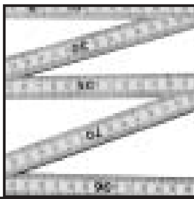


PARA SEGUIR APRENDIENDO

material para el alumno

egb3

Matemática

Equidad
Programa de Acciones Compensatorias en Educación
PACE

Unidad de Recursos Didácticos
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA

MINISTERIO de EDUCACIÓN
PRESIDENCIA de la NACIÓN

Ministro de Educación
Lic. Andrés Delich
Subsecretario de Educación
Lic. Gustavo Iaies

Unidad de Recursos Didácticos
Coordinación: Silvia Gojman

Equipo de Producción Pedagógica
Coordinación: Raquel Gurevich
Lectura crítica: Graciela Chemello
Autoras: Patricia Cademartori
Verónica Grimaldi
Valeria Machiunas

Equipo de Producción Editorial
Coordinación: Priscila Schmied
Edición: Cecilia Pisos
Edición de ilustraciones: Gustavo Damiani
Ilustraciones: Daniel Rezza
Diseño: Constanza Santamaría

PARA SEGUIR APRENDIENDO
material para alumnos

Para seguir aprendiendo. Material para alumnos es una colección destinada a todos los niveles de escolaridad, integrada por propuestas de actividades correspondientes a las áreas de Lengua, Matemática, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.

Las actividades que se presentan han sido especialmente diseñadas por equipos de especialistas, con el objetivo de que los docentes puedan disponer de un conjunto variado y actualizado de consignas de trabajo, ejercicios, experiencias, problemas, textos para trabajar en el aula, y puedan seleccionar aquellos que les resulten más apropiados según su programación y su grupo de alumnos. Desde la colección, se proponen situaciones contextualizadas a través de las cuales se busca que los alumnos tengan oportunidad de analizar y procesar información, de formular hipótesis, de discutir y reflexionar y de justificar sus opiniones y decisiones. La intención es contribuir, de este modo, a que los alumnos se apropien de contenidos nodales y específicos de las distintas áreas.

Esperamos que *Para seguir aprendiendo* se convierta en una herramienta de utilidad para el trabajo docente cotidiano y que resulte un aporte concreto para que los alumnos disfruten de valiosas experiencias de aprendizaje.

Unidad de Recursos Didácticos

Hecho el depósito que establece la ley 11.723. Libro de edición argentina. Impreso en Formacolor Impresores S.R.L., Buenos Aires, Argentina. Mayo de 2001. Primera edición. ISBN 950-00-0450-X

Índice de actividades

ACTIVIDAD 1

Delfina y Martín resuelven el siguiente problema: mediante una sola operación aritmética obtienen 6 a partir de 2. (Recuerden: las operaciones aritméticas son la suma, la resta, la división y la multiplicación).

Delfina dice que hay sólo dos maneras de hacerlo: sumando o multiplicando. Pero Martín no opina lo mismo: él ha resuelto el problema dividiendo.

Delfina: —¡No puede ser! Si a 2 lo divido por un número, el resultado no puede ser más grande que 2.

Sin embargo, Martín no se equivoca.

a. ¿En qué número pensó Martín para resolver el problema dividiendo?

b. Cuando conoció la solución de Martín, a Delfina se le ocurrió otro desafío: “transformar el número 20 en 15 multiplicando”. ¿Cómo resolverían el desafío de Delfina?

c. Ahora la profesora sugiere hacer la siguiente división: 3 dividido 5/4. Antes de hacer la cuenta Delfina piensa: “como al 3 lo divido por una fracción, el resultado tiene que ser mayor que 3”.

¿Qué resultado obtuvo Delfina cuando hizo la cuenta? ¿Coincide el resultado con su predicción? ¿Por qué?

Para reflexionar

Delfina está sorprendida: con números naturales la estrategia de multiplicar para agrandar y de dividir para achicar siempre resulta acertada. Pero, ahora que conoce nuevos números, observa que no es tan sencillo generalizar.

Fíjense que, para resolver el primer problema, pensando en los números racionales Martín pudo agrandar un número dividiendo. También tuvo que pensar en los números racionales para achicar un número multiplicando.

Pero no nos apresuremos, con los números racionales también es posible achicar un número dividiendo y agrandar un número multiplicando.

En cada caso, ¿a qué debemos prestar atención?

ACTIVIDAD 2

En el curso se organiza una competencia. Se trata de responder a una serie de cuestiones. Martín empieza respondiendo tan rápido que no deja que los demás participen. Delfina, molesta por no poder jugar, analiza la estrategia de Martín; cuando se da cuenta de cómo lo hace, ella también empieza a contestar con rapidez, y ambos chicos son los ganadores de la competencia.

Las siguientes son algunas de las cuestiones que respondieron acertadamente los chicos.

- ¿Se puede agrandar un cuadrado de lado 3 cm, multiplicando 3 por 7/6?
- ¿Se puede achicar un segmento que mide 27 cm, dividiendo 27 por 13/14?
- Si se divide 5 por 0,3, ¿el resultado es un número mayor que 5?
- ¿0,3 x 0,3 = 0,9?
- Si se divide 3/4 por 1/2, ¿el resultado es menor que 3/4?

a. ¿Qué contestaron Delfina y Martín en cada caso?

b. ¿Cómo hicieron para aventajar a todos los demás?

ACTIVIDAD 3

La mamá de Delfina está hablando por teléfono con el albañil; ha decidido embaldosar el patio.

Albañil: —Hoy a la tarde voy a ir a comprar las baldosas. ¿Cuántos m^2 debo comprar?

Mamá de Delfina: —Ay, no sé... sólo sé que el patio mide 4,21 m por 5,33 m. Espere que hago la cuenta...

Delfina, que había seguido estudiando los números racionales con atención, exclama: -¡Ya sé! Te va a dar un número más grande que 20 pero más chico que 24.

La mamá de Delfina termina de hacer la cuenta justo cuando su hija dice esto, y la mira asombrada: ella tiene razón. ¿Cómo hizo Delfina para darse cuenta?

ACTIVIDAD 4

Mateo, el hermanito de Delfina, está resolviendo la tarea de Matemática.

a. Divide 21,99 por 3,12 y le muestra su resultado a Delfina para ver si está bien. Ésta se enoja: su hermano se ha equivocado y debería darse cuenta del error, ya que el resultado correcto debe estar cerca de 7,33. ¿Por qué dice Delfina que Mateo debería darse cuenta?

b. Ahora Mateo debe dividir 21,99 por 3,89. Este nuevo resultado, ¿estará tan cerca de 7,33 como el anterior, cuando dividía por 3,12?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Les proponemos a continuación unos "trucos" que les permitirán hacer cálculos rápidos. Si los analizan, verán que ustedes mismos pueden inventar muchos más.

- Para multiplicar mentalmente un número por $1\frac{1}{2}$, se le añade al multiplicando su mitad. Por ejemplo: $34 \times 1\frac{1}{2} = 34 + 17$
- Para multiplicar mentalmente un número por $2\frac{1}{2}$, al número duplicado se le añade la mitad del multiplicando. Por ejemplo: $18 \times 2\frac{1}{2} = 36 + 9$
- Para dividir mentalmente un número por 5 se separa con una coma la última cifra del duplo del número. Por ejemplo: 68 : 5 = 136/10 = 13,6

ACTIVIDAD 1

Se trata de acomodar 28 fichas rojas y negras en 8 cajas. En cada caja debe haber la misma cantidad de fichas, y todas las cajas deben tener igual número de fichas de cada color (es decir, si en la primera caja hay 2 fichas negras, en la segunda también, y así sucesivamente en las demás).

La hermanita de Matías, Martina, propone que si hubiera 14 fichas rojas y 14 fichas negras, deberían acomodarse en cada caja 1 roja y 1 negra; pero Matías dice que podría pasar que hubiera 16 fichas negras y 12 rojas, en cuyo caso deberían acomodar 2 fichas negras y 1 roja en cada caja.

a. ¿Les parece que son las únicas maneras de hacerlo? ¿Existen otras? Encuentren todas las que puedan.

b. ¿Cómo explicarían el procedimiento que utilizaron?

c. Si luego de acomodarlas sobraron sólo 4 fichas rojas y ninguna negra, ¿cuántas fichas de cada color hay? ¿Existe una única posibilidad?

d. Ahora hay que acomodar 180 fichas rojas y 50 fichas negras en 24 cajas, y Matías propone ubicar 8 rojas y 2 negras en cada caja. ¿Es posible hacer lo que dice Matías?

e. Joaquín, el hermano mayor, desafía a ambos: ¿qué tendría que pasar para que no sobraran fichas de ningún color?

Para reflexionar

Cuando trataban de ver cómo acomodar las fichas, Matías se dio cuenta de que su hermana tardaba mucho más que él: primero se fijaba si había fichas rojas suficientes como para acomodar una por caja; luego, si le alcanzaban para acomodar otra más en cada caja; y así sucesivamente. Lo mismo hacía con las fichas negras. En el momento de acomodar las otras 230 fichas, la estrategia de la hermana no resultaba muy práctica. Matías, en cambio, pensó una estrategia que le permitía no sólo saber cuántas de cada color entrarían en cada caja, sino también cuántas le sobrarían. ¿Cuál fue la estrategia que pensó Matías?

ACTIVIDAD 2

Se desea repartir el contenido de una bolsa de caramelos en bolsitas más pequeñas que contengan todas la misma cantidad. Se sabe que si se repartieran los caramelos en 21 de estas bolsitas, no sobraría ninguno, y lo mismo ocurriría si se repartieran en 28 bolsitas. ¿Podrían decir cuántos caramelos tiene la bolsa?

ACTIVIDAD 3

El papá de Matías es historiador. Junto con sus colegas, está tratando de reunir información, a través de distintas fuentes, sobre un antiguo palacio destruido hace mucho tiempo. Saben que una de las habitaciones principales tenía un muro largo completamente revestido con paneles de madera de roble, mientras que la pared del fondo, opuesta a la puerta, estaba cubierta con un tapiz fabricado en Francia. En el suelo, había una alfombra especialmente hecha en Persia. En cada caso, conocen muchos detalles sobre el diseño y los colores, y saben también que la superficie de los paneles, el tapiz y la alfombra eran 143 m^2, 99 m^2, y 117 m^2 cada una. Sin embargo, no pueden encontrar referencia alguna sobre las dimensiones lineales de la habitación. ¿Podrían ayudarlos?

ACTIVIDAD 4

El problema de Josefo es uno de los más famosos y antiguos problemas matemáticos que se conocen. Cuenta la historia de un juego en el que cierta cantidad de personas debían irse eliminando sucesivamente. Algún personaje ingenioso, con conocimientos de matemática, siempre se las arreglaba para favorecer a las personas que él deseaba.

Para ello, disponía a todos en un círculo, elegía un número y especificaba desde qué persona iban a empezar a contar. Las personas iban contando hasta llegar al número elegido, la que lo decía debía salir del círculo y otra vez volvían a empezar.

En el colegio de Martina se va a elegir un delegado de EGB3 para realizar un viaje. Martina recordó el problema de Josefo que alguna vez le contara su papá y se dispuso a utilizarlo para salir ganadora. Para hacer esta elección propuso enumerar a los 91 alumnos dispuestos en un círculo e ir eliminando a uno cada 7 alumnos. El décimocuarto alumno eliminado sería el delegado. ¿En qué lugar piensan que se ubicó Martina para poder realizar el viaje?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Les proponemos ahora un truco matemático con el que pueden sorprender a sus amigos: “El misterio de las mil y una noches”.

Le pedimos a alguien que piense un número cualquiera de tres cifras, ABC. Le pedimos que repita el número, lo que produce el número ABCABC, y que introduzca el correspondiente número de seis cifras en la calculadora. Durante estas operaciones, permanecemos de espaldas, para no ver lo que hace nuestro voluntario.

> “Empiezo a captar vibraciones –decimos– que me dicen que su número es exactamente divisible por el número nefasto, el 13. Por favor, divídalo por 13 y dígame si estoy en lo cierto.”
>
> El voluntario hace la división, y ¡qué duda cabe!, el resto es cero.
>
> “Es extraño, pero mis poderes de clarividencia me dicen que el número que ahora muestra la pantalla es exactamente divisible por un número de buena suerte, el 11”, agregamos. Se efectúa la división. Volvemos a tener razón.
>
> “Tengo ahora la fuerte impresión –continuamos– de que el número de la pantalla es divisible por el número de más suerte, el 7.” Así resulta, en efecto.

Pidámosle a nuestro compañero que se fije bien en la pantalla. El número que muestra es ABC, el que había pensado inicialmente.

Ahora, como buenos magos, deberían poder reconocer cuál es el “truco”.

ACTIVIDAD 1

La familia de Federico planea sus vacaciones. Él observa cómo sus padres hacen cuentas, consultan precios, calculan cuántos días pueden irse de vacaciones.

A Federico, sus abuelos le regalaron plata, que guardó para sus vacaciones. Como siempre ha sido un chico muy organizado, considera que va a gastar cada día la misma cantidad de dinero, pero todavía no sabe cuántos días van a ir.

En la tabla que les presentamos a continuación, se ven algunos de los cálculos que hizo Federico considerando distintas posibilidades:

Cantidad de días	10	5	6	20	16
Dinero disponible	4	8	2	10	2,5

a. ¿Podrían decir con estos datos cuánto dinero le regalaron?

b. ¿Observan regularidades? ¿Cuáles?

c. ¿Podrían completar la tabla con otros valores?

Jorge, el papá de Federico, organiza las cosas de manera tal que su familia gaste lo mismo todos los días e hizo sus propias cuentas.

En la siguiente tabla les presentamos algunas de las cuentas que realizó Jorge:

Cantidad de días	5	7	14	10	12
Dinero necesario	300	420	600	360	720

a. ¿Podrían decir cuánto piensa gastar por día?

b. ¿Observan regularidades? ¿Cuáles?

c. ¿Pueden completar la tabla con otros valores?

d. Además de los días que cada uno está considerando para sus vacaciones, ¿observan similitudes entre ambas tablas? ¿Observan diferencias?

Para reflexionar

Eugenia y Mauro resolvieron la actividad y discutieron sobre las regularidades que observaron en cada problema.

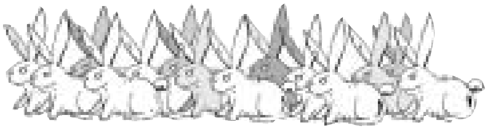
En la primera tabla les fue sencillo ponerse de acuerdo, y no tardaron en concluir que se trataba de una proporcionalidad inversa. Expliquen qué quiere decir esto y a qué se llama “constante de proporcionalidad”.

En la segunda, tardaron un poco más. Mauro observaba una regularidad: que, si Jorge se quedaba el doble de tiempo, gastaba el doble de dinero. Eugenia observaba otra, sumando los valores de 5 y 7, y Ana, otra compañera, hablaba de una constante de proporcionalidad. ¿A qué se refería Eugenia?

Las regularidades que observaron con tus compañeros, ¿se parecen a la de Mauro, a la de Eugenia o a la de Ana? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2

Federico lee muy interesado un libro donde se cuentan las aventuras de Muni, su héroe favorito, en una galaxia lejana.
Muni llevaba en su nave una pareja de animales de cada especie.
Cuando dejó que un conejo y una coneja vagaran libremente por su nave, no pensó que iba a tener tantos problemas.



Pasado el primer mes, los conejos ya eran 4. Esto no alarmó a Muni: aunque el viaje durara 12 meses, a lo sumo los conejos serían 24.

Durante los meses siguientes, Muni observó que los conejos empezaban a procrear a los 2 meses de su nacimiento, engendrando siempre un par macho-hembra, y a partir de ese momento cada uno de los meses siguientes un par más de iguales características. Notó también que todos los conejitos sobrevivían.

a. ¿Podrían calcular de alguna manera la cantidad de conejos en la nave durante los primeros 6 meses?

b. ¿Cómo razonó Muni para decir que a los 12 meses habría como máximo 24 conejos? ¿Tenía razón? ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre la cantidad de conejos y el tiempo transcurrido?

ACTIVIDAD 3

En el capítulo II del libro que está leyendo Federico, Muni visitaba X-Terra, un planeta muy extraño: cada ciudad tenía la misma cantidad de habitantes. Al final del libro, Federico lee más datos sobre la población en este extraño planeta. Los datos están ordenados en una tabla como ésta:

Ciudades	Densidad (hab./km^2)	Área (km^2)
X-T22	2000	500
X-T31	2500	40
X-T32	4000	25
X-T55	5000	200
X-T57	800	125

Federico duda, ¿cuántos son los habitantes en cada ciudad?

La mamá le dice que no es necesario que en la tabla figure ese dato, ya que le dan la densidad de población y la superficie de cada ciudad. Con esos datos, él mismo puede calcularlo. Federico sigue sin entender, ¿qué es la densidad de población? Su mamá le explica que la densidad de población es un valor que da idea sobre la cantidad de personas que viven en una determinada superficie. Así se sabe cómo se distribuyen en el espacio.

Se puede calcular, dividiendo la cantidad de habitantes de cada ciudad por la medida de su superficie: número de habitantes/área = densidad de población.

a. Federico pudo, entonces, calcular sin problemas la cantidad de habitantes de cada ciudad de X-Terra. ¿Cómo hizo?

b. ¿Es cierto que cuanto mayor es la superficie de cada ciudad de X-Terra, mayor es su densidad de población?

c. ¿Hay proporcionalidad entre área y densidad? ¿De qué tipo?

ACTIVIDAD DE CIERRE

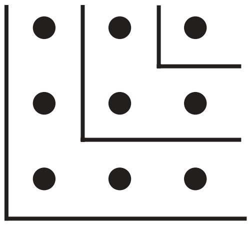
Muni deja en X-Terra algunos conejos y, antes de seguir su camino hacia Y-Terra, compra alimento para los conejos que siguen viajando con él.

En el cartel de un negocio lee: "¡Oferta! $$4 el kg de alimento, $$22 los 6 kg de alimento." (Aclaración: $$ es la moneda del planeta X-Terra).

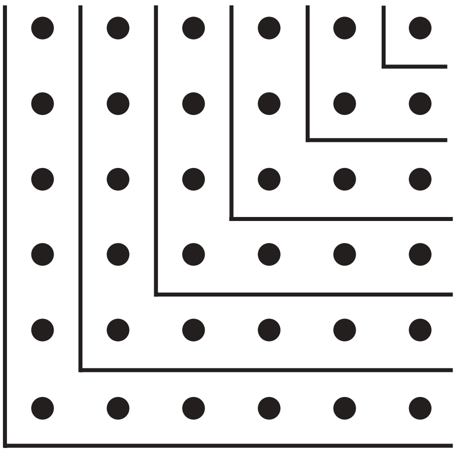
¿Es verdaderamente una oferta? ¿Cuánto le costarán los 37 kg de alimento que necesitan sus conejos?

ACTIVIDAD 1

Este primer diagrama muestra un cuadrado formado por nueve puntos. En él, marcamos tres “L”. Así, la región entre la segunda y la tercera L contiene 5 puntos y la cantidad total de puntos encerrados por la tercera L es 9.



Supongamos que ahora tenemos un cuadrado más grande.



a. ¿Cuál es la cantidad de puntos entre la tercera y la cuarta L? ¿Y entre la cuarta y la quinta? ¿Y entre la quinta y la sexta?

En estos números que están encontrando, ¿observan alguna particularidad?

Verifiquen si esta particularidad también se cumple para los puntos encerrados entre las otras L.

b. ¿Cuál es la cantidad total de puntos que encierra la cuarta L? ¿Y la quinta? ¿Y la sexta?

En estos números que están encontrando, ¿observan alguna particularidad? Verifiquen si esta particularidad también se cumple para los puntos encerrados por las otras L.

c. Si tuvieran un cuadrado más grande, ¿podrían saber sin dibujar la cantidad de puntos que habría entre la L número 20 y la 21? ¿Y la cantidad total de puntos encerrados por la L número 21?

Las conclusiones a las que arribaron anteriormente con los cuadrados más chicos pueden ayudarlos a contestar esta cuestión. Organicen su información.

d. ¿Podrían escribir la fórmula que permita calcular la cantidad de puntos encerrada por una L cualquiera? Para resolver esta cuestión, podrían no alcanzarles los casos que han analizado hasta ahora. Tomen más casos particulares, todos los que consideren necesarios.

Para reflexionar

Cuando tenemos pocos puntos, el problema es fácil de solucionar. Alcanza con graficar y contar. Pero cuando la cantidad de puntos aumenta, este método es poco práctico. Después de todo, ¿se imaginan la cantidad de puntos que deberíamos contar si quisiéramos saber cuántos encierra la L número 97?

Al principio contamos, analizamos si existen regularidades, predecimos lo que pasará en casos particulares, verificamos nuestras predicciones. Algo muy útil es tomar muchos casos particulares, porque así obtenemos mucha información. Otra herramienta importante es reorganizar la información que se ha obtenido.

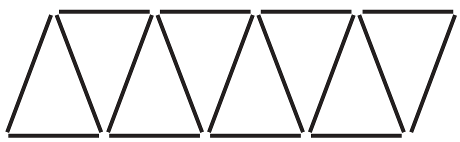
Encontrar una ley general para resolver el problema, nos permite encontrar resultados sin necesidad de repetir el proceso.

Sin embargo, debemos tener mucho cuidado y no apresurarnos: después de todo alguien podría asegurar que si 3 es primo, 5 es primo, 7 es primo, 9 entonces es primo. Que unos pocos casos satisfagan una regularidad no alcanza para afirmar que allí existe una ley.

Ahora bien, si observamos una regularidad, podemos proponer una fórmula. Pero, ¿cómo hacemos para asegurarnos de que ésta no falla en algún momento?

ACTIVIDAD 2

Observen la siguiente serie de figuras:



a. ¿Cuántos palitos se necesitan para construir cuatro triángulos? ¿Y cinco? ¿Y diez?

b. ¿Cómo harían para saber cuántos palitos se necesitan para construir 100 triángulos? Traten de escribir una fórmula que les permita calcularlo.

c. ¿Podría pasar que se necesitaran 82 palitos para construir 40 triángulos?

d. ¿Podría pasar que se necesitaran 91 palitos para construir 45 triángulos?

ACTIVIDAD 3

En la siguiente fila de números se han borrado algunos.

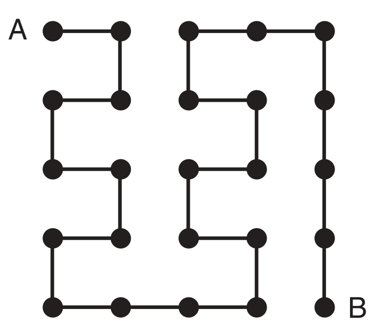
1, 4, 7, 10, 13, ..., 19 ......, ..., 28, 31, ..., ..., 40

a. ¿Podrían encontrar los que faltan?

b. Si quisiéramos continuar la lista, ¿podrían encontrar una fórmula general que les permita saber qué número va a estar en una posición determinada?

ACTIVIDAD DE CIERRE

La figura muestra un tablero cuadriculado de tamaño 5x5, con un camino que va de esquina a esquina, desde A hasta B y que "visita" una, y sólo una vez cada nudo de la cuadrícula. Estudien qué otros recorridos del mismo tipo pueden encontrar. ¿Qué podrían decir de las longitudes de estos caminos? ¿Pueden encontrar una ley general para la longitud de los caminos? Generalicen sus resultados para tableros de cualquier tamaño.



ACTIVIDAD 1

Les proponemos estimar un presupuesto para pintar las paredes del aula.

Formen un equipo de trabajo con uno o dos compañeros, para repartirse la tarea y pensar entre todos. Al final, comparen los resultados con los de otros grupos.

Tendrán que preguntarle al ferretero qué datos son necesarios para saber cuánta pintura comprar, y luego tomar las medidas en el aula, para averiguar los valores del material a utilizar. Tengan en cuenta que:

- Para pintar las paredes, se pueden usar varios tipos de pintura.
- Si usan cal, tendrán que agregar un “fijador”, que se vende por separado.
- Si usan pintura al agua o esmalte sintético, pueden decidir darle color. En ese caso, tienen que comprar además unos tubitos de colorante que se mezclan con la pintura blanca. (En el pomo o la lata de pintura blanca dice la cantidad de colorante que hay que diluir, por ejemplo, puede decir que se usa “hasta un máximo de 7,5 cm^3 por litro”; el máximo es para obtener un color intenso).
- A veces se pinta una franja de color más oscuro, hasta 1,20 metros de altura, con pintura lavable, para poder limpiar la pared si se mancha; en ese caso hay que preparar todo el color necesario de una vez, porque es difícil que quede el mismo color si se acabó y se vuelve a preparar. Piensen qué datos precisan averiguar para saber cuánta pintura lavable hay que preparar para pintarle esa franja al aula.
- Para saber cuántos litros de pintura son necesarios para las paredes tienen que leer cuál es el “rendimiento” de cada pintura: en la lata dice cuántos m2 se pueden pintar, aproximadamente, con un litro de pintura, dando una sola mano (en muchas latas dice alguna cantidad entre 10 y 16 m^2; depende del material de la pared y de cuánto se diluya la pintura). La mayoría de las veces, se dan dos manos de pintura, la segunda, una vez que se secó la primera. Entonces necesitan calcular la medida de la superficie a pintar, restando las aberturas. Van a necesitar medir la altura del aula.

En realidad, sólo se pueden hacer estimaciones, porque no se venden partes de latas de pintura, distintas personas pintan distinto, y la pintura puede rendir menos o más, recuerden además que:

- Los distintos tamaños de latas tienen distinto precio. Traten de averiguar distintas combinaciones de tamaños, para gastar lo menos posible, y que, además, sobre lo menos posible de pintura, para no ocupar mucho lugar almacenándola.
- Antes de pintar las paredes, hay que limpiarlas, lijarlas... Averigüen qué hay que hacer y qué más precisan comprar para agregarlo al presupuesto.
- Hay que pensar en proteger de la pintura los marcos y los vidrios; para eso se usa papel de diarios sujeto en todo el perímetro con “cinta de enmascarar”, que es una cinta adhesiva de papel. No se olviden de calcular cuántos rollos hay que comprar.

Finalmente escriban el presupuesto, detallando todos los gastos.

Para reflexionar

En las cuentas que hicieron, ¿tiene sentido calcular la superficie hasta los cm^2, si consideran el mínimo rendimiento de la lata, o el precio?

¿Cuántos litros tiene la lata más chica? ¿Cuántos metros cuadrados rinde? ¿Cuál es la mínima precisión con que necesitan trabajar?

¿Para calcular los rollos de cinta de enmascarar, cambia la precisión requerida? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2

Para las puertas y los marcos de las ventanas, se usa otro tipo de pintura, que es un poco más cara que la que se usa para paredes, y se vende en latas más chicas; por eso se trata de estimar con un poco más de precisión la superficie a pintar. Resten el lugar que ocupan los vidrios, y tengan en cuenta el grosor de los cantos. Agreguen también los gastos que hay que hacer si se van a barnizar (si son de madera) o pintar (si tienen estructura metálica) los pupitres y los bancos. Averigüen lo necesario y hagan otro presupuesto para pintar o barnizar marcos, puertas y bancos.

ACTIVIDAD 3

a. Para pintar el cielorraso, Cecilia y Pedro tenían que conocer el largo y el ancho del techo, pero en cambio midieron el piso del aula. ¿Sirve hacer eso? ¿Siempre?

b. Ellos midieron dando pasos, apoyando el talón de un pie bien pegado a la punta del otro, para no dejar espacio. Para el largo, contaron que entraba 10 veces y un poquito el zapato de Pedro. Después midieron el zapato, y les daba 18 y medio, casi 19 cm de largo. Para el ancho, Cecilia encontró que entraba menos de 17 veces el suyo, por casi medio zapato. Midió su zapato, y tenía entre 17 y 17 centímetros y medio de largo. Con esos datos, pudieron sacar dos valores entre los cuales estaba la medida que buscaban: usando siempre la menor entre las elecciones posibles, y luego usando la mayor; ¿entre qué medidas se puede decir que están la longitud del ancho y la del largo?

c. La pintura al látex para cielorrasos que había en la ferretería, venía en latas de 1 litro y de 4 litros. Las latas decían que esa pintura rendía entre 10 y 12 m^2 por litro y por mano. Ellos quieren dar dos manos de pintura blanca, para que el aula sea más luminosa. Averiguaron que una lata grande vale casi lo mismo que 3 latas chicas. ¿Qué les aconsejarían comprar? ¿Por qué?

d. ¿Es bueno el método que usaron para medir, o les aconsejarían que midieran de nuevo? ¿Por qué? ¿Cómo?

ACTIVIDAD DE CIERRE

En la vida cotidiana de las personas, y en distintos oficios y profesiones, se necesitan hacer diversas estimaciones, y se usan diferentes unidades de medida, por ejemplo, el peso se mide en toneladas, kilos, gramos o miligramos, según qué se pese; la distancia entre dos lugares, o la longitud del lado de algún objeto se mide en años luz, en kilómetros, metros, centímetros y hasta en micrones, etc.

a. Busquen ejemplos de cosas que se miden con cada una de las unidades nombradas y expresen cada medida en otras dos unidades del mismo tipo, y compárenlas, tomando en cuenta que, en general, se busca no dar números muy chicos ni muy grandes.

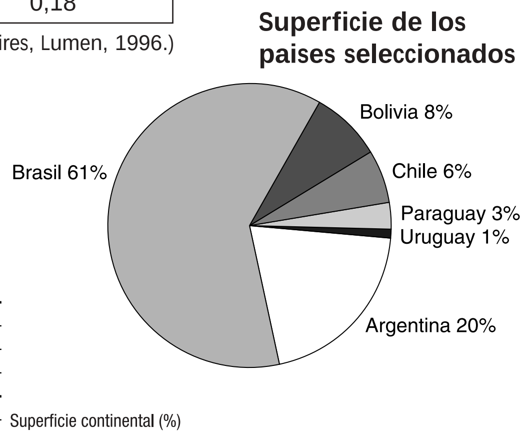
b. Comparen sus respuestas con los compañeros y discutan con qué precisión sería necesario medir cada elemento de los ejemplos, según el uso que se le va a dar a la medición, y el "costo" o el riesgo que suponen que causaría un error de medición.

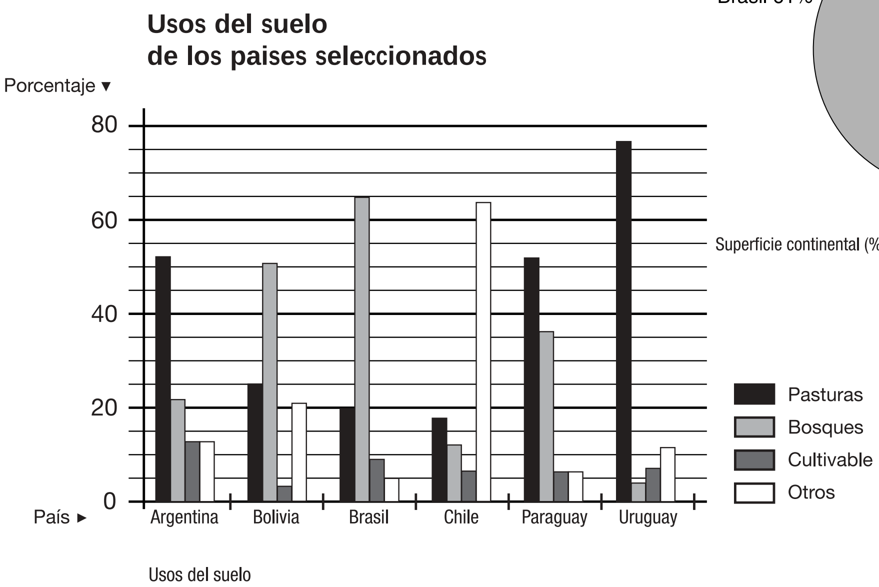
ACTIVIDAD 1

Les presentamos, en distintos formatos, un conjunto de datos sobre los usos del suelo y la superficie total de seis países latinoamericanos, Argentina y sus "vecinos":

País	Pasturas %	Bosques %	Suelo cultivado %	Otros %	Superficie continental millones de km^2
Argentina	52	22	22	13	2,79
Brasil	20	65	65	5	8,51
Bolivia	25	51	51	21	1,10
Chile	18	12	12	64	0,86
Paraguay	52	36	36	6	0,41
Uruguay	77	4	4	7	0,18

(Datos extraídos de Guía del Mundo 1996-1997, Buenos Aires, Lumen, 1996.)





A partir de la información que dan los gráficos, contesten las siguientes preguntas, e indiquen en cada caso cómo y dónde ubicaron la información para responderlas:

a. ¿Brasil tiene tanta superficie destinada a pasturas como Chile?

b. ¿Y Bolivia, en relación con esos dos países?

c. ¿Qué país tiene más cantidad de km^2 cultivables?

d. ¿Qué país tiene mayor proporción de su territorio cultivable?

Para reflexionar

A partir de las respuestas a la actividad anterior, piensen y contesten lo siguiente:

a. ¿Se pueden comparar porcentajes? Si contestan que sí, expliquen cómo; y si contestan que no, expliquen por qué.

b. ¿Puede ser que una característica (por ejemplo, el uso del suelo para pasturas) se dé en mayor proporción (o porcentaje) en un país que en otro, y que a la vez, a ese país que tiene mayor proporción de esa característica, le corresponda, en números absolutos, menor cantidad de km^2? Si dicen que sí, expliquen por qué; si dicen que no, den un ejemplo.

ACTIVIDAD 2

En la siguiente tabla encontrarán datos sobre cantidad de población en cada provincia argentina. Para hacer un gráfico aproximado, les alcanzará con redondear los datos.

Hagan un gráfico circular (o de torta) que muestre la cantidad de habitantes de las regiones con más de un millón de habitantes. Agrupen las demás en una sola categoría, para completar el 100%. Usen los datos redondeados para calcular los porcentajes o proporciones necesarios.

Jurisdicción	Población total
Total del país	36.233.901
Mendoza	1.572.784
Ciudad de Buenos Aires	2.982.146
Misiones	960.436
Buenos Aires	13.935.243
Neuquén	534.516
Catamarca	309.130
Río Negro	600.290

Jurisdicción	Población total
Córdoba	3.031.327
Salta	1.033.629
Corrientes	899.903
San Juan	566.212
Chaco	931.073
San Luis	351.431
Chubut	433.702
Santa Cruz	199.497
Entre Ríos	1.094.327

Jurisdicción	Población total
Santa Fe	3.040.786
Formosa	487.260
Santiago del Estero	713.648
Jujuy	587.888
Tierra del Fuego	134.036
La Pampa	298.613
Tucumán	1.265.322
La Rioja	270.702

Datos de 1999. Fuente: Sinopsis Estadística 1999. INDEC.

ACTIVIDAD DE CIERRE

Durante octubre - noviembre de 1998, el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC) realizó la IV prueba piloto del Censo 2000.

Estas pruebas se suelen hacer antes de censar a toda la población, ya que permiten corregir a menor costo los errores en los cuestionarios, pues éstos se detectan antes de hacer el censo general. Ésta es una parte de uno de los formularios empleados:

A PARTIR DE AQUI CONTESTAN LAS MUJERES Y VARONES DE 3 AÑOS O MAS

17. ¿Asiste a algún establecimiento educacional?
Sí / No / Ignorado

18. ¿El establecimiento es estatal?
Sí / No / Ignorado

19. ¿Qué nivel cursa?
Sistema No Reformado: Jardín/Preescolar / Primario / Secundario
Sistema Reformado: Nivel inicial / EGB / Polimodal
Terciario no universitario / Universitario / Postgrado universitario / Ignorado

20. ¿En qué grado o año está?
Ignorado

21. El tipo de educación, ¿Es...
común? / especial? / de adultos? / Ignorado

Dé vuelta la hoja

22. ¿Asistió a algún establecimiento educacional?
Sí / No / Ignorado

23. ¿Cuál es el nivel más alto que cursó?
Sistema No Reformado: Jardín/Preescolar / Primario / Secundario
Sistema Reformado: Nivel inicial / EGB / Polimodal
Terciario no universitario / Universitario / Postgrado universitario / Ignorado

24. ¿Cuál es el último grado o año que aprobó?
No aprobó 1° / Ignorado

25. ¿Completó ese nivel?
Sí / No / Ignorado

Instrucción: Si el nivel es universitario: Anote Carrera. Si el nivel no es universitario: Dé vuelta la hoja

26. Anote Carrera

Dé vuelta la hoja

Dé vuelta la hoja

Trabajen con un compañero. Seleccionen algunas de las preguntas del cuestionario y confeccionen un mini-censo para hacer en su aula, o en la escuela. Pidan autorización si van a censar otras aulas. Luego de diseñarlo, tendrán que hacer copias de tantos formularios como personas vayan a entrevistar.

Una vez efectuadas las encuestas, organícense para realizar el conteo de los datos, y poder presentar las conclusiones de manera clara. Confeccionen tablas con la información, y prueben realizando distintos tipos de gráficos, según lo que quieran comparar.

ACTIVIDAD 1

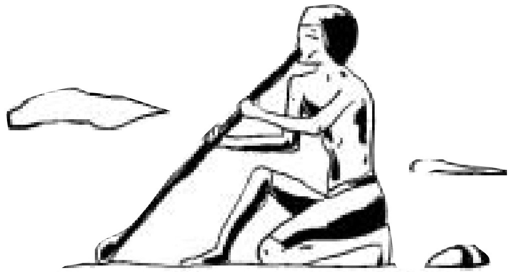
En la revista *National Geographic*, leemos que, en 1996, Aiad, un habitante del oasis Bahariya situado a 380 km de El Cairo, se dirigía a lomo de burro a su empleo como vigilante del templo de Alejandro Magno. Mientras cruzaban el desierto, la pata del burro atravesó la superficie de arena. Aiad ayudó al animal a levantarse y estudió el hoyo que había hecho; así, descubrió una tumba en el interior. Por ley, hubo que aislar el área para un estudio arqueológico. Se descubrió que había momias por todas partes, y por eso llamaron al lugar el Valle de las Momias. Esta zona era en realidad un cementerio en el que se enterraron a las personas desde el año 332 a. C. hasta el siglo IV d. C.

a. En septiembre de 1999 se encontró una momia a la que se llamó señor X. Se supone que fue el primer ocupante del cementerio. ¿Cuántos años han pasado desde que fue enterrado el señor X?

b. Si el señor X vivió 40 años, ¿en qué año nació?

c. Muy cerca de su tumba se han encontrado otras tres momias que serían las correspondientes a la esposa y a los dos hijos del señor X. En las paredes de la cámara, se lee que su esposa nació tres años después que él, que tuvo a su primer hijo a los trece años y que el segundo es seis años menor que el primero. ¿En qué años nacieron la esposa y cada uno de los hijos del señor X?

d. Un agricultor egipcio llamado Nubi fue enterrado en el valle en el año 115 d. C., después de haber vivido 49 años. ¿Cuántos años han pasado desde que fue enterrado? Si Nubi nació cuando su madre tenía 15 años, ¿en qué año nació la madre?



Para reflexionar

Juan, Lucía y Marcos están resolviendo esta actividad y recuerdan que para los años antes de Cristo puede usarse el signo "–" antes del número. Juan piensa que esto le facilitará la tarea y resuelve así la primera cuestión: 2001-332 = 1669. Según Juan, entonces, el señor X fue enterrado hace 1669 años.

Lucía no está de acuerdo: pasaron 2001 años desde el nacimiento de Cristo y al señor X lo enterraron 332 años antes. ¡Juan está confundiendo el signo – que indica que el señor X murió antes de Cristo con la operación de restar!

Lucía muestra cómo lo resolvió: 2001+332 = 2333. El señor X fue enterrado hace 2333 años. Juan se da cuenta de que su resultado no es correcto y duda, puesto que ha restado para contestar cuántos años han pasado desde el entierro de Nubi. ¿Acaso también debería sumar?

Marcos interviene con tono misterioso: "En realidad, Lucía también está restando".

- ¿Qué quiso decir Marcos?

ACTIVIDAD 2

En 1998, los arqueólogos de una Universidad de la República Checa, descubrieron algo sorprendente: una tumba sin saquear que contenía cientos de objetos originales. Un día después de su descubrimiento, el sarcófago interior fue abierto, interrumpiendo la apacible vida de ultratumba de 2500 años del sacerdote Iufaa.

- ¿En qué año murió el sacerdote Iufaa?

ACTIVIDAD 3

Durante muchos años los egipcios refirieron los acontecimientos al ascenso al poder del faraón. Así por ejemplo, podían referirse a un eclipse de Sol como: "ocurrido en el año diez del reinado de Ramsés II". Los historiadores actuales usaron este hecho, entre otros, para reconstruir la cronología egipcia.

Los astrónomos saben que el 15 de junio de 763 a. C. se produjo un eclipse de Sol. En los registros de los escribas egipcios, este eclipse figura como ocurrido en el año 17 del reinado de Alara.

Sabiendo que el faraón Alara reinó en Egipto durante 20 años, ¿en qué año comenzó su reinado?

- ¿En qué año lo finalizó?

ACTIVIDAD 4

La siguiente es una cronología de los faraones de la XIX Dinastía. Observen que en ella existen algunas imprecisiones que se deben a lo difícil que resulta para los historiadores estudiar períodos tan antiguos de la historia.

Ramsés I	1292-1290
Seti I	1290-1279
Ramsés II	1279-1213
Merneptah	1213-1204
Seti II	1204-1198
Amenmesse	1203-1200
Siptah	1198-1193
Tawosret	1193-1190

a. Si una persona que vivió más de 50 años nació en el vigésimo tercer año del reinado de Ramsés II, ¿pudo haber muerto bajo el reinado de Seti II?

b. El escriba Zahi dejó de trabajar para el faraón en el tercer año del reinado de Ramsés II. Zahi trabajó para los faraones como mínimo 27 años. ¿Bajo el reinado de qué faraón pudo haber empezado a trabajar?

c. La construcción de la tumba de Ramsés II comenzó el primer año de su reinado y terminó el día de su muerte. Ashry fue un esclavo que trabajó durante toda la construcción. Mansour trabajó en la construcción durante 16 años, pero comenzó a trabajar en el quinto año del reinado del faraón. ¿Durante cuántos años trabajó Ashry? ¿Cuántos años fueron compañeros Ashry y Mansour? ¿Entre qué años trabajó Mansour? (Expresen sus respuestas tomando como referencia el nacimiento de Cristo)

ACTIVIDAD DE CIERRE

Actualmente estamos muy familiarizados con el concepto de número entero y acostumbramos operar con ellos. Pero pueblos de la antigüedad como los egipcios y babilonios sólo utilizaban los números positivos. Averigüen en enciplopedias o en libros de Historia qué pueblos fueron los primeros en aceptar la existencia de los números negativos? ¿Cómo operaban con ellos?

ACTIVIDAD 1

Se rumorea que, en ciertos países, la policía no para a los automovilistas por exceso de velocidad, salvo que vayan al menos un diez por ciento por encima del límite permitido. El radar sólo registra variaciones de velocidad a partir de los 100 metros por hora.

a. En uno de estos países van a cambiar ahora de kilómetros a millas en todas las señales de tránsito. Antonio, el papá de Raúl, sabe que si está viajando por la autopista hacia su trabajo, a pesar de que la velocidad máxima reglamentaria es de 100 km/h, la “flexibilidad” de los inspectores le permite ir hasta a 110 km/h. El día en que se comienza a utilizar el nuevo sistema, Antonio,camino a su trabajo, se excede en 10 millas/h de la velocidad máxima reglamentaria que indican las nuevas señales de tránsito. Al llegar al puesto de peaje, un inspector pretende cobrarle una multa por exceso de velocidad. Antonio se niega a pagar esta multa argumentando que el inspector quiere aprovecharse de las confusiones que provoca el nuevo sistema. Si tuvieran que participar de la discusión, ¿a quién apoyarían?

b. Como las discusiones por las multas son frecuentes, Antonio acostumbra a utilizar una tabla como la siguiente:

Veloc. máx. reglamentaria (km/h)	40	50	80	90	120
Veloc. máx. permitida (km/h)	44	55	88	99	132

La información de la tabla de Antonio puede volcarse a un gráfico cartesiano.
¿Se animan a construirlo?

Habrán observado que los puntos graficados están alineados. Esto significa que, si decidiéramos unirlos mediante una línea recta, estaríamos afirmando que las velocidades intermedias tienen el mismo comportamiento. ¿Les parece que puede hacerse tal afirmación en este caso?

66 km/h es la velocidad máxima permitida por los inspectores cuando la máxima reglamentaria es 60 km/h. ¿Les parece que el punto (60,66) estará alineado con los otros puntos graficados? ¿Y el punto (65,71)?

c. Con el cambio de sistema, Antonio debe modificar su tabla. Ayúdenlo a construirla. ¿Cómo se modificaría el gráfico?

d. Si los inspectores se pusieran más exigentes y no toleraran excesos de velocidad, ¿cómo cambiaría el gráfico?

e. La tarifa vigente para las multas es tal que, para un exceso de velocidad de hasta el 15% con respecto a la velocidad máxima reglamentaria, corresponde pagar $60. Luego de haberse excedido un 20% de esta velocidad en una zona urbana, un conductor discute con el inspector el monto de la multa que debe pagar. Mientras que el conductor considera que este monto debería ser de $80, el inspector le señala que, en realidad, es de $120. ¿Cuáles les parecen que son los argumentos que esgrimen cada uno de ellos? ¿Cuál es el monto que corresponde que pague el conductor? ¿Por qué?

Resuélvanlo de dos maneras diferentes, suponiendo que la tolerancia sigue siendo del 10%.

Para reflexionar

Mientras está resolviendo la actividad, Juliana observa la siguiente regularidad en la tabla:

$$44/40 = 55/50 = 88/80 = 99/90 = 132/120 = 1,1$$

Mariano había observado otra regularidad: al doble de velocidad reglamentaria le corresponde el doble de velocidad permitida. Tomás considera que Juliana y Mariano dicen lo mismo, ¿es cierto lo que dice Tomás?

Los chicos siguieron agregando puntos al gráfico y, al hacerlo, observaron otras regularidades. ¿Qué otras regularidades pueden encontrar ustedes?

ACTIVIDAD 2

En la colonia de vacaciones de la hermanita de Raúl, la distribución del tiempo para las distintas tareas es la siguiente:

	Deportes	Pileta	Juegos de salón	Comida y otros
Día soleado	1 hora	2 horas	2 horas	3 horas
Día nublado	1 hora	0	4 horas	3 horas

a. Construyan un diagrama circular para las actividades que se desarrollan un día soleado y otro para las actividades de los días nublados.

b. Si consideramos las actividades que se desarrollan durante cinco días de sol, ¿cómo se modificaría el gráfico correspondiente?

c. ¿Podrían predecir cómo se modificaría el gráfico, si consideramos las actividades que se desarrollan durante dos días seguidos: uno de sol y uno de lluvia? Constrúyanlo y verifiquen si responde a sus predicciones.

d. Traten de escribir una explicación para los comportamientos de los gráficos observados en **b.** y **c.**

ACTIVIDAD DE CIERRE

Los amigos de Raúl tienen una banda de rock. La banda está de gira por el país promocionando su último CD. Su representante considera que a los recitales del grupo asiste el 3% de la población de la localidad en la que se presentan. A los músicos no les gusta tocar para un público menor que 100 personas.

Si la banda estuviera de gira por la provincia de ustedes:

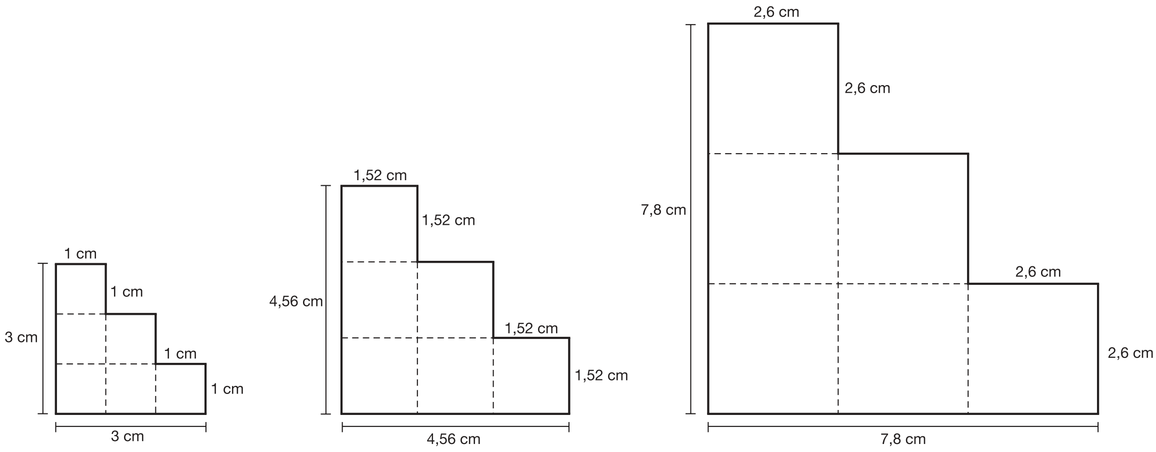
a. ¿Qué tres localidades quedarían descartadas inmediatamente?

b. ¿A qué tres ciudades les parece que no dudarían en ir?

c. ¿Se presentarían en la localidad donde ustedes viven? Consideren que a los recitales sólo asisten habitantes de la localidad.

ACTIVIDAD 1

Dadas las siguientes figuras:



a. ¿Podrían construir una cuarta figura que corresponda al mismo modelo?

b. ¿Podrían calcular el perímetro de cada una de estas figuras? ¿Hay una única manera de hacerlo?

c. Si les dijeran que el perímetro de una figura que sigue este patrón es de 12 cm, ¿podrían calcular la longitud de cada uno de sus lados? ¿Cómo?

d. Si ahora el perímetro fuera de 28 cm, ¿podrían calcular la longitud de cada uno de sus lados? ¿Cómo?

e. Si tuvieran que decirle a un compañero, con palabras, cómo expresar la relación entre un valor determinado del perímetro de estas figuras y el valor del lado más corto, ¿qué le dirían?

f. Un compañero les dice que con tantas palabras se confunde, que se lo digan de una manera más resumida. ¿Cómo lo harían?

g. ¿Cómo cambiaría la expresión anterior si deben expresar la relación utilizando el valor del lado más largo?

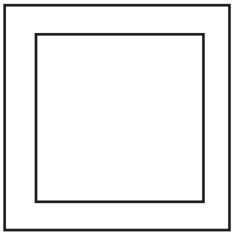
h. Si les dicen que una figura correspondiente a este modelo tiene un perímetro de 349,5 cm, ¿puede ser que su lado menor mida 24 cm?

Para reflexionar

Agustín y Soledad están resolviendo la actividad y observan que, en todos los casos, el procedimiento es el mismo, que existen regularidades. Soledad dice que se puede escribir una ecuación, pero a Agustín le ha dado buenos resultados dibujar las figuras y sumar para calcular su perímetro. A Soledad no le lleva demasiado tiempo convencer a su compañero de la conveniencia de su estrategia.

¿Qué argumentos pudo haber utilizado Soledad?

ACTIVIDAD 2



Se desea construir marcos cuadrados como el de la figura.

Los marcos pueden ser de distintas dimensiones, pero la distancia entre el borde interior y el exterior es siempre de 2 unidades.

a. Si quisiéramos calcular la cantidad de madera que se necesita para construir uno de los marcos, ¿qué tendríamos que tener en cuenta?

b. El fabricante hizo algunos cálculos. Como no estaba seguro de sus cuentas, construyó una tabla que le permitía analizar la situación con más facilidad.

¿Qué representó el fabricante por medio de las letras A y M?

¿Hay valores que no deberían estar en ella? ¿Cuáles? ¿Por qué? Corríjanlos.

Agreguen dos valores más.

A	1	1,5	3	10
M	24	18	42	96

c. Si la cantidad de madera que utilizó el fabricante para construir uno de estos marcos fue de 48 cm^2, ¿podría ser que el lado exterior del marco midiera 8 cm?

d. Encuentren una ecuación que exprese la relación entre la cantidad de madera que se necesita y los lados del marco.

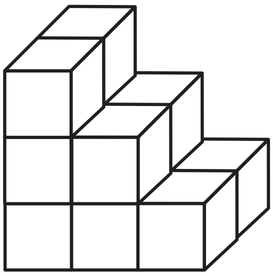
e. Comparen con sus compañeros las ecuaciones que han obtenido.

1. Si todos han encontrado la misma ecuación, ¿pueden encontrar otra manera de expresar el problema?

2. Si han llegado a ecuaciones diferentes, discutan cuáles son las magnitudes involucradas en cada expresión y cómo se relacionan.

ACTIVIDAD 3

Observen esta pila de cajas.



a. ¿Cuántas cajas se necesitaron para construirla?

b. Observen que la pila dibujada tiene una altura máxima de 3 cajas. ¿Cuántas cajas hacen falta para construir una pila que corresponda al mismo modelo, pero de 8 cajas de altura?

c. Escriban una relación entre la altura de la pila y la cantidad de cajas que la forman.

ACTIVIDAD DE CIERRE

Euler, un matemático suizo que vivió en el siglo XVIII, encontró que existe una relación entre el número de lados, el número de vértices y el número de aristas de los poliedros que “ no tienen agujeros”. Esa relación puede expresarse mediante la siguiente fórmula: V – A + C = 2. (V es el número de vértices, A es el número de aristas y C es el número de caras del poliedro.)

¿Podrían verificarla para algunos poliedros?

Dibujen a mano alzada un poliedro para el que no se verifique.

ACTIVIDAD 1

La familia Spinelli tiene que renovar el agua de su pileta. Después de todo, hace más de dos semanas que no la cambian. Conectan la bomba para vaciarla a las 9 de la mañana y cuando, a las 3 de la tarde, luego de funcionar siempre al mismo ritmo, la bomba termina, limpian el fondo y las paredes. Tardan 3 horas en limpiar la pileta, y comienzan a llenarla nuevamente. La capacidad de la pileta es de 30.000 litros.

a. ¿Podrían decir al cabo de 2 horas, qué cantidad de agua queda todavía en la pileta? ¿Y luego de 3 horas?

b. Construyan una tabla que registre la cantidad de agua que queda en la pileta y el tiempo transcurrido. ¿Qué regularidad observan?

c. ¿Podrían escribir una expresión que vincule la cantidad de agua en la pileta con el tiempo transcurrido desde que empezó a vaciarse?

d. Representen en un gráfico de coordenadas cartesianas la función hallada en **c.** ¿Qué variables utilizaron y en qué unidades las expresaron?

e. ¿Podrían marcar en el gráfico anterior a partir de qué momento quedan en la pileta menos de 21.000 litros?

f. Si ahora representan en una tabla la cantidad de agua que sale y el tiempo transcurrido, ¿qué regularidad observan? Comparen esta regularidad con la que hallaron en **c.**

g. ¿Cómo cambiaría el gráfico si se quisiera representar la cantidad de agua que sale en función del tiempo?

Para reflexionar

Cuando analizamos un problema, debemos ser capaces de seleccionar las variables relevantes, de utilizar el lenguaje de la matemática para expresar las relaciones entre ellas y elegir las formas más adecuadas de representación.

Estos recursos nos permiten analizar el problema con sencillez dejando de lado aquellas características que no resultan importantes.

En el problema anterior, ¿qué hecho les parece significativo para el estudio de la situación? ¿Cómo se refleja esto en el gráfico cartesiano?

ACTIVIDAD 2

Una bomba llena una pileta de 36.000 litros en 6 horas.

a. ¿Podrían escribir una expresión que vincule la cantidad de agua en la pileta con el tiempo transcurrido desde que empezó a llenarse? Expliquen su respuesta.

b. La bomba llena la pileta a razón de 6.000 litros por hora. Escriban la expresión de la función que vincula la cantidad de agua en la pileta con el tiempo transcurrido desde que comenzó a llenarse. Representen gráficamente.

c. ¿Cuánto tiempo transcurre desde que la pileta empieza a llenarse hasta que tiene 10.000 litros?

d. Otra bomba puede llenar, funcionando siempre al mismo ritmo, una pileta de 36.000 litros en 5 horas. ¿Cómo se modifica la expresión de la función? ¿Cómo se modifica el gráfico?

e. ¿Cuánto tiempo transcurre desde que la pileta empieza a llenarse hasta que alcanza los 10.000 litros, si utilizamos la segunda bomba? Representen gráficamente.

f. Si ahora se quisiera volver a vaciar la pileta utilizando la bomba que tarda menos tiempo, ¿cómo escribirían una expresión que represente esta situación? Represéntenla gráficamente.

g. ¿Qué semejanzas y diferencias observan en las expresiones halladas en **e.** y en **f.**?

h. ¿Qué semejanzas y diferencias observan en los gráficos de **e.** y **f.**?

ACTIVIDAD 3

En un momento parece que la bomba que desagota 30.000 litros en 6 horas no funciona bien.

a. De alguna manera, se registra la cantidad de agua que va sacando y se lleva un registro de estas cantidades cada media hora. La siguiente tabla muestra este registro:

Tiempo (horas)	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
Agua (litros)	3.000	6.000	9.000	10.000	15.000

b. ¿Por qué les parece que la bomba puede estar funcionando mal?

c. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que se dan cuenta de que la bomba puede estar funcionando mal?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Tres bombas desagotan tres piletas en tres horas.

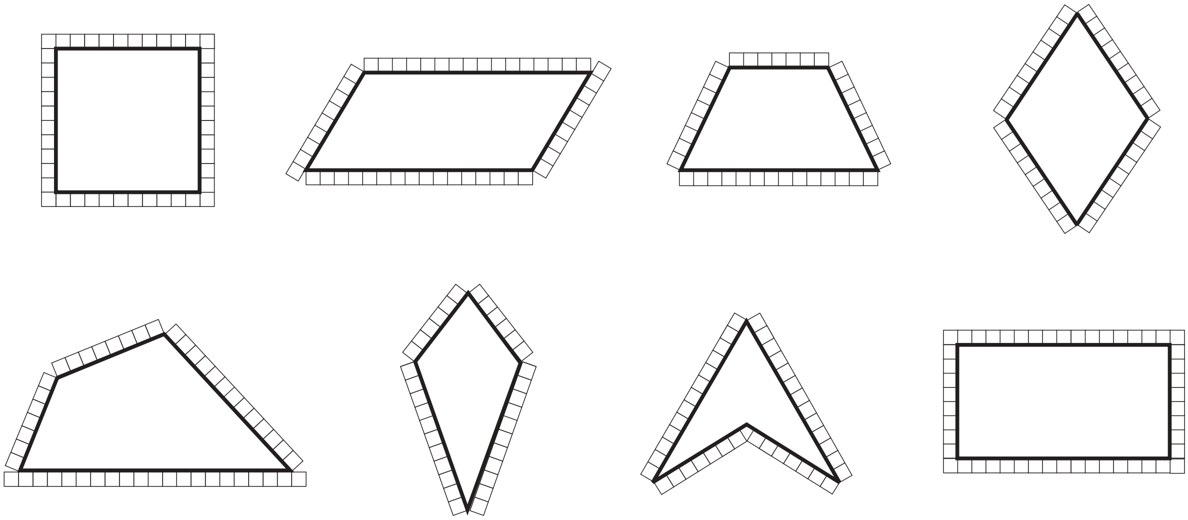
¿Cuántas bombas harán falta para desagotar nueve piletas en nueve horas?

ACTIVIDAD 1

En el estudio del arquitecto Leco ha empezado a trabajar Busier, un joven que ha estudiado en París.

Leco le pide a Busier que diseñe una pileta de 4 paredes. Cuando éste termina su trabajo, presenta los planos de sus diseños. Su jefe no puede dejar de asombrarse: piletas como ésas no se ven todos los días. En su defensa, Busier alega que él sólo se dedicó a diseñar siguiendo la pauta que su jefe le había dado.

Éstas son las formas que el joven arquitecto pensó:



a. ¿Les parece que Busier siguió la pauta dada por su jefe?

b. Leco le pide que sólo deje los diseños que corresponden a piletas con paredes paralelas. ¿Qué figura o figuras de la planta de la pileta debe descartar Busier? ¿Conocen el nombre de alguna de ellas?

c. Leco aún no está conforme: el diseño de la pileta debe tener los dos pares de lados paralelos y ángulos rectos. ¿Qué figura o figuras de la planta de la pileta debe descartar ahora? ¿Cómo se llaman las que descartaron?

d. Analicen atentamente las diagonales de todas las figuras descartadas. ¿En qué figuras las diagonales son perpendiculares? ¿En cuáles las diagonales se cortan en el punto medio?

e. A esta altura a Busier sólo le quedan 2 diseños posibles. ¿Qué características los diferencian?

Para reflexionar

El problema de comunicación entre Leco y Busier es que Leco da por sentadas muchas cosas y no es preciso en sus pedidos. Las figuras comparten algunas de sus características, entonces, ¿cómo pueden hacer para referirse a una en particular?

¿Cuáles son algunas de las características que se deben tener en cuenta en el momento de definir una figura determinada?

ACTIVIDAD 2

A pesar del tiempo que les llevó entenderse en el diseño de la pileta, Leco todavía no aprendió a ser preciso con Busier.

A Busier le han encargado que diseñe un jardín de invierno que tenga 6 paredes laterales.

a. Mirando el plano del primer diseño, Leco exclama: ¡No, no puede ser! Queremos rodear el jardín con un único macetero. ¿Qué habrá dibujado Busier?

b. El joven vuelve a diseñar el jardín de invierno. A Leco tampoco le conforma su diseño y dice: en este jardín existen puntos tales que si quiero dirigirme a otros ubicados en el lado opuesto, tengo que dar una vuelta o hacer agujeros en la pared. ¿Qué dibujó Busier esta vez?

c. Si Leco sabe que a sus clientes no les gusta caminar de más, ¿qué diseño es el que tiene en mente?

d. ¿Cuáles tendrían que haber sido las instrucciones precisas que le debía haber dado a Busier?

ACTIVIDAD 3

El estudio de Leco contrató a un carpintero para terminar una obra. El trabajo del carpintero consistía en cortar maderas cuadradas que formarían parte del piso de una casa. Para cortar los trozos de madera, el carpintero seguía alguna de las instrucciones de Leco:

- Comparaba las longitudes de los lados: si las cuatro eran iguales, las maderas debían ser cuadradas; o
- comparaba las longitudes de las diagonales: si las dos diagonales eran iguales, las maderas debían ser cuadradas; o
- comprobaba que las cuatro partes en que las diagonales se dividían entre sí fueran iguales: si esto era así, las maderas debían ser iguales.

Pero el carpintero comprobaba que lo que obtenía eran figuras distintas.

Busier sabe que Leco se va a enojar, pero se siente obligado a advertir que ninguna de estas instrucciones es correcta: un cuadrado las satisface, pero otras figuras también. ¿Podrían dibujar las figuras en las que está pensando Busier que no son cuadrados?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Busier ya no trabaja en el estudio de Leco. Los episodios de las piletas y del jardín de invierno habían exasperado a Leco, pero lo de las maderas fue el colmo.

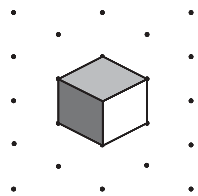
Un día en que se encuentran, Busier le comenta a Leco que está muy atareado con su nuevo proyecto: el diseño del embaldosado para un patio, usando baldosas iguales.

Después de despedirse, Leco piensa que él no se complicaría demasiado: utilizaría baldosas rectangulares; pero sabe que de Busier cabe esperar diseños más extraños.

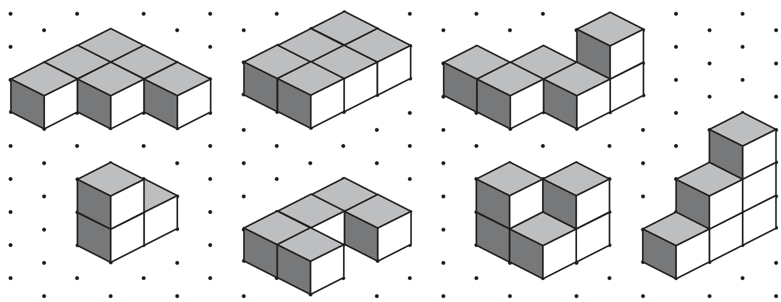
Dibujen algunos de los diseños que pudo haber tenido en mente Busier.

ACTIVIDAD 1

La figura representa un cubito. Fíjense que en ella no hay ángulos rectos, aunque las caras de un cubo tienen los cuatro ángulos rectos. Esta forma de representar las figuras se llama “perspectiva isométrica”.



Cuenten cuántos cubitos componen cada una de las siguientes figuras, sabiendo que no quedó ninguno escondido.



a. Cada cubito mide 1 cm^3. Anoten el volumen de cada figura.

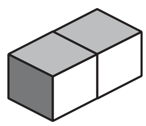
b. Cuenten la cantidad de caras visibles, la cantidad de caras ocultas y la cantidad de caras totales.

c. Cada cara mide 1 cm^2, anoten la superficie total de cada figura.

d. Comparen la superficie y el volumen de las figuras. Anoten sus observaciones.

e. Si no supieran si hay o no cubitos escondidos, ¿podrían dar en algún caso distintas respuestas? ¿Por qué?

f. Calculen el volumen de cada figura que dibujaron tomando como unidad de volumen dos cubitos.



Para reflexionar

En alguna de las figuras anteriores, o de otras que inventen, ¿pueden cambiar de lugar uno o más cubitos y lograr que aumente el volumen? ¿Y hacer que disminuya? ¿Pueden cambiar de lugar uno o más cubitos y lograr que aumente el área total? ¿Y lograr que disminuya? ¿Pueden aumentar el volumen (agregando cubitos) y hacer que disminuya el área total? ¿Y pueden aumentar el área total, disminuyendo el volumen (quitando cubitos)?

En cada caso, si dicen que sí, muestren cómo; si dicen que no, expliquen por qué.

a. Si cambian la unidad de medida de volumen, ¿cambia la cantidad de material o el lugar que ocupa cada figura? ¿Por qué obtienen distintos valores en la medición?

b. Sin contar uno por uno, intenten averiguar cuánto vale el volumen de cuatro de las figuras que dibujaron, tomando como unidad un cubito de arista de longitud igual a la cuarta parte de los cubitos que usaron.

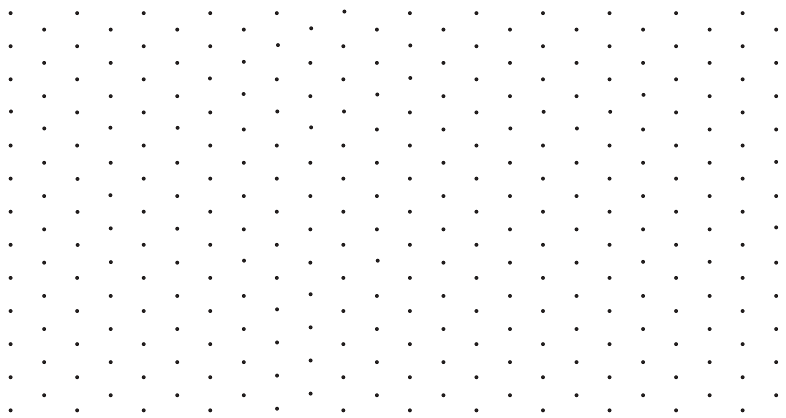
ACTIVIDAD 2

a. Describan o dibujen al menos una figura de 1 cm^3 de volumen que no sea un cubo. Traten de comparar su superficie total con la del cubito.

b. Describan o dibujen al menos una figura de 2 cm^3 de volumen que no esté formada con dos cubos.

c. ¿Cuántas figuras distintas pueden armar con 3 cubos, ubicándolos de manera que tengan al menos una arista o una cara en común con otro cubo? Dibújenlos o descríbanlos. Controlen con algunos de sus compañeros que hayan encontrado todas las figuras posibles, y que no estén repitiendo alguna, dibujada en otra posición.

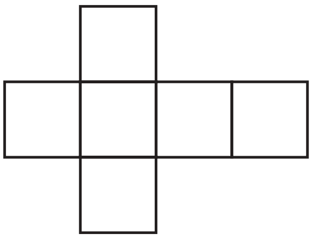
Ordénenlas de menor a mayor según el área total. ¿Qué sucede con los volúmenes?



¿Qué cubos grandes se pueden armar con muchos cubitos, sin partirlos? Anoten el volumen y la superficie total de cada uno. Intenten hacer por los menos diez.

ACTIVIDAD 3

Agranden la figura de forma que el lado de cada cuadradito mida 3 cm, y úsenla como molde para construir un cubito (antes de cortar la hoja, piensen dónde pueden agregar “aletas” para pegar las caras). Organícense con dos o tres compañeros para hacer muchos cubitos iguales. ¿A qué tamaño tienen que agrandar la figura para hacer un cubo que pueda contener 3 x 3 cubitos en la base? Dibújenla, ármenla y rellénenla con los cubitos que armaron con sus compañeros.

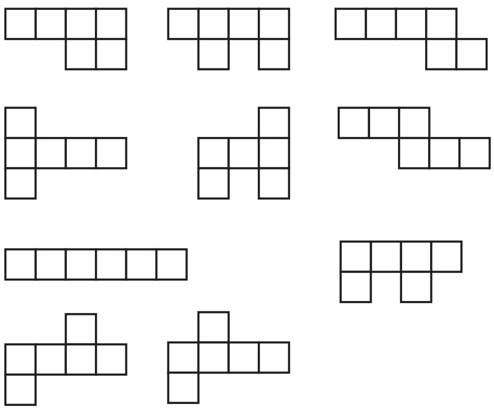


ACTIVIDAD DE CIERRE

En esta figura se dibujaron otras formas posibles de acomodar los seis cuadrados de la figura anterior.

a. Si las recortan, hay dos figuras que pueden superponerse. ¿Cuáles son?

b. Investiguen con cuáles de ellas puede armarse un cubo, y si hay más formas de armar un cubo. Si las hay, dibújenlas.



ACTIVIDAD 1

En un recreo, Nicolás y Julieta están charlando sobre las notas que tenían y sobre cómo cambiará su promedio del trimestre con la nota de la última prueba:

Julieta: —Yo tenía 5, 7, 1 y 9. Con el 8 que saqué, subí el 5,50 a 6. ¡Apruebo el trimestre!

Nicolás: —Yo tenía 4, 7, 1 y 8. No nos tendríamos que haber copiado en la tercera prueba y no tendríamos el 1. Ahora también saqué 8, pero igual no llego a aprobar: de 5 subo a 5,60, y seguro que lo redondea a 5,50.

(Se acercan Rocío y Juan Pablo, que solamente escucharon lo último que dijo Julieta).

Juan Pablo: —Yo también tenía cuatro notas, pero no me acuerdo cuáles eran, y el promedio me daba 5. Ahora me saqué un 9. ¿Me habrá quedado 6?

Rocío: —Me parece que te queda 7, porque 5 y 9 son 14, y dividido 2, da 7.

Todos se quedan callados, pensando. Al ratito, Juan Pablo dice:

—Me parece que va a dar menos, porque el 5 era por 4 notas, y ahora saqué un solo 9.

a. ¿Cómo hicieron Julieta y Nicolás para calcular sus promedios?

b. Inventen cuatro notas para Juan Pablo, de manera que le quede 5 de promedio. Con esas notas que inventaron, calculen cómo queda el promedio si se saca un 9.

c. Ahora inventen otras cuatro notas distintas, que también tengan promedio 5, y calculen de nuevo cómo cambia el promedio si le agregan un 9.

d. ¿Es posible calcular el nuevo promedio sin saber las notas? Si dicen que sí, expliquen cómo. Si dicen que no, expliquen por qué.

Para reflexionar

Tomando en cuenta lo que pensaron, contesten lo que sigue.

a. Si, como le pasó a Juan Pablo, solamente se acuerdan del promedio anterior y de cuántas notas tenían, ¿pueden calcular siempre el promedio nuevo, cuando tienen una nota más? Anoten sus conclusiones y cómo las pensaron.

Comparen su respuesta con la de su compañero o compañera más cercano.

b. Intenten calcular el nuevo promedio de Rocío, si ella sabe que antes el promedio de sus cuatro notas era 6 y se sacó un 10 en la última prueba.

c. Si el viejo promedio de N notas era P y ahora se sacaron un 8. ¿Qué cuenta hay que hacer para calcular el nuevo promedio? Escríbanla.

Observación: Usen P y N como si fueran números, para que el resultado del razonamiento sirva para cualquier promedio y cualquier cantidad de notas que tengan.

Para probar un poco si la cuenta que escribieron funciona, inventen valores para N y P, y calculen el nuevo promedio usando la fórmula. Vuelvan a calcularlo usando alguno de los procedimientos que siguieron antes. Comparen ambos resultados. ¿Tendrían que coincidir, o pueden dar diferente?

ACTIVIDAD 2

Cecilia tiene un 4 y un 1.

a. ¿Qué nota se tendría que sacar en la próxima prueba, para que le quede un 6?

b. ¿Y si tuviera dos pruebas más para levantar la nota?

c. ¿Y si tuviera tres oportunidades todavía?

d. ¿Y si tuviera cuatro?

e. Si lo máximo que se sacara en una prueba fuera 7, porque siempre se pone muy nerviosa, ¿podría igual llegar al 6 de promedio, si le dieran varias oportunidades? Si les parece que sí, expliquen en cuántas. Si les parece que no, expliquen por qué.

En una prueba que abarcaba dos temas, Jimena sacó un 6. En la siguiente prueba, que abarcaba 6 temas, se sacó un 9. Ella calculó su promedio, y le dio 7,50, pero no le parecía muy justo. Cuando pasó por al lado del escritorio, se sorprendió al ver que la profesora había escrito 8,25 en lápiz, en su libreta de notas. La profesora había dicho que ella promediaba las notas "dándoles el peso" según la cantidad de temas que abarcaba la prueba correspondiente. Expliquen cómo pudo haber hecho la profesora para dar el "peso" correspondiente a las notas.

ACTIVIDAD DE CIERRE

En los ejemplos anteriores, el promedio representa las notas. Se dice que el promedio o la media es una medida de tendencia central del conjunto de datos.

La media no es el único valor que se puede usar como representante de un conjunto de datos. Otros indicadores de medida de tendencia central son la moda (el valor más repetido, en caso de que lo haya) y la mediana (el valor que deja tantos datos antes como después de él). Según a qué se refieran los datos, será más representativo calcular algún valor en lugar de los otros.

Veamos cómo se calculan. Por ejemplo, si los datos obtenidos son: 2, 16, 5, 7, 5, 6, 8, la moda es 5 (porque es el valor que aparece más veces que los demás), la media es 7; y para calcular la mediana, ordenamos los valores: 2, 5, 5, 6, 7, 8, 16 y tomamos el cuarto: es 6 (porque quedan 3 valores antes y 3 valores después; si hubiera 8 valores, se promedia los que ocupan los dos lugares centrales, que serían el cuarto y el quinto).

Investiguen, usando diarios viejos, qué equipos jugaron en la última fecha de la primera división de la A, y cuántos goles hizo cada equipo. Organícense para trabajar en grupos de 2 o 3 personas.

Calculen la media, la mediana y la moda de los goles por equipo en esa fecha.

Busquen los datos correspondientes a las tres fechas anteriores y calculen todas las medidas de tendencia central de los goles por equipo, para cada una de las fechas. ¿Qué medida parece más representativa del número de goles por equipo en cada fecha?

Ahora veamos los datos de otra forma: por equipo. Calculen todas las medidas de tendencia central de los goles por fecha, para cada equipo. ¿Qué medida parece más representativa para estudiar qué equipo tuvo mejor desempeño en las cuatro fechas?

Comparen con los otros grupos los resultados que obtuvieron y discutan las conclusiones a las que llegaron.

ACTIVIDAD 1

En la clase de matemáticas el profesor planteó un desafío. Dentro de un cuadrado de área 4 cm^2 había que insertar otro, de manera tal que los vértices del cuadrado más pequeño coincidieran con los puntos medios de los lados del cuadrado que lo contenía.

a. Dibujen la situación.

b. ¿Cuánto mide el área del cuadrado interior?

c. ¿Cuánto mide el lado de cada uno de los cuadrados?

d. Belén y Valentina no tenían calculadora y, después de pensar un rato, llegaron a la conclusión de que la medida del lado del cuadrado menor era un número entre 1,41 y 1,42. Facundo obtuvo en su calculadora 1,414213 y Rocío 1,414213562.

¿Cómo les parece que razonaron Belén y Valentina para obtener esa aproximación?

e. Al día siguiente, los chicos seguían discutiendo cuánto medía el lado exactamente. Aunque habían utilizado una calculadora que daba más cifras decimales que las que habían obtenido Facundo y Rocío, no encontraban en ellas un período. Luego de un rato, Belén dijo: "No vale la pena que sigamos discutiendo. Ningún número racional al cuadrado dará 2 justo. Fíjense por ejemplo en el resultado de Facundo: basta con mirar las cifras decimales, no podrá jamás dar ceros al hacer la multiplicación. Todas las calculadoras están aproximando el resultado".

¿Pueden explicar lo que dijo Belén?

Para reflexionar

Aunque los chicos tuvieran la posibilidad de usar calculadoras que dieran el resultado con más cifras decimales, sólo encontrarían que hay cada vez más números después de la coma. Estas cifras después de la coma tienen la particularidad de no repetirse periódicamente.

Los números en los que esto ocurre son los llamados números irracionales. Que un número sea irracional significa que no puede expresarse como una razón de números enteros.

Cuando los chicos empezaron a estudiar el conjunto de los números enteros vieron que éste contenía al de los naturales. Más tarde, cuando estudiaron los números racionales, vieron que los números enteros pueden pensarse como racionales de denominador 1. ¿Encuentran alguna relación entre el conjunto de los números irracionales y los otros conjuntos numéricos que ya conocían? ¿Por qué suele decirse que con los irracionales se completa la recta numérica?

ACTIVIDAD 2

Belén y Valentina estaban desconcertadas: ellas sabían representar números racionales y, además, habían leído que cada número real admitía una representación sobre la recta numérica. Entonces,

a. ¿Cómo representar un número con infinitas cifras decimales no periódicas, como $\sqrt{2}$?

El hermano mayor de Valentina les había dicho que deberían saber hacerlo: los estudiantes en la antigua Grecia sólo necesitaban regla y compás. Les dio además una pista: que construyeran un cuadrado de lado 1.

b. ¿Cómo se las ingeniaron las chicas para hacer la representación?

c. ¿Podrían ubicar en la recta numérica, utilizando un procedimiento similar, los números $-\sqrt{5}$, $2\sqrt{2}$ y $1 + \sqrt{2}$?

d. Mientras ubicaban estos números en la recta, el hermano de Valentina, al verlas tan entusiasmadas, las previno: “Tengan cuidado, no todos los números irracionales pueden representarse de esta manera”. ¿Por qué habrá dicho esto?

ACTIVIDAD 3

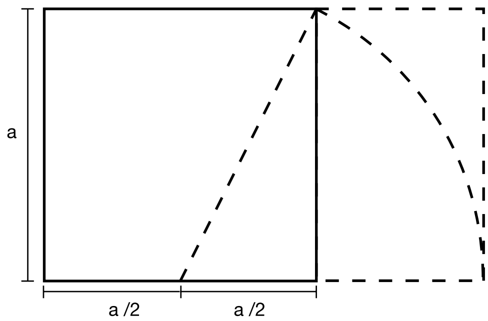
Todos sabemos que el número π es irracional. Ahora bien, también sabemos que se obtiene como cociente entre los valores de la longitud del perímetro de una circunferencia y su diámetro. ¿No significa esto, entonces, que π es racional?

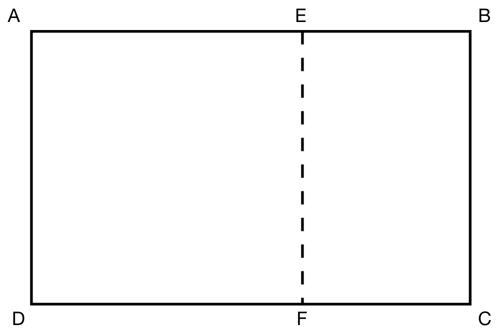
ACTIVIDAD DE CIERRE

Algunas personas encuentran que unos rectángulos son más “agradables” que otros. Algunos encuentran “agradable” que la base sea el doble de la altura y otros prefieren a los que guardan una proporción áurea.

Se dice que un rectángulo es áureo si la razón entre la longitud del lado mayor y la del lado menor es el número de oro: $(1 + \sqrt{5})/2$.

Una manera de construir el rectángulo áureo es comenzando por dibujar un cuadrado cualquiera. Unimos el punto medio de la base con un vértice no alineado con él, y abatimos este segmento sobre la base, como se muestra en la figura:



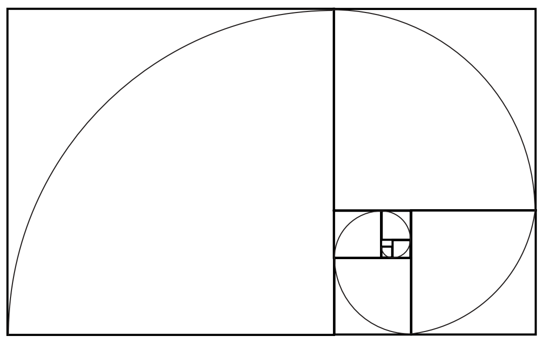


El rectángulo ABCD es un rectángulo áureo.

Lo más curioso de este rectángulo es que EBCF también es áureo y, si lo dividimos de tal manera que en su interior queden determinados un cuadrado y un rectángulo, el nuevo rectángulo interior también es áureo. Podemos seguir así indefinidamente, obteniendo siempre rectángulos áureos.

Trazando las diagonales de los cuadrados, tal como se muestra en la figura, y uniendo sus extremos con arcos de circunferencia, se obtiene la espiral áurea.

La espiral áurea se observa en la naturaleza; por ejemplo, en los caparazones de los caracoles y en las galaxias espirales.



ACTIVIDAD 1

Julieta se va a casar y ve un modelo que le gusta para su vestido de novia en una revista de moda. Mira con atención si la escala corresponde a su talle y, como es así, decide fotocopiarlo. Al lado del molde, se lee que 1 cm en el dibujo corresponde a 10 cm en la realidad.

Como sabe que la modista de su barrio es miope, decide sacarle una fotocopia ampliada al molde del modelo, para que lo confeccione. Llegado el momento de la primera prueba, ambas se llevan una sorpresa. ¿Qué piensan que ocurrió?

Para reflexionar

Al determinar que 1 cm del dibujo corresponde a 10 cm en la realidad, estamos definiendo una escala, que se escribe 1:10.

La escala expresa la proporción que existe entre las distancias en una representación de la realidad (dibujos, planos, maquetas, fotos) y las correspondientes distancias de la realidad. Cuando se enuncia una razón entre magnitudes expresadas en las mismas unidades, no es necesario especificar la unidad de medida de que se trata, como en el ejemplo que dimos, 1:10 Para mantener la proporcionalidad entre la realidad y la representación que estamos haciendo de ella, es necesario utilizar la misma escala en todas las dimensiones de la representación.

Si tuvieran que confeccionar una maqueta, ¿cómo harían para mantener la proporcionalidad entre los objetos representados en la maqueta y la realidad?

ACTIVIDAD 2

El vendedor de una inmobiliaria les ha mostrado el plano de un terreno a unos potenciales clientes. Éstos van a ver el terreno y vuelven enojados a la inmobiliaria: el vendedor les había mostrado el plano de un terreno cuadrado y se encontraron con que el terreno era rectangular.

Sin embargo, el vendedor no los había engañado: el plano, aunque correctamente confeccionado, escondía una estrategia de venta. ¿Cómo es posible que el plano estuviera correctamente confeccionado sin que correspondiera su forma a la del terreno real?

ACTIVIDAD 3

El arquitecto está estudiando los planos que debe presentarle a un cliente.

El plano de la casa incluye el plano de la pileta. La escala lineal utilizada para dibujar la pileta es 1:200. En el plano, la pileta mide 4 cm por 8 cm.

a. ¿Cómo se modifican estas dimensiones si el plano se confecciona usando una escala 1:100? ¿Qué relación observan entre las dimensiones del plano original y las nuevas dimensiones? ¿Y entre las escalas?

b. ¿Y si se usa una escala 1:400? ¿Qué relación observan entre las dimensiones del plano original y las nuevas dimensiones? ¿Y entre las escalas?

ACTIVIDAD 4

Inicialmente, el arquitecto había planeado que la pileta mediría 5 m de largo por 2 m de ancho, y la dibujó en una escala lineal 1:100.

a. ¿Podrían construir ustedes una escala de área para esta pileta?

b. ¿Qué relación observan entre la escala lineal y la escala de área?

c. Los clientes le piden al arquitecto que duplique el área de la pileta. ¿Cómo se modifica el plano de la pileta si usa la misma escala lineal que antes?

ACTIVIDAD DE CIERRE

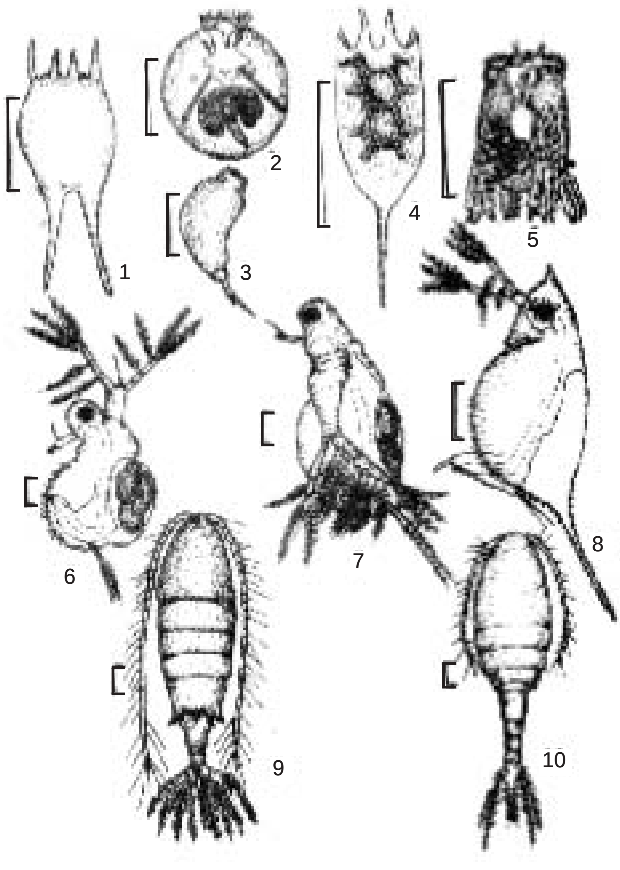
Los siguientes son dibujos de distintas clases de zooplancton de agua dulce. Las líneas que aparecen al lado de cada animal corresponden a una longitud de 100Å en la realidad. (1Å es equivalente a la milésima parte de un milímetro).

a. ¿Qué escala utilizó el dibujante en cada caso?

b. ¿Por qué les parece que utilizó distintas escalas?

c. ¿Cuál de ellos es el más grande en la realidad? ¿Y cuál el más pequeño?

d. Si al lado de todos los animales pusiéramos una línea del mismo tamaño, ¿qué animales se achicarían? ¿Cuáles se agrandarían?



ACTIVIDAD 1

Gonzalo es maestro mayor de obras y tiene a su cargo la construcción de una vivienda. Dispone de los planos originales que le ha dado el arquitecto; pero en un momento en que debió ausentarse, decidió fotocopiar la parte del plano que correspondía a la habitación que había que empezar a construir al día siguiente para dársela al encargado de la obra en su ausencia. Cuando le entregó la fotocopia a Pedro, uno de los albañiles, Gonzalo le aclaró que había sido reducida al 50% y que el plano original, por su parte, había sido construido en una escala de 1:50.

Luego de hacer algunos cálculos, Pedro, orgulloso de su nueva responsabilidad, empezó a dirigir la construcción. Después de un día de trabajo, los albañiles notaron que había algo extraño, las dimensiones de la habitación no guardaban relación con las dimensiones del resto de la casa.

a. ¿Qué piensan que ocurrió?

b. ¿Cuáles debieron haber sido los cálculos de Pedro para que la habitación no quedara desproporcionada con respecto al resto de la casa?

Para reflexionar

Mientras los albañiles discutían qué podía haber pasado, Luis le recordó a Pedro que el hecho de que un plano estuviera construido en una escala de 1:50 significaba que 1cm del plano representaba 50 cm de la realidad, y que el hecho de que la fotocopia estuviera reducida un 50% con respecto al plano quería decir que las dimensiones lineales del plano original, en la fotocopia medían la mitad.

Pedro mostró sus cuentas: para construir la habitación usó una escala de 1:25.

Con esa escala, ¿cómo resultaron las dimensiones de la habitación que construyeron respecto de la que hubieran construido con la escala correcta?

ACTIVIDAD 2

Mathilda, hábil espía de un lejano país, deja escondido en el hueco de una montaña un papel en el que reprodujo la conversación que escuchó entre Loretto y Newton.

Cuando sus secuaces logran dar con el documento que contiene vital información, no pueden descifrar lo que ha escrito Mathilda: el papel sólo mide 2 cm de base por 3 cm de altura. Suponen que si lo amplían de manera tal que las dimensiones lineales del papel aumenten 3/4, podrán leer su contenido. Cuando lo amplían, se dan cuenta de que aún es muy dificultoso leer lo escrito, por lo cual deciden aumentar nuevamente 3/4 las dimensiones lineales de la ampliación. Hecho esto, logran descifrar la información.

a. Dado un rectángulo de 2 cm por 3 cm, ¿podrían reproducir las ampliaciones que hicieron los secuaces de Mathilda?

b. ¿Cuáles fueron las dimensiones lineales luego de cada una de las ampliaciones?

c. ¿Cuál es la proporción entre las dimensiones lineales de la primera ampliación y las dimensiones lineales originales? ¿Y entre las dimensiones lineales de la primera ampliación y la segunda?

d. ¿Es cierto que si se hubiera hecho la ampliación en un solo paso, las dimensiones finales representarían 7/2 de las originales? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 3

La cuota que pagaron los socios de un club durante el año 2000 fue de $ 100 mensuales, pero la comisión directiva decidió aumentarla a $ 120. Los directivos de otro club de la zona, cuyos socios también pagaron $ 100 de cuota, decidieron aplicar un aumento, pero en 2 veces. Primero uno del 10%, y a los 3 meses aplicar un aumento del 10% a la cuota que estuvieran pagando los socios en ese momento.

a. Luego de que el segundo club aplicara los 2 aumentos, ¿qué porcentaje aumentó en total la cuota? ¿Cuál es el valor de la cuota después del segundo aumento?

b. Algunos socios dijeron que, finalmente, los dos clubes aumentaron el mismo porcentaje. ¿Están de acuerdo? Expliquen su respuesta.

c. La comisión directiva de un tercer club, cuyos socios ya estaban pagando $ 120, analizó rebajar la cuota a $ 100. Planearon primero rebajarla un 10%, y luego otro 10%. ¿Piensan que la comisión llevó así la cuota a $100, como era su propósito?

ACTIVIDAD DE CIERRE

En un negocio, el precio de un producto aumentó un 15% y luego disminuyó un 15%. ¿Cuándo era más barato, antes del aumento o después de la rebaja? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 1

Tras una dura campaña en el lejano oeste, el teniente Buchanan decide recompensar a los hermanos Joe y Bill Warner con parte de las tierras expropiadas a los indios. Para ello, les ofrece un terreno cuadrangular de lado igual a lo que su caballo puede recorrer en media hora, o un terreno rectangular de lado norte-sur tan largo como lo que pueda recorrer el caballo de Joe en media hora, y de lado este-oeste tan ancho como lo que pueda recorrer el caballo de Bill en el mismo tiempo. En media hora, el caballo de Joe recorre tanto más que el del teniente como de menos recorre el de Bill.

El caballo del teniente Buchanan recorre 10 km en media hora.

a. ¿Podrían realizar un gráfico de los terrenos que tienen como opción Joe y Bill?

b. ¿Cuál es el área del terreno que queda determinada por lo que recorre el caballo del teniente?

c. ¿Cuál es el área del terreno determinada por lo que recorren los caballos de Joe y Bill? ¿Podrían expresar el área de dos maneras diferentes?

d. ¿Cuál es la opción que les conviene a Joe y Bill para quedarse con el terreno más grande?

Para reflexionar

Mario y Marcelo discuten acerca de qué les conviene hacer a los hermanos para quedarse con un terreno de mayor área. Si bien han leído en el enunciado que deben expresar el área de dos maneras diferentes, ellos sólo encontraron una. Prueban con algunos valores hasta que Mario se da cuenta de que no es necesario buscar una segunda manera. Encontró otra expresión, y a partir de ella es más simple darse cuenta de cuál es la opción más conveniente. ¿Cuál les parece que fue la segunda expresión que encontró?

Mario y Marcelo siguen discutiendo: ¿siempre es posible, dada una expresión, encontrar otra que contenga la misma información?

ACTIVIDAD 2

Joe y Bill eligieron el terreno que quedaba delimitado por el recorrido de sus caballos.

Esa noche, jugando a las cartas con el teniente, ganaron dos terrenos y perdieron otros dos.

Los terrenos ganados por los hermanos son cuadrados y miden de lado la diferencia entre lo que recorrían el caballo de Joe y el del teniente. Los terrenos que perdieron son rectangulares: de frente miden lo mismo que el lado de los terrenos que ganaron, y de fondo, 10 km.

Al día siguiente, el teniente les entregó un terreno cuadrado. ¿Cuánto mide el lado del terreno con el que finalmente parece que se quedaron Joe y Bill?

ACTIVIDAD 3

El Correcaminos y el Coyote disputan su eterna batalla en el terreno de los hermanos Warner.

El Correcaminos se encuentra al pie de un precipicio; desde arriba, lo observa el Coyote. Éste, cansado de perseguirlo, le lanza una roca.

En el preciso instante en que el Coyote deja caer la roca, el Correcaminos se aleja del lugar.

El Coyote, nervioso por la situación, baja por un ascensor que aparece mágicamente en el lugar, pero con tanta mala suerte que, justo en el momento en que sale lo alcanza la roca.

Dentro de los cálculos del Coyote está la expresión: $H = 4{,}9\ t^2$

donde H representa la distancia recorrida por la roca en función del tiempo t. El ascensor se desplaza a una velocidad constante de 49 m/s.

El hecho de que la roca y el Coyote lleguen simultáneamente al pie del precipicio nos permite escribir la siguiente igualdad: $4{,}9\ t^2 = 49\ t$

(Recuerden: 49 t es la distancia recorrida por el ascensor en el tiempo t. El hecho de que hayan recorrido la misma distancia en el mismo tiempo nos permite igualar las expresiones.)

A partir de la igualdad anterior, ¿podrían determinar cuánto mide el precipicio y el tiempo que tardan el Coyote y la roca en llegar al pie del mismo?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Supongamos que se tira al aire una moneda dos veces. Las cuatro formas distintas en que puede darse la sucesión de caras (H) y cecas (T) están anotadas en la siguiente tabla:

2 caras	1 cara	0 caras
HH	HT	TT
	TH	
1	2	1

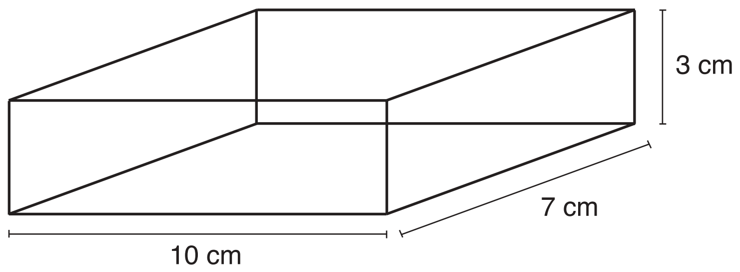
El número de soluciones en cada caso se corresponde con los coeficientes del desarrollo del cuadrado del binomio: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

¿Podrían verificar que el número de soluciones cuando tiran al aire una moneda tres veces corresponde a los coeficientes del desarrollo del cubo de un binomio?

ACTIVIDAD 1

Juan tiene que construir cajas de 210 cm^3 de volumen.

Empieza construyendo cajas de 10 cm de ancho, 7 cm de fondo y 3 cm de alto.



a. Después de construir algunas, piensa que puede construir cajas de $\frac{1}{2}$ cm de ancho, 30 de fondo y 14 de alto, ya que también tendrían 210 cm^3 de volumen. ¿Es cierto lo que piensa Juan?

b. También piensa que puede construirlas de manera tal que el ancho sea de 3 cm, de fondo midan $\frac{3}{2}$ cm y de alto 34 cm. ¿Podrá Juan construir cajas con estas dimensiones?

c. ¿Pueden escribir una ecuación que represente la relación entre las dimensiones de la caja de Juan y su volumen?

d. Encuentren otras dimensiones posibles para que Juan construya sus cajas.

e. Juan debe seguir construyendo cajas con el mismo volumen, pero quiere que el área, sin considerar la tapa, sea de 179 cm^2.

¿Puede construir una caja de estas características cuyo ancho sea $\frac{1}{2}$ cm, el alto mida 14 cm y el fondo sea de 30 cm? ¿Y otra que mida $\frac{158}{13}$ cm de ancho, 12 cm de fondo y 3 cm de alto?

f. ¿Cómo representarían por medio de ecuaciones las condiciones que impone Juan para sus cajas?

g. Las dimensiones que encontraron para las cajas de Juan en **d.**, ¿satisfacen la nueva condición?

h. A Juan ahora se le ocurre que, además, en sus cajas, la suma del ancho, el fondo y el alto sea 21,5 cm. ¿Cómo representarían por medio de ecuaciones todas las condiciones que impone Juan para sus cajas?

i. ¿Puede construir Juan cajas de 2,5 cm de alto, 7 cm de fondo y 12 cm de ancho? ¿Puede construir Juan cajas de 2 cm de alto, 6,5 cm de fondo y 11 cm de ancho?

j. Juan sabe ahora que otra partida de cajas debe satisfacer que sus volúmenes sean de 475 cm^3, que el área total sea de 5562,5 cm^2, y que la suma de su ancho, alto y fondo sea de 24,5 cm. ¿Cómo representarían por medio de un sistema de ecuaciones todas estas condiciones?

Para reflexionar

En el problema de las cajas de Juan pueden observar que, en principio, se planteaba una ecuación que representara la condición sobre el volumen. Luego, cuando Juan pensó en el área total de las cajas, debimos agregar otra ecuación que representara esta nueva condición. Así vimos que cajas que satisfacían la condición sobre el volumen, podían no satisfacer la condición impuesta para el área. Las cajas que quería construir Juan debían satisfacer ambas condiciones a la vez. Cuando Juan piensa en la suma de los valores de las aristas, se da cuenta de que el número de posibilidades que tiene para construir sus cajas ha cambiado. ¿De qué manera ha cambiado? ¿Cuántas son las condiciones que debe tener en cuenta simultáneamente?

ACTIVIDAD 2

Juan decide buscar presupuesto para forrar sus cajas. Averiguó en varias librerías y ahora está indeciso entre dos. En la librería A le cobran \$ 10 por llevarle el papel a su casa y cada m^2 lo cobran \$ 2,50. En la librería B no se cobra el envío, pero cada m^2 lo cobran \$ 3,25.

a. Escriban las expresiones que le servirían a Juan para calcular lo que le cobrarían en cada una de las librerías.

b. ¿En qué librería le conviene comprar si necesita 6 m^2? ¿Y si tiene que comprar 8 m^2? ¿Y si tiene que comprar 22 m^2?

c. Representen en un gráfico lo que gastaría Juan en cada librería, según los m^2 que compre. Construir una tabla de valores podría ayudarlos a realizar este gráfico.

d. Observen las rectas que obtuvieron. Éstas se cortan en un punto. ¿Qué representa este punto en el contexto del problema?

ACTIVIDAD 3

Juan está pensando en cambiar de proveedor del cartón con el que construye sus cajas. Actualmente, la relación entre los m^2 que necesita comprar y lo que cobra su proveedor es $c = 20 + 0,75x$. En esta relación, x representa la cantidad de cartón en m^2, y c, lo que debe pagar Juan.

a. Para otro proveedor B, esta relación vendría dada por $c = 15 + 0,90x$. ¿Existe alguna cantidad de m^2 para la cual sea lo mismo elegir un proveedor que otro? ¿Podrían graficar las rectas que representan ambos costos? ¿Qué representa el punto en el que se cortan las rectas? ¿En qué condiciones le conviene a Juan cada uno de los proveedores?

b. Con otro proveedor C, esta relación sería $c = 19 + 0,75x$. ¿Existe alguna cantidad de m^2 para la cual sea lo mismo elegir un proveedor que otro? ¿Podrían graficar las rectas que representan lo que le cobraría este nuevo proveedor y lo que le cobra el actual? ¿Qué observan?

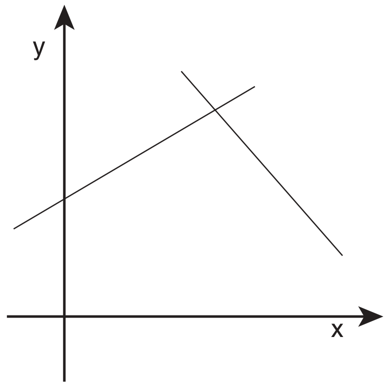
c. Por último, otro proveedor D, le cobraría $2c = 40 + 1,50x$. ¿Existe alguna cantidad de m^2 para la cual sea lo mismo elegir un proveedor que otro? ¿Podrían graficar las rectas que representan lo que le cobraría este nuevo proveedor y lo que le cobra el actual? ¿Qué observan?

ACTIVIDAD DE CIERRE

En el siguiente gráfico se han representado las ecuaciones de un sistema.

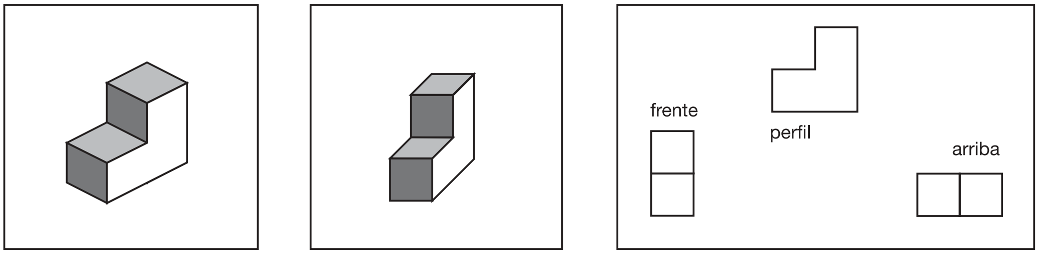
a. ¿Cuántas ecuaciones tiene el sistema? ¿Tiene solución?

b. ¿Podrían graficar una tercera recta de manera tal que el nuevo sistema no tenga solución?



ACTIVIDAD 1

Observen los siguientes tres dibujos del mismo objeto:

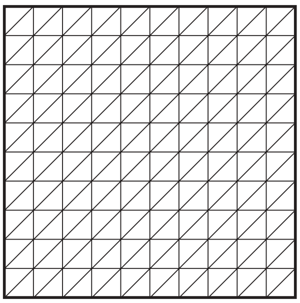


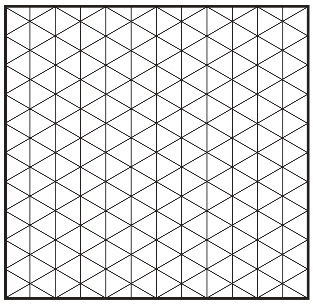
¿Qué representan?

La primera figura está dibujada en perspectiva isométrica. La segunda, en perspectiva oblicua o caballera. El sombreado está hecho sólo para aumentar la sensación de profundidad, aunque no es imprescindible. La tercera no está en perspectiva; presenta tres vistas del objeto: la primera es una vista de frente; la segunda, una vista de perfil, y la tercera, desde arriba. Esta representación está dibujada según el “método Monge”.

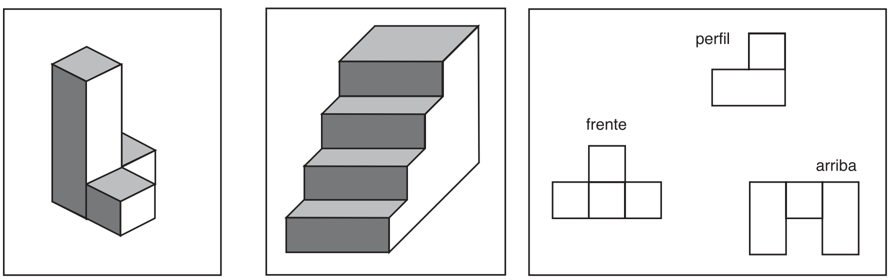
a. Busquen semejanzas y diferencias entre los dos tipos de perspectiva (fíjense en ángulos, longitudes, dirección de las líneas y otros aspectos relacionados). Comparen las distintas conclusiones a las que llegaron.

b. Las siguientes grillas les servirán para usar de base cuando dibujen en estos dos tipos de perspectiva. Dibujen cada figura en la grilla que consideren adecuada:





c. Dibujen cada una de las siguientes figuras en los otros tipos de representaciones que trabajamos hasta ahora:



Para reflexionar

¿Cuál de los tres tipos anteriores de representaciones usarían para dar indicaciones, sobre las medidas y la descripción de un mueble? ¿Por qué?

Un cubo tiene ángulos rectos en todas sus caras y sus aristas son iguales. ¿Qué características mantiene y cuáles pierde en cada uno de estos tipos de representación?

ACTIVIDAD 2

a. Dibujen en perspectiva isométrica las figuras descriptas a continuación:

tres cubitos formando diferentes figuras (por lo menos dibujá tres distintas);

un cubo de dos unidades de arista;

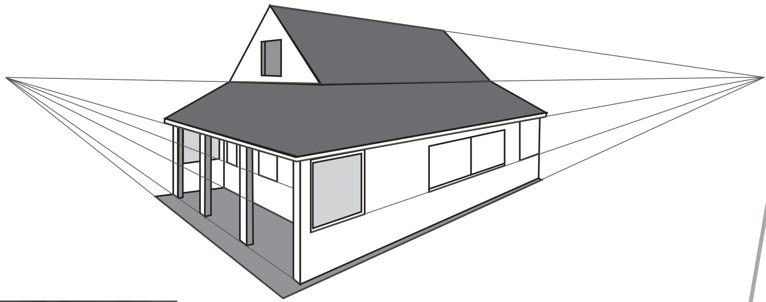
una figura inventada por ustedes.

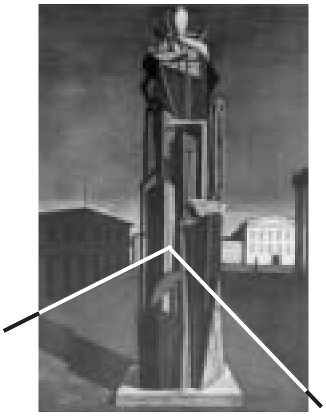
b. Dibujen cuatro de las figuras del punto anterior en perspectiva oblicua, y usando el método Monge.

c. Dibujen las tres últimas figuras de la hoja anterior tal como se verían “desde atrás” y “desde la derecha”.

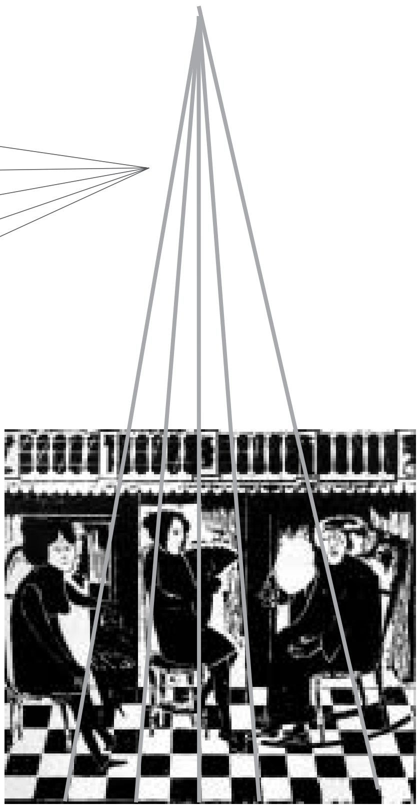
ACTIVIDAD DE CIERRE

Si se fijan en fotos, postales, en algunos cuadros, pueden ver ejemplos de otros tipos de perspectiva. Observen los siguientes esquemas:





Giorgio De Chirico,
El gran metafísico, pintura.



Fernando López Anaya,
La hora de la siesta, xilografía.

En el primero y en el último parece haber líneas que convergen en un punto. En cambio, en el segundo, parece haber líneas que convergen hacia dos puntos, uno a la derecha y otro a la izquierda de la imagen.

Los puntos se llaman “puntos de fuga”.

En una de esta imágenes está marcado el punto de fuga. En la otra, los dos puntos de fuga.

Según la altura a la que se coloquen para ver la imagen, parecerá que están mirando el objeto desde abajo, desde el mismo nivel, o desde arriba.

a. Analicen las características de estas dos representaciones

b. En imágenes de revistas, diarios o libros, postales, fotos, busquen ejemplos de los distintos tipos de perspectivas. Ubiquen la posición del o de los puntos de fuga.

c. Realicen un croquis en cada tipo de perspectiva de algún objeto de los alrededores de su colegio.

ACTIVIDAD 1

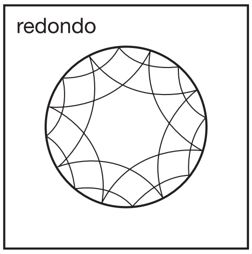
Los diamantes son piedras preciosas. Es notable que estén compuestas del mismo material que el carbón: son de carbono.

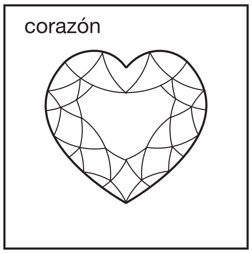
La mayor producción de diamantes se obtiene de África. En América del Sur, se extraen en las zonas de los estados de Bahía, Mato Grosso y Minas Gerais, en Brasil.

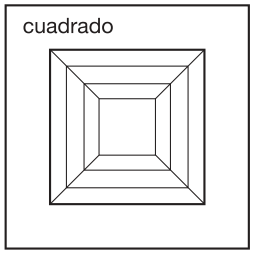
El tamaño de los diamantes se mide en quilates. El quilate es una unidad de peso que equivale a 205 miligramos. La palabra “quilate” es de origen griego, y significa “peso de 4 granos”.

Un diamante recién extraído, “en bruto”, no tiene el brillo característico que adquiere después de ser tallado.

El tallador de diamantes emplea mucho las simetrías. Hay algunos diseños clásicos, de los que mostramos una representación (vista desde arriba)



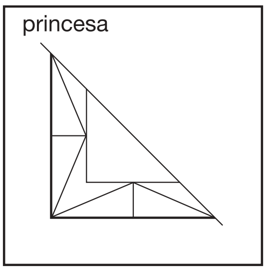


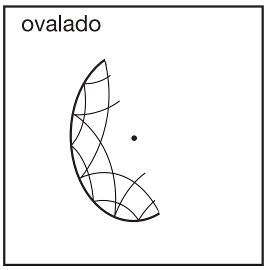


a. Marquen en cada uno de los diseños los ejes de simetría, si los hay.

b. ¿En cuáles de ellos hay centro de simetría? Márquenlos. Analicen si en estos casos hay alguna relación entre la cantidad o la posición de los ejes de simetría y el tener o no centro de simetría. Comparen las respuestas obtenidas con las respuestas de sus compañeros.

c. En estos 3 casos, está completa la mitad del tallado. Dibujen la otra parte, sabiendo que en el primero y en el tercero la recta marcada es un eje de simetría; y en el segundo, el punto marcado es centro de simetría (pueden ayudarse con papel de calcar o carbónico).





Para reflexionar

¿Qué datos le pueden alcanzar al tallador para reproducir cada diseño?

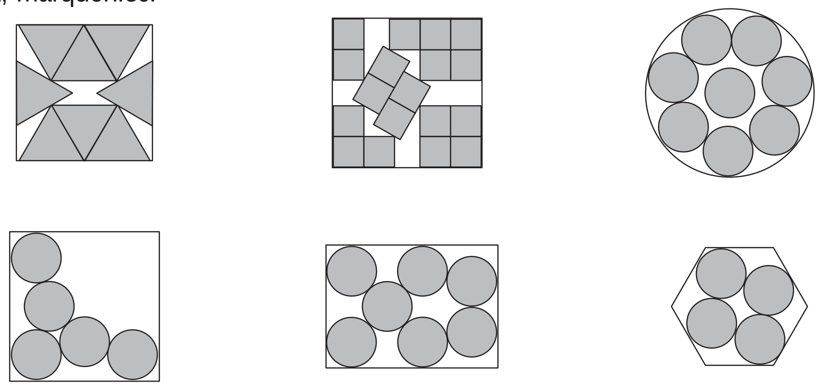
¿Puede haber diseños con un solo eje de simetría? ¿Con dos? ¿Con diez? ¿Con infinitos? ¿Con ninguno?

¿Puede haber diseños con un solo centro de simetría? ¿Con dos? ¿Con diez? ¿Con infinitos? ¿Con ninguno?

Si dicen que sí, muestren un ejemplo (invéntenlo); si dicen que no, expliquen por qué lo suponen.

ACTIVIDAD 2

a. Estudien si en estos diseños geométricos hay ejes de simetría o centros de simetría. En caso de que los haya, márquenlos:



b. Muestren que realizar dos simetrías axiales consecutivas, con los ejes a 90° equivale a realizar una simetría central. ¿Dónde se ubica el centro de simetría?

Si una figura tiene centro de simetría, ¿debe necesariamente tener dos ejes de simetría perpendiculares?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Las simetrías también están presentes en otros ámbitos.

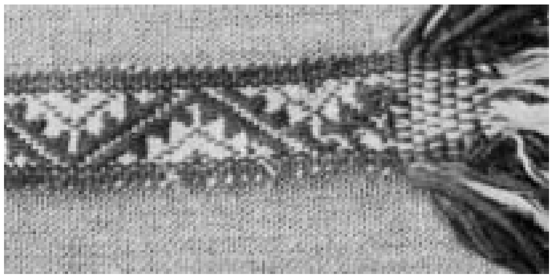
Muchas veces aparecen en los adornos de los trajes típicos de distintos pueblos. El estilo del diseño permite a menudo identificar su origen.

En Lituania, un país europeo a orillas del Mar Báltico, se usa una forma de bordado característica en los trajes típicos regionales.

Las figuras se forman pasando con una aguja puntadas de diferentes largos, hacia arriba y hacia abajo de la tela, de forma tal que se colocan los hilos rectos, paralelos y muy juntos. De un lado queda el dibujo, y del otro el “negativo” de la figura.

Los trajes de mujeres tienen franjas que adornan los delantales, las mangas de las blusas, los chalecos. Los trajes de hombre tienen franjas en los lazos de las corbatas, en los puños de las camisas. Se puede reconocer a qué región de Lituania pertenece un traje, por el tipo de diseño.

Este es uno de los diseños tradicionales:



a. Identifiquen las simetrías.

b. Pregunten en sus casas, o a las personas mayores de su comunidad, cómo eran los diseños de los trajes típicos de sus antepasados. Averigüen si usaban simetrías en los diseños, si había modelos o dibujos característicos.

c. Hagan un informe y comparen con lo que averiguaron sus compañeros de clase.

ACTIVIDAD 1

En una caja hay cuatro bolillas numeradas con los dígitos 2, 4, 5 y 7.

Se saca sin mirar una bolilla de la caja, se anota su número y se deja la bolilla extraída fuera de la caja. Se elige una segunda bolilla, se anota su número y vuelve a dejarse fuera de la caja la bolilla extraída. Finalmente se elige una tercera bolilla y se anota su número.

a. Den tres ejemplos de números distintos que se puedan obtener con este método.

b. ¿Podrían decir cuántos números de tres cifras se pueden obtener, sin tener que escribirlos a todos? Calculen cuántos números distintos se pueden formar.

c. ¿Hay algún número más fácil de formar que los otros? Expliquen cómo lo pensaron.

d. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número par? ¿Cómo lo pensaron?

e. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número capicúa? ¿Cómo lo pensaron?

ACTIVIDAD 2

Se quiere elegir el comité de un club, que debe estar formado por tres miembros, presidente, tesorero y secretario.

Se presentaron cuatro candidatos: Andrea, Brenda, Cristian y David.

a. Se pueden formar varios comités diferentes. Por ejemplo, que Andrea sea presidente, David sea tesorero y Brenda sea secretaria. ¿Es posible armar un comité diferente con las mismas personas? Si dicen que sí, expliquen cómo armarlo; si dicen que no, expliquen por qué.

b. Propongan tres comités más. ¿Cuántos comités diferentes se pueden elegir entre los cuatro candidatos?

c. Si los comités se eligen por sorteo, ¿hay algún comité más fácil de armar que los otros posibles? ¿Por qué?

d. Se elige por sorteo el comité. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos mujeres sean elegidas? Y, ¿cuál es la probabilidad de que en el sorteo una mujer sea presidente y la otra sea tesorera?

e. ¿Hay diferencia entre las dos preguntas anteriores? Si dicen que sí, expliquen cuál es; si dicen que no, expliquen por qué.

ACTIVIDAD 3

Camila compró tres regalos iguales para sus sobrinos. Quiere envolverlos en sobres de papel de regalo. Tiene cuatro de diferentes colores: azul, rojo, verde y dorado. En cada sobre puede colocar, como mucho, un regalo. ¿De cuántas formas diferentes se pueden colocar los tres regalos en los cuatro sobres?

Para reflexionar

Piensen en cómo contaron los casos posibles en los tres problemas anteriores. ¿Hay alguna característica que los haga parecidos o que marque una diferencia entre ellos?

Expliquen cuáles son las similitudes y las diferencias que encontraron.

ACTIVIDAD 4

Una familia tiene cuatro perros, un dálmata, un pequinés, un salchicha y un ovejero, que cuando llueve duermen en dos cuchas grandes, una roja y una azul.

a. ¿De cuántas formas diferentes pueden dormir en las dos cuchas? (puede quedar alguna cucha vacía). Por ejemplo: el ovejero, el pequinés y el salchicha pueden dormir en la cucha roja y el dálmata en la azul.

b. Si ninguno de ellos mostró preferencia por alguna cucha, ¿cuál es la probabilidad de que el dálmata y el ovejero elijan la cucha azul? ¿Y de que elijan la cucha roja? ¿Y de que elijan la misma cucha?

c. ¿Hay diferencias entre las tres preguntas anteriores? ¿Dónde pueden estar los otros dos perros, en cada caso?

ACTIVIDAD 5

A Julieta y a Nicolás les regalaron cuatro paquetes de caramelos: uno de frutilla, uno de naranja, uno de menta y uno de chocolate. Deciden repartírselos en partes iguales entre los dos (dos paquetes para cada uno).

a. ¿De cuántas formas se pueden repartir los paquetes?

Ejemplo: Julieta puede quedarse con los paquetes de frutilla y menta, y Nicolás con los paquetes de naranja y chocolate.

b. Si hacen el reparto por sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que a Nicolás le toque el paquete de chocolate que le gusta?

ACTIVIDAD DE CIERRE

¿Serían capaces de inventar 30 resultados del lanzamiento de una moneda, de forma que otras personas piensen que han lanzado la moneda en realidad? A este tipo de experimentaciones se lo llama simulación.

Vamos a ver qué tan bien pueden simular esa tirada.

a. Aquí tienen dos hileras de casilleros. En la primera fila escriban 30 resultados sin realizar realmente el experimento. Para rellenar la segunda fila, lancen la moneda 30 veces y escriban los resultados obtenidos. Pueden usar C para cara y + para cruz.

b. Ahora que tienen estos datos, ¿les parece que son parecidos los resultados reales (con la moneda) y los simulados? Expliquen en qué se basan para contestar.

c. Para hacer un breve informe de sus resultados, realicen gráficos comparativos:

1. Número de caras en las distribuciones reales y número de caras en las distribuciones simuladas.

2. Número de rachas en las distribuciones reales y número de rachas en las distribuciones simuladas.

3. Longitud de la racha más larga en las distribuciones reales y en las distribuciones simuladas.

Comparen si los datos apoyan o no la conclusión previa al punto **b.**

El cambio en algunos fenómenos físicos y químicos

En química, se hacen, se utilizan y se estudian cierto tipo de mezclas de dos o más sustancias, llamadas soluciones. No cualquier mezcla de sustancias es una solución. Lo es cuando en la mezcla no se detectan partes con diferente composición o aspecto, incluso con microscopios poderosos.

Los componentes de la solución pueden ser sólidos, líquidos o gaseosos; se denomina solvente a aquel cuyo estado coincide con el de la solución. Por ejemplo, en una solución de agua salada, el solvente es el agua. Los solutos son los otros materiales que forman parte de la solución, en este caso, la sal.

Vamos a analizar una de las propiedades de las soluciones que no depende de la cantidad de solución: la concentración. Ésta expresa la proporción en que se encuentran los componentes de la solución. Para hallar esta proporción, se necesita medir la cantidad de cada uno: el peso o el volumen.

ACTIVIDAD 1

Una forma usual de expresar la concentración es con su porcentaje en peso (% en peso): gramos de soluto cada 100 g de solución. Por ejemplo, si se dice que una solución de sal común (cloruro de sodio: NaCl) en agua está al 15% en peso, significa que en 100 g de salmuera (la solución) hay 15 g de sal (el soluto). El solvente es el agua.

a. Completen la siguiente tabla, con los datos que correspondan para la concentración dada:

soluto (NaCl)	10 g		25 g	15 g		50 g
solución		140 g			1300 g	

b. Analicen, para las tres primeras columnas, si cambia o no la concentración de la solución si se agregan 10 g de sal. O, si en cambio, se agregan 50 g de agua.
En cualquier caso explicar cómo y por qué.

ACTIVIDAD 2

Si continuamos agregando sal, llega un momento en que ésta empieza a quedarse en el fondo del vaso, es decir, no se disuelve aunque revolvamos mucho. La cantidad máxima de soluto que se puede disolver en la unidad de volumen del solvente se denomina solubilidad. Pero si calentamos la solución, lograremos disolver un poco más de sal.

En el caso del agua con sal, se midió que el peso máximo de soluto que se disuelve en 100 g de agua, según la temperatura es:

T (°C)	0	10	20	30	40	50	60	80	100
NaCl (g)	35,7	35,8	36,0	36,3	36,6	37,0	37,3	38,4	39,0

Calculen las concentraciones respectivas en % en peso y hagan un gráfico aproximado de concentración en función de la temperatura.

Para reflexionar

Analicen en los dos ejemplos anteriores, a partir de las tablas construidas:

a. ¿Cuáles son las variables que intervienen en cada caso?

b. ¿Se relacionan esas variables mediante algún tipo de proporcionalidad? Expliquen cómo lo pensaron.
El gráfico elaborado en el segundo ejemplo corresponde al tipo de relación encontrada entre las variables. ¿Por qué?

ACTIVIDAD 3

Dos amigos fueron a correr por un sendero. Uno de ellos es un experto corredor y mantiene su velocidad prácticamente constante. El otro, no. Cada uno tomaba sus tiempos con un cronómetro cuando pasaba por las marcas que había cada 100 m. Registraron:

Dist:	100 m	200 m	300 m	400 m
Tiempo 1°:	0,25 min	0,50 min	0,75 min	1,00 min
Tiempo 2°:	0,20 min	0,45 min	0,90 min	1,25 min

a. Realicen un gráfico de la distancia recorrida en función del tiempo.

b. Si se hubieran tomado los tiempos cada 50 m, ¿dónde creen ustedes que se ubicarían en el gráfico los puntos intermedios? ¿Hay una única posibilidad? Expliquen por qué.

c. Analicen, para ambos amigos, si la distancia es proporcional al tiempo. En caso de serlo, averigüen cuál es la constante de proporcionalidad. Indiquen a partir de qué datos lo pensaron.

ACTIVIDAD 4

Se toma un registro de las distancias y velocidades de un auto de fórmula 1 durante 5 segundos y se registran estos valores:

Tiempo :	1 seg	2 seg	3 seg	4 seg	5 seg
Distancia:	90 m	160 m	210 m	240 m	250 m
Velocidad:	90 $m/_{seg}$	80 $m/_{seg}$	70 $m/_{seg}$	60 $m/_{seg}$	50 $m/_{seg}$

1. Hagan gráficos de la distancia recorrida y de la velocidad en función del tiempo, a partir de los datos anteriores. ¿Son únicos?

2. Analicen si hay proporcionalidad entre alguna de las variables medidas y el tiempo y cuál es la constante de proporcionalidad.

ACTIVIDAD DE CIERRE

Si se caen una maceta y una pluma desde el techo de una casa, es muy probable que la maceta llegue al piso antes que la pluma. Sin embargo, bajo ciertas condiciones, caerían al mismo tiempo. Galileo estudió la caída libre de objetos y estableció que si se deja caer un objeto, la velocidad que tiene “t” segundos después de que se soltó (si no llegó al piso todavía) es proporcional al tiempo. La constante de proporcionalidad es “g” (la aceleración de la gravedad, aproximadamente, es de $10\ m/_{seg^2}$). Es decir,

$$v = g \cdot t = 10\ m/_{seg^2} \cdot t$$

Este modelo no toma en cuenta la resistencia del aire (por ejemplo, no es válido para la caída de una pluma o de un hombre en paracaídas). A partir de esa expresión, se puede obtener otra. Expresen cuántos metros llegó a caer la maceta en un determinado momento, midiendo la distancia desde el techo hasta el piso

$$d = \frac{1}{2} g\ t^2 \cong 5\ m/_{seg^2} \cdot t^2$$

a. Hagan una tabla calculando la velocidad que adquiere la maceta y la distancia que lleva caída en función del tiempo transcurrido desde que comenzó a caer.

b. Construyan los gráficos correspondientes. Observen las características de los gráficos que permiten decir si hay o no proporcionalidad.

c. Intenten encontrar la relación entre la altura desde la que se cae y la velocidad a la que llega al piso a partir de las ecuaciones de velocidad y distancia.

d. Expresen esta velocidad en km/h para compararla con la velocidad de objetos que conozcan.

En física, química y biología se usan distintas unidades de medida para distintos fenómenos. Busquen ejemplos, al menos tres de cada una, expliquen cuáles son las variables que se miden y cuáles son las unidades de uso habitual.

Equidad

Programa de Acciones Compensatorias en Educación

PACE

Unidad de Recursos Didácticos

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA

MINISTERIO de EDUCACIÓN

PRESIDENCIA de la NACIÓN