

CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
"DR. JOSE FAUSTINO SARMIENTO"



PROGRAMA
DE
ESTUDIO Y EXÁMENES
(Para alumnos Regulares, Incorporados y Libres)

★

MATEMÁTICAS
4º. Año

CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
PARERA 55 Buenos Aires Rep. Argentina

1854

CENTRO NACIONAL
DE DOCUMENTACION E INFORMACION EDUCATIVA
PARERA 55 Buenos Aires Rep. Argentina

GIORDIA & RODRIGUEZ
LIBREROS — EDITORES
BELGRANO 2271
1946

INV 013360
1854

(Cuatro clases semanales; dos clases de aritmética y álgebra y dos clases de geometría del espacio)

373.9
Foll

Algebra

PRIMERA PARTE

(2 clases semanales)

112 1

I

Radicales: Definición y regla de los signos de la radicación. Casos de imposibilidad de la operación en el campo real. Valor absoluto de la raíz. Los radicales considerados como raíces indicadas siempre que la operación sea posible. Las raíces pares indicadas de números negativos, que son símbolos, carentes de significado en el campo real, no se consideran como radicales. Valor aritmético de un radical.

Propiedades del valor aritmético de los radicales: Raíz enésima de un producto. Recíproca. Raíz enésima de un cociente. Recíproca. Raíz enésima de la raíz enésima de un número. Recíproca. Corolarios.

El valor de un radical no altera si se multiplican o dividen exactamente por un mismo número, el índice y el exponente.

Simplificación de radicales. Reducción a común índice.

Mínimo común índice.

Extracción de factores fuera del radical. Introducción de factores dentro del radical. Ejercicios.

II

Operaciones con radicales: Suma y resta de radicales semejantes. Ejercicios.

— 3 —

Multiplicación y división de radicales. Ejercicios.
 Radicación de un radical único y, en particular, cuando es un
 fraccional cuadrático. Caso en que el denominador es un
 número con uno o dos términos fraccionarios cuadráticos.

III

Potencias de exponente fraccionario: Definición de po-
 tencia de exponente fraccionario y positivo. Las potencias
 de exponente fraccionario y positivo tienen las mismas pro-
 piedades fundamentales que las potencias de exponente
 entero.

IV

Logaritmos: Definición. Ejemplos. Los números nega-
 tivos no tienen logaritmo en el campo real.
Propiedades de los logaritmos: Identidad, expresiones equi-
 valentes y comprobación con ejemplos de las propiedades: uni-
 forme y no distributiva con respecto a la suma, resta, multi-
 plicación, división. Logaritmo de un producto y de un co-
 ciente. Demostración. Logaritmo de una potencia y de una ra-
 íz. Logaritmo de la base y de uno.
Logaritmos decimales. Características y mantisas. Reglas
 para la determinación de la característica.

Las mantisas del logaritmo de un número no altera cuando
 se multiplica o divide el número por la unidad seguida de
 ceros.
Tablas de logaritmos: su manejo.
 Aplicación de los logaritmos al cálculo de productos y
 cocientes.
 Cologaritmo.
 Aplicación de los logaritmos al cálculo de potencias y
 raíces.
 División de un logaritmo con características negativas,
 por un número natural. Cálculo de expresiones en que fi-
 guren productos, cocientes, potencias y raíces.

Números complejos y operaciones con números complejos:
 Necesidad de la creación de nuevos números para los post-
 riores. Definición de número complejo imaginario como pro-
 ducto de un número real de los cuales el segundo es un
 número negativo.
 Definición de número complejo imaginario como pro-
 ducto de un número real de los cuales el segundo es un
 número negativo.
 Suma de complejos en forma binómica.
 Resta de números complejos. Definición y ejemplos.
 Multiplicación y división de números complejos.
 Definiciones de producto de la unidad imaginaria por
 sí misma.
 Potenciación y radicación de números complejos. Defi-
 niciones y ejemplos. Comprobar que las raíces de índice par
 de números negativos son posibles en el campo de los nú-
 meros complejos. Raíz cuadrada de un número negativo.

V

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita: Resolu-
 ción de la ecuación completa reducida. Deducción de la
 fórmula.
 Aplicaciones.
 Resolución de la ecuación general. Deducción de la fórmula.
 Aplicaciones. Ejemplos con raíces complejas.
 Suma y producto de las raíces. Reconstrucción de la
 ecuación dadas las raíces.

VI

Aplicaciones de las ecuaciones de segundo grado: Ecuacio-
 nes bicuadradas. Deducción de la fórmula. Aplicaciones.
 Resoluciones de problemas numéricos de segundo grado
 con una incógnita.

VII

CENTRO NACIONAL
INFORMACION EDUCATIVA
 5
 CARRETA 55 Buenos Aires Rep. Argentina



Ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas: Resolución analítica de sistemas de la forma:

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = y \\ x^2 + y^2 = r^2 \end{cases} \quad \begin{cases} mx + ny = p \\ xy = k \end{cases}$$

IX

Progresiones aritméticas: Definición. Fórmula del enésimo término.

Suma de dos términos equidistantes de los extremos en una progresión aritmética finita. Suma de n términos consecutivos. Aplicaciones. Ejercicios y problemas cuya incógnita sea cualquiera de los siguientes elementos: el primer término, el último término, la razón o el número de términos.

X

Progresiones geométricas: Definición. Fórmula del enésimo término.

Producto de dos términos equidistantes de los extremos en una progresión geométrica finita. Suma de n términos consecutivos. Aplicaciones. Ejercicios y problemas cuya incógnita sea cualquiera de los siguientes elementos: el primer término, el último término, la razón o el número de términos.

XI

Preguntas de álgebra financiera: Interés compuesto. Definición. Fórmulas del monto, capital inicial, tanto por ciento y tiempo. Aplicaciones.

Annuidades. Definición. Imposiciones a interés compuesto.

Fórmulas del monto, anualidad y tiempo. Aplicaciones. Amortizaciones. Fórmulas del capital, anualidad y tiempo. Aplicaciones.

Geometría

(2 clases semanales)

I

El plano y el espacio: Postulados característicos del plano por tres puntos no pertenecientes a una misma recta o por dos rectas que se cortan. Definición del espacio. Figuras relativas al espacio.

II

Rectas y planos perpendiculares: Por un punto de una recta pasan, en el espacio, infinitas perpendiculares a dicha recta. Si una recta corta a un plano y es perpendicular a otras dos rectas de éste que pasan por el punto de intersección, es perpendicular a cualquier otra recta del plano que pase por dicho punto. Todas las perpendiculares a una recta trazadas por uno de sus puntos pertenecen a un plano. Definición de recta y plano perpendiculares. Condición necesaria y suficiente para que una recta sea perpendicular a un plano.

Postulados de unicidad.

Teorema de las tres perpendiculares. Corolario: si una recta es perpendicular a un plano, y una recta del mismo, que pase por el punto de intersección, es perpendicular a otra recta del plano, esta última recta es perpendicular al plano determinado por las dos primeras.

Distancia de un punto a un plano. Definición. La distancia de un punto a un plano es menor que cualquier segmento oblicuo comprendido entre el punto y el plano. Recíproco. Dos segmentos oblicuos comprendidos entre un punto y un plano, cuyos pies equidistan del de la perpendicular trazada por el punto al plano, son iguales. Recíproco.

Posiciones relativas de dos rectas en el espacio: Casos que se presentan. Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas. Angulos de lados paralelos y del mismo sentido.

IV

Recta y plano paralelos: Definición. Si una recta es paralela a otra recta de un plano, es paralela al plano. Si una recta es paralela a un plano, todo plano que pase por ella y corte al primero determina con éste una recta paralela a la dada.

V

Angulos diedros: Diedro convexo, diedro llano y diedro cóncavo. Secciones igualmente inclinadas de un mismo diedro: Propiedad. Secciones normales. Igualdad y desigualdad de diedros. Significado físico y definición geométrica. Secciones igualmente inclinadas de diedros iguales. Postulado correspondiente. Diedros formados por dos planos que se cortan. Diedros adyacentes y opuestos por la arista. Los diedros opuestos por la arista son iguales. Diedros rectos, agudos y obtusos. Todos los diedros rectos son iguales. Si un diedro es recto su sección normal es un angulo recto y recíprocamente. Angulos diedros de un grado, de un minuto y de un segundo. Medida de un diedro. Diedros complementarios y suplementarios.

VI

Perpendicularidad y paralelismo de planos: Definición de planos perpendiculares. Si dos planos que se cortan forman dos angulos adyacentes iguales, dichos planos son perpendiculares. Si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que pasa por ella es perpendicular al primero. Corolario: Por un punto perteneciente o no a un plano pasan infinitos planos perpendiculares al primero. Si dos

III

planos son perpendiculares, toda recta perpendicular a uno de ellos es perpendicular a la intersección, es perpendicular al otro. Si dos planos son perpendiculares, toda recta perpendicular a uno de ellos trazada por un punto del otro pertenece a este otro. Corolario: Si dos planos que se cortan son perpendiculares a un tercero, la intersección de los dos primeros es perpendicular al tercero.

Angulo plano y angulo diedro suplementarios. Si por un punto interior a un diedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a este punto y cortan a las caras perpendiculares, el angulo que forman dichas semirrectas es suplementario del diedro.

Definición de planos paralelos. Dos planos perpendiculares a una recta son paralelos. Las intersecciones de dos planos paralelos con un tercer plano son paralelas.

Segmentos comprendidos entre planos paralelos: Los segmentos de rectas paralelas comprendidos entre planos paralelos, son iguales. Teorema de Tales generalizado.

VII

Angulos diedros y poliedros: Angulo diedro y angulo poliedro. En todo diedro una cara es menor que la suma de las otras dos. Generalización de dicha propiedad: cuando correspondientes para los angulos poliedros.

Triedros suplementarios. Definición. Si por un punto interior a un diedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan perpendicularmente a las caras, el triedro del cual son aristas es suplementario del dado.

La suma de los diedros de un triedro es mayor que dos rectos y menor que seis. Propiedad de las secciones paralelas de un angulo poliedro. Corolario: La razón de las superficies de dos secciones paralelas de un angulo poliedro es igual al cuadrado de la razón de las distancias del vértice a los planos secantes.

Superficie prismática. Prisma indeterminado. Secciones paralelas de un prisma indeterminado. Secciones normales.

CENTRO NACIONAL

— 9 —

DE COCULACION E INFORMACION EDUCATIVA
PAREIRA 55 Buenos Aires Rep. Argentina

VIII

Pirámides, prismas y cuerpos poliedros en general: Pirámide. Nomenclatura correspondiente. Pirámide regular. Análisis de sus elementos. Prisma. Nomenclatura correspondiente. Igualdad de prismas: definición y condición suficiente. Prisma recto. Análisis de sus elementos. Dos prismas rectos de igual base y altura son iguales. (Su justificación intuitiva).

Definición de paralelepípedo. Análisis de sus elementos. Las diagonales de un paralelepípedo concurren en un punto que divide a cada una de ellas en partes iguales. Paralelepípedo rectángulo. En todo paralelepípedo rectángulo, las diagonales son iguales. En todo paralelepípedo rectángulo, el cuadrado de una cualquiera de sus diagonales es igual a la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en uno de sus vértices. El cubo.

Poliedros convexos. Definición. Poliedros regulares. Construcción del tetraedro, del hexaedro, el octaedro, del dodecaedro y del icosaedro regulares. Número de tipos de poliedros regulares.

IX

Los cuerpos redondos: Superficie cilíndrica circular, cilindro indefinido y cilindro circular. Eje y generatriz. Secciones normales. Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano paralelo al eje de una superficie cilíndrica circular sea exterior, tangente o secante a la misma.

Superficie cónica circular, cono indefinido y cono circular. Eje y generatriz. Secciones normales. Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano perteneciente al vértice de una superficie cónica circular sea exterior, tangente o secante a la misma. Tronco de cono.

Definiciones de superficie esférica y de esfera. Sección plana de una superficie esférica. Enunciado de la condición necesaria y suficiente para que un plano sea exterior, tangente o secante a una esfera. Circunferencias máximas

y menores. Definiciones y ejemplos de: casquete y segmento esférico; huso y cuña esférica; zona y segmento esférico; bibásico; sector esférico.

X

Valor de las superficies de los poliedros y de los cuerpos redondos: Superficie lateral y total de un prisma recto. Superficie lateral y total de una pirámide regular y de un tronco de pirámide regular de bases paralelas. Fórmulas.

Definición de superficie lateral de un cilindro recto. Valor de la superficie lateral y total. Fórmulas. Definición de superficie lateral del cono circular recto. Valor de la superficie lateral y total. Fórmulas. Definición de superficie lateral del tronco de cono de bases paralelas. Valor de la superficie lateral y total. Fórmulas.

XI

Equivalencia y volumen de los poliedros de los cuerpos redondos: Idea intuitiva de la equivalencia entre cuerpos. Postulados de equivalencia (incluido el de Cavalieri). Definición de volumen.

Dos prismas de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. Corolario: Un paralelepípedo cualquiera es equivalente a un paralelepípedo rectángulo de base equivalente e igual altura. Todo cilindro es equivalente a un prisma de base equivalente e igual altura.

Dos pirámides de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. Todo cono circular es equivalente a una pirámide de base equivalente e igual altura.

Todo prisma triangular es igual a la suma de tres pirámides equivalentes de bases y alturas iguales a las del prisma. Corolario: El volumen de una pirámide triangular es igual a la tercera parte de un prisma de igual base y altura.

Toda semiesfera es equivalente al cuerpo que se obtiene como diferencia entre un cilindro, de base igual al círculo máximo base de la semiesfera y altura igual al radio de la misma, y con un cono invertido de igual base y altura que el cilindro.

XII

Medición de volúmenes: La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual base es igual a la de las alturas correspondientes. La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual altura es igual a la razón de las bases. La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos cualesquiera es igual al producto de la razón de sus bases por la razón de sus alturas correspondientes.

Medida del volumen de un paralelepípedo rectángulo, de un cubo, de un paralelepípedo cualquiera.

Medida del volumen de una pirámide triangular, de una pirámide cualquiera y de un cono. Fórmulas correspondientes.

Medida del volumen de una esfera. Fórmula. Reglas y fórmulas (sin demostración) para hallar la medida del volumen de segmento, sector y cuña esféricos.

Superficie de la esfera. Fórmula. Superficie del casquete y de la zona.

NOTA. — Se recomienda efectuar el mayor número posible de problemas y ejercicios.

PROGRAMA DE EXAMEN

I

- a) Logaritmo de un producto. Teorema. Ejercicios.
- b) Números complejos. Suma y resta de los mismos.
- c) Los segmentos de rectas paralelas comprendidos entre planos paralelos son iguales. Teorema de Thales generalizado.
- d) Poliedros convexos. Definición. Poliedros regulares, construcciones. Número de tipos de poliedros regulares.

II

- a) Logaritmo de un cociente. Teorema. Ejercicios.

- b) Resolución de un sistema de ecuaciones de la forma:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ xy = k \end{cases}$$

- c) Teorema de las tres perpendiculares.
- d) Si una recta es paralela a otra recta de un plano, es paralela al plano.

III

- a) Logaritmo de operaciones combinadas.
- b) Ecuación general de segundo grado. Ejercicios.
- c) Ángulo plano y ángulo diedro suplementarios.

Si por un punto interior a un diedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan a las caras perpendicularmente, el ángulo que forman dichas semirrectas es suplementario del diedro.

- d) La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos de igual base es igual a la razón de sus alturas correspondientes.

IV

- a) Logaritmo de una raíz. Teorema. Ejercicios.
- c) Todo prisma triangular es igual a la suma de tres pirámides equivalentes de bases y alturas iguales a las del prisma. Corolario.
- d) La suma de los diedros de un triedro es mayor que dos rectos y menor que seis.

V

- a) Logaritmo de una potencia. Teorema. Ejercicios.
- b) Raíz de un producto. Ejercicios.
- c) Triedros suplementarios. Definición. Si por un punto interior a un triedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan perpendicular-

mente a las caras, el triedro del cual son aristas es suplementario del dado.

- d) Todas las perpendiculares a una recta trazadas por uno de sus puntos pertenecen a un plano.

VI

- a) Logaritmo de un cociente. Ejercicios.
b) Potencia de exponente fraccionario y positivo. Ejercicios.
c) Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas.
d) Medida del volumen de un paralelepípedo rectángulo, de un cubo y de un paralelepípedo cualquiera.

VII

- a) Logaritmos de operaciones combinadas.
b) División de números complejos.
c) La razón de las superficies de dos secciones paralelas de un ángulo poliedro es igual al cuadrado de la razón de las distancias del vértice a los planos secantes.
d) Superficie lateral y total de una pirámide regular y de un tronco de pirámide regular de bases paralelas. Fórmulas.

VIII

- a) División de un logaritmo con característica negativa por un número natural.
b) Racionalización de denominadores de radical único.
c) En todo triedro una cara es menor que la suma de las otras dos.
d) Dos primas de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes. Corolario. Todo cilindro es equivalente a un prisma de base equivalente e igual altura.

IX

- a) Resolución analítica de un sistema de ecuaciones de la forma:

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = y \\ mx + ny = p \end{cases}$$

- b) Multiplicación y división de radicales.
c) Las diagonales de un paralelepípedo concurren en un punto que divide a cada una de ellas en partes iguales.
d) Medida del volumen de una pirámide triangular y de una pirámide cualquiera. Fórmulas.

X

- a) Progresiones geométricas. Producto de los términos equidistantes de los extremos de una progresión finita. Suma de los n términos consecutivos..
b) Ecuaciones de segundo grado reducidas. Ejercicios.
c) En todo paralelepípedo el cuadrado de una cualquiera de sus diagonales es igual a la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en uno de sus vértices.
d) Si dos planos son perpendiculares, toda recta de uno de ellos perpendicular a la intersección, es perpendicular al otro. Corolario.

XI

- a) Potencia de exponente fraccionario.
b) Logaritmo de un cociente. Cologaritmo.
c) Toda semiesfera es equivalente al cuerpo que se obtiene como diferencia entre un cilindro, de base igual al círculo máximo base de la semiesfera y altura igual al radio de la misma y un cono invertido de igual base y altura que el cilindro.

- d) Definiciones y ejemplos de: casquete y segmento esférico; huso y cuña esférica; zona y segmento esférico búblico y sector esférico. Volumen de la esfera, del sector esférico, y de la cuña esférica. Ejemplos.

XII

- a) Raíz de un cociente. Ejercicios.
b) Multiplicación de números complejos. Ejercicios.
c) Si una recta corta a un plano y es perpendicular a otras dos de éste que pasan por el punto de intersección es perpendicular a cualquier otra recta del plano que pase por dicho punto.
d) Dos planos perpendiculares a una recta son paralelos.

XIII

- a) Logaritmo de una raíz. Ejercicios.
b) Progresiones geométricas. Fórmulas del n -ésimo término, del primero, de la razón y del número de términos.
c) Dos pirámides de bases equivalentes y alturas iguales son equivalentes.
d) En todo paralelepípedo rectángulo, las diagonales son iguales.

XIV

- a) Suma y producto de las raíces de una ecuación de segundo grado.
b) Racionalización de un denominador cuyos dos términos son irracionales cuadráticos.
c) Ángulos de lados paralelos y dirigidos en el mismo sentido.
d) Si una recta es perpendicular a un plano todo plano que pase por ella es perpendicular al primero.

XV

- a) Raíz de una raíz. Teorema. Ejercicios.
b) Progresiones aritméticas. Suma de los términos equidistantes de los extremos de una progresión aritmética finita. Suma de los n términos consecutivos. Ejercicios.
c) Teoremas referentes a la determinación del plano.
d) Secciones paralelas de un ángulo poliedro. Teorema. Diedros opuestos por la arista.

XVI

- a) Logaritmo de una potencia.
b) Progresiones aritméticas. Determinación del n -ésimo término del primero, de la razón y del número de términos. Ejercicios.
c) La razón de los volúmenes de dos paralelepípedos rectángulos cualesquiera es igual al producto de la razón de sus bases por la razón de sus alturas correspondientes.
d) En todo triedro una cara es menor que la suma de las otras dos.

XVII

- a) Resolución de problemas numéricos de segundo grado con una incógnita.
b) Introducción y extracción de factores de un radical. Ejercicios.
c) Teorema de las tres perpendiculares. Corolario.
d) Teoremas relativos a la distancia de un punto a un plano.

XVIII

- a) Logaritmo de un cociente. Ejercicios.
b) Cuestiones de aritmética financiera.
c) Superficie lateral y total de un tronco de cono de bases paralelas.
d) Teorema de Thales generalizado.

373.9:51(82)(075.5) "1946"

(82)373.9(075.5) "1946"

XIX

- a) Resolución analítica de un sistema de ecuaciones de la forma:

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = y \\ mx + ny = p \end{cases}$$

- b) Racionalización de un denominador binómico con un término racional y otro irracional cuadrático.
- c) Si por un punto interior a un diedro se trazan las semirrectas que tienen por origen a ese punto y cortan a las caras perpendicularmente, el ángulo que forman dichas semirrectas es suplementario del diedro.
- d) Las intersecciones de dos planos paralelos con un tercero son paralelas.

XX

- a) Reconstrucción de una ecuación de segundo grado dadas las raíces.
- b) Simplificación de radicales. Operaciones con radicales. Reducción de radicales a común y mínimo común índice.
- c) Si una recta es paralela a un plano, todo plano que pase por ella y corte al primero determina con éste una recta paralela a la dada.
- d) Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas.