo de una potencia y de una raíz. Logaritmo de la base y de uno.

Logaritmos decimales. Característica y mantisa. Reglas para la determinación de la característica.

La mantisa del logaritmo de un número no altera cuando se multiplica o divide el número por la unidad seguida de ceros.

Tablas de logaritmos: su manejo.

Aplicación de los logaritmos al cálculo de productos y cocientes.

Cologaritmo.

Aplicación de los logaritmos al cálculo de potencias y raíces.

División de un logaritmo con característica negativa, por un número natural. Cálculo de expresiones en que figuren productos, cocientes, potencias y raíces.

V. *Números complejos y operaciones con números complejos.* Necesidad de la creación de nuevos números para hacer posible la extracción de raíces pares y la logaritmación de números negativos.

Definición de número complejo imaginario como par ordenado de números reales de los cuales el segundo es distinto de cero. Números imaginarios puros. Unidad imaginaria. Números complejos (reales o imaginarios). Representación de los números reales por pares ordenados de números reales de los cuales el segundo es cero.

Igualdad de números complejos. Definición y caracteres formales. Suma de números complejos. Definición y ejemplos. Suma de un número real y un imaginario puro. Representación binómica de los números complejos. Suma de complejos en forma binómica.

Resta de números complejos. Definición y ejemplos.

Multiplicación y división de números complejos.

Definiciones de producto de la unidad imaginaria por sí misma y de los números complejos cualesquiera. Ejemplos. Producto de complejos conjugados. División de números complejos. Definición y regla práctica para efectuarla.

Potenciación y radicación de números complejos. Definiciones y ejemplos. Comprobar que las raíces de índice par de números negativos son posibles en el campo de los números complejos. Raíz cuadrada de un número negativo.

VI. *Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.* Resolución de la ecuación completa reducida. Deducción de la fórmula.

Aplicaciones.

Resolución de la ecuación general. Deducción de la fórmula.

Aplicaciones. Ejemplos con raíces complejas.

Suma y producto de las raíces. Reconstrucción de la ecuación dadas las raíces.

VII. *Aplicaciones de las ecuaciones de segundo grado.* Ecuaciones bicuadradas. Deducción de la fórmula. Aplicaciones.

Resoluciones de problemas numéricos de segundo grado con una incógnita.

Aplicaciones a la Geometría y a la Física.

VIII. *Ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas*: Resolución analítica de sistemas de la forma:

$$\begin{cases} a x^2 + b x + c = y \\ m x \; + n y = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ x y = k \end{cases}$$

IX. *Progresiones aritméticas.* Definiciones. Fórmulas del enésimo término, del primero, de la razón y del número de términos.

Suma de dos términos equidistantes de los extremos en una progresión aritmética finita. Suma de *m* términos consecutivos. Aplicaciones.

X. *Progresiones geométricas.* Definiciones. Fórmulas de enésimo término, del primero, de la razón y del número de términos.

Producto de dos términos equidistantes de los extremos en una progresión geométrica finita. Suma de *m* términos consecutivos. Aplicaciones.

XI. *Cuestiones de álgebra financiera.* Interés compuesto. Definición. Fórmulas del monto, capital inicial, tanto por ciento y tiempo. Aplicaciones.

Anualidades. Definición. Imposiciones a intereses compuestos.

Fórmulas del monto, anualidad y tiempo. Aplicaciones.

Amortizaciones. Fórmulas del capital, anualidad y tiempo. Aplicaciones.

XII. *El plano y el espacio.* Postulados característicos del plano. Teoremas referentes a la determinación del plano por tres puntos no pertenecientes a una misma recta o por dos rectas que se cortan. Definición del espacio. Postulados relativos al espacio.

XIII. *Rectas y planos perpendiculares.* Por un punto de una recta pasan, en el espacio, infinitas perpendiculares a dicha recta. Si una recta corta a un plano y es perpendicular a otras dos rectas de éste que pasan por el punto de intersección, es perpendicular a cualquier otra recta del plano que pase por dicho punto. Todas las perpediculares a una recta trazadas por uno de sus puntos pertenecen a un plano. Definición de recta y planos perpendiculares. Condición necesaria y suficiente para que una recta sea perpendicular a un plano.

Postulados de unicidad.

Teorema de las tres perpendiculares. Corolario: si una recta es perpendicular a un plano y una recta del mismo, que pase por el punto de intersección, es perpendicular a otra recta del plano, esta última recta es perpendicular al plano determinado por las dos primeras.

Distancia de un punto a un plano. Definición. La distancia de un punto a un plano es menor que cualquier segmento oblicuo comprendido entre el punto y el plano. Recíproco. Dos segmentos oblícuos comprendidos entre un punto y un plano, cuyos pies equidistan del de la perpendicular trazada por el punto al plano, son iguales. Recíproco.

XIV. *Posiciones relativas de dos rectas en el espacio.* Casos que se presentan. Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas. Angulos de lados paralelos y del mismo sentido.

XV. *Recta y plano paralelos*: Definición. Si una recta es paralela a otra recta de un plano, es paralela al plano. Si una recta es paralela a un plano, todo plano que pase por ella y corte al primero determina con éste una recta paralela a la dada.

XVI. *Angulos diedros.* Diedro convexo, diedro llano y diedro cóncavo. Secciones igualmente inclinadas de un mismo diedro: Su definición y propiedad. Secciones normales.

Igualdad y desigualdad de diedros. Significado físico y definición geométrica. Propiedades que se deducen de la definición. Secciones igualmente inclinadas de diedros iguales. Postulado correspondiente.

Diedros formados por dos planos que se cortan. Diedros adyacentes y opuestos por la arista. Los diedros opuestos por la arista son iguales.

Diedros rectos, agudos y obtusos. Todos los diedros rectos son iguales. Si un diedro es recto su sección normal es un ángulo recto y recíprocamente. Angulos diedros de un grado, de un minuto y de un segundo. Medida de un diedro. Diedros complementarios y suplementarios.

XVII. *Perpendicularidad y paralelismo de planos.* Definición de planos perpendiculares. Si dos planos que se cortan forman dos ángulos adyacentes iguales, dichos planos son perpendiculares. Si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que pasa por ella es perpendicular al primero. Corolario: Por un punto perteneciente o no a un plano pasan infinitos planos perpendiculares al primero. Si dos planos son perpendiculares, toda recta de uno de ellos, perpendicular a la intersección, es perpendicular al otro. Si dos planos son perpendiculares, toda recta perpendicular a uno de ellos trazada por un punto del otro pertenece a este otro. Corolario: Si dos planos que se cortan son perpendiculares a un tercero, la intersección de los dos primeros es perpendicular al tercero.

Angulo plano y ángulo diedro suplementarios. Si por un punto interior a un diedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan a las caras perpendicularmente, el ángulo que forman dichas semirrectas es suplementario del diedro.

Definición de planos paralelos. Dos planos perpendiculares a una recta son paralelos. Las intersecciones de dos planos paralelos con un tercer plano son paralelos.

Segmentos comprendidos entre planos paralelos: Los segmentos de recta paralelas comprendidos entre planos paralelos, son iguales. Teorema de Thales generalizado.

XVIII. *Angulos triedros y poliedros*: Angulo triedro y ángulo poliedro. En todo triedro una cara es menor que la suma de las otras dos. Generalización de dicha propiedad: enunciado correspondiente para los ángulos poliedros.

La suma de las caras de un triedro es menor que cuatro rectos. Generalización de dicha propiedad. Enunciado correspondiente para los ángulos poliedros.

Triedros suplementarios. Definición. Si por un punto interior a un triedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan perpendicularmente a las caras, el triedro del cual son aristas es suplementario del dado.

La suma de los diedros de un triedro es mayor que dos rectos y menor que seis.

Secciones paralelas de un ángulo poliedro. Colorario: La razón de las superficies de dos secciones paralelas de un ángulo poliedro es igual al cuadrado de la razón de las distancias del vértice a los planos secantes.

Superficie prismática. Prisma indefinido. Secciones paralelas de un prisma indefinido. Secciones normales.

XIX. *Pirámides, prismas y cuerpos poliedros en general.* Pirámide. Nomenclatura correspondiente. Pirámide regular. Análisis de sus elementos. Prisma. Nomenclatura correspondiente. Igualdad de prismas: definición y condición suficiente. Prisma recto. Análisis de sus elementos. Dos prismas rectos de igual base y altura son iguales. (Su justificación intuitiva).

Definición de paralelepípedo. Análisis de sus elementos. Las diagonales de un paralelepípedo concurren en un punto que divide a cada una de ellas en partes iguales. Paralelepípedo rectángulo. En todo paralelepípedo rectángulo, las diagonales son iguales. En todo paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de una cualquiera de sus diagonales es igual a la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en uno de sus vértices. El cubo.

Poliedros convexos. Definición. Poliedros regulares. Construcción del tetraedro, del exaedro, del octaedro, del dodecaedro y del icosaedro regulares. **Número de tipos de poliedros regulares.**

XX. *Los cuerpos redondos.* Superficie cilíndrica circular, cilindro indefinido y cilindro circular. Eje y generatriz. Secciones normales. Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano paralelo al eje de una superficie cilíndrica circular sea exterior, tangente o secante a la misma.

Superficie cónica circular, cono indefinido y cono circular. Eje y generatriz. Secciones normales. Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano perteneciente al vértice de una superficie cónica circular sea exterior, tangente o secante a la misma. Tronco de cono.

Definiciones de superficie esférica y de esfera. Sección plana de una superficie esférica. Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano sea exterior, tangente o secante a una esfera. Circunferencias máximas y menores. Definiciones y ejemplos de: casquete y segmento esférico; huso y cuña esférica, zona y segmento esférico bibásico; sector esférico.

XXI. *Valor de las superficies de los poliedros y de los cuerpos redondos*. Superficie lateral y total de un prisma recto. Superficie lateral y total de una pirámide regular y de un tronco de pirámide regular de bases paralelas. Fórmulas.

Definición de superficie lateral de un cilindro circular recto. Valor de la superficie lateral y total. Fórmulas. Definición de superficie lateral del cono circular recto. Valor de la superficie lateral y total. Fórmulas. Definición de superficie lateral del tronco de cono de bases paralelas. Valor de la superficie lateral y total. Fórmulas.

XXII. *Equivalencia y volumen de los poliedros y de los cuerpos redondos*. Idea intuitiva de la equivalencia entre cuerpos. Postulados de equivalencia (incluído el de Cavalieri). Definición de volumen.

Dos prismas de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. Corolario: Un paralelepípedo cualquiera es equivalente a un paralelepípedo rectángulo de base equivalente e igual altura. Todo cilindro es equivalente a un prisma de base equivalente e igual altura.

Dos pirámides de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. Todo cono circular es equivalente a una pirámide de base equivalente e igual altura.

Todo prisma triangular es igual a la suma de tres pirámides equivalentes de bases y alturas iguales a las del prisma. Corolario: El volumen de una pirámide triangular es igual a la tercera parte del de un prisma de igual base y altura.

Todo tronco de pirámide triangular de bases paralelas es equivalente a la suma de tres pirámides de altura igual a la del tronco y que tienen por bases: la base mayor del mismo, la base menor y una media proporcional entre dichas bases, respectivamente. Todo tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente a otro de bases triangulares paralelas, respectivamente equivalentes a la del primero y de igual altura. Todo tronco de cono circular de bases paralelas es equivalente a un tronco de pirámide de bases paralelas, respectivamente equivalentes a las del primero, y de igual altura.

Toda semiesfera es equivalente al cuerpo que se obtiene como diferencia entre un cilindro, de base igual al círculo máximo base de la semiesfera y altura igual al radio de la misma, y con un cono invertido de igual base y altura que el cilindro.

XXIII. *Medición de volúmenes*. La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual base es igual a la de las alturas correspondientes. La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual altura es igual a la razón de las bases. La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos cualesquiera es igual al producto de la razón de sus bases por la razón de sus alturas correspondientes.

Medida del volumen de un paralelepípedo rectángulo, de un cubo, de un paralelepípedo cualquiera.

Medida del volumen de un prisma cualquiera y de un cilindro. Fórmulas correspondientes.

Medida del volumen de una pirámide triangular, de una pirámide cualquiera y de un cono. Fórmulas correspondientes.

Medida del volumen de un tronco de pirámide triangular de bases paralelas, de un tronco de pirámide cualquiera de bases paralelas y de un tronco de cono de bases paralelas. Fórmulas correspondientes.

Medida del volumen de una esfera. Fórmula. Reglas y fórmulas (sin demostración) para hallar la medida del volumen del segmento, sector y cuña esféricos.

Superficie de la esfera. Fórmula. Superficie del casquete y de la zona.