PRIMER
CICLO EGB /
NIVEL
PRIMARIO

# Matemática

**nap**

NÚCLEOS
DE APRENDIZAJES
PRIORITARIOS

SERIE
CUADERNOS
PARA EL AULA

MINISTERIO de EDUCACIÓN
CIENCIA y TECNOLOGÍA
PRESIDENCIA de la NACIÓN

cfce
Consejo Federal
de Cultura y Educación

**Presidente de la Nación**
Dr. Néstor Kirchner

**Ministro de Educación, Ciencia y Tecnología**
Lic. Daniel Filmus

**Secretario de Educación**
Prof. Alberto Sileoni

**Subsecretaria de Equidad y Calidad**
Prof. Mirta Bocchio de Santos

**Directora Nacional**
**de Gestión Curricular y Formación Docente**
Lic. Alejandra Birgin

**Coordinadora Áreas Curriculares**
Dra. Adela Coria

## Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente

### Área de producción pedagógica
**Coordinación y supervisión pedagógica general**
Adela Coria, *Coordinadora Áreas Curriculares*

**Asesoramiento didáctico**
Beatriz Alen
Nora Alterman

### Equipo del Área de Matemática
**Coordinación y supervisión pedagógica**
Mónica Agrasar
Graciela Chemello

**Autores**
Graciela Zilberman
Adriana Castro
Silvia Chara

**Lectura crítica**
Ana Encabo

### Área de producción editorial
Raquel Franco, *Coordinadora editorial*
Natalia Ginzburg, *Edición*
Norma Sosa, *Corrección*
Carolina Mikalef, Alejandro Luna, *Dirección de arte*
Araceli Gallego, *Coordinación*
Alberto Caut, *Diagramación*
Martín Laksman, *Ilustración*
Alejandro Peral, *Fotografía*

# Presentación

Durante los últimos treinta años, diversos procesos económicos, sociales y políticos que tuvieron lugar en nuestro país pusieron en crisis el sentido de nuestra democracia. Sabemos que hoy la sociedad argentina es profundamente desigual a lo largo y a lo ancho de nuestro territorio. Estamos realizando importantes esfuerzos en materia de políticas públicas que van revelando indicios alentadores en el proceso de contribuir a revertir esas desigualdades. Pero ello aún no es suficiente. Niños y jóvenes son parte de una realidad donde la desocupación, la pobreza y la exclusión social siguen expresando todavía de manera desgarradora la enorme deuda que tenemos con ellos y con su futuro.

La educación no es ajena a esta injusticia. El crecimiento de las brechas sociales se manifiesta también en la fragmentación que atraviesa nuestro sistema educativo, en las desiguales trayectorias y aprendizajes que produce, y en las múltiples dificultades que enfrentan los docentes al momento de enseñar.

Pese a ello, en las escuelas, maestros y maestras insisten en redoblar sus esfuerzos, persisten en la búsqueda de alternativas, y todos los días ponen en juego su saber en la construcción de nuevas prácticas, frente a una crisis que, por cierto, excede al sistema escolar.

Frente al desgarro social y sus huellas dolorosas, y frente a la necesidad de garantizar la supervivencia, los docentes fueron responsables de que la escuela se sostuviera como uno de los pocos lugares –si no el único para amplios sectores– en el que el Estado continuó albergando un sentido de lo público, resguardando las condiciones para que hoy podamos volver a pensar en la posibilidad de un *todos*.

Así, reasumimos desde el Estado la responsabilidad de acompañar el trabajo cotidiano de los docentes, recrear los canales de diálogo y de aprendizaje, afianzar los espacios públicos y garantizar las condiciones para pensar colectivamente nuestra realidad y, de este modo, contribuir a transformarla.

Creemos que es preciso volver a pensar nuestra escuela, rescatar la importancia de la tarea docente en la distribución social del conocimiento y en la recreación de nuestra cultura, y renovar nuestros modos de construir la igualdad, restituyendo el lugar de lo común y de lo compartido, y albergando a su vez la diversidad de historias, recorridos y experiencias que nos constituyen.

Transitamos una época de incertidumbre, de cuestionamientos y frustraciones. No nos alcanza con lo que tenemos ni con lo que sabemos. Pero tenemos y sabemos muchas cosas y vislumbramos con mayor nitidez un horizonte alentador. Como educadores, nos toca la inquietante tarea de recibir a los nuevos alumnos y de poner a disposición de todos y de cada uno de ellos nuestras mejores herramientas de indagación, de pensamiento y de creación. En el encuentro que se produce entre estudiantes y docentes reside la posibilidad de la transmisión, con todo lo que ello trae de renovación, de nuevos interrogantes, de replanteos y de oportunidades para cambiar el mundo en el que vivimos.

Lo prioritario hoy es recuperar la enseñanza como oportunidad de construir otro futuro.

Frente a ese desafío y el de construir una sociedad más justa, las escuelas tienen encomendada una labor fundamental: transmitir a las nuevas generaciones los saberes y experiencias que constituyen nuestro patrimonio cultural. Educar es un modo de invitar a los niños y a los jóvenes a protagonizar la historia y a imaginar mundos cada vez mejores.

La escuela puede contribuir a unir lo que está roto, a vincular los fragmentos, a tender puentes entre el pasado y el futuro. Estas son tareas que involucran de lleno a los docentes en tanto trabajadores de la cultura. La escuela también es un espacio para la participación y la integración; un ámbito privilegiado para la ampliación de las posibilidades de desarrollo social y cultural del conjunto de la ciudadanía.

Cada día, una multitud de chicos ocupa nuestras aulas. Cada día, las familias argentinas nos entregan a sus hijos, porque apuestan a lo que podemos darles, porque confían en ellos y en nosotros. Y la escuela les abre sus puertas. Y de este modo no solo alberga a chicos y chicas, con sus búsquedas, necesidades y preguntas, sino también a las familias que, de formas heterogéneas, diversas, muchas veces incompletas, y también atravesadas por dolores y renovadas esperanzas, vuelven una y otra vez a depositar en la escuela sus anhelos y expectativas.

Nuestros son el desafío y la responsabilidad de recibir a los nuevos, ofreciéndoles lo que tenemos y, al mismo tiempo, confiando en que ellos emprenderán la construcción de algo distinto, algo que nosotros quizás no imaginamos todavía. En la medida en que nuestras aulas sean espacios donde podamos someter a revisión y crítica la sociedad que nos rodea, y garantizar el derecho de todos los niños, niñas, jóvenes y adultos de acceder a los saberes que, según creemos, resultan imprescindibles para participar en ella, podremos hacer de la educación una estrategia para transformarla.

La definición de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios forma parte de una política educativa que busca garantizar una base común de saberes para todos los chicos del país. Detrás de esta decisión, existe una selección deliberada de conocimientos fundada en apreciaciones acerca de cuáles son las herramientas conceptuales que mejor condensan aquello que consideramos valioso transmitir en la escuela. También, una intención de colocar la enseñanza en el centro de la deliberación pública sobre el futuro que deseamos y el proyecto social de país que buscamos.

Es nuestro objetivo hacer de este conjunto de saberes y del trabajo en torno a ellos una oportunidad para construir espacios de diálogo entre los diversos actores preocupados por la educación, espacios que abran la posibilidad de desarrollar un lenguaje y un pensamiento colectivos; que incorporen la experiencia, los saberes y deseos de nuestros maestros y maestras, y que enfrenten el desafío de restituir al debate pedagógico su carácter público y político.

**Lic. Alejandra Birgin**
Directora Nacional de Gestión Curricular
y Formación Docente

**Lic. Daniel Filmus**
Ministro de Educación

# Para dialogar con los Cuadernos para el aula

La serie *Cuadernos para el aula* tiene como propósito central aportar al diálogo sobre los procesos pedagógicos que maestros y maestras sostienen cotidianamente en las escuelas del país, en el trabajo colectivo de construcción de un suelo compartido y de apuesta para que chicos y chicas puedan apropiarse de saberes valiosos para comprender, dar sentido, interrogar y desenvolverse en el mundo que habitamos.

Quienes hacemos los *Cuadernos para el aula* pensamos en compartir, a través de ellos, algunos "hilos" para ir construyendo propuestas para la enseñanza a partir de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Así, estos Cuadernos buscan tramar algunos saberes priorizados en múltiples itinerarios de trabajo, dejando puntas y espacios siempre abiertos a nuevos trazados, buscando sumar voces e instancias de diálogo con variadas experiencias pedagógicas. No nos mueve la idea de hacer propuestas inéditas, de "decir por primera vez". Por el contrario, nos mueve la idea de compartir algunos caminos, secuencias o recursos posibles; sumar reflexiones sobre algunas condiciones y contextos específicos de trabajo; poner a conversar invenciones de otros; abrir escenas con múltiples actores, actividades, imágenes y lecturas posibles.

Con ese propósito, el Ministerio Nacional acerca esta serie que progresivamente se irá nutriendo, completando y renovando. En esta oportunidad, abrimos la colección presentando un libro para Nivel Inicial y uno para cada campo de conocimiento priorizado para el Primer Ciclo de la EGB/Nivel Primario: uno de Lengua, uno de Matemática, uno de Ciencias Sociales y uno de Ciencias Naturales para cada año/grado.

En tanto propuesta abierta, los *Cuadernos para el Aula* también ofrecerán aportes vinculados con otros saberes escolares: Educación Tecnológica, Formación Ética y Ciudadana, Educación Artística y Educación Física, del mismo modo que se proyecta aportar reflexiones sobre temas pedagógico-didácticos que constituyan renovadas preocupaciones sobre la enseñanza.

Sabemos que el espacio de relativa privacidad del aula es un lugar donde resuenan palabras que no siempre pueden escribirse, que resisten todo plan: espacio abierto al diálogo, muchas veces espontáneo, otras ritualizado, donde se condensan novedades y rutinas, silencios y gestos, lugar agitado por preguntas o respuestas impensadas o poco esperadas, lugar conocido y enigmático a la vez, lugar de la prisa. En esos vaivenes de la práctica, paradójicamente tan reiterativa como poco previsible, se trazan las aristas que definen nuestra compleja identidad docente. Una identidad siempre cambiante –aunque imperceptiblemente– y siempre marcada por historias institucionales del sistema educativo y socio-cultural más general; una identidad que nos hace ser parte de un colectivo docente, de un proyecto pedagógico, generacional y ético-político.

Desde los *Cuadernos para el aula*, como seguramente podrá ocurrir desde muchas otras instancias, nos proponemos poner en foco las prácticas desplegadas cada día. En ese sentido, la regulación y el uso del tiempo y el espacio en el aula y fuera de ella, las formas que asumen la interacción entre los chicos y chicas, las formas en que los agrupamos para llevar adelante nuestra tarea, la manera en que presentamos habitualmente los conocimientos y las configuraciones que adopta la clase en función de nuestras propuestas didácticas construidas para la ocasión son dimensiones centrales de la vida en el aula; una vida que muchas veces se aproxima, otras niega y otras enriquece los saberes cotidianos que construyen los chicos en sus ámbitos de pertenencia social y cultural.

Queremos acercarnos a ese espacio de las prácticas con una idea importante. Las propuestas de los *Cuadernos para el aula* dialogan a veces con lo obvio que por conocido resulta menos explorado. Pero al mismo tiempo parten de la idea de que no hay saberes pedagógico-didácticos generales o específicos que sean universales y por tanto todos merecen repensarse en relación con cada contexto singular, con cada historia de maestro y de hacer escuela.

Este hacer escuela nos reúne en un tiempo en el que subsisten profundas desigualdades. Nuestra apuesta es aportar a superarlas en algún modesto sentido, con conciencia de que hay problemas que rebasan la escuela, y sobre los cuales no podemos incidir exclusivamente desde el trabajo pedagógico. Nuestra apuesta es contribuir a situarnos como docentes y situar a los chicos en el lugar de ejercicio del derecho al saber.

Desde ese lugar hablamos en relación con lo prioritario hoy en nuestras escuelas y aulas; desde ese lugar y clave de lectura, invitamos a recorrer estos Cuadernos. Sabemos que es en el patio, en los pasillos, en la sala de maestros y maestras y en cada aula donde se ponen en juego novedosas búsquedas, y también las más probadas respuestas, aunque las reconozcamos tentativas. Hay siempre un texto no escrito sobre cada práctica: es el texto de la historia por escribir de los docentes en cada escuela.

Esta serie precisamente pretende ser una provocación a la escritura. Una escritura que lea y recree, una escritura que discuta, una escritura que dialogue sobre la enseñanza, una escritura que irá agregando páginas a estos Cuadernos.

**El equipo de *Cuadernos para el aula***

# ÍNDICE

# ENSEÑAR MATEMÁTICA EN EL PRIMER CICLO

# Enseñar Matemática en el Primer Ciclo

## Palabras previas

Quienes enseñamos necesitamos revisar permanentemente qué hacemos y para qué lo realizamos. Sabemos, por una parte, que cada una de nuestras experiencias tiene características singulares e irrepetibles; así, cada año, un nuevo grupo de alumnos nos plantea un desafío renovado. Por otra parte, los conocimientos que enseñamos y nuestras estrategias de enseñanza también se modifican; y son, además, cajas de resonancia de múltiples transformaciones y necesidades que tienen lugar en la sociedad, en sentido amplio y, en particular, en los campos de saber.

Por eso, en estas páginas, volvemos sobre ciertos aspectos de la tarea de enseñar que seguramente no son nuevos, pero sí centrales para promover mejores aprendizajes.

Preguntarse qué significa aprender Matemática; qué se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas y qué se concibe como problema; analizar cómo influye la gestión de la clase en el tipo de aprendizaje que logren los alumnos; estar actualizado respecto de algunos avances de las investigaciones didácticas; todo ello puede ayudarnos a realizar una relectura de las prácticas habituales, encontrar nuevos sentidos para lo que hacemos y reinventar así nuestras propuestas.

## Pensar la actividad matemática en la ciencia y en la escuela

El conocimiento matemático, como ocurre con otros conocimientos y con las producciones culturales en general, ha ido generándose y transformándose en diferentes momentos históricos, en diálogo permanente con problemas que tienen lugar en los distintos entornos sociales y culturales.

Cuando alguien quiere estudiar una determinada situación o interactuar con ella, se formula preguntas. Estas podrían referirse a las relaciones entre ciertas cantidades –como las distancias recorridas y los tiempos empleados en hacerlo–, a las regularidades de una colección de formas o a la búsqueda de los números que cumplan un condición dada. Para responder a estas preguntas –que pueden referirse tanto al mundo natural y social como a la misma matemática– se utilizan **modelos matemáticos** conocidos o se construyen nuevos. Ejemplos de modelos son: las operaciones con números naturales, las propiedades que caracterizan a los cuadriláteros o una ecuación que determine un conjunto de números. En algunos casos, se aplican reglas conocidas; en otros, se elaboran conjeturas y se producen nuevas reglas para comprobarlas. En todos, las conclusiones que se elaboran se interpretan para determinar si responden o no a las preguntas planteadas inicialmente. También forma parte de este proceso mejorar la eficacia de los modelos que se crean y de las formas de comunicar los descubrimientos, como también establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya se conoce.

El proceso de construcción y las conclusiones resultantes tienen rasgos específicos: un modo particular de pensar y proceder, y conocimientos con características particulares. Estos conocimientos permiten **anticipar** el resultado de algunas acciones sin realizarlas efectivamente; por ejemplo, si se ponen en una bolsa vacía 4 chapitas y luego 3 chapitas, es posible asegurar que hay 7 chapitas dentro de la bolsa sumando 4 más 3, sin necesidad de contar las unidades. Por otra parte, los resultados se consideran **necesariamente verdaderos** si, para obtenerlos, se han respetado reglas matemáticas. Por ejemplo, sabiendo que $4 + 3 = 7$, podemos asegurar que $4 + 4 = 8$ sin hacer la cuenta, pues al comparar las sumas, como el segundo sumando tiene una unidad más, el resultado tendrá una unidad más.

A la vez, la obtención de nuevos resultados conlleva la necesidad de crear un lenguaje para comunicarlos. Los números, las figuras y las relaciones tienen **representaciones** cuyo uso se conviene entre los matemáticos. De esta manera, la actividad matemática en la ciencia está muy fuertemente ligada a la resolución de problemas y a un modo particular de razonar y comunicar los resultados.

Esta forma de trabajar en Matemática debería ser también la que caracterice la actividad en el aula desde los inicios de la escolaridad. Se trata de que los alumnos **entren en el juego matemático**, es decir, que se ocupen de producir conocimientos nuevos (para ellos) frente a los problemas que se les planteen, y que debatan para validarlos o no como respuestas a las preguntas formuladas. Luego, con la intervención del maestro, los reconocerán como conocimientos que forman parte de la matemática. Así, en la escuela, los niños deberían ser introducidos en la cultura matemática, es decir, en las formas de trabajar "matemáticamente".

Desde esta perspectiva, entendemos que **saber matemática** requiere dominar los conocimientos de esta disciplina para utilizarlos como instrumentos en la resolución de problemas, y también para definirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

## Reconsiderar el sentido de la matemática en la escuela

La concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. En este proceso, la escuela tiene un rol fundamental, ya que es allí donde se enseña y se aprende de un modo sistemático a usar la matemática. El tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

Cuando la enseñanza de la matemática, en lugar de plantearse como la **introducción a la cultura de una disciplina científica**, se presenta como el dominio de una técnica, la actividad matemática en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación "hay que hacer" en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo, ni en qué circunstancia hacer cada cosa.

La enseñanza que apunta al dominio de una técnica ha derivado en dificultades que ya conocemos: por una parte, aunque permite que algunos alumnos logren cierto nivel de "éxito" cuando el aprendizaje se evalúa en términos de respuestas correctas para problemas tipo, deja afuera a muchos alumnos que no se sienten capaces de aprender matemática de este modo. Por otra, lo así aprendido se demuestra claramente insuficiente en el momento en que se trata de usar los conocimientos para resolver situaciones diferentes de aquellas en las que se aprendieron.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, y se pasa de uno a otro y a otro sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado. Trabajar sólo resolviendo problemas, sin explicar o fundamentar "matemáticamente", también es insuficiente. Quienes trabajan de este modo, sin duda, no aprenden lo mismo que quienes, tras resolver esos mismos problemas, deben luego explicitar los procedimientos realizados y analizar las diferentes producciones o, a partir de los cuestionamientos de otros compañeros, argumentar sobre su propio punto de vista o dar razones sobre sus objeciones.

El trabajo que implica volver sobre lo realizado exige siempre una explicitación, un reconocimiento y una sistematización del conocimiento implicado en la resolución de los problemas, las formas de obtenerlo y validarlo. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela –las nociones y formas de trabajar en matemática– no tendrán a futuro las mismas posibilidades de reutilización.

En síntesis, "cómo" se hace matemática en el aula define al mismo tiempo "qué" matemática se hace, y "para qué" y "para quiénes" se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la matemática de unos pocos o de todos.

## Priorizar un tipo de trabajo matemático

Resulta pues vital que prioricemos en la escuela, desde el momento en que los niños se inician en el estudio de la matemática, la **construcción del sentido** de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos, para promover así un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos y que suponga para cada uno:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas.
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutirlas con los demás, confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.
- Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.

## Elegir los problemas

Estamos afirmando que el sentido de los conocimientos matemáticos se construye al resolver problemas y reflexionar sobre ellos. Esto nos plantea, en principio, algunos interrogantes centrales: ¿qué problemas presentamos?, ¿cómo conviene seleccionar el repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo particular de alumnos?

Cuando el conjunto de problemas elegidos para tratar en clase una noción matemática no es suficientemente representativo de la diversidad posible a abordar en el año escolar correspondiente, es probable que los alumnos sólo puedan utilizarla en contextos limitados, haciendo uso de representaciones estereotipadas y en situaciones muy similares a las que estudiaron en la escuela.

Es por ello que decimos que, al elegir o construir problemas para enseñar una noción con el propósito de que los alumnos construyan su sentido, debemos tener en cuenta una diversidad de contextos, significados y representaciones.

Asimismo, habrá que considerar distintas relaciones posibles entre datos e incógnitas, para no fomentar una idea estereotipada de problema y cuidar que, para ese conjunto de problemas, la noción que se quiere enseñar sea la "herramienta matemática" más eficaz que permite resolverlos.

Consideramos que cada actividad constituye un **problema matemático** para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir, si estos le permiten iniciar la resolución del problema y, para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándolas y estableciendo nuevas relaciones.

En este sentido, la actividad que puede resultar problemática para un alumno no lo es necesariamente para otro, dependiendo de los conocimientos de que dispone. Así, para atender la heterogeneidad en cada grupo de alumnos respecto de sus conocimientos iniciales y dar a todos la posibilidad de construir una solución, es necesario plantear buenas preguntas, admitir diferentes procedimientos para responderlas y, luego, discutir sobre ellos.

Por ejemplo, si en un grupo de alumnos de 2º año/grado se trata de avanzar hacia el cálculo de multiplicaciones de números de 2 cifras por números de 1 cifra –habiendo resuelto ya problemas donde se multiplicaron dígitos entre sí y dígitos por 10–, se les puede preguntar cuántas baldosas hacen falta para armar un friso de 25 baldosas de largo y 4 de ancho. Algunos sumarán 4 veces 25; otros podrían sumar 4 + 25; otros pensarán que 2 frisos de 25 son 50 y sumarán 50 + 50; otros multiplicarán y sumarán 10 x 4 + 10 x 4 + 5 x 4; mientras que otros podrían hacer un dibujo con las filas y columnas de baldosas como apoyo para cualquiera de los procedimientos anteriores o para contarlas. El docente tendrá luego que plantear nuevas preguntas que pongan en evidencia que algunos de los procedimientos utilizados son ineficientes, costosos o inadecuados. Así, si en el ejemplo se quiere en una segunda instancia que los procedimientos de conteo y suma de sumandos iguales sean dejados de lado para avanzar hacia 25 x 4, se puede modificar la consigna pidiendo que la resuelvan, por ejemplo, realizando cálculos con al menos una multiplicación.

En síntesis, presentar un problema requiere, por una parte, elegir una pregunta adecuada a los conocimientos del grupo de alumnos y abrir su resolución a una variedad de estrategias, confiando en que todos los niños pueden hacerlo de algún modo. Por otra parte, habrá que trabajar con los conocimientos que surjan para avanzar hacia los que se quiere enseñar por medio del planteo de nuevas preguntas.

### Los contextos

Se parte de la idea de que una noción matemática cobra sentido a partir del conjunto de problemas en los cuales resulta un instrumento eficaz de resolución. Esos problemas constituyen el o los contextos para presentar la noción a los alumnos. Por ejemplo, el cálculo de puntos en un juego, la construcción de una figura, la elaboración de un procedimiento para realizar un cálculo son contextos posibles para presentar la suma, los rectángulos o la propiedad conmutativa.

Para cada noción es posible considerar diferentes contextos que nos permitan plantear problemas en los que la resolución requiera su uso. Estos contextos podrán ser matemáticos o no, incluyendo entre estos últimos los de la vida cotidiana, los ligados a la información que aparece en los medios de comunicación y los de otras disciplinas.

Por ejemplo, la noción de multiplicación es frecuentemente introducida por medio de la resolución de problemas en los que una misma cantidad se repite un cierto número de veces, como cuando se pregunta por el precio total de varios artículos del mismo precio. En este caso, se trata de un contexto no matemático de la vida cotidiana. También habrá que plantear por qué para calcular $3 + 3 + 3 + 3$ es posible realizar una multiplicación, pero no se puede para $3 + 4 + 5$. En este caso se trata de un contexto matemático.

En ambos planteos, la multiplicación es el instrumento que resuelve el problema: la noción está contextualizada y “funciona” en esos casos particulares. En este sentido, al producir la solución, el alumno sabe que en ella hay conocimiento matemático, aunque no logre identificar cuál es. Para que pueda reconocerlo, tendremos que intervenir nombrando las nociones del modo en que se usan en la disciplina y reformulando las conclusiones alcanzadas por el grupo con representaciones lo más próximas posibles a las convencionales, es decir, reconociendo como conocimiento matemático el que se usó como instrumento de resolución, ahora independientemente del contexto.

Al presentar cada noción en diferentes contextos, y descontextualizarla cada vez, se amplía el campo de problemas que los alumnos pueden resolver con ella. De este modo, los chicos avanzan en la construcción de su sentido.

En todos los casos, los contextos tendrán que ser significativos para los alumnos, es decir que implicarán un desafío que puedan resolver en el marco de sus posibilidades cognitivas y sus experiencias sociales y culturales previas. Asimismo, los conocimientos involucrados en el problema deberán cobrar interés para ellos y ser coherentes desde el punto de vista disciplinar.

Al interactuar en su vida social, los niños aprenden las prácticas habituales de cada comunidad y construyen saberes, algunos de los cuales están ligados a la matemática. Son estos saberes los que debemos recuperar en la escuela para vincularlos con los conocimientos que deben aprender, ya sea para reconocerlos como parte de ellos y sistematizarlos, como para utilizarlos en nuevos contextos. De este modo, es esperable que los alumnos puedan incorporar en su vida cotidiana nuevas prácticas superadoras y valorar el aporte brindado por la escuela para su adquisición.

Los resultados de investigaciones realizadas sobre el uso de conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana, como al hacer compras de alimentos, dan cuenta de los múltiples factores que determinan las decisiones que tomamos acerca de “cuánto” compramos y muestran que a veces no utilizamos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, tenemos en cuenta las preferencias o necesidades de los integrantes de la familia y no sólo la relación precio/cantidad. Al formular ese tipo de problemas con propósitos de enseñanza, seleccionamos algunos datos que intervienen en la situación o contexto real. Así, las relaciones que se establecen entre los datos para encontrar la respuesta están más relacionadas con los conocimientos que se quieren enseñar que con la situación real que da origen al problema.

Al elegir los problemas, también es esencial revisar los enunciados y las preguntas que presentamos, pues muchas veces se incluyen preguntas que carecen de sentido en sí mismas, pues no aluden a problemas reales o verosímiles. Por ejemplo, si en un enunciado se habla de la suma de las edades de dos hermanos o de la cantidad de hormigas de dos hormigueros, cabe preguntarse quién puede necesitar estos valores y para qué.

Un contexto muy utilizado en la clase de matemática es el de los juegos. El sentido de incluirlo va más allá de la idea de despertar el interés de los alumnos. Jugar permite “entrar en el juego” de la disciplina matemática, pues se eligen arbitrariamente unos puntos de partida y unas reglas que todos los participantes acuerdan y se comprometen a respetar. Luego, se usan estrategias que anticipan el resultado de las acciones, se toman decisiones durante el juego y se realizan acuerdos frente a las discusiones.

No debemos perder de vista que, al utilizar el juego como una actividad de aprendizaje, la finalidad de la actividad para el alumno será ganar, pero nuestro propósito es que aprenda un determinado conocimiento. Por eso, el hecho de jugar no es suficiente para aprender: la actividad tendrá que continuar con un momento de reflexión durante el cual se llegará a conclusiones ligadas a los conocimientos que se utilizaron durante el juego. Luego, convendrá plantear problemas de distinto tipo en los que se vuelvan a usar esos conocimientos: partidas simuladas, nuevas instancias de juego para mejorar las estrategias, tareas a realizar con los conocimientos descontextualizados.

### Los significados

Cada noción matemática resuelve un cierto conjunto de problemas; sin embargo, no tiene el mismo significado en todos los casos. Por ejemplo, si trabajamos la suma de números naturales, podemos enunciar dos problemas que se puedan resolver realizando el cálculo 4 + 5. En el problema “En el cumpleaños de Jimena me regalaron 5 caramelos. Yo tenía 4 caramelos guardados, ¿cuántos tengo ahora?”, las cantidades son 4 y 5 caramelos, es decir que son del mismo tipo. En cambio en el problema “Para dar premios en un juego, llevamos a la escuela algunas golosinas. Ale llevó 4 caramelos y 5 bombones. ¿Cuántas golosinas llevó?”, las cantidades son de dos clases distintas –caramelos y bombones– que, sin embargo, pueden ser reunidos en una sola clase: golosinas.

Además, en ambos problemas, se establecen diferentes relaciones entre las cantidades involucradas. En el primer problema, se trata de un aumento de la cantidad de objetos de una colección inicial –aquí **sumar** significa **agregar**–; mientras que en el segundo, se juntan los elementos de dos colecciones; en este caso, sumar significa **reunir**. En estos ejemplos presentamos sólo dos de los posibles significados de la suma, pero, al variar las relaciones que se pueden establecer entre las cantidades involucradas, es posible considerar otros para esta operación.

Por otra parte, para el mismo significado de una operación es posible plantear problemas en los que varíe el tamaño de los números –de una cifra, dos, etc.– y las magnitudes correspondientes a las cantidades. En este sentido, es importante incluir algunos en los que estas sean discretas, como la cantidad de caramelos, y otros en los que sean continuas, como la longitud o el peso.

Al planificar es importante tener en cuenta que, a lo largo de su recorrido por el Primer Ciclo, los alumnos deben ir trabajando con los diferentes significados de las operaciones básicas, variando también el tamaño de los números y las magnitudes involucradas, lo que supondrá construir un conjunto de problemas de diferentes niveles de complejidad.

### Las representaciones

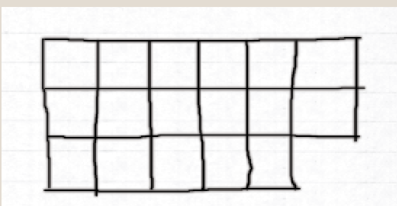
En el conjunto de problemas que seleccionamos también es necesario tener en cuenta las distintas representaciones posibles de la noción que queremos enseñar, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en sus distintas representaciones pudiendo elegir la más conveniente y pasar de una a otra en función del problema a resolver.

Por ejemplo, para representar una colección cualquiera de diecisiete elementos, es posible escribir, entre otras, las siguientes expresiones:

17 14 + 3 1 x 10 + 7 5 x 3 + 2 XVII

Entre todas las representaciones anteriores, en la escuela se enseña 17 o 14 + 3 desde $1^{\text{er}}$ año/grado; 1 x 10 + 7 o 5 x 3 + 2 desde $2^{\text{o}}$ y, por último, XVII.

En el aula pueden aparecer otras representaciones ligadas con los procedimientos de resolución que realizan los alumnos. Por ejemplo, si los diecisiete elementos se encuentran en el enunciado de un problema que requiere contar objetos que están o no ordenados en forma rectangular –como las baldosas de un patio o una cantidad de figuritas–, podrían aparecer la cuadrícula o los palitos.



En estos casos, las representaciones deberían ser analizadas en el grupo, socializadas para darles un lugar entre los conocimientos construidos en la clase, para que luego el docente pueda incluirlas en las actividades que presente. Asimismo, a las representaciones producidas por los alumnos es posible agregar otras cuyo tratamiento el maestro considere necesario.

Estas representaciones pueden tener sólo un valor local, es decir, particular para ese problema o uno similar. Por ejemplo, dibujar palitos no resulta económico cuando hay que tratar con cantidades grandes ya que es más complejo dibujar y contar muchos elementos.

Otras representaciones, en cambio, pueden evolucionar para adaptarse a nuevos problemas. Por ejemplo, para representar productos de números más grandes se puede dibujar un rectángulo y colocar los números de su ancho y su largo sin necesidad de dibujar las líneas de la cuadrícula.

De ser posible, es preferible que la necesidad de usar otra representación sea descubierta por el propio alumno frente a la insuficiencia de una anterior. El tiempo que aparentemente se “pierde” en este trabajo de hacer evolucionar las representaciones en función de la necesidad de “economía” se gana en significatividad de estas representaciones para el alumno.

Del mismo modo, el uso o no de materiales "concretos" debería ser decidido por el alumno en función de sus necesidades, las que están ligadas al estado de sus conocimientos. Por ejemplo, para trabajar con cantidades en los primeros años/grados, algunos alumnos usarán objetos como palitos de helado o tapitas; otros, marcas sobre papel o los dedos, y otros emplearán números. Poner aquellos a su disposición puede ser parte de la consigna, pero habrá que cuidar que en esta se dé lugar al uso de otros caminos, pues, de lo contrario, no se estará promoviendo la anticipación propia de la actividad matemática, que en este caso implica usar otras formas de representación. Si se ha pedido que todos traigan tapitas de la casa, se pueden ubicar en una caja de material común y plantear que cada uno las busque cuando las necesite. Esto muestra el importante papel que tienen las consignas, dado que sintetizan las condiciones para la resolución del problema.

Al plantear los problemas, deberemos promover que la representación que cada alumno utilice sea una forma de expresar lo que está pensando, y que el debate posterior a las producciones sobre la pertinencia y economía de estas permita su evolución hacia las representaciones convencionales.

Cuando los chicos van avanzando en su disponibilidad de diferentes formas de representación de una misma noción, será conveniente que sean ellos los que elijan una u otra, en función de la situación que intentan resolver.

Que los alumnos vayan evolucionando desde las formas personales que usan para resolver los problemas hasta las convencionales que se utilizan en Matemática será una tarea a largo plazo.

### Las relaciones entre datos e incógnitas

Algunos de los problemas que se presentan y funcionan como contexto para utilizar una noción tienen el propósito de trabajar lo que denominamos **tratamiento de la información**. En estos casos, lo que se pone en juego es la relación entre los datos y las incógnitas.

Muchas veces detectamos que los alumnos intentan resolver el problema que les presentamos sin pensar el enunciado, buscando sólo qué operación deben realizar para solucionarlo. Esa forma de enfrentarse al problema está fomentada por muchos enunciados que forman parte de la tradición escolar y por el tratamiento que se les da en clase. Suelen aparecer todos los datos necesarios para responder la pregunta que se hace y esta se refiere al resultado de una operación entre ellos. Asimismo, el maestro que ya enseñó los cálculos propone a los alumnos que identifiquen "la" operación y espera que resuelvan el problema sin dificultad.

Una manera de modificar esta cuestión es generar en los chicos la necesidad de leer e interpretar el enunciado del problema y, por lo tanto, de construir una representación mental de la situación que les permita encontrar algún procedimiento de resolución. Para ello, será necesario variar tanto la forma de presentación del enunciado como el tipo de tarea que el alumno debe realizar.

Los enunciados pueden ser breves relatos, tener datos "de más" e incluir imágenes. Las preguntas también serán variadas: algunas no se podrán contestar, otras se contestarán con un dato y sin operar, y otras requerirán hacer una operación, pero la respuesta podrá ser una información diferente del resultado de la operación. También los alumnos podrán proponer problemas, para lo cual se puede dar información y pedir que formulen preguntas o presentar datos y respuestas para elaborar una pregunta que los relacione. A la vez, tendremos que organizar la clase de modo que cada alumno pueda interpretar el problema y tomar una primera decisión autónoma a propósito de su resolución.

## Construir condiciones para resolver problemas

Para que cada alumno se involucre en el juego matemático, además de elegir un problema desafiante pero adecuado para sus conocimientos, y en el que la noción a enseñar sea un instrumento eficaz de resolución, es necesario tener en cuenta el siguiente conjunto de condiciones: los materiales necesarios, las interacciones derivadas de la forma de organizar la clase y nuestras intervenciones durante su transcurso.

Cuidar estas condiciones, anticiparlas al planificar la clase, es, en realidad, uno de nuestros grandes desafíos como maestros.

### Las situaciones de enseñanza

En algunas ocasiones, la tarea que se propone al alumno puede presentarse sólo mediante el enunciado de un problema, o con una pregunta para un conjunto bien elegido de cálculos, o con un interrogante que deba ser respondido a partir de una información publicada en el diario o en la publicidad de una revista. En otras ocasiones, habrá que proporcionar los instrumentos de geometría para realizar una construcción o los materiales para un juego –sean estos cartas, dados y tablas para anotar puntajes, una pista numerada y fichas para marcar las posiciones, el croquis de un recorrido, etc.–. En todos los casos, una primera condición es asegurarnos de tener disponibles los **materiales** a utilizar.

También habrá que anticipar cuál es el **tipo de interacciones** que queremos que se den para organizar distintos momentos de la clase: las de los alumnos con el maestro, de los alumnos entre sí, y entre cada alumno y el problema. Habrá que proponer, según convenga y de manera no excluyente, momentos de trabajo en forma individual, en pequeños grupos o con toda la clase.

Los niños podrán realizar diferentes tareas. En algunas ocasiones, trabajarán usando los conocimientos matemáticos de manera implícita, sin nombrarlos ni escribirlos, por ejemplo, al medir, construir, decidir cómo jugar o contar. En otras, utilizarán los conocimientos matemáticos de manera explícita: tendrán que describir cómo midieron o contaron, qué instrumentos usaron para construir y qué hicieron en cada paso, o producirán un instructivo para que otro construya una figura o realice un cálculo, explicarán por qué decidieron utilizar un procedimiento u otro, cómo pueden comprobar que un resultado es adecuado. También darán razones para convencer a otro compañero de que los números encontrados o las figuras dibujadas cumplen con las condiciones del problema; tendrán que argumentar sobre si un procedimiento es o no correcto, o en qué casos una afirmación es verdadera.

Al anticipar el desarrollo de la clase y prever las condiciones necesarias para que ocurran las interacciones que nos interesan, diseñamos una **situación problemática** a propósito del conocimiento que queremos enseñar. Esta situación incluye un conjunto de elementos y relaciones que estarán presentes en la clase: el problema, los materiales, una cierta organización del grupo, un desarrollo con momentos para diferentes intercambios. Al planificar, también anticipamos los diferentes procedimientos y las representaciones que podrán usar los alumnos, nuestras preguntas y las conclusiones posibles.

### La gestión de la clase

Hemos planteado ya que, para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que buscamos promover, serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase.

El trabajo de resolución de problemas que se propone en este enfoque genera muchas veces inseguridad. Pensamos ¿cómo voy a presentar este problema si no muestro antes cómo hacerlo?, ¿cómo voy a organizar la clase si cada uno responde de una manera distinta? o ¿cómo voy a corregir si hay distintos procedimientos en los cuadernos?

Respecto de la primera pregunta, para iniciar el aprendizaje de un nuevo conocimiento en el proyecto de cada año escolar, tendremos que **presentar un problema** asegurándonos de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se les propone. Para que cada alumno acepte ocuparse de él, es esencial generar el deseo de resolverlo. Este tipo de intervención, que busca que el alumno se haga cargo de la resolución, es siempre parte del inicio de la clase, pero puede reiterarse en distintos momentos, toda vez que sea necesario y oportuno. Es una invitación para que el chico resuelva por sí solo y no una orientación sobre cómo debe hacerlo.

Para comenzar, los niños lo **resuelven** de manera individual o en pequeños grupos, con diferentes procedimientos, según los conocimientos de los que dispone cada uno. Por ejemplo, en 1er año/grado, cuando aún no se enseñó a sumar, es posible plantear a los niños que averigüen la cantidad de lápices que quedaron en una caja luego de que un alumno puso allí 9 y otro sacó 5, contándolos frente a todos en ambos casos. Los niños podrán recurrir a una variedad de procedimientos para resolver la consigna: algunos usarán los dedos; otros, dibujitos; otros, el material concreto disponible; unos, una tabla con números u otros cálculos.

Luego, habrá que dar lugar a un **intercambio** del que participen todos los alumnos y en el que se vayan explicando las diferentes aproximaciones al conocimiento que se quiere enseñar, y debatir sobre ellas. Al analizar las diferentes soluciones, tendremos que valorizar de igual modo todas las producciones, ya sea que permitan o no arribar a una respuesta al problema planteado.

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados por los chicos, es necesario animarlos a **dar razones** de lo realizado, a explicar por qué lo hicieron de cierta forma, a argumentar sobre la validez de sus producciones. Esto les permitirá volver sobre lo que han pensado para analizar sus aciertos y errores y controlar, de este modo, el trabajo. Alentarlos a hablar o participar a aquellos que no lo hacen espontáneamente significa trabajar suponiendo que los chicos pueden progresar y no que van a fracasar.

Este trabajo incorpora a los alumnos en el proceso de evaluación en un lugar diferente del habitual, donde quedan a la espera de la palabra del docente que les ratifica de inmediato si lo que hicieron está bien o no. Si han asumido como propia la tarea de resolución, querrán saber si lo producido es o no una respuesta a la pregunta que organizó el quehacer matemático en el aula. Es en el debate que el conjunto de la clase dará por válida o no una respuesta, lo que llevará a la modificación de los procedimientos que conducen a errores.

En un comienzo, las razones que los alumnos den al debatir se apoyarán en ejemplos, comprobaciones con materiales, como contar chapitas, plegar papeles o tomar medidas, entre otros casos, para luego avanzar hacia el uso de propiedades. A la vez, estas últimas se enunciarán con distintos niveles de formalización: por ejemplo, de *podés hacer 4 + 3 y te da lo mismo que 3 + 4,* en el Primer Ciclo, a: *al sumar es posible conmutar,* en el Segundo Ciclo.

Con la intervención del maestro, se reconocerán y sistematizarán los saberes que se van descubriendo. Esta tarea de establecer relaciones entre las conclusiones de la clase y el conocimiento matemático al que se pretende llegar, introduciendo las reglas y el lenguaje específicos, y entre los conocimientos ya conocidos y los nuevos, es una tarea que está siempre a cargo del maestro y que resulta imprescindible para que los alumnos identifiquen qué han aprendido. Para esto, no tenemos que basarnos en ningún esquema rígido. Esas intervenciones pueden darse en distintos momentos, siempre que sean oportunas; es decir que lleguen después de que los alumnos hayan desplegado sus propios razonamientos.

El camino propuesto no implica diluir la **palabra del maestro**. Cuando los chicos están resolviendo los problemas solos o con su grupo, el maestro podrá pasar cerca de cada uno, atendiendo lo que van haciendo, los términos que usan, lo que escriben, quiénes no participan y quiénes siguen atentamente –aun sin hablar– lo que hacen sus compañeros. De tal modo, el maestro tendrá un registro del conjunto de conocimientos que se despliegan en la clase. Esta información será fundamental para tomar decisiones en el momento del debate: ¿qué grupo conviene que hable primero?, ¿cuáles tienen una respuesta similar? Esto permitirá optimizar el tiempo dedicado a la puesta en común de manera que no resulte tediosa para los alumnos.

El docente tampoco queda al margen del debate de la clase, ya que es él quien lo conduce. A veces, las conclusiones a las que los chicos llegan en conjunto son parcialmente válidas, constituyen una respuesta provisoria a la pregunta planteada. Allí, el maestro podrá decir, por ejemplo: *Por ahora acordamos que resolvemos así; en la próxima clase lo seguiremos viendo.* De esta manera, interviene en el proceso sin anticiparse, pero dejando marcas, planteando alguna contradicción. Así no invalidaremos el trabajo de la “comunidad clase”, pero dejaremos instalado que hay alguna cuestión que hay que seguir discutiendo.

En relación con el modo de **organizar la clase** frente a las distintas respuestas y tiempos de trabajo de los niños, consideremos la forma habitual. Los docentes usualmente planteamos situaciones para que sean resueltas por todo el grupo, lo que nos permite valorar, corregir, hacer señalamientos como ayuda, aceptando las intervenciones de los alumnos.

Es cierto que es más fácil llevar adelante el trabajo colectivo sobre un único procedimiento, pero de este modo se corre el riesgo de que sólo un grupo de alumnos participe activamente siguiendo al maestro, mientras otros se quedan al margen de la propuesta; y aunque todos lo siguieran, lo aprendido se limita a una única manera de pensar.

La alternativa que proponemos a la organización habitual de la clase, según nuestros objetivos, será organizar la actividad de distintas maneras: individual, por pares o grupos de más alumnos, y aun con distintos tipos de tareas para cada grupo o dentro del mismo grupo, alentando la movilidad de los roles y estando atentos a la posible configuración de estereotipos que, lamentablemente, algunas veces hacen que la discriminación se exprese en la clase de

Matemática. Tanto los momentos de trabajo individual como los compartidos en grupo aportan al alumno un tipo de interacción diferente con el conocimiento, por lo que ambos deberán estar presentes en la clase.

Muchas veces, cuando estamos a cargo de un **plurigrado**, separamos a los niños según el año/grado que cursan y el tema sobre el que están trabajando, y vamos atendiendo a un grupo por vez. Sin embargo, en ocasiones, convendría agruparlos “entre” años, según los conocimientos disponibles y el criterio de avance compartido, y trabajar con un mismo conocimiento. Aquí, lo importante será variar los significados y/o los contextos de uso, para que cada grupo se enfrente con la complejidad que exigen las diferentes posibilidades de aprendizaje y de intereses.

En la propuesta, el **cuaderno** tiene diferentes funciones: en él, cada chico ensaya procedimientos, escribe conclusiones que coinciden o no con su resolución y, eventualmente, registra sus progresos, por ejemplo, en tablas en las que da cuenta del repertorio de cálculos que ya conoce. De este modo, el cuaderno resulta un registro de la historia del aprendizaje y los docentes podemos recuperar las conclusiones que los alumnos hayan anotado cuando sea necesario para nuevos aprendizajes.

En este sentido, conviene además conversar con los padres que, acostumbrados a otros usos del cuaderno, pueden reclamar o preocuparse al encontrar en él huellas de errores que para nosotros juegan un papel constructivo en el aprendizaje. De todos modos, es recomendable discutir con el equipo de colegas de la escuela cómo se registra en el cuaderno la presencia de una producción que se revisará más adelante.

También el **pizarrón** tiene diferentes funciones. Allí aparecerá todo lo que sea de interés para el grupo completo de la clase, por ejemplo: los procedimientos que queremos que los alumnos comparen, escritos por un representante del grupo que lo elaboró o por el maestro, según lo que parezca más oportuno. Convendrá usar también papeles afiche o de otro tipo para llevar el registro de las conclusiones –como tablas de productos, acuerdos sobre cómo describir una figura, etc.– para que el grupo las pueda consultar cuando sea necesario.

Promover la **diversidad de producciones** es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y de poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la matemática.

Es muy importante instalar en la escuela las condiciones necesarias para que los niños sientan que los **errores** y los **aciertos** surgen en función de los conocimientos que circulan en la clase, es decir que pueden ser discutidos y validados con argumentos y explicaciones. Es así como pretendemos que los niños vayan internalizando progresivamente que la matemática es una ciencia cuyos resultados y progresos se obtienen como consecuencia necesaria de la aplicación de ciertas relaciones y del debate entre quienes las plantean, y no como una práctica de la adivinación o del azar o un saber que no sufre transformaciones.

De todos modos, sabemos que seleccionar problemas y secuencias de actividades que puedan ser abordadas por los alumnos de la clase con distintas herramientas, e intervenir convenientemente para que todos puedan avanzar, supone para nosotros una dificultad mucho mayor que la de presentar un problema que la mayoría resuelve de la misma manera. Quizá nos dé un poco de tranquilidad saber que a trabajar en grupo se aprende y que, en el inicio de este aprendizaje, hay que tolerar una cuota de desorganización, hasta que los alumnos incorporen la nueva dinámica.

Una cuestión ligada a la organización de la enseñanza que conviene tener en cuenta es la de articular, en cada unidad de trabajo, algún conjunto de actividades que formen una **secuencia** para desarrollar cierto contenido. El criterio que utilizamos al presentar algunos ejemplos en el apartado “Propuestas para la enseñanza” es que en cada nueva actividad de una misma secuencia se tome como conocimiento de partida el que ha sido sistematizado como conclusión en la anterior.

Otra cuestión también ligada a la elaboración de una unidad de trabajo, y que permite mejorar el **uso del tiempo de clase**, es la articulación de contenidos. Por ejemplo, la “designación oral y representación escrita de números” y “la identificación de regularidades de la serie numérica”, expresadas en los NAP de 1er año/grado, pueden abordarse en una misma unidad y aun en una misma secuencia. Por ello, es conveniente tener en cuenta que la presentación de los NAP no indica un orden de enseñanza y que, antes de armar las unidades, es indispensable tener un panorama de la totalidad de la propuesta.

## Evaluar para tomar decisiones

En cuanto a los objetivos con que presentamos los problemas, podemos plantear distintas opciones: para introducir un tema nuevo, para que vuelvan a usar un conocimiento con el que trabajaron pero en un contexto distinto o con un significado o representación diferentes, o para recuperar prácticas ya conocidas que les permitan familiarizarse con lo que saben hacer y lo hagan ahora con más seguridad. Pero los problemas son también un tipo de tarea que plantearemos para evaluar.

Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el **estado de los saberes de los alumnos**, para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.

Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades.

El modo de trabajo propuesto en estas páginas introductorias permite tomar permanentemente información sobre qué saben los chicos sobre lo que se ha enseñado o se desea enseñar. Los problemas seleccionados para iniciar cada tema pueden funcionar para tener algunos indicios de los conocimientos del grupo y considerarlos en un sentido diagnóstico para terminar de elaborar la unidad didáctica. De este modo, la evaluación diagnóstica, en lugar de focalizarse en el inicio del año, se vincula con la planificación de cada unidad.

Al considerar las producciones de los alumnos, pueden aparecer errores de diferente origen, pero muchas veces los que llamamos "errores" no son tales. Algunos de ellos están vinculados con una distracción circunstancial como copiar mal un número del pizarrón que sólo habrá que aclarar. Otros, en cambio, estarán mostrando una forma de pensar provisoria, por ejemplo, cuando los chicos dicen "al multiplicar siempre se obtiene un número mayor que cada factor". Esto último no es cierto si se considera el campo de los números racionales, pero sí lo es para un chico del Primer Ciclo que lo piensa desde sus experiencias numéricas vinculadas al campo de los números naturales.

En otros casos, se considera como error que los niños utilicen una representación distinta de la convencional. Por ejemplo, producir procedimientos de cálculo para agregar 4 a 16, y escribir la serie 17, 18, 19, 20, en lugar de $16 + 4 = 20$ sería un paso posible para evolucionar del conteo al cálculo y no un error.

Frente a los "errores" descubiertos será necesario: analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen y plantear actividades de distinto tipo. En el caso de cuestiones presentes en las producciones de muchos alumnos del grupo, habrá que volver sobre la noción involucrada en ese momento, cuestionándolos con ejemplos que contradigan sus ideas. No es evitando los "errores" que se acorta el proceso de aprendizaje, sino tomándolos que se enriquece.

## Avanzar año a año en los conocimientos de Primer Ciclo

La mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela lleva mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear un recorrido precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

El Eje “Número y Operaciones” incluye como aprendizajes prioritarios, durante el Primer Ciclo, el **uso de los números naturales** en distintas situaciones y el **análisis del valor posicional** de cada cifra en los números.

Para ello, en 1er año/grado se parte de los conocimientos que los niños tienen del recitado de algún tramo de la serie numérica para contar, así como del uso, en algunos contextos, de la numeración escrita y oral en función de cuál es su entorno inmediato y de sus experiencias. Se avanza en el intervalo conocido del recitado, en el uso de la serie oral para el conteo efectivo y en el conocimiento de la serie escrita.

Luego, las propuestas que apuntan a la idea de **valor posicional** se centran en el análisis de regularidades en distintos tramos de la serie numérica y en la producción de escrituras aditivas de los números. En tal sentido, propondremos situaciones que apunten a vincular la serie oral con la escrita, reconociendo el 28 como del grupo de los “veinti…” o del grupo de “los que terminan en 8”, y también como 20 + 8, o 20 + 5 + 3, o 10 + 10 + 8. Es esperable que los alumnos se apoyen luego en este tipo de descomposiciones para efectuar sumas y restas de este número con otros.

En 2º y 3er año/grado se continuará el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, utilizando números más grandes, pues los descubrimientos que los alumnos han hecho en 1º para los números del 1 al 100 no los generalizan a otros intervalos mayores de dicha serie, si no se trabaja sobre ellos. En 2º año/grado tendrán que analizar las regularidades en otras centenas (del 100 al 199, del 500 al 599, etc.) y en 3er año/grado, las que corresponden a los miles. En 2º y 3er año/grado también se desarrolla un trabajo vinculado con el pasaje de la descomposición aditiva a la descomposición aditiva y multiplicativa de los números, por ejemplo, para pasar de pensar 456 como 400 + 50 + 6 a pensarlo como 4 x 100 + 5 x 10 + 6 x 1.

Otro aprendizaje prioritario del Eje “Número y Operaciones” es el de las **operaciones básicas**, tanto en relación con los problemas aritméticos que resuelven como con las formas de calcular. En el Primer Ciclo, es esperable que los alumnos exploren los primeros significados de la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números naturales y que calculen en forma exacta y aproximada con distintos procedimientos, apoyándose en un repertorio de cálculos memorizados.

En relación con los significados de las operaciones, ya desde 1er año/grado se comienza con problemas de suma relativos a las ideas de agregar y reunir, y con problemas de resta vinculados con las de quitar, perder y retroceder. Si bien en este año/grado podemos iniciar el trabajo con problemas de complemento y diferencia, estos serán abordados con mayor profundidad durante 2º y 3er año/grado.

Respecto de la multiplicación, en 2º año/grado se empieza con problemas sencillos de proporcionalidad –donde se da como dato el valor unitario–; entre ellos, se incluyen aquellos que admiten una organización rectangular de los elementos, es decir, los que pueden ser colocados ordenadamente en filas y columnas. Estos continúan trabajándose en 3º, ampliando la propuesta con problemas de combinatoria que involucren poca cantidad de elementos. Simultáneamente a los problemas de multiplicación, se presentan los de división. A partir de la relación entre ambos tipos de problemas, los niños irán reconociendo en la multiplicación un conocimiento útil para resolver problemas de división. Es esperable que durante 2º año/grado los alumnos logren resolver problemas de reparto por procedimientos de conteo, de reparto uno a uno y/o por sumas o restas sucesivas. En 3er año/grado podrán utilizar, entre otros recursos, el algoritmo de la multiplicación.

En relación con las **formas de calcular**, es importante considerar como inicio del trabajo la utilización de diferentes procedimientos de cálculo en función de los conocimientos disponibles de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones antes de comenzar con los algoritmos convencionales que todos realizamos de la misma manera. Por otra parte, resultará interesante evaluar con los niños la conveniencia de utilizar el cálculo mental, por ejemplo, para 100 + 300, o el uso de algoritmos escritos, en el caso de que estén en juego números como 128 + 46.

Un trabajo reflexivo sobre el cálculo debe incluir tanto actividades de producción y memorización de repertorios y reglas como un trabajo colectivo centrado en la comparación de una variedad de procedimientos utilizados por distintos alumnos frente a un mismo problema.

Cuando se trabajan los repertorios de cálculos memorizados –aditivo, sustractivo, multiplicativo–, se propicia la toma de conciencia individual de cuáles son aquellos disponibles y, a la vez, se proponen actividades tendientes a que todos los alumnos dominen ciertos cálculos.

Asimismo es importante plantear a los alumnos situaciones que les permitan diferenciar en qué ocasiones será suficiente con realizar un cálculo aproximado –en este caso, se recurrirá a la estimación– y en cuáles será necesario una respuesta exacta. En particular, el cálculo aproximado permite anticipar y evaluar la razonabilidad del resultado.

La **construcción de los algoritmos** en $1^{er}$ año/grado está centrada en el cálculo horizontal de sumas y restas con distintos procedimientos basados en las descomposiciones aditivas. En $2^{o}$ se continúa con lo iniciado en $1^{o}$ y se comienza el trabajo con los algoritmos de la suma y de la resta que se retomarán en $3^{o}$. También en $2^{o}$, los niños podrán resolver multiplicaciones apelando a sumas reiteradas. En $3^{er}$ año/grado se abordará el algoritmo de la multiplicación y se propiciará el avance de los procedimientos de resolución de problemas de división, sin considerar el algoritmo usual.

Como parte del trabajo numérico, se considera central apuntar a la reflexión sobre **relaciones numéricas**, tanto en series de números como en cálculos, analizando semejanzas y diferencias y pudiendo establecer conclusiones, de modo que, a largo plazo, los alumnos dispongan de una red de relaciones que facilite el aprendizaje de otros conocimientos, entre ellos, nuevos cálculos. En $1^{er}$ año/grado este trabajo se centra en pensar, por ejemplo, cómo cambia un número cuando se le suma o se le resta 1 o 10 apoyándose en el estudio de las regularidades de la serie numérica, cómo cambian dos sumandos que tienen por resultado un mismo número como el 10, o cómo se modifica el resultado si en una suma se cambia un sumando por el número siguiente. Dado que en $2^{o}$ año/grado se continúa estudiando la serie numérica incluyendo otras regularidades, es posible profundizar el trabajo iniciado en $1^{o}$ planteando, por ejemplo, cómo cambia un número al sumar o restar 100. En $2^{o}$ también se puede considerar cuál es la regla que funciona en la serie de números de una tabla de multiplicar y también qué ocurre al cambiar el orden de los números en una suma y en una resta. En $3^{o}$ se avanza trabajando en el mismo sentido con los cálculos, como las sumas y restas de centenas, y relacionando las distintas tablas de multiplicar entre sí.

Al hablar de **tratamiento de la información**, nos referimos a un trabajo específico que permita a los alumnos desplegar ciertas capacidades, como interpretar la información que se presenta en diferentes portadores (enunciados, gráficos, tablas, etc.), seleccionar y organizar la información necesaria para responder preguntas, diferenciar datos de incógnitas, clasificar los datos, planificar una estrategia de resolución, anticipar resultados, etc. Para ello, es oportuno formular preguntas que involucren el uso de solo algunos datos o que necesiten incluir datos que deberán investigarse pues no están presentes, que tengan una, muchas o ninguna respuesta e, incluso, alguna que se responda solo identificando parte de la información presente.

La lectura y organización de la información y la recolección y organización de la información obtenida puede iniciarse en $1^{er}$ año/grado con propuestas en las que la información se presente en imágenes (de un mercado, de una plaza) para luego elaborar tablas o cuadros de doble entrada, etc. El registro de los puntajes de un juego es un momento propicio para reflexionar acerca de cómo organizar una información para que pueda ser entendida por todos con cierta rapidez. En 2º y 3er años/grados continuaremos con lo iniciado en 1º y avanzaremos con situaciones que requieran la interpretación de mayor cantidad de datos contenidos en soportes, como en un gráfico de barras, proponiendo “leer” la información contenida y estableciendo relaciones entre las diferentes magnitudes involucradas.

En el Eje “Geometría y Medida” incluimos el estudio del **espacio**. Los niños construyen, desde pequeños, un conjunto de referencias espaciales mediante la manipulación de objetos y de su progresiva posibilidad de moverse y explorar espacios de diferentes tamaños. Esas referencias espaciales se articulan progresivamente en un sistema que permite ubicar los objetos en el espacio sensible.

Es por eso que en el Primer Ciclo planteamos problemas que ponen en conflicto la referencia inicial del propio cuerpo y que demuestran la insuficiencia de estructurar el espacio sin otros referentes, permitiendo avanzar en la construcción de nuevas referencias que articulen tanto la posición de los sujetos como la de los objetos. Para resolver los problemas, los niños tendrán que describir e interpretar relaciones que les permitan ubicar posiciones, realizar recorridos y comenzar a conocer el espacio representado en diferentes croquis y planos.

En paralelo con el estudio del espacio, se estudian las **formas** de dos y tres dimensiones. Para ello, es posible comenzar a trabajar con las **figuras** y los **cuerpos** sin relacionarlos necesariamente con objetos del mundo sensible. Entre los problemas que pueden presentarse, son fundamentales aquellos en los que los niños deben describir una forma y los que apuntan a la copia, el dibujo, la construcción de una figura o el armado de un cuerpo.

La diferencia en los problemas de descripción a lo largo del ciclo estará dada por las propiedades de las figuras que se incluyan: bordes rectos o curvos, número de lados y de vértices, y ángulos rectos o no, para el caso de las figuras; superficies curvas o planas, número y forma de las caras para el caso de los cuerpos.

En los problemas de copia, dibujo o construcción, la diferencia estará dada no sólo por las propiedades de las figuras sino también por el tipo de papel con que se trabaje, los instrumentos de geometría que se usen y los datos que se den sobre la figura a construir.

En todos los casos, habrá que tener en cuenta diferentes conjuntos de figuras en función de las actividades que se propongan. Al resolver estos problemas, los alumnos irán construyendo algunas propiedades de esas figuras y cuerpos, y apropiándose de un vocabulario específico.

En relación con la noción de **medida**, en el Primer Ciclo las actividades que se desarrollan apuntan a considerar diversas situaciones en las que medir resulte absolutamente necesario. Se trata de introducir a los niños en esta problemática, provocar algunas conversaciones para que expresen sus ideas y ponerlas en discusión. De esta manera, planteamos algunos problemas que permiten a los alumnos construir el sentido de esta práctica social al variar los contextos en los que se requiera la medición y analizando el proceso de medir.

En 1er año/grado, los niños se iniciarán en la medición de longitudes, capacidades y pesos, y en el uso del calendario para ubicarse en el tiempo. En 2º, resolverán problemas con el objetivo de conocer las unidades convencionales más usuales: el metro, el centímetro, el litro, el kilogramo y el gramo, realizando mediciones y estimaciones de las magnitudes mencionadas en objetos de su entorno y discutiendo la forma de escribir la medida. En 3º se avanzará respecto de 2º mediante la inclusión de unidades que sean mitades y cuartas partes de las unidades más usuales.

También, en relación con los conocimientos incluidos en este Eje, se podrá realizar un trabajo de tratamiento de la información, planteando problemas con datos presentados de diferentes formas: en un gráfico, a partir de instrucciones ordenadas, con un enunciado que describe características de las figuras, de las relaciones o de las cantidades, etc. Asimismo, convendrá que la respuesta involucre una, muchas o ninguna solución e, incluso, que alguna se responda sólo identificando determinada información presente.

## Articular el trabajo en la clase de 2º año/grado

Al organizar unidades de trabajo, es recomendable plantear en forma articulada los contenidos propios de cada eje y de los diferentes ejes, teniendo en cuenta cuáles pueden desarrollarse en paralelo y cuáles deberian preceder a otros. Por otra parte, será necesario plantear algunas situaciones donde haya que recurrir a conocimientos de distintos ejes para resolverlas.

En relación con la **articulación del trabajo numérico**, en el inicio del año, habrá que considerar el intervalo de los números del 1 al 100 ya estudiado en 1º, para plantear situaciones en las que haya que registrar o interpretar cantidades y posiciones, leer y escribir números. En la misma unidad didáctica, se podrán incluir situaciones en las que se agregan o quitan elementos en colecciones para que los alumnos las resuelvan con sumas o restas, y avanzar luego en la discusión sobre los problemas que puedan resolverse tanto con sumas como con restas.

Al avanzar el año, el conocimiento de la serie numérica progresará al considerar no solo la progresión habitual de 100 en 100, sino también el análisis de distintos intervalos o de números más grandes de 1000 y que posibiliten estudiar las regularidades de la serie, aunque no se opera aún en esos intervalos.

Al mismo tiempo, se podrá dar lugar al trabajo con las cuatro operaciones. Para la suma y la resta la complejización tendrá en cuenta no solo el tamaño de los números sino la variedad de problemas en cuanto a su significado y a la posibilidad de incluir varias preguntas.

Respecto del trabajo con problemas del campo multiplicativo, aunque haya sido iniciado en 1º resolviendo problemas con sumas de sumandos iguales, es trabajo de 2º asociar a esas sumas la escritura multiplicativa para los diferentes significados posibles de aquella. Asimismo, al presentar los problemas de partición y reparto con números de una o dos cifras, se podrá comenzar a establecer relaciones entre la multiplicación y la división.

Para avanzar en el trabajo sobre el cálculo, tanto de memorización como de reflexión, es necesario que los alumnos se apoyen en los problemas resueltos antes, para poder otorgar un significado a las operaciones. Por otra parte, recordar algunas sumas y productos, por ejemplo, las sumas de iguales, sumas a 10, dobles, o que es lo mismo hacer 8 x 2 que 2 x 8, facilitará la posibilidad de operar con números más grandes.

En lo referido a la **articulación del trabajo geométrico, espacial** y **de medida** es posible considerar, por ejemplo, actividades donde haya que copiar o dictar una cierta configuración en la que figuras de distintas formas geométricas están ubicadas en diferentes posiciones. Si la configuración inicial debe ser idéntica a la copiada, se pondrán en juego las medidas de los lados de las figuras incluidas.

El trabajo con las nociones espaciales y geométricas no requiere el desarrollo previo de contenidos numéricos, por lo que su tratamiento puede iniciarse desde el comienzo del año escolar, alternando unidades dedicadas a cada eje.

En cuanto a la **articulación entre el trabajo numérico y el de medida,** es conveniente proponer problemas en donde los números se usen para expresar cantidades de longitud, capacidad, peso y tiempo, como parte de los contextos posibles para presentar las operaciones.

**nap**

El reconocimiento y uso de los números naturales, de su designación oral y representación escrita y de la organización del sistema de numeración en situaciones problemáticas.

El reconocimiento y uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en situaciones problemáticas.

# NÚMERO
# Y OPERACIONES

EJE

# Número y Operaciones

## Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los saberes incluidos en los núcleos, en la escuela tendremos que proponer situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los conocimientos matemáticos se introduzcan en el aula asociados con los distintos problemas que permiten resolver para luego identificarlos y sistematizarlos.

Esto es:

- Usar números naturales de una, dos, tres y más cifras, a través de su designación oral y representación escrita, al comparar cantidades y números.
- Identificar regularidades en la serie numérica y analizar el valor posicional en contextos significativos al leer, escribir, comparar números de una, dos, tres y más cifras, y al operar con ellos.
- Usar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con distintos significados.
- Realizar cálculos exactos y aproximados de sumas y restas con números de una, dos y tres cifras eligiendo hacerlo en forma mental o escrita en función de los números involucrados articulando los procedimientos personales con los algoritmos usuales.
- Usar progresivamente resultados de cálculos memorizados (sumas de decenas enteras, complementos a 100, dobles) y las propiedades de la adición y la multiplicación para resolver otros.
- Explorar relaciones numéricas[1] y reglas de cálculo de sumas, restas y multiplicaciones, y argumentar sobre su validez.
- Elaborar preguntas o enunciados de problemas y registrar y organizar datos en listas y tablas a partir de distintas informaciones.

[1] Las relaciones numéricas que se exploren estarán vinculadas con los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración decimal y/o las operaciones.

## Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en el Eje "Número y Operaciones" con ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños.

Además, presentamos posibles secuencias de enseñanza que muestran el tipo de trabajo matemático propuesto desde el enfoque explicitado en el apartado "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo".

### Para leer y escribir los números naturales

Los números naturales se usan en diferentes situaciones, por ejemplo, para determinar la cantidad de elementos de una colección (aspecto cardinal), para saber en qué posición se encuentra un objeto dentro de una lista ordenada (aspecto ordinal), y también para anticipar resultados de una transformación en la cantidad de objetos de una colección pero sobre los cuales se tiene alguna información. Por ejemplo, si sabemos sumar $4 + 3 = 7$ no es necesario realizar un conteo efectivo para conocer cuántos chicos hay en una plaza donde había 4 jugando y después llegaron 3.

En 2º año/grado también se usan los números para expresar medidas. En general, las medidas se indican con números racionales, que se escriben con expresiones fraccionarias o decimales. En algunos casos, como al indicar que un recorrido es de 5 baldosas o de 4 pasos, se escribe un número natural, que también es racional ($5 = \frac{10}{2} = \ldots$ ; $4 = \frac{400}{100} = \ldots$ ).

En cuanto a las formas de representar los números naturales, consideramos tanto su designación oral, es decir, la forma de nombrarlos y leerlos, como su escritura convencional con cifras. Para aprender los números, es necesario, en principio, que los chicos los usen en diferentes situaciones y discutan las relaciones que establecen entre esas dos formas de representación.

Para que los alumnos continúen avanzando en el conocimiento de la representación de los números naturales, es necesario que ofrezcamos una amplia y variada gama de problemas en tramos de la serie numérica cada vez más amplios. Para dicho trabajo, es conveniente plantear situaciones como las que se desarrollan en este apartado que den lugar a que los chicos puedan contar de 1 en 1, de 2 en 2 y de 10 en 10, registrar cantidades y posiciones, analizar escrituras, comparar y ordenar números en distintos intervalos de la serie.

En cuanto a las situaciones donde usen números para anticipar el resultado de una transformación de la cantidad de elementos, desarrollaremos algunos ejemplos en el apartado "Plantear situaciones para sumar y restar con distintos significados".

Cuando se apunte al trabajo con regularidades y se consideren distintos tramos de la serie numérica, el trabajo de reflexión sobre qué se repite y qué varía en cada uno se apoyará en la posibilidad de leer y escribir los números y a la vez contribuirá a ampliar estos conocimientos.

Plantear situaciones para determinar cantidades y posiciones

El avance en el dominio del conteo se puede dar en la medida en que planteemos situaciones que apunten a la extensión de la serie numérica, es decir que tengan que contar hasta números más grandes que los conocidos. Estas situaciones podrán requerir contar de 1 en 1 a partir de 1 o desde un número cualquiera, descontar desde cualquier número, y también contar de 2 en 2, de 5 en 5 o de 10 en 10. Para este último caso, se podrá proponer, por ejemplo, la siguiente actividad, basada en un juego clásico y bastante difundido.

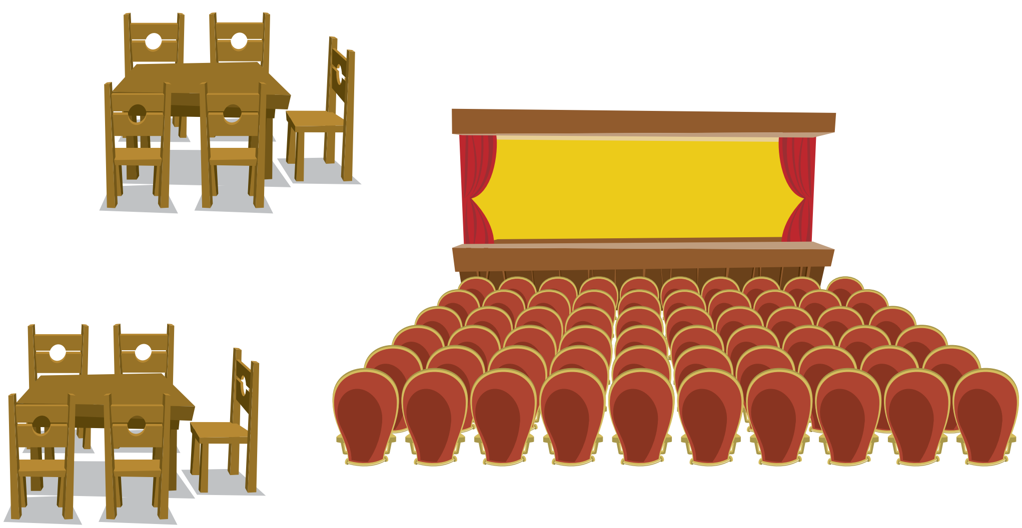
**"El que mueve pierde":** contar de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10
**Materiales:** para cada grupo, un juego de palitos chinos o 30 palitos de madera pintados de 3 colores diferentes. A cada color se le asignará un puntaje, por ejemplo: 2 para el rojo, 5 para el verde y 10 para el azul.
**Organización del grupo:** se divide la clase en grupos de 2, 3 o 4 alumnos.
**Desarrollo:** en cada grupo, un alumno toma con una mano todos los palitos, los coloca en posición perpendicular a la mesa y luego los deja caer. Los palitos quedarán entonces sobre la mesa, superpuestos o no, y en distintas posiciones. Respetando el orden de la ronda, cada jugador levanta de a uno los palitos sin mover los demás. En el momento en que mueve alguno, debe dejar el turno al siguiente jugador. Cuando no quedan palitos sobre la mesa, cada uno cuenta el puntaje obtenido teniendo en cuenta el valor de cada palito. Se asigna 20 puntos extras al primero que obtiene su puntaje total.

En la primera vuelta, probablemente los chicos usarán variadas estrategias para averiguar el puntaje total; las intervenciones tendrían que apuntar a la conveniencia de organizar los palitos obtenidos por colores y luego realizar el conteo. Más adelante en el año, se puede proponer que jueguen varias vueltas y que el conteo parta desde el número registrado en la vuelta anterior.

Otros juegos en los que hay que hacer un recuento de puntaje pueden dar lugar al uso de distintas escalas. Por ejemplo, en un tiro al blanco donde los diferentes puntajes están en el blanco y cada acierto en un sector vale 10 puntos, en otro, 5 puntos y en el tercero, 2 puntos, o en un juego de embocar objetos en una lata donde los distintos puntajes se asignan a los colores de los objetos que se tiran, por ejemplo pelotitas de papel o chapitas.

También podemos presentar situaciones en las que sea necesario contar los elementos ordenados de una colección numerosa, como las sillas ordenadas en filas de 10 en el salón de actos, los bancos puestos de a 5 en cada mesa en el comedor de una escuela, los ravioles en las planchas, los tutores de plantas colocados con una distancia fija entre ellos.

Otras situaciones propicias para contar colecciones numerosas que, en principio, no están ordenadas, son los votos de todos los alumnos de la escuela o de varios grados cuando se elige el nombre de la biblioteca o del periódico escolar, los tomates recogidos en una huerta o los troncos de árboles talados.[2]



3 **Recomendación de lectura:** se recomienda la lectura de la secuencia “El coleccionista” desarrollada en el *Cuaderno para el aula: Matemática 1*, en la que los alumnos tienen que contar “grandes colecciones” desordenadas. Las citas completas de los textos mencionados en este Eje se encuentran en la “Bibliografía”, al final de este *Cuaderno.*

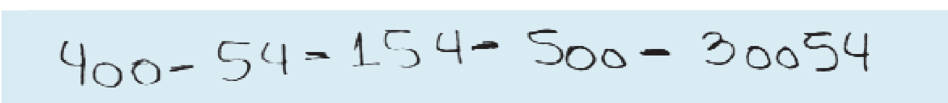
Luego de contar los elementos de las colecciones, podemos tanto analizar los procedimientos utilizados como las dificultades encontradas. Es probable que algunos alumnos, al contar los elementos de 1 en 1, hayan “perdido la cuenta” en más de una oportunidad mientras que otros pueden armar grupos o montoncitos con los objetos, o descubrir la regularidad de los elementos en la repetición (por ejemplo, 5 sillas por mesa o 10 butacas por fila). Así, los alumnos pueden llegar a descubrir las ventajas de ciertos procedimientos a partir del intercambio sobre cómo lo hizo cada uno, ya que agrupar los objetos facilita y permite que se haga más rápido el conteo de la colección.

Convendrá también proponer situaciones en las que tenga sentido contar para atrás o descontar, como para indicar el momento exacto para comenzar una actividad a partir de la “cuenta regresiva”, por ejemplo, prepararse para una carrera y cuando se llega a 0 salir corriendo.

## Plantear situaciones para analizar la escritura de los números

En 2º año/grado, debemos tener en cuenta que un mismo niño, al apoyarse en la información que extraen de la forma de nombrar los números, puede representar convencionalmente algunos números y otros de manera no convencional.

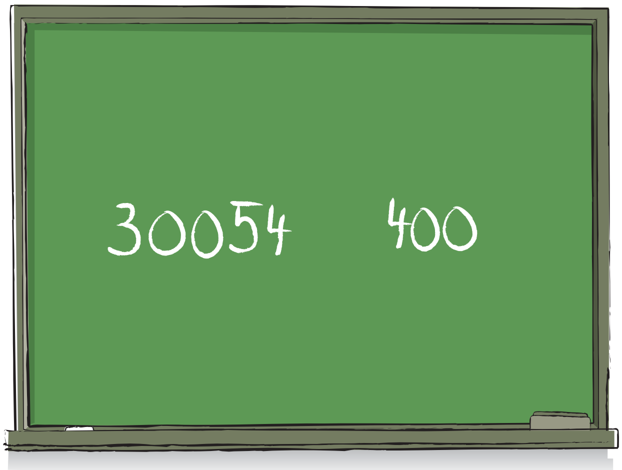
Las investigaciones didácticas muestran que el aprendizaje de la escritura convencional de los números no sigue el orden de la serie numérica, es decir, primero los más chicos y luego los más grandes. Los niños aprenden primero a escribir algunos nudos o números redondos (10, 20, ..., 100, 200, ..., 1000, etc.) y después se apropian de la escritura de los números que se ubican en los intervalos entre los nudos. Veamos unos ejemplos.




En este caso, podemos preguntarnos qué sabe Diego de los números. Conoce cómo se escriben convencionalmente algunos de dos y tres cifras (54 y 154) y también algunos nudos (400 y 500). Para escribir 354, Diego se apoya en la información que extrae de la “numeración hablada”, el 354 se lee trescientos cincuenta y cuatro, lo que da cuenta de la descomposición aditiva 300 + 50 + 4. Entonces, Diego comienza a escribir el “trescientos” pero continúa escribiendo el 54 de manera convencional porque ya lo conoce.

Estas escrituras erróneas aparecen al plantear como problema la escritura de números “grandes”, que todavía no han sido objeto de enseñanza y, en algunos casos, subsisten aun cuando se hayan trabajado. Es posible entonces, desde el enfoque que planteamos, aprovechar estas producciones para que los chicos avancen en el conocimiento de la serie al confrontar las distintas escrituras que aparecen.[3]

Un problema a plantear para analizar escrituras tanto si esas escrituras se han producido en clase como si esto no ha ocurrido sería: *al escribir trescientos cincuenta y cuatro y cuatrocientos, unos chicos lo hicieron de este modo; ¿están bien escritos así?*

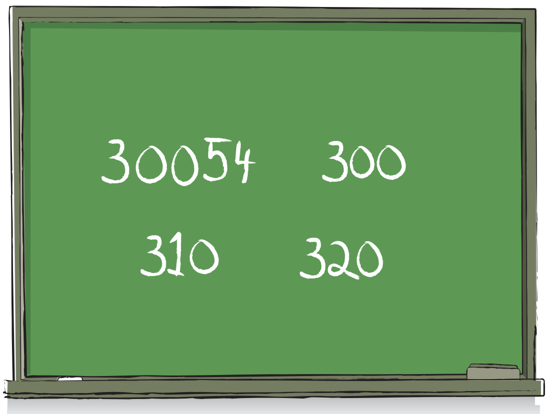



Se podría generar un espacio de intercambio en el cual los alumnos pueden explicitar y discutir sus ideas. Ellos, en general, ya saben que el 400 es mayor que el 354 y también que los números más grandes tienen igual o más cifras, por lo que pueden llegar a la conclusión de que si el cuatrocientos es mayor que el trescientos cincuenta y cuatro, este último no puede tener mayor cantidad de cifras.

A partir de la confrontación entre las diferentes escrituras numéricas de los alumnos y entre las argumentaciones con que ellos las fundamentan, es posible que sus hipótesis entren en contradicción y que avancen hacia la notación convencional.

[3] **Recomendación de lectura:** para profundizar en el conocimiento de las hipótesis de los alumnos acerca de la escritura de los números, se recomienda la lectura de Lerner, D. y Sadovsky, P., "El sistema de numeración. Un problema didáctico", en: Parra, C. y Saiz, I. (comps.) (1994).

Otra manera de discutir sobre este tipo de escrituras consistiría en dar “pistas”, es decir, cierta información que les permita acercarse a la escritura convencional. Por ejemplo, se puede escribir en el pizarrón:




y preguntar: *¿cómo se escribirá el 330? ¿y el 340? ¿y el 350? ¿Les sirve esto para revisar cómo está escrito el trescientos cincuenta y cuatro?*

En este año/grado, las actividades de análisis de la escritura de números incluirán, por lo menos, los que tienen una, dos y tres cifras. Estas tareas podrán plantearse a propósito de situaciones de la vida cotidiana de la escuela y que, aunque no es frecuente que los chicos participen de su resolución, pueden ser tomadas por el docente para generar en el grupo la necesidad de leer y escribir números. Si bien en algunas de estas los chicos también tendrían que operar, deberán pasar primero por una instancia de registro de cantidades y por otra de interpretación de números.

Esto puede ocurrir, por ejemplo, si hay que hacer una compra de útiles escolares o de cubiertos, vasos o platos para el comedor. En tal caso, podemos preguntar qué datos son necesarios para decidir la compra, organizar maneras de generar información, operar eventualmente con ella y registrarla. Luego, al realizar la compra y ante la caja de los platos, se podrá analizar qué datos de la información de la etiqueta pueden ser útiles, por ejemplo, el número de platos envasados o el número de artículo para que todos sean iguales.[4]

[4] En el apartado “Los contextos” de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno* se ha reflexionado sobre los múltiples factores que determinan las decisiones que tomamos en nuestra vida cotidiana. Por lo tanto, es conveniente que desarrollemos un intenso trabajo de análisis de la información disponible que puede influir en la toma de decisiones cotidianas.

En todos los casos, es necesario que los contextos no matemáticos en los que trabajemos con los números tengan sentido para los alumnos. Por ejemplo: rifas de un talonario, figuritas en un álbum, precios, distancias entre distintas localidades.

La lectura y escritura de números también se puede asociar con el registro o la interpretación de información que derive del trabajo en otras áreas o proyectos particulares en los cuales se manejen cantidades de tres cifras, por ejemplo, las distancias entre ciudades en Ciencias Sociales.

También se pueden analizar las escrituras cuando los números no se refieran a cantidades de objetos, como en un juego de lotería con números de tres cifras en el que uno del grupo canta los números y los demás ponen los porotos correspondientes en los cartones.

Es frecuente que presentemos actividades de completamiento de escalas, lo que requiere contar y descontar y también analizar las escrituras numéricas. Para evitar que esto se convierta en una actividad tediosa y sobre la cual los alumnos no tienen indicios de cómo la van realizando, es conveniente que ofrezcamos una cantidad limitada de números, que los alumnos sean los que deban descubrir de a cuánto se avanza o retrocede, e incluir algunos números intercalados que les permitan evaluar si los completamientos realizados fueron correctos. Por ejemplo,

- Descubrí cómo está armada cada serie de números sabiendo que la regla para pasar de cada número al siguiente es siempre la misma, y luego completá los espacios que faltan.

**410 - 415 - ...... - ...... - ...... - 435**

**600 - 500 - ...... - ...... - 200 - ......**

En actividades como las siguientes, los alumnos, además de leer y escribir números de dos y tres cifras, escribir intervalos numéricos y encuadrar números entre otros dos, tendrán ocasión de analizar las escrituras. Podemos plantear la siguiente consigna para que resuelvan en pequeños grupos.

- Un grupo de 10 chicos integrantes de un equipo de voleibol organizaron una rifa para recaudar fondos para viajar al encuentro anual. El talonario empieza en el 0 y termina en el 199. Los chicos deciden que cada uno va a vender 20 rifas y las reparten de modo de recibir números consecutivos. El primero recibió desde el 0 a 19. Indiquen desde qué número y hasta qué número le corresponde a cada chico.

Al hacer la puesta en común de lo realizado por los grupos, hay que comparar las respuestas de cada uno, ya que algunos habrán escrito todos los números de cada chico y otros solo los de los extremos.

Luego se puede presentar una actividad a partir de un cuadro como el siguiente, sugiriendo que otros alumnos también han organizado una rifa y anotaron en un cuadro la información del reparto de los números. Estos chicos vendían 50 rifas cada uno e indicaron solo el primero y el último número del talonario que recibió cada uno.

- Completá los números que faltan.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Bruno<br>**0-49** | Juan<br>**50-99** | Dan<br>**100 - ...** | Luis<br>**150 - ...** | Pepe<br>**... - 249** |
| José<br>**... - ...** | Marco<br>**300 - ...** | Martín<br>**... - ...** | Pedro<br>**... - ...** | Diego<br>**... - 499** |

- Respondé.

La tía de Juan quiere las rifas con los números 424 y 205; ¿a quiénes deberá comprárselas?

## Plantear situaciones para comparar y ordenar cantidades y números

Avanzar en la comprensión del orden de la serie numérica requiere de la comparación tanto de cantidades como de números de igual o diferente cantidad de cifras.

Por ejemplo, para que los chicos comparen cuatro números de tres cifras se puede presentar el siguiente juego.

**"Armando el mayor":** comparar números
**Materiales:** un mazo de 40 cartas con las cifras del 0 al 9 cada cuatro jugadores.
**Organización:** la clase se divide en grupos de 4 alumnos.

**Desarrollo:** se reparten al azar 3 cartas a cada integrante y se les solicita que cada uno arme el mayor número posible. Luego, comparan los números logrados y se anota un punto el que armó el mayor. Al cabo de cuatro vueltas, el ganador es el que obtiene más puntos.

Luego de jugarlo varias veces, será posible abrir un espacio de discusión para que los alumnos expliciten las razones por las que pueden afirmar que un número es mayor o menor que otro. En este sentido, sería interesante que queden registradas en los cuadernos de clase algunas conclusiones como: *el que tiene un número más grande a la izquierda es mayor* o *cuando dos números empiezan igual nos tenemos que fijar en el número siguiente para saber cuál es el más grande.* Esto permitirá volver a ellas en el caso de que alguna nueva situación así lo requiera.

Podemos introducir variantes a este juego modificando la consigna, es decir, se puede indicar que ganará la mano aquel que logre formar "el menor número posible" o "un número que esté en un intervalo determinado, por ejemplo, entre 300 y 500". Esto les permitirá arribar a nuevas conclusiones.[5]

Después de jugar, se pueden plantear problemas que simulan situaciones de juego en los que deberán tener en cuenta las conclusiones a las que arribaron en la discusión posterior.

- Martín recibió tres cartas con las cifras 3 - 5 - 7. Indicá cuál es el mayor número y cuál el menor que puede formar.
- Con las cartas 2 - 4 - 9, escribí todos los números diferentes que se pueden armar y ordenalos de mayor a menor.
- Nico sacó las cartas con las cifras 3 - 6 - 8. Indicá todos los números del intervalo 500 - 800 que pudo escribir.
- Juan armó el número 973, Dani el 954 y María sacó un 9 y un 7. ¿Cuál es la tercera carta que le tocó si formó un número que está entre el que armó Juan y el de Dani? ¿Hay una única posibilidad?

[5] En el apartado "Los contextos" de "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" en este *Cuaderno* se plantea la necesidad de articular el juego con otras actividades para que este pueda constituirse en un recurso de enseñanza.

Luego, se pueden proponer otros problemas que permitan establecer relaciones del mismo tipo. Por ejemplo:

- Completá la cifra que falta para que los tres números estén ordenados de menor a mayor

| | | |
|---|---|---|
| 123 | 3_3 | 590 |
| 345 | 3_7 | 389 |
| 705 | _04 | 806 |

Al finalizar la resolución individual, y en función de la confrontación de las respuestas de los alumnos, se puede generar una discusión acerca de la cantidad de soluciones que admiten estas situaciones. Para iniciar el debate se puede plantear: *un chico me dijo que encontró tres soluciones para el segundo caso, ¿es posible? ¿Y para los otros?*

Otro tipo de actividad que permite a los alumnos establecer relaciones entre los números de un cierto intervalo seleccionado convenientemente es el siguiente.

**"Averiguar el número":** establecer relaciones entre números
**Organización del grupo:** en equipos de hasta 4 participantes.
**Desarrollo:** el maestro piensa un número perteneciente a un intervalo determinado previamente; por ejemplo, entre 0 y 100. Los participantes de cada grupo tendrán que realizar preguntas que se puedan responder por "sí" o por "no" para averiguar el número pensado. Cada grupo puede anotar lo que necesite para registrar su trabajo. Esas preguntas y sus respuestas no deben ser escuchadas por el resto de los grupos. Gana el grupo que averigua el número con menor cantidad de preguntas.

A partir de este juego se pretende que los chicos utilicen relaciones como "es mayor que…", "está entre… y …", "es menor que…", "termina en…", "empieza con…". En el transcurso, el docente podrá tomar información acerca de las relaciones que usan los alumnos, es decir, cuáles tienen efectivamente disponibles para la resolución del juego.

La representación en una banda de números o una recta numérica del intervalo inicial y los fragmentos que se van descartando es un modo de registro que, si no es utilizado por los niños, puede ser introducido por el docente.

Después de dos o tres partidas, es posible pedirles que anoten las preguntas que van haciendo, sus respuestas y los números que fueron descartando a partir de ellas. Al finalizar el juego, se podrá entonces discutir respecto de cuáles son las mejores preguntas para ganar, es decir, cuáles son las que permiten descartar mayor cantidad de números.

### Para conocer el sistema de numeración

El sistema de numeración decimal es un modo de representar cantidades que tiene características propias: usa un conjunto de diez símbolos entre los cuales el cero tiene una función especial y cada símbolo tiene un valor distinto según la posición que ocupe en el número. Para escribir una cantidad en este sistema, es necesario respetar algunas reglas: cuando se usa más de un símbolo, estos se escriben en forma horizontal, y en cada posición, el valor del símbolo es 10 veces mayor que en la posición a su derecha.

Al abordar en la escuela el trabajo de interpretación y escritura de números, habitualmente se presentan las unidades, las decenas como grupos de 10 unidades, las centenas como grupos de 100 unidades (o de 10 decenas), etc. Este abordaje se centra en la idea de agrupamiento y en la descomposición del número en unidades, decenas y centenas, según la posición de cada cifra. Así, comprender que 345 es 3 centenas, 4 decenas y 5 unidades implica pensar el 345 como 3 x 100, 4 x 10 y 5 x 1. Esta descomposición, aunque se escriba solo como 3 c, 4 d y 5 u es una descomposición que involucra la multiplicación y es frecuente que se utilice antes de haber iniciado la enseñanza de la multiplicación.

Otra manera de iniciar el estudio de la serie es considerar como punto de partida las ideas de los niños cuando tienen que interpretar números. Ellos, en general, para decidir cuánto vale una cifra en cada posición, se apoyan en la forma de nombrarlos: hay un lugar para los “dieces”, otro para los “cienes”, etcétera.

Esto puede aprovecharse para relacionar la “numeración hablada” (la forma de decir los números) con la escrita. Así, es posible proponerles que exploren tramos de la serie numérica escrita para establecer relaciones entre los números y analizar regularidades. Las características que se repiten en cada tramo se dan tanto en lo oral como en lo escrito. Por ejemplo, a 31, 32, 33, corresponden a los “treinti”: treinta y uno , treinta y dos, treinta y tres. Esto no ocurre en el tramo del 11 al 15 porque sus nombres no comienzan con “dieci” ni en el caso de los “veinti...” ya que no se asocian con el 2 del mismo modo que los “treinti...” con el 3 o los “ochenti...” con el 8.

La forma de nombrar los números da lugar a pensarlos como ya planteamos, como la suma de sus “partes”. Esta forma de descomposición, denominada aditiva, resulta más adecuada a las posibilidades que tienen los niños para iniciarse en el conocimiento del sistema de numeración.

Consideremos el siguiente cuadro como una presentación de los cien primeros números naturales en donde es más sencillo reconocer las primeras regularidades:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 |
| 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 |
| 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |
| 100 | | | | | | | | | |

Las regularidades de la serie numérica a la que nos referimos son las siguientes: los números que aparecen escritos en la primera fila son de una cifra y van cambiando desde 0 hasta 9. En la segunda fila, el primer número termina en 0, el segundo en 1 y el último en 9, mientras que la primera cifra no se modifica. Esta misma situación se repite en las filas siguientes.

Al decir los números, entonces, todos los de una fila, a partir de la del 20, empiezan igual y terminan con la serie de uno a nueve: “veintiuno, veintidós, veintitrés,...”, “treinta y uno, treinta y dos, treinta y tres...”, etcétera.

En las columnas, lo que cambia es el inicio del número, mientras que la última cifra se mantiene constante. Así, los números de la primera columna terminan en 0, en la segunda terminan en 1, etc. Al decir los números de una columna, todos empiezan pero terminan igual: “veintiuno, treinta y uno, cuarenta y uno”, etcétera.

La explicitación y el análisis de las regularidades de nuestro sistema de numeración, así como la composición y descomposición aditiva de números irán dando lugar a que los chicos elaboren la idea de valor posicional de un modo incipiente, teniendo en cuenta que llevará varios años de la escolaridad lograr una comprensión más acabada de esta noción.

### Plantear situaciones para analizar regularidades

El trabajo respecto de las regularidades de la serie se puede continuar en 2º año/grado con el mismo recurso utilizado en 1º, el cuadro de números de 0 a 100.

Luego, se pueden introducir nuevos cuadros para extender el estudio a otros intervalos numéricos, por ejemplo: de 100 a 200 o de 400 a 500 con los números aumentando de 1 en 1, o donde los números cambien de 10 en 10 (entre 1 y 1000).[6]

Las diversas actividades que presentamos apuntan al reconocimiento de la escritura de números y a la toma de conciencia del valor diferente que tiene cada cifra en el número escrito. En este sentido, es conveniente acercar nuestro lenguaje al que usan los chicos al nombrar las posiciones “cienes”, “dieces” y “unos”, pues esos son los términos significativos para ellos.

Los contextos apropiados para presentar situaciones con estos cuadros numéricos suelen ser diferentes según el intervalo que se desee trabajar. Así, los números de 0 a 100 pueden identificar, además de números de una rifa, las habitaciones de un gran hotel o las posiciones en un juego de la lotería de cartones que se completa al sacar bolillas de una bolsa. Si se tratara de números mayores que 100, los cuadros pueden usarse como control de la venta de talonarios de rifas de más números, o de las figuritas que se completan en un álbum, o de los libros que un bibliotecario tiene inventariados en un fichero, o de un fotógrafo que tiene su material clasificado, etcétera.[7]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 |
| 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 |
| 120 | 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 |
| 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 |
| 140 | 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 |
| 150 | 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 |
| 160 | 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 |
| 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 |
| 180 | 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 |
| 190 | 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 |
| 200 | | | | | | | | | |

[6] **Recomendación de lectura:** según cuál sea el dominio de la serie de 1 a 100 alcanzado por los alumnos, se puede retomar el tratamiento de este tema por medio de las propuestas planteadas en el *Cuaderno para el aula: Matemática 1*, en el apartado “”Plantear situaciones para analizar regularidades”.

[7] **Recomendación de lectura:** para profundizar en el análisis de las actividades con cuadros numéricos se sugiere la lectura de: Parra, C. (1992), *Los niños, los maestros y los números, Desarrollo curricular 1° y 2° grados*.

En este cuadro, al igual que el que va desde 0 hasta 100, los números cambian de 1 en 1, la última cifra va cambiando desde 0 hasta 9 mientras la cifra del medio se mantiene igual en 10 números seguidos antes de cambiar al siguiente, en el que también realiza un recorrido de 0 a 9, etc. En cuanto a la tercera cifra comenzando desde la derecha, se mantiene igual para las10 filas.

Luego de interactuar con el cuadro de números, es esperable que los alumnos comiencen a establecer ciertas relaciones que pueden ser enunciadas con frases como *en esta columna todos los números terminan en...; en esta fila todos comienzan con...; todas las filas terminan en 9; después de los casilleros terminados en 9 viene uno que termina en 0; en esta fila el número del medio es...; si bajo un casillero es lo mismo que sumar 10; si subo un casillero es lo mismo que quitar 10*, etcétera.

Una primera actividad que se puede presentar con el cuadro anterior consiste en tapar algunos números, por ejemplo: 104, 112, 129, 137, 154, 173, 185 y preguntar: *¿cuáles son los números tapados? ¿Cómo se dieron cuenta?*

La consigna no solo requiere que los alumnos escriban o nombren cuál es el número: también es importante que fundamenten cómo se dieron cuenta a qué número corresponde cada casillero. Por ejemplo, algunos chicos podrían afirmar: *es el 154 porque viene después del 153 y/o antes del 155; porque está en la fila del ciento cincuenta y conté cuatro lugares; porque está en la fila del 150 y en la columna de los que terminan con 4*. Es a partir de la confrontación de las argumentaciones que se podrán generar discusiones acerca de la conveniencia de utilizar una u otra estrategia de acuerdo con el número en cuestión. Por ejemplo, comenzar a contar desde 100 puede resultar eficaz para averiguar los números más pequeños que estén tapados (104 o 112), pero no cuando se trata de números más grandes como el 185.

Para continuar, se pueden proponer tablas con menos información presentando un cuadro con los números que encabezan las filas y las columnas, como el siguiente.

- Completá los casilleros marcados.

| 300 | 301 | 302 | 303 | 304 | 305 | 306 | 307 | 308 | 309 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 310 | | | | | | | | | |
| 320 | | | | | | | | | |
| 330 | | | | | | | | | |
| 340 | | | | | | | | | |
| 350 | | | | | | | | | |
| 360 | | | | | | | | | |
| 370 | | | | | | | | | |
| 380 | | | | | | | | | |
| 390 | | | | | | | | | |
| 400 | | | | | | | | | |

Por ejemplo, para escribir 346, los chicos pueden establecer relaciones entre los números que encabezan la fila y la columna: *está en la fila de los que empiezan con 3 y 4 y la columna de los que terminan con 6*.

Otras consignas que es posible proponer con el mismo cuadro son las que siguen.

- Ubicá el 344 y todos los números que lo rodean.
- Escribí los cinco números que siguen al 388.
- Completá la columna de los que terminan en 7.

Ya avanzados en el trabajo, podemos presentarles aún menos información, proporcionando solo fragmentos de cuadros para completar a partir de un dato correcto con consignas tales como las siguientes.

- En esta parte de un cuadro de números completá los casilleros remarcados.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | **187** | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

- En esta parte de un cuadro de números encontrá los “intrusos”, es decir, aquellos que no están bien ubicados sabiendo que el número remarcado está en el lugar que le corresponde.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **500** | | **502** | **503** | |
| **510** | | | | **514** |
| **515** | | | | |
| | | **542** | | |

Al presentar estos recortes de cuadros, es necesario hacer hincapié en que se presenta solo una parte de un cuadro y no un cuadro de cinco por cinco, pues de lo contrario pueden suponer que en el lugar del 510 tendría que estar el 505.

En 2º año/grado, es conveniente que las actividades se realicen también en cuadros en los que las variaciones entre casilleros vecinos en sentido horizontal sean de 10 en 10, como el siguiente.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 |
| 200 | 210 | 220 | 230 | 240 | 250 | 260 | 270 | 280 | 290 |
| 300 | 310 | 320 | 330 | 340 | 350 | 360 | 370 | 380 | 390 |
| 400 | 410 | 420 | 430 | 440 | 450 | 460 | 470 | 480 | 490 |
| 500 | 510 | 520 | 530 | 540 | 550 | 560 | 570 | 580 | 590 |
| 600 | 610 | 620 | 630 | 640 | 650 | 660 | 670 | 680 | 690 |
| 700 | 710 | 720 | 730 | 740 | 750 | 760 | 770 | 780 | 790 |
| 800 | 810 | 820 | 830 | 840 | 850 | 860 | 870 | 880 | 890 |
| 900 | 910 | 920 | 930 | 940 | 950 | 960 | 970 | 980 | 990 |
| 1000 | | | | | | | | | |

Este cuadro se puede hacer en un afiche y colgarlo en el aula a la vista de todos para que los chicos puedan recurrir a él cuando necesiten obtener información al escribir distintos números.

A partir del mismo cuadro se pueden proponer diferentes preguntas: *¿qué cambia en el número cuando se aumenta de a 10? ¿Qué cambia en el número cuando se baja un casillero? ¿Qué números del cuadro pueden ayudar para saber si ochocientos quince está bien escrito de la siguiente manera: 815?* o *¿Les sirve saber cómo se escribe 810, 820, 830 para escribir 815?*

Teniendo en cuenta que los conocimientos numéricos de un grupo escolar son siempre heterogéneos es conveniente que propongamos, además de tareas iguales para todos los niños, otras diferenciadas para que cada uno pueda avanzar de acuerdo con sus conocimientos disponibles. Así, mientras algunos grupos pueden trabajar completando lugares en el cuadro incompleto, otros pueden hacerlo con fragmentos de cuadros, y, en este último caso, con tres o cuatro números como información o solo con uno.

En todas las situaciones, es necesario que, durante la clase, interactuemos con diferentes alumnos y también que promovamos la interacción de ellos entre sí. Al exponer en las puestas en común cómo pensó cada uno para resolver, todos pueden descubrir estrategias nuevas. Además, es necesario buscar semejanzas y diferencias entre las estrategias empleadas para precisar sus características, delimitar sus posibilidades de uso y, tal vez, utilizarlas en nuevas situaciones.

### Plantear situaciones para componer y descomponer números

Continuando el trabajo realizado en 1er año/grado, presentamos propuestas para que los alumnos realicen composiciones y descomposiciones aditivas de números y, también, para que se inicien en la descomposición multiplicativa. Estas actividades se pueden plantear en una variedad de contextos.

Algunos de ellos son los que proporcionan los juegos con dinero o aquellos en los que se van sumando puntos, como los de emboque, tiro al blanco o dados, etcétera.

En el caso de usar el dinero, una cantidad se expresa mediante la suma de los valores de los billetes y monedas. Para trabajar con la composición de los números en el sistema decimal conviene elegir solo billetes de $ 100, $ 10 y monedas de $ 1, como se verá en la secuencia que presentamos.

En el caso de los juegos de emboque o tiro al blanco, las composiciones de cantidades tendrán como sumandos los valores que demos a cada tiro o dado. Así, por ejemplo, si queremos que el puntaje total resulte como suma de cienes, dieces y unos, o productos donde intervienen esos números, en un blanco con tres regiones circulares concéntricas podemos restringir los valores de cada región a 1, 10 y 100.

Por ejemplo, 143 puntos pueden ser:

– la suma del valor de cada uno de los tiros: 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1;
– la suma de los totales de puntaje de cada círculo: 100 + 40 + 3;
– el total de cada círculo expresado como producto entre el puntaje de cada uno y el número de tiros en él: 1 x 100 + 4 x 10 + 3 x 1.

Antes de iniciar el trabajo con descomposiciones aditivas o multiplicaciones del tipo descrito, se puede proponer un juego como el siguiente, que permite a los chicos avanzar en el conocimiento de un número por medio de las diferentes formas de escribirlo con adiciones de números cualesquiera.

**"Tutti fruti de cálculos":** escribir números con sumas y restas
**Materiales:** por alumno, una tabla para completar con 9 columnas y 8 filas. Se usa una fila por mano.
**Organización del grupo:** se juega en grupos de cuatro jugadores.
**Desarrollo:** por turno, un jugador va contando "para adentro" y otro del grupo debe decir "alto ahí". Cuando esto ocurre, el que contaba dice el último número al que llegó. Luego, todos escriben el número cantado en la primera columna y deben completar la primera fila de todas las columnas con cuentas de sumar o restar que den ese número. El primero que termina dice "basta" y el resto de los integrantes interrumpe su tarea solo si ya han escrito por lo menos cuatro cuentas. Por último, se procede a asignar puntos del siguiente modo: las cuentas cuyo resultado no sea el número cantado valen 0, las que sean compartidas por dos o más chicos valen 5 puntos, y las no repetidas valen 10 puntos.
Gana el jugador que, al cabo de 4 vueltas, obtuvo el mayor puntaje.

## Secuencia para componer y descomponer números: "El juego del cajero"[8]

Los propósitos de esta secuencia son: utilizar descomposiciones aditivas y multiplicativas ligadas con la numeración, comprender y utilizar las reglas de la numeración oral, y hacer funcionar los cambios 10 por 1 en dos niveles: diez monedas de 1 se cambian por un billete de 10, y diez billetes de 10 se cambian por uno de 100. En las primeras actividades, las descomposiciones y cambios se hacen con las monedas y billetes, sin que los alumnos tengan que registrar los valores pues están escritos en estos.

[8] Adaptación de una actividad propuesta en el libro *Apprentissages numériques et résolution de problémes. Cours préparatoire,* del Grupo ERMEL (1991).

## Actividad 1

Los materiales[9] para cada grupo de 4 niños son: 30 monedas de $ 1; 30 billetes de $ 10; 6 billetes de $ 100. Los billetes y monedas pueden ser fotocopiados de billetes auténticos o extraídos de algún juego de mesa, o fabricado con rectángulos de papel de diferentes tipos o colores. El cajero debe tener tres cajas para guardar las distintas clases de billetes y 22 cartones, cada uno con un número del 8 al 30.

La clase se organiza en grupos de 4 niños. En cada grupo se nombra un alumno que será el cajero y que tiene los billetes de $ 1, $ 10 y $ 100.

Se juegan tres vueltas y será ganador el que tenga menos dinero al finalizar. Por turno, cada alumno del grupo que no es cajero va extrayendo un cartón y pidiendo al cajero la cantidad de dinero expresada allí, especificándole qué billetes desea. Cada chico conserva los cartones y los billetes que extrajo. Al finalizar las tres vueltas, cada uno dice cuánto dinero tiene.

Si un alumno extrae, por ejemplo, el cartón que dice 27, puede pedir 27 billetes de $ 1, o 1 de $ 10 y 17 de $ 1 o 2 de $ 10 y 7 de $ 1.

Para averiguar el total, los chicos suelen usar procedimientos diferentes: agrupar los billetes según su valor, contar cuántos billetes de cada clase tiene y sumar, o agrupar y pedir cambio al cajero por billetes más grandes, o hacer la suma con los números escritos en los cartones.

Cuando todos los grupos tengan un ganador, podemos organizar la puesta en común de los diferentes procedimientos para calcular el total de ganancias, pidiendo a los niños que los expliciten. Es conveniente insistir en la verificación de la actividad preguntando si los cambios son correctos, si hay una correspondencia entre el total y los billetes, y entre el total con los números de los cartones, e invitando a los niños a controlar el dinero que han ganado de las dos maneras.[10]

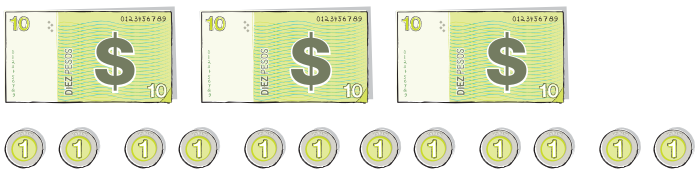
Por último, podemos proponer al conjunto de la clase una actividad para resolver en el cuaderno, con preguntas como las siguientes.

---

[9] Estos materiales se pueden obtener de Chemello, G. (coord.), Agrasar, M. y Chara, S. (2001).

[10] En el apartado “La gestión de la clase”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno,* precisamos el sentido de los intercambios grupales en las puestas en común.

- Mariana ha extraído los cartones que dicen 15, 20 y 8. Ella dice que en total ha obtenido 42. ¿Es correcto?
- Lucio tiene los siguientes billetes y monedas. ¿Cuánto dinero tiene?




- Sumando sus cartones, Melisa ha obtenido 56. ¿Qué billetes puede ser que tenga? Escribí distintas posibilidades.
- Los cartones de Carolina suman 66. ¿Qué billetes tiene? Proponé dos posibilidades.

**Actividad 2**

Una vez que los alumnos conocen el juego, es posible avanzar para lograr que el total que se gane pueda pasar el 100. Para ello, la partida será de cinco turnos por niño. A continuación, se pueden volver a proponer actividades de cuaderno similares a las anteriores.

**Actividad 3**

Se trata de una actividad de comunicación en la que cada grupo de alumnos tendrá que elaborar e interpretar un mensaje. La clase se organiza en una cantidad par de grupos, por ejemplo, 6. En la primera parte de la clase, todos los grupos elaboran un mensaje y, luego, cada uno intercambiará su mensaje con otro grupo previamente establecido.

El material que proponemos armar para cada grupo consiste en un sobre con una cierta cantidad de billetes y monedas. Por ejemplo, que contengan respectivamente las cantidades siguientes: dos sobres con $ 43, dos con $ 56 y dos con $ 133. Cada par de sobres con la misma cantidad de dinero formada con billetes distintos será entregada al par de grupos que intercambiarán los mensajes. Así, los sobres pueden tener:

$ 43 {
3 billetes de 10 y 13 billetes de 1.
4 billetes de 10 y 3 billetes de 1.

$ 56 {
4 billetes de 10 y 16 billetes de 1.
3 billetes de 10 y 26 billetes de 1.

$ 133 {
1 billete de 100, 3 de 10 y 3 de 1.
1 billete de 100, 2 de 10 y 13 billetes de 1.

Les damos un sobre con una cierta cantidad de billetes y una posible consigna para la tarea sería: *Deben escribir un mensaje al otro grupo que diga cuánto dinero tienen ustedes y cuántos billetes de cada clase, para que ellos formen después la misma cantidad de dinero con los mismos billetes. Luego de recibir el mensaje, el otro grupo tiene que reunir en un sobre vacío que le vamos a dar lo mismo que hay en el sobre de ustedes. Después se reúnen para ver si los dos sobres tienen los mismos billetes. No vale dibujar los billetes en el mensaje.*

Los mensajes que podrían escribir serían, por ejemplo, como los siguientes:

10 10 10 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Indica el valor de cada uno de los billetes sin incluir signos de suma.

30 + 13

Suma los valores de los distintos billetes.

3 de $10 13 de $1

Indica la cantidad de cada tipo de billete.

Cuando los grupos comprueban que los sobres tienen la misma cantidad de dinero y de billetes, el docente propone una puesta en común, de modo de arribar a conclusiones como las siguientes:

– Una cantidad de dinero se puede formar con distintos billetes.

– Hay una manera de formar la cantidad de dinero con billetes de 10 y de 1 que se obtiene “mirando las cifras” de la cantidad a formar; en los ejemplos del juego, esa descomposición es la que utiliza la menor cantidad de billetes posibles.

– Para obtener otra descomposición de más billetes, hay que cambiar 1 billete de 10 por 10 monedas de $ 1, con lo cual se obtiene una descomposición con 9 billetes más.

Con los registros de cada uno de los grupos, podremos proponerles que encuentren parecidos y diferencias entre las distintas escrituras. En los dos primeros casos, el armado del 43 se apoya en los aspectos aditivos del número y, en la última, comienzan a aparecer los aspectos multiplicativos (3 de 10 + 13 de 1, es 3 x 10 + 13 x 1). No pretendemos que los alumnos reconozcan los aspectos multiplicativos de nuestro sistema de numeración, sino que empiecen a utilizarlos al resolver problemas.

**Actividad 4**

Se propone el mismo juego que en la Actividad 2 con la siguiente variante: ***en cada pedido, el cajero no puede dar más de 9 billetes de una misma clase y el pedido se realiza por escrito.*** Se trata de lograr que al finalizar la clase, en la síntesis colectiva, se llegue a la idea de que mirando la escritura del número sobre el cartón se sepa lo que hay que pedir al cajero. Cuando se extrae un cartón como el 23, por ejemplo, se podría pedir 1 billete de $ 10 y 13 de $ 1 o 2 billetes de $ 10 y tres de $ 1, pero solo esta última forma respeta la restricción.

Luego, podemos plantear ejercicios sistemáticos en el cuaderno, escribiendo algunos números en el pizarrón y que los niños escriban los billetes que hay que pedirle al cajero.

**Actividad 5**

Por medio de los problemas que siguen se busca descomponer los números aditiva y multiplicativamente. En estos será necesario poner en común de qué manera la escritura convencional del número informa acerca de algunas descomposiciones.

- Joaquín le pide al cajero del banco cambio de $ 1000. Le pide diez billetes de $ 10 y el resto, de $ 100. Mariana, en cambio, le pide cambio de $ 1000, pero todo en billetes de $ 100. ¿Qué billetes le dará el cajero a cada uno? Completalo en la siguiente tabla.

| | Billetes de 100 | Billetes de 10 | Billetes de 1 |
|---|---|---|---|
| Joaquín | | | |
| Mariana | | | |

- Nicolás pide que le paguen los $ 130 en billetes de $ 10. ¿Cuántos billetes le dará el cajero?
- ¿Cómo formar $ 500 con 3 billetes de $ 100 y el resto de $ 10?
- ¿Cómo formar $ 500 con 3 billetes de $ 100, 15 de $ 10 y el resto de $ 1?
- Laura tiene 3 billetes de $ 100 y tiene que pagar justo $ 135. Va a pedir cambio al banco, pero quiere la menor cantidad posible de billetes. ¿Qué billetes le darán?

En las primeras actividades de esta secuencia, los chicos componen números hasta 30 con diferentes sumandos. También hacen sumas, manipulando billetes o no según sus conocimientos, que no van a superar el 90 en la primera y el 150, en la segunda. En la tercera, los alumnos establecerán relaciones entre dos maneras de formar una cantidad, siendo una de ellas la composición donde hay tantos "dieces" y "unos" como indica el número. En la cuarta, continúan trabajando con esta descomposición, respondiendo a la restricción de no tener más de 9 billetes de cada tipo, con lo que cada número se puede relacionar con su descomposición multiplicativa (es posible pensar 3 de 10 y 5 de 1 como 3 x 10 + 5 x 1, sin escribirlo aún de esta forma). En la quinta, se vuelve sobre estas descomposiciones, pero sin usar los billetes.

La secuencia, entonces, permite que los alumnos avancen en su comprensión de nuestro sistema de numeración. Su desarrollo puede pensarse a lo largo de varias semanas de clase, como parte de una unidad de trabajo en la que se incluyan otras actividades.

También puede retomarse en 3º o 4º años/grados trabajando fundamentalmente sobre situaciones hipotéticas y ampliando el campo numérico.

Teniendo en cuenta que estas actividades de composición y descomposición se puedan realizar en una variedad de contextos, proponemos a continuación una actividad de juego de emboque, que también da lugar a que los alumnos establezcan relaciones aditivas y multiplicativas. Plantear situaciones para el mismo conocimiento en nuevos contextos favorece que las relaciones establecidas se independicen de ellos y, por lo tanto, se favorece la posibilidad de su transferencia a otras situaciones.

Una opción de juego es la siguiente:

**"A embocar":** componer y descomponer números con sumas
**Materiales:** una lata, una mesa y cinco pelotitas o bollitos de papel encintados para cada grupo.
**Organización de la clase:** grupos de 4 a 6 jugadores.
**Desarrollo:** cada jugador debe tirar las cinco pelotitas y anotar el puntaje obtenido al caer. Por cada acierto adentro de la lata, se obtienen 100 puntos; si caen sobre la mesa, 10 puntos, y si caen en el piso, 1 punto. Al cabo de cuatro vueltas de cinco tiros cada una, deberán averiguar quién es el ganador calculando el total de puntos obtenidos.

Luego de jugar varias veces, se podrán presentar situaciones para resolver en los cuadernos tales como las que siguen.

- Juan anotó su puntaje en una tabla como la de abajo. Completá donde corresponda.

| | 100 | 10 | 1 | Total |
|---|---|---|---|---|
| 1.er tiro | 3 | 1 | 1 | |
| 2.º tiro | 1 | 1 | 3 | |
| 3.er tiro | 2 | 1 | 2 | |
| 4.º tiro | 4 | | | 401 |
| 5.º tiro | | | | 50 |

- Según los puntajes obtenidos, indicá cuántas pelotitas cayeron en cada lugar.

| | 100 | 10 | 1 | Total |
|---|---|---|---|---|
| Martín | | | | 302 |
| Nico | | | | 320 |
| Tati | | | | 41 |
| Dana | | | | 140 |

Según los conocimientos disponibles de los alumnos, es posible plantear el mismo juego con solo dos niveles de puntajes, 10 para el emboque en la lata y 1 para el fuera de ella, o incorporando más latas con valores diferentes: 1000, 100, 10 y 1, respectivamente.

### Para operar al resolver problemas con distintos procedimientos

Respecto de las cuatro operaciones básicas con números naturales (suma, resta, multiplicación y división), debemos considerar en la enseñanza dos aspectos: por un lado, los procesos que llevan a la construcción de los diferentes algoritmos de cada operación y, por otro, los distintos significados a los que pueden asociarse en los problemas que resuelven. Se sugiere abordar ambos aspectos a la vez, en una misma unidad didactica, ya que los procedimientos que los alumnos ponen en juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de la situación.[11]

Es importante señalar que, con un mismo cálculo, se pueden resolver problemas aritméticos de diferente complejidad para el alumno, pues en cada caso se deben establecer relaciones distintas, por ejemplo, cuando se trata de restar 23 – 14 para la resolución de los problemas siguientes.

– En el colectivo están viajando 23 pasajeros; bajan 14; ¿cuántos pasajeros siguen viaje?
– En el aula de 2º hay 23 varones y 14 chicas; ¿cuántos varones más que chicas hay?
– Para ganar en el juego necesito 23 puntos; si ya tengo 14, ¿cuántos puntos más debo obtener?

La misma cuenta de restar tiene significados diferentes: en el primer caso, está asociada con el significado de sacar una cantidad de otra; en el segundo, con el de comparar dos colecciones y, en el último caso, se resta para averiguar lo que le falta a una cantidad para llegar a otra.

[11] En el apartado “Los contextos”, de “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno*, hemos planteado la importancia de que los enunciados incluyan preguntas que aludan a situaciones reales o verosímiles.

El tipo de números involucrados y el lugar de la incógnita[12] son otros elementos del problema que, para los chicos, cambian el nivel de dificultad al resolverlos.

Presentar múltiples situaciones para resolver y reflexionar acerca de la diversidad de significados de cada operación facilitará la comprensión de los alcances y límites de cada una de estas.

Es importante señalar que las categorías que aquí mencionamos son de uso didáctico y apuntan a enriquecer nuestra mirada sobre los problemas que es necesario presentar.

### Plantear situaciones para sumar y restar con distintos significados

Las operaciones de suma y resta con números naturales deben constituirse paulatinamente para los alumnos en un recurso disponible que resuelve situaciones con distintos significados. Para ello, presentaremos un conjunto de problemas que denominamos “aditivos”, pues para solucionarlos se puede recurrir a una suma o a una resta como procedimientos más económicos. Los alumnos podrán resolver estos problemas de distintas formas y, luego, es conveniente discutir si alguna de ellas es más eficaz.

Para 2º año/grado, por ejemplo, podremos plantear problemas para:

– calcular el costo de una compra o el puntaje total en un juego de varias manos (unir);
– calcular cuánto hay que pagar si algo que costaba un valor aumenta de precio, o la cantidad de revistas que alguien tiene si antes de su cumpleaños poseía una cantidad y le regalaron otra (agregar);
– determinar cuánto dinero quedó después de hacer una compra o cuántas bolitas quedaron después de perder algunas (quitar);
– averiguar cuánto más cuesta un producto que otro o qué diferencia de edad tienen varios hermanos entre sí (diferencia);
– determinar si es posible agregar un artículo más a la compra, sabiendo que se dispone de una cierta cantidad de dinero;
– o en cuánto puede aumentar la altura de un camión para poder pasar por debajo de un puente (complemento).

Para la resolución de estas situaciones, los alumnos pueden, según la intención del docente al plantear el problema, manejar diversos materiales que esta-

[12] En el apartado “Los significados”, en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno* se desarrollan con más detalles los diferentes significados que pueden asociarse con una misma noción.

rán disponibles para quienes los requieran. Por ejemplo, chapitas u otros elementos de desecho con el fin de representar las cantidades, o réplicas de monedas y billetes para actuar de manera efectiva, pagando, dando vueltos y realizando canjes. Los chicos también pueden usar otras representaciones, como son las escrituras de diverso tipo, incluyendo dibujos como números sueltos o sumas o restas.[13]

Los niños de 2º año/grado suelen reconocer sin dificultad la posibilidad de usar la resta en un problema donde significa "quitar", pero les resulta más complejo reconocer que se puede usar esa operación en los problemas de comparación con significado de "complemento" o "diferencia". En 1º, probablemente resolvían estos últimos problemas con sumas y, en 2º, se podrá debatir con ellos si alguna cuenta de restar permite obtener un resultado que sea respuesta al problema. En todos los casos, el tipo de procedimiento de resolución que utilizarán los alumnos y la conveniencia de cada uno de ellos dependerá de los números involucrados en cada situación.[14]

Consideremos algunos de los procedimientos que podrían utilizar los chicos al resolver un problema como el siguiente en el tienen que completar la información.

- Del total de 200 sillas que necesito para completar el salón para la fiesta del 25 de Mayo tengo 185. Me faltan … sillas.

Probablemente, la mayoría de los niños resolverá este caso pensando cuánto le falta a 185 para llegar a 200. Algunos alumnos recurrirán al conteo desde 185, 186, 187… así hasta el 200; otros utilizarán ciertos resultados memorizados, como, por ejemplo: $185 + 5 = 190$, $190 + 10 = 200$ y, luego, $185 + 5 + 10 = 200$. Después de que los niños hayan resuelto el problema, se podrá promover la comparación de los procedimientos de conteo y sumas sucesivas. En este caso, los procedimientos resultan económicos.

[13] **Recomendación de lectura**: se puede encontrar un interesante análisis sobre el uso de material concreto en la enseñanza de las operaciones en 1er año/grado en el material de la Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires, *Pensando en la enseñanza. Preguntas y respuestas*, Buenos Aires, Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires. En Internet:
http://www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/txareas_mate.php

[14] **Recomendación de lectura:** para ampliar la información sobre la complejidad de las situaciones de la suma y la resta, se recomienda la lectura del primer capítulo de *Las operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el trabajo en el aula*, de Broitman, C. (1999), Buenos Aires, Novedades Educativas.

Para que los procedimientos que no implican la resta resulten más complicados, es posible modificar los números que intervienen en el problema. El enunciado transformado podría ser como el que sigue.

- Del total de 238 sillas que necesito para colocar en el salón, tengo 173. Me faltan … sillas.

Si aún se mantiene la suma como procedimiento de resolución, el docente podrá preguntar: *¿es posible resolver esta situación con una resta? o bien comentar: un alumno resolvió esta situación haciendo 238 – 173; ¿es correcto el procedimiento que usó?*

Es posible plantear otras actividades para trabajar problemas de sumas y restas a partir del uso de la calculadora. Si bien este uso a veces se cuestiona con el argumento de que de este modo los chicos no aprenderán a calcular, el tipo de problemas en los que presentamos esta herramienta mostrará claramente que no se trata de reemplazar el trabajo que es posible desarrollar con los algoritmos. Se trata, en cambio, de desplegar un trabajo de anticipación de resultados que puede ser verificado rápidamente.

Conocer el funcionamiento de la calculadora demanda una serie de actividades iniciales. Los niños espontáneamente suelen interrogarnos o probar con qué tecla se enciende y con cuál se apaga, cuáles son las teclas de las diferentes operaciones, intentan borrar si se equivocan o preguntan el significado de diferentes teclas aunque no las utilicen.

Después de estas actividades, los alumnos podrán empezar a resolver problemas para aprender más sobre las operaciones o sobre el sistema de numeración.

Por ejemplo, es posible plantear problemas que permitan analizar la relación entre la suma y la resta cuando se tienen como datos dos cantidades, como en el siguiente ejemplo.

- Buscá usando la calculadora qué número hay que sumarle a 17 para obtener 30.

Luego de que se resuelven problemas de este tipo, se puede dar lugar a una reflexión en la que los alumnos expliciten la relación entre la suma 17 + … = 30 y la resta 30 – 17 =… Muchos pueden encontrar el número realizando sumas parciales hasta llegar al solicitado, como, por ejemplo, 17 + 5 + 5 + 2 + 1. Otros niños pueden reconocer que es posible hacer 30 – 17. Es factible que la relación entre estos procedimientos sea objeto de trabajo para todos los alumnos.

Con la intención de que los niños resuelvan problemas para los cuales la resta es un medio de resolución se puede presentar el siguiente problema.

- Buscá en la calculadora un cálculo de resta cuyo resultado sea 75.

Es importante destacar que, en este caso, los chicos inician la exploración con la calculadora conociendo el resultado del cálculo, entonces podríamos preguntarnos cuál es el propósito de plantear esta actividad. Pues bien: pretendemos que los alumnos piensen la resta como una operación que permite averiguar la diferencia entre dos números. Al proponer, el uso de la calculadora como forma de búsqueda de dicho cálculo, estamos inhibiendo en los chicos el empleo de otros procedimientos, como el uso del papel o el conteo de uno en uno. En cambio, ante este problema, los chicos anticipan un cálculo y luego de realizarlo efectivamente con la calculadora, comienzan a hacer rectificaciones de alguno de los números en función del resultado obtenido. Otros alumnos descubrirán que el cálculo puede encontrarse sumando cualquier número al 75 y luego escribiendo el resultado menos el número agregado. Serán necesarios varios problemas similares para que toda la clase recurra a la resta para resolverlos.

Hemos planteado también que es conveniente presentar problemas “moviendo” el lugar de la incógnita. Por ejemplo, consideremos los siguientes enunciados.

– Juan tiene 22 estampillas nuevas y ya pegó 8. Ahora le falta pegar…
– Juan tiene algunas estampillas nuevas para su colección. Ya pegó 8
y le falta pegar 14 . ¿Cuántas estampillas nuevas tiene?
– Juan tiene 22 estampillas nuevas. Pegó algunas y le falta pegar 14.
¿Cuantas pegó ya?

Con el primer problema, se apunta a averiguar la cantidad final luego de una transformación negativa. Como se produce una disminución en la cantidad inicial de 12 estampillas, es fácil reconocer la resta como el procedimiento más conveniente.

Si, en cambio, proponemos el segundo problema, el dato a averiguar está en el estado inicial, es decir, en cuántas estampillas tenía al comienzo. La transformación es positiva, ya que por el regalo recibido aumentó esta colección inicial; sin embargo, no es tan habitual que los alumnos reconozcan que si en el problema se produce una transformación positiva la resta puede ser un procedimiento posible y económico.

En el tercer problema, se conoce el estado inicial y el estado final y se debe buscar la transformación que es negativa y se puede hallar a partir de la resta.

Es ciertamente importante que los alumnos resuelvan gran cantidad de problemas en los cuales las incógnitas se presenten en distintos lugares y las transformaciones sean positivas y negativas para que no establezcan relaciones lineales y estereotipadas, como, por ejemplo: si me regalan tengo que sumar o si perdí tengo que restar. Será el análisis de los datos y de las relaciones que se establecen entre sí lo que permitirá a los chicos elegir, entre diversos procedimientos posibles, alguno más económico.

Al proponer una variedad de problemas, hemos planteado que uno de los aspectos que cambian su complejidad es el tipo de números involucrados.

Si los alumnos de 2º resuelven los problemas aditivos y sustractivos utilizando procedimientos gráficos como los que se explicitan en el *Cuaderno para el aula: Matemática 1*, siempre teniendo en cuenta las diferencias entre los alumnos, podremos promover el pasaje a los procedimientos numéricos aumentando el tamaño de los números involucrados para que el dibujo de todos los elementos resulte un procedimiento poco económico.

A modo de cierre de este apartado, queremos subrayar algunas cuestiones.

La organización de los alumnos en la clase para la resolución de problemas puede realizarse de diversas maneras, y no siempre en forma individual. Combinar opciones es una práctica frecuente y puede ser un camino fructífero. Así, en algunos casos se puede comenzar proponiendo directamente un trabajo en pequeños grupos y en otras oportunidades pedir inicialmente la resolución individual de las situaciones para que todos los chicos se involucren en la resolución, por cierto, de diversas maneras. El encuentro del pequeño grupo, en un segundo momento, puede tener sentido en la medida en que contrasten los procedimientos de resolución utilizados por cada uno e identifiquen entre ellos el o los más convenientes. Es decir, que comiencen a comparar los resultados obtenidos y descarten los procedimientos errados para que luego empiecen a discutir sobre las coincidencias y las diferencias.

En la puesta en común, entre todos, se puede continuar trabajando sobre los distintos procedimientos: los más frecuentes, los más largos, los más seguros, etc. Si centramos la “mirada” en coincidencias o diferencias entre procedimientos, esta última trama suele ser de gran riqueza, para lo cual, sabemos por experiencia, no es necesario que todos los grupos expongan. Nuestra habitual recorrida nos habrá dado pistas sobre la variedad de procedimientos en uso y podremos, sobre esa base, llegar a los que resulten interesantes para una discusión entre los chicos. Preguntas del estilo: *¿quiénes usaron un procedimiento diferente?* suelen ser organizadoras de este diálogo sobre las estrategias puestas en juego.

### Plantear situaciones para multiplicar y dividir con distintos significados

Para abordar la multiplicación, también es conveniente incluir problemas que hagan referencia a distintos significados. Recurriremos con ese propósito a un conjunto de problemas que denominamos multiplicativos, es decir, aquellos que pueden resolverse con una multiplicación o con una división como procedimientos más económicos.

¿Qué significados sería posible abordar en 2º año/grado? Los problemas que usualmente se presentan se pueden denominar casos sencillos de proporcionalidad, e incluyen aquellos que admiten una organización rectangular de los elementos. Por otro lado, los problemas denominados de combinatoria, se introducen en 2º año/grado, pero se abordarán con mayor profundidad en 3º.

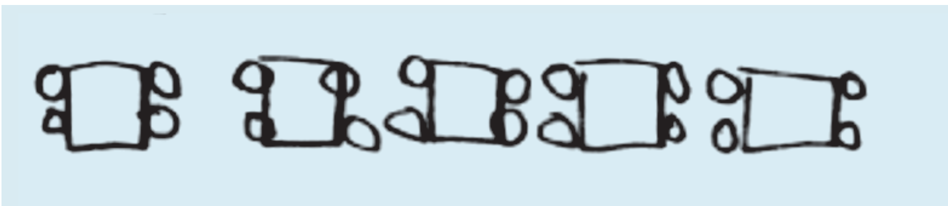
Es habitual iniciar este trabajo con problemas de proporcionalidad sencillos. Por ejemplo, si conocemos que 1 chocolate tiene 4 tabletas y queremos saber cuántas tabletas tienen 6 chocolates iguales para repartirlos entre amigos, se está planteando un problema en el que uno de los datos –la cantidad de tabletas de uno de los chocolates– es una constante de proporcionalidad. Otra posibilidad sería averiguar cuántas tabletas tienen 3 chocolates si conocemos que en 6 chocolates hay 24 tabletas, y si, en este caso, se cumple que 3 chocolates, que es la mitad de 6 chocolates, tendrán la mitad de 24, o sea 12. En ambas resoluciones es posible usar distintas propiedades de la proporcionalidad, y aunque en este Ciclo no se trata de hacer un trabajo específico para reconocerlas, sí es conveniente que empiecen a utilizarlas intuitivamente para resolver problemas.

Los problemas que remiten a organizaciones rectangulares son también problemas de proporcionalidad pero, en este caso, los elementos se presentan ordenados en filas o columnas, por ejemplo, si sabemos que en cada fila se colocan 5 sillas y queremos averiguar cuántas sillas necesitamos para completar 4 filas.

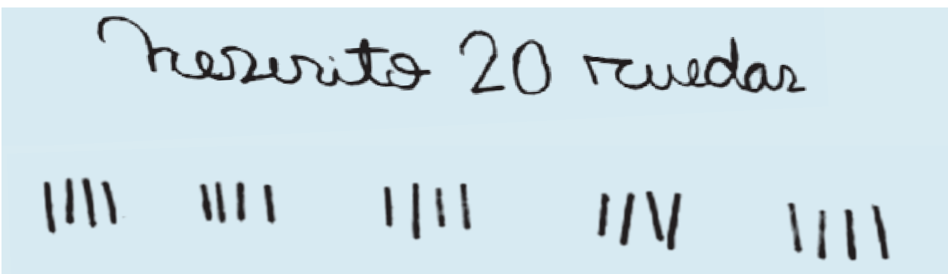
Los problemas de combinatoria son aquellos en los que hay que combinar elementos de diferentes colecciones. Por ejemplo: para ir a un baile de disfraces, dos hermanas encontraron tres vestidos de diferentes colores –rojo, amarillo y azul– y dos sombreros, uno con plumas y otro con moño. Se fueron probando la ropa de todas las maneras posibles para ver cuál les gustaba más. Lo que se les pide a los chicos que averigüen es cuántas maneras diferentes de vestirse encontraron.

Analicemos ahora algunos procedimientos que suelen usar los alumnos que aún no disponen de recursos de cálculo multiplicativo para resolver estos problemas.[15] Por ejemplo, un problema como el que sigue:

- Si para armar un auto necesito 4 ruedas, para armar 5 autos necesitaré … ruedas.



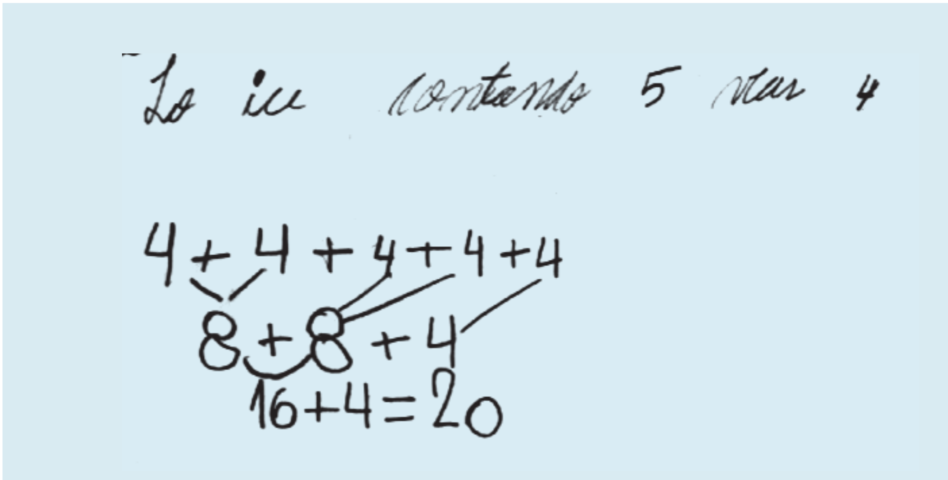
Llega a 20 luego de haber efectuado el conteo.




Reemplaza cada rueda por un palito y luego realiza el conteo.


Llega a 20 como resultado de sumar 4 + 4 + 4 + 4 + 4.

[15] En el apartado "La gestión de la clase", en: "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno* señalamos la necesidad de promover la diversidad de producciones y de analizarlas con todo el grupo.




Se apoya en procedimientos de cálculo dominados por él.

Suele ser frecuente y también parte del proceso constructivo que algunos chicos intenten resolver esta situación haciendo 5 + 4. Su elección puede interpretarse en función de considerar que la suma, seguramente, ha sido un procedimiento eficaz hasta ese momento, e intentan generalizarlo sin poder aún reconocer lo que es distinto en este nuevo tipo de problema. Constituye parte del mismo proceso que los chicos tiendan a no reconocer que los números involucrados son magnitudes que corresponden a cantidades diferentes (autos y ruedas).

Para generar un espacio en el cual puedan reconocer el cálculo adecuado, se puede escribir en el pizarrón 4 + 5 y 4 + 4 + 4 + 4 + 4 y decirles por ejemplo: *diferentes chicos escribieron estos cálculos para resolver esta situación, expliquen con cuál están de acuerdo y por qué.*

Para que los chicos avancen en el establecimiento de relaciones de semejanzas y diferencias entre la suma y la multiplicación, tanto desde el cálculo como en el nivel de los significados, podemos también proponer otras situaciones. Por ejemplo, una actividad de producción de mensajes como la siguiente que permite, a la vez, introducir el signo x.

Organizamos la clase en una cantidad par de grupos con 3 o 4 alumnos y entregamos a cada grupo una cantidad de sobres iguales que contengan la misma cantidad de fichas. Por ejemplo, para un grupo, 4 sobres con 5 fichas, para otro, 7 sobres con 3 fichas, etc. A continuación, se les solicita: *Escriban un* *mensaje, lo más corto posible, para que otro grupo averigüe cuántos sobres recibieron y cuántos fichas tiene cada uno. En el mensaje no pueden incluir dibujos.*[16]

Luego, cada par de grupos intercambia los mensajes elaborados y cada equipo debe interpretarlo y decir cuántos sobres de cuántas fichas había recibido el otro grupo inicialmente.

A partir de la reflexión en torno de los mensajes, que podrían estar escritos en lenguaje coloquial "5 sobres de 3 fichas cada uno" o bien en lenguaje simbólico como "3 + 3 + 3 + 3 + 3" se puede explicar que, con el propósito de abreviar estos cálculos de sumandos iguales, se usa el signo x y escribimos 5 x 3.

Con la misma intención, también es posible plantear la siguiente situación y hacer que la resuelvan en pequeños grupos.

- Indicá con cuál de estos cálculos resolverías cada uno de los siguientes problemas.

| | | |
|---|---|---|
| **3 + 2 + 4** | **5 + 5 + 5** | |
| **5 x 3** | **3 + 5** | **3 + 3 + 3 + 3 + 3** |

– María tiene 3 primos varones y 5 mujeres. ¿Cuántos primos tiene?

– En la calesita hay 5 autitos y se sentaron 3 chicos en cada auto. ¿Cuántos chicos se sentaron en autos?

– En el campamento, cada chico llevó golosinas para compartir con los compañeros de la carpa. Nicolás trajo 3 caramelos, Bruno 2 chupetines y Marcos 4 chocolates; ¿cuántas golosinas tienen?

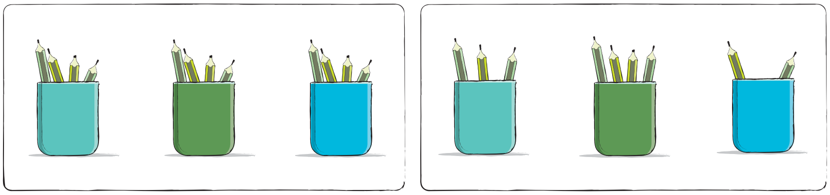
[16] Tomado de Ermel (1986).

En el intercambio posterior, y tomando en cuenta las respuestas de los distintos grupos, se espera que los chicos logren reconocer, por un lado, que hay sumas que se pueden expresar como una multiplicación y que la escritura correspondiente es 5 x 3 y, por otro, que hay otras sumas que no pueden expresarse como multiplicación porque sus sumandos no son iguales, como en 3 + 2 + 4.

Luego podrá iniciarse el reconocimiento de la propiedad conmutativa a partir de una actividad en la que los alumnos discutan la diferencia entre 5 x 3 y 3 x 5, expresando ambos productos como sumas diferentes, pero de igual resultado.

Otra actividad posible consiste en presentar tarjetas dibujadas para que los niños indiquen la operación conveniente para averiguar la cantidad de elementos presentes en cada una.

- Escribí un cálculo que te permita averiguar cuántos lápices hay en cada tarjeta.



Para presentar problemas de proporcionalidad, podremos también organizar la información en tablas que requieran que los chicos las completen. Por ejemplo, si les planteamos la siguiente situación.

- Un fabricante de rodados arma cada mes distintas cantidades de bicicletas y triciclos. Para registrar la cantidad de ruedas que tiene que fabricar hace marcas en tablas como las siguientes. Completá las tablas.

| **Bicicletas** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ruedas | 2 | 4 | | | | | | | | |

| **Triciclos** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ruedas | 3 | 6 | | | | | | | | |

En el intercambio que luego promoveremos podremos preguntar cómo pensaron para completar las tablas. Las verbalizaciones de diferentes niños frente a este problema dan cuenta de los procedimientos que ponen en juego. En varias oportunidades hemos escuchado a los chicos afirmar: *para cada nuevo triciclo, le pongo 3 ruedas más,* o *yo voy sumando 3 en cada casillero y completo la tabla,* o *al doble de triciclos, el doble de ruedas:* O bien: *yo uso la escala del 3: 3, 6, 9…* Todas las formas de resolver son adecuadas y en ese momento se puede destacar la posibilidad de encontrar diferentes maneras para pensar la solución.

En este año/grado aún no resulta necesario organizar el repertorio de productos en las “tablas de multiplicar”. Sin embargo, una vez que los niños hayan explorado una variedad suficiente de problemas y descubierto distintos productos, será conveniente registrar los resultados que se conocen y organizar esta información para tenerla disponible al resolver nuevos problemas. Es más, algunas maneras de organizar estos productos permiten poner en evidencia determinadas relaciones que facilitan la memorización. Por ejemplo:

$2 \times 2 = 4$
$2 \times 4 = 8$
$2 \times 8 = 16$

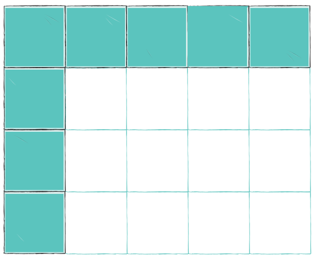
$2 \times 3 = 6$
$2 \times 6 = 12$

$2 \times 5 = 10$
$2 \times 10 = 20$

$2 \times 3 = 6$
$4 \times 3 = 12$
$8 \times 3 = 24$

Algunos contextos que remiten a organizaciones rectangulares de los elementos son los timbres en los porteros eléctricos, los asientos en el teatro, las baldosas en un piso, etc. En este sentido, se puede solicitar a los alumnos:

- Averiguá la cantidad de baldosas necesarias para completar un piso como el del dibujo.



Algunos niños podrán dibujar las baldosas y luego contarlas; otros apelarán a la suma de baldosas que hay en cada fila (5 + 5 + 5 + 5) o en cada columna (4 + 4 + 4 + 4 + 4). Es esperable que, a partir del trabajo realizado y del aumento de la cantidad de baldosas, con uno de los números de dos cifras como en 15 x 6 o en 34 x 5 encuentren en la multiplicación un procedimiento más económico que la suma.

Este tipo de problemas puede variarse cambiando el lugar de la incógnita, dando el producto y pidiendo que encuentren posibles factores, lo que implica relacionar la multiplicación con la división. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que armen un piso rectangular con 18 baldosas. Al confrontar las diversas producciones, ya sean gráficas o con forma de cálculos, empezarán a tomar conciencia de la variedad de respuestas posibles (2 x 9, 3 x 6, etc.).

También para la iniciación en la división es conveniente incluir problemas que nos permitan abordar diferentes significados: los de reparto y los de partición. Estos problemas surgen de cambiar de lugar la incógnita de la multiplicación.

En los problemas de reparto, se conoce la cantidad total de elementos a repartir y la de partes, pero no cuántos elementos corresponden a cada una de las partes. Teniendo en cuenta que los repartos pueden ser equitativos o no, es necesario que presentemos enunciados de problemas con el fin de que los niños analicen si es condición el realizar un reparto en partes iguales. Por ejemplo:

- Tengo 16 libros para repartir en 4 estantes. ¿Cuántos libros colocaré en cada uno?

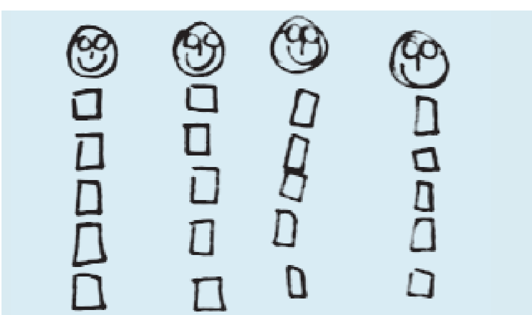
Esta situación admite variadas respuestas ya que se pueden colocar 8 en uno, 4 en otro y 2 en cada uno de los restantes. También se pueden repartir en 6, 5, 4 y 3, ya que no hay nada en el enunciado que indique que el valor de cada parte deba ser el mismo.

En el caso de que los alumnos resuelvan la situación colocando en cada estante 4 libros, una posible intervención que cuestiona dicha resolución sería: *un alumno de otro 2º lo resolvió colocando 3, 5, 2 y 6, respectivamente; ¿está bien lo que hizo? ¿Por qué?* Luego de un espacio de discusión, es posible pedir que indiquen qué modificaciones podrían hacer al enunciado para que el reparto equitativo de libros sea una condición.

Otro aspecto a considerar de un modo colectivo es qué se hace cuando, luego de efectuado el reparto, sobran elementos. Nos referimos aquí a los problemas en los que el resto es diferente de cero. Discutir si lo que sobra puede seguir repartiéndose o no supone considerar la naturaleza de los números involucrados: ya que no es lo mismo que sobren chocolates o libros.

Los niños de 2º año/grado estarán en condiciones de resolver problemas de reparto utilizando distintos procedimientos. Por ejemplo, como en estos casos los chicos podrán resolver un problema como el siguiente, con los procedimientos que se indican.[17]

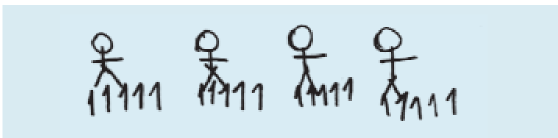
- Para un juego, se deben repartir 20 cartas en partes iguales entre 4 jugadores. ¿Cuántas cartas recibirá cada uno?



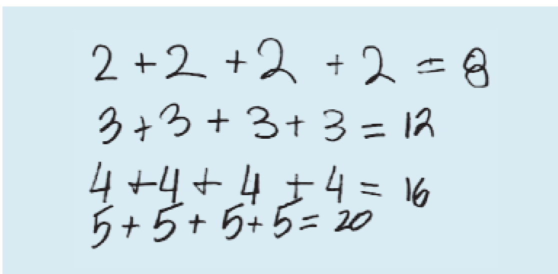
Recurre a la representación gráfica para efectuar el reparto de 1 en 1 y luego cuenta cuántas cartas le dio a cada jugador.

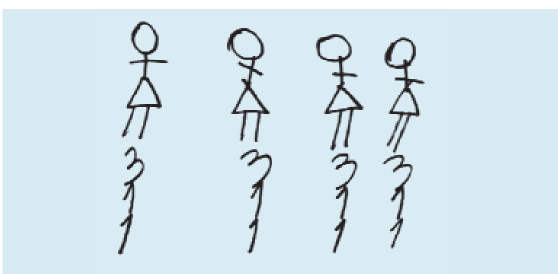
[17] En el apartado “Las representaciones” en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno* comentamos sobre la evolución de las representaciones que usan los alumnos.

Sustituye el dibujo de las cartas por palitos y continúa igual que en el primer caso.



Utiliza el número 1 para representar cada una de las cartas que se reparten.



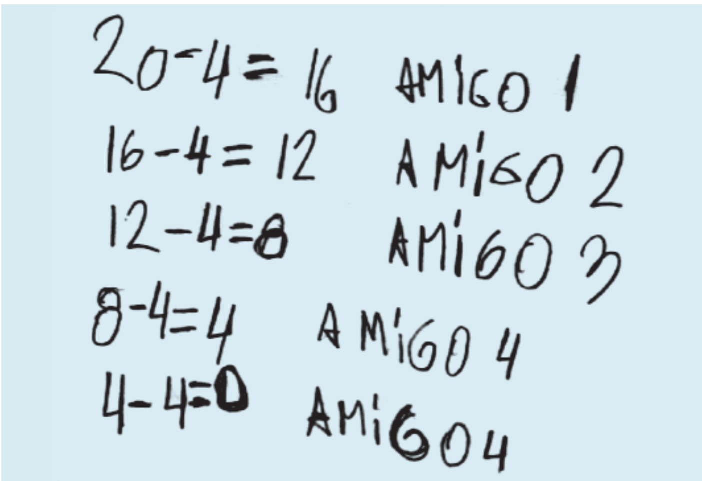



Tanteando, prueba con diferentes sumas sucesivas hasta llegar a 20.

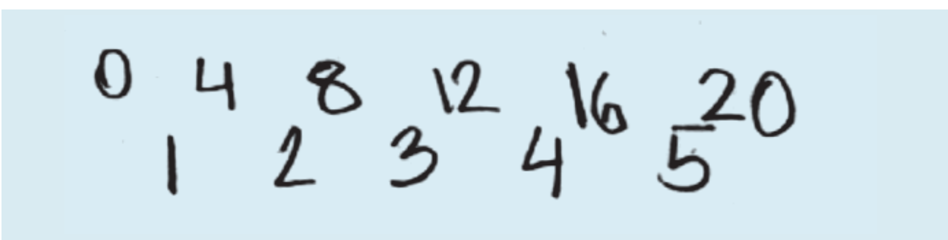
Dijimos que en algunos problemas la división se asocia con una partición. Por ejemplo:

- Tengo 20 cartas y quiero darle 4 a cada uno de mis amigos. ¿Para cuántos amigos me alcanzan?

Las cantidades en juego son las mismas que en el problema anterior, pero, en este caso, se conoce el valor de cada parte (4 cartas a cada amigo) y se pregunta por la cantidad en las que puede repartirse la colección (en el ejemplo, de cartas). En este tipo de problemas, los alumnos no pueden recurrir al procedimiento de repartir de a uno los elementos. En cambio, podrán utilizar estrategias de resolución como las siguientes.




Realiza restas sucesivas: va quitando de a 4 tantas veces como necesita hasta arribar al resultado.




Cuenta de 4 en 4 hasta llegar a 20.

En el caso de organización rectangular de los elementos, también se pueden plantear problemas donde la división tenga ambos significados. El primero de los siguientes problemas será necesario pensarlo como una partición, pero el segundo se podrá pensar como un reparto:

– Para un acto debemos acomodar 48 asientos en filas de 8 asientos cada una. ¿Cuántas filas deberemos armar?
– Para un acto debemos acomodar 48 asientos en 8 filas. ¿Cuántos asientos tendrá cada fila?

En 2º año/grado no es conveniente avanzar en la resolución de estos problemas de división utilizando el algoritmo convencional de la división. Esto responde a dos motivos: por un lado, los chicos aún no han incorporado un repertorio de cálculos que permita resolver ese algoritmo y, por otro, los problemas que les presentaremos no justifican su uso ya que tendrán números pequeños.

Es importante presentar, en los diferentes momentos del año, situaciones que requieran de las distintas operaciones para su resolución y no trabajar exclusivamente con aquellas que apunten a la operación que se está abordando en un período determinado.

Por otro lado, en el conjunto de problemas que se presentan para usar cada operación con distintos significados, es interesante incluir algunos en los cuales la información esté vinculada con la vida cotidiana, ya sea por medio de recortes de diario con publicidades de ofertas, facturas o comprobantes que informan sobre lo comprado, boletos, calendarios y otros, es decir, distintos portadores de datos numéricos referidos a contextos que resulten familiares a nuestros chicos. En el apartado "Para trabajar con la información" desarrollaremos algunos ejemplos.

### Para calcular de diferentes formas

Un propósito de toda la escolaridad es el trabajo con variados procedimientos y técnicas de cálculo de modo que, a lo largo del tiempo, los alumnos puedan ir disponiendo de un repertorio memorizado de cálculos, de diferentes maneras de hacerlos por escrito y de un uso inteligente de la calculadora. Si pretendemos que esto sea posible para todos los chicos, es necesario que destinemos un tiempo importante del trabajo en el aula para que se identifiquen las diferentes estrategias personales de resolución, se expliciten y, luego, se sistematicen. De este modo, favoreceremos que puedan volver a utilizarlas en nuevas situaciones.

Si bien este tipo de cálculo interviene en la resolución de distintos problemas y se encuentra presente como herramienta útil frente a variadas situaciones –tal como lo hemos planteado en el apartado anterior–, también debe ser abordado como "objeto de estudio" en sí mismo.

Una idea importante es que un mismo cálculo puede resolverse con diferentes procedimientos y que el más rápido y económico para un caso puede no serlo para otro; esto dependerá de los números que intervengan. A diferencia del algoritmo convencional que todos realizamos de la misma manera, el cálculo al que nos estamos refiriendo admite una diversidad de estrategias que pueden coexistir en el aula. Y, en este sentido, el que resulte más "cómodo" para un alumno puede no serlo para otro.

Los algoritmos tienen, entonces, un nuevo lugar en la enseñanza: son formas de cálculo con las que culmina un trabajo previo de producción y análisis de distintos procedimientos originales de los mismos alumnos.[18]

### Plantear situaciones para pasar de los distintos procedimientos para sumar y restar a los algoritmos usuales

El dominio de los algoritmos tradicionales es el punto de llegada de un trabajo a largo plazo. En un comienzo, para la suma y la resta se plantean situaciones como las ya presentadas en el año anterior y que los chicos resolvieron elaborando distintos procedimientos personales.[19]

En este año/grado, avanzaremos con números más grandes, lo que también dará lugar a la producción de diferentes procedimientos numéricos originales. Veamos algunas producciones de alumnos.

– Para la suma:

$36 + 17 = 30 + 6 + 10 + 7 = 40 + 13 = 53$

$36 + 17 = 36 + 10 = 46,\ 46 + 7 = 53$

$248 + 20 + 11$

$200 + 70 + 9 = 279$

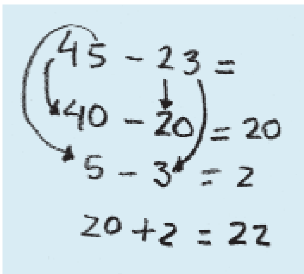
$324 + 45 + 15$

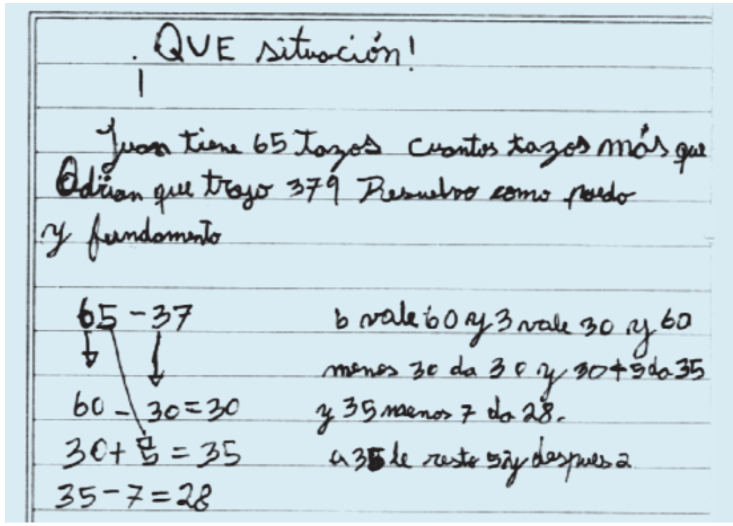
$300 + 80 + 14 = 394$

[18] **Recomendación de lectura**: para ampliar la propuesta sobre cálculo mental, se recomienda la lectura de "El Cálculo mental" en Parra, C. (1994).

[19] Tal como se ha planteado en el apartado "Las representaciones", en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno*, cuando el alumno produce una solución, utiliza representaciones personales que pueden o no coincidir con las convencionales.

– Para la resta:


45 − 23 =
40 − 20 = 20
5 − 3 = 2
20 + 2 = 22


QUE situación!

Juan tiene 65 Tazos cuantos tazos más que Adrian que trajo 37? Resuelvo como puedo y fundamento

65 − 37
60 − 30 = 30
30 + 5 = 35
35 − 7 = 28

6 vale 60 y 3 vale 30 y 60 menos 30 da 30 y 30+5 da 35 y 35 menos 7 da 28.
a 35 le resto 5 y después 2

Para que esta variedad de procedimientos sea posible, debemos proponer paralelamente actividades cuyo fin sea que los alumnos memoricen un conjunto de resultados de cálculos, como suma de dígitos, de decenas y de centenas enteras. En la medida en que estos conocimientos estén disponibles, los chicos podrán elaborar esos diferentes procedimientos y tener, además, al aprender el algoritmo, algún control sobre los resultados.

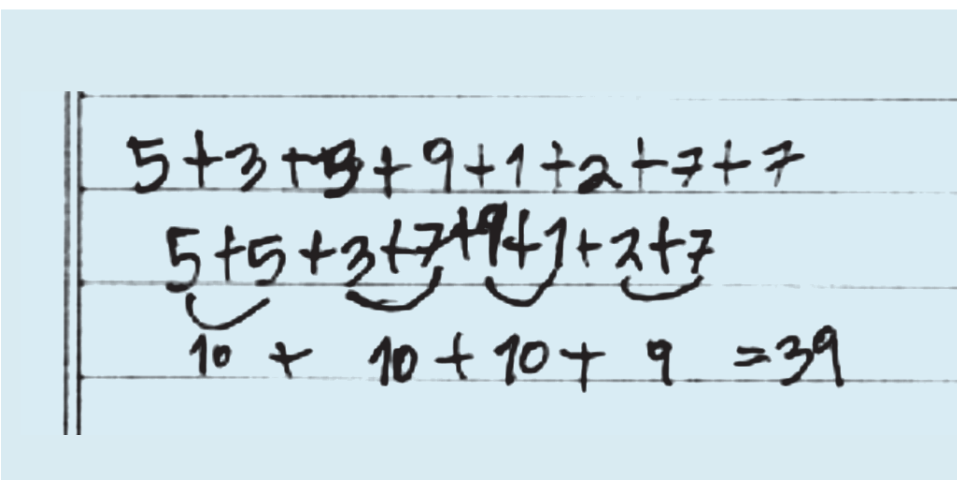
Resulta de particular interés generar espacios de puesta en común para que los chicos compartan los distintos procedimientos utilizados y expliquen cómo los han pensado. Se apunta a que los alumnos conozcan otros procedimientos, analicen en qué se parecen y se diferencian, y puedan así realizar cada vez procedimientos más avanzados. Primero, en relación con la pertinencia, es decir, si el procedimiento permite llegar o no al resultado correcto. En otro momento, y de acuerdo con la cantidad de pasos, la reflexión podrá girar en torno de la economía de tiempo o de esfuerzo de los distintos procedimientos. Es importante que, en las distintas ocasiones, promovamos el análisis de procedimientos tanto acertados como erróneos. Si algún procedimiento determinado no surgiera espontáneamente en el grupo y resultara interesante su análisis, se puede presentar como realizado por otros alumnos.

Cuando los niños resuelven sumas y restas con diversos procedimientos, están usando las propiedades conmutativa y asociativa de las operaciones como instrumentos. Sin embargo, en este Ciclo no es conveniente aún “poner-les nombre". En la medida en que analicemos las producciones de los alumnos, podremos reconocer los conocimientos matemáticos que ellos usan en forma implícita para poder intervenir adecuadamente. Por ejemplo, es probable que desde 1[er] año/grado, los niños hayan usando en forma indistinta 3 + 4 y 4 + 3, pero pueden haber considerado que 2 + 8 es más difícil que 8 + 2. Del mismo modo, en 2[o], pueden usar 70 + 20 más fácilmente que 20 + 70 ó 23 + 7 en lugar de 7 + 23.

Una intervención posible frente al uso de la propiedad de manera espontánea es plantear una actividad de investigación donde se discuta si en una cuenta de sumar siempre es posible cambiar el orden de los números sin que cambie el resultado, o cuál de los sumandos conviene poner primero para facilitar el cálculo. Así, es posible que las propiedades se utilicen como reglas prácticas que el grupo acepta y que, más adelante, serán explicitadas como tales.

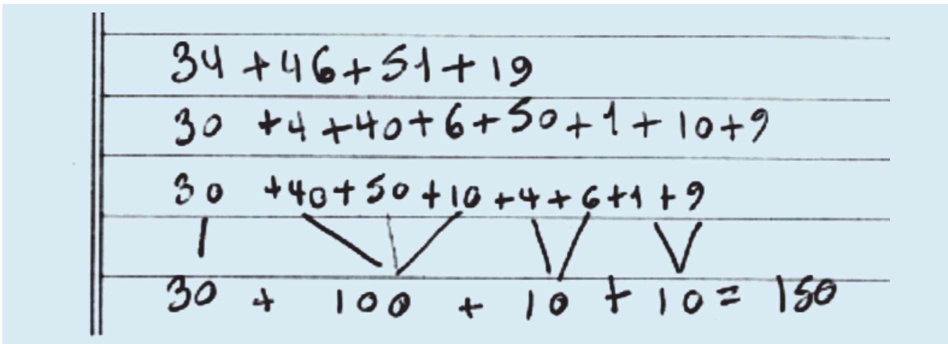
Otros problemas donde las propiedades funcionan como instrumento de resolución de manera implícita son aquellos en los que los alumnos deben construir procedimientos originales para resolver cálculos o explicar los propuestos por otros. En ellos, si fuera necesario, podrán cambiar los números de lugar para asociarlos según les convenga en función de los cálculos que tengan memorizados. Es decir, los alumnos estarán usando las propiedades conmutativa y asociativa.

Por ejemplo:




Aquí, además de conmutar, utilizan las sumas que dan 10 para realizar este cálculo de manera más rápida.

Veamos otro ejemplo donde los alumnos descomponen los números, conmutan y asocian usando resultados conocidos de sumas de decenas enteras.




Progresivamente, debemos plantear situaciones más complejas que inviten a los alumnos a buscar estrategias más claras y económicas, entre las que se hallan los algoritmos convencionales. En un principio, el pasaje a la "cuenta parada" no debe estar tan alejado de las producciones que son del dominio de los niños. En este sentido, procedimientos como los que se muestran a continuación podrían resultar "algoritmos intermedios" entre los cálculos horizontales y la cuenta convencional.

– Para la suma:

$$\begin{array}{r} 48 \\ +\ 35 \\ \hline 83 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 40 + 8 \\ \rightarrow 30 + 5 \\ \hline 70 + 13 \\ 70 + 10 + 3 \\ 80 + 3 = 83 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \ \ 48 \\ +\ 35 \\ \hline 70 + 13 = 83 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48 \\ +\ 35 \\ \hline 13 \\ +\ 70 \\ \hline 83 \end{array}$$

– Para la resta:

$$\begin{array}{r} 75 \\ -\ 54 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 70 + 5 \\ \rightarrow 50 + 4 \\ \hline 20 + 1 \end{array}$$

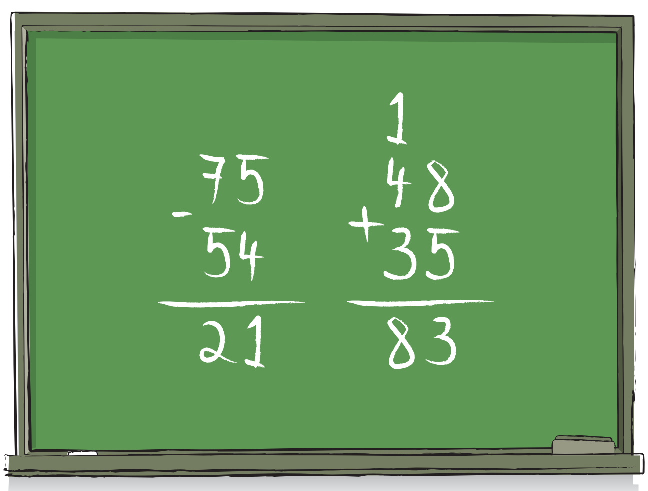
Otro ejemplo:

$$\begin{array}{r} 86 \\ -\ 29 \\ \hline 57 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 80 + 6 \\ \rightarrow 20 + 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 70 + 16 \\ \rightarrow 20 + 9 \\ \hline 50 + 7 \end{array}$$

Estas maneras de resolver los cálculos ponen en evidencia las relaciones entre los números, las que permanecen implícitas en el algoritmo convencional. Investigaciones realizadas en las aulas muestran que estas producciones son posibles si, como mínimo, los alumnos han trabajado un año sobre las regularidades del sistema de numeración, comparado cálculos “fáciles” y “difíciles” –explicitando por qué los consideraron de un modo u otro–, y una variedad de problemas de suma y resta en los que esas operaciones hayan tenido diferentes significados.[20]

Solo después de un intenso trabajo sobre los procedimientos personales propios y de otros que les permita a los alumnos tener un claro control sobre el resultado, es conveniente plantear otras actividades centradas en la articulación de este último con el algoritmo usual basado en agrupamientos.

Por tanto, y retomando lo explicitado al comenzar en “Para calcular de diferentes formas”, hoy los algoritmos usuales no son el punto de partida, sino una de las tantas formas de cálculo; y es esperable que se conozcan luego de un intenso trabajo de producción y análisis de distintos procedimientos originales, sugeridos por los mismos alumnos. Es decir, que luego de desplegar el trabajo explicitado precedentemente, podremos introducirlo explicando cómo se hace y diciendo que es una forma de resolver esta cuenta que usan muchas personas y solicitarles que la comparen con las que ellos conocen.




[20] **Recomendación de lectura**: se sugiere la lectura de “Algunas reflexiones en torno a la enseñanza de la Matemática en el Primer Ciclo de la EGB” de H. Itzcovich (coord.) (1999).

Otra opción consiste en pedirles que investiguen la manera en que los chicos más grandes o sus familiares resuelven "estas cuentas".

En cualquiera de las dos opciones, al hacer el análisis de los algoritmos usuales se debe tratar de establecer, en la medida de lo posible, relaciones con los procedimientos construidos por ellos.

Las diferentes formas de cálculo se irán complejizando en tanto se modifiquen los números involucrados.

La estimación es un procedimiento que permite controlar el resultado de las cuentas realizadas con cualquier procedimiento, lo que puede hacerse antes o después de la operación. Por lo tanto, sea que el problema consista solo en inventar un modo de hacer el cálculo o que se trate de un problema en contexto de la vida cotidiana, el control del resultado puede promoverse como un modo de trabajar en matemática que permite asegurarse de lo realizado. De esta manera, estaremos promoviendo que los niños consideren la razonabilidad del resultado en función de la situación y de los datos.

Por otra parte, estimar también es un procedimiento muy utilizado en diferentes contextos de la vida cotidiana en los que es suficiente efectuar un cálculo aproximado, por ejemplo: para anticipar el dinero que debemos llevar para realizar una compra de alimentos, para calcular los gastos mensuales, los ingredientes que necesitaremos para preparar una comida, etc. En estos casos, se suelen usar procedimientos diferentes a los algoritmos convencionales. Por ejemplo, en el problema siguiente:

- Martín ahorró $ 100 y quiere saber si le alcanza para comprar elementos para la computadora que cuestan $ 54 y $ 37.

Para realizar un cálculo aproximado, se puede encuadrar cada número –el 54 está entre 50 y 60, y el 37 entre 30 y 40– y redondear a la decena más cercana, para operar con ellas. En este caso, 50 está más cerca de 54 que de 60, y 40 está más cerca de 37 que de 30; entonces, como 50 + 40 = 90, podemos decir que con los $ 100 que ahorró Martín le alcanza, pues tendrá que gastar aproximadamente $ 90.

Además de estos problemas, es posible trabajar diferentes propuestas de estimación como la siguiente.

- Decidí, sin hacer la cuenta, si los resultados de estos cálculos son mayores de 50:
a) 28 + 42
b) 25 + 19

- Fundamentá tus respuestas.

En el caso a) es esperable que los niños digan: *el resultado de 30 + 40 se pasa del 50*, y para el caso b) *veinti y pico más un número cercano al veinte tiene que dar cuarenta y pico, es decir, menos que cincuenta*, etcétera.

### Plantear juegos para memorizar cálculos

Al igual que en 1er año/grado, en 2º es necesario seguir promoviendo la práctica del cálculo mental con el objetivo de que progresivamente los alumnos retengan un conjunto de resultados numéricos y de estrategias de cálculo relativos a la adición y sustracción, como:

**1er año/grado**
Sumas de sumandos iguales de una cifra (1 + 1, hasta 9 + 9).
Sumas de decenas enteras iguales (10 + 10, hasta 90 + 90).
Las sumas que dan 10 (1 + 9; 2 + 8, etc.).
Sumas de números terminados en 0 que dan 100 (20 + 80).

**2º año/grado**
Sumas de sumandos distintos de una cifra (4 + 3, ...; 8 + 6, etc.).
Sumas de decenas (40 + 30; 70 + 60, etc.).
Complementos a 100 (80 + ... = 100; 40 + ... = 100, etc.).
Sumas y restas de múltiplos de 5 (35 + 15; 50 – 15, etc.).
Dobles y mitades (el doble de 20 es...; la mitad de 80 es...).
Sumas de decenas enteras más unidades (10 + 8; 20 + 5, etc.).

Para este tipo de actividades, y durante todo el Ciclo, hay que destinar un tiempo considerable, por ejemplo, una clase semanal, ya que una buena práctica de cálculo mental y la reflexión sobre los procedimientos empleados es el punto de partida de otros tipos de cálculo.

Una clase podría consistir en pedir a los alumnos que, en grupos, busquen y discutan diferentes maneras de resolver un cálculo. Luego, un representante de cada grupo deberá socializar para el total de la clase la producción de su grupo. Finalmente, se podrá comenzar con una instancia de análisis en la que formularemos preguntas del tipo: *cuál procedimiento les resultó más fácil, más rápido, etc.* para orientar el debate. La intención no es encontrar el "mejor procedimiento" sino que cada niño encuentre la manera más "cómoda" de resolver el cálculo, a diferencia del algoritmo convencional en el que todos lo resolvemos de la misma manera.

Una vía de acceso interesante para el trabajo con el cálculo mental es el juego reglado. Pero, cabe aclarar que el juego en sí mismo no es una herramienta suficiente para garantizar una situación de aprendizaje. Será nuestra intención como docentes lo que diferencie el uso didáctico del juego de su uso social. Para el alumno, el objetivo en el juego reglado, generalmente, será ganar. En cambio, para el docente, será que el alumno aprenda un nuevo conocimiento.

Para ello es necesario que gestionemos momentos de análisis conjunto a propósito del desarrollo de cada propuesta lúdica. Preguntas tales como: *¿todos lo jugaron de la misma manera?, ¿qué estrategias utilizó cada uno?, ¿cuál les pareció la forma más rápida?, ¿cuál permitió cometer menor cantidad de errores?,* etc. suelen ser típicas para orientar a los niños a que reflexionen sobre el contenido que se pretendió abordar.

Algunas propuestas[21] para construir estrategias y memorizar cálculos son las siguientes.

**"Casita del 100":** sumar números terminados en 0 y 5 que dan 100
**Materiales:** para cada grupo, un mazo con 40 cartas con dos de estas con cada uno de los números terminados en 5 y en 0, desde el 5 hasta el 95, excepto del 50, de las que debe haber 4.
**Organización:** la clase se podrá dividir en grupos de 4 niños.
**Desarrollo:** tal como se juega a la "Casita Robada", pero teniendo en cuenta que lo que permite levantar una carta del pozo es que sumen 100. Es decir, que se reparten 3 cartas a cada niño y se colocan 4 boca arriba sobre la mesa.

[21] **Recomendación de lectura**: para ampliar el repertorio de juegos, se recomienda la consulta del material recortable para los alumnos y material para el docente en el libro de Chemello, G. (coord.), Agrasar, M. y Chara, S. (2001), *El juego como recurso para aprender* y *Juega y aprende matemática* de Fuenlabrada, I. (2000).

A su turno, cada jugador intentará sumar 100 entre una de sus cartas y una de la mesa. En caso de no poder hacerlo, desecha una de sus cartas, colocándola junto a las otras cartas sobre la mesa, boca arriba. Gana el jugador que al final tiene más cartas en su pozo.

**“Descartar 100”:** calcular sumas que dan 100
**Materiales:** para cada grupo, el mismo mazo que para el juego anterior y una carta cualquiera que no tenga pareja.
**Organización de la clase:** en grupos de 4.
**Desarrollo:** se reparten las 41 cartas entre los 4 jugadores sabiendo que al primer jugador le tocará una carta de más. En un momento inicial, cada uno debe deshacerse de todas las parejas de cartas que sumen 100. Entre todos, verificarán que los pares armados sean correctos. A continuación, el jugador que tiene más cartas “pide” una carta que le permita descartarse de un par. El jugador que la tiene está obligado a entregársela pasando a ser el próximo participante que pedirá una carta al resto del grupo. Gana el primero que se queda sin cartas.

**“El que se pasa de 100, pierde”:** calcular dobles
**Materiales:** un dado en cuyas caras se observen los números 2, 3, 5, 7, 8 y 9.
**Organización de la clase:** en grupos de 2 o 3 alumnos.
**Desarrollo:** un jugador tira el dado y dice el doble del número obtenido. A continuación y, siguiendo la ronda, los otros jugadores van duplicando el número enunciado por el jugador anterior. Pierde el participante que supera el número 100.

**“El más grande pierde”:** calcular + 1; – 1; + 10; – 10; + 5, y – 5
**Materiales:** un dado con etiquetas en cuyas caras se pueda leer +1; –1; + 10; – 10; + 5, y – 5. Papel y lápiz para cada jugador.
**Organización de la clase:** en grupos de 2 o 3 alumnos.
**Desarrollo:** para comenzar, cada grupo elige con qué número comenzar y lo escribe en su hoja. En su turno, cada jugador tira el dado y hace con el número lo que se le indica. Pierde el jugador que al cabo de 5 tiros obtuvo el número más alto.

Otro recurso interesante para trabajar las estrategias de cálculo mental y las propiedades de las operaciones es la calculadora,[22] a partir de situaciones que exigen analizar los números involucrados y apoyarse en las relaciones entre estos.

Por ejemplo, en 2º año/grado:

- Escribí en la calculadora el número 55. Con una única resta, logra que aparezca 45, luego 35, luego 25, etcétera.

- Colocá el número 37. Haciendo únicamente una suma, lográ que en el visor aparezca el número 100.

## Secuencia para memorizar cálculos: "Cada punto vale diez"

En esta secuencia, se presentan actividades que permiten trabajar la memorización de un grupo de cálculos. Nos proponemos que los alumnos reutilicen algunos de los cálculos sugeridos en 1er año/grado para memorizar, es decir, las sumas de dos dígitos iguales, las que dan 10, las de decenas enteras y unidades, y que los puedan usar para resolver nuevos cálculos de sumas de decenas, por ejemplo: 80 + 50.

### Actividad 1

**"Guerra con dados":** sumar decenas enteras.
**Materiales:** dos dados por grupo.
**Organización de la clase:** en grupos de 4.
**Desarrollo:** cada alumno tira los dos dados y, teniendo en cuenta que cada punto del mismo vale 10, dice el resultado considerando la suma obtenida. Se anota 10 puntos el que obtiene la suma mayor. Los alumnos realizarán un registro de todos los cálculos para decidir el ganador después de cinco jugadas. En este caso, se apunta a que construyan un repertorio aditivo con sumandos hasta 60: 40 + 20; 30 + 30; 50 + 10.
Luego se les solicita a los alumnos que registren en un afiche los distintos cálculos que fueron registrando.

---

[22] **Recomendación de lectura:** para profundizar en el uso de la calculadora en el aula y conocer variedad de propuestas, se recomienda la lectura del material *Matemática. Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB* de la Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires (2001).

**Actividad 2**

Esta propuesta se puede presentar a continuación de la anterior, pero si el tiempo de atención de los chicos ya fue suficiente, se recomienda hacerlo en otro momento. Usando los registros realizados en la Actividad 1, se les solicita a los alumnos que en pequeños grupos armen dos columnas separando los cálculos que les parecieron fáciles de los que les resultaron más difíciles. Es probable que muchos niños digan "todos son fáciles", por eso es necesario que, previamente, generemos un espacio para aclarar entre todos a qué llamamos "fáciles" y a qué, "difíciles". Es esperable que consideren como fáciles aquellos que pueden resolver más rápidamente y difíciles a aquellos en los que deben "pensar un poco más" o no pueden resolverlos tan rápidamente.

Es condición para esta actividad que en cada grupo se pongan de acuerdo; por lo tanto, no alcanzará con resolverlos sino que será necesario que expliciten los procedimientos que utilizaron.

Entre los procedimientos que pueden aparecer en el debate, veremos que algunos alumnos contarán de a 1, otros irán agregando de a 10, otros podrán decir "como yo sé que 4 + 5 es 9, entonces 40 + 50 es 90. Si los alumnos no lo plantearan, se podrá preguntar cuál es más fácil: 10 + 60 o 60 + 10. Es probable que los chicos que cuentan de 10 en 10 digan que es más fácil el segundo y los que resuelven este cálculo como una extensión de 1 + 6 y 6 + 1 los encontrarán igualmente sencillos de resolver.

---

Estos juegos son fácilmente adaptables para alumnos con distintos conocimientos de partida; por ejemplo, algunos grupos podrán jugar considerando que cada punto vale 1 mientras que para otros valdrá 100; también se podrán modificar los números de las caras del dado. En este sentido, es posible presentarlos a los chicos del Primer Ciclo en aulas de plurigrado.

---

**Actividad 3**

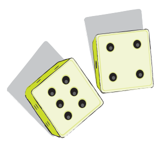
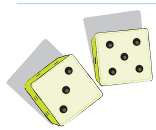
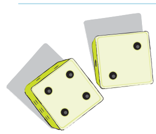
Se introduce como variante del juego anterior que cada alumno tire en su turno 3 veces los dos dados y registre los valores obtenidos. Luego de cada ronda, determinan el ganador sumando los puntos obtenidos.

En algunos casos podrán reutilizar los cálculos trabajados en la Actividad 2 al obtener el puntaje de cada vuelta pero, al aumentar la cantidad de tiros y al obtener el puntaje total, los chicos se enfrentarán con sumas de más números y con números mayores, por ejemplo, 40 + 90 + 110.

En el cierre de la actividad se podrá discutir sobre las distintas estrategias que permiten resolver estos cálculos con números más grandes. En estos casos, conmutar y asociar convenientemente los puede llevar a pensar
$110 + 90 = 200$ y $200 + 40 = 240$. Otros podrán pensar $110 + 40 = 150$ y luego, considerando que 90 es lo mismo que sumar 100 y restar 10, hacer
$150 + 100 - 10 = 240$.

**Actividad 4**
Se dará lugar a la resolución de problemas que simulan situaciones presentadas en el juego.
Por ejemplo:

- Indicá qué puntaje anotó Mariela después de cada tirada y en total.

| Dado | Anotó |
|---|---|
|  | |
|  | |
|  | |
| Total | |

En nuevas propuestas, es posible presentar los cálculos en forma descontextualizada. Por ejemplo:

- Completá los siguientes cálculos.

$70 + \ldots = 130$
$70 + \ldots = 120$
$70 + \ldots = 110$

- ¿Qué relación podés establecer entre estos cálculos?

Las cuatro actividades de la secuencia no se han pensado como cuatro clases seguidas sino como cuatro momentos. A partir de los observado en el grupo, en función de sus conocimientos previos y de los avances logrados, tomaremos distintas decisiones: podremos hacer las Actividades 1 y 2 en un mismo día, en días sucesivos, y a veces volveremos a realizar la Actividad 1 luego de la Actividad 2 para que los chicos puedan implementar algunas de las estrategias discutidas.

Para contribuir a que los niños desarrollen las posibilidades de "controlar" los resultados obtenidos en ciertas cuentas, se puede trabajar en la aproximación de los sumandos a la decena cercana, por medio de propuestas como las que siguen.

- Marcá el resultado que más se aproxime a los cálculos siguientes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 62 + 35 | 90 | 100 | 120 |
| 48 + 134 | 170 | 180 | 200 |

Plantear situaciones para explorar relaciones numéricas

Además de presentar variadas actividades de cálculo, es conveniente que algunas propuestas les permitan a los alumnos establecer relaciones y reglas sobre las que se apoyarán para la resolución de nuevos cálculos. De esta manera, es probable que amplíen el repertorio aditivo y sustractivo. Por ejemplo:

- Completá los casilleros de cada columna y después pensá con un compañero qué le dirían a otro para que pueda resolverlos más rápido sin hacer la cuenta.

| | + 10 | – 10 |
|---|---|---|
| 245 | | |
| 150 | | |
| 759 | | |
| 26 | | |

| | + 100 | – 100 |
|---|---|---|
| 45 | | |
| 370 | | |
| 709 | | |
| 98 | | |

En los casos de sumas y restas del tipo de las planteadas en las tablas o con + 20, + 200, – 20, – 200, los alumnos podrán arribar a conclusiones tales como: *si sumo 10 aumenta 1 la cifra de los dieces*, *si sumo 100 aumenta 1 la cifra de los cienes*, etcétera.

También podemos proponerles completar tablas proporcionales elaboradas a propósito de otros problemas resueltos con anterioridad. A partir de estas, se podrán generar espacios de discusión sobre las relaciones entre los números involucrados que permitan arribar a conclusiones como: *para completar las tablas fuimos dando saltos de 2 en 2, de 3 en 3, …; dentro de cada tabla siempre sumamos el mismo número.*

| Nº de sándwiches | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de panes | 2 | 4 | 6 | | | | | | | |

| Nº de personas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de sándwiches | 3 | 6 | | | | | | | | |

Las conclusiones que se extraen de estas propuestas se pueden escribir en los cuadernos o en carteles en la sala, y es conveniente considerarlas como parte de los logros alcanzados por el grupo. De esta manera, estarán siempre disponibles y, ante nuevas situaciones, pediremos a los chicos que busquen esas conclusiones y evalúen si las están teniendo en cuenta.

## Para trabajar con la información

Dentro de la variedad de actividades que implica resolver problemas, es importante centrarnos en el análisis de los diferentes aspectos que algunas involucran: interpretar la información según el soporte en el que se presenta, ya sea un enunciado verbal, gráfico, tabla, etc.; diferenciar los datos de las incógnitas y seleccionar la información.

Asimismo, en este año, será posible iniciar un trabajo de recolección, organización y construcción de nueva información, en función de un contexto problemático que lo requiera.

El trabajo que proponemos apunta a construir condiciones que faciliten en los niños los procesos de comprensión de los enunciados de los problemas, y de la tarea que pueden desarrollar para resolverlos.

En este sentido, se trata de que puedan llevar adelante una práctica diferente de aquella más o menos estereotipada de búsqueda de una palabra "clave" en el enunciado que indique la operación que permitirá resolver la situación. Por ejemplo, los alumnos piensan que cada vez que en un problema aparece la palabra "perder" hay que restar. ¿Qué tipo de situaciones problemáticas pueden ayudar a cuestionar y repensar esa hipótesis de los chicos? Es necesario, entonces, presentar enunciados como: *en el torneo de salto en largo, en el primer salto, perdieron 8 participantes y, en el segundo, otros 16. ¿Cuántos alumnos quedaron descalificados en total?*, donde para encontrar la respuesta es necesario sumar 8 y 16, y en el enunciado aparece la palabra "perdieron".

Otra idea que usan los niños es que “todos los datos numéricos incluidos en el enunciado de un problema deben ser usados en el orden en que aparecen”. En este caso, podemos proponer problemas que incluyan más datos de los necesarios, con el fin de que los alumnos tengan que evaluar cuál o cuáles son pertinentes para la resolución de la situación. En estas oportunidades, es conveniente anticipar a los niños que hay que seleccionar los datos que permiten responder las preguntas planteadas entre la información que se presenta en el enunciado, para que no piensen que se trata de un problema “con trampa”.

Los chicos también suelen pensar que la respuesta a la pregunta es el resultado de la cuenta que hagan. Para que esto se modifique, habrá que formular preguntas que, por ejemplo, se respondan analizando el resto de la división, como en el siguiente caso: *para salir de paseo los maestros de 2º grado contratan micros que pueden llevar 30 pasajeros. Si deben viajar 73 chicos y 3 maestros, ¿cuántos micros deben contratar? ¿Y si faltan 10 chicos?*

Finalmente, otra idea que los chicos usan al resolver los problemas es que siempre existe una única solución. En este sentido, conviene presentar problemas con una, varias y ninguna respuesta posible.[23]

### Plantear situaciones para establecer relaciones entre datos e incógnitas

El trabajo de establecer relaciones entre datos e incógnitas y el análisis del número de soluciones obtenidas al resolverlo contribuye con la comprensión del sentido de las operaciones. Para ello, se hace necesario presentar distintos tipos de situaciones.

Un problema como el siguiente permite pensar varias respuestas posibles.

- En un kiosco venden helados chicos a $ 4, y grandes a $ 5. Si una persona gastó $ 20, ¿cuántos helados pudo haber comprado?

Si a este enunciado le agregamos más información pero no preguntas, puede servirnos para otro propósito, por ejemplo, analizar las relaciones entre las preguntas y los datos necesarios para responderlas. Para ello, escribiremos el enun-

[23] Explicitamos la importancia de generar condiciones para que los alumnos se enfrenten con distintos tipos de problemas en el apartado “Las relaciones entre datos e incógnitas” en “Enseñar Matemática en el Primer Ciclo” de este *Cuaderno.*

ciado en el pizarrón y por grupos tendrán que formular preguntas que se puedan responder a partir del texto anterior. Además, nosotros podremos agregar otras como las siguientes:

- ¿Quién compró más helados?
- ¿Cuáles son los helados más caros?
- En un kiosco venden helados chicos a $ 4, y grandes a $ 5.

Todos los helados cuestan $ 1 menos los días miércoles.
La abuela Rosa les compró helados chicos a sus ocho nietos el día miércoles. Mirta gastó el sábado $ 30.
Daniel compró el domingo helados chicos para él y sus tres sobrinos.

- ¿Cuantos helados pudo haber comprado Mirta?

En un primer momento, centraremos la reflexión en si es posible o no responder las preguntas. Para complejizar la propuesta y avanzar en el análisis de las preguntas, podremos solicitar que diferencien aquellas preguntas que se contestan con solo leer el enunciado de las que para responderlas requieren de un cálculo.

También se puede presentar una actividad similar a partir de una lámina que contenga información numérica como:


En este último caso, esperamos que los chicos puedan avanzar en la formulación de preguntas cada vez más complejas a partir de atender distintas condiciones, como:

- Con solo ver la lámina:
  ¿Cuántos caramelos te dan por $ 1?
- Relacionando datos:
  ¿Qué cuesta más caro: el chocolate grande o el helado chico?
- Haciendo cálculos:
  ¿Cuánto deberá pagar una familia que toma 2 helados grandes y dos helados chicos?
  ¿Cuánto más barato es el helado chico que el grande los días miércoles?
- No se puedan contestar:
  ¿Cuántos caramelos se vendieron?

La misma propuesta de inventar preguntas a partir de un enunciado y de una lámina se puede realizar mediante otros portadores de información, como listas de precios, comprobantes de compra, programas de espectáculos, folletos publicitarios de distinto tipo, boletos, menús, etc. Tanto para formular las preguntas como para responderlas, se requiere que los chicos aprendan a "leer" la información matemática incluida y a seleccionar aquella que resulta útil. Por ejemplo, si se trata de una entrada a un cine, se podrá preguntar: *¿a qué hora empieza la película?, ¿en qué cine la dan?, ¿cuánto costó la entrada?*, etcétera.

La experiencia de muchos docentes nos muestra que solicitar a los chicos que inventen problemas contribuirá a que puedan seleccionar la información, a clasificarla y a analizar la manera más conveniente de organizarla: en cuadros, tablas o gráficos.

Un modo de instrumentar esta propuesta en el aula es solicitando a los niños que inventen un problema que, luego de ser resuelto por otros compañeros, deberán corregir. De esta manera, al inventar el problema, cada chico podrá anticipar el tipo de operación que utilizará para la resolución. A la vez, al enfrentar la resolución que otros desarrollaron, comprobará si su anticipación fue adecuada.

En escuelas con plurigrado, este tipo de actividad resulta muy interesante, pues habrá aún mayor diversidad en la puesta en común de las preguntas inventadas por los alumnos.[24]

[24] **Recomendación de lectura:** otras actividades para trabajar con la información se encuentran en Equipo de Matemática de Gestión Curricular ( 2000), *Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB 1.*

## Plantear situaciones para obtener y organizar datos

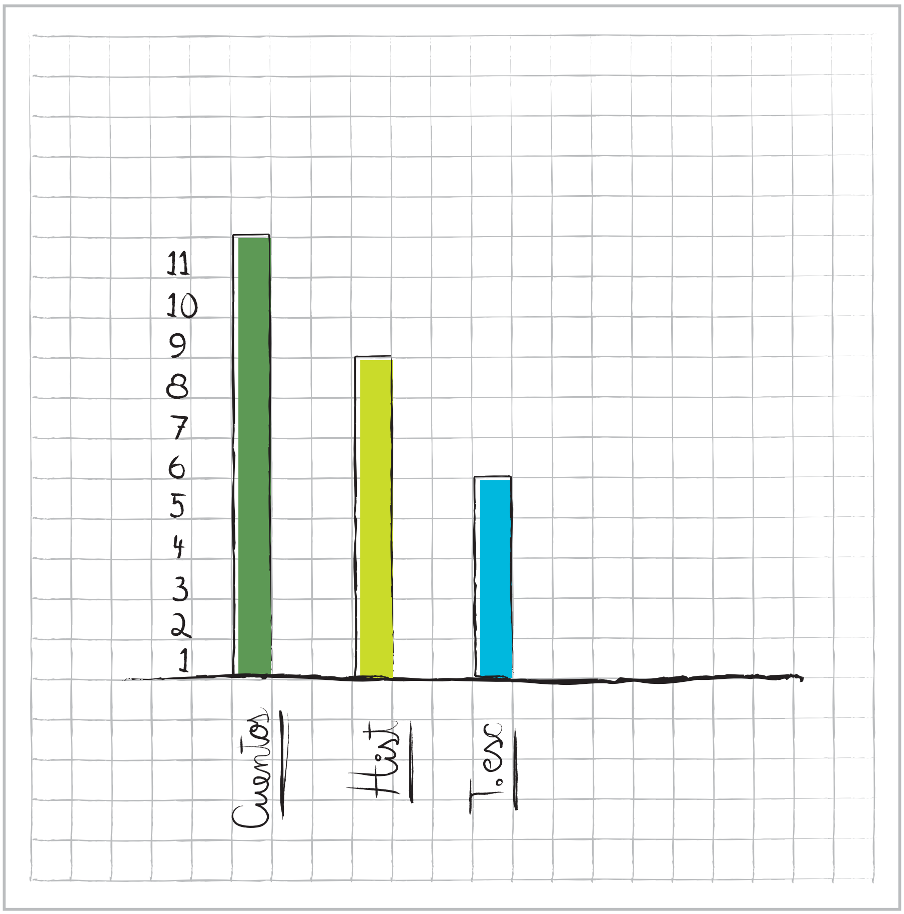
Hemos planteado que en 2º año/grado también es posible desarrollar un trabajo de recolección y organización de datos. Para ello, se puede plantear alguna pregunta que otorgue sentido a la actividad. Por ejemplo, relatar que se quieren preparar regalitos para el Día del Niño y que se necesita saber cuántos varones y cuántas nenas hay en cada año/grado, o que se va a hacer una campaña en el barrio o el pueblo donde viven para pedir entre los vecinos libros que no usen con el fin de completar las bibliotecas de 1º, 2º y 3er años/grados. Antes de hacerlo, para poder orientar el pedido, necesitarían saber qué material y de qué tipo dispone la escuela. Por eso, les pediremos que averigüen la cantidad de libros que hay para 1º, 2º y 3er años/grados, según sean de cuentos, de historietas, de textos escolares, etcétera.

Tendremos que debatir con los niños cuál es la manera más conveniente de recabar la información necesaria y cómo organizar y registrar los resultados obtenidos. Una buena posibilidad sería una tabla, como la que sigue.

| Año \ Libros | De cuentos | De historietas | Textos escolares | Total |
|---|---|---|---|---|
| 1º | | | | |
| 2º | | | | |
| 3º | | | | |
| Total | | | | |

Preguntar a la clase qué le parece que significa “Total” en ambos lugares de la tabla; qué datos pondrían en cada lugar; qué habría que hacer si, al recabar la información, se encuentran con libros de un género que no se había anticipado por ejemplo, libros para aprender a contar en 1er año/grado; cómo modificarían esta tabla para que le sirviera a una escuela que tiene dos secciones por grado, etc., favorecerá una mejor interpretación.

Otra manera de registrar la información recolectada es pintando, en una hoja cuadriculada, cuadraditos uno arriba del otro, o presentando la información en un gráfico del tipo del que aparece a continuación.




Si no se hubiera realizado la recolección de información, podríamos presentarlo como el registro de datos de otra escuela y pedir que interpreten la información contenida a partir de preguntas orientadoras: *¿de cuál tipo de libros tienen mayor cantidad?, ¿de cuál tienen menos?, ¿podemos saber la cantidad que hay de cada uno?, ¿cómo volcarían esta información en una tabla?, ¿podemos saber la cantidad de libros que hay en este grado?,* y, luego, *¿qué conviene utilizar en este caso: la tabla o el gráfico?, ¿por qué?*

A modo de cierre de este apartado, es oportuno aclarar que el análisis de la información presentada bajo diferentes formas en función de la pregunta que se quiere responder es una práctica siempre presente en la resolución de problemas. En este sentido, es una forma de trabajo a promover permanentemente en matemática.

**nap**

El reconocimiento y uso de relaciones espaciales en espacios explorables o que puedan ser explorados efectivamente en la resolución de situaciones problemáticas.

El reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos a partir de distintas características en situaciones problemáticas.*

La diferenciación de distintas magnitudes y la elaboración de estrategias de medición con distintas unidades en situaciones problemáticas.

---

* La complejidad de la tarea crece en función de la combinación entre la figura utilizada, el tipo de papel y los instrumentos que se proporcionen.

# GEOMETRÍA
# Y MEDIDA

# EJE

# Geometría y Medida

## Los saberes que se ponen en juego

Para que los alumnos puedan aprender los conocimientos incluidos en los núcleos, es conveniente que en la escuela propongamos situaciones de enseñanza en las que se pongan en juego distintos aspectos de estos. Se trata de que los diferentes problemas aparezcan en el aula asociados a los conocimientos matemáticos que permiten resolverlos, para luego identificarlos y sistematizarlos.

Esto es:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones de objetos y personas, para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales, con diferentes formas y materiales (por ejemplo, tipos de papel e instrumentos).
- Comparar y describir figuras y cuerpos según sus características (número de lados o vértices, la presencia de bordes curvos o rectos, la igualdad de la medida de sus lados, forma y número de caras) para que otros las reconozcan.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar sobre su validez.
- Comparar y medir efectivamente longitudes, capacidades y pesos usando unidades no convencionales y convencionales de uso frecuente.
- Usar el calendario para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones (meses, semanas y días).

## Propuestas para la enseñanza

En este apartado, intentamos precisar el alcance y el sentido de los conocimientos que se priorizan en este Eje "Geometría y Medida". Para ello, proponemos algunos ejemplos de actividades para desarrollar en el aula y de producciones de los niños. Además, presentamos secuencias de actividades que muestran el tipo de trabajo matemático que se propone desde el enfoque explicitado en el inicio.

### Para establecer relaciones espaciales

A lo largo de su crecimiento, los niños tienen diversas oportunidades de resolver problemas de espacio vinculados, en principio, con su entorno cotidiano y con los lugares que pueden recorrer y explorar. Los niños de 2º año/grado, en paralelo con una creciente autonomía personal, comienzan a realizar nuevos trayectos en espacios distintos de los que frecuentaban cuando eran más chicos y se manejan cómodamente en trayectos que les son familiares, como ir a la casa de algún compañero, desplazarse por distintos caminos entre campos o realizar ciertas compras solos. Estas nuevas experiencias les permiten ampliar sus marcos de referencia para la ubicación espacial de sí mismos y, otros objetos y otras personas. En efecto, progresivamente, podrán describir un trayecto conocido y orientar a otra persona sin necesidad de recorrerlo. A la vez, considerarán la posición de los otros coordinando su propia ubicación y las de los demás.

Sin embargo, muchos chicos de 2º año/grado continúan tomando su propio cuerpo como principal marco de referencia para ubicar objetos y otros puntos en el espacio. Para que reflexionen sobre las nuevas referencias y construyan otras que tengan en cuenta los objetos y los demás sujetos, habrá que enfrentarlos a problemas que pongan en conflicto ese único marco.

En este sentido, las actividades que se desarrollen en distintos momentos del año darán lugar a que los niños continúen el trabajo de construcción y ampliación de referencias espaciales iniciado en 1er año/grado.

A través de estas actividades, favoreceremos la interpretación y la descripción de las posiciones de los objetos en el espacio y la representación de espacios y de trayectos (caminos no necesariamente realizados por los niños) y recorridos (efectivamente realizados). De esta manera, se trata de promover la ampliación de conocimientos sobre la organización social del espacio y sus formas de representación con el fin de favorecer la construcción de referencias para la ubicación en su entorno inmediato y también en el no tan inmediato. La propuesta es ampliar la cantidad y variedad de problemas que presentamos, incluyendo diferentes espacios y distintas representaciones planas de estos, para que los alumnos consideren, en cada caso, los diferentes puntos de vista posibles.

Es conveniente tener en cuenta que las relaciones "arriba", "abajo", "adelante", "atrás", "a la derecha", "a la izquierda", "sobre", "en", etc. debieran ser tratadas no solamente en relación con las posiciones de los objetos representados en un espacio de dos dimensiones, como la hoja de cuaderno, sino también por medio de experiencias directas en el espacio tridimensional y en diferentes contextos.[1]

### Plantear situaciones para interpretar, describir y representar posiciones y trayectos

Inicialmente, sugerimos retomar algunas propuestas del *Cuaderno para el aula: Matemática 1* para reiterarlas o complejizarlas en 2º de manera de ayudar a construir puentes frente a los nuevos desafíos.

Para precisar la ubicación –o localización– de un objeto en el espacio, por ejemplo, en 1er año/grado propusimos esconder un objeto en alguna parte del salón, con el fin de que los niños formularan preguntas para averiguar el lugar en el que se lo ubicó. Esta actividad puede llevarse adelante también en 2º año/grado si observamos que aún persisten algunas dificultades para describir posiciones con precisión o si en 1º no se hizo. En lugar de pedirles a los niños que formulen las preguntas en forma oral, podremos trabajar con registros escritos, en cuyo análisis ellos podrán descubrir qué preguntas se repiten, cuáles aportan mayor información y cuáles hay que reformular para describir mejor las posiciones. En un primer momento, las relaciones entre los objetos se establecerán en espacios vividos, para luego hacerlo en espacios representados. Entre estos últimos, la diferencia estará dada por los distintos puntos de vista –lateral o desde arriba– desde el que se observa el espacio.

A continuación, describimos una secuencia posible.[2]

[1] Estas situaciones pueden ser concebidas como problemas en el sentido presentado en el apartado "Elegir los problemas" en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno*.

[2] **Recomendación de lectura:** se sugiere leer para profundizar el análisis de la enseñanza de las relaciones espaciales "¿A la derecha de quién?" de Saiz Irma en Panizza, M. (2003).

## Secuencia para describir posiciones de objetos: “Averiguar dónde está”

### Actividad 1

El docente elige un objeto de los que se encuentran en el aula, divide la clase en grupos de 4 o 5 niños y da, por ejemplo, la siguiente consigna: *Cada grupo tendrá que hacer una pregunta para averiguar en qué objeto estoy pensando. En las preguntas no pueden incluir características como el color o la forma; solo pueden preguntar sobre el lugar donde está. Yo solo voy a responder “sí” o “no”.*

Luego de que cada grupo pensó su pregunta, se trabaja de manera colectiva. Por turno, un encargado la dice en voz alta y el docente va contestando. Al terminar de contestar, los grupos dispondrán de un tiempo para analizar si, con toda la información obtenida, es suficiente para identificar cuál era el objeto elegido. Si en una primera ronda esto no ocurriera, se abre una nueva ronda y así hasta que lo consigan.

### Actividad 2

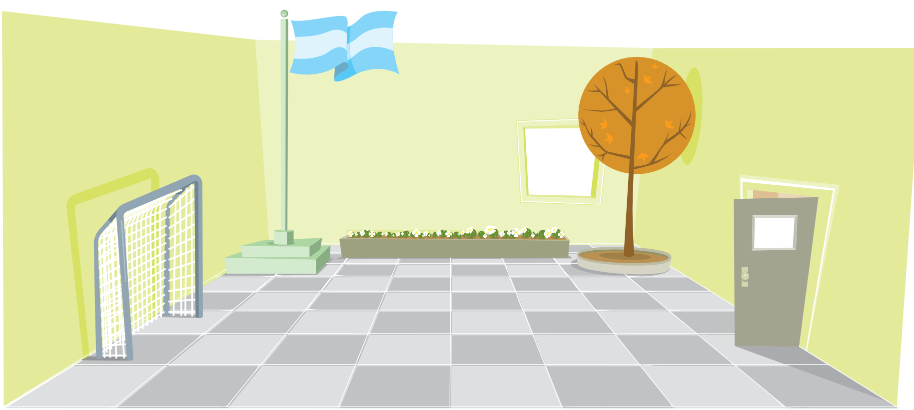
Esta actividad apunta al debate posterior sobre las preguntas. En este caso, los alumnos hacen una primera ronda de preguntas orales y el docente las va escribiendo en el pizarrón. Luego de las respuestas, si fuera necesario, cada grupo elabora más preguntas por escrito, tantas preguntas como necesite hasta descubrir el objeto. El docente las va respondiendo una a una, a cada grupo en forma privada.
Es probable que los chicos sean cada vez más precisos para preguntar con claridad la posición del objeto: *¿está cerca del armario?, ¿está debajo del escritorio?, ¿está detrás del pizarrón?*
Para que la actividad constituya un verdadero desafío, al elegir un objeto, el docente debe considerar alguno que tenga otros cerca, por ejemplo, un libro entre varios que se encuentran sobre un armario, de modo que para precisar su posición y, por lo tanto, descubrirlo, los chicos deban formular varias preguntas.
Al terminar, se copian las preguntas de cada grupo en el pizarrón y los alumnos explican para el resto de la clase las discusiones que tuvieron en el interior del grupo para formular las suyas. Luego, en conjunto, señalarán qué preguntas los orientaron más y cuáles menos para averiguar cuál era el objeto.

### Actividad 3

En esta oportunidad, se plantea la actividad en un espacio amplio como un patio, comedor o salón de usos múltiples, esperando que se usen referencias adaptadas a ese lugar. Por ejemplo, si una pelota estuviera escondida detrás

de un árbol y el patio tiene tres árboles, los alumnos tendrán que preguntar utilizando distintas referencias como: *el árbol que está a la derecha de la puerta de entrada mirando desde el patio; en el centro del patio; más lejos que... o de...,* etcétera.
Esta actividad también puede servir para comprender los límites de algunas referencias que resultaron muy útiles en el aula, pero que no son adecuadas para el nuevo lugar.

**Actividad 4**
Para que los chicos vuelvan a utilizar los conocimientos adquiridos en una propuesta con mayor nivel de complejidad, se puede pedir que ubiquen dibujos de objetos en un dibujo en perspectiva o en una foto de un espacio que, en lo posible, ya se haya explorado efectivamente, como el aula o el patio. La representación incluye referencias conocidas, como en el caso del aula: el escritorio, el armario, la puerta de entrada, o, para el patio: el mástil, un árbol, el cerco, la puerta que da al patio, etcétera.

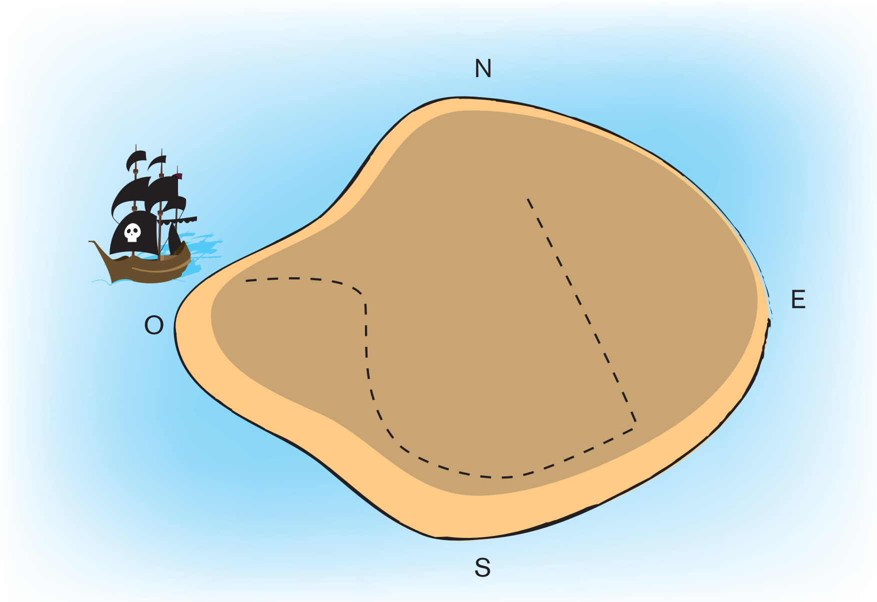


Una consigna posible es la siguiente: *este es un dibujo del patio. Si ustedes están mirando desde la puerta de entrada, dibujen una compañera a la derecha del mástil, dos pelotas arriba del cantero de flores y una soga para saltar debajo del arco de fútbol.*
Otra posibilidad es plantear a los alumnos que escriban: *¿cómo indicarían a un compañero que no ve el dibujo el lugar donde está el cantero?*

**Actividad 5**
Para reutilizar las relaciones trabajadas, se puede presentar, a cada pareja de alumnos, un croquis con un recorrido marcado y un texto como el siguiente:

El pirata desembarcó en la costa oeste de la isla, caminó hacia el lago y lo bordeó caminando hacia el sur. Luego caminó hacia las dos palmeras y encontró la llave del tesoro entre las piedras que estaban a la derecha de la segunda palmera. Después caminó hacia el norte y buscó el tesoro en la cueva que estaba en el medio.

- En el croquis, dibujen el lago, las palmeras, las piedras y las cuevas.




Luego de la lectura del texto, que puede inicialmente hacer el docente o directamente los mismos niños, se comparan los dibujos realizados para analizar las diferencias de interpretación. Para ello podemos pedir a un representante de cada grupo que explique cómo lo pensaron de modo que los niños puedan avanzar en la explicitación de las relaciones que usaron. Así se pueden evidenciar especialmente aquellas dificultades ligadas con la posición de los objetos y aclarar, por ejemplo, que decir ***a la derecha de la palmera***, depende de la posición desde la que estoy mirando la palmera.

En esta secuencia, cada nueva actividad supone un desafío que amplía o profundiza el repertorio de relaciones espaciales, avanzando en la consideración de distintas referencias y puntos de vista.

Es posible llevar a cabo este tipo de actividades, con la misma o similar organización grupal, con objetos geométricos. Esto permitirá no solo poner en juego las cuestiones ya analizadas referidas a la orientación espacial y a la construcción de esquemas de referencias, sino también a la descripción y a la formulación de las características propias de esas formas, cuestión que se verá en el apartado “Para conocer las figuras y los cuerpos geométricos”.

Para trabajar la representación gráfica y la ubicación en espacios de mayores dimensiones, diseñaremos situaciones que introduzcan a los niños en la problemática de la organización social del espacio que los rodea. En el caso de ambientes urbanos, es posible avanzar en la comprensión de la distribución de las calles, la organización por medio de la numeración, la direccionalidad de estas, es decir, hacia qué punto cardinal o hacia qué hitos significativos del lugar estudiado (cerros, ríos, rutas nacionales, etc.), entre otras cuestiones. Conocer estas referencias permitirá que los alumnos comiencen a comprender algunas convenciones que organizan los distintos espacios y su representación.

Si viven en espacios urbanos, también es posible que logren entender el significado de “dar una vuelta manzana” y que avancen en las ideas de calles y avenidas paralelas, perpendiculares y en diagonal; la relación entre las calles paralelas y su numeración; la equivalencia entre los diversos recorridos utilizando la idea de calles paralelas, transversales y el trayecto en diagonal, etcétera.

En el caso de los espacios rurales, se puede discutir sobre la ubicación de la escuela y, eventualmente, del pueblo, en función del espacio físico natural (ríos, lagunas, cerros) o con referentes construidos por el hombre, como rutas, diques, vías de ferrocarril, puentes, etc., así como en los recorridos que hacen para llegar a la escuela.

Para el logro de estos aprendizajes, propondremos, por ejemplo, en el marco de una indagación en Ciencias Sociales, una recorrida por distintos barrios o puntos de la ciudad que, en el caso de grandes conglomerados, podrían ser barrios históricos, terminales de medios de transporte, fábricas y otros espacios productivos. Si se trata de niños que viven en espacios poco urbanizados, se podrán elegir otros lugares significativos desde el punto de vista histórico o productivo. En este sentido, convendrá tener en cuenta lo desarrollado en los Ejes “Espacios productivos” o “Sistema de transporte” del área mencionada.

Continuando lo iniciado en 1er año/grado, podremos avanzar en la elaboración o interpretación de representaciones planas. Se tratará de favorecer, además de la lectura de planos con distintas finalidades, que los chicos puedan representar gráficamente ciertos espacios.

Un desafío que se puede proponer a los alumnos es que elaboren formas de representar objetos de esos espacios que casi "no se ven", pero que conocen que están y son referencias para la ubicación espacial de quienes van a interpretar la representación. Por ejemplo, en el caso de planos de interiores, puertas y ventanas, o bien, en el caso de exteriores, la ubicación de una glorieta para el plano de la plaza.

En estas y en otras representaciones, los chicos pueden tener cierta dificultad para considerar un único punto de vista. Como suelen usar varias perspectivas, se produce una superposición de planos; por ejemplo, los niños dibujan un armario como si lo vieran de frente y una mesa desde arriba. Aun cuando en 1er año/grado se haya trabajado en este sentido, es probable que en 2º se presenten las mismas dificultades, ya que la superación de la superposición de puntos de vista no es inmediata y requiere de variadas experiencias que les permitan confrontar y discutir estas cuestiones.

Un camino para lograr estas confrontaciones es a partir de la necesidad de que consideren un único punto de vista para elaborar un "plano". El sentido es poder dar lugar a una única interpretación respecto de la ubicación de los distintos elementos. Por ejemplo, si se dibujara un cuadro que está colgado en la pared como un rectángulo, puede interpretarse como una mesa, por lo tanto, habrá que acordar en dibujar todo como si se viera desde arriba.

Es importante que la confección del plano en forma conjunta con los niños sea propuesta con una finalidad, como confeccionar el plano de la escuela o de algún sector de ella para un evento, por ejemplo, una kermés, para que las familias sepan en qué lugares encontrarán los distintos puestos, lo cual se constituye en un posible marco de sentido.

Un conjunto sugerido de actividades es el siguiente.

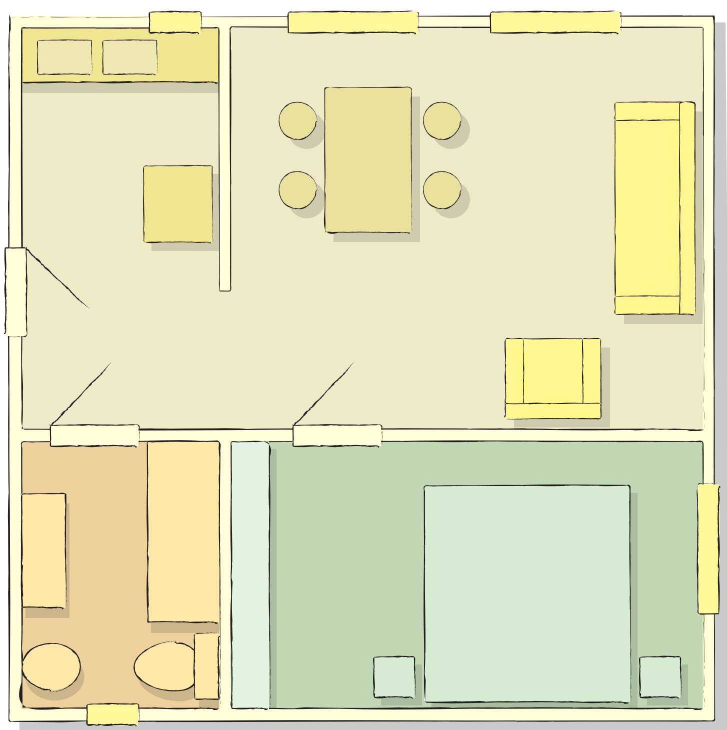
## Secuencia para elaborar planos: "Arquitectos por un día"

### Actividad 1

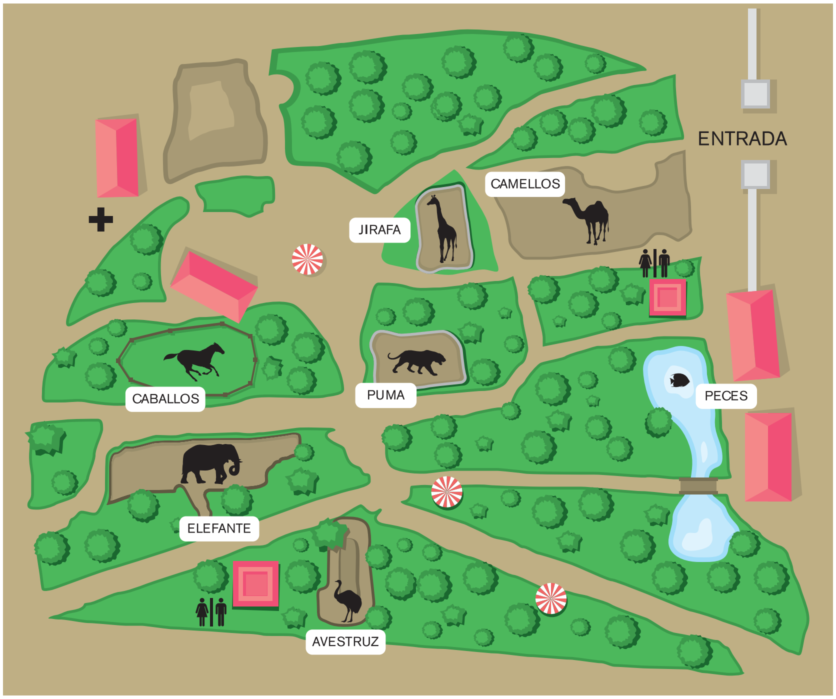
Luego de conversar con los chicos sobre la realización de una kermés, se puede proponer una primera discusión sobre la distribución del espacio disponible entre los distintos puestos. En un segundo momento, se podrá plantear que, para orientar a los visitantes, es conveniente hacer un plano con la distribución elegida, que ese día se colgará en la entrada de la escuela.

Para lograr un buen resultado, habrá que investigar cómo son los planos. Se puede solicitar a los alumnos que los busquen en diarios, revistas, folletos, etc. para la próxima clase. Es conveniente que, anticipando las dificultades que tendrán los niños para conseguirlos, el docente haga su aporte.
Algunos planos de espacios amplios que podríamos conseguir son: el proyecto de una obra en construcción de departamentos o casas de un plan de viviendas; parte del plano del zoológico de la ciudad; los de las distintas ciudades del país que aparecen en folletos turísticos; el de una zona rural donde haya cercos, molinos, graneros, etc. Pediremos a los chicos que los analicen en pequeños grupos y que atiendan cómo se indican en ellos las referencias más importantes y cuáles son las diversas convenciones incluidas. Esto será el centro de reflexión de la puesta en común, y puede dar lugar a la preparación de una lista de las convenciones encontradas.

- Este es el plano de un departamento, ¿qué cosas encontrás dibujadas?



- Este es el plano de un zoológico, ¿qué espacios encontrás dibujados?




**Actividad 3**
Antes de avanzar en la confección del plano de la escuela, convendrá destinar un tiempo a profundizar en el reconocimiento de los elementos de un plano de espacio internos de un edificio. Se les presenta a todos los grupos un mismo tipo de plano y se promueve la exploración a partir de preguntas. Por ejemplo, en el caso de estar analizando el plano de una casa en construcción que todos tienen fotocopiado, se pueden escribir en el pizarrón consignas como las siguientes: *señalen el baño de esta futura casa; ¿cómo lo reconocieron? ¿Cuántas habitaciones tendrá? Señalen la cocina y piensen si será posible colocar una mesa allí. ¿Qué cantidad de puertas observan? ¿Cómo se dieron cuenta de que esas son puertas? ¿Tiene balcón o patio?*

**Actividad 4**
Se propondrá a los alumnos que elaboren el cartel con el plano para poner en la entrada de la escuela el día de la kermés. Para esto, tendrán que ponerse

de acuerdo y realizarlo según algunas de las convenciones que han observado. Considerando el lugar representado, los alumnos podrán poner indicaciones adicionales para identificar los espacios: distintos colores, carteles con nombres, etcétera.
Es conveniente que cada grupo confeccione un plano y tenga la oportunidad de mostrarlo a algún adulto de la escuela para que lo interprete. A partir de los señalamientos que reciban, los niños podrán reelaborar su trabajo. Por último, cada grupo reproducirá su plano en una cartulina para ubicarlo convenientemente el día del evento.
Si algún grupo de niños propusiera la construcción de una maqueta con el fin de facilitarles a los padres la orientación entre los puestos, se puede proceder a su construcción usando como información el plano ya elaborado. Para ello, pueden utilizar como base una cartulina, cajas vacías de distintos alimentos para indicar las aulas, el salón de actos, la dirección, etcétera.

En esta secuencia, los chicos se inician en el conocimiento de las convenciones para la representación plana de espacios amplios y de espacios interiores de un edificio.

Otro tipo de actividades que se pueden plantear en 2º grado/año son aquellas en las que los alumnos deben realizar efectivamente y representar recorridos. Una posibilidad es la de usar planos conocidos, por ejemplo, algunos de los recolectados para la secuencia anterior. En ese plano, el docente puede marcar un recorrido y, además, elaborar tres textos que lo describan usando distintas referencias y con diferente grado de precisión. Los niños deberán decidir cuál de los textos elegirían para llegar al punto final del recorrido si no dispusieran del plano.

Otra posibilidad que describiremos más ampliamente es pedirle a los alumnos que comuniquen por escrito trayectos y posiciones en el marco de un proyecto de confección de un folleto turístico. En ese caso, podrán utilizar referencias espaciales acordes con el lugar (ciudad, localidad o pueblo) que se quiera presentar, para que otros –ajenos al lugar, por ejemplo, turistas– realicen los trayectos efectivamente.

Esta actividad también se puede hacer si se plantea, por ejemplo, que ante la inauguración de la biblioteca (o cualquier otro lugar de la escuela), es conveniente realizar un folleto que, además de publicitar el evento, oriente a los padres en el acceso a tal ámbito.

Estos proyectos se pueden desarrollar en diferentes clases. Por ejemplo: si se trata de hacer el folleto turístico de un lugar donde hay un monumento histórico o un sitio significativo para quienes viven en la zona (el taller de un artesano, un establecimiento rural cuyos productos se venden en otros sitios, etc.), es posible plantear la descripción del sitio exacto en el que se encuentra el punto seleccionado y cómo acceder a él. En este sentido, se tratará de ofrecer las indicaciones necesarias para que una persona llegue a ese punto. Se podrán formar dos o tres grupos y cada uno elaborará un folleto distinto.

Cada grupo deberá realizar tres tareas: dibujar el lugar elegido con la mayor cantidad de detalles posibles; escribir textualmente lo que dicen los carteles que están en el camino para indicar el lugar (o lo que dicen los carteles en la entrada), y construir un mapa en el que se muestre con claridad el lugar y el camino para llegar allí desde donde se encuentre el medio de transporte más cercano.

Esta tarea dará la oportunidad de decidir qué referencias se tomarán en cada grupo. Por ejemplo, si se tratara de un monumento histórico, será necesario colocar el nombre de la plaza o espacio público en el que se encuentra (el centro de la plaza o arriba del cerro…; en el museo…), precisando su ubicación espacial en la ciudad, es decir, las calles que rodean ese espacio. Para ello, es conveniente que los alumnos consulten algún plano de la ciudad que el docente pondrá a su disposición. Así, con ayuda del maestro, seleccionarán las referencias más adecuadas para comunicar con precisión la ubicación del lugar y el trayecto para llegar hasta allí usando el medio de transporte que los deje más cerca.

Por ejemplo, se pueden copiar algunas páginas de una guía de la zona seleccionada para que los niños aprendan a ubicar calles o rutas atendiendo las diversas referencias de estos planos. Desde ya, tendremos que ayudar a que comprendan las referencias de esas representaciones mediante el recurso de colorear o de señalar de alguna manera un punto significativo para ellos, como la escuela, un club, etc. Luego, entre otras cosas, se puede proponer: *teniendo en cuenta que la plaza está a dos cuadras del punto señalado, ubiquen la plaza y señálenla con color.*

---

Las referencias serán más precisas si la tarea a realizar se enmarca en un proyecto de escritura para el área de Lengua.

---

Una alternativa, si es posible sacar fotografías de los lugares tratados desde distintos puntos de vista, es plantear una discusión en el grupo acerca de cuáles se pueden incluir en el folleto. También podrían trabajar con fotografías del lugar publicadas en el diario local, en revistas, etc., o con ilustraciones de los chicos. En estos casos, por lo general, se producen comentarios entre ellos sobre *qué chiquitos se ven los objetos que en realidad son grandes.* Les llama la atención la deformación de tamaños producida por efecto de las lentes y la distancia en la que se ubica el fotógrafo, es decir, cuando se acerca o aleja del objeto que está enfocando.

Estas experiencias son en sí mismas interesantes porque generan discusiones, en función de la confrontación de puntos de vista, de la búsqueda del lugar más adecuado para tomar la fotografía, del que mejor represente al lugar elegido, etc. Por ejemplo, se puede plantear la siguiente tarea: *cada grupo solo podrá sacar seis fotografías. Por eso, primero tendrán que decidir desde dónde tomar cada foto. Una vez que todos estén de acuerdo, sacan las fotografías.* Esta consigna intenta que los niños conversen y fundamenten sus decisiones, que la tarea no sea azarosa sino que propicie la anticipación, de manera de que puedan recuperar sus puntos de vista cuando analicen las fotografías ya reveladas. Luego, se puede solicitar que elijan dos de las seis. Para focalizar los criterios de la selección y ligarlos con el objetivo de hacer el folleto, podemos plantear la consigna: *recuerden que las fotografías tienen que permitirle a alguien que no conoce el lugar tener una idea de cómo es; también debemos despertar interés por conocerlo.*

En el marco del mismo proyecto, otra actividad posible es la de confrontar el camino diseñado y escrito con las opiniones que se generan al realizarlo efectivamente. La interpretación de las referencias dadas permitirá crear un espacio de discusión acerca de las indicaciones que es necesario incluir en el folleto, en función de los problemas que se les presentaron, ya que se trata de describir algo para otros que desconocen el lugar.

Veamos un ejemplo de las confrontaciones que aparecen en un caso en que se dividió la clase en dos grupos, en donde uno hizo unas indicaciones y el otro, el recorrido.

**Registro de clase**

Docente: –*Un equipo dijo que el museo estaba a tres cuadras de la estación de ómnibus, ¿y qué les pasó a ustedes que hicieron ese recorrido?*
Luciana: –*Nosotros fuimos con Patricia, la docente de plástica, desde la terminal tres cuadras derecho y no lo encontramos.*
Julia: –*Sí, pero no era derecho, era así y así* (indicando con su mano a la derecha, adelante y nuevamente a la derecha).
Docente: –*¿Entonces…, qué pasó?*
José: –*No llegamos y volvimos.*
Docente: –*¿Qué hay que escribir para que alguien que visite esta ciudad llegue al museo? Vuelvan a ver el plano y señalemos todos con lápiz el recorrido desde la estación al museo* (que estaba marcado

en el mapa de los chicos).
Luis: –*Tres cuadras, pero no derecho.*
Docente: –*¿Ustedes qué opinan si le decimos eso? ¿Es suficiente?*
Luciana: –*Una cuadra así…* (gesto a la derecha).
Docente: –*¿Cómo se dice "así"?* (Haciendo un gesto de énfasis.)
Otros: –*¡A la derecha!*
(Los niños continúan precisando el recorrido con la guía del docente, quien también escribe en el pizarrón lo que ellos dicen).

Esta actividad permite que los alumnos reflexionen sobre lo realizado, explicitando las relaciones que usaron de manera implícita. Esto, a su vez, puede favorecer que circulen en la clase los conocimientos a los que arribaron a partir del avance de otros compañeros.[3]

## Para conocer las figuras y los cuerpos geométricos

La enseñanza de la geometría en 2º año/grado puede abordarse ofreciendo a los niños oportunidades para el estudio sistemático de modelos matemáticos como las figuras y los cuerpos, sin que estos se relacionen necesariamente con objetos de la vida cotidiana.

En el caso de tomar objetos que incluyan representaciones geométricas, como las guardas que se usan en pulseras, fajas, mantas, etc. y se inspiran en diseños de los pueblos originarios (pampas, diaguitas, mapuches), es necesario tener en cuenta que estos objetos sean un recurso para plantear un problema y que no se proponga una simple observación o una manipulación sin desafío a los conocimientos de los niños sobre las características de las figuras incluidas.

Es importante el trabajo en simultáneo tanto con cuerpos como con figuras, pues la elección de un orden de presentación dependerá de los conocimientos disponibles de los niños, y así es posible comenzar tanto por los cuerpos como por las figuras.

La propuesta es promover la exploración y reflexión sobre diferentes características de las figuras y los cuerpos a partir del planteo de situaciones problemáticas que permitan a los alumnos describir sus formas, identificar una entre

[3] La importancia de las discusiones entre pares se plantea en el apartado "La gestión de la clase" en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno.*

varias figuras y/o cuerpos, construirlos, dibujarlos y/o reproducirlos. Al resolver estos problemas, los alumnos podrán construir algunas conceptualizaciones sobre las características propias de estas figuras y cuerpos, al tiempo que se apropian de un lenguaje adecuado.

Conviene aclarar por qué usamos en la descripción de las actividades el término "características" en lugar del término "propiedad". Por ejemplo, tener 4 lados iguales (o congruentes) y 4 ángulos rectos son ambas propiedades de la figura cuadrado. Sin embargo, para los niños la idea de cuadrado está muy asociada al dibujo que se hace de él y no a la de la figura geométrica que es referente de todas las representaciones posibles (es decir, de todos los dibujos particulares, de distintas medidas y en distintas posiciones, que se hagan del cuadrado y de sus diferentes definiciones). Del mismo modo, cuando un niño enuncia que el cuadrado tiene cuatro puntas o cuatro lados, en principio, describe características del dibujo, que aún no tienen el carácter general de una propiedad.

Los materiales adecuados para plantear actividades exploratorias son figuras dibujadas en una diversidad de soportes de papel (cuadriculados, lisos, rayados), o cuerpos geométricos de madera y formas en cartón o cartulina según el problema, ya que todas son representaciones de las figuras y cuerpos geométricos.

Los tipos de actividades que planteamos en este apartado han resultado potentes como desafíos para la construcción de conocimientos geométricos en las aulas donde se han planteado.

Las copias o reproducciones de figuras dan lugar a que los niños tomen varias decisiones: qué instrumento usar, qué medir, dónde ubicar cada parte, etc. También podrá validar su producción apreciando si es o no una "copia fiel". Estas actividades permiten dibujar segmentos, ángulos, etc., sin hacer referencia explícita ni a estos elementos ni a las figuras que forman. Después, cuando realizan el análisis de las producciones, se comienzan a explicitar las características de las figuras y sus relaciones.

Las descripciones permiten que los alumnos pongan en juego, en las explicitaciones que hacen, las características que consideran de las figuras y los cuerpos. Al compartirlas, es posible analizar sus semejanzas y diferencias y dar lugar a las primeras clasificaciones.

Las actividades que son "problemas" permiten que los chicos realicen anticipaciones, las usen al resolver y, luego, consideren si fueron o no acertadas para, eventualmente, modificarlas. Así, los niños logran, gradualmente, conceptualizaciones parciales y provisorias sobre los objetos geométricos representados por los dibujos, los papeles y las formas tridimensionales con las que interactúan mientras resuelven y reflexionan.

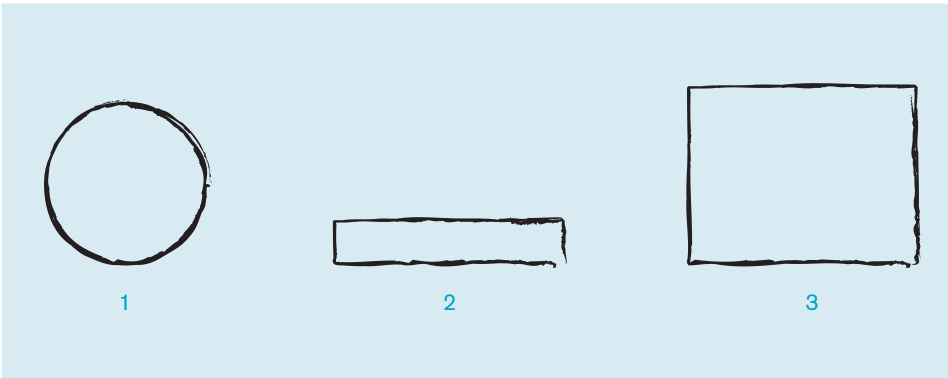
Plantear situaciones para comparar y describir figuras y cuerpos
Para promover la comparación y la descripción de cuerpos geométricos a partir de sus características, es posible recuperar algunas de las experiencias realizadas en 1er año/grado como, por ejemplo, la exploración de las huellas que deja cada cuerpo al ser apoyado en la arena o en la tierra, o bien sobre una almohadilla con témperas de color.

En 2º, podemos plantear actividades en las que los niños seleccionen los cuerpos, como el cubo, el prisma recto, la pirámide o el cono, a partir de la observación y exploración de las características de sus caras.

Las propuestas de la secuencia siguiente pueden confundirse con otras similares, muy usadas en este Ciclo. Sin embargo, incluir una variante puede convertir la tarea en un verdadero problema; la idea es dar lugar a un trabajo de anticipación de la acción propuesta. En este caso, se trata de que los chicos anticipen la forma de la "huella" que dejará cada cara de un cuerpo dado dibujando la forma que piensan para la huella, para que luego corroboren, en el arenero o en el patio, si la anticipación fue adecuada.

## Secuencia para relacionar caras de cuerpos y figuras: "Las caras de los cuerpos"

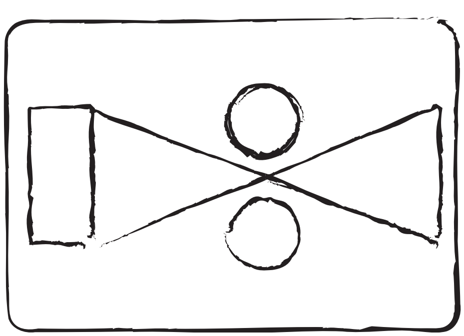
### Actividad 1
Aun cuando se hubiese realizado en 1º, es conveniente iniciar este trabajo con una actividad de exploración que permita descubrir las distintas huellas que deja un cuerpo dado. Para ello, se puede dividir la clase en grupos. Cada grupo recibirá un cuerpo y buscará las distintas huellas que deja en una hoja. Luego, se podrá proponer que intercambien los cuerpos que recibieron y las huellas logradas para que otro grupo indague si puede encontrar otras. Por ejemplo, en un primer momento, un grupo podrá encontrar que con un cilindro se pueden dejar las dos primeras huellas que se ilustran a continuación (1 y 2); luego, un segundo grupo puede descubrir que, si hacen girar el cilindro queda una figura como la tercera (3).

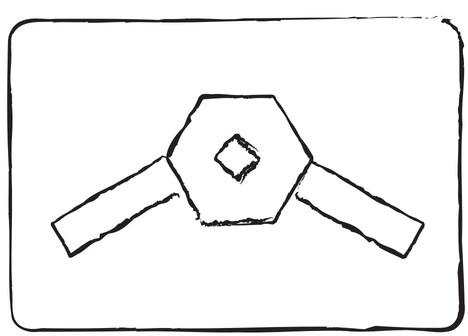



Al finalizar esta actividad, podrán confeccionar diferentes afiches pegando las hojas sobre ellos, con las distintas huellas que deja un mismo cuerpo. Luego de esta primera exploración, es conveniente plantear una serie de actividades que favorezcan la anticipación y que permitan que los niños sistematicen algunas de las características exploradas.

**Actividad 2**

Se puede organizar la clase en grupos de 4 alumnos. Cada uno recibe una tarjeta con una particular configuración, como las que se presentan a continuación, formada por 4 ó 5 figuras geométricas y una caja con cuerpos de madera, de cartón u otros materiales. Es posible conseguir cajitas de envases de diferentes productos (de forma cilíndrica, como latas de chocolate en polvo o de pastillas; de forma prismática de base cuadrada, rectangular, triangular, hexagonal, como cajas de remedios; de artículos de almacén o de golosinas, etc.) u objetos con las formas deseadas. Las tarjetas tendrán que ser dibujadas por el docente en función de los cuerpos conseguidos.





Se pedirá a los grupos que copien las formas de la tarjeta en una hoja en blanco, apoyando las caras de los cuerpos en almohadillas o platos con témperas de colores. También es posible que coloquen la cara correspondiente en la hoja y marquen el contorno con un lápiz. El objetivo es que la producción resultante sea “idéntica” a la de la tarjeta que se propuso como modelo.
El trabajo en grupos con una misma configuración como modelo puede favorecer que los niños hagan comentarios, expliciten sus elecciones y discutan acerca de los resultados obtenidos.
Para esto, las tarjetas confeccionadas tendrán que ofrecer, además de diferentes formas, variadas posiciones de estas. Por ejemplo, al incluir un cuadrado, rectángulo o un triángulo, no conviene presentarlos siempre con un lado paralelo al borde de la hoja, así los chicos pueden independizar la forma de la posición que tiene en el papel. Asimismo, se pueden variar las distancias entre figuras: en algunos casos, estarán “pegadas” por un lado o por un vértice y, en otros, no.

Este tipo de actividades es fácilmente adaptable a diferentes conocimientos de partida de los alumnos pues, para hacerlo, solo habrá que cambiar el conjunto de figuras sobre el que se trabaja. Esta característica permite su implementación en el plurigrado, ya que es posible presentar problemas adecuados para distintos grupos con actividades y materiales similares.

**Actividad 3**
Se puede repetir la actividad intercambiando los chicos de cada grupo para que trabajen con otros compañeros o tarjetas y, así, aprendan cómo aportar a la construcción conjunta, tanto si su compañero tiene conocimientos similares como diferentes.
Posteriormente, podemos organizar un trabajo colectivo a partir de preguntas como: *¿solo puedo usar un prisma rectangular para lograr un rectángulo? ¿Hay otras parejas que eligieron un cuerpo diferente para lograr este rectángulo? ¿Se puede lograr un cuadrado con pirámides? ¿En qué casos? ¿El cilindro sirvió para lograr un círculo? ¿Qué cuerpos permiten construir círculos?* Este tipo de intervenciones puede generar discusiones y confrontaciones y favorecen el intercambio de conocimientos. A la vez, pueden permitir que se expliciten las características de los cuerpos y las figuras utilizadas para la resolución de la actividad. El docente conducirá el debate destacando las distintas maneras de resolver una cuestión y los diversos

argumentos relacionados con las diferentes propiedades de los cuerpos y las figuras que utilicen los niños para validar sus respuestas. En este caso, podrá confeccionarse un afiche en el que se registren, para cada figura, todos los cuerpos con los que se puede dibujar.[4]

Una actividad que podemos plantear para la descripción y formulación oral de las características de los cuerpos es un juego de preguntas y respuestas.

> **"Descubrir cuál es":** reconocer elementos de los cuerpos
> **Materiales:** cuerpos geométricos –prisma, pirámide, cilindro, cono, cubo– que están a la vista de los niños o bien una colección de cajas o latas con esas formas.
> **Organización de la clase:** en una primera instancia, es posible trabajar con toda la clase.
> **Desarrollo:** se propone a una pareja de niños pasar al frente y se les entregan los seis cuerpos geométricos. Ellos deberán seleccionar uno de esos cuerpos y marcarlo de manera imperceptible para el resto del grupo, por ejemplo, colocando un papelito debajo del mismo. Luego responderán con *sí* o *no* las preguntas que les formularán los demás niños para averiguar el cuerpo elegido. Las preguntas no pueden incluir el "nombre" de los cuerpos.

Inicialmente, es probable que los alumnos planteen preguntas que apunten a describir globalmente un cuerpo, por ejemplo: ¿Es parecido a un dado? ¿Es como un tubo? Este tipo de interrogantes puede ayudar a iniciar a los niños en la tarea, aunque se refieran a descripciones que solo permiten considerar cada cuerpo en forma individual.

En una segunda instancia de juego, se puede organizar la clase en grupos de cuatro niños para que trabajen de a dos parejas enfrentadas. En este caso, se incluyen cuerpos similares, por ejemplo, varios prismas con distintas formas de la base. Una de las parejas selecciona un cuerpo y la otra deberá formular preguntas para descubrir el cuerpo elegido. Se intercambian los roles y gana la pareja que descubre el objeto haciendo la menor cantidad de preguntas.

[4] En el apartado "La gestión de la clase" en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo", de este *Cuaderno,* se explicita el sentido de dar a los alumnos la responsabilidad de controlar la validez de sus producciones.

Las modificaciones introducidas en este caso se hacen para provocar cambios en las preguntas que se formulan. Al haber varios prismas que se diferencian por su base, no es suficiente preguntar si se parece a una caja. Restringir el número de preguntas promoverá que los niños deban averiguar de qué cuerpo se trata de acuerdo con las ya realizadas y considerar qué cuerpos pueden ir descartando con las respuestas obtenidas.

Como ya hemos planteado, tendremos que organizar un momento de reflexión posterior al juego para volver sobre los conocimientos utilizados. Durante la reflexión, se analiza conjuntamente cuáles fueron las preguntas más orientadoras.

En este año, las preguntas que suelen hacer los niños se refieren a si las caras son planas o curvas, si sus bordes son rectos o curvos, –como el que limita las caras planas del cilindro– y qué cantidad de bordes y de vértices tiene.

Es importante recordar que esta actividad deberá apuntar al análisis de las características de los cuerpos y al aprendizaje de un lenguaje adecuado para describirlos y no a una adivinación azarosa, para lo cual el docente aumentará la cantidad de cuerpos o bien disminuirá el número de preguntas que pueden hacer, o ambas cosas a la vez.[5]

Después de esta actividad, los niños podrán escribir textos breves que describan los cuerpos según las características consideradas al realizar las preguntas. También es posible volver sobre los carteles preparados en actividades anteriores para agregar más información.

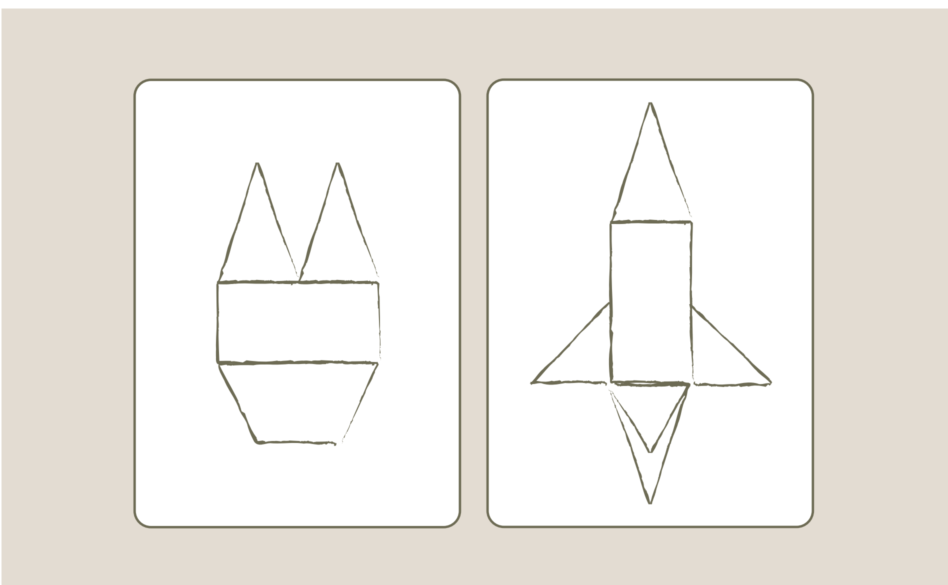
Para comparar y describir figuras geométricas, propondremos actividades en las que los niños deban apoyarse en algunas de sus características –como el número de lados o de vértices, la presencia de bordes curvos o rectos o la igualdad de la medida de sus lados– con el fin de distinguirlas.

El maestro podrá proponer la reproducción de una configuración armada con varias figuras geométricas simples, de modo que los alumnos identifiquen y ubiquen la posición de las distintas figuras geométricas que la componen. Esto último permite retomar el uso de nociones espaciales que se ha planteado en la secuencia “Averiguar dónde está”.

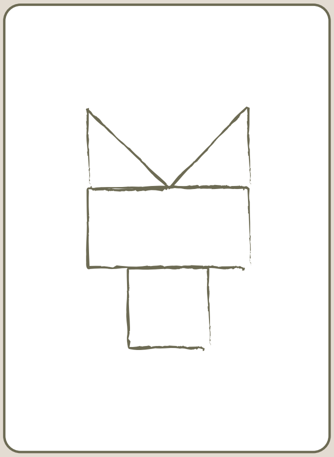
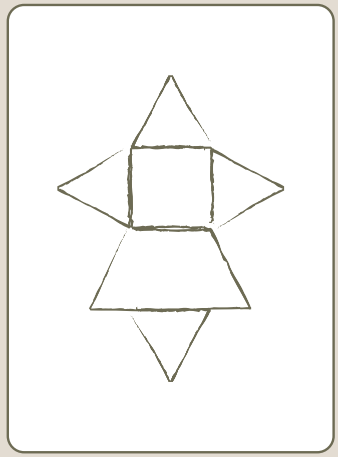
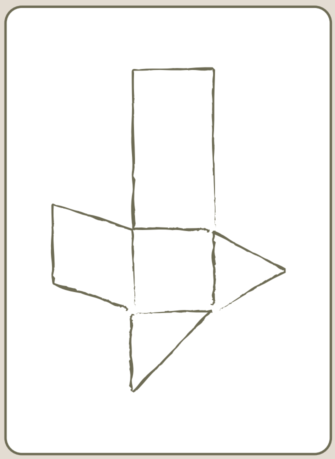
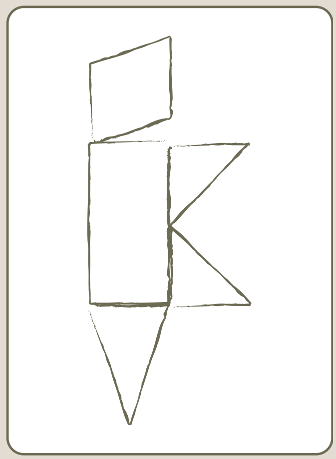
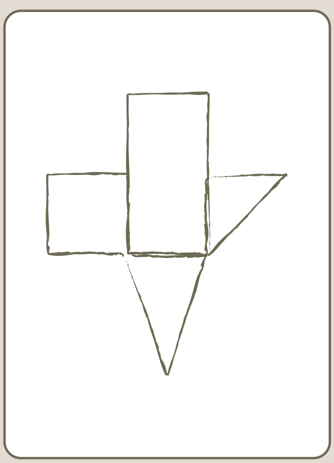
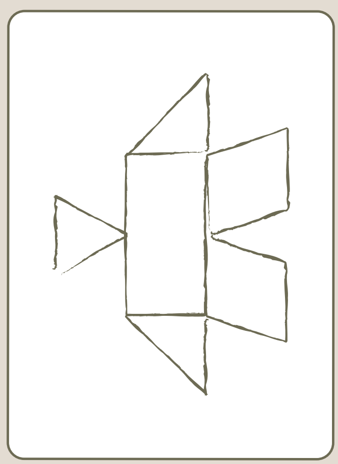
[5] **Recomendación de lectura:** parar analizar otras propuestas se sugiere consultar *Enseñar geometría en 1° y 2° Ciclo. Diálogos de la capacitación*, Ponce (2003).

La reproducción puede proponerse en una actividad de dictado como la siguiente donde, además de lo planteado, se pone en juego la descripción en forma oral de las características de las figuras y la progresiva construcción de un vocabulario adecuado.[6]

**"Descubrir cuál es":** reconocer figuras y posiciones
**Materiales:** por cada pareja, una tarjeta con las configuraciones que se presentan dibujadas.
**Organización de la clase:** se reparte la clase en grupos de 4, que luego se dividen en dos parejas.
**Desarrollo:** en cada grupo, una de las parejas deberá elegir una configuración y anotar en un papelito la que eligió. Luego "dictará" las indicaciones necesarias para que los otros dos niños la reconozcan. Cuando están seguros de haberla reconocido, verifican si la selección fue correcta. En tal caso, ganan un punto. Al término de esta verificación, vuelven a jugar cambiando los roles.



[6] Una descripción del tipo conveniente de intervenciones del docente, a propósito de la sistematización de los saberes que los alumnos van descubriendo, se abordan en el apartado "La gestión de la clase" en "Enseñar Matemática en el Primer Ciclo" de este *Cuaderno*.

La primera vez que juegan, los niños que tienen que reconocer la configuración elegida pueden, si no han comprendido la indicación, hacer preguntas; pero en las sucesivas jugadas esto no será permitido. Para ello, habrá que avanzar colectivamente en la comprensión de las indicaciones, por ejemplo, como lo hace la docente que protagoniza el registro siguiente.

**Registro de clase**

(Un grupo estaba muy enojado porque decía que la otra pareja no habia dado bien las indicaciones.
Los demás miraban la situación y sin intervenir.)

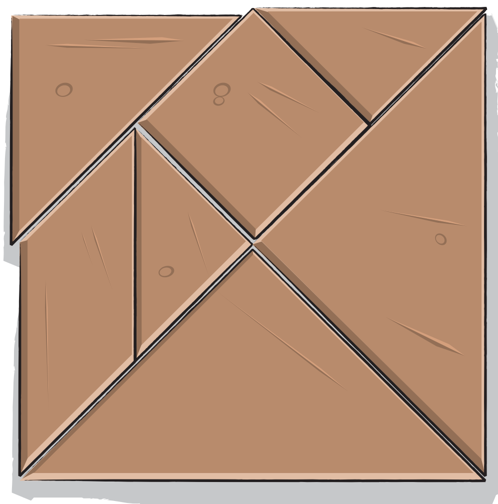
Docente: *–A ver, todos van a tener en sus manos la tarjeta que eligió la pareja y entre todos vamos a dar las indicaciones necesarias para que la otra pareja seleccione correctamente la tarjeta. Empecemos, ¿quién da la primera indicación?, yo la anoto.*

Realizar este tipo de intervención pone en evidencia que lo que se propuso fue una tarea difícil, que hay varias maneras de describir una misma figura y que es muy importante el dictado de la posición de las figuras.

En otras instancias de juego, una vez terminado el trabajo en grupo, recuperaremos lo realizado por los niños relevando las dificultades que tuvieron y analizando los aciertos, los desaciertos y las dificultades. Tal vez no sea conveniente analizar todo en un mismo día, sino solo algunas, de manera de no saturar la atención de los niños. Así se dejarán pendientes algunos debates para otras oportunidades.

Los sucesivos descubrimientos de la clase podrán registrarse también en el cuaderno y es conveniente pedir a los niños que vuelvan a los escritos antes de una nueva jugada; es decir, que el cuaderno sirva de memoria de los aprendizajes realizados para que ellos nombren lo más adecuadamente posible, tanto los cuerpos y figuras como sus elementos.

La misma actividad se podrá proponer armando configuraciones diferentes con las piezas del tangram.[7]



### Plantear situaciones para construir y copiar formas

Para avanzar en el conocimiento de las características de los cuerpos (formas tridimensionales) y figuras (formas bidimensionales) geométricos, es conveniente proponer actividades donde haya que construirlos, copiarlos o representarlos.

Cuando presentamos a los niños una caja con variados cuerpos geométricos de madera, por lo general, tratan de construir como lo hacían con los bloques: apilan los cuerpos, explorando así libremente sus caras y formas. Este tipo de aproximaciones espontáneas podrán enriquecerse de diversas maneras para dar lugar a la construcción y dibujo de un modelo hecho con formas tridimensionales.

Es importante que tengamos en cuenta que, para los chicos pequeños, ante la propuesta de dibujar un cuerpo, todavía es difícil distinguir entre dibujar lo que se sabe de este y lo que efectivamente se ve desde una posición determinada.

[7] **Recomendación de lectura:** para ampliar estas propuestas, puede consultarse *El juego como recurso para aprender. EGB 2*, de Chemello, G. (coord.) Agrasar, M. y Chara, S. (2001). En este recurso se brindan opciones de juegos con el Tangram.

Por ejemplo, el maestro puede organizar la clase en grupos de cuatro niños y dar a cada equipo hasta seis cuerpos geométricos, con el fin de que hagan una construcción, pidiendo que previamente se pongan de acuerdo sobre aquello que construirán. De este modo, los niños tendrán la posibilidad de anticipar y discutir entre ellos sobre lo que harán, si les alcanzan los cuerpos, dónde los ubicarán, etc. (un monumento, un puente para jugar con autitos…).

Posteriormente, les podemos plantear que, para seguir jugando otro día con las mismas construcciones, las van a dibujar. Para ello, dentro de los grupos, cada uno, desde un lugar diferente, va a dibujar la construcción, poniendo solo lo que puede ver desde allí. De este modo, el dibujo se hace con un sentido. No es la precisión en la representación lo que se busca sino que se tengan en cuenta algunas características de los cuerpos que permitan reconocerlos.

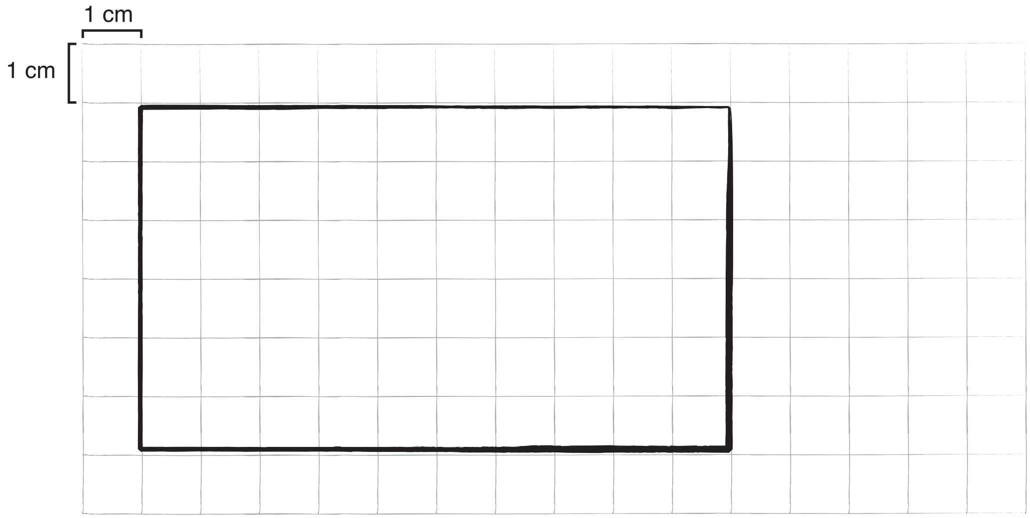
Para considerar si será posible rearmar la construcción a partir de los dibujos, se les puede pedir que los hagan circular entre ellos de modo de que puedan discutir sobre el lugar en el que estaba ubicado cada dibujante y sobre cómo se ve lo dibujado desde cada lugar. En la discusión, se podrá controlar si el dibujo reproduce todos los elementos, sus formas y sus posiciones relativas. Si la ubicación del dibujante no se puede identificar en el dibujo, se podrá discutir cómo modificarlo.

Luego, con todos los dibujos controlados, se puede preguntar: *¿por qué les parece que dibujaron algo diferente si estaban viendo la misma construcción?* En este caso, buscamos que los niños formulen sus ideas y expliquen el cambio de posición del dibujante.

En otra clase, cada grupo tendrá que rehacer la construcción original del otro equipo a partir de las representaciones que hicieron sus compañeros. Solo mediante el análisis que puedan realizar entre ellos, los niños verificarán la similitud entre la construcción y el modelo, con la diferencia de que este ya no está presente.

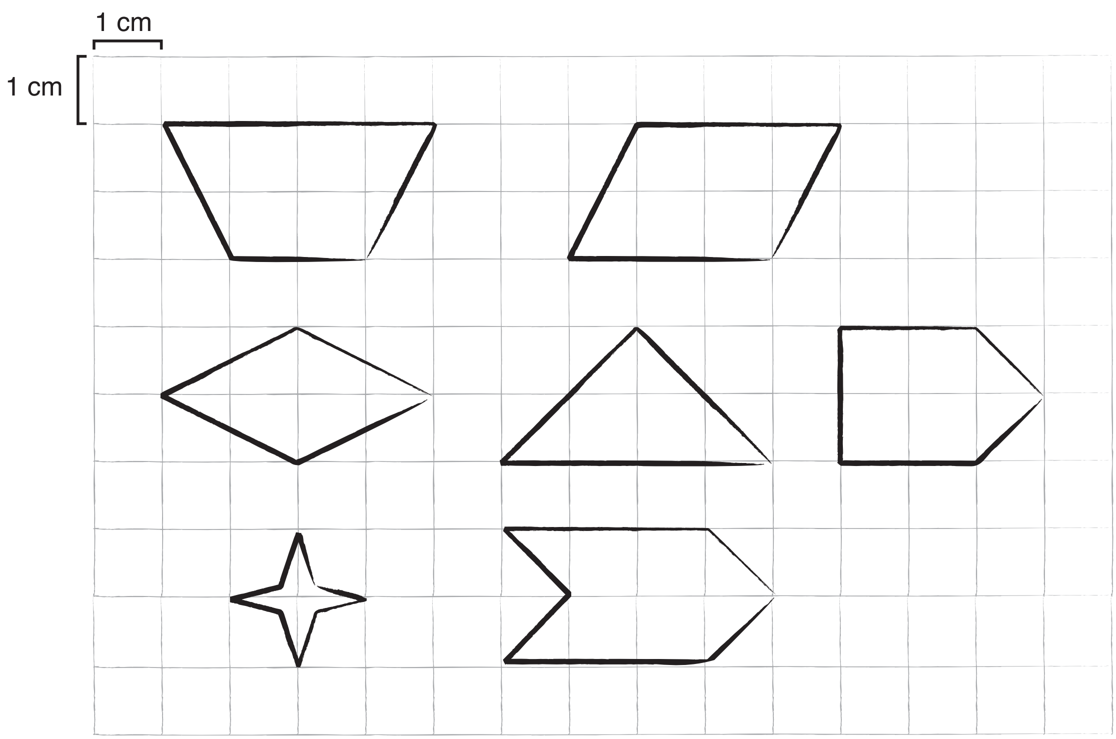
Del mismo modo que lo planteado para los cuerpos, la reproducción de figuras de acuerdo con un modelo dado puede ser un interesante desafío para abordar el análisis de sus características: la medida de los lados y su cantidad, si sus lados son paralelos o perpendiculares, si los ángulos son rectos o no, etcétera.

Esta actividad se puede plantear a propósito de armar tarjetas para un acto en la escuela. Para ello, se podrá dar un rectángulo como modelo a reproducir en papel cuadriculado, similar al que se presenta a continuación, de manera de lograr que ambas figuras, el modelo y el dibujo del alumno, al superponerlas, sean iguales. Para esto, si bien es posible hacerlo sobre papel cuadriculado común, conviene disponer de uno de 1 cm x 1 cm, ya que el más pequeño muchas veces les dificulta innecesariamente la tarea a los chicos.




Para esto, los niños deberán considerar no solo la forma global de la figura sino también sus características propias, es decir, el tamaño de los lados –cuántos cuadraditos mide– y los cuatro ángulos –que son rectos como los de la cuadrícula–. En este sentido, se podrán apoyar en el fondo del papel cuadriculado.

Si el rectángulo es una figura demasiado sencilla para el grupo de alumnos, se podrá cambiar por alguna de las siguientes, o bien presentar una secuencia de reproducción de modelos.



El nivel de complejidad varía según los ángulos que forman los lados de la figura, pues, al trabajar con papel cuadriculado, es más difícil para los niños el trazado de rectas oblicuas que perpendiculares.[8]

## Para diferenciar las magnitudes y medir

En relación con la medida, una primera cuestión a considerar en el Primer Ciclo es la diferenciación entre los objetos y sus magnitudes, es decir, aquellos atributos de los objetos que se pueden medir. Por ejemplo, de una lata de tomate es posible medir, entre otros, el peso, la longitud de su altura, la longitud de la circunferencia de la tapa, su capacidad.

Para saber entre dos objetos cuál mide más de una cierta magnitud, en ocasiones es posible realizar una comparación directa; por ejemplo, al comparar la longitud del paso de dos personas que están próximas. Si, en cambio, están en diferentes lugares, la manera de comparar tendrá que ser indirecta, es decir, comparando con otra longitud que sea común a ambas mediciones. Las longitudes que se usan como unidades de medida se acuerdan por convención. En el sistema métrico decimal se usan unidades que se relacionan en base 10.

Plantearemos algunos problemas que les permitan a los niños construir el sentido de realizar mediciones en diversos contextos para comparar pesos, longitudes o capacidades. El trabajo de médicos, carpinteros, modistas, vidrieros, etc., que incluye las prácticas de medición de estas magnitudes permite presentar problemas con sentido. Plantearemos también situaciones en las que los niños tengan la necesidad de apelar a un instrumento de medición. En ellas, de acuerdo con la situación planteada, deberán evaluar si deben utilizar unidades de medida convencionales o no.

La práctica de la medición efectiva es necesaria para que los alumnos comprendan los diferentes aspectos ligados a la medida, entre otros: qué unidad elegir, cómo comparar para medir, con qué instrumento, cómo escribir el resultado. El error de medición deberá ser objeto de constante análisis ya que es un aspecto inherente a la medida.

---

[8] **Recomendación de lectura:** otras actividades se pueden consultar en "El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos" de Broitman, C. e Itzcovich, H., (2002).
Véase también "El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños" de Quaranta, M. E. y Ressia de Moreno, B. (2004).

## Plantear situaciones para comparar y medir longitudes, pesos y capacidades

En 1er año/grado, probablemente los niños se enfrentaron a algunos problemas que se podían resolver mediante una comparación directa de las longitudes (o pesos o capacidades), o bien mediante el uso de un objeto intermediario. Trabajaron estos contenidos, por ejemplo, cuando establecieron si un mueble podía o no pasar por la puerta del salón; cuando midieron con una soga diferentes caminos o con una regla algunos dibujos, etc. Estas primeras exploraciones ligadas a la resolución de problemas prácticos pueden continuarse, variando la tarea que se proponga. Se trata de generar avances con el fin de enriquecer la aproximación de los chicos al uso social de la medida desde una mirada matemática. En esto, podrán estimar, establecer relaciones de orden y equivalencia entre las distintas cantidades que se decida incluir en las actividades.

Una posibilidad es proponer, en el aula, el análisis de algunas situaciones que para los niños son muy familiares y focalizan la atención en las unidades e instrumentos de medida utilizados. Así, por ejemplo, tal vez, para algunos sea frecuente participar de diversos modos en una cosecha de batatas, papas, otras hortalizas o frutas que luego se venderá: en bolsas o cajones de distintos pesos. También es posible que algunos alumnos acompañen a los adultos en compras de productos para el consumo familiar tales como: querosén, nafta y otros combustibles. En estos casos, el recipiente que ellos mismos lleven tiene una cierta capacidad: puede ser un bidón de 5 litros o bien de 10, pero la unidad para la venta es el litro.

Para compartir estos conocimientos con todo el grupo, se podrá comenzar por hacer un listado de productos y reflexionar con qué unidades se pueden medir.

Otra posibilidad es organizar visitas a algún lugar en el que se realicen mediciones diversas, por ejemplo, los corralones o los grandes almacenes de productos para la construcción donde se suelen utilizar tanto unidades de peso como de longitud para medir varillas, maderas, etc. La visita puede ser una interesante oportunidad para trabajar la relación entre la magnitud del objeto que se mide, el instrumento de medición y la unidad de medida utilizada. En estos casos, es recomendable que los niños tengan la oportunidad de observar o, bien, de escuchar y participar de un relato acerca de cómo los profesionales o constructores, pintores, etc. resuelven los problemas de la compra de materiales. Por ejemplo, si visitamos un lugar como el que describimos, los niños pueden tener diferentes tareas por grupos, de manera que cada uno pueda medir algo diferente u observar cómo se hace la medición de un objeto o sustancia comprando algo en el lugar, o hacer preguntas distintas al profesional u operario que los atiende, etc. De este modo, al volver al aula, cada grupo puede aportar al resto de la clase nuevas experiencias para enriquecer mutuamente sus conocimientos.

Además, podemos presentar diversas situaciones que requieran de la medición efectiva con diferentes instrumentos. Por ejemplo, el uso de reglas y centímetros para medir longitudes permitirá luego que sea posible sistematizar las relaciones entre el metro, el centímetro y los milímetros como unidad, y se promueva siempre la estimación previa para realizar luego la comparación y determinar la calidad de la estimación. También se podrá analizar que el centímetro de la costurera es de material flexible y que el metro de carpintero no lo es. De esta forma, se favorecerá la exploración de la relación entre objeto, magnitudes en juego e instrumentos de medición.

En el marco de un proyecto en articulación con el área de Ciencias Naturales, el docente puede proponer la medición efectiva del crecimiento de las plantas de la huerta o de los almácigos. Para ello, se recolectará la información, se la organizará en una tabla y se identificarán los cambios. Estas actividades dan lugar a trabajar no solo con las mediciones, sino también con contenidos ligados al tratamiento de la información.

También, podemos promover el uso de la regla como instrumento de medición de longitudes en problemas específicos del área. Por ejemplo, dados ciertos segmentos, los niños deberán estimar cuáles superan los 10 cm y numerar cada uno estableciendo un orden entre ellos. Luego, deberán medir para comprobar su estimación y el orden establecido.

Si todos los midieran y el resultado de las mediciones diera lugar a dudas respecto del orden en que se ubican, se podrá discutir acerca de los diferentes resultados, incluyendo la idea de que toda medición, aun cuando se realice con cuidado, puede generar diferencias en los valores, pues es un proceso que se realiza con mayor o menor precisión, pero no con exactitud. Es decir, el error es un factor siempre presente en situaciones de medición.

## Plantear situaciones para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones

En relación con las medidas de tiempo, el trabajo con el calendario como instrumento en el que están registrados los días y los meses del año se puede complejizar en relación con lo realizado en 1er año/grado. Si no se hubiera realizado este trabajo, convendrá comenzar con las actividades propuestas para ese año.[9]

Las situaciones a resolver en este año/grado pueden ser, por ejemplo, el cálculo de duraciones a partir de distintas fechas *–¿cuánto tiempo pasó desde la última fiesta patria?–,* o la determinación de fechas a partir de un momento determinado y una duración *–¿cuándo será el próximo encuentro deportivo?– si se hacen cada tres semanas y el último fue el 22 de mayo.*

Así, también iniciaremos el estudio sistemático de algunas de las equivalencias más utilizadas en situaciones familiares para los alumnos. Por ejemplo: *un niño debe tomar un remedio cada 6 horas. ¿Cuántas veces lo toma en un día? ¿Y en una semana? ¿Y si lo tomara cada 8 horas?*

Los niños empezarán a leer algunos relojes (de agujas, cronómetros, digitales, etc.) y a establecer unidades de tiempo en situaciones tales como las siguientes:

- ¿Cuánto falta para que venga el próximo micro a la ciudad si el último lo hizo a las 14 y pasa cada 2 horas?
- Un tren pasa todos los días a las 13; si lleva un retraso de 3 horas, ¿a qué hora pasará hoy?

A modo de cierre de este apartado, retomamos la idea de que el trabajo con las medidas en el Primer Ciclo no solo tiene el sentido de iniciar a los alumnos en los contenidos propios de este Eje, sino que aporta nuevos significados a los números.

[9] Véase el *Cuaderno para el aula: Matemática 1*.

# EN DIÁLOGO
# SIEMPRE ABIERTO

# Las propuestas y la realidad del aula

## Para ampliar el repertorio y recrear las actividades

Al desarrollar el enfoque para trabajar en la clase de matemática, hemos insistido en las elecciones que debemos realizar respecto de los tipos de problemas, sus modos de presentación y su secuenciación. También hemos señalado que la gestión de la clase será determinante respecto del sentido que los alumnos construyen sobre las nociones matemáticas, tanto por las interacciones que el docente promueva entre los alumnos y con las situaciones como por sus propias intervenciones a lo largo del proceso de enseñanza.

Por otra parte, hemos planteado que es necesario incorporar más allá de la resolución de problemas, otras actividades, pues aquella no debiera ser el único tipo de práctica matemática que funcione en el aula, ya que es fundamental que las clases incluyan instancias de reflexión sobre lo que se ha realizado. En estas instancias, podrán plantearse, por ejemplo, actividades de comparación de problemas realizados con la suma, o de comparación de diferentes estrategias para resolver un cálculo, algunas acertadas y otras, no.

Para comparar problemas, es posible revisar lo trabajado en el cuaderno durante una semana y señalar todos los problemas que se resolvieron con sumas para comparar los enunciados, encontrar semejanzas y diferencias y pensar nuevos enunciados de problemas que podrían resolverse con esa operación.

Si un problema resultó complejo, puede ser conveniente volver a discutirlo, buscar otras formas de resolverlo e intentar precisar por qué resultó difícil.

En el caso de querer comparar estrategias de cálculo, se puede recuperar el repertorio de sumas cuyo resultado ya se ha obtenido y registrarlo a modo de síntesis en un afiche que se cuelgue en el aula para luego utilizar esos resultados como ayuda para resolver otros cálculos. Entre ellos, se podrá señalar cuáles son los que ya se conocen de memoria y cada chico podría ir armando una tarjeta con todos los cálculos que él sabe y, de este modo, tomar conciencia de su progreso.

Asimismo, en este apartado queremos avanzar sobre actividades que forman parte de la tradición escolar: las tareas para el hogar. Estas tareas, pensadas para que el alumno las desarrolle fuera de la escuela, renuevan su sentido en relación con los aprendizajes prioritarios y con el necesario tiempo de apropiación individual de los conocimientos trabajados en clase.

El estudio fuera de la clase requiere, de parte del alumno, un trabajo personal que se apoye en el deseo de progresar en sus conocimientos matemáticos, y de parte del docente, el diseño de las tareas y su posterior recuperación en la clase, otorgándoles un sentido dentro del proyecto de enseñanza.

La realidad compleja con la que hoy interactúa la escuela contiene factores que pueden hacer difícil llevar adelante el estudio. Sin embargo, aun en este escenario, es posible plantear alguna actividad desafiante para resolver fuera del aula y luego discutir en clase los diferentes caminos que encontraron para responder la cuestión planteada. En este sentido, es imprescindible asegurarse de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se propone para evitar la creación de un obstáculo excesivo para el niño o para los adultos que lo acompañan cuando realiza sus tareas y que podrían intervenir en una dirección distinta a la que pretende el docente. Habrá que ser muy claro para distinguir si la tarea debe hacerse con o sin ayuda y, en este último caso, precisar cuál es la ayuda que se espera. En el caso de tener alumnos que no dispongan de alguien que los ayude o acompañe, sería deseable promover la organización de un espacio a cargo, por ejemplo, de algún estudiante del profesorado que pueda asistir en el contraturno.

Las actividades que se pueden plantear para realizar fuera de la clase también podrán ser de distinto tipo. Por ejemplo, se podría seleccionar un conjunto de cuentas ya resueltas y pedir la comparación de los números que intervienen en los cálculos y los resultados para analizar semejanzas y diferencias y advertir regularidades. O, también, proponer juegos de cartas y dados en los que intervengan los números con los que se ha trabajado y que den lugar a la práctica del cálculo mental.

En cualquier caso, recuperar lo producido fuera de la escuela supone mucho más que “corregir” la tarea: se trata, en cambio, de organizar una nueva actividad diseñada de modo que tome como punto de partida lo realizado fuera de la clase. Esto permite que el alumno valore el tiempo que dedica para su estudio individual como una instancia más de su proceso de aprendizaje.

## Para construir espacios de debate

En todas las actividades, resulta importante prestar particular atención a aquellas intervenciones en clase que realizamos frecuentemente o con cierta sistematicidad dado que van marcando qué es, para los alumnos, hacer matemática. En este sentido, es posible preguntarse cómo administramos los momentos de trabajo colectivo y cómo aparece nuestra palabra en la clase.

El estilo más frecuente es asociarla al control de lo realizado en términos de evaluación por lo correcto e incorrecto. Si es así, aun cuando solicitemos que se expongan los resultados y procedimientos utilizados al resolver un problema dado en clase o de tarea y se haga una lista de ellos en el pizarrón, queda depositado sólo en el maestro dar o no por válido lo que los alumnos hicieron. Cuando esto ocurre, es frecuente que los chicos no se muestren interesados en responder las preguntas que formula el docente en ese momento de trabajo colectivo, y la matemática sea vivida como una serie de reglas y definiciones predeterminadas que hay que reconocer y aplicar.

Si, en cambio, la intervención del docente en la puesta en común intenta recuperar lo que los alumnos están haciendo y pensando para promover la discusión alrededor de esas producciones, habrá un verdadero espacio de debate, una situación genuina de comunicación en la que se intercambiarán distintos puntos de vista para llegar a una conclusión aceptada por el conjunto de la clase. En este caso, el trabajo se valida por la comunidad clase, y el maestro interviene conduciendo el debate entre los chicos o introduciendo preguntas nuevas. Este tipo de práctica requiere de un proceso de construcción a largo plazo que implica, entre otras cosas, escuchar al otro, establecer relaciones entre las distintas afirmaciones de los demás y entre ellas, y lo que cada uno piensa. También requiere poder expresarse con claridad creciente y aceptar el intercambio de ideas y la necesidad de llegar a un acuerdo que puede coincidir o no con las propias ideas iniciales, así como la incorporación progresiva de algunas reglas para discutir en matemática. Por ejemplo, el acuerdo de la mayoría no garantiza la validez de una afirmación. Si esta práctica forma parte de lo que queremos enseñar, es imprescindible comenzar a desarrollarla desde el Primer Ciclo, teniendo en cuenta las características propias de los niños en esta etapa.

Las propuestas incluidas en este *Cuaderno* forman, sin duda, una pequeña colección de casos. Su uso en el aula dependerá de las decisiones que, al respecto, se tomen en cada institución atendiendo tanto a los proyectos institucionales como a las particularidades de cada grupo de alumnos y de la comunidad.

En muchas ocasiones, la lectura y discusión de estos casos derivará, seguramente, no en la “aplicación” de los ejemplos analizados sino en nuevas propuestas adaptadas tanto a los conocimientos del grupo de alumnos como a la forma de trabajo del docente que las desarrolle.

Al respecto, resultará muy interesante el debate que se genere en el equipo de la escuela a propósito de su uso, los intercambios de lo ocurrido en las puestas en aula con los colegas y la sistematización de las nuevas propuestas que se puedan formular.

Del mismo modo, la consulta de los materiales recomendados en la “Bibliografía” permitirá ampliar la perspectiva presentada en este *Cuaderno,* multiplicar la variedad de propuestas y abrir nuevas preguntas sobre la enseñanza de la Matemática.

# BIBLIOGRAFÍA

## Bibliografía recomendada y de referencias para docentes

BROITMAN, C. (1999), *Las operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el trabajo en el aula*, Buenos Aires, Novedades Educativas.

BROITMAN, C. e ITZCOVICH, H., (2002), *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos*, Buenos Aires, Novedades Educativas.

BROITMAN, C. e ITZCOVICH, H. (2001), *Matemática. Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de EGB*. Documento N° 6, Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.

CHEMELLO, G. (COORD.), AGRASAR, M. y CHARA, S. (2001), *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 1* (Material para docentes y recortable para alumnos), Buenos Aires, Ministerio de Educación. (También en Internet.)

EQUIPO DE MATEMÁTICA DE LA DIRECCIÓN DE GESTIÓN CURRICULAR (2000), *Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB 1*, Ministerio de Educación.

FUENLABRADA, I. (2000), *Juega y aprende matemática*, Buenos Aires, Novedades Educativas.

INRP, ERMEL (1986), *Apprentissages a la résolution de problémes au cours élémentaires*, París, Hatier.

INRP, ERMEL (1991), *Apprentissages numériques et resolution de problémes*, París, Hatier.

LERNER, D. y SADOVSKY, P. (1994), "El sistema de numeración, un problema didáctico", en: PARRA, C. y SAIZ, I. (COMPS.), 1994.

PANIZZA, M. (COMP.) (2003), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y propuestas,* Buenos Aires, Paidós.

PARRA, C. (1992), *Los niños, los maestros y los números*, Desarrollo curricular 1º y 2º grados, Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. (También en Internet.)

– (1994), "El cálculo mental", en: PARRA, C. y SAIZ, I. (COMPS.), 1994.

PARRA, C. y SAIZ, I. (COMPS.) (1994), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós.

PONCE, H. (2003) *Enseñar geometría en el 1º y 2º ciclo. Diálogos de la capacitación*, Buenos Aires, CePA. (También en Internet)

QUARANTA, M. E. y RESSIA DE MORENO, B. (2004), "El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños", AA. VV., *Enseñar matemática. Números, formas, cantidades y juegos*, Buenos Aires, Novedades educativas, 2004.

SAIZ, I. (2003), "¿A la derecha de quién?", en: PANIZZA, M. (COMP.), 2003.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE LA MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES, "Pensando en la enseñanza. Preguntas y respuestas", en: http://www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/txareas_mate.php.

## Documentos curriculares para Nivel Primario – EGB 1 en Internet

*Algunas reflexiones en torno a la enseñanza de la Matemática en el Primer Ciclo.*
*La enseñanza de la división en los tres ciclos.*
*La enseñanza de la geometría en la EGB.*
*La enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos.*
*El trabajo con los números en los primeros años.*
En: http://abc.gov.ar/LaInstitucion/SistemaEducativo/EGB/default.cfm

*Los niños, los maestros y los números. Desarrollo curricular. 1º y 2º grados, 1992.*
*En: www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/primaria.php*

*Enseñar geometría en el 1º y 2º ciclo. Diálogos de la capacitación.*
En: www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/geometria.pdf

*La estimación, una forma importante de pensar en Matemática.*
*Desarrollo curricular N° 1.*
*Las regularidades: fuente de aprendizaje matemático. Desarrollo curricular N° 3.*
*La medida, un cambio de enfoque. Desarrollo curricular N° 4.*
En: www.rn.rffdc.edu.ar/gcurricul/matematica/

*Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB 1.*
*Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender (alumnos).*
*Juegos en Matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender (docentes).*
*Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (alumnos).*
*Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (docentes).*
En: www.me.gov.ar/curriform/matematica.html

## Bibliografía general de consulta

ARTIGUE, M., DOUADY, R. y OTROS (1995), *Ingeniería didáctica en educación matemática,* Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericano.

BROUSSEAU, G. (1987), *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*, Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.

CHEVALLARD, I. (1997), *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, Buenos Aires, Aique.

CHEVALLARD, I., GASCÓN, J. y BOSCH, M. (1997), *Estudiar matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, Barcelona, Ice-Horsori.

VERGNAUD, G. (1991), *El niño, la matemática y la realidad*, México, Trilla.

– (COMP.) (1997), *Aprendizajes y didácticas: qué hay de nuevo*, Buenos Aires, Edicial.

Se terminó de imprimir
en el mes de marzo de 2006 en
Gráfica Pinter S.A.,
México 1352
Ciudad Autónoma de Buenos Aires