**PROPUESTAS PARA EL AULA**
es una colección destinada a docentes,
integrada por un conjunto de cuadernillos
que presentan actividades correspondientes
a las distintas áreas disciplinares
y a los distintos ciclos de enseñanza.

Las actividades han sido diseñadas
a partir de una selección
de contenidos relevantes, actuales y,
en algunos casos, contenidos clásicos
que son difíciles de enseñar.

Las sugerencias de trabajo
que se incluyen cobran sentido
en tanto sean enriquecidas,
modificadas o adaptadas de acuerdo
a cada grupo de alumnos
y a los contextos particulares
de cada una de las escuelas.

# Índice

Teniendo en cuenta la incorporación en los nuevos diseños curriculares de contenidos que atraviesan todo el trabajo matemático en el aula y que son fundamentales para la comprensión y resolución de problemas en este dominio de conocimiento, hemos elegido, como ejes para el desarrollo de estas propuestas, algunos procedimientos generales relacionados con el quehacer matemático:

- diferenciación en situaciones problemáticas de datos e incógnitas, de datos relevantes e irrelevantes, de datos necesarios y/o suficientes;
- modelización de situaciones problemáticas a través de materiales, tablas, dibujos, diagramas, fórmulas…, y
- lectura e interpretación de información matemática presentada en forma oral, escrita y visual.

Es importante destacar que las propuestas están orientadas a desarrollar estos contenidos en el marco del aprendizaje de los contenidos conceptuales correspondientes a los otros bloques y no como objetos en sí mismos.

Elegimos dos dominios centrales de la Matemática, lo numérico y lo geométrico, para desarrollar la identificación de datos necesarios y/o suficientes, de datos relevantes o irrelevantes. Las actividades se proponen en diferentes contextos:

- contextos estrictamente matemáticos –como es el caso de los problemas de construcciones geométricas que se proponen en **LOS DATOS DE LAS FIGURAS** o,
- contextos reales –en el caso del análisis de la existencia de una constante de proporcionalidad en problemas en los que habitualmente ésta se supone sin ningún tipo de cuestionamiento, y que son las que se proponen en **EN BUSCA DE LA CONSTANTE** y **ALFAJORES PARA LA TARDE**.

La actividad de modelización, central en el trabajo matemático, adquiere un papel importante en este ciclo. La hemos desarrollado teniendo en cuenta tanto las condiciones sobre las cuales una determinada modelización es posible como mediante el análisis de la pertinencia de ciertos modelos para la resolución de problemas en contextos extramatemáticos. También en este caso trabajamos el contexto intramatemático en **LAS TABLAS DE MULTIPLICAR** y el contexto real en **UN PROBLEMA DE OFERTAS.**

Por ejemplo, en la propuesta denominada **LAS TABLAS DE MULTIPLICAR**, la actividad sugerida de modelización a partir de tablas apunta, por un lado, al análisis de las ventajas de un cierto tipo de representación, en lo que se refiere a la lectura e interpretación de la información, y por otro, a una reconceptualización de la multiplicación en el marco de la proporcionalidad directa.

Este trabajo se enmarca en un proyecto más amplio que continúa en el tercer ciclo de la EGB, en el cual la modelización mediante fórmulas y ecuaciones será un eje fundamental a partir del cual ciertos conocimientos algebraicos adquirirán sentido.

La problemática de la lectura e interpretación de la información ha sido tratada también desde diferentes perspectivas, adquiriendo una función esencial en la comprensión de los problemas que se plantean:

- en **¡SALVEN LA MERLUZA!** proponemos analizar la influencia de la escala en la interpretación de gráficos estadísticos;
- en **¿QUÉ HACER CON LOS RECTÁNGULOS?** presentamos problemas utilizando distintos lenguajes y diferentes representaciones, asociados con un mismo tema: las relaciones entre perímetro, área y volumen;
- en **¿DÓNDE ESTÁN LOS DATOS?** ofrecemos ilustraciones para que los alumnos exploren la posibilidad de obtener información, analizar datos y establecer conclusiones aun cuando no haya un texto que las acompañe.

Para que las situaciones de enseñanza planteadas sean una ocasión de aprendizaje significativo para los alumnos, sugerimos la gestión de la clase en cuatro momentos diferenciados.*

- Un primer momento de presentación de las situaciones para su resolución en pequeños grupos.
- Un segundo momento de resolución efectiva por parte de los alumnos en el que la intervención del docente está pensada como facilitadora de la acción para aclarar consignas y alentar la resolución, sin intervenir de modo directo y sólo orientando sobre "lo que se debe hacer".
- Un tercer momento de confrontación, tanto de los resultados como de los procedimientos/argumentos empleados, en el que el docente puede organizar la reflexión sobre lo realizado.
- Un cuarto momento en el que el docente realiza una síntesis de los conocimientos a los que llegó el grupo.

Estas propuestas son sugerencias para apoyar la tarea de los docentes y pensadas de tal modo que puedan ser adaptadas, modificadas, recreadas, en función de las características particulares de cada grupo, de cada institución, de cada región. Es decisión del docente, en función de los objetivos buscados, organizar la clase para un trabajo individual o grupal con puestas en común.

* Fue extraído del texto de I. Saiz y otros elaborado para el cuadernillo "Plan de Compensación Ciclo Lectivo 2000 - Provincia de Corrientes". Ministerio de Educación.

1

# LOS DATOS DE LAS FIGURAS

## Contenidos

Identificación de datos e incógnitas en enunciados orales, gráficos o escritos de problemas a propósito de las construcciones en Geometría.

## Propósitos

Es habitual que, para la resolución de problemas de Geometría, donde intervienen medidas de perímetros, amplitudes angulares, etc., los alumnos busquen utilizar todos los datos numéricos que aparecen enunciados, a pesar de que algunos sobren o sean irrelevantes para encontrar la solución.

También ocurre, en muchos casos, que aceptan a priori que existe respuesta a todos los problemas que propone el docente y que ésta es única.

Las actividades que les ofrecemos en esta propuesta requieren que los alumnos se centren en el análisis de los datos e identifiquen los nombres y las propiedades de las figuras como datos no numéricos del problema que están implícitos y que es necesario identificar y, a la vez, que la incógnita de un problema puede ser el dato faltante en el enunciado.

## Desarrollo

Estas actividades pueden ser planteadas inicialmente para ser resueltas en forma grupal con el propósito de que aparezcan diferentes respuestas, que se discutirán en el grupo y se confrontarán con las obtenidas por los otros grupos en la puesta en común.

### Actividad 1

Sugerimos plantear el trabajo pidiéndoles a los alumnos que para cada uno de los casos que se presentan, indiquen si se puede construir una única figura, si se pueden construir figuras diferentes o si no se puede construir ninguna figura.

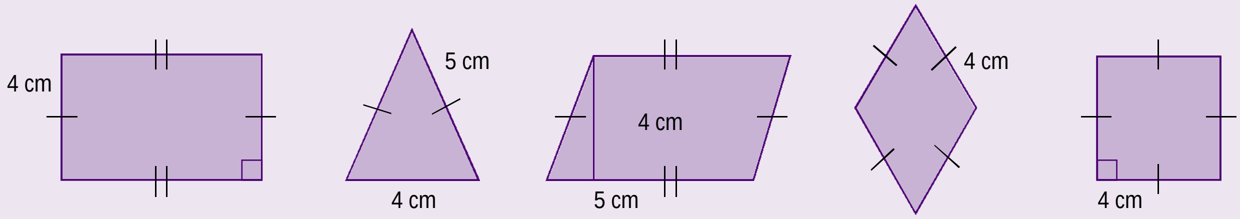
- un rectángulo que tenga un lado de 3 cm y un lado de 4 cm
- un rectángulo que tenga dos lados de 4 cm
- un rectángulo que tenga un perímetro de 14 cm
- un rectángulo que tenga una diagonal de 10 cm
- un cuadrilátero que tenga sus diagonales perpendiculares y que miden 3 cm y 6 cm
- un rombo que tenga sus diagonales de 3 cm y 6 cm
- un polígono en el que la suma de los ángulos interiores sea 180º
- un polígono en el que la suma de los ángulos interiores sea 360º

### Actividad 2

Se trabaja con los mismos ítems que en la actividad 1 y se les pide que, en los casos en que resulte necesario, modifiquen los datos para que se pueda construir una única figura.

**Actividad 3**

En este caso, se les pide que calculen el perímetro y la medida de la superficie de estas figuras:




*Referencias*

Si dos segmentos tienen la misma cantidad de marcas tienen la misma medida (son congruentes).
Los ángulos marcados con □ son rectos.

Indiquen, en cada caso, si los datos son suficientes.

**Actividad 4**

Se trabaja sobre las figuras de la actividad 3 y se les pide que indiquen, en los casos donde los datos no resulten suficientes, qué otros datos pedirían y por qué.

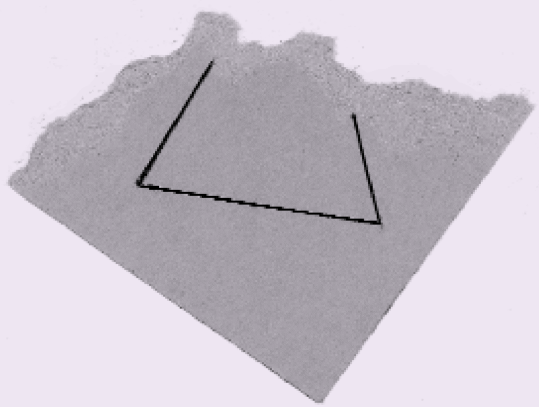
## Sugerencias

Si en la actividad 3 se suprimen las marcas que señalan la congruencia de lados o los ángulos rectos, se podrá incorporar a la cuestión de los datos la discusión acerca de la evidencia del dibujo, ya que podría ocurrir que una figura parezca ser un rombo y no lo sea, que parezca isósceles y no lo sea, etc.

Se podría también abordar la cuestión de los datos necesarios y los datos implícitos en enunciados orales, proponiendo actividades que requieran, por ejemplo, del dictado de figuras.

También se podrían presentar otras actividades relacionadas con las anteriores pero formuladas en un contexto diferente, por ejemplo:

El hermanito de Andrea rompió la hoja de papel en la que ella había construido el triángulo con los datos que le dio su profesor.
¿Pueden reconstruir el triángulo? ¿Cuáles pudieron ser los datos del enunciado?



2

# ¡SALVEN LA MERLUZA!

## Contenidos

Localización, lectura, interpretación y comunicación de información matemática a partir del análisis de gráficos estadísticos.

## Propósitos

La información que brindan los medios de comunicación se presenta, muchas veces, utilizando gráficos estadísticos.

En este sentido, desde el área de Matemática, resulta necesario propiciar el trabajo con situaciones que permitan a los alumnos analizar la información y reflexionar acerca de los distintos usos que de ella se hacen.

Ahora bien, para que los alumnos realicen esta lectura crítica de la información que les llega cotidianamente no basta con trabajar situaciones que remitan a lecturas casi inmediatas de los datos. Es necesario proponer instancias que propicien un análisis acerca de los criterios que se han utilizado para presentar la información y de la intención que puede haber detrás de las representaciones utilizadas.

Sobre la base de este propósito, consideramos adecuado presentar a los alumnos distintos gráficos que representen la misma información pero que la traten de manera diferente, favoreciendo así una reflexión acerca de las posibles interpretaciones que puedan hacerse.

## Desarrollo

La actividad que presentamos a continuación se elaboró a partir de una información real aparecida en un medio de prensa[1]

### Actividad 1

"La depredación de la merluza en nuestro país ha causado mucha preocupación en las distintas organizaciones ecologistas. Por este motivo, los miembros de varias de ellas decidieron reunirse e invitaron también a representantes de compañías pesqueras extranjeras."

"En esa reunión se consideraron estudios realizados sobre este problema y se discutió mucho acerca de dos gráficos en los que se había representado la captura máxima permitida de la merluza y la captura efectiva de la misma en miles de toneladas, durante el período comprendido entre los años 1992 y 1999."

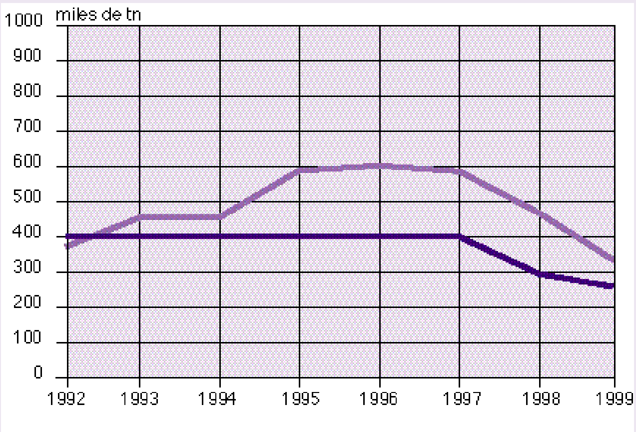
1. La información fue publicada por *Diario Clarín* el 9 de abril de 2000

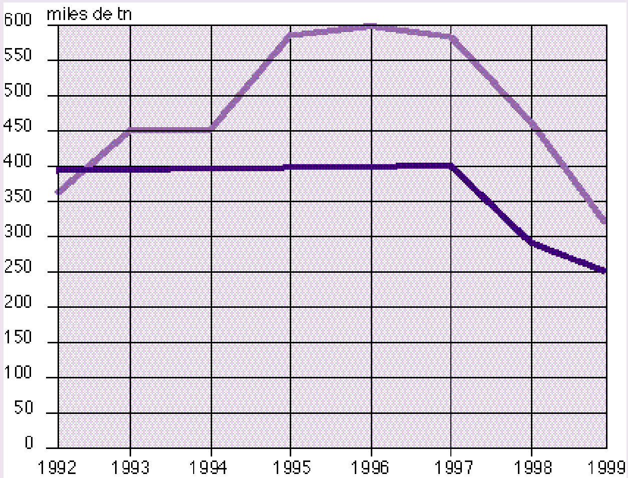
A continuación, te mostramos los dos gráficos. Uno de ellos fue propuesto por los miembros de una de las organizaciones ecologistas presentes en la reunión; el otro, por los representantes de las compañías pesqueras.

¿Cuál gráfico te parece que corresponde a cada uno? ¿Por qué?

Referencias

captura máxima permitida    captura efectiva




A partir de esta actividad se promueve el análisis de dos gráficos de similares características y que contienen la misma información, pero que han sido construidos usando distintas escalas. Podría inferirse que la elección de tales escalas se realizó con la finalidad de que el primero de ellos ponga de manifiesto que la diferencia entre la pesca permitida de merluza y la pesca efectiva no es demasiado grande, mientras que el segundo muestre que la diferencia es notable.

En un comienzo, es aconsejable que los alumnos trabajen en forma individual. Es probable que durante esta etapa, y en una primera aproximación cualitativa, algunos alumnos consideren que la información no es la misma.

Luego es conveniente organizar la clase en grupos de tres o cuatro alumnos, entregar un solo gráfico por grupo y proponer las siguientes preguntas:

- ¿Hubo algún momento en que la pesca efectiva fue menor que la permitida? En caso de ser así, ¿cuándo ocurrió?
- ¿Durante qué período o períodos aumentó la pesca efectiva? ¿En cuáles disminuyó? ¿Hubo algún período en que se mantuvo constante? ¿Y la pesca permitida?
- ¿Qué pensás que pudo haber pasado a partir de 1997?
- Si las condiciones se mantienen, ¿podés anticipar lo que pasará este año? ¿Cómo lo verificarías?
- ¿En qué momento la captura efectiva de la merluza fue máxima? ¿Y mínima?

También pueden proponerse preguntas de mayor complejidad, por ejemplo:

- El momento en que se da el valor máximo de la captura efectiva ¿coincide con el momento en que es mayor la diferencia entre la captura efectiva y la captura máxima permitida?
- Y el momento en que se da el valor mínimo de la captura efectiva ¿coincide con el momento en que es menor la diferencia entre ambas?

En el último caso, es posible que los alumnos no identifiquen la menor diferencia se da en el momento en que ambas gráficas coinciden, por lo que es importante detenerse en este aspecto.

Posteriormente es recomendable organizar una puesta en común con el propósito de que cada grupo comunique y confronte sus repuestas. Resulta importante promover una discusión acerca de las posibles intenciones de cada grupo al realizar la gráfica.

También resultará interesante plantearles a los alumnos preguntas que, como la siguiente, apunten al análisis de las transformaciones que han sufrido las gráficas al usar distintas escalas en el eje vertical:

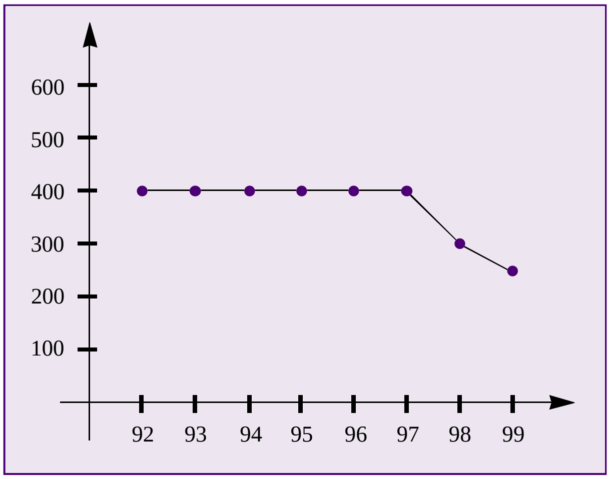
- ¿Por qué puede interpretarse que se trata de distinta información?
- A fin de profundizar el trabajo con distintas escalas, sugerimos proponer a los alumnos cuestiones tales como:
- ¿Qué te parece que sucederá si en el eje vertical usamos la misma unidad para representar 200 (siempre en miles de toneladas de merluza)? ¿Y si la unidad representa 25?
- Elegí una de las gráficas y cambiá la escala usada en el eje horizontal para que parezca que la diferencia entre la pesca efectiva y la pesca permitida no es muy grande.
- Modificá alguno de los datos de la pesca máxima permitida de modo tal que el momento en que se da la mayor captura no coincida con el momento en que es mayor la diferencia entre la captura efectiva y la captura máxima permitida.

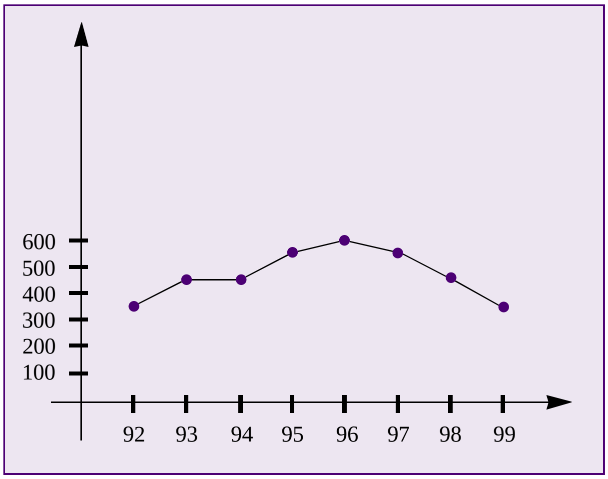
Esta instancia nos permite resaltar la necesidad de realizar una lectura crítica de la información con el fin de interpretar los diferentes usos que de ella pueden hacerse.

De acuerdo con el año y las características del grupo con el que se trabaje esta actividad, podrá solicitarse a los alumnos que calculen el porcentaje de sobrepesca con relación a lo permitido en cada año y que lo representen por medio de un gráfico de barras o circular.

## Sugerencias

- La actividad podría completarse pidiendo a los alumnos que busquen información en distintos medios de comunicación; que la representen usando distintas escalas sobre la base de diferentes propósitos y que justifiquen tales elecciones.
- Puede organizarse otra actividad a partir de la presentación de los datos en dos gráficos donde se usa distinta escala en el eje vertical, como por ejemplo los de la página siguiente:




Pueden proponerse a los alumnos cuestiones como:

- ¿Qué podrías decir sobre la relación entre la pesca permitida y la pesca realizada si observás los gráficos sin prestar atención a la escala?
- ¿Quién podría haber realizado estos gráficos? ¿Con qué intención?
- ¿Qué escala utilizarías en cada gráfico para obtener el efecto contrario?

3

# ¿QUÉ HACER CON LOS RECTÁNGULOS?

## Contenidos

Interpretación y representación de conceptos y relaciones en distintos marcos (físico, gráfico, geométrico, etc.): perímetro y área.

## Propósitos

El trabajo escolar asociado con perímetro y área de figuras suele quedar reducido al cálculo y a la representación geométrica de figuras. Pero también aquí, como en relación a otros contenidos, es importante plantear situaciones que puedan resolverse en diferentes marcos (geométrico, numérico, algebraico) tanto en la representación como en la interpretación de la información. Esta apertura permite a los alumnos iniciar la resolución desde lo que les resulta más cercano y completarlo desde diferentes miradas.

Proponemos actividades que involucran los conceptos de perímetro y área de rectángulos y permiten analizar las relaciones entre ellos y las medidas involucradas.

Las actividades pueden ser presentadas a un mismo grupo de alumnos en diferentes momentos, y presuponen que los alumnos pueden calcular perímetros y áreas de rectángulos.

## Desarrollo

Los contenidos perímetro y área pueden considerarse, por una parte, como propios de un marco numérico, en tanto medidas. Siendo medidas asociadas a figuras, el marco geométrico también se pone en juego.

En las siguientes propuestas, las actividades 1 y 3 implican el trabajo en esos marcos. Las actividades 2 y 4 implican un avance en el marco algebraico.

### Actividad 1

En esta propuesta les sugerimos diferentes materiales a), b) y c) para una misma actividad.

a) Se presenta a los alumnos una cuadrícula (por ejemplo de 20 por 20) con un rectángulo marcado (de 12 ó de 16 unidades de perímetro) y se les pide que dibujen, en la misma cuadrícula, otros tres rectángulos con el mismo perímetro. Para cada uno, que indiquen la base, la altura y el área.

b) Se entrega a cada grupo una cantidad fija de fósforos (por ejemplo, 12 ó 16) y se les pide que armen distintos rectángulos usando siempre el número total de fósforos. En cada caso hay que tomar nota de las medidas de la base y de la altura.

c) Con una soga cerrada de 12 m de largo formen figuras de lados rectos con 4 esquinas en ángulo recto de modo que la soga esté tensa y recta entre dos esquinas. Anoten base y altura en cada caso.

Luego se les pide a los alumnos que registren en una tabla los valores de base y altura obtenidos y que analicen todas las medidas enteras posibles de la base y de la altura de los rectángulos de perímetro fijo que armaron.

### Actividad 2

A continuación se les puede pedir a los diferentes grupos, trabajando con la tabla obtenida de la Actividad 1, que:

- Analicen, a partir de la tabla, si existe una relación de proporcionalidad entre la base y la altura en rectángulos de perímetro fijo. Si es así, que analicen si es directa o inversa.
- Representen en una gráfica cartesiana la relación correspondiente a la tabla y analicen cómo se ubican los puntos.
- Busquen algún par de números no naturales que verifique esta relación.
- Encuentren, en la relación dada por la tabla (perímetro fijo), si entre todos los pares correspondientes es constante: la suma, la diferencia, el producto, el cociente, o ninguna de estas operaciones.
- Planteen la fórmula que relaciona la base y la altura.

En este caso, entran en juego los marcos numérico, funcional y algebraico. Sería interesante promover una discusión avanzando sobre la posible generalización de la situación trabajada (independizándose de la medida particular del perímetro).

La elección del valor usado para el perímetro puede variar, y también se pueden repetir algunos de los ejercicios con diferentes valores.

Es importante notar que si se elige el 12, muchos de los pares de valores de la tabla, pero no todos, tienen constante el producto. Esto puede llevar a los alumnos a creer que es una proporcionalidad inversa. Este ejemplo puede ayudarles a notar que es necesario pedir que la relación sea válida para todos los pares de valores de la relación.

Si se toma el 16, esta situación no se presenta. Cada docente hará la elección de acuerdo con el grupo con que esté trabajando.

### Actividad 3

Se puede trabajar de modo similar con rectángulos de área fija. Sugerimos dos materiales, a) y b) posibles.

a) Se presenta a los alumnos una cuadrícula (por ejemplo, de 20 por 20) con un rectángulo marcado (por ejemplo de 16 unidades de área) y se les pide que grafiquen, en la misma cuadrícula, otros tres rectángulos con la misma área. En cada uno, hay que indicar el perímetro.

b) Cada grupo recibe una cantidad fija de fichas cuadradas (por ejemplo, 16) y tiene que armar distintos rectángulos usando siempre el número total de fichas. En cada caso, tomarán nota de las medidas de la base y de la altura.

Luego se pide que analicen todas las medidas enteras posibles de la base y de la altura de los rectángulos de área fija (por ejemplo, 16 $cm^2$.) y registren en una tabla los valores de base y altura obtenidos.

### Actividad 4

A continuación se les pueden dar consignas como éstas, trabajando con la tabla resultante de la Actividad 3:

- analicen si existe una relación de proporcionalidad entre la base y la altura para rectángulos de área fija. Si es así, analicen si es directa o inversa.

- Representen, en una gráfica cartesiana, la relación correspondiente a la tabla y analicen si los puntos están o no alineados.
- Busquen algún un par de números no naturales que verifique esta relación.
- Busquen, en la relación dada por la tabla (área fija), si entre todos los pares correspondientes es constante: la suma, la diferencia, el producto, el cociente o ninguna de estas operaciones.
- Planteen la fórmula que relaciona la base y la altura.

Las actividades 1 y 2 (rectángulos de perímetro fijo) y 3 y 4 (rectángulos de área fija) permiten a los alumnos trabajar con ambas medidas (perímetro y área) en cada una de esas situaciones, lo que constituye una estrategia para que las diferencien. La confusión perímetro–área es frecuente en este nivel de escolaridad.

**Actividad 5**

En estas situaciones los alumnos pueden analizar variaciones conjuntas. Por ejemplo, las siguientes:

- Armen una tabla con los valores de la base y del área de un rectángulo de perímetro fijo (para el mismo caso que se trabajó antes, u otro). Grafiquen la relación y analicen si los puntos están o no alineados y si tiene un máximo o un mínimo.
- Armen una tabla con los valores de la base y del perímetro para área fija (para el mismo caso trabajado antes, u otro). Grafiquen la relación y analicen si los puntos están o no alineados y si tiene un máximo o un mínimo.
- Resuelvan estas situaciones problemáticas:

Jorge necesita ubicar su terreno. Sabe en qué cuadra está y cuál es su perímetro. Encontró tres con el mismo perímetro y recordó que le habían dicho que el suyo era el más grande. ¿Cuál es? ¿Cómo se dio cuenta?

Francisco tiene que llevar un mapa de la República Argentina a la escuela. En un Atlas encontró uno que ocupa el equivalente a 4 páginas del tamaño de las de su carpeta. Para reducir el área a la cuarta parte, ¿cómo tiene que reducir las medidas de los lados? ¿Cómo varía el perímetro?

Si la escala del mapa del Atlas es 1 cm/100 km, ¿cuál será la escala del mapa de Francisco? ¿De 1 cm/25 km, de 1 cm/50 km, de 1 cm/100 km, de 1 cm/200 km o de 1 cm/400 km?

Para la clase de Biología, Francisco tiene que llevar una foto de una rosa del tamaño de una hoja de su carpeta. La que encontró tiene de ancho la mitad del ancho de su carpeta, y de largo la mitad del largo de su carpeta. ¿Es cierto que Francisco debe duplicar las medidas de los lados? ¿Cómo varía el perímetro de la foto? ¿Cómo varía el área?

Jorge resolvió varios cálculos y los organizó en tablas.

En un caso, para rectángulos de igual perímetro, calculó la altura en función de la base; en otro caso –también para rectángulos de igual perímetro– halló el área en función de la base; y en el otro, para rectángulos de igual área, buscó la altura en función de la base. ¿A cuál de los cálculos corresponde cada una de estas tablas? ¿Por qué?

| | |
|---|---|
| 6 | 8 |
| 3 | 16 |
| 12 | 4 |
| 2 | 24 |

Tabla 1

| | |
|---|---|
| 6 | 8 |
| 3 | 11 |
| 12 | 2 |
| 2 | 12 |

Tabla 2

| | |
|---|---|
| 6 | 48 |
| 3 | 33 |
| 12 | 24 |
| 2 | 24 |

Tabla 3

## Sugerencias

Proponemos otra situación que cada docente decidirá si plantea o no a sus alumnos según que ellos puedan avanzar sobre el marco algebraico.

Para hacer un patio cuadrado de 2 m por 2 m Felipe calculó que necesita 100 baldosas cuadradas. ¿Cuánto mide cada baldosa? Como no estaba seguro de la medida de su patio, armó una tabla con diferentes medidas.

| lado del patio cuadrado | número de baldosas |
|---|---|
| 1,60 m | |
| 1,80 m | |
| 2 m | 100 |
| 2,20 m | |
| 2,40 m | |

Completen los datos de la segunda columna de la tabla de Felipe y encuentren una fórmula para expresar la relación de la tabla.

# 4

# LAS TABLAS DE MULTIPLICAR

## Contenidos

Modelización de situaciones problemáticas a través de tablas, en relación con la proporcionalidad directa.

## Propósitos

En estas actividades proponemos el uso de tablas en la modelización partiendo de la reconstrucción de las tablas de multiplicar, en el marco de la proporcionalidad. Lo que buscamos es que los alumnos identifiquen las regularidades que caracterizan las situaciones de proporcionalidad directa, organicen la información en tablas y las urtilicen en la resolución de este tipo de problemas, enunciados en otros lenguajes y contextos.

## Desarrollo

### Actividad 1

Elegimos el trabajo con tablas de multiplicar porque en ellas es fácil reconocer el factor de proporcionalidad. Además, el análisis de estas tablas posibilita verificar que las transformaciones que permiten pasar de un elemento a otro, en la misma fila o columna, son las que permiten encontrar los elementos correspondientes en la otra fila o columna (a un número corresponde su producto por el factor de proporcionalidad; a la mitad de un número corresponde la mitad de su producto por el factor de proporcionalidad; a la suma de números corresponde la suma de los productos; etc.). Así por ejemplo, para la tabla del 7, se tiene:

: 2

| x7 | | | | x7 |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 2 | 4 + 2 = 6 | |
| | 28 | 14 | 28 + 14 = 42 | |

: 2

### Ejemplos

Mariano no logró memorizar la tabla del 7, pero escucha a su compañero Adrián decir que 7 x 4 es 28. La maestra les pide que escriban la tabla del 7 y Mariano encuentra, sin ayuda, un camino para hallar los demás números de la tabla sin necesidad de sumar o restar 7 cada vez.

- Primero se dio cuenta de que era sencillo encontrar 7 x 2. ¿Cómo te parece que lo pensó?
- Después pensó: "Como 4 x 2 es 8, entonces hago 7 x 4 + 7 x 2 y encuentro 7 x 8".
  ¿Es correcto el razonamiento? Explicá por qué.
- Adrián le mostró que 7 x 4 + 7 x 2 = 7 x 6. ¿Cómo pensás que se lo explicó Adrián?
- Para encontrar 7 x 3, buscó la mitad de 7 x 6. ¿Es correcto lo que hizo? ¿Por qué?
- Escribí en cada columna el resultado y el cálculo correspondiente que hizo Mariano y completá la tabla.

| 7 x 4 | 7 x 2 | 7 x 6 | 7 x 8 | 7 x 3 | 7 x 5 | 7 x 7 | 7 x 9 | 7 x 1 | 7 x 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 28 | | 42 | | | | | | | |
| Ya lo sabía | | Pues 7 x 6 = 7 x 4 +7 x 2 | | La mitad de 7 x 6 | | | | | |

Esta actividad está pensada para ser resuelta en dos momentos: un primer momento de trabajo individual y un segundo momento de trabajo en parejas, en el que se pueden confrontar los procedimientos empleados para la reconstrucción de la tabla y las justificaciones. Con esta propuesta trataremos de lograr que los alumnos pongan en acto el tipo de relaciones que caracterizan las situaciones de proporcionalidad, sin necesidad de una explicitación de las mismas.

**Actividad 2**

Sugerimos continuar el trabajo con una nueva reconstrucción para la cual podría seleccionarse otra tabla (por ejemplo, la tabla del 11 ó del 13, según el nivel de complejidad que el grupo nos permita alcanzar) partiendo de un elemento impar (por ejemplo, se conoce el resultado de 11 x 3).
En esta reconstrucción podemos adoptar el formato de una tabla de valores, que puede ser vertical u horizontal, y usar otras transformaciones del mismo tipo que las empleadas en la actividad anterior, válidas por tratarse de una situación de proporcionalidad directa, por ejemplo:

x11

| | | | |
|---|---|---|---|
| x2 | 3 | 33 | x2 |
| x3 | 6 | 66 | x3 |
| | 2 | 22 | |
| | 5=2+3 | 55= 22+33 | |
| | ... | ... | |

x2

| n | 2 | 3 | 4 | 5=2+3 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 x n | 22 | 33 | 44 | 55= 22+33 | 66 | 77 | 88 | 99 | 110 |

x2

El docente será el encargado de reorganizar las tablas y de poner en evidencia la constante de proporcionalidad y los coeficientes y operaciones que permiten pasar de un elemento a otro.

Esta actividad nos permitirá reconocer propiedades como, por ejemplo:

11 x 5 = 11 x (2 + 3) = 11 x 2 + 11 x 3

# Sugerencias

A continuación presentamos, como ejemplo, un problema de proporcionalidad directa en el que los datos se organizan en una tabla y la solución se halla mediante la exploración de ésta.

Hay 3 cajas de jugo concentrado que, en total, contienen 18 sobres de jugo. Todas las cajas tienen la misma cantidad de sobres.

- ¿Cuántos sobres hay en 9 cajas? Explicá cómo lo averiguaste.
- Construí una tabla de valores en la que se relacione el número de cajas y el número de sobres.
- Obtené de dos maneras distintas la cantidad total de sobres que hay en 6 cajas de jugos y explicá cómo lo hiciste.

La identificación de las relaciones que caracterizan la proporcionalidad directa, en el análisis de tablas, nos permitirá reconocer si la relación entre los datos que ésta contiene es o no de proporcionalidad. Profundizamos este aspecto en la propuesta N° 7.

A partir del trabajo propuesto podremos, también, abordar el cálculo mental, el análisis de distintos procedimientos de resolución y las ventajas de unos respecto de otros.

# 5

# UN PROBLEMA DE OFERTAS

## Contenido

Modelización de situaciones problemáticas: pertinencia del modelo de proporcionalidad.

## Propósitos

Esta actividad está pensada para provocar entre los alumnos la discusión acerca de la utilidad del modelo de proporcionalidad directa en la resolución de situaciones de ofertas. Les propondremos el análisis de una situación en la que el uso inadecuado de la proporcionalidad provoca equívocos que ellos tendrán que resolver tomando decisiones y justificándolas. Los equívocos surgirán si los alumnos no detectan la ausencia de las regularidades que caracterizan a la proporcionalidad directa y, en consecuencia, usan esas regularidades como argumento implícito para la justificación de las respuestas. En esta situación se evidencia que la condición "a más, más..." es necesaria pero no suficiente para que una relación de cantidades sea de proporcionalidad directa y que, del mismo modo, la condición "al doble, el doble..." es necesaria pero no suficiente si no se cumple para todos los pares de elementos de la relación.

Sugerimos proponer a los alumnos un trabajo que implique la discusión de un problema aritmético con datos y respuestas en la que ellos tengan que poner en relación los datos entre sí y eventualmente agregar nuevos, modificando las condiciones iniciales para ajustarlas a las respuestas dadas.

## Desarrollo

Para presentar esta actividad podemos valernos de un dibujo de la escena en la heladería descripta en el enunciado o realizar con los alumnos una dramatización de la situación.

**Actividad 1**

Lorena fue a comprar 3/4 kg de helado. En la heladería estaba expuesto un cartel con los precios:

| Lista de precios | |
|---|---|
| 1 kilo | $ 10 |
| 1/2 kilo | $ 6 |
| 1/4 kilo | $ 3 |

Lorena había llevado $ 7,50. Sin embargo, el heladero le dijo que debía pagar $ 9.

Explicá:

- ¿Por qué se produjo la confusión?
- ¿Por qué Lorena pensó que debía pagar $ 7,50?
- ¿Cómo habrá explicado el heladero de dónde obtuvo el valor de $ 9?
- Modificá alguno de los datos del problema para que no se produzca la confusión y explicá cómo lo pensaste.

En principio, proponemos a los alumnos que confronten los argumentos teniendo en cuenta que los $ 9 que solicita el heladero pueden obtenerse triplicando el precio de un cuarto kilo o bien sumando el precio de un medio kilo y el de un cuarto kilo. Podrán conculuir que si la relación fuera de proporcionalidad directa, el kilogramo de helado hubiera costado $ 12 y entonces podrán advertir que, en este caso, el precio no es directamente proporcional a la cantidad de helado.

Para obtener una respuesta a la última pregunta requeriremos a los alumnos que transformen la situación de manera que sea proporcionalidad directa. Una manera posible sería la de incluir, como dato nuevo, que la heladería ha suspendido todas las ofertas y los precios han quedado en $ 12 el kilo, $ 6 el medio kilo y $ 3 el cuarto kilo; entonces y los 3/4 kilos costarían $ 9. Otro cambio en las condiciones quepueden realizar es la de la proposición de una oferta independiente del peso de la compra: los nuevos precios serían de $ 10, $ 5 y $ 2,50 para el kilo, el medio kilo y el cuarto kilo, respectivamente, y los 3/4 kilos costarían entonces $ 7,50.

Será interesante plantearles otras preguntas para que los alumnos profundicen sobre la cuestión. Por ejemplo: ¿Por qué creen que el heladero puso en oferta el kilo de helado y no el medio kilo o el cuarto kilo?

## Sugerencias

Para que el trabajo se centre en la proporcionalidad y no en las dificultades numéricas, si el nivel de los alumnos lo requiere, es posible proponerles el mismo problema, con precios y cantidades de helado convenientes, que nos permitan trabajar, por ejemplo, sólo con números naturales. En ese caso el cartel en base al que trabajaremos puede ser como el A o el B:

**A**

| Lista de precios | |
|---|---|
| 1 kilo | $ 8 |
| 1/2 kilo | $ 5 |
| 1/4 kilo | $ 3 |

**B**

| Lista de precios | |
|---|---|
| 1 kilo | $ 12 |
| 1/2 kilo | $ 7 |
| 1/4 kilo | $ 4 |

**C**

| Lista de precios | |
|---|---|
| 1 kilo | $ 10 |
| 1/2 kilo | $ 5,5 |
| 1/4 kilo | $ 3,25 |

En el primero es importante guiar a los alumnos para que adviertan que tres cuartos de kilo costarían igual o más que el kilo, según de qué manera se conformen los precios; y que en ambos casos se pueden obtener tres valores diferentes para los tres cuartos kilos.

Si, por el curso en el que estamos trabajando, buscamos operar con decimales, podemos trabajar, por ejemplo, en base a los precios del cartel C.

Si, por el contrario, nos interesa operar sólo con valores enteros, les plantearíamos que la oferta corresponde a envases de 1, 3 y 5 litros de helado.

También podemos proponerles a los alumnos reflexionar acerca de la conveniencia de las ofertas que se presentan en los comercios y de la pertinencia del modelo de proporcionalidad para analizar estas situaciones. Se puede discutir entre todos si es conveniente comprar productos en envases grandes o si, en ocasiones, pueden resultar más caros que si los compramos en envases más pequeños.

A partir del trabajo propuesto podemos encarar, la búsqueda de estrategias para distinguir problemas que son de proporcionalidad de aquellos que no lo son. Este aspecto lo abordaremos en la propuesta N° 7.

6

# EN BUSCA DE LA CONSTANTE

## Contenidos

Diferenciación en situaciones problemáticas de datos conocidos e incógnitas, datos relevantes e irrelevantes, datos necesarios e innecesarios, datos suficientes e insuficientes, etc., el caso de la constante de proporcionalidad directa.

## Propósitos

Es sabido que existen algunos problemas para los cuales los alumnos consideran más datos que los que se explicitan en el enunciado así como otros en los que ciertos datos, en general, son ignorados por los alumnos o considerados irrelevantes, aunque nosotros sepamos que resultan fundamentales para resolver la situación planteada.

Un caso particular se presenta con muchos problemas de proporcionalidad directa en los cuales los alumnos dan por supuesto, implícitamente, la existencia de una constante de proporcionalidad, por ejemplo, frente a problemas del tipo "tenemos 8 caramelos para repartir entre cuatro chicos. ¿Cuántos caramelos les toca a cada uno?". Los alumnos suelen dar por supuesto que a todos los chicos hay que entregarle la misma cantidad de caramelos, aunque ésta no sea una condición del enunciado.

Por otro lado, cuando aparece en los problemas algún dato que garantiza la posibilidad de utilizar proporcionalidad directa para resolverlos, este dato es prácticamente ignorado por los alumnos sin apelar a él aun en la justificación de los procedimientos propuestos.

Nos parece entonces importante proponer actividades que pongan de relieve este aspecto central de la proporcionalidad, las que en este caso no se centrarán en la resolución de los problemas sino en el análisis de los datos necesarios para poder utilizar el concepto de proporcionalidad directa como modelo de resolución.

## Desarrollo

**Actividad 1**

Los alumnos deben indicar cuáles de los siguientes problemas pueden resolverse utilizando proporcionalidad directa y cuáles no, y luego explicar cómo pensaron en cada caso.

- Tres tomos de una enciclopedia suman 240 páginas. ¿Cuántas páginas tendrá la enciclopedia completa si es de 15 tomos?
- Cada una de las mesas de un restaurante tiene 4 patas. Si en total contamos 96 patas, ¿cuántas mesas hay en el restaurante?
- En una tienda, 3 metros de tela cuestan $ 15. Si necesitamos comprar 12 metros, ¿cuánto tenemos que pagar?
- Una persona vive a 20 cuadras del trabajo y el boleto de colectivo le cuesta $ 0,70. ¿Cuál será el precio del boleto para otra persona que vive a 60 cuadras del trabajo y toma el mismo colectivo?

**Actividad 2**

En los problemas de la actividad 1, cuya solución no sea posible con proporcionalidad directa, se planteará esta pregunta: en el problema ¿se puede agregar algún dato para que sí pueda resolverse con este concepto?

Proponemos poner al alumno en situación de indagar la presencia o no de la constante de proporcionalidad en cada uno de los problemas presentados.

En esta propuesta apelamos a diferentes contextos, algunos de los cuales permiten evidenciar más fácilmente la no existencia de una constante de proporcionalidad. Es el caso de los boletos de colectivos para el cual los alumnos saben que la tarifa no cambia cuadra a cuadra y por lo tanto este conocimiento puede cuestionar un procedimiento de tipo proporcional para resolver el problema.

También hemos elegido otros contextos para los cuales parece natural considerar la existencia de una constante de proporcionalidad, tal es el caso del problema donde se plantea la compra de tela. Sin embargo, el docente puede recordar a los alumnos algunos de los problemas de ofertas ya trabajados en la Propuesta N° 5 (UN PROBLEMA DE OFERTAS) y de esta manera resaltar la necesidad de especificar la no existencia de descuentos en este negocio para poder apelar al concepto de proporcionalidad directa.

## Sugerencias

El docente puede variar el tipo de actividades solicitando a los alumnos la proposición de problemas en los que no sea posible utilizar proporcionalidad directa y de otros en los que sí sea posible.

Otra opción es presentarles a los chicos problemas con datos incompletos y pedirles que agreguen los datos necesarios para poder resolverlos apelando a este concepto.

7

# ALFAJORES PARA LA TARDE

## Contenidos

Diferenciación en situaciones problemáticas de datos e incógnitas, de datos suficientes e insuficientes, de datos contradictorios a partir de modificaciones en el enunciado de un problema.

## Propósitos

En las clases habituales de Matemática, cuando se trabaja con problemas, es muy frecuente resolver aquellos en los que los datos resultan suficientes –y que no incluyen datos innecesarios– como así también los que presentan una solución única.

Consideramos importante proponer problemas que remitan a una profundización en el análisis de las condiciones del enunciado. Por eso les ofrecemos estas actividades con el propósito de que los alumnos reflexionen acerca de cómo determinadas modificaciones en el enunciado de un problema remiten a situaciones sin solución –porque los datos resultan insuficientes o contradictorios–, o cómo ese problema puede tener varias soluciones.

## Desarrollo

Para esta propuesta hemos preparado una actividad que cada docente adaptará al grupo con que trabaja.

> Un grupo de chicos del colegio se va a reunir en la casa de Anaclara para hacer los deberes.
>
> Entre todos juntaron 11 pesos con la idea de comprar algo rico para merendar y se decidieron por alfajores de chocolate y de dulce de leche.
>
> Si los alfajores de chocolate cuestan 75 centavos y los de dulce de leche 50 centavos, ¿cuántos de cada tipo podrán comprar en los siguientes casos?
>
> - Los chicos quieren que haya por lo menos dos de chocolate para cada uno.
> - Los chicos quieren que les sobre justo un peso con 30 centavos para comprar una gaseosa.
> - Los chicos quieren gastar toda la plata en alfajores.

La elección de presentar precios en centavos y de no utilizar la escritura decimal la hemos realizado para propiciar el trabajo con números enteros y evitar así las dificultades que podría ocasionar el trabajo con decimales. Esto permitirá a los alumnos centrarse en la cuestión de las condiciones del enunciado.

En el caso de la primera pregunta, los alumnos pueden notar a partir de muy pocos intentos, que es necesario conocer la cantidad de chicos para resolver el problema.

En la segunda pregunta, la respuesta no es tan inmediata. Resultaría importante gestionar en el aula una etapa individual seguida de una grupal a fin de favorecer que cada alumno decida por qué el problema no tiene solución y que luego, en la puesta en común, formulen argumentaciones que den cuenta de la existencia de datos contradictorios.

Para responder a la pregunta teniendo en cuenta la tercera pregunta también resulta conveniente un primer momento de trabajo individual en el cuál se espera que algunos alumnos propongan al menos una solución al problema y que otros probablemente consideren que, como en el primer caso, los datos no son suficientes.

Posteriormente, recomendamos un trabajo en grupos de cuatro o cinco alumnos que permitirá que ellos confronten distintas propuestas y tomen conciencia de que se trata de un problema con más de una solución.

Durante esta etapa es posible que quizá se organicen espontáneamente tablas que incluyan las distintas cantidades de alfajores de cada gusto; el precio de la totalidad de alfajores de cada gusto; el precio de todos los alfajores, y que se establezca la validez o la invalidez de las soluciones propuestas. De no ser así, será importante que el docente sugiera la construcción de tales tablas, como así también que sugiera la utilización de estrategias de cálculo mental que faciliten la tarea.

A continuación sugerimos realizar una puesta en común en la que cada grupo presenta su tabla y, en conjunto, organizan otra que incluya las distintas soluciones obtenidas. Los integrantes de los distintos grupos exponen los procedimientos usados para obtener y validar las posibles soluciones y se debate acerca de la pertinencia y eficacia de los tales procedimientos.

Es muy posible que durante el desarrollo de la propuesta surjan reflexiones tales como "de chocolate tengo que comprar, por lo menos, dos". De acuerdo con el año que se haya elegido para trabajar esta actividad –como así también a las posibilidades de los alumnos–será importante recuperar tales reflexiones y plantear la búsqueda de un criterio general para encontrar las distintas soluciones.

## Sugerencias

Esta actividad puede completarse proponiendo a los alumnos que formulen tres preguntas distintas para responder a la situación inicial de modo tal que en uno de los casos los datos resulten insuficientes, en otro los datos resulten contradictorios y en un tercero que el problema tenga solución única.

Puede proponerse, también, un problema distinto y con una única solución, seleccionado de modo tal que sea posible modificarlo para obtener otro con varias soluciones, y solicitar a los alumnos que realicen tales modificaciones.

# 8

# ¿DÓNDE ESTÁN LOS DATOS?

## Contenidos

Interpretación de información matemática presentada en forma visual en relación con la caracterización de relaciones proporcionales y no proporcionales.

## Propósitos

Al considerar la práctica habitual de resolución de problemas vemos que ésta aparece asociada, en muchas oportunidades, a la presentación de un enunciado en el que figuran todos los datos necesarios para resolverlos y ninguno innecesario.

También observamos frecuentemente que, cuando les proponemos situaciones sin un texto-enunciado, los alumnos se desorientan y afirman que no hay datos para resolverlas. En este sentido, resulta importante que les presentemos actividades que les permitan establecer conexiones entre diferentes formas de representación de información, conceptos y relaciones matemáticas.

La actividad que presentamos a continuación, nos permitirá obtener información, analizar datos y establecer conclusiones aun cuando no hay un texto que acompañe las ilustraciones.

Por otra parte es conveniente que la propongamos después de que los alumnos hayan identificado las regularidades que caracterizan los problemas de proporcionalidad directa. En este sentido la actividad nos será útil para identificar los progresos de los alumnos en el aprendizaje de la aplicación de proporcionalidad directa.

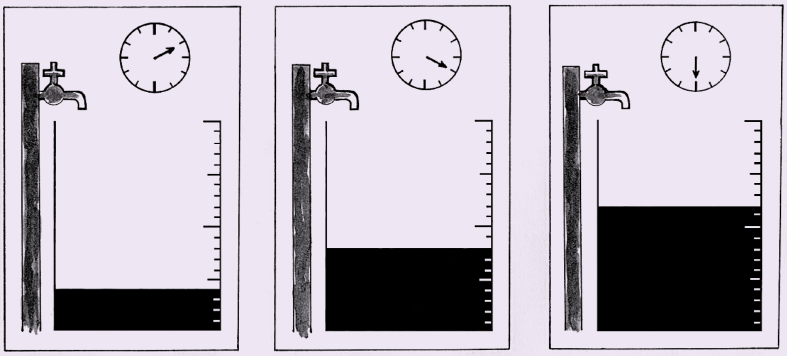
## Desarrollo

Presentamos a los alumnos esta secuencia de ilustraciones. Hacemos una breve introducción comentándoles que un grupo de chicos afirmó que, a simple vista, se trataba de relaciones de proporcionalidad directa, y dejamos planteada la discusión acerca de la validez de esta afirmación.

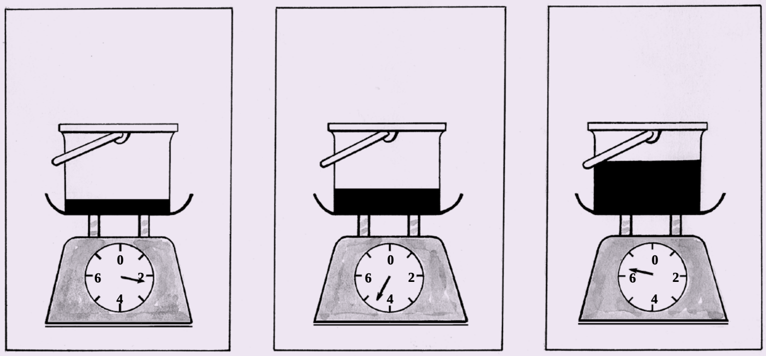
**Actividad 1**

¿Son relaciones de proporcionalidad?

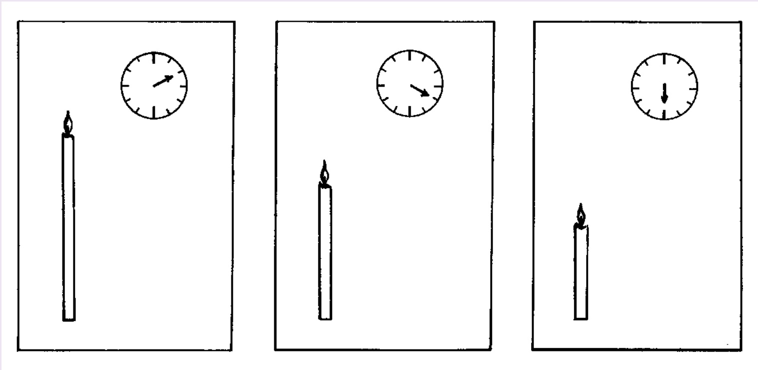
**A**



**B**




**C**



La lectura y el comentario inicial de las situaciones nos permitirá poner en juego tanto las ideas de los alumnos relacionadas con la obtención de información  a partir de ilustraciones, como sus conocimientos relativos a las condiciones necesarias para determinar si una relación entre cantidades es o no de proporcionalidad directa.

En una segunda instancia de reflexión, sugerimos abordar los aspectos relativos a las características de las distintas ilustraciones de la secuencia y al tipo de información que podemos obtener de ellas. Por ejemplo:

- que la gradación del recipiente y las ubicaciones de la aguja del reloj nos permiten establecer, sin lugar a dudas, que al doble de tiempo le corresponde el doble de líquido en el recipiente;
- que a simple vista observamos que al aumentar la cantidad de líquido en el recipiente aumenta el peso registrado en la balanza, pero la falta de gradación , la base redondeada del recipiente y la poca precisión de la balanza pueden  obstaculizarnos el reconocimiento de la presencia o no de proporcionalidad entre la cantidad de líquido y lo que marca la balanza (que incluye el peso del recipiente);
- que podemos advertir, también a simple vista, que la vela no se consume en forma proporcional al tiempo transcurrido.

Podemos pedir a los alumnos que argumenten de diferentes maneras para confirmar o refutar estas afirmaciones u otras producidas por ellos. Una posibilidad es realizar mediciones (altura del líquido, altura de la vela) y precisar las unidades de la balanza. Esta opción depende en gran parte del tamaño de las ilustraciones presentadas y nos permitirá establecer nexos con otros contenidos, ya que será necesario que dediquemos parte del análisis a la consideración del error en la medición y a la precisión de los instrumentos de medida.

Otra posibilidad es que acompañemos las ilustraciones con un conjunto de tablas que precisen la correspondencia entre valores para cada situación.

**A**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| tiempo (h) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| altura del líquido (cm) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | ... |

**B**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cantidad de líquido (l) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| peso (kg) | 1.5 | 2.5 | 3.5 | 4.5 | 5.5 | 6.5 | ... |

**C**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| tiempo (h) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| altura de la vela (mm) | 47.5 | 45.0 | 42.5 | 40.0 | 37.5 | 35.0 | |

Tanto el tamaño de las ilustraciones como la presencia o ausencia de las tablas son variables que favorecen distintas estrategias y que nos permiten adecuar la situación a las características de cada grupo particular de alumnos. Incluso podríamos optar por variar la presentación de la situación (con o sin tablas, con o sin gradación en los recipientes, más o menos grande...) para distintos grupos en una misma clase.

En cualquier caso, resulta importante que les demos a los grupos el tiempo suficiente para que puedan comparar sus conclusiones iniciales, aun cuando éstas sean incorrectas, y favorecer así el uso de distintas formas de argumentar.

Una actividad complementaria, interesante para completar el análisis, es la producción de secuencias de imágenes que describan relaciones similares a las presentadas, pero en diferentes contextos. La discusión sobre estos dibujos les permitirá a los alumnos establecer si hay necesidad o no de contar con datos adicionales para determinar si las relaciones son o no de proporcionalidad directa.

En este momento, o en la presentación inicial, podemos considerar las relaciones de proporcionalidad inversa.